정답과 해설

1. 소인수분해

P. 8~10 개념+대표 문제 확인하기

1 ③	**2** ②	**3** 56	**4** ①	**5** 3
6 ②	**7** ⑤	**8** ⑤	**9** 8개	**10** 12
11 12	**12** 880	**13** 오전 9시 24분	**14** 48	
15 242	**16** 30			

1 ① 1은 소수도 합성수도 아니다.
② 2는 소수이지만 짝수이다.
③ 5의 배수 중 소수는 5 하나뿐이다.
④ 3, 7은 모두 소수이지만 $3+7=10$은 소수가 아니다.
⑤ 2는 짝수이지만 소수이다.
따라서 옳은 것은 ③이다.

2 ① $12=2^2\times3$이므로 소인수는 2, 3의 2개이다.
② $42=2\times3\times7$이므로 소인수는 2, 3, 7의 3개이다.
③ $75=3\times5^2$이므로 소인수는 3, 5의 2개이다.
④ $88=2^3\times11$이므로 소인수는 2, 11의 2개이다.
⑤ $125=5^3$이므로 소인수는 5의 1개이다.
따라서 서로 다른 소인수의 개수가 가장 많은 것은 ②이다.

3 $126\times a=2\times3^2\times7\times a$이므로
$a=2\times7=14$
$b^2=2\times3^2\times7\times(2\times7)=(2\times3\times7)\times(2\times3\times7)$
$=(2\times3\times7)^2$
이므로 $b=2\times3\times7=42$
$\therefore\ a+b=14+42=56$

4 $360=2^3\times3^2\times5$이므로 360의 약수의 개수는
$(3+1)\times(2+1)\times(1+1)=24$(개)
즉, $32\times3^a\times7^b=2^5\times3^a\times7^b$의 약수의 개수가 24개이므로
$(5+1)\times(a+1)\times(b+1)=24$
$(a+1)\times(b+1)=4$
이때 a, b는 자연수이므로 $a+1=2$, $b+1=2$
따라서 $a=1$, $b=1$이므로 $ab=1\times1=1$

5 $45=3^2\times5$이므로

$$\begin{array}{rl} & 2^2\times3^a\times5^2 \\ & \quad\;\; 3^3\times5^b\times7 \\ \hline (\text{최대공약수})= & \quad\;\; 3^2\times5 \end{array}$$

따라서 $a=2$, $b=1$이므로 $a+b=2+1=3$

6

$$\begin{array}{rl} & 2^3\times3^2 \\ & 2^2\times3^2\times5 \\ \hline (\text{최대공약수})= & 2^2\times3^2 \quad =36 \end{array}$$

즉, 공약수는 최대공약수의 약수이므로 36의 약수인 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36이다.
따라서 공약수가 아닌 것은 ②이다.

7 주어진 두 수의 최대공약수를 각각 구하면
① 3 ② 7 ③ 13 ④ 7 ⑤ 1
따라서 두 수가 서로소인 것은 ⑤이다.

8 타일은 가능한 한 큰 정사각형 모양이어야 하므로 타일의 한 변의 길이는 64와 80의 최대공약수인 $2^4=16$(cm)이다.
즉, 가로, 세로에 필요한 타일의 개수는
가로: $64\div16=4$(개)
세로: $80\div16=5$(개)
따라서 필요한 타일의 개수는 $4\times5=20$(개)

$$\begin{array}{r|rr} 2 & 64 & 80 \\ \hline 2 & 32 & 40 \\ \hline 2 & 16 & 20 \\ \hline 2 & 8 & 10 \\ \hline & 4 & 5 \end{array}$$

9 n은 48과 72의 공약수이고, 48과 72의 최대공약수는 $2^3\times3=24$이므로 n의 값은 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24이다.
따라서 자연수 n의 개수는 8개이다.

$$\begin{array}{r|rr} 2 & 48 & 72 \\ \hline 2 & 24 & 36 \\ \hline 2 & 12 & 18 \\ \hline 3 & 6 & 9 \\ \hline & 2 & 3 \end{array}$$

다른 풀이 n은 48과 72의 최대공약수인 $2^3\times3$의 약수이다.
따라서 자연수 n의 개수는
$(3+1)\times(1+1)=8$(개)

10 구하는 수는
$39-3=36$, $63-3=60$, $87-3=84$
의 최대공약수이므로
$2^2\times3=12$이다.

$$\begin{array}{r|rrr} 2 & 36 & 60 & 84 \\ \hline 2 & 18 & 30 & 42 \\ \hline 3 & 9 & 15 & 21 \\ \hline & 3 & 5 & 7 \end{array}$$

11

$$\begin{array}{rl} & 2^a\times5 \\ & 2^2\times5^b\times c \\ \hline (\text{최소공배수})= & 2^3\times5^2\times7 \end{array}$$

따라서 $a=3$, $b=2$, $c=7$이므로
$a+b+c=3+2+7=12$

12 세 수 8, 16, 20의 최소공배수는
$2^4\times5=80$
따라서 $80\times11=880$, $80\times12=960$에서
900에 가장 가까운 수는 880이다.

$$\begin{array}{r|rrr} 2 & 8 & 16 & 20 \\ \hline 2 & 4 & 8 & 10 \\ \hline 2 & 2 & 4 & 5 \\ \hline & 1 & 2 & 5 \end{array}$$

13 42와 12의 최소공배수는
$2^2\times3\times7=84$
즉, 기차와 전철은 오전 8시 이후에
84분($=1$시간 24분)마다 동시에 출발한다.
따라서 처음으로 다시 동시에 출발하는 시각은
오전 9시 24분이다.

$$\begin{array}{r|rr} 2 & 42 & 12 \\ \hline 3 & 21 & 6 \\ \hline & 7 & 2 \end{array}$$

14 구하는 수는 $12=2^2\times3$과 $16=2^4$의 최소공배수이므로
$2^4\times3=48$이다.

15 조건을 만족시키는 수는 6, 15, 24의 공배수보다 2만큼 큰 수이고, 세 수의 최소공배수가 $3\times2\times5\times4=120$이므로

$$\begin{array}{r|rrr} 3 & 6 & 15 & 24 \\ \hline 2 & 2 & 5 & 8 \\ \hline & 1 & 5 & 4 \end{array}$$

$120+2$, $240+2$, $360+2$, $\cdots$이다.
따라서 두 번째로 작은 수는 242이다.

16 (두 수의 곱)=(최대공약수)×(최소공배수)이므로
$2^4\times3^3\times5^2\times7=$(최대공약수)$\times(2^3\times3^2\times5\times7)$
$\therefore$ (최대공약수)$=2\times3\times5=30$

P. 11~14 내신 5% 따라잡기

1 4개	**2** 8개	**3** 9	**4** 30, 70	**5** ⑤
6 ③	**7** 260	**8** ④	**9** ④	**10** 126
11 12	**12** 4개	**13** 6개	**14** ⑤	**15** ⑤
16 9300원		**17** ③	**18** 38개	**19** ②
20 11	**21** ③	**22** 5바퀴	**23** ④	**24** 20일
25 ④	**26** 178명	**27** 60, 120, 180, 360		**28** 14, 42
29 65	**30** ③	**31** ①, ③		

1 소수를 작은 것부터 나열하면
2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, $\cdots$
따라서 a의 값이 될 수 있는 수는 13, 14, 15, 16의 4개이다.

2 n의 모든 약수의 합이 $1+n$이므로 n의 약수는 1, n이다.
따라서 n은 20보다 작은 소수이므로
2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19의 8개이다.

3 $3^1=3$, $3^2=9$, $3^3=27$, $3^4=81$, $3^5=243$, $\cdots$이므로 3의 거듭제곱의 일의 자리의 숫자는 3, 9, 7, 1의 순서로 반복된다.
이때 $2018=4\times504+2$이므로 3^{2018}의 일의 자리의 숫자는 3^2의 일의 자리의 숫자와 같은 9이다.

4 10보다 작은 소수는 2, 3, 5, 7이고 $E=B+D$이므로
(i) $B=2$, $D=3$ 또는 $B=3$, $D=2$일 때
$E=2+3=5$이므로

$$A\left<\begin{array}{l}2\\ C\left<\begin{array}{l}3\\5\end{array}\right.\end{array}\right. \quad \text{또는} \quad A\left<\begin{array}{l}3\\ C\left<\begin{array}{l}2\\5\end{array}\right.\end{array}\right.$$

$\therefore A=2\times3\times5=30$

(ii) $B=2$, $D=5$ 또는 $B=5$, $D=2$일 때
$E=2+5=7$이므로

$$A\left<\begin{array}{l}2\\ C\left<\begin{array}{l}5\\7\end{array}\right.\end{array}\right. \quad \text{또는} \quad A\left<\begin{array}{l}5\\ C\left<\begin{array}{l}2\\7\end{array}\right.\end{array}\right.$$

$\therefore A=2\times5\times7=70$
따라서 (i), (ii)에 의해 A의 값은 30 또는 70이다.

5 두 사람이 뽑은 카드에 적힌 수의 곱이 될 수 있는 수는 2, 3, 7 중에서 소인수를 가지며 모든 소인수의 지수가 4 이하인 수이다.
① $12=2^2\times3$ ② $48=2^4\times3$ ③ $56=2^3\times7$
④ $63=3^2\times7$ ⑤ $96=2^5\times3$
따라서 두 사람이 뽑은 카드에 적힌 수의 곱이 될 수 없는 수는 ⑤이다.

6 $135=3^3\times5$이므로 곱해야 하는 자연수는 $3\times5\times$(자연수)^{2}의 꼴인 수이다.
즉, $3\times5\times1^2$, $3\times5\times2^2$, $3\times5\times3^2$, $\cdots$이므로
$a=3\times5\times1^2=15$
$b=3\times5\times2^2=60$
$\therefore b-a=60-15=45$

7 $\dfrac{200}{a}=\dfrac{2^3\times5^2}{a}$이므로
$a=2$, $2^3(=8)$, $2\times5^2(=50)$, $2^3\times5^2(=200)$
따라서 모든 a의 값의 합은
$2+8+50+200=260$

8 $\dfrac{225}{n}$가 자연수가 되려면 n은 225의 약수이어야 한다.
따라서 $225=3^2\times5^2$이므로 225의 약수의 총합은 오른쪽 표에서
$1+3+5+9+15+25$
$+45+75+225=403$

$\times$	1	3	3^2
1	1	3	9
5	5	15	45
5^2	25	75	225

9 ① □$=18$일 때, $2^2\times18=2^3\times3^2$의 약수의 개수는
$(3+1)\times(2+1)=12$(개)
② □$=27$일 때, $2^2\times27=2^2\times3^3$의 약수의 개수는
$(2+1)\times(3+1)=12$(개)
③ □$=77$일 때, $2^2\times77=2^2\times7\times11$의 약수의 개수는
$(2+1)\times(1+1)\times(1+1)=12$(개)
④ □$=196$일 때, $2^2\times196=2^4\times7^2$의 약수의 개수는
$(4+1)\times(2+1)=15$(개)
⑤ □$=512$일 때, $2^2\times512=2^{11}$의 약수의 개수는
$11+1=12$(개)
따라서 □ 안에 들어갈 수 없는 수는 ④이다.

10 (가)에서 $N=2^a\times3^b\times7^c$(a, b, c는 자연수)이라 하면
(나)에서 $12=(a+1)\times(b+1)\times(c+1)$

(ⅰ) $12=3\times2\times2$일 때

$N=2^2\times3\times7=84$

(ⅱ) $12=2\times3\times2$일 때

$N=2\times3^2\times7=126$

(ⅲ) $12=2\times2\times3$일 때

$N=2\times3\times7^2=294$

따라서 (ⅰ)~(ⅲ)에 의해 ㈐를 만족시키는 자연수 N의 값은 84, 126이므로 가장 큰 수는 126이다.

11 약수가 6개인 자연수는 다음의 두 가지 꼴이다.

(ⅰ) a^5(a는 소수)의 꼴

이 중 가장 작은 자연수는 $2^5=32$

(ⅱ) $b^2\times c$(b, c는 서로 다른 소수)의 꼴

이 중 가장 작은 자연수는 $2^2\times3=12$

따라서 (ⅰ), (ⅱ)에 의해 가장 작은 수는 12이다.

12 약수가 3개인 수는 (소수)^{2}의 꼴인 수이다.

이때 $100=10^2$이므로 구하는 수는 10보다 작은 소수의 제곱인 수이다.

따라서 100 이하의 자연수 중에서 약수가 3개인 수는

2^2, 3^2, 5^2, 7^2, 즉 4, 9, 25, 49의 4개이다.

13 $72=6\times12$, $126=6\times21$이고 세 자연수의 최대공약수가 6이므로 구하는 수는 6의 배수이면서 18의 배수는 아니다.

6의 배수 중에서 50 이하의 자연수를 모두 구하면

$\underline{6}$, $\underline{12(=6\times2)}$, $18(=6\times3)$, $\underline{24(=6\times4)}$, $\underline{30(=6\times5)}$, $36(=6\times6)$, $\underline{42(=6\times7)}$, $\underline{48(=6\times8)}$

따라서 a의 값이 될 수 있는 수는 6, 12, 24, 30, 42, 48의 6개이다.

14 두 자연수 24와 a의 공약수가 1개이므로 24와 a는 서로소이다.

$24=2^3\times3$이므로 a는 2와 3을 소인수로 갖지 않는 수이다.

즉, a는 2의 배수도 아니고 3의 배수도 아닌 수이다.

따라서 1보다 크고 100 이하인 자연수 중에서 2의 배수는 50개, 3의 배수는 33개이고 이 중에서 공통인 수는 6의 배수 16개이므로 a의 값이 될 수 있는 수의 개수는

$99-(50+33-16)=32$(개)

15 세 수의 최대공약수가 $2^2\times3^2\times7$이므로 $2^2\times3^2\times7$은 A의 약수이어야 한다.

① $(2^2\times3^2\times7)\times7$

② $(2^2\times3^2\times7)\times2\times3^2$

③ $(2^2\times3^2\times7)\times5$

④ $(2^2\times3^2\times7)\times3\times5$

⑤ $2^2\times3^2\times7$은 $2^3\times3\times7$의 약수가 아니다.

따라서 A의 값이 될 수 없는 것은 ⑤이다.

16 세트를 가능한 한 많이 만들려고 하므로 세트의 개수는 72, 54, 126의 최대공약수인 $2\times3^2=18$(개)이다.

$$\begin{array}{r|rrr} 2 & 72 & 54 & 126 \\ \hline 3 & 36 & 27 & 63 \\ \hline 3 & 12 & 9 & 21 \\ \hline & 4 & 3 & 7 \end{array}$$

즉, 한 세트에 들어가는 칫솔, 치약, 비누의 개수는

칫솔: $72\div18=4$(개)

치약: $54\div18=3$(개)

비누: $126\div18=7$(개)

따라서 한 세트의 가격은

$700\times4+1000\times3+500\times7=9300$(원)

17 가장 큰 정사각형의 한 변의 길이는 54와 90의 최대공약수인 $2\times3^2=18$(cm)이다.

$$\begin{array}{r|rr} 2 & 54 & 90 \\ \hline 3 & 27 & 45 \\ \hline 3 & 9 & 15 \\ \hline & 3 & 5 \end{array}$$

따라서 만들어질 수 있는 정사각형의 한 변의 길이는 18의 약수이므로

1 cm, 2 cm, 3 cm, 6 cm, 9 cm, 18 cm

이 중에서 넓이가 50 cm^2 이상 100 cm^2 이하인 정사각형의 한 변의 길이는 9 cm이다.

즉, 가로, 세로에 만들어지는 정사각형의 개수는

가로: $54\div9=6$(개), 세로: $90\div9=10$(개)

따라서 만들어지는 정사각형의 개수는 $6\times10=60$(개)

18 가로등을 가능한 한 적게 세우려면 가로등 사이의 간격이 최대가 되어야 하므로 가로등 사이의 간격은 384와 224의 최대공약수이다.

$$\begin{array}{r|rr} 2 & 384 & 224 \\ \hline 2 & 192 & 112 \\ \hline 2 & 96 & 56 \\ \hline 2 & 48 & 28 \\ \hline 2 & 24 & 14 \\ \hline & 12 & 7 \end{array}$$

384와 224의 최대공약수는 $2^5=32$이므로 32 m 간격으로 가로등을 설치해야 한다.

즉, 가로, 세로에 필요한 가로등의 개수는

가로: $384\div32+1=13$(개), 세로: $224\div32+1=8$(개)

이때 공원의 네 모퉁이에서 가로등이 두 번씩 겹치므로 필요한 가로등의 개수는

$(13+8)\times2-4=38$(개)

19 되도록 많은 학생들에게 똑같이 나누어 주려고 하므로 구하는 학생 수는 $19+5=24$, $86-2=84$, $45+3=48$의 최대공약수이다.

$$\begin{array}{r|rrr} 2 & 24 & 84 & 48 \\ \hline 2 & 12 & 42 & 24 \\ \hline 3 & 6 & 21 & 12 \\ \hline & 2 & 7 & 4 \end{array}$$

따라서 최대공약수는 $2^2\times3=12$이므로 학생 수는 12명이다.

20

$$\begin{array}{rccccc} & 2^a & \times & 3^3 & \times & 5^3 \\ & 2^3 & \times & 3^4 & \times & b \\ & 2^2 & \times & 3^c & \times & 5^2 \\ \hline (\text{최대공약수})= & 2^2 & \times & 3^2 & \times & 5 \\ (\text{최소공배수})= & 2^4 & \times & 3^4 & \times & 5^3 \\ & \Downarrow & & \Downarrow & & \Downarrow \\ & a=4 & & c=2 & & b=5 \end{array}$$

$\therefore a+b+c=4+5+2=11$

21 세 자연수를 각각 $2\times k$, $3\times k$, $6\times k$ (k는 자연수)라 하면
(최소공배수)$=108=k\times 2\times 3$
$\therefore\ k=18$

$$\begin{array}{r|rrr} k & 2\times k & 3\times k & 6\times k \\ \hline 2 & 2 & 3 & 6 \\ \hline 3 & 1 & 3 & 3 \\ \hline & 1 & 1 & 1 \end{array}$$

따라서 세 자연수는 36, 54, 108이므로 두 번째로 큰 수는 54이다.

22 12와 20의 최소공배수는
$2^2\times 3\times 5=60$

$$\begin{array}{r|rr} 2 & 12 & 20 \\ \hline 2 & 6 & 10 \\ \hline & 3 & 5 \end{array}$$

따라서 두 톱니바퀴가 같은 톱니에서 처음으로 다시 맞물리려면 톱니의 수가 12개인 톱니바퀴는 $60\div 12=5$(바퀴)를 회전해야 한다.

23 4일마다 조깅을, 6일마다 줄넘기를 하고, 토요일은 7일마다 돌아오므로 조깅과 줄넘기를 함께 하는 토요일 사이의 간격은 4, 6, 7의 공배수이다.
따라서 4, 6, 7의 최소공배수는

$$\begin{array}{r|rrr} 2 & 4 & 6 & 7 \\ \hline & 2 & 3 & 7 \end{array}$$

$2^2\times 3\times 7=84$이므로 두 가지 운동을 다시 처음으로 함께 하게 되는 토요일은 84일 후이다.

24 4와 7의 최소공배수인 28일 동안 희진이는 4일째, 8일째, 12일째, 16일째, 20일째, 24일째, 28일째에 쉬고, 나윤이는 6일째, 7일째, 13일째, 14일째, 20일째, 21일째, 27일째, 28일째에 쉰다.
즉, 28일 동안 함께 쉬는 날은 20일째, 28일째의 이틀이다.
따라서 290일 동안 두 사람이 함께 쉬는 날은
$290=28\times 10+10$이므로 $10\times 2=20$(일)이다.

25 정육면체의 한 모서리의 길이는 6, 8, 12의 공배수이고, 6, 8, 12의 최소공배수는 $2^3\times 3=24$이므로 정육면체의 한 모서리의 길이는 24 cm, 48 cm, 72 cm, $\cdots$이다.

$$\begin{array}{r|rrr} 2 & 6 & 8 & 12 \\ \hline 2 & 3 & 4 & 6 \\ \hline 3 & 3 & 2 & 3 \\ \hline & 1 & 2 & 1 \end{array}$$

(i) 한 모서리의 길이가 24 cm인 정육면체를 만들 때 필요한 블록의 개수는
가로: $24\div 6=4$(개)
세로: $24\div 8=3$(개)
높이: $24\div 12=2$(개)
$\therefore\ 4\times 3\times 2=24$(개)

(ii) 한 모서리의 길이가 48 cm인 정육면체를 만들 때 필요한 블록의 개수는
가로: $48\div 6=8$(개)
세로: $48\div 8=6$(개)
높이: $48\div 12=4$(개)
$\therefore\ 8\times 6\times 4=192$(개)

(iii) 한 모서리의 길이가 72 cm인 정육면체를 만들 때 필요한 블록의 개수는
가로: $72\div 6=12$(개)
세로: $72\div 8=9$(개)
높이: $72\div 12=6$(개)
$\therefore\ 12\times 9\times 6=648$(개)

따라서 (i)~(iii)에 의해 300개의 블록으로 정육면체를 만들 때, 최대로 사용 가능한 블록의 개수는 192개이다.

26 4명씩 배정하면 2명이 남고, 6명씩 배정하면 4명이 남는다는 것은 각각 2명이 부족하다는 것을 의미한다.
즉, 학생 수로 가능한 수는
(4, 5, 6의 공배수)-2
4, 5, 6의 최소공배수는

$$\begin{array}{r|rrr} 2 & 4 & 5 & 6 \\ \hline & 2 & 5 & 3 \end{array}$$

$2^2\times 5\times 3=60$이므로 공배수는
60, 120, 180, 240, $\cdots$
이때 학생 수는 150명 이상 200명 미만이므로
$180-2=178$(명)

27 N을 12로 나눈 몫을 n이라 하면
$360=12\times(2\times 3\times 5)$이므로 n의 값은
5, 2×5, 3×5, $2\times 3\times 5$

$$\begin{array}{r|rrr} 12 & 24 & 36 & N \\ \hline & 2 & 3 & n \end{array}$$

따라서 N의 값은
$12\times 5=60$, $12\times 10=120$,
$12\times 15=180$, $12\times 30=360$

28 $\langle a, 8\rangle=2$이므로 a는 2의 배수이면서 4의 배수는 아니다.
$[a, 12]=84=12\times 7$이므로 a는 84의 약수이면서 7의 배수이다.
따라서 84의 약수 1, 2, 3, 4, 6, 7, 12, 14, 21, 28, 42, 84 중에서 위의 두 조건을 모두 만족시키는 자연수 a의 값은 14, 42이다.

29 $\dfrac{b}{a}=\dfrac{(12,\ 18,\ 24\text{의 최소공배수})}{(7,\ 35,\ 49\text{의 최대공약수})}=\dfrac{72}{7}$
따라서 $a=7$, $b=72$이므로
$b-a=72-7=65$

30 두 자연수를 $12\times a$, $12\times b$ (a, b는 서로소)라 하면
$12\times a\times b=180$ $\quad\therefore\ a\times b=15$
(i) $a=1$, $b=15$ 또는 $a=15$, $b=1$이면
두 수는 12와 180이므로 두 수의 합은
$12+180=192$
(ii) $a=3$, $b=5$ 또는 $a=5$, $b=3$이면
두 수는 36과 60이므로 두 수의 합은
$36+60=96$
따라서 (i), (ii)에 의해 두 자연수의 합 중에서 가장 작은 수는 96이다.

31 $A=6\times a$, $B=6\times b$ (a, b는 서로소, $a>b$)라 하면
$A+B=6\times a+6\times b=6\times(a+b)$이므로
$6\times(a+b)=30$
$\therefore\ a+b=5$

(i) $a=4$, $b=1$일 때
$A=24$, $B=6$이므로 최소공배수는 24
(ii) $a=3$, $b=2$일 때
$A=18$, $B=12$이므로 최소공배수는 36
따라서 (i), (ii)에 의해 A, B의 최소공배수가 될 수 있는 것은 24, 36이다.

P. 15 **내신 1% 뛰어넘기**

01 6개 **02** 2 **03** 45 **04** 300회 **05** 3

01 길잡이 N을 소인수분해한 형태로 나타낸 후 $N<100$인 수를 찾는다.
$\langle N\rangle=3$이므로
$N=2^3\times k$ (단, k는 2와 서로소인 자연수)
이때 $N=2^3\times k<100$이므로
$k=1, 3, 5, 7, 9, 11$
따라서 자연수 N은 8, 24, 40, 56, 72, 88의 6개이다.

02 길잡이 네 자리의 자연수 $6a34$가 3의 배수임을 이용하여 a의 값이 될 수 있는 수를 찾는다.
$6a34$가 3의 배수이려면 $6+a+3+4=13+a$가 3의 배수이어야 한다.
$\therefore a=2, 5, 8$
(i) $a=2$일 때
$2^2\times3^3\times2=2^3\times3^3$이므로 약수의 개수는
$(3+1)\times(3+1)=16$(개)
(ii) $a=5$일 때
$2^2\times3^3\times5$이므로 약수의 개수는
$(2+1)\times(3+1)\times(1+1)=24$(개)
(iii) $a=8$일 때
$2^2\times3^3\times8=2^5\times3^3$이므로 약수의 개수는
$(5+1)\times(3+1)=24$(개)
따라서 (i)~(iii)에 의해 조건을 만족시키는 a의 값은 2이다.
참고 3의 배수는 각 자리의 숫자의 합이 3의 배수이다.

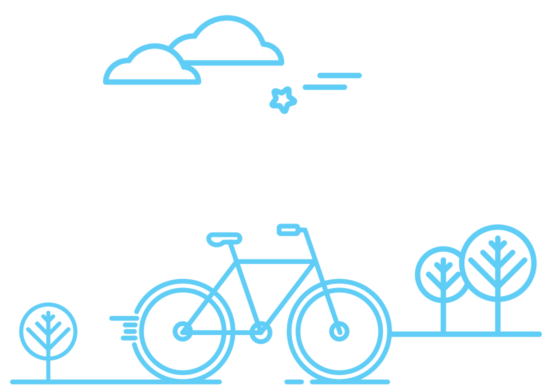
03 길잡이 두 자연수 A, B의 최대공약수가 G이면 $A=G\times a$, $B=G\times b$ (a, b는 서로소)임을 이용한다.
(나)에서 $120=15\times8$, $N=15\times n$(8과 n은 서로소)이라 하면
(다)에서 $120+N=15\times8+15\times n=15\times(8+n)$이 11의 배수이므로 $8+n$이 11의 배수이어야 한다.
즉, $8+n=11, 22, 33, \cdots$이고 n은 8과 서로소이므로
$n=3, 25, \cdots$
이때 (가)에서 N은 두 자리의 자연수이므로 $n=3$
$\therefore N=15\times3=45$

04 길잡이 세 점 A, B, C가 한 바퀴 도는 데 걸리는 시간을 각각 구한다.
점 A가 한 바퀴 도는 데는 $\frac{3}{45}=\frac{1}{15}$(분), 즉 4초가 걸리고,
점 B가 한 바퀴 도는 데는 $\frac{3}{60}=\frac{1}{20}$(분), 즉 3초가 걸리며,
점 C가 한 바퀴 도는 데는 $\frac{3}{90}=\frac{1}{30}$(분), 즉 2초가 걸린다.
그러므로 세 점 A, B, C가 점 P에서 동시에 출발한 후 처음으로 다시 점 P를 동시에 통과하는 데는 4, 3, 2의 최소공배수인

$$\begin{array}{r|rrr} 2 & 4 & 3 & 2 \\ \hline & 2 & 3 & 1 \end{array}$$

$2^2\times3=12$(초)가 걸린다.
따라서 세 점 A, B, C가 1시간, 즉 3600초 동안 점 P를 동시에 통과하는 횟수는
$3600\div12=300$(회)

05 길잡이 두 자연수 A, B의 최대공약수를 G라 할 때, $A=G\times a$, $B=G\times b$(a, b는 서로소, $a>b$)라 한 후 주어진 조건을 이용하여 A, B의 값을 구한다.
두 자연수 A, B의 최대공약수를 G, 최소공배수를 L이라 할 때, $A=G\times a$, $B=G\times b$(a, b는 서로소, $a>b$)라 하자.
$L=G\times a\times b$이므로
$\frac{L}{G}=\frac{G\times a\times b}{G}=a\times b=6$
이때 a, b는 서로소이고 $a>b$이므로 $a=3$, $b=2$ 또는 $a=6$, $b=1$이다.
(i) $a=3$, $b=2$일 때
$A=3\times G$, $B=2\times G$
$A+B=3\times G+2\times G=(3+2)\times G=5\times G=15$
이므로 $G=3$
$\therefore A=9$, $B=6$
(ii) $a=6$, $b=1$일 때
$A=6\times G$, $B=G$
$A+B=6\times G+G=(6+1)\times G=7\times G=15$
그런데 이를 만족시키는 자연수 G는 존재하지 않는다.
따라서 (i), (ii)에 의해 $A=9$, $B=6$이므로
$A-B=9-6=3$



2. 정수와 유리수

P. 18~21 **개념+대표 문제 확인하기**

1 ③ **2** 7 **3** -4.1, $-\frac{4}{3}$, $+1.9$ **4** ③
5 -7, 1 **6** 11 **7** ⑤ **8** ② **9** 7개
10 ㉠ 덧셈의 교환법칙, ㉡ 덧셈의 결합법칙 **11** ④
12 4 **13** $-\frac{3}{28}$ **14** ② **15** 0 **16** -2
17 $\frac{1}{2}$ **18** ⑤ **19** ④ **20** $\frac{29}{6}$

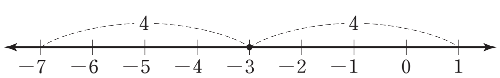
1 ① 10 kg 감량 ⇨ -10 kg
② 5분 전 ⇨ -5분
③ 영상 15 ℃ ⇨ $+15$ ℃
④ 9000원을 썼다. ⇨ -9000원
⑤ 5점을 실점 ⇨ -5점
따라서 부호가 나머지 넷과 다른 하나는 ③이다.

2 자연수는 $+6$, $\frac{21}{3}(=7)$의 2개이므로 $a=2$
음의 정수는 -4의 1개이므로 $b=1$
정수는 -4, 0, $+6$, $\frac{21}{3}(=7)$의 4개이므로 $c=4$
$\therefore a+b+c=2+1+4=7$

3 주어진 수 중에서 정수는 0, $\frac{8}{2}(=4)$, $+5$, -2이므로 정수가 아닌 유리수는 -4.1, $-\frac{4}{3}$, $+1.9$이다.

4 ① 음의 유리수는 0보다 작다.
② 유리수는 양의 유리수, 0, 음의 유리수로 이루어져 있다.
④ 정수는 모두 유리수이다.
⑤ -1과 1 사이에는 무수히 많은 유리수가 존재한다.

5 두 점 사이의 거리가 8이므로 -3에 대응하는 점에서 거리가 4인 점에 대응하는 두 수는 각각 -7, 1이다.



6 a, b의 절댓값이 같고 두 수에 대응하는 두 점 사이의 거리가 22이므로 a와 b는 절댓값이 $22\times\frac{1}{2}=11$인 수이다.
이때 a가 b보다 작으므로 $b=11$이다.

7 ① (음수)<0이므로 $-5<0$
② $|-3|=3$이고 (양수)>0이므로 $|-3|>0$
③ $2\frac{4}{5}=2.8$이므로 $3.5>2\frac{4}{5}$
④ (음수)$<$(양수)이므로 $-\frac{1}{2}<\frac{1}{3}$
⑤ $-\frac{2}{3}=-\frac{8}{12}$, $-\frac{3}{4}=-\frac{9}{12}$이고 두 음수에서는 절댓값이 큰 수가 작으므로 $-\frac{2}{3}>-\frac{3}{4}$
따라서 옳은 것은 ⑤이다.

8 (가)에서 정수 y는 -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3이다.
(나)에서 정수 y는 1, 2, 3이다.
(나), (다)에서 정수 x는 -12, -8, -4이다.
따라서 x의 값이 될 수 있는 것은 ② -4이다.

9 $\frac{31}{6}=5.166\cdots$이므로 -1보다 크거나 같고 $5.166\cdots$보다 작은 정수는 -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5의 7개이다.

11 ① $(-6)+(-11)+(+1)-(-4)$
$=(-6)+(-11)+(+1)+(+4)$
$=\{(-6)+(-11)\}+\{(+1)+(+4)\}$
$=(-17)+(+5)$
$=-12$
② $(-2)+(-5)-(-13)-(+8)$
$=(-2)+(-5)+(+13)+(-8)$
$=\{(-2)+(-5)+(-8)\}+(+13)$
$=(-15)+(+13)$
$=-2$
③ $\left(+\frac{2}{3}\right)-\left(-\frac{1}{2}\right)+\left(-\frac{1}{4}\right)$
$=\left(+\frac{2}{3}\right)+\left(+\frac{1}{2}\right)+\left(-\frac{1}{4}\right)$
$=\left(+\frac{2}{3}\right)+\left\{\left(+\frac{2}{4}\right)+\left(-\frac{1}{4}\right)\right\}$
$=\left(+\frac{2}{3}\right)+\left(+\frac{1}{4}\right)$
$=\left(+\frac{8}{12}\right)+\left(+\frac{3}{12}\right)$
$=+\frac{11}{12}$
④ $4.2-(-9.5)-10=4.2+9.5-10$
$=13.7-10=3.7$
⑤ $\frac{3}{10}+\frac{1}{6}-\frac{1}{2}=\frac{9}{30}+\frac{5}{30}-\frac{15}{30}$
$=\frac{14}{30}-\frac{15}{30}=-\frac{1}{30}$
따라서 계산 결과가 가장 큰 것은 ④이다.

12 $a=-3.7+\frac{3}{2}=-\frac{37}{10}+\frac{15}{10}$
$=-\frac{22}{10}=-\frac{11}{5}$
$b=\frac{3}{5}-(-1.2)=\frac{3}{5}+1.2$
$=\frac{6}{10}+\frac{12}{10}=\frac{18}{10}=\frac{9}{5}$
$\therefore b-a=\frac{9}{5}-\left(-\frac{11}{5}\right)=\frac{9}{5}+\frac{11}{5}=\frac{20}{5}=4$

13 어떤 유리수를 □라 하면

$\square+\frac{3}{7}=\frac{3}{4}$

$\therefore \square=\frac{3}{4}-\frac{3}{7}=\frac{21}{28}-\frac{12}{28}=\frac{9}{28}$

따라서 바르게 계산하면

$\frac{9}{28}-\frac{3}{7}=\frac{9}{28}-\frac{12}{28}=-\frac{3}{28}$

14 $|a|=3$이므로

$a=3$ 또는 $a=-3$

$|b|=6$이므로

$b=6$ 또는 $b=-6$

(i) $a=3,\ b=6$이면

$a-b=3-6=-3$

(ii) $a=3,\ b=-6$이면

$a-b=3-(-6)=9$

(iii) $a=-3,\ b=6$이면

$a-b=-3-6=-9$

(iv) $a=-3,\ b=-6$이면

$a-b=-3-(-6)=3$

따라서 (i)~(iv)에 의해 $a-b$의 값이 될 수 없는 것은 ②이다.

15 $(-1)^{97}-(-1)^{98}-(-1)^{99}+(-1)^{100}$

$=(-1)-(+1)-(-1)+(+1)$

$=-1-1+1+1=0$

참고 $(-1)^{(\text{홀수})}=-1,\ (-1)^{(\text{짝수})}=+1$

16 $a\times(b-c)=a\times b-a\times c$

$=3-5=-2$

17 $-\frac{3}{11}$의 역수는 $-\frac{11}{3}$ $\quad\therefore a=-\frac{11}{3}$

$0.24=\frac{24}{100}=\frac{6}{25}$이므로 0.24의 역수는 $\frac{25}{6}$

$\therefore b=\frac{25}{6}$

$\therefore a+b=-\frac{11}{3}+\frac{25}{6}$

$=-\frac{22}{6}+\frac{25}{6}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$

18 ① 절댓값이 큰 쪽의 부호를 따르므로 부호는 알 수 없다.

② $-a+b=(-a)+b$이고 $-a<0,\ b<0$이므로

$-a+b<0$

③ $a>0,\ b<0$이므로

$a\times b<0$

④ $a>0,\ b<0$이므로

$a\div b<0$

⑤ $-a<0,\ b<0$이므로

$b\div(-a)>0$

따라서 항상 양수인 것은 ⑤이다.

19 ① $(+12)\div(-4)\times(-2)=(+12)\times\left(-\frac{1}{4}\right)\times(-2)$

$=+\left(12\times\frac{1}{4}\times2\right)=+6$

② $\left(-\frac{5}{6}\right)\div\left(+\frac{4}{3}\right)\times(-12)=\left(-\frac{5}{6}\right)\times\left(+\frac{3}{4}\right)\times(-12)$

$=+\left(\frac{5}{6}\times\frac{3}{4}\times12\right)=+\frac{15}{2}$

③ $\left(-\frac{3}{2}\right)\times\left(+\frac{1}{3}\right)\div\left(+\frac{1}{4}\right)=\left(-\frac{3}{2}\right)\times\left(+\frac{1}{3}\right)\times(+4)$

$=-\left(\frac{3}{2}\times\frac{1}{3}\times4\right)=-2$

④ $\left(+\frac{4}{9}\right)\div\left(-\frac{1}{3}\right)\times\left(+\frac{1}{2}\right)=\left(+\frac{4}{9}\right)\times(-3)\times\left(+\frac{1}{2}\right)$

$=-\left(\frac{4}{9}\times3\times\frac{1}{2}\right)=-\frac{2}{3}$

⑤ $\left(-\frac{3}{7}\right)\div\left(+\frac{3}{14}\right)\div\left(+\frac{2}{5}\right)$

$=\left(-\frac{3}{7}\right)\times\left(+\frac{14}{3}\right)\times\left(+\frac{5}{2}\right)$

$=-\left(\frac{3}{7}\times\frac{14}{3}\times\frac{5}{2}\right)=-5$

따라서 계산 결과가 옳지 않은 것은 ④이다.

20 $2-\left\{\left(\frac{5}{6}\right)^2\div\frac{1}{2}-\left(-\frac{2}{3}\right)^2\right\}\times(-3)$

$=2-\left(\frac{25}{36}\times2-\frac{4}{9}\right)\times(-3)$

$=2-\left(\frac{25}{18}-\frac{8}{18}\right)\times(-3)$

$=2-\frac{17}{18}\times(-3)=2+\frac{17}{6}$

$=\frac{12}{6}+\frac{17}{6}=\frac{29}{6}$

P. 22~27 **내신 5% 따라잡기**

1 ③	**2** ③	**3** ⑤	**4** 6개	
5 $a=-10,\ b=5$		**6** C	**7** $a=2,\ b=-4$	
8 ②	**9** ③	**10** $-\frac{7}{8}$	**11** 38	**12** ③
13 ④	**14** ①	**15** ㉠ +, ㉡ −, ㉢ −		
16 3권	**17** 4	**18** ㉠ $\frac{19}{12}$, ㉡ $\frac{7}{3}$		**19** ②
20 $\frac{5}{6}$	**21** $\frac{1}{9}$	**22** ④	**23** $M=2,\ m=-9$	
24 ⑤	**25** $\frac{1}{500}$	**26** ①	**27** ③	**28** $-\frac{15}{8}$
29 ③	**30** ①	**31** ②	**32** ④	**33** ①
34 $-\frac{7}{6}$	**35** $\frac{1}{24}$	**36** 0	**37** ①	**38** -13
39 2				

1 ③ 0.3인치 더 크고 ⇨ +0.3인치

2 ① 양수는 $\frac{9}{2}$, 11, $+\frac{6}{3}$의 3개이다.

② 음수는 -5, -4.7, $-\frac{3}{7}$의 3개이다.

③ 정수는 -5, 0, 11, $+\frac{6}{3}(=+2)$의 4개이다.

④ 주어진 수는 모두 유리수이므로 유리수는 7개이다.

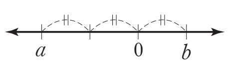
⑤ 정수가 아닌 유리수는 $\frac{9}{2}$, -4.7, $-\frac{3}{7}$의 3개이다.

따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

3 ① 가장 작은 양의 정수는 1이다.
② 유리수는 양수, 0, 음수로 나눌 수 있다.
③ 두 음수에서는 절댓값이 큰 수가 더 작다.
④ 0은 유리수이다.
⑤ 절댓값이 3 이하인 정수는 -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3의 7개이다.
따라서 옳은 것은 ⑤이다.

4 (i) $|a|=3$, $|b|=0$일 때
$a<b$이므로 $(-3, 0)$
(ii) $|a|=0$, $|b|=3$일 때
$a<b$이므로 $(0, 3)$
(iii) $|a|=1$, $|b|=2$일 때
$a<b$이므로 $(1, 2)$, $(-1, 2)$
(iv) $|a|=2$, $|b|=1$일 때
$a<b$이므로 $(-2, 1)$, $(-2, -1)$
따라서 (i)~(iv)에 의해 조건을 만족시키는 (a, b)의 개수는
$1+1+2+2=6$(개)

5 (가), (나)에서 $a<0<b$이고 $|a|=2|b|$이므로
이를 수직선 위에 나타내면 다음 그림과 같다.



이때 (다)에서 a와 b에 대응하는 두 점 사이의 거리는 15이므로 3등분한 길이는 5이다.
$\therefore a=-10$, $b=5$

6 $-1<-\frac{1}{4}$이므로 재원이는 $-\frac{1}{4}$이 있는 오른쪽 길로 간다.

$-\frac{1}{2}<-\frac{1}{3}$이므로 재원이는 $-\frac{1}{3}$이 있는 왼쪽 길로 간다.

따라서 재원이가 나오는 곳은 C이다.

7 $2\le|x|<6$이면 $|x|=2$, 3, 4, 5이므로 이를 만족시키는 정수 x는 -5, -4, -3, -2, 2, 3, 4, 5이다.
또 $-5<x<3$을 만족시키는 정수 x는 -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2이다.
따라서 두 부등식을 모두 만족시키는 정수 x는 -4, -3, -2, 2이다.
$\therefore a=2$, $b=-4$

8 $\frac{1}{3}=\frac{5}{15}$, $\frac{4}{5}=\frac{12}{15}$이므로 $\frac{5}{15}$와 $\frac{12}{15}$ 사이에 있는 유리수 중

에서 분모가 15인 기약분수는 $\frac{7}{15}$, $\frac{8}{15}$, $\frac{11}{15}$의 3개이다.

9 (라)에서 두 점 A, D는 0을 나타내는 점의 오른쪽에 있으므로
$a>0$, $d>0$
이때 (나)에서 점 A는 점 D보다 왼쪽에 있으므로
$0<a<d$
(가)에서 두 점 A, C는 절댓값이 같고 부호가 반대이므로
$c<0$
(다)에서 점 B는 0을 나타내는 점에 가장 가까이 있으므로
$c<b<a$
$\therefore c<b<a<d$

10 (가)에서 $-\frac{17}{6}=-2\frac{5}{6}$이므로 $a=-3$

(나)에서 $b=-\frac{3}{8}+4=-\frac{3}{8}+\frac{32}{8}=\frac{29}{8}$

(다)에서 $c=-3-\left(-\frac{3}{2}\right)=-\frac{6}{2}+\frac{3}{2}=-\frac{3}{2}$

$$\therefore a+b+c=-3+\frac{29}{8}+\left(-\frac{3}{2}\right)$$
$$=-\frac{24}{8}+\frac{29}{8}-\frac{12}{8}=-\frac{7}{8}$$

11 $|x|=12$이므로 $x=12$ 또는 $x=-12$
$|y|=7$이므로 $y=7$ 또는 $y=-7$
$M=12-(-7)=19$, $m=-12-7=-19$
$\therefore M-m=19-(-19)=38$

12 $\frac{1}{3}-\frac{1}{2}=\frac{2}{6}-\frac{3}{6}=-\frac{1}{6}$, $\left|-\frac{1}{6}\right|<\left|\frac{1}{5}\right|$이므로

$\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{2}\right)\triangledown\frac{1}{5}=\frac{1}{5}$

또 $\frac{1}{6}-\frac{1}{4}=\frac{2}{12}-\frac{3}{12}=-\frac{1}{12}$, $\left|\frac{1}{5}\right|>\left|-\frac{1}{12}\right|$

$$\therefore \left\{\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{2}\right)\triangledown\frac{1}{5}\right\}\triangle\left(\frac{1}{6}-\frac{1}{4}\right)=\frac{1}{5}\triangle\left(-\frac{1}{12}\right)$$
$$=-\frac{1}{12}$$

13 $[3.2]=3$, $[-4.6]=-5$, $[-5]=-5$이므로
$[3.2]-[-4.6]+[-5]=3-(-5)+(-5)=3$

14 $a=1+3+5+\cdots+2015+2017$
$b=2+4+6+\cdots+2016+2018$
$$\therefore a-b=(1+3+5+\cdots+2015+2017)$$
$$-(2+4+6+\cdots+2016+2018)$$
$$=(1-2)+(3-4)+(5-6)$$
$$+\cdots+(2015-2016)+(2017-2018)$$
$$=(-1)\times1009=-1009$$

15 ㉠을 $-$라 하면

$(-10)-(+5)\boxed{㉡}(-3)\boxed{㉢}(+7)=-9$

$(-15)\boxed{㉡}(-3)\boxed{㉢}(+7)=-9$

이때 ㉡, ㉢과 상관없이 식이 성립하지 않는다.

∴ ㉠ $+$

또 ㉡을 $+$라 하면

$(-10)+(+5)+(-3)\boxed{㉢}(+7)=-9$

$(-8)\boxed{㉢}(+7)=-9$

이때 ㉢과 상관없이 식이 성립하지 않는다.

∴ ㉡ $-$

따라서 ㉢은

$(-10)+(+5)-(-3)\boxed{㉢}(+7)=-9$

$(-2)\boxed{㉢}(+7)=-9$

∴ ㉢ $-$

16 지혜가 6월에 10권의 책을 읽었으므로 지난달에 읽은 책의 수에 대한 증감을 이용하여 매달 읽은 책의 수를 각각 구하면 다음 표와 같다.

월	1	2	3	4	5	6
책의 수(권)	3	6	5	7	8	10

따라서 1월에 읽은 책의 수는 3권이다.

17 주어진 전개도를 접어 정육면체를 만들었을 때

(ⅰ) a와 마주 보는 면에 적힌 수는 -3이므로

$a+(-3)=-1 \quad ∴ a=2$

(ⅱ) b와 마주 보는 면에 적힌 수는 4이므로

$b+4=-1 \quad ∴ b=-5$

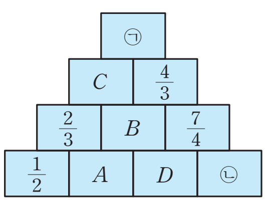
(ⅲ) c와 마주 보는 면에 적힌 수는 6이므로

$c+6=-1 \quad ∴ c=-7$

따라서 (ⅰ)~(ⅲ)에 의해

$a+b-c=2+(-5)-(-7)=4$

18 오른쪽 그림과 같이 빈칸에 알맞은 수를 A, B, C, D라 하면



$\frac{1}{2}+A=\frac{2}{3}$에서

$A=\frac{2}{3}-\frac{1}{2}=\frac{4}{6}-\frac{3}{6}=\frac{1}{6}$

$B+\frac{7}{4}=\frac{4}{3}$에서

$B=\frac{4}{3}-\frac{7}{4}=\frac{16}{12}-\frac{21}{12}=-\frac{5}{12}$

$C=\frac{2}{3}+B$에서

$C=\frac{2}{3}+\left(-\frac{5}{12}\right)=\frac{8}{12}-\frac{5}{12}=\frac{3}{12}=\frac{1}{4}$

$∴ ㉠=C+\frac{4}{3}=\frac{1}{4}+\frac{4}{3}=\frac{3}{12}+\frac{16}{12}=\frac{19}{12}$

$A+D=B$에서 $\frac{1}{6}+D=-\frac{5}{12}$이므로

$D=-\frac{5}{12}-\frac{1}{6}=-\frac{5}{12}-\frac{2}{12}=-\frac{7}{12}$

$D+㉡=\frac{7}{4}$에서 $-\frac{7}{12}+㉡=\frac{7}{4}$

$∴ ㉡=\frac{7}{4}-\left(-\frac{7}{12}\right)=\frac{21}{12}+\frac{7}{12}=\frac{28}{12}=\frac{7}{3}$

19 네 번째 가로줄의 3, 2에 의해 네 번째 가로줄은 오른쪽 방향으로 1만큼씩 감소하고, 세 번째 세로줄의 0, 2에 의해 세 번째 세로줄은 아래쪽 방향으로 2만큼씩 증가하므로 빈칸을 채우면 다음과 같다.

16	6	-4	-14	-24
12	5	-2	-9	-16
8	4	0	-4	-8
4	3	2	1	0
0	2	4	6	8

따라서 $A=16$, $B=-2$, $C=-4$, $D=8$이므로

$A-B+C-D=16-(-2)+(-4)-8=6$

20 $\frac{1}{2}+\frac{1}{6}+\frac{1}{12}+\frac{1}{20}+\frac{1}{30}$

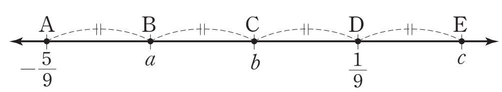
$=\frac{1}{1\times2}+\frac{1}{2\times3}+\frac{1}{3\times4}+\frac{1}{4\times5}+\frac{1}{5\times6}$

$=\left(\frac{1}{1}-\cancel{\frac{1}{2}}\right)+\left(\cancel{\frac{1}{2}}-\cancel{\frac{1}{3}}\right)+\left(\cancel{\frac{1}{3}}-\cancel{\frac{1}{4}}\right)+\left(\cancel{\frac{1}{4}}-\cancel{\frac{1}{5}}\right)$

$+\left(\cancel{\frac{1}{5}}-\frac{1}{6}\right)$

$=1-\frac{1}{6}=\frac{5}{6}$

21 다섯 개의 점 A, B, C, D, E를 수직선 위에 나타내면 다음 그림과 같다.



두 점 A, D 사이의 거리는 $\frac{1}{9}-\left(-\frac{5}{9}\right)=\frac{1}{9}+\frac{5}{9}=\frac{6}{9}=\frac{2}{3}$

이므로 두 점 A, B 사이의 거리는 $\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{2}{9}$이다.

점 A, B, C, D, E 사이의 간격은 모두 같으므로

$a=-\frac{5}{9}+\frac{2}{9}=-\frac{3}{9}=-\frac{1}{3}$

$b=a+\frac{2}{9}=-\frac{1}{3}+\frac{2}{9}=-\frac{3}{9}+\frac{2}{9}=-\frac{1}{9}$

$c=\frac{1}{9}+\frac{2}{9}=\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$

$∴ a-b+c=-\frac{1}{3}-\left(-\frac{1}{9}\right)+\frac{1}{3}=\frac{1}{9}$

22 서로 다른 세 음의 정수를 a, b, c라 하면

$a\times b\times c=-12$

이때 $|a|=2$라 하면 $a=-2$($\because a<0$)이므로

$b\times c=6$

$b\times c=6$을 만족시키는 음의 정수 b, c의 값을 $(b,\ c)$로 나타내면

$(-1,\ -6)$, $(-2,\ -3)$, $(-3,\ -2)$, $(-6,\ -1)$

그런데 세 정수는 서로 다르므로

$b=-1$, $c=-6$ 또는 $b=-6$, $c=-1$

따라서 세 정수의 합은

$(-2)+(-1)+(-6)=-9$

23 a, b가 모두 정수이므로 $|b-a|$도 정수이고 $|b-a|\geq 0$이다. 즉, $a\times|b-a|=-4$를 만족시키는 a는 4의 약수에 음의 부호를 붙인 수이므로

$a=-1$ 또는 $a=-2$ 또는 $a=-4$

(i) $a=-1$일 때, $(-1)\times|b-(-1)|=-4$에서

$|b-(-1)|=4$이므로

$b+1=-4$ 또는 $b+1=4$

$\therefore b=-5$ 또는 $b=3$

(ii) $a=-2$일 때, $(-2)\times|b-(-2)|=-4$에서

$|b-(-2)|=2$이므로

$b+2=-2$ 또는 $b+2=2$

$\therefore b=-4$ 또는 $b=0$

(iii) $a=-4$일 때, $(-4)\times|b-(-4)|=-4$에서

$|b-(-4)|=1$이므로

$b+4=-1$ 또는 $b+4=1$

$\therefore b=-5$ 또는 $b=-3$

따라서 (i)~(iii)에 의해 $a+b$의 값이 가장 큰 경우는

$a=-1$, $b=3$일 때이므로

$M=-1+3=2$

또 $a+b$의 값이 가장 작은 경우는

$a=-4$, $b=-5$일 때이므로

$m=-4+(-5)=-9$

24 m이 홀수이면 $m+1$은 짝수, $2m$은 짝수, $2m+3$은 홀수이므로 $(-1)^{m+1}=1$, $(-1)^{2m}=1$, $(-1)^{2m+3}=-1$

$\therefore (-1)^{m+1}+(-1)^{2m}-(-1)^{2m+3}$

$=1+1-(-1)=3$

25 $\frac{468}{1756\times 234-756\times 234}=\frac{468}{(1756-756)\times 234}$

$=\frac{468}{1000\times 234}=\frac{1}{500}$

26 0.5와 마주 보는 면에 적힌 수는 $0.5=\frac{1}{2}$의 역수인 2이다.

$\frac{2}{9}$와 마주 보는 면에 적힌 수는 $\frac{2}{9}$의 역수인 $\frac{9}{2}$이다.

$-\frac{1}{4}$과 마주 보는 면에 적힌 수는 $-\frac{1}{4}$의 역수인 -4이다.

따라서 이 세 수의 곱은

$2\times\frac{9}{2}\times(-4)=-36$

27 어떤 유리수를 $A(A\neq 0)$라 하면 A의 역수는 $\frac{1}{A}$이므로

$\frac{1}{A}\div\left(-\frac{2}{3}\right)=\frac{9}{4}$

$\frac{1}{A}=\frac{9}{4}\times\left(-\frac{2}{3}\right)=-\frac{3}{2}$ $\quad\therefore A=-\frac{2}{3}$

따라서 어떤 유리수 A와 $\frac{1}{4}$의 곱은

$-\frac{2}{3}\times\frac{1}{4}=-\frac{1}{6}$

28 주어진 네 유리수 중에서 세 수를 뽑아 곱한 값이 가장 크려면 양수 1개, 음수 2개를 곱해야 하고 음수의 절댓값이 클수록 큰 수가 된다.

$\therefore M=\frac{5}{4}\times(-4)\times\left(-\frac{8}{3}\right)=\frac{40}{3}$

세 수를 뽑아 곱한 값이 가장 작으려면 음수 3개를 곱해야 한다.

$\therefore N=(-4)\times\left(-\frac{8}{3}\right)\times\left(-\frac{2}{3}\right)=-\frac{64}{9}$

$\therefore M\div N=\frac{40}{3}\div\left(-\frac{64}{9}\right)$

$=\frac{40}{3}\times\left(-\frac{9}{64}\right)=-\frac{15}{8}$

29 $(-1)\div(+2)\div\left(-\frac{3}{2}\right)\div\left(+\frac{4}{3}\right)\div\cdots\div\left(-\frac{9}{8}\right)\div\left(+\frac{10}{9}\right)$

$=\underbrace{(-1)\times\frac{1}{\cancel{2}}\times\left(-\frac{\cancel{2}}{\cancel{3}}\right)\times\frac{\cancel{3}}{\cancel{4}}\times\cdots\times\left(-\frac{\cancel{8}}{\cancel{9}}\right)\times\frac{\cancel{9}}{10}}_{\text{곱해진 음수의 개수: 5개}}$

$=-\frac{1}{10}$

30 $1-\cfrac{1}{2-\cfrac{1}{2-\cfrac{1}{2-\cfrac{1}{2}}}}=1-\cfrac{1}{2-\cfrac{1}{2-\cfrac{1}{\frac{3}{2}}}}$

$=1-\cfrac{1}{2-\cfrac{1}{2-\frac{2}{3}}}=1-\cfrac{1}{2-\cfrac{1}{\frac{4}{3}}}$

$=1-\cfrac{1}{2-\frac{3}{4}}=1-\cfrac{1}{\frac{5}{4}}$

$=1-\frac{4}{5}=\frac{1}{5}$

참고 $\cfrac{\frac{A}{B}}{\frac{C}{D}}=\frac{A}{B}\div\frac{C}{D}=\frac{A}{B}\times\frac{D}{C}=\frac{A\times D}{B\times C}$

31 $a\times c>0$, $a+c<0$에서 $a<0$, $c<0$

$\frac{c}{b}<0$에서 $c<0$이므로 $b>0$

$\therefore a<0$, $b>0$, $c<0$

① $\frac{b}{a}<0$

③ $c-b<0$

④ $b-c>0$, $a<0$이므로 $\frac{b-c}{a}<0$

⑤ $a\times b\times c>0$

32 ① $a>0$, $b<0$이므로 $a-b>0$

② $a>0$, $b<0$이므로 $\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$

③ $a=\frac{1}{2}$이라 하면 $a^2=\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{4}$이므로

$a^2<a$

④ $b=-\frac{1}{2}$이라 하면

$\frac{1}{b}=1\div\left(-\frac{1}{2}\right)=1\times(-2)=-2 \qquad \therefore b>\frac{1}{b}$

⑤ $a>0$, $b<0$이므로

$\frac{b}{a}<0$, $a-b>0 \qquad \therefore \frac{b}{a}<a-b$

따라서 항상 옳은 것은 ④이다.

33 어떤 정수를 □라 하면

$(\square+3)\times(-2)=4$

$\square+3=-2 \qquad \therefore \square=-5$

따라서 바르게 계산하면

$\{-5+(-2)\}\times3=(-7)\times3=-21$

34 $-\frac{3}{4}\div\frac{1}{A}=\frac{3}{2}$에서 $-\frac{3}{4}\times A=\frac{3}{2}$

$\therefore A=\frac{3}{2}\div\left(-\frac{3}{4}\right)=\frac{3}{2}\times\left(-\frac{4}{3}\right)=-2$

$D+\left(-\frac{5}{3}\right)=-\frac{10}{9}$에서

$D=-\frac{10}{9}-\left(-\frac{5}{3}\right)$

$=-\frac{10}{9}+\frac{15}{9}=\frac{5}{9}$

$C\div\frac{3}{10}=D$에서 $C\times\frac{10}{3}=\frac{5}{9}$

$\therefore C=\frac{5}{9}\div\frac{10}{3}=\frac{5}{9}\times\frac{3}{10}=\frac{1}{6}$

$\frac{3}{2}\times B=C$에서 $\frac{3}{2}\times B=\frac{1}{6}$

$\therefore B=\frac{1}{6}\div\frac{3}{2}=\frac{1}{6}\times\frac{2}{3}=\frac{1}{9}$

$\therefore A+B+C+D=-2+\frac{1}{9}+\frac{1}{6}+\frac{5}{9}$

$=-\frac{36}{18}+\frac{2}{18}+\frac{3}{18}+\frac{10}{18}$

$=-\frac{21}{18}=-\frac{7}{6}$

35 $(-2)^3\div\left(-\frac{2}{3}\right)^2\times\square-\frac{1}{2}\div\left(-\frac{3}{2}\right)\times\frac{21}{4}=1$에서

$(-8)\div\frac{4}{9}\times\square-\frac{1}{2}\div\left(-\frac{3}{2}\right)\times\frac{21}{4}=1$

$(-8)\times\frac{9}{4}\times\square-\frac{1}{2}\times\left(-\frac{2}{3}\right)\times\frac{21}{4}=1$

$(-18)\times\square+\frac{7}{4}=1$

$(-18)\times\square=1-\frac{7}{4}$

$(-18)\times\square=-\frac{3}{4}$

$\therefore \square=-\frac{3}{4}\div(-18)$

$=-\frac{3}{4}\times\left(-\frac{1}{18}\right)=\frac{1}{24}$

36 $A=6\times\frac{9}{25}\times\left(-\frac{5}{9}\right)=-\frac{6}{5}$

$B=\frac{3}{10}\times\left(\frac{1}{2}+\frac{3}{2}+\frac{9}{4}\times\frac{2}{9}\right)$

$=\frac{3}{10}\times\left(\frac{1}{2}+\frac{3}{2}+\frac{1}{2}\right)$

$=\frac{3}{10}\times\frac{5}{2}=\frac{3}{4}$

따라서 $A+B=-\frac{6}{5}+\frac{3}{4}=-\frac{24}{20}+\frac{15}{20}=-\frac{9}{20}$이므로

$<A+B>=\left\langle-\frac{9}{20}\right\rangle=0$

37 민주는 5번 이기고 2번 비기고 3번 졌으므로 민주의 위치는

$5\times(+3)+2\times(-1)+3\times(-2)=15-2-6=7$

재영이는 3번 이기고 2번 비기고 5번 졌으므로 재영이의 위치는

$3\times(+3)+2\times(-1)+5\times(-2)=9-2-10=-3$

따라서 민주는 처음 위치보다 7칸 위에 있고, 재영이는 3칸 아래에 있으므로 민주는 재영이보다 10칸 위에 있다.

38 ㈏에서 $A\times(-2)-4=8$

$A\times(-2)=12 \qquad \therefore A=-6$

㈐에서 $(5+1)\div3=C$

$6\div3=C \qquad \therefore C=2$

㈑에서 $B+1+9-4=-3$

$B+6=-3 \qquad \therefore B=-9$

$\therefore A+B+C=-6+(-9)+2=-13$

39 A: $(-7)\div\frac{2}{3}+\frac{1}{2}=(-7)\times\frac{3}{2}+\frac{1}{2}$

$=-\frac{21}{2}+\frac{1}{2}=-\frac{20}{2}=-10$

B: $\{(-10)-(-5)\}\times\frac{3}{10}=(-5)\times\frac{3}{10}=-\frac{3}{2}$

C: $\left\{\left(-\frac{3}{2}\right)+4\right\}\div\frac{5}{4}=\frac{5}{2}\times\frac{4}{5}=2$

따라서 프로그램에 -7을 입력하여 나온 결과는 2이다.

P. 28~29 내신 1% 뛰어넘기

01 ④ **02** -4 **03** $\frac{9}{5}$ **04** 2 **05** ③

06 $A=1$, $B=-\frac{1}{2}$ **07** 36 **08** $\frac{1}{|b|}$, $\frac{1}{|a|}$, $\frac{1}{|c|}$

01 길잡이 분모가 1에서 6까지의 자연수일 때, 기약분수가 될 수 있는 분자를 직접 찾아본다.

0과 1 사이의 기약분수가 되려면 분모와 분자가 서로소이어야 하고, 분모가 분자보다 커야 한다.

즉, $\frac{b}{a}$가 0과 1 사이의 기약분수인 경우는

(i) $a=1$일 때, b는 없다.

(ii) $a=2$일 때, $b=1$의 1가지

(iii) $a=3$일 때, $b=1$, 2의 2가지

(iv) $a=4$일 때, $b=1$, 3의 2가지

(v) $a=5$일 때, $b=1$, 2, 3, 4의 4가지

(vi) $a=6$일 때, $b=1$, 5의 2가지

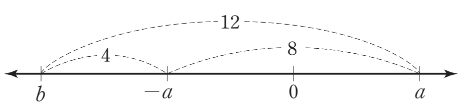
따라서 (i)~(vi)에 의해 $\frac{b}{a}$가 기약분수인 경우는 모두

$0+1+2+2+4+2=11$(가지)

02 길잡이 주어진 조건에 맞는 두 정수 a, b를 수직선 위에 나타내어 본다.

a는 b보다 12만큼 크고, b의 절댓값은 a의 절댓값보다 4만큼 크므로 $a>0$, $b<0$이다.

이를 수직선 위에 나타내면 다음 그림과 같다.



따라서 $a=4$, $b=-8$이므로

$a+b=4+(-8)=-4$

03 길잡이 $\frac{a}{14}$의 값의 범위를 구한 후 $\frac{a}{14}$가 기약분수임을 이용하여 a의 값을 모두 구한다.

$\left[\frac{a}{14}\right]=1$에서 $\frac{a}{14}$는 $1\left(=\frac{14}{14}\right)$보다 크거나 같고 $2\left(=\frac{28}{14}\right)$보다 작으므로 $14\le a<28$이다.

이때 a는 14와 서로소인 수이므로 15, 17, 19, 23, 25, 27이다.

따라서 $M=27$, $m=15$이므로

$\frac{M}{m}=\frac{27}{15}=\frac{9}{5}$

04 길잡이 ❶ 주어진 조건을 이용하여 a, b, c의 부호를 정한다.

❷ $|A|=\begin{cases} A(A\ge0) \\ -A(A<0) \end{cases}$임을 이용하여 주어진 식의 값을 구한다.

(가)에서 $a<0$, $b>0$, $c<0$이고

(다)에서 $|a|<|b|<|c|$이므로

$a+c<0$, $a+b>0$, $b-c>0$

$\therefore |a|-|b|+|c|-|a+c|-|a+b|+|b-c|$

$=-a-b-c+(a+c)-(a+b)+(b-c)$

$=-a-b-c+a+c-a-b+b-c$

$=-a-b-c=-(a+b+c)$

$=-(-2)$ ($\because$ (나))

$=2$

05 길잡이 홀수 번째에 오는 수와 짝수 번째에 오는 수를 구분하여 규칙을 찾아본다.

홀수 번째에 오는 수는 -7, -3, 1, 5, $\cdots$이므로

-7부터 4씩 커지도록 나열한 것이고

짝수 번째에 오는 수는 -4, -2, 0, 2, $\cdots$이므로

-4부터 2씩 커지도록 나열한 것이다.

23번째에 오는 수는 -7, -3, 1, 5, $\cdots$에서 12번째 수이므로

$-7+4\times11=37$ $\therefore a=37$

50번째에 오는 수는 -4, -2, 0, 2, $\cdots$에서 25번째 수이므로

$-4+2\times24=44$ $\therefore b=44$

$\therefore a+b=37+44=81$

06 길잡이 가로, 세로, 대각선에 있는 세 수의 합은 주어진 표에 들어가는 9개의 수의 합의 $\frac{1}{3}$이다.

주어진 표에 들어가는 9개의 수의 합은

$\left(-\frac{3}{4}\right)+\frac{1}{4}+(-1)+\left(-\frac{1}{2}\right)+\left(-\frac{1}{4}\right)+0+\frac{1}{2}+\frac{3}{4}+1$

$=0$

즉, 가로, 세로, 대각선에 있는 세 수의 합은 각각 $0\times\frac{1}{3}=0$으로 모두 같다.

따라서 가로, 세로, 대각선에 있는 세 수의 합이 각각 0이 되도록 빈칸에 알맞은 수를 쓰면 오른쪽 표와 같다.

$-\frac{3}{4}$	1	$-\frac{1}{4}$
$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$
$\frac{1}{4}$	-1	$\frac{3}{4}$

$\therefore A=1$, $B=-\frac{1}{2}$

07 길잡이 a, b, c, d가 서로 다른 네 정수이면 $9-a$, $9-b$, $9-c$, $9-d$도 서로 다른 네 정수이다.

a, b, c, d가 서로 다른 네 정수이므로 $9-a$, $9-b$, $9-c$, $9-d$도 서로 다른 네 정수이다.

$(9-a)\times(9-b)\times(9-c)\times(9-d)=4$가 성립하려면

$9-a$, $9-b$, $9-c$, $9-d$의 값은 순서에 상관없이 -2, -1, 1, 2 중에 하나이므로

$(9-a)+(9-b)+(9-c)+(9-d)=-2+(-1)+1+2$

$36-(a+b+c+d)=0$

$\therefore a+b+c+d=36$

08 길잡이 주어진 조건을 이용하여 a, b, c의 부호를 정한 후 $|a|$, $|b|$, $|c|$의 대소를 비교한다.

$\frac{a}{b}<0$에서 a와 b는 부호가 반대이고 $a>b>c$이므로

$a>0$, $b<0$, $c<0$

이때 $a+b>0$이므로 $|a|>|b|$
$a+c<0$이므로 $|c|>|a|$
따라서 $|b|<|a|<|c|$이므로
$\frac{1}{|c|}<\frac{1}{|a|}<\frac{1}{|b|}$

P. 30~31 **1~2 서술형 완성하기**

[과정은 풀이 참조]

1 72000원 **2** 48 **3** (1) $a=-10$, $b=10$ (2) -20
4 $-\frac{1}{2}$ **5** $a<0$, $b>0$, $c<0$
6 (1) $\left[\left\{\frac{1}{6}-2-\left(-\frac{3}{2}\right)\right\}\div\left(-\frac{2}{3}\right)^2+3\right]\times\left(-\frac{1}{12}\right)$
(2) $-\frac{3}{16}$
7 231 **8** 8

1 가능한 한 큰 정육면체 모양으로 남는 부분이 없이 같은 크기로 잘라야 하므로 정육면체 모양의 빵의 한 모서리의 길이는 72, 48, 36의 최대공약수인

$$\begin{array}{r|rrr} 2 & 72 & 48 & 36 \\ \hline 2 & 36 & 24 & 18 \\ \hline 3 & 18 & 12 & 9 \\ \hline & 6 & 4 & 3 \end{array}$$

$2^2\times3=12$(cm)이다. ··· (i)
즉, 가로, 세로, 높이에 놓이는 정육면체 모양의 빵의 개수는
가로: $72\div12=6$(개)
세로: $48\div12=4$(개)
높이: $36\div12=3$(개) ··· (ii)
따라서 정육면체 모양의 빵의 총 개수는
$6\times4\times3=72$(개)
이므로 총 판매 금액은
$72\times1000=72000$(원) ··· (iii)

채점 기준	비율
(i) 정육면체 모양의 빵의 한 모서리의 길이 구하기	40 %
(ii) 가로, 세로, 높이에 놓이는 정육면체 모양의 빵의 개수 구하기	30 %
(iii) 총 판매 금액 구하기	30 %

2 두 자연수 A, B의 최대공약수가 24이므로 두 수를 각각 $A=24\times a$, $B=24\times b$(a, b는 서로소, $a<b$)라 하면
두 자연수 A, B의 최소공배수가 840이므로
$24\times a\times b=840$
$\therefore a\times b=35$ ··· (i)
이때 a, b는 서로소이고 $a<b$이므로
$a=1$, $b=35$ 또는 $a=5$, $b=7$
그런데 A, B는 세 자리의 자연수이므로
$a=5$, $b=7$ ··· (ii)
따라서 자연수 A, B는
$A=24\times5=120$, $B=24\times7=168$ ··· (iii)
$\therefore B-A=168-120=48$ ··· (iv)

채점 기준	비율
(i) $a\times b=35$임을 알기	30 %
(ii) a, b의 값 구하기	30 %
(iii) A, B의 값 구하기	30 %
(iv) $B-A$의 값 구하기	10 %

3 (1) (가)에서 두 수 a, b의 절댓값이 같고 (나)에서 a는 b보다 작으므로
$a<0$, $b>0$ ··· (i)
따라서 a, b는 원점으로부터 거리가 각각 $20\times\frac{1}{2}=10$만큼 떨어진 점에 대응하는 수이므로
$a=-10$, $b=10$ ··· (ii)
(2) $a=-10$, $b=10$이므로
$3\times a+b=3\times(-10)+10=-20$ ··· (iii)

채점 기준	비율
(i) a, b의 부호 결정하기	40 %
(ii) a, b의 값 구하기	40 %
(iii) $3\times a+b$의 값 구하기	20 %

4 두 점 A, D 사이의 거리는
$\frac{7}{4}-\left(-\frac{9}{4}\right)=\frac{16}{4}=4$ ··· (i)
두 점 A, B 사이의 거리는 두 점 A, D 사이의 거리의 $\frac{1}{3}$이므로
$4\times\frac{1}{3}=\frac{4}{3}$ ··· (ii)
따라서 점 B는 점 A에서 $\frac{4}{3}$만큼 오른쪽에 있으므로
$p=-\frac{9}{4}+\frac{4}{3}$
$=-\frac{27}{12}+\frac{16}{12}=-\frac{11}{12}$ ··· (iii)
점 C는 점 D에서 $\frac{4}{3}$만큼 왼쪽에 있으므로
$q=\frac{7}{4}-\frac{4}{3}=\frac{21}{12}-\frac{16}{12}=\frac{5}{12}$ ··· (iv)
$\therefore p+q=-\frac{11}{12}+\frac{5}{12}$
$=-\frac{6}{12}=-\frac{1}{2}$ ··· (v)

채점 기준	비율
(i) 두 점 A, D 사이의 거리 구하기	20 %
(ii) 두 점 A, B 사이의 거리 구하기	20 %
(iii) p의 값 구하기	20 %
(iv) q의 값 구하기	20 %
(v) $p+q$의 값 구하기	20 %

5 $a\times b<0$, $a\times b\times c>0$이므로

$c<0$ $\cdots$ (i)

이때 $a<c$이므로

$a<0$ $\cdots$ (ii)

$a\times b<0$이므로

$b>0$ $\cdots$ (iii)

$\therefore a<0,\ b>0,\ c<0$

채점 기준	비율
(i) c의 부호 결정하기	40 %
(ii) a의 부호 결정하기	30 %
(iii) b의 부호 결정하기	30 %

6 (1) $\left[\left\{\frac{1}{6}-2-\left(-\frac{3}{2}\right)\right\}\div\left(-\frac{2}{3}\right)^2+3\right]\times\left(-\frac{1}{12}\right)$ $\cdots$ (i)

(2) $\left[\left\{\frac{1}{6}-2-\left(-\frac{3}{2}\right)\right\}\div\left(-\frac{2}{3}\right)^2+3\right]\times\left(-\frac{1}{12}\right)$

$=\left\{\left(-\frac{1}{3}\right)\div\frac{4}{9}+3\right\}\times\left(-\frac{1}{12}\right)$

$=\left\{\left(-\frac{1}{3}\right)\times\frac{9}{4}+3\right\}\times\left(-\frac{1}{12}\right)$

$=\left(-\frac{3}{4}+3\right)\times\left(-\frac{1}{12}\right)$

$=\frac{9}{4}\times\left(-\frac{1}{12}\right)$

$=-\frac{3}{16}$ $\cdots$ (ii)

채점 기준	비율
(i) 식 세우기	40 %
(ii) 답 구하기	60 %

7 $54\times a=84\times b=c^2$에서

$54=2\times3^3$, $84=2^2\times3\times7$이므로

$2\times3^3\times a=2^2\times3\times7\times b=c^2$ $\cdots$ (i)

어떤 자연수의 제곱이 되려면 소인수의 지수가 모두 짝수가 되어야 하므로 가장 작은 두 자연수 a, b는

$a=2\times3\times7^2=294$, $b=3^3\times7=189$ $\cdots$ (ii)

즉, $2\times3^3\times(2\times3\times7^2)=2^2\times3\times7\times(3^3\times7)=c^2$이므로

$c^2=(2\times3^2\times7)^2$

$\therefore c=2\times3^2\times7=126$ $\cdots$ (iii)

$\therefore a-b+c=294-189+126$

$=231$ $\cdots$ (iv)

채점 기준	비율
(i) 54와 84를 소인수분해하여 주어진 식을 나타내기	20 %
(ii) a, b의 값 구하기	40 %
(iii) c의 값 구하기	20 %
(iv) $a-b+c$의 값 구하기	20 %

8 $1\le|y|\le3$이고 y는 정수이므로

$|y|=1$ 또는 $|y|=2$ 또는 $|y|=3$

이때 $|x|-|y|=1$을 만족시키는 $|x|$, $|y|$의 값을 $(|x|, |y|)$로 나타내면

$(2, 1)$, $(3, 2)$, $(4, 3)$ $\cdots$ (i)

주어진 조건을 만족시키는 x, y의 값을 (x, y)로 나타내면

$(2, 1)$, $(2, -1)$, $(-2, 1)$, $(-2, -1)$,

$(3, 2)$, $(3, -2)$, $(-3, 2)$, $(-3, -2)$,

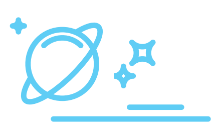
$(4, 3)$, $(4, -3)$, $(-4, 3)$, $(-4, -3)$ $\cdots$ (ii)

따라서 $|x+y|$의 값 중 가장 큰 수는 7이고 가장 작은 수는 1이므로

$M=7$, $m=1$ $\cdots$ (iii)

$\therefore M+m=7+1=8$ $\cdots$ (iv)

채점 기준	비율
(i) $\lvert x\rvert$, $\lvert y\rvert$의 값 모두 구하기	30 %
(ii) x, y의 값 모두 구하기	30 %
(iii) M, m의 값 구하기	30 %
(iv) $M+m$의 값 구하기	10 %



3. 문자의 사용과 식의 계산

P. 34~36 개념+대표 문제 확인하기

1 ②, ⑤ **2** ④ **3** ④ **4** -13

5 (1) $2(4a+4b+ab)$ (2) 148 **6** ㄱ, ㄴ, ㅁ **7** $\frac{14}{5}$

8 ⑤ **9** ⑤ **10** ① **11** ④

12 ② **13** ② **14** $-4x+14y$

15 $-24x+15$ **16** $5x-\frac{13}{2}$

1 ① $0.1\times y\times y=0.1y^2$

③ $(-1)\div(b\div c)=(-1)\div\left(b\times\frac{1}{c}\right)$

$=(-1)\div\frac{b}{c}$

$=(-1)\times\frac{c}{b}=-\frac{c}{b}$

④ $x+(-5)\div y=x+(-5)\times\frac{1}{y}$

$=x-\frac{5}{y}$

2 ② (거리)=(시간)×(속력)$=a\times300=300a$(m)

③ (할인된 공책 한 권의 가격)$=x-0.3x=0.7x$(원)

∴ (거스름돈)

=(지불한 금액)−(할인된 공책 y권의 가격)

$=8000-0.7xy$(원)

④ (남학생 수)$=30\times\frac{x}{100}=\frac{3}{10}x$(명)

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

3 ① $\frac{1}{x}=-\frac{1}{2}$

② $-\frac{1}{x^2}=-\frac{1}{(-2)^2}=-\frac{1}{4}$

③ $x^2=(-2)^2=4$

④ $x^3=(-2)^3=-8$

⑤ $-\frac{1}{x^3}=-\frac{1}{(-2)^3}=\frac{1}{8}$

따라서 식의 값이 가장 작은 것은 ④이다.

4 $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}-\frac{2}{c}=1\div a+1\div b-2\div c$

$=1\div\frac{1}{3}+1\div\left(-\frac{1}{4}\right)-2\div\frac{1}{6}$

$=1\times3+1\times(-4)-2\times6$

$=3-4-12$

$=-13$

다른 풀이 $\frac{1}{a}=3$, $\frac{1}{b}=-4$, $\frac{1}{c}=6$이므로

$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}-\frac{2}{c}=3+(-4)-2\times6=-13$

5 (1) (겉넓이)$=2\times(a\times4+4\times b+a\times b)$

$=2(4a+4b+ab)$ … ㉠

(2) ㉠에 $a=6$, $b=5$를 대입하면

(겉넓이)$=2\times(4\times6+4\times5+6\times5)=2\times74=148$

6 ㄱ. 항은 $-3x^2$, $4x$, -1의 3개이다.

ㄴ. 차수가 가장 큰 항은 $-3x^2$이므로 다항식의 차수는 2이다.

ㄷ. 상수항은 -1이다.

ㄹ. x^2의 계수는 -3이다.

ㅁ. x의 계수는 4이고 상수항은 -1이므로 그 곱은 -4이다.

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㅁ이다.

7 $a=-\frac{1}{5}$, $b=6$, $c=-3$

$\therefore a+b+c=-\frac{1}{5}+6+(-3)=\frac{14}{5}$

8 ① 상수항은 차수가 1이 아니므로 일차식이 아니다.

② 분모에 문자가 있는 식은 다항식이 아니므로 일차식이 아니다.

③ $0\times y+2=2$이므로 일차식이 아니다.

④ 차수가 2이므로 일차식이 아니다.

9 ① $\frac{1}{4}(4x-12)=\frac{1}{4}\times4x-\frac{1}{4}\times12=x-3$

② $-5(2x+7)=(-5)\times2x+(-5)\times7=-10x-35$

③ $(14x+35)\div(-7)=(14x+35)\times\left(-\frac{1}{7}\right)$

$=14x\times\left(-\frac{1}{7}\right)+35\times\left(-\frac{1}{7}\right)$

$=-2x-5$

④ $\left(x-\frac{4}{3}y\right)\div\left(-\frac{1}{6}\right)=\left(x-\frac{4}{3}y\right)\times(-6)$

$=x\times(-6)-\frac{4}{3}y\times(-6)$

$=-6x+8y$

⑤ $\left(-8x+4y-\frac{8}{9}\right)\times\frac{3}{4}=-8x\times\frac{3}{4}+4y\times\frac{3}{4}-\frac{8}{9}\times\frac{3}{4}$

$=-6x+3y-\frac{2}{3}$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

10 $\frac{3}{4}(8x-16)-\left(4-\frac{2}{3}y\right)\div\left(-\frac{2}{9}\right)$

$=\frac{3}{4}(8x-16)-\left(4-\frac{2}{3}y\right)\times\left(-\frac{9}{2}\right)$

$=\frac{3}{4}\times8x-\frac{3}{4}\times16-\left\{4\times\left(-\frac{9}{2}\right)-\frac{2}{3}y\times\left(-\frac{9}{2}\right)\right\}$

$=6x-12-(-18+3y)$

$=6x-12+18-3y$

$=6x-3y+6$

따라서 $a=6$, $b=-3$, $c=6$이므로

$-a+b+c=-6+(-3)+6=-3$

11 ①, ② 문자는 같지만 차수가 다르므로 동류항이 아니다.
③ $\frac{5}{x}$는 분모에 문자가 있으므로 다항식이 아니다.
④ 문자가 같고, 차수도 같으므로 동류항이다.
⑤ 문자가 다르므로 동류항이 아니다.
따라서 동류항끼리 짝 지어진 것은 ④이다.

12 $a(3x-1)-(ax-5)=3ax-a-ax+5$
$=2ax-a+5$
따라서 $2a=-1$이므로 $a=-\frac{1}{2}$이고
$-a+5=b$이므로 $b=-\left(-\frac{1}{2}\right)+5=\frac{11}{2}$
$\therefore a-b=-\frac{1}{2}-\frac{11}{2}=-\frac{12}{2}=-6$

13 $\frac{5x-2}{6}-\frac{2x-1}{3}+\frac{7-3x}{4}$
$=\frac{2(5x-2)}{12}-\frac{4(2x-1)}{12}+\frac{3(7-3x)}{12}$
$=\frac{10x-4-8x+4+21-9x}{12}$
$=\frac{-7x+21}{12}$
$=-\frac{7}{12}x+\frac{7}{4}$

14 $-6x-2[x-4y-\{5x+2y-(3x-y)\}]$
$=-6x-2\{x-4y-(5x+2y-3x+y)\}$
$=-6x-2\{x-4y-(2x+3y)\}$
$=-6x-2(x-4y-2x-3y)$
$=-6x-2(-x-7y)$
$=-6x+2x+14y$
$=-4x+14y$

15 $-3(A-2B)=-3A+6B$
$=-3(4x-3)+6(-2x+1)$
$=-12x+9-12x+6$
$=-24x+15$

16 어떤 다항식을 $\square$라 하면
$\square+(-3x+4)=2x-\frac{5}{2}$
$\therefore \square=2x-\frac{5}{2}-(-3x+4)$
$=2x-\frac{5}{2}+3x-4$
$=5x-\frac{13}{2}$
따라서 구하는 어떤 다항식은 $5x-\frac{13}{2}$이다.

P. 37~39 내신 5% 따라잡기

1 ㄴ, ㄹ, ㅁ **2** ③ **3** ④ **4** 8
5 ⑤ **6** 1372 m **7** -16 **8** $(2x+2y-12)$ m
9 ④ **10** ③ **11** 10 **12** ②
13 $-3x-4y$ **14** ④ **15** $7x+30$
16 63 **17** ④ **18** ① **19** $\frac{7}{12}$ **20** $-\frac{5}{2}$
21 $17x-24$ **22** $-6x+10$ **23** $x+2$
24 33

1 ㄱ. $a\times2\div b-c=a\times2\times\frac{1}{b}-c$
$=\frac{2a}{b}-c$
ㄴ. $(a+b)\div c\times\left(-\frac{1}{3}\right)=(a+b)\times\frac{1}{c}\times\left(-\frac{1}{3}\right)$
$=-\frac{a+b}{3c}$
ㄷ. $(-0.1)\times c+a\times\frac{1}{b}=-0.1c+\frac{a}{b}$
ㄹ. $(-1)\times x\div(y\div3)=(-1)\times x\div\left(y\times\frac{1}{3}\right)$
$=(-1)\times x\div\frac{y}{3}$
$=(-1)\times x\times\frac{3}{y}$
$=-\frac{3x}{y}$
ㅁ. $(x-1)\div y+(z+2)\times(-2)$
$=(x-1)\times\frac{1}{y}+(z+2)\times(-2)$
$=\frac{x-1}{y}-2(z+2)$
따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄹ, ㅁ이다.

2 $a\div b\div c=a\times\frac{1}{b}\times\frac{1}{c}=\frac{a}{bc}$
① $a\times(b\div c)=a\times\frac{b}{c}=\frac{ab}{c}$
② $a\div(b\div c)=a\div\frac{b}{c}=a\times\frac{c}{b}=\frac{ac}{b}$
③ $a\div(b\times c)=a\div bc=a\times\frac{1}{bc}=\frac{a}{bc}$
④ $a\div b\times c=a\times\frac{1}{b}\times c=\frac{ac}{b}$
⑤ $(a\div b)\times c=\frac{a}{b}\times c=\frac{ac}{b}$
따라서 $a\div b\div c$와 계산 결과가 같은 식은 ③이다.

3 정가가 15000원인 CD를 a % 할인한 가격은
$15000-\frac{a}{100}\times15000=15000-150a$(원)
따라서 지불한 금액은 $(15000-150a)x$원이다.

4 $a=-\frac{2}{3}$, $b^2=4$, $c^3=\left(-\frac{1}{2}\right)^3=-\frac{1}{8}$

$\therefore \frac{8}{a}+b^2-\frac{2}{c^3}=8\div a+b^2-2\div c^3$

$=8\div\left(-\frac{2}{3}\right)+4-2\div\left(-\frac{1}{8}\right)$

$=8\times\left(-\frac{3}{2}\right)+4-2\times(-8)$

$=-12+4+16=8$

5 $2a=-1$이므로

$-4a^2+2a+5=-(2a)^2+2a+5$

$=-(-1)^2+(-1)+5$

$=-1-1+5=3$

다른 풀이 $2a=-1$이므로 $a=-\frac{1}{2}$

$\therefore\ -4a^2+2a+5=-4\times\left(-\frac{1}{2}\right)^2+2\times\left(-\frac{1}{2}\right)+5$

$=-4\times\frac{1}{4}-1+5=3$

6 기온이 20°C일 때, 소리의 속력은

초속 $331+0.6\times20=331+12=343(\text{m})$

따라서 번개가 친 곳까지의 거리는

$343\times4=1372(\text{m})$

7 x의 계수가 -2인 x에 대한 일차식을 $-2x+k$(k는 상수)라 하면

$x=3$일 때, $-2x+k=-2\times3+k=-6+k$

$\therefore a=-6+k$

$x=-5$일 때, $-2x+k=-2\times(-5)+k=10+k$

$\therefore b=10+k$

$\therefore a-b=(-6+k)-(10+k)$

$=-6+k-10-k=-16$

8 화단의 가로의 길이는 $(x-4)$ m, 세로의 길이는 $(y-2)$ m이므로 화단의 둘레의 길이는

$2(x-4)+2(y-2)=2x-8+2y-4$

$=2x+2y-12(\text{m})$

9 (주어진 식)$=(4+a)x^2+(2+a+b)x-6$

이 식이 x에 대한 일차식이 되려면

$4+a=0$, $2+a+b\neq0$

$4+a=0$에서 $a=-4$

$2+a+b\neq0$에서 $-2+b\neq0$ $\quad\therefore b\neq2$

따라서 상수 a, b의 조건으로 알맞은 것은 ④이다.

10 $\frac{ax+b}{3}-\frac{ax-b}{2}=\frac{2(ax+b)}{6}-\frac{3(ax-b)}{6}$

$=\frac{2ax+2b-3ax+3b}{6}$

$=\frac{-ax+5b}{6}=-\frac{a}{6}x+\frac{5b}{6}$

따라서 $-\frac{a}{6}=-2$, $\frac{5b}{6}=10$이므로 $a=12$, $b=12$

$\therefore b-a=12-12=0$

11 $2x-\left[4x-2\{5-(3x-y)\}-\frac{3}{2}\left(-4y+\frac{8}{3}x\right)\right]$

$=2x-\{4x-2(5-3x+y)+6y-4x\}$

$=2x-(4x-10+6x-2y+6y-4x)$

$=2x-(6x+4y-10)$

$=2x-6x-4y+10$

$=-4x-4y+10$

따라서 $a=-4$, $b=-4$, $c=10$이므로

$a-b+c=-4-(-4)+10=10$

12 n이 짝수이면 $n+2$는 짝수, $n+1$은 홀수이므로

$(-1)^{n+2}=1$, $(-1)^{n+1}=-1$

$\therefore (-1)^{n+2}(3a-2b)-(-1)^{n+1}(-a+5b)$

$=1\times(3a-2b)-(-1)\times(-a+5b)$

$=3a-2b-a+5b$

$=2a+3b$

13 $2x*(6x\diamond y)=2x*\left(\frac{1}{2}\times6x-4\times y\right)$

$=2x*(3x-4y)$

$=-3\times2x+3x-4y$

$=-6x+3x-4y$

$=-3x-4y$

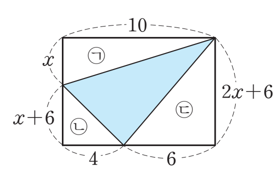
14 10점인 학생 a명의 총점은 $10a$점, 9점인 학생 b명의 총점은 $9b$점, 8점인 나머지 학생 $(20-a-b)$명의 총점은 $8(20-a-b)$점이므로

(평균)$=\frac{10a+9b+8(20-a-b)}{20}$

$=\frac{10a+9b+160-8a-8b}{20}$

$=\frac{2a+b+160}{20}$(점)

15 직사각형의 가로의 길이는 10, 세로의 길이는 $x+(x+6)=2x+6$이므로 오른쪽 그림에서



(색칠한 부분의 넓이)

$=10\times(2x+6)-\underbrace{\frac{1}{2}\times10\times x}_{㉠}-\underbrace{\frac{1}{2}\times4\times(x+6)}_{㉡}$

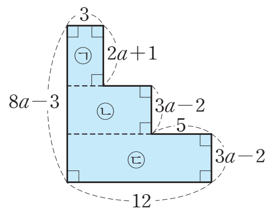
$-\underbrace{\frac{1}{2}\times6\times(2x+6)}_{㉢}$

$=20x+60-5x-2(x+6)-3(2x+6)$

$=20x+60-5x-2x-12-6x-18$

$=7x+30$

16 오른쪽 그림과 같이 도형을 ㉠, ㉡, ㉢으로 나누면 ㉡의 가로의 길이는



$12-5=7$

㉡의 세로의 길이는

$(8a-3)-(2a+1)-(3a-2)$

$=8a-3-2a-1-3a+2$

$=3a-2$

도형의 넓이는

$\underbrace{3\times(2a+1)}_{㉠}+\underbrace{7\times(3a-2)}_{㉡}+\underbrace{12\times(3a-2)}_{㉢}$

$=6a+3+21a-14+36a-24$

$=63a-35$

따라서 a의 계수는 63이다.

17 $\dfrac{3A-B}{2}-\dfrac{6A-4B}{3}=\dfrac{3(3A-B)}{6}-\dfrac{2(6A-4B)}{6}$

$=\dfrac{9A-3B-12A+8B}{6}$

$=\dfrac{-3A+5B}{6}=-\dfrac{1}{2}A+\dfrac{5}{6}B$

$=-\dfrac{1}{2}\left(2x-\dfrac{1}{3}\right)+\dfrac{5}{6}(5x+2)$

$=-x+\dfrac{1}{6}+\dfrac{25}{6}x+\dfrac{5}{3}$

$=\dfrac{19}{6}x+\dfrac{11}{6}$

18 $A+B-C=(a-b)+(-b-c)-(c-a)$

$=a-b-b-c-c+a$

$=2a-2b-2c$

$=2(a-b-c)$

이때 $a-b-c=-5$이므로

$A+B-C=2(a-b-c)=2\times(-5)=-10$

19 $x:y=5:1$에서 $x=5y$

$\therefore \dfrac{x}{x+y}-\dfrac{y}{x-y}=\dfrac{5y}{5y+y}-\dfrac{y}{5y-y}$

$=\dfrac{5y}{6y}-\dfrac{y}{4y}$

$=\dfrac{5}{6}-\dfrac{1}{4}=\dfrac{7}{12}$

20 $\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}=4$에서 $\dfrac{a+b}{ab}=4$이므로 $a+b=4ab$

$\therefore \dfrac{2a-3ab+2b}{-2ab}=\dfrac{2(a+b)-3ab}{-2ab}$

$=\dfrac{2\times 4ab-3ab}{-2ab}$

$=\dfrac{8ab-3ab}{-2ab}$

$=\dfrac{5ab}{-2ab}=-\dfrac{5}{2}$

21 $(4x-1)-A=-x+5$

$\therefore A=4x-1-(-x+5)=4x-1+x-5=5x-6$

$B+(-5x+3)=4x-9$

$\therefore B=4x-9-(-5x+3)=4x-9+5x-3=9x-12$

$\therefore -2A+3B=-2(5x-6)+3(9x-12)$

$=-10x+12+27x-36$

$=17x-24$

22 첫 번째 세로줄에 놓인 세 일차식의 합은

$(2x-2)+(-7x+2)+(2x+6)=-3x+6$

가운데 가로줄에 놓인 세 일차식의 합도 $-3x+6$이므로

$(-7x+2)+A+(5x+2)=-3x+6$에서

$A+(-2x+4)=-3x+6$

$\therefore A=(-3x+6)-(-2x+4)=-x+2$

왼쪽 위에서 오른쪽 아래로 향하는 대각선에 놓인 세 일차식의 합도 $-3x+6$이므로

$(2x-2)+A+B=-3x+6$에서

$(2x-2)+(-x+2)+B=-3x+6$, $x+B=-3x+6$

$\therefore B=(-3x+6)-x=-4x+6$

$\therefore 2A+B=2(-x+2)+(-4x+6)$

$=-2x+4-4x+6=-6x+10$

23 ㈎, ㈏에서 $A=-3x+a$, $B=bx-\dfrac{3}{2}$(a, b는 상수, $b\neq 0$)

이라 하면 ㈐에서 $A-B=-5x+\dfrac{13}{2}$이므로

$A-B=-3x+a-\left(bx-\dfrac{3}{2}\right)$

$=-3x+a-bx+\dfrac{3}{2}$

$=(-3-b)x+a+\dfrac{3}{2}$

즉, $(-3-b)x+a+\dfrac{3}{2}=-5x+\dfrac{13}{2}$이므로

$-3-b=-5$, $a+\dfrac{3}{2}=\dfrac{13}{2}$ $\quad\therefore a=5$, $b=2$

따라서 $A=-3x+5$, $B=2x-\dfrac{3}{2}$이므로

$A+2B=(-3x+5)+2\left(2x-\dfrac{3}{2}\right)$

$=-3x+5+4x-3=x+2$

24 어떤 다항식을 $\boxed{}$라 하면

$\boxed{}+(-5x+3y-2)=2x-7y+4$

$\therefore \boxed{}=2x-7y+4-(-5x+3y-2)$

$=2x-7y+4+5x-3y+2$

$=7x-10y+6$

따라서 바르게 계산한 식은

$7x-10y+6-(-5x+3y-2)=7x-10y+6+5x-3y+2$

$=12x-13y+8$

$\therefore a=12$, $b=-13$, $c=8$

$\therefore a-b+c=12-(-13)+8=33$

P. 40~41 내신 1% 뛰어넘기

01 -1 **02** -6 **03** $\frac{11}{6}a+\frac{31}{12}b$ **04** $(3n+1)$개

05 $\frac{13}{24}n$장 **06** ①

07 A그릇: $\frac{5}{7}x\,\%$, B그릇: $\left(\frac{1}{5}x+\frac{4}{5}y\right)\%$

08 $15:7$

01 길잡이 y와 z를 모두 x를 사용한 식으로 변형하여 식의 값을 구한다.

$\frac{1}{x}+y=1$에서 $y=1-\frac{1}{x}$ $\quad\therefore y=\frac{x-1}{x}$

$x+\frac{1}{z}=1$에서 $\frac{1}{z}=1-x$ $\quad\therefore z=\frac{1}{1-x}$

$$\begin{aligned}\therefore xyz&=x\times\frac{x-1}{x}\times\frac{1}{1-x}\\&=x\times\frac{x-1}{x}\times\frac{1}{-(x-1)}\\&=-1\end{aligned}$$

02 길잡이 주어진 식을 정리한 후 문자가 약분되도록 $a+b+c=0$을 변형하여 식에 대입한다.

$$\begin{aligned}&a\left(\frac{2}{b}+\frac{2}{c}\right)+b\left(\frac{2}{c}+\frac{2}{a}\right)+c\left(\frac{2}{a}+\frac{2}{b}\right)\\&=\frac{2a}{b}+\frac{2a}{c}+\frac{2b}{c}+\frac{2b}{a}+\frac{2c}{a}+\frac{2c}{b}\\&=\frac{2b+2c}{a}+\frac{2a+2c}{b}+\frac{2a+2b}{c}\\&=\frac{2(b+c)}{a}+\frac{2(a+c)}{b}+\frac{2(a+b)}{c}\end{aligned}$$

이때 $a+b+c=0$에서

$b+c=-a$, $a+c=-b$, $a+b=-c$이므로

$$\begin{aligned}(\text{주어진 식})&=\frac{-2a}{a}+\frac{-2b}{b}+\frac{-2c}{c}\\&=-2+(-2)+(-2)\\&=-6\end{aligned}$$

03 길잡이 먼저 $a\blacktriangle b$, $a\blacktriangledown b$를 간단히 한 후 $(a\blacktriangle 2b)$, $(8a\blacktriangledown 3b)$에 정해진 규칙을 적용한다.

$$\begin{aligned}a\blacktriangle b&=\frac{3a-b}{2}-\frac{a-2b}{3}\\&=\frac{3(3a-b)}{6}-\frac{2(a-2b)}{6}\\&=\frac{9a-3b-2a+4b}{6}\\&=\frac{7a+b}{6}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}a\blacktriangledown b&=\frac{-2a+3b}{6}+\frac{a-5b}{4}\\&=\frac{2(-2a+3b)}{12}+\frac{3(a-5b)}{12}\\&=\frac{-4a+6b+3a-15b}{12}\\&=\frac{-a-9b}{12}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore (a\blacktriangle 2b)-(8a\blacktriangledown 3b)&=\frac{7a+2b}{6}-\frac{-8a-27b}{12}\\&=\frac{2(7a+2b)-(-8a-27b)}{12}\\&=\frac{14a+4b+8a+27b}{12}\\&=\frac{22a+31b}{12}\\&=\frac{11}{6}a+\frac{31}{12}b\end{aligned}$$

04 길잡이 나열된 검은색 바둑돌의 규칙을 찾은 후 구하는 바둑돌의 개수를 식으로 세운다.

각 단계마다 첫 번째와 세 번째 줄에 나열되는 바둑돌의 개수는 각각

1개, 2개, 3개, 4개, ⋯

각 단계마다 두 번째 줄에 나열되는 바둑돌의 개수는 각각

2개, 3개, 4개, 5개, ⋯

따라서 [n단계]에 나열되는 바둑돌의 개수는 첫 번째 줄에 n개, 두 번째 줄에 $(n+1)$개, 세 번째 줄에 n개이므로

$n+(n+1)+n=3n+1$(개)

05 길잡이 빨간색 봉투와 파란색 봉투에 넣은 카드의 수를 각각 n을 사용한 식으로 나타낸다.

빨간색 봉투에 넣은 카드의 수는

$4+\frac{3}{4}(n-4)=4+\frac{3}{4}n-3=\frac{3}{4}n+1$(장)

파란색 봉투에 넣은 카드의 수는

$$\begin{aligned}11+\frac{5}{6}\left\{n-\left(\frac{3}{4}n+1\right)-11\right\}&=11+\frac{5}{6}\left(\frac{1}{4}n-12\right)\\&=\frac{5}{24}n+1(\text{장})\end{aligned}$$

따라서 빨간색 봉투에 넣은 카드의 수와 파란색 봉투에 넣은 카드의 수의 차는

$\left(\frac{3}{4}n+1\right)-\left(\frac{5}{24}n+1\right)=\frac{13}{24}n$(장)

06 길잡이 처음 사다리꼴의 윗변, 아랫변의 길이와 높이를 각각 문자로 놓고, 처음 사다리꼴의 넓이와 변형된 사다리꼴의 넓이를 각각 구한다.

처음 사다리꼴의 윗변의 길이를 a, 아랫변의 길이를 b, 높이를 c라 하면

윗변의 길이는 $10\,\%$가 늘어났으므로 변형된 사다리꼴의 윗변의 길이는

$a+0.1a=1.1a$

아랫변의 길이도 $10\,\%$가 늘어났으므로 변형된 사다리꼴의 아랫변의 길이는

$b+0.1b=1.1b$

높이는 $20\,\%$ 줄어들었으므로 변형된 사다리꼴의 높이는

$c-0.2c=0.8c$

(처음 사다리꼴의 넓이)$=\frac{1}{2}(a+b)c$,

(변형된 사다리꼴의 넓이)

$=\frac{1}{2}(1.1a+1.1b)\times0.8c=\frac{1}{2}\left(\frac{11}{10}a+\frac{11}{10}b\right)\times\frac{8}{10}c$

$=\frac{1}{2}\times\frac{11}{10}(a+b)\times\frac{8}{10}c=\frac{11}{10}\times\frac{8}{10}\times\frac{1}{2}(a+b)c$

$=\frac{88}{100}\times\frac{1}{2}(a+b)c$

따라서 처음 사다리꼴의 넓이보다 $1-\frac{88}{100}=\frac{12}{100}$, 즉 12 % 감소하였다.

07 길잡이 A, B 두 그릇의 설탕물에 들어 있는 설탕의 양을 각각 구한 후 농도를 구하는 식을 세운다.

처음 A 그릇의 설탕물에 들어 있는 설탕의 양은

$\frac{x}{100}\times300=3x(\mathrm{g})$

처음 B 그릇의 설탕물에 들어 있는 설탕의 양은

$\frac{y}{100}\times200=2y(\mathrm{g})$

또 A 그릇에서 덜어 낸 설탕물 50 g에 들어 있는 설탕의 양은

$\frac{x}{100}\times50=\frac{x}{2}(\mathrm{g})$

따라서 나중 A 그릇의 설탕물의 농도는

$$\frac{3x-\frac{x}{2}}{300-50+100}\times100=\frac{\frac{5x}{2}}{350}\times100=\frac{5x}{2\times350}\times100=\frac{5}{7}x(\%)$$

나중 B 그릇의 설탕물의 농도는

$$\frac{2y+\frac{x}{2}}{200+50}\times100=\frac{\frac{4y+x}{2}}{250}\times100=\frac{4y+x}{2\times250}\times100=\frac{x+4y}{5}=\frac{1}{5}x+\frac{4}{5}y(\%)$$

08 길잡이 저울의 평형을 이용하여 식을 세운 후 하나의 문자를 사용한 식으로 변형한다.

○, □, △의 무게를 각각 a, b, c라 하면

첫 번째 저울에서 $2a+2b=5a$이므로

$2b=3a \quad \therefore b=\frac{3}{2}a$

두 번째 저울에서 $3b=a+5c$이므로

$3\times\frac{3}{2}a=a+5c$, $\frac{9}{2}a=a+5c$

$\frac{7}{2}a=5c \quad \therefore c=\frac{7}{10}a$

따라서 □와 △의 무게의 비는

$b:c=\frac{3}{2}a:\frac{7}{10}a=15:7$

4. 일차방정식

P. 44~48 개념+대표 문제 확인하기

1 $2(x-3)=4x+13$ **2** ③ **3** ⑤ **4** ④
5 ③ **6** ㄷ, ㄹ, ㅂ **7** ② **8** ④
9 $x=\frac{7}{5}$ **10** ④ **11** ② **12** ④ **13** ③
14 12 **15** $x=-\frac{5}{2}$ **16** $x=2$ 또는 $x=10$
17 ③ **18** ③ **19** 84 **20** 12세 **21** 38개
22 14 cm **23** 5시간 **24** 4 km **25** 5분 후 **26** 45 g
27 100 g **28** 264명 **29** 3200원

1 어떤 수 x에서 3을 뺀 수의 2배는 x의 4배보다 13이 크다.
$2(x-3)$ $=$ $4x+13$

$\therefore 2(x-3)=4x+13$

2 [ ] 안의 수를 주어진 방정식의 x의 값에 대입하면

① $-1-3\neq2\times(-1-2)$

② $2\times1-9\neq7\times1$

③ $12\times0+1=1$

④ $5\times(-3-1)-3\neq7$

⑤ $\frac{1}{2}\times(6-1)\neq3-6$

따라서 [ ] 안의 수가 주어진 방정식의 해인 것은 ③이다.

3 x의 값에 관계없이 항상 참이 되는 등식은 항등식이다.

⑤ (좌변)$=6-12x$, (우변)$=-12x+6$에서 (좌변)$=$(우변)이므로 항등식이다.

4 ① $a=b$의 양변에 5를 곱하면 $5a=5b$

② $c=0$이면 성립하지 않는다.

③ $\frac{a}{2}=\frac{b}{3}$의 양변에 6을 곱하면 $3a=2b$

④ $3a-1=2b-3$의 양변을 6으로 나누면 $\frac{a}{2}-\frac{1}{6}=\frac{b}{3}-\frac{1}{2}$

⑤ $a=2b$의 양변에서 2를 빼면 $a-2=2b-2$
즉, $a-2=2(b-1)$

따라서 옳은 것은 ④이다.

5 그림에서 알 수 있는 등식의 성질은 '등식의 양변에서 같은 수를 빼어도 등식은 성립한다.'이다.

① $\frac{1}{3}x=2$의 양변에 3을 곱하면 $x=6$

② $3x=-15$의 양변을 3으로 나누면 $x=-5$

③ $x+7=3$의 양변에서 7을 빼면 $x=-4$

④ $0.2x=0.8$의 양변에 10을 곱하면 $2x=8$
$2x=8$의 양변을 2로 나누면 $x=4$

⑤ $4x-2=8$의 양변에 2를 더하면 $4x=10$
$4x=10$의 양변을 4로 나누면 $x=\frac{5}{2}$

따라서 주어진 그림에서 알 수 있는 등식의 성질을 이용한 것은 ③이다.

6 등식의 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리한 식이 (일차식)$=0$의 꼴로 나타나는 것을 찾는다.
ㄱ. 정리하면 $3=0$이므로 일차방정식이 아니다.
ㄴ, ㅁ. 등식이 아니므로 일차방정식이 아니다.
ㄷ. 정리하면 $-10x+4=0$ (일차방정식)
ㄹ. $-6x=0$ (일차방정식)
ㅂ. 정리하면 $3x-4=0$ (일차방정식)
따라서 일차방정식인 것은 ㄷ, ㄹ, ㅂ이다.

7 등식의 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리하면
$(a-3)x-(4+b)=0$
이 식이 x에 대한 일차방정식이 되려면 (일차식)$=0$의 꼴이어야 하므로
$a-3\neq0 \qquad \therefore a\neq3$

8 ① $2x+x=-4-5$, $3x=-9 \qquad \therefore x=-3$
② $x-2x=10-7$, $-x=3 \qquad \therefore x=-3$
③ $4x-2+x=-17$, $5x=-15 \qquad \therefore x=-3$
④ $3x-12=x-6$, $2x=6 \qquad \therefore x=3$
⑤ $5x+5=-4+2x$, $3x=-9 \qquad \therefore x=-3$
따라서 해가 나머지 넷과 다른 하나는 ④이다.

9 $7-\{4-(3x+2)\}=2(6-x)$에서
$7-(4-3x-2)=12-2x$
$7-(2-3x)=12-2x$
$7-2+3x=12-2x$
$5x=7 \qquad \therefore x=\frac{7}{5}$

10 $5-ax=3(2x-1)$에 $x=2$를 대입하면
$5-2a=9$, $-2a=4 \qquad \therefore a=-2$
$\therefore a^2-2a+4=(-2)^2-2\times(-2)+4=12$

11 $4x-(x-a)=12$에서 $4x-x+a=12$
$3x=12-a \qquad \therefore x=\frac{12-a}{3}$
이때 $\frac{12-a}{3}$가 자연수가 되려면 $12-a$는 3의 배수이어야 한다.
$12-a=3$일 때, $a=9$
$12-a=6$일 때, $a=6$
$12-a=9$일 때, $a=3$
$12-a=12$일 때, $a=0$
따라서 자연수 a는 3, 6, 9의 3개이다.

12 $0.5x=\frac{2x+1}{3}-1$에서 $\frac{1}{2}x=\frac{2x+1}{3}-1$
양변에 6을 곱하면 $3x=2(2x+1)-6$
$3x=4x+2-6$, $-x=-4$
$\therefore x=4$

13 $\frac{x+3}{5}:2=(x-4):3$에서 $\frac{3(x+3)}{5}=2(x-4)$
양변에 5를 곱하면 $3(x+3)=10(x-4)$
$3x+9=10x-40$, $-7x=-49$
$\therefore x=7$

14 $5(x-3)=2x-18$에서 $5x-15=2x-18$
$3x=-3 \qquad \therefore x=-1$
$\frac{a(x+2)}{3}-\frac{2-ax}{4}=\frac{1}{2}$에 $x=-1$을 대입하면
$\frac{a}{3}-\frac{2+a}{4}=\frac{1}{2}$
양변에 12를 곱하면 $4a-3(2+a)=6$
$4a-6-3a=6$
$\therefore a=12$

15 상수 a의 부호를 반대로 보았으므로
$0.3-\frac{x-5}{2}=1.5(-ax-4.8)$
양변에 10을 곱하면 $3-5(x-5)=15(-ax-4.8)$
$3-5x+25=-15ax-72$
이 식에 $x=2$를 대입하면
$3-10+25=-30a-72$, $30a=-90$
$\therefore a=-3$
따라서 처음 일차방정식은
$0.3-\frac{x-5}{2}=1.5(-3x-4.8)$
양변에 10을 곱하면 $3-5(x-5)=15(-3x-4.8)$
$3-5x+25=-45x-72$, $40x=-100$
$\therefore x=-\frac{5}{2}$

16 (i) $x\geq6$일 때
$x-6=4 \qquad \therefore x=10$
(ii) $x<6$일 때
$-(x-6)=4$, $-x+6=4$
$-x=-2 \qquad \therefore x=2$
따라서 (i), (ii)에 의해 $x=2$ 또는 $x=10$

개념 더하기 자세히 보기

절댓값 기호를 포함하는 방정식
절댓값 기호를 포함하는 방정식은 범위를 나누어 푼다.
$|x-a|=b(b\geq0)$이면 $x=a+b$ 또는 $x=a-b$
설명 (i) $x\geq a$일 때, $|x-a|=x-a$이므로
$x-a=b$에서 $x=a+b$
(ii) $x<a$일 때, $|x-a|=-(x-a)$이므로
$-x+a=b$에서 $x=a-b$

17 $ax-4(x+a)=6$에서 $ax-4x-4a=6$
$(a-4)x=4a+6 \qquad \cdots$ ㉠
㉠을 만족시키는 x의 값은 없으므로
$a-4=0$, $4a+6\neq0 \qquad \therefore a=4$

$-3(x+2)=-6+bx$에서 $-3x-6=-6+bx$

$-(b+3)x=0$ $\cdots$ ㉡

㉡을 만족시키는 x의 값은 무수히 많으므로

$b+3=0$ $\therefore b=-3$

$\therefore a+b=4+(-3)=1$

개념 더하기 다시 보기

해가 특수한 경우

$ax=b$(a, b는 상수)에서

(1) 해가 무수히 많을 조건: $a=0$, $b=0$

(2) 해가 없을 조건: $a=0$, $b\neq0$

18 연속하는 세 홀수를 $x-2$, x, $x+2$라 하면

$(x-2)+x+(x+2)=105$, $3x=105$ $\therefore x=35$

따라서 세 홀수는 33, 35, 37이므로 가장 큰 수와 가장 작은 수의 합은

$37+33=70$

19 처음 수의 일의 자리의 숫자를 x라 하면

처음 수는 $80+x$, 십의 자리의 숫자와 일의 자리의 숫자를 바꾼 수는 $10x+8$이므로

$10x+8=80+x-36$, $9x=36$ $\therefore x=4$

따라서 처음 수는 84이다.

20 현재 은비의 나이를 x세라 하면 현재 아버지의 나이는 $(50-x)$세이므로

$(50-x)+12=2(x+12)+2$, $62-x=2x+26$

$-3x=-36$ $\therefore x=12$

따라서 현재 은비의 나이는 12세이다.

21 학생 수를 x명이라 하면

한 학생에게 5개씩 나누어 주면 3개가 남으므로 사탕의 개수는 $(5x+3)$개

한 학생에게 6개씩 나누어 주면 4개가 부족하므로 사탕의 개수는 $(6x-4)$개

이때 사탕의 개수는 일정하므로

$5x+3=6x-4$, $-x=-7$ $\therefore x=7$

따라서 학생 수는 7명이므로 사탕의 개수는

$5\times7+3=38$(개)

22 새로운 직사각형의 가로의 길이는 $(10+x)$ cm이고, 세로의 길이는 $(10-2)$ cm이므로

$(10+x)\times(10-2)=112$, $8(10+x)=112$

$10+x=14$ $\therefore x=4$

따라서 새로운 직사각형의 가로의 길이는

$10+4=14$(cm)

23 전체 일의 양을 1이라 하면 수지와 은지가 1시간 동안 하는 일의 양은 각각 $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{14}$이다.

수지가 입력한 시간을 x시간이라 하면 은지가 입력한 시간은 $(12-x)$시간이므로 $\frac{1}{10}\times x+\frac{1}{14}\times(12-x)=1$

양변에 70을 곱하면 $7x+5(12-x)=70$

$7x+60-5x=70$, $2x=10$ $\therefore x=5$

따라서 수지가 일한 시간은 5시간이다.

24 올라간 거리를 x km라 하면 내려온 거리도 x km이다.

(올라갈 때 걸린 시간)+(내려올 때 걸린 시간)

=(2시간 20분)

이므로

$\frac{x}{3}+\frac{x}{4}=2\frac{20}{60}$, $\frac{x}{3}+\frac{x}{4}=\frac{7}{3}$

양변에 12를 곱하면 $4x+3x=28$

$7x=28$ $\therefore x=4$

따라서 올라간 거리는 4 km이다.

25 형이 집을 출발한 지 x분 후에 동생을 만난다고 하면

(동생이 걸은 거리)=(형이 자전거를 탄 거리)이므로

$50\times(x+12)=170\times x$, $50x+600=170x$

$-120x=-600$ $\therefore x=5$

따라서 형은 집을 출발한 지 5분 후에 동생을 만난다.

26 6 %의 설탕물 200 g에 들어 있는 설탕의 양은

$\frac{6}{100}\times200=12$(g)

더 넣어야 하는 설탕의 양을 x g이라 하면

$12+x=\frac{20}{100}\times(200+40+x)$

양변에 100를 곱하면 $1200+100x=4800+20x$

$80x=3600$ $\therefore x=45$

따라서 더 넣어야 하는 설탕의 양은 45 g이다.

27 7 %의 소금물의 양을 x g이라 하면 4 %의 소금물의 양은 $(300-x)$ g이므로

$\frac{7}{100}\times x+\frac{4}{100}\times(300-x)=\frac{6}{100}\times300$

양변에 100을 곱하면 $7x+1200-4x=1800$

$3x=600$ $\therefore x=200$

따라서 7 %의 소금물의 양은 200 g, 4 %의 소금물의 양은 100 g이므로 두 소금물의 양의 차는

$200-100=100$(g)

28 작년의 여학생 수를 x명이라 하면 작년의 남학생 수는 $(500-x)$명이므로

$-\frac{5}{100}\times(500-x)+\frac{10}{100}\times x=11$

양변에 100을 곱하면 $-2500+5x+10x=1100$

$15x=3600$ $\therefore x=240$

따라서 작년의 여학생 수는 240명이므로 올해의 여학생 수는

$240+240\times\frac{10}{100}=240+24=264$(명)

29 수첩의 원가를 x원이라 하면

(정가)$=x+\frac{25}{100}x=\frac{5}{4}x$(원)이므로

(판매 가격)$=$(정가)$-300=\frac{5}{4}x-300$(원)

이때 (실제 이익)$=$(판매 가격)$-$(원가)이므로

$\left(\frac{5}{4}x-300\right)-x=500$, $\frac{1}{4}x-300=500$

$\frac{1}{4}x=800$ $\quad\therefore x=3200$

따라서 수첩의 원가는 3200원이다.

P. 49~53 내신 5% 따라잡기

1 ③	**2** ①	**3** 52	**4** ②	**5** 6
6 ⑤	**7** -2	**8** ④	**9** $\frac{5}{11}$	**10** 6
11 $\frac{7}{3}$	**12** ⑤	**13** $-\frac{1}{8}$	**14** -2	**15** ④
16 -1, 2	**17** $x=1$	**18** ③	**19** ⑤	**20** ④
21 84세	**22** ④	**23** 125 g	**24** 46 cm	**25** $\frac{12}{5}$시간
26 ⑤	**27** 7시 $\frac{60}{11}$분$\left(\text{또는 7시 } 5\frac{5}{11}\text{분}\right)$			**28** ③
29 ①	**30** 150 m	**31** 80 g	**32** $\frac{600}{7}$ g	**33** 120명
34 8000원				

1 $3x-8=a(x-2)-5x-b$가 x에 대한 항등식이므로

$3x-8=ax-2a-5x-b$

즉, $3x-8=(a-5)x-2a-b$에서

$3=a-5$, $-8=-2a-b$ $\quad\therefore a=8$, $b=-8$

$\therefore a+b=8+(-8)=0$

2 주어진 방정식에 $x=-1$을 대입하면

$-4k+3b=2ak+3$ $\quad\cdots$ ㉠

㉠이 k에 대한 항등식이므로

$-4=2a$, $3b=3$ $\quad\therefore a=-2$, $b=1$

$\therefore 3a-b=3\times(-2)-1=-7$

3 $\frac{5x-2}{3}=6$에서

$\frac{5x-2}{3}\times\boxed{3}=6\times\boxed{3}$

$5x-2=\boxed{18}$

$5x-2+\boxed{2}=\boxed{18}+\boxed{2}$

$5x=\boxed{20}$

$\frac{5x}{\boxed{5}}=\frac{\boxed{20}}{\boxed{5}}$

$\therefore x=\boxed{4}$

$\therefore$ ㈎ 3, ㈏ 18, ㈐ 2, ㈑ 20, ㈒ 5, ㈓ 4

따라서 구하는 합은

$3+18+2+20+5+4=52$

4 $4x^2-5x-(a-1)=-2ax^2-3x+6$에서

$4x^2-5x-a+1=-2ax^2-3x+6$

$(4+2a)x^2-2x-a-5=0$ $\quad\cdots$ ㉠

㉠이 x에 대한 일차방정식이려면 x^2의 계수가 0이어야 하므로

$4+2a=0$, $2a=-4$

$\therefore a=-2$

㉠에 $a=-2$를 대입하면

$-2x+2-5=0$, $-2x=3$

$\therefore x=-\frac{3}{2}$

5 $4x-5=x+1$에서 $3x=6$ $\quad\therefore x=2$

따라서 $ax-2=22+bx$의 해는 $x=4$이므로

$4a-2=22+4b$, $4a-4b=24$, $4(a-b)=24$

$\therefore a-b=6$

6 $2x-a=1$에서 $x=\frac{a+1}{2}$

$3x-2=4(x-a)+15$에서 $3x-2=4x-4a+15$

$-x=-4a+17$ $\quad\therefore x=4a-17$

이때 두 일차방정식의 해가 같으므로

$\frac{a+1}{2}=4a-17$, $a+1=8a-34$

$-7a=-35$ $\quad\therefore a=5$

즉, 세 일차방정식의 해는 $x=\frac{a+1}{2}=\frac{5+1}{2}=3$이다.

따라서 $5bx+9=4x$에 $x=3$을 대입하면

$15b+9=12$, $15b=3$ $\quad\therefore b=\frac{1}{5}$

$\therefore ab=5\times\frac{1}{5}=1$

7 $a-b=3a-5b$에서

$-2a=-4b$ $\quad\therefore a=2b$

$x=\frac{4a-3b}{a+2b}$에 $a=2b$를 대입하면

$x=\frac{8b-3b}{2b+2b}=\frac{5b}{4b}=\frac{5}{4}$

따라서 $-4x+m=-7$의 해가 $x=\frac{5}{4}$이므로

$-4\times\frac{5}{4}+m=-7$, $-5+m=-7$

$\therefore m=-2$

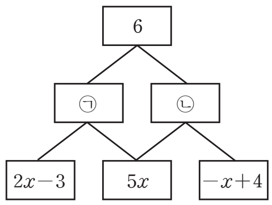
8 $1:(9-2x)=5:a$에서 $a=5(9-2x)$

$a=45-10x$, $10x=45-a$ $\quad\therefore x=\frac{45-a}{10}$

이때 $\frac{45-a}{10}$가 자연수이려면 $45-a$는 10의 배수이어야 한다.

$45-a=10$일 때, $a=35$
$45-a=20$일 때, $a=25$
$45-a=30$일 때, $a=15$
$45-a=40$일 때, $a=5$
$45-a=50$일 때, $a=-5$
따라서 자연수 a는 5, 15, 25, 35이므로 구하는 합은
$5+15+25+35=80$

9 오른쪽 그림에서
㉠은 $(2x-3)+5x=7x-3$
㉡은 $5x+(-x+4)=4x+4$
따라서
$(7x-3)+(4x+4)=6$
이므로
$11x+1=6$, $11x=5$ $\therefore x=\frac{5}{11}$



10 마주 보는 면에 적힌 두 식의 합이 모두 같으므로
$(5-x)+(3x-2)=(x-1)+(2x-7)$
$2x+3=3x-8$, $-x=-11$ $\therefore x=11$
$(x-3)+(x+a)=(x-1)+(2x-7)$에서
$8+11+a=10+15$ $\therefore a=6$

11 $\frac{1}{2}x-0.75x=\frac{2x-7}{6}$에서
$\frac{1}{2}x-\frac{3}{4}x=\frac{2x-7}{6}$
양변에 12를 곱하면 $6x-9x=2(2x-7)$
$-3x=4x-14$, $-7x=-14$
$\therefore x=2$
$0.2(2x+1)=0.4(4x-3)$의 양변에 10을 곱하면
$2(2x+1)=4(4x-3)$, $4x+2=16x-12$
$-12x=-14$ $\therefore x=\frac{7}{6}$
따라서 $a=2$, $b=\frac{7}{6}$이므로
$ab=2\times\frac{7}{6}=\frac{7}{3}$

12 두 일차방정식의 해가 $x=-1$로 같으므로
$\frac{x}{2}+\frac{a-x}{6}=\frac{1}{2}(x+2)$에 $x=-1$을 대입하면
$-\frac{1}{2}+\frac{a+1}{6}=\frac{1}{2}$
양변에 6을 곱하면
$-3+a+1=3$ $\therefore a=5$
$0.5(x-2)-0.3(x+b)=-1.5$에 $x=-1$을 대입하면
$-1.5-0.3(-1+b)=-1.5$
양변에 10을 곱하면 $-15-3(-1+b)=-15$
$-15+3-3b=-15$, $-3b=-3$
$\therefore b=1$
$\therefore a-b=5-1=4$

13 $(x+2):(x-1)=4:3$에서 $3(x+2)=4(x-1)$
$3x+6=4x-4$, $-x=-10$ $\therefore x=10$
따라서 $\frac{x-1}{4}-\frac{x+2a}{3}=-1$에 $x=10$을 대입하면
$\frac{9}{4}-\frac{10+2a}{3}=-1$
양변에 12를 곱하면 $27-4(10+2a)=-12$
$27-40-8a=-12$, $-8a=1$
$\therefore a=-\frac{1}{8}$

14 $[4.5]=4$, $[-6.1]=-7$, $[3.9]=3$이므로
$4x-(-7)=2(x-3)$, $4x+7=2x-6$
$2x=-13$ $\therefore x=-\frac{13}{2}=-6.5$
따라서 $k=-6.5$이므로
$5+[k]=5+[-6.5]=5+(-7)=-2$

15 $2◆x=2x-2\times2=2x-4$,
$\frac{x-3}{2}◆6=\frac{x-3}{2}\times6-2\times\frac{x-3}{2}$
$=3x-9-x+3=2x-6$
이므로
$A=(2◆x)+\left(\frac{x-3}{2}◆6\right)$
$=(2x-4)+(2x-6)$
$=4x-10$
또 $(-1)◆0.2x=(-1)\times0.2x-2\times(-1)$
$=-0.2x+2$
이므로
$B=(-1)◆0.2x=-0.2x+2=-\frac{1}{5}x+2$
이때 $A=B$이므로
$4x-10=-\frac{1}{5}x+2$
양변에 5를 곱하면 $20x-50=-x+10$
$21x=60$ $\therefore x=\frac{20}{7}$

16 $\frac{1}{2}x+3=\frac{3}{4}x$의 양변에 4를 곱하면
$2x+12=3x$, $-x=-12$ $\therefore x=12$
즉, $|2a-1|=3$이다.
(i) $2a\ge1$, 즉 $a\ge\frac{1}{2}$일 때
$|2a-1|=2a-1$이므로
$2a-1=3$, $2a=4$ $\therefore a=2$
(ii) $2a<1$, 즉 $a<\frac{1}{2}$일 때
$|2a-1|=-(2a-1)$이므로
$-(2a-1)=3$, $-2a+1=3$
$-2a=2$ $\therefore a=-1$
따라서 (i), (ii)에 의해
$a=-1$ 또는 $a=2$

17 $ax-8=(5-b)x-4b$를 만족시키는 x의 값이 무수히 많으므로

$(a+b-5)x=-4b+8$에서 $a+b-5=0$, $-4b+8=0$

$-4b+8=0$에서 $-4b=-8$ $\quad\therefore b=2$

$a+b-5=0$에서 $a+2-5=0$ $\quad\therefore a=3$

따라서 $3x-\dfrac{x+2}{a}=b$에 $a=3$, $b=2$를 대입하면

$3x-\dfrac{x+2}{3}=2$

양변에 3을 곱하면 $9x-x-2=6$

$8x=8$ $\quad\therefore x=1$

18 $0.3(4x+6)=0.2(-ax+b)$의 양변에 10을 곱하면

$3(4x+6)=2(-ax+b)$

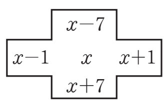
$12x+18=-2ax+2b$

즉, $(12+2a)x=2b-18$을 만족시키는 x의 값이 없으므로

$12+2a=0$, $2b-18\neq0$

따라서 $a=-6$, $b\neq9$이어야 하므로 $a+b$의 값이 될 수 없는 것은 3이다.

19 오른쪽 그림에서 십자가 모양의 5개의 수 중 가운데 있는 수를 x라 하면



$(x-7)+(x-1)+x$

$\qquad+(x+1)+(x+7)=120$

$5x=120$ $\quad\therefore x=24$

따라서 가장 큰 수는

$x+7=24+7=31$

20 8분인 곡의 수를 x곡이라 하면 6분인 곡의 수는

$7-1-x=6-x$(곡)이다.

$6(6-x)+7\times1+8x+\dfrac{10}{60}\times6=52$이므로

$36-6x+7+8x+1=52$, $2x=8$ $\quad\therefore x=4$

따라서 8분인 것은 4곡이다.

21 디오판토스가 사망한 나이를 x세라 하면

$\dfrac{1}{6}x+\dfrac{1}{12}x+\dfrac{1}{7}x+5+\dfrac{1}{2}x+4=x$

양변에 84를 곱하면

$14x+7x+12x+420+42x+336=84x$

$-9x=-756$ $\quad\therefore x=84$

따라서 디오판토스는 84세에 사망하였다.

22 의자의 개수를 x개라 하면 한 의자에 8명씩 앉을 때 빈자리가 남아 있는 의자가 3개이므로

$6x+10=8(x-3)+6$, $6x+10=8x-24+6$

$-2x=-28$ $\quad\therefore x=14$

따라서 의자의 개수는 14개이므로 전체 학생 수는

$6\times14+10=94$(명)

23 A 통에 들어 있던 페인트의 양을 xg이라 하면 B 통에 들어 있던 페인트의 양은 $(250-x)$g이다.

이때 노란색 페인트가 A 통에는 $\dfrac{5}{7}x$g, B 통에는

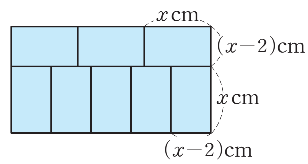
$\dfrac{1}{7}(250-x)$g, C 통에는 $\left(\dfrac{3}{7}\times250\right)$g이 들어 있으므로

$\dfrac{5}{7}x+\dfrac{1}{7}(250-x)=\dfrac{3}{7}\times250$, $5x+250-x=750$

$4x=500$ $\quad\therefore x=125$

따라서 A 통에 들어 있던 페인트의 양은 125g이다.

24 오른쪽 그림과 같이 작은 직사각형 모양의 종이 한 장의 긴 변의 길이를 $x$cm라 하면 짧은 변의 길이는 $(x-2)$cm이다.



큰 직사각형의 윗변의 길이는 $x\times3=3x$(cm),

아랫변의 길이는 $(x-2)\times5=5(x-2)$(cm)이고,

두 변의 길이는 같으므로

$3x=5(x-2)$, $3x=5x-10$

$-2x=-10$ $\quad\therefore x=5$

따라서 큰 직사각형의 가로의 길이는

$3x=3\times5=15$(cm)이고, 세로의 길이는

$(x-2)+x=2x-2=2\times5-2=8$(cm)

이므로 구하는 둘레의 길이는

$2\times(15+8)=46$(cm)

25 물탱크에 물을 가득 채우는 데 필요한 물의 양을 1이라 하면 A, B 호스로 1시간 동안 각각 $\dfrac{1}{5}$, $\dfrac{1}{8}$의 물을 채울 수 있다.

A 호스만 사용한 시간을 x시간이라 하면 A 호스와 B 호스를 함께 사용한 시간은 $(4-x)$시간이므로

$\dfrac{1}{5}x+\left(\dfrac{1}{5}+\dfrac{1}{8}\right)(4-x)=1$

$\dfrac{1}{5}x+\dfrac{13}{40}(4-x)=1$

양변에 40을 곱하면 $8x+52-13x=40$

$-5x=-12$ $\quad\therefore x=\dfrac{12}{5}$

따라서 A 호스만 사용한 시간은 $\dfrac{12}{5}$시간이다.

26 처음 양초 A의 길이를 $x$cm라 하면 처음 양초 B의 길이는 $(x+6)$cm이고 1분 동안 양초 A, B는 각각

$\dfrac{1}{50}x$cm, $\dfrac{1}{20}(x+6)$cm씩 탄다.

따라서 10분 후에 양초 A가 타고 남은 길이는

$x-\dfrac{1}{50}x\times10=\dfrac{4}{5}x$(cm),

양초 B가 타고 남은 길이는

$(x+6)-\dfrac{1}{20}(x+6)\times10=\dfrac{1}{2}(x+6)$(cm)이다.

이때 두 양초의 남은 길이가 같으므로

$\frac{4}{5}x=\frac{1}{2}(x+6)$

양변에 10을 곱하면 $8x=5(x+6)$

$8x=5x+30,\ 3x=30 \qquad \therefore x=10$

따라서 처음 양초 A의 길이는 10 cm이다.

27 7시 x분에 시침과 분침이 서로 반대 방향으로 일직선이 된다고 하면 7시로부터 x분 동안 분침이 이동한 각도는 $6x°$이고 12시로부터 시침이 이동한 각도는 $(7\times30+0.5x)°$이므로

$7\times30+0.5x-6x=180,\ -5.5x=-30$

양변에 -10을 곱하면 $55x=300$

$\therefore x=\frac{60}{11}=5\frac{5}{11}$

따라서 영화가 끝난 시각은 7시 $\frac{60}{11}$분$\left(\text{또는 7시 } 5\frac{5}{11}\text{분}\right)$이다.

참고 분침은 1시간, 즉 60분 동안 360°를 움직이므로 1분에 $\frac{360°}{60}=6°$를 움직인다.

시침은 1시간, 즉 60분 동안 $\frac{360°}{12}=30°$를 움직이므로 1분에 $\frac{30°}{60}=0.5°$를 움직인다.

28 두 사람이 출발한 지 x분 후에 처음 만난다고 하면

$90x+60x=3000,\ 150x=3000 \qquad \therefore x=20$

따라서 두 사람은 20분마다 서로 만나므로 1시간 30분, 즉 90분 동안 4번 만날 수 있다.

29 배의 속력을 시속 x km라 하면

$(x+3)\times2=36,\ x+3=18 \qquad \therefore x=15$

따라서 배의 속력은 시속 15 km이므로 같은 속력의 배로 강을 24 km 거슬러 올라가는 데 걸리는 시간은

$\frac{24}{15-3}=\frac{24}{12}=2$(시간)이다.

30 기차의 길이를 x m라 하면 기차의 속력은 일정하므로

$\frac{1800+x}{60}=\frac{500+x}{20}$

양변에 60을 곱하면 $1800+x=3(500+x)$

$1800+x=1500+3x,\ -2x=-300$

$\therefore x=150$

따라서 기차의 길이는 150 m이다.

31 처음에 덜어 낸 10 %의 소금물 한 컵의 양을 x g이라 하면

$\frac{10}{100}\times500-\frac{10}{100}\times x+\frac{6}{100}\times100=\frac{8}{100}\times600$

양변에 100을 곱하면 $5000-10x+600=4800$

$-10x=-800 \qquad \therefore x=80$

따라서 처음에 덜어 낸 10 %의 소금물 한 컵의 양은 80 g이다.

32 소금물 x g을 각각 덜어 내어 서로 바꾸었다고 하면 A, B 그릇에 들어 있는 소금물의 농도가 같아졌으므로

$$\frac{\frac{8}{100}\times(200-x)+\frac{12}{100}\times x}{200}\times100$$
$$=\frac{\frac{12}{100}\times(150-x)+\frac{8}{100}\times x}{150}\times100$$

$\frac{1600+4x}{200}=\frac{1800-4x}{150}$

양변에 600을 곱하면 $4800+12x=7200-16x$

$28x=2400 \qquad \therefore x=\frac{600}{7}$

따라서 각각 $\frac{600}{7}$ g씩을 덜어 내었다.

33 작년의 남자 신입생 수를 x명이라 하면 작년의 여자 신입생 수는 $(x-10)$명이므로

$\left(1-\frac{25}{100}\right)\times x+\left(1+\frac{20}{100}\right)\times(x-10)=300$

$\frac{3}{4}x+\frac{6}{5}(x-10)=300$

양변에 20을 곱하면 $15x+24(x-10)=6000$

$39x=6240 \qquad \therefore x=160$

따라서 올해의 남자 신입생 수는 $160\times\frac{3}{4}=120$(명)이다.

34 정가를 x원이라 하면 (판매 가격)$=x-\frac{25}{100}x=\frac{3}{4}x$(원)

이때 (판매 가격)$-$(원가)$=$(실제 이익)이므로

$\frac{3}{4}x-15000=\frac{15}{100}\times15000$

$\frac{3}{4}x=17250 \qquad \therefore x=23000$

따라서 원가에 $23000-15000=8000$(원)의 이익을 붙여 정가를 매겨야 한다.

P. 54~55 내신 1% 뛰어넘기

01 $x=\frac{2}{5}$ **02** $x=-\frac{1}{2}$ **03** -5 **04** $x=-\frac{2}{3}$ **05** $\frac{2}{3}$ **06** C **07** 5일 **08** 57점

01 길잡이 x에 대한 일차방정식 $5(3x+k)-11=6(2x-1)+3k$의 해를 k를 사용한 식으로 먼저 나타내고, 그 해가 자연수가 되도록 하는 자연수 k의 값을 구한다.

$5(3x+k)-11=6(2x-1)+3k$에서

$15x+5k-11=12x-6+3k$

$3x=-2k+5 \qquad \therefore x=\frac{-2k+5}{3}$

이때 $\frac{-2k+5}{3}$가 자연수가 되려면 $-2k+5$는 3의 배수이어야 한다.

$-2k+5=3$일 때, $k=1$

$-2k+5=6$일 때, $k=-\frac{1}{2}$

따라서 자연수 k의 값은 1이다.

$\frac{k-4}{6}(2x-1)=\frac{2}{3}(x-k)+\frac{1}{2}$에 $k=1$을 대입하면

$-\frac{1}{2}(2x-1)=\frac{2}{3}(x-1)+\frac{1}{2}$

양변에 6을 곱하면 $-3(2x-1)=4(x-1)+3$

$-6x+3=4x-1,\ -10x=-4 \qquad \therefore x=\frac{2}{5}$

02 길잡이 $\frac{\frac{A}{B}}{\frac{C}{D}}=\frac{A\times D}{B\times C}$임을 이용하여 주어진 식을 정리한 후 해를 구한다.

주어진 방정식에서

$(\text{좌변})=x-\frac{2}{1-\frac{x}{x-1}}=x-\frac{2}{\frac{x-1-x}{x-1}}$

$=x-\frac{2}{\frac{-1}{x-1}}=x+2(x-1)=3x-2$

$(\text{우변})=3x-\frac{4}{1-\frac{x}{x+1}}=3x-\frac{4}{\frac{x+1-x}{x+1}}$

$=3x-\frac{4}{\frac{1}{x+1}}=3x-4(x+1)=-x-4$

즉, 주어진 방정식은 $3x-2=-x-4$이므로

$4x=-2 \qquad \therefore x=-\frac{1}{2}$

03 길잡이 ❶ 주어진 비례식에서 x, y를 z를 사용한 식으로 변형한다.
❷ p, q의 값을 구하여 $3p-2k-q=13$에 각각 대입한다.

$(x+z):z=3:1$에서 $x+z=3z$이므로

$x=2z \qquad \cdots$ ㉠

$x:y=1:3$에서 $y=3x$이므로 ㉠을 대입하면

$y=3\times 2z=6z$

$p=\frac{3x-2y+10z}{-4x+3y+2z}=\frac{3\times 2z-2\times 6z+10z}{-4\times 2z+3\times 6z+2z}=\frac{4z}{12z}=\frac{1}{3}$

$q=\frac{x-y+6z}{3x-2y+5z}=\frac{2z-6z+6z}{3\times 2z-2\times 6z+5z}=\frac{2z}{-z}=-2$

따라서 $3p-2k-q=13$에 $p=\frac{1}{3}$, $q=-2$를 대입하면

$1-2k+2=13,\ -2k=10 \qquad \therefore k=-5$

04 길잡이 $a\geq 0$일 때 $|a|=a$, $a<0$일 때 $|a|=-a$임을 이용하여 x의 값의 범위를 나누어 푼다.

(i) $x<-3$일 때, $-2(x+3)=5x+8$이므로

$-7x=14 \qquad \therefore x=-2$

그런데 $-2>-3$이므로 해가 아니다.

(ii) $x\geq -3$일 때, $2(x+3)=5x+8$이므로

$-3x=2 \qquad \therefore x=-\frac{2}{3}$

따라서 (i), (ii)에 의해 $x=-\frac{2}{3}$

05 길잡이 주어진 연산 기호 $*$에 따라 좌변의 식을 정리한 후 등식을 만족시키는 x의 값이 존재하지 않을 조건을 이용하여 k의 값을 구한다.

$\left(-\frac{2}{3}\right)*\left(\frac{3}{2}x-1\right)$

$=3\times\left(-\frac{2}{3}\right)\times\left(\frac{3}{2}x-1\right)-2\left(\frac{3}{2}x-1\right)$

$=-3x+2-3x+2=-6x+4$

이므로 $k*\left\{\left(-\frac{2}{3}\right)*\left(\frac{3}{2}x-1\right)\right\}=10$에서

$k*(-6x+4)=10$

$3k(-6x+4)-2(-6x+4)=10$

$-18kx+12k+12x-8=10$

$(12-18k)x=18-12k \qquad \cdots$ ㉠

따라서 등식 ㉠을 만족시키는 x의 값이 존재하지 않으려면

$12-18k=0,\ 18-12k\neq 0$이어야 한다.

$12-18k=0$에서 $-18k=-12 \qquad \therefore k=\frac{2}{3}$

$k=\frac{2}{3}$일 때, $18-12k=10\neq 0$이므로 $k=\frac{2}{3}$이다.

06 길잡이 ❶ 주어진 자료에서 세운 식을 한 문자를 사용한 식으로 변형한다.
❷ 5명의 후보자의 득표수의 합은 전체 학생 수 135명과 같음을 이용한다.

A, B, C, D, E의 득표수를 각각 a, b, c, d, e라 하면

(가)에서 $a=\frac{1}{3}c+8 \qquad \cdots$ ㉠

(나)에서 $c=2e+6 \qquad \cdots$ ㉡

(다)에서 $a+d=3e \qquad \cdots$ ㉢

(라)에서 $b=e+3$

㉠, ㉡에서 $a=\frac{1}{3}(2e+6)+8=\frac{2}{3}e+10 \qquad \cdots$ ㉣

㉢, ㉣에서 $d=3e-a=3e-\left(\frac{2}{3}e+10\right)=\frac{7}{3}e-10$

5명의 후보자의 득표수의 합은 전체 학생 수 135명과 같으므로

$a+b+c+d+e=135$

$\left(\frac{2}{3}e+10\right)+(e+3)+(2e+6)+\left(\frac{7}{3}e-10\right)+e=135$

$7e+9=135,\ 7e=126$

$\therefore e=18$

따라서 5명의 후보자의 득표수는 각각

$a=\frac{2}{3}\times 18+10=22,\ b=18+3=21,$

$c=2\times 18+6=42,\ d=\frac{7}{3}\times 18-10=32,\ e=18$

이므로 득표수가 가장 많은 C가 회장으로 선출되었다.

07 길잡이 A, B가 혼자서 일할 때와 함께 일할 때 하루 동안 하는 일의 양을 각각 구한 후 B가 혼자서 일한 기간을 x일로 놓고 식을 세운다.

전체 일의 양을 1이라 하면 A, B가 혼자서 일할 때 하루 동안 하는 일의 양은 각각 $\frac{1}{16}$, $\frac{1}{12}$이다.

또 A, B가 함께 일할 때 하루 동안 하는 일의 양은 각각

$\frac{1}{16}\times\frac{2}{3}=\frac{1}{24}$, $\frac{1}{12}\times\frac{2}{3}=\frac{1}{18}$이다.

B가 혼자서 일한 기간을 x일이라 하면

$\frac{1}{24}\times6+\frac{1}{18}\times6+\frac{1}{12}x=1$, $\frac{1}{4}+\frac{1}{3}+\frac{1}{12}x=1$

양변에 12를 곱하면 $3+4+x=12$

$\therefore x=5$

따라서 B는 5일 동안 혼자서 일해야 한다.

08 길잡이 (전체 학생 100명의 총점)

=(수상자 16명의 총점)+(수상하지 못한 84명의 총점)

민지의 점수를 x점이라 하면

전체 학생 100명의 평균 점수는 $(x-30)$점, 수상자 16명의 평균 점수는 $(x+12)$점, 수상하지 못한 84명의 평균 점수는 $\frac{x}{3}$점이다.

16×(수상자의 평균 점수)

+84×(수상하지 못한 학생들의 평균 점수)

=100×(전체 학생들의 평균 점수)

이므로

$16(x+12)+84\times\frac{x}{3}=100(x-30)$

$16x+192+28x=100x-3000$

$-56x=-3192 \qquad \therefore x=57$

따라서 민지의 점수는 57점이다.

P. 56~57 **3~4 서술형 완성하기**

[과정은 풀이 참조]

1 4 **2** $2x+18$ **3** $x=3$ **4** (1) $x=4$ (2) $\frac{2}{5}$

5 11일 후 **6** 2 **7** 3 **8** (1) 5명 (2) 50명

1 $\frac{x-y}{2}=\frac{x+y}{3}$에서 $3(x-y)=2(x+y)$

$3x-3y=2x+2y \qquad \therefore x=5y$ … (i)

따라서 $\frac{x^2-5y^2}{xy}$에 $x=5y$를 대입하면

$\frac{(5y)^2-5y^2}{5y\times y}=\frac{25y^2-5y^2}{5y^2}=\frac{20y^2}{5y^2}=4$ … (ii)

채점 기준	비율
(i) $\frac{x-y}{2}=\frac{x+y}{3}$ 를 간단히 하기	50 %
(ii) $\frac{x^2-5y^2}{xy}$의 값 구하기	50 %

2 $A+(4x+3)=-2x+5$이므로

$A=-2x+5-(4x+3)$

$=-2x+5-4x-3$

$=-6x+2$ … (i)

$B-(-3x+2)=x-6$이므로

$B=x-6+(-3x+2)$

$=x-6-3x+2$

$=-2x-4$ … (ii)

$\therefore A-4B=(-6x+2)-4(-2x-4)$

$=-6x+2+8x+16$

$=2x+18$ … (iii)

채점 기준	비율
(i) 다항식 A 구하기	40 %
(ii) 다항식 B 구하기	40 %
(iii) $A-4B$를 간단히 하기	20 %

3 $\frac{x}{2}-\frac{x+a}{3}=-\frac{1}{2}(x-2)$에 $x=2$를 대입하면

$1-\frac{2+a}{3}=0$, $-\frac{2+a}{3}=-1$

$2+a=3 \qquad \therefore a=1$ … (i)

$5x-1=2(2x+a)$에 $a=1$을 대입하면

$5x-1=2(2x+1)$, $5x-1=4x+2$

$\therefore x=3$ … (ii)

채점 기준	비율
(i) a의 값 구하기	50 %
(ii) $5x-1=2(2x+a)$의 해 구하기	50 %

4 (1) $\frac{7-x}{5}+0.4x=2$에서 $\frac{7-x}{5}+\frac{2}{5}x=2$

양변에 5를 곱하면

$7-x+2x=10 \qquad \therefore x=3$ … (i)

이때 두 일차방정식의 해의 비가 3 : 4이므로

$0.4(x-1)=\frac{x}{5}+a$의 해는 $x=4$이다. … (ii)

(2) $0.4(x-1)=\frac{x}{5}+a$에 $x=4$를 대입하면

$0.4\times(4-1)=\frac{4}{5}+a$, $1.2=\frac{4}{5}+a$

$\frac{6}{5}=\frac{4}{5}+a \qquad \therefore a=\frac{2}{5}$ … (iii)

채점 기준	비율
(i) $\frac{7-x}{5}+0.4x=2$의 해 구하기	40 %
(ii) $0.4(x-1)=\frac{x}{5}+a$의 해 구하기	20 %
(iii) a의 값 구하기	40 %

5 x일 후에 희애의 저금통에 들어 있는 금액은 $(5800+500x)$원, 미애의 저금통에 들어 있는 금액은 $(9100+200x)$원이므로

$5800+500x=9100+200x$ … (i)

$300x=3300 \qquad \therefore x=11$ … (ii)

따라서 희애와 미애의 저금통에 들어 있는 금액이 같아지는 것은 11일 후이다. … (iii)

채점 기준	비율
(ⅰ) 일차방정식 세우기	50 %
(ⅱ) 일차방정식의 해 구하기	40 %
(ⅲ) 금액이 같아지는 것은 며칠 후인지 구하기	10 %

6 길을 제외한 화단의 넓이가 처음 화단의 넓이의 75 %이므로

$(20-x)\times(12-2)=20\times12\times\frac{75}{100}$ … (ⅰ)

$10(20-x)=180$, $200-10x=180$

$-10x=-20$ $\therefore x=2$ … (ⅱ)

채점 기준	비율
(ⅰ) 일차방정식 세우기	50 %
(ⅱ) x의 값 구하기	50 %

7 $x-\frac{2}{3}(x+5a)=-8$의 양변에 3을 곱하면

$3x-2(x+5a)=-24$, $3x-2x-10a=-24$

$x-10a=-24$ $\therefore x=-24+10a$ … (ⅰ)

$a=1$일 때, $x=-24+10\times1=-24+10=-14$

$a=2$일 때, $x=-24+10\times2=-24+20=-4$

$a=3$일 때, $x=-24+10\times3=-24+30=6$

따라서 해가 음의 정수가 되도록 하는 자연수 a의 값은 1, 2 이다. … (ⅱ)

$\therefore 1+2=3$ … (ⅲ)

채점 기준	비율
(ⅰ) 주어진 일차방정식의 해 구하기	40 %
(ⅱ) a의 값 모두 구하기	50 %
(ⅲ) a의 값의 합 구하기	10 %

8 (1) 합격한 남학생 수는 $35\times\frac{2}{7}=10$(명),

합격한 여학생 수는 $35\times\frac{5}{7}=25$(명)이다. … (ⅰ)

불합격한 여학생 수를 x명이라 하면 불합격한 남학생 수는 $2x$명, 지원한 남학생 수는 $(10+2x)$명, 지원한 여학생 수는 $(25+x)$명이다. … (ⅱ)

이때 지원자의 남학생과 여학생의 비가 2 : 3이므로

$(10+2x):(25+x)=2:3$에서

$3(10+2x)=2(25+x)$, $30+6x=50+2x$

$4x=20$ $\therefore x=5$

따라서 불합격한 여학생 수는 5명이다. … (ⅲ)

(2) 지원한 남학생 수는 20명, 지원한 여학생 수는 30명이므로 전체 지원자 수는 50명이다. … (ⅳ)

채점 기준	비율
(ⅰ) 합격한 남학생과 여학생 수 구하기	20 %
(ⅱ) 지원한 남학생과 여학생 수를 x를 사용한 식으로 나타내기	20 %
(ⅲ) 불합격한 여학생 수 구하기	30 %
(ⅳ) 전체 지원자 수 구하기	30 %

5. 좌표와 그래프

P. 60~61 **개념+대표 문제 확인하기**

1 ⑤ **2** -8 **3** 24 **4** 제3사분면
5 1 **6** ㄷ **7** A−ㄴ, B−ㄱ, C−ㄷ
8 (1) 1시간 후 (2) 90분 **9** ㄱ, ㄷ

1 ⑤ 점 E의 좌표는 E$(1, 0)$이다.

2 점 A$(a+3, b-2)$는 x축 위의 점이므로 y좌표가 0이다.

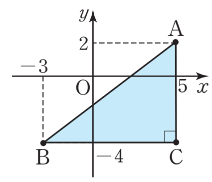
즉, $b-2=0$ $\therefore b=2$

점 B$(a+2b, 3a-b)$는 y축 위의 점이므로 x좌표가 0이다.

즉, $a+2b=0$에서 $a+4=0$ $\therefore a=-4$

$\therefore ab=-4\times2=-8$

3 좌표평면 위에 세 점을 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



$\therefore$ (삼각형 ABC의 넓이)

$=\frac{1}{2}\times8\times6=24$

4 점 A(a, b)가 제4사분면 위의 점이므로 $a>0$, $b<0$

이때 $b-a<0$, $2ab<0$이므로 점 B$(b-a, 2ab)$는 제3사분면 위의 점이다.

5 원점에 대하여 대칭이므로 x좌표, y좌표의 부호가 모두 반대이다.

즉, $-2a=a+3$에서 $-3a=3$ $\therefore a=-1$

$2b=b-2$에서 $b=-2$

$\therefore a-b=-1-(-2)=1$

6 윤희가 이동한 거리는 자동차가 움직이는 동안에 일정하게 증가하고, 휴게소에 머문 동안에는 변화가 없다.

따라서 그래프로 알맞은 것은 ㄷ이다.

7 그릇 B, C의 단면의 넓이는 일정하므로 물의 높이가 일정하게 높아진다. 이때 단면의 넓이가 작을수록 물의 높이는 빠르게 높아진다.

따라서 그릇 B의 그래프는 ㄱ, 그릇 C의 그래프는 ㄷ이다.

그릇 A의 단면의 넓이는 위로 갈수록 커지므로 물의 높이는 점점 느리게 높아진다.

따라서 그릇 A의 그래프는 ㄴ이다.

8 (2) 자전거가 일정한 속력으로 움직인 시간은 출발한 지 1시간 후부터 1시간 30분 후까지, 2시간 후부터 3시간 후까지이므로 모두 1시간 30분, 즉 90분이다.

9 ㄴ. 동생이 출발한 지 1분 후에 형과 동생 사이의 거리는 $300-200=100$(m)이다.

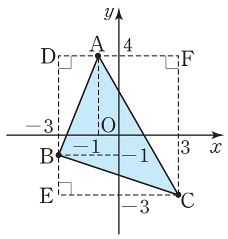
ㄹ. 집과 서점 사이의 거리는 900 m이다.

P. 62~63 내신 5% 따라잡기

1 10개 **2** 17 **3** $a=-1$, $b=-4$
4 제2사분면 **5** ② **6** ④ **7** ②
8 A－ㄱ, B－ㄷ, C－ㄴ
9 (1) 4초 (2) 초속 10 m **10** ③
11 (1) 3초 (2) $\frac{125}{2}\text{cm}^2$

1 $|a|\le 2$이므로 $a=-2, -1, 0, 1, 2$
$|b|=3$이므로 $b=-3, 3$
따라서 순서쌍 (a, b)로 좌표평면 위에 나타낼 수 있는 점은 $(-2, -3)$, $(-2, 3)$, $(-1, -3)$, $(-1, 3)$, $(0, -3)$, $(0, 3)$, $(1, -3)$, $(1, 3)$, $(2, -3)$, $(2, 3)$의 10개이다.

2 좌표평면 위에 세 점을 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



∴ (삼각형 ABC의 넓이)
=(사각형 DECF의 넓이)
−{(삼각형 ADB의 넓이)
+(삼각형 BEC의 넓이)
+(삼각형 ACF의 넓이)}
$=6\times7-\left(\frac{1}{2}\times2\times5+\frac{1}{2}\times6\times2+\frac{1}{2}\times4\times7\right)$
$=42-(5+6+14)=17$

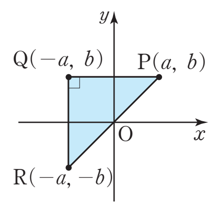
3 $a+b$의 값이 최소가 될 때는 a, b가 모두 최소일 때이므로 점 P가 점 B를 지날 때이다.
이때 선분 AB의 길이는 6이므로 $B(-1, -4)$
따라서 $P(-1, -4)$일 때이므로 $a=-1$, $b=-4$

4 점 $A(2a, b+3)$은 x축 위의 점이므로 y좌표가 0이다.
즉, $b+3=0$ $\therefore b=-3$
점 $B(2a-1, b-2)$는 y축 위의 점이므로 x좌표가 0이다.
즉, $2a-1=0$ $\therefore a=\frac{1}{2}$
점 $C\left(4a-1+c, \frac{1}{3}b+3\right)$, 즉 점 $C(1+c, 2)$는 어느 사분면에도 속하지 않으면서 y좌표가 2이므로 y축 위의 점이다.
즉, x좌표가 0이므로 $1+c=0$ $\therefore c=-1$
따라서 점 $(a+b, -c)$는 점 $\left(-\frac{5}{2}, 1\right)$이므로 제2사분면 위의 점이다.

5 점 $P(a-b, ab)$가 제4사분면 위의 점이므로
$a-b>0$, $ab<0$ $\therefore a>0$, $b<0$
따라서 $b-a<0$, $ab^2>0$이므로 점 $Q(b-a, ab^2)$은 제2사분면 위의 점이다.

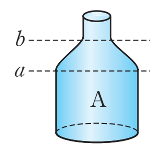
6 $a+b<0$, $ab<0$, $|a|<|b|$이므로 $a>0$, $b<0$
① $ab<0$, $b-a<0$이므로 점 $(ab, b-a)$는 제3사분면 위의 점이다.
② $-2a<0$, $2b<0$이므로 점 $(-2a, 2b)$는 제3사분면 위의 점이다.
③ $\frac{a}{b}<0$, $a+b<0$이므로 점 $\left(\frac{a}{b}, a+b\right)$는 제3사분면 위의 점이다.
④ $-3b>0$, $\frac{a+b}{2}<0$이므로 점 $\left(-3b, \frac{a+b}{2}\right)$는 제4사분면 위의 점이다.
⑤ $a+2b=(a+b)+b<0$, $ab+b<0$이므로 점 $(a+2b, ab+b)$는 제3사분면 위의 점이다.
따라서 나머지 넷과 다른 사분면 위에 있는 점은 ④이다.

7 점 $P(a, b)$는 제1사분면 위의 점이므로 $a>0$, $b>0$
점 Q는 점 P와 y축에 대하여 대칭인 점이므로 $Q(-a, b)$
점 R는 점 P와 원점에 대하여 대칭인 점이므로 $R(-a, -b)$
좌표평면 위에 세 점을 나타내면 오른쪽 그림과 같다. 이때 삼각형 PQR의 넓이가 30이므로

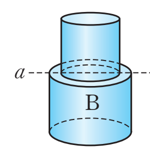


$\frac{1}{2}\times2a\times2b=30$, $2ab=30$
$\therefore ab=15$

8 그릇 A의 단면의 넓이는 일정하다가 a 지점에서 b 지점까지 점점 작아진 후 다시 일정하므로 물의 높이는 일정하게 높아지다가 점점 빠르게 높아진 후 다시 일정하게 높아진다.



따라서 그릇 A의 그래프는 ㄱ이다.
그릇 B의 단면의 넓이는 일정하다가 a 지점에서 한 번 작아진 후 계속 일정하므로 물의 높이는 일정하게 높아지다가 a 지점부터 전보다 빠르고 일정하게 높아진다.



따라서 그릇 B의 그래프는 ㄷ이다.
그릇 C의 단면의 넓이는 일정하다가 점점 넓어지므로 물의 높이가 일정하게 높아지다가 점점 느리게 높아진다.
따라서 그릇 C의 그래프는 ㄴ이다.

9 (1) 놀이 기구가 공중에서 멈추는 시간은 출발한 지 6초 후부터 8초 후까지, 12초 후부터 14초 후까지이므로 모두 4초이다.
(2) 놀이 기구는 출발한 지 6초 후까지 60 m 상승, 8초 후부터 10초 후까지 20 m 하강, 10초 후부터 12초 후까지 30 m 상승, 14초 후부터 16초 후까지 50 m 하강, 16초 후부터 18초 후까지 10 m 상승, 18초 후부터 20초 후까지 30 m 하강하였다.
즉, 지면에 도착할 때까지 이동한 거리는
$60+20+30+50+10+30=200(\text{m})$
이때 놀이 기구가 지면에 도착할 때까지 걸린 시간은 20초이므로

$(\text{평균 속력})=\dfrac{(\text{전체 이동한 거리})}{(\text{전체 걸린 시간})}=\dfrac{200}{20}=10(\text{m/s})$
따라서 놀이 기구의 평균 속력은 초속 10 m이다.

10 ① A, B는 출발 신호가 울릴 때, C는 출발 신호가 울리고 10초 후에 출발하였으므로 A, B가 출발한 지 10초 후에 C가 출발하였다.
② A와 B는 150 m 지점에서 만나므로 A는 150 m 지점 이후부터 B를 앞서기 시작하였다.
④ C가 출발한 지 10초 후에 처음으로 B와 만난다.
⑤ B는 출발한 지 60초 후에 다시 C를 앞서기 시작하였다.

11 (1) 칸막이 왼쪽에 물이 다 찬 후 오른쪽에 물이 차기 시작하므로 양쪽의 물의 높이가 같아질 때까지 물통에 있는 물의 최대 높이는 일정하다.
따라서 칸막이 오른쪽에 물이 차기 시작한 후부터 칸막이 양쪽의 물의 높이가 같아질 때까지 걸린 시간은 $10-7=3$(초)이다.
(2) 높이가 16 cm인 물통에 물을 가득 채우는 데 걸리는 시간은 20초이므로 물통의 부피는 $20\times50=1000(\text{cm}^3)$
따라서 물통 전체의 밑넓이는
$1000\div16=\dfrac{125}{2}(\text{cm}^2)$

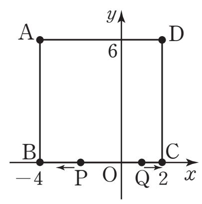
P. 64~65 **내신 1% 뛰어넘기**

01 $P_{40}(6, 4)$	**02** ①	**03** 60초	**04** ④	**05** 30분

01 길잡이 x좌표와 y좌표의 합이 같은 점의 개수를 이용하여 점의 위치를 찾는다.
$P_1(1, 1)$
$P_2(2, 1)$, $P_3(1, 2)$
$P_4(3, 1)$, $P_5(2, 2)$, $P_6(1, 3)$
$P_7(4, 1)$, $P_8(3, 2)$, $P_9(2, 3)$, $P_{10}(1, 4)$
⋮
즉, x좌표와 y좌표의 합이 2, 3, 4, 5, …일 때, x좌표와 y좌표가 모두 정수인 점의 개수는 각각 1개, 2개, 3개, 4개, …이다.
이때 $40=(1+2+3+\cdots+8)+4=36+4$이므로 x좌표와 y좌표의 합이 10이면서 아래에서 왼쪽 대각선 방향으로 4번째 올라간 점의 좌표가 P_{40}이다.
따라서 $P_{37}(9, 1)$, $P_{38}(8, 2)$, $P_{39}(7, 3)$이므로 $P_{40}(6, 4)$

02 길잡이 점 (a, b)와 원점에 대하여 대칭인 점의 좌표는 $(-a, -b)$이고, x축에 대하여 대칭인 점의 좌표는 $(a, -b)$이다.
점 B는 점 $A(a, b)$와 원점에 대하여 대칭인 점이므로 $B(-a, -b)$
점 C는 점 B와 x축에 대하여 대칭인 점이므로 $C(-a, b)$
이와 같은 시행을 반복하면 점 D, E, F, …의 좌표는 $D(a, -b)$, $E(a, b)$, $F(-a, -b)$, …
따라서 점 A와 처음으로 겹쳐지는 점은 점 E이다.

03 길잡이 점 P, Q가 각각 원점 O에 되돌아오는 시간을 구한 후 두 점 P, Q가 첫 번째로 원점 O에서 다시 만나는 시간을 구한다.



정사각형 ABCD는 한 변의 길이가 6이므로 둘레의 길이는 $6\times4=24$이다.
따라서 점 P는 4초마다 원점 O에 되돌아오고 점 Q는 6초마다 원점 O에 되돌아오므로 두 점 P, Q가 첫 번째로 원점 O에서 다시 만나는 것은 원점 O를 출발한 지 12초 후이다.
즉, 두 점 P, Q가 5번째로 원점에서 다시 만나는 것은 원점 O를 출발한 지 $12\times5=60$(초) 후이다.

04 길잡이 점 P가 A → B, B → C, C → D로 움직일 때, 삼각형 APD의 넓이를 구하는 식에서 변화하는 길이를 생각한다.
(i) 점 P가 꼭짓점 A에서 꼭짓점 B까지 움직일 때
(삼각형 APD의 넓이)
$=\dfrac{1}{2}\times(\text{선분 AD의 길이})\times(\text{선분 AP의 길이})$
에서 선분 AD의 길이는 일정하고 선분 AP의 길이는 일정하게 길어지므로 삼각형 APD의 넓이는 일정하게 커진다.
(ii) 점 P가 꼭짓점 B에서 꼭짓점 C까지 움직일 때
(삼각형 APD의 넓이)
$=\dfrac{1}{2}\times(\text{선분 AD의 길이})\times(\text{선분 AB의 길이})$
에서 선분 AD의 길이와 선분 AB의 길이는 각각 일정하므로 삼각형 APD의 넓이는 시간에 관계없이 일정하다.
(iii) 점 P가 꼭짓점 C에서 꼭짓점 D까지 움직일 때
(삼각형 APD의 넓이)
$=\dfrac{1}{2}\times(\text{선분 AD의 길이})\times(\text{선분 DP의 길이})$
에서 선분 AD의 길이는 일정하고 선분 DP의 길이는 일정하게 짧아지므로 삼각형 APD의 넓이는 일정하게 작아진다.
따라서 (i)~(iii)에 의해 그래프로 알맞은 것은 ④이다.

05 길잡이 두 수도꼭지 A, B로 물을 넣을 때와 수도꼭지 B로 물을 넣을 때의 물의 양을 각각 구하여 수도꼭지 A로 1분 동안 넣을 수 있는 물의 양을 구한다.
주어진 그래프에서 두 수도꼭지 A, B로 5분 동안 60 L의 물을 넣고, 수도꼭지 B로 $10-5=5$(분) 동안 $100-60=40$(L)의 물을 넣었다.
따라서 수도꼭지 A만을 이용하여 물을 넣는다면 5분 동안 $60-40=20$(L)의 물을 넣을 수 있다. 즉, 수도꼭지 A로 1분 동안 $\dfrac{20}{5}=4$(L)의 물을 넣을 수 있으므로 수도꼭지 A만을 이용하여 용량이 120 L인 수족관에 물을 가득 채우는 데 걸리는 시간은 $120\div4=30$(분)이다.

6. 정비례와 반비례

P. 68~70 **개념+대표 문제 확인하기**

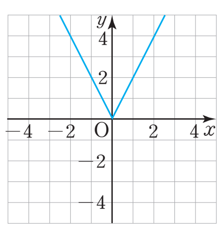
1 -10　**2** ③, ④　**3** ③　**4** 풀이 참조
5 ④, ⑤　**6** -2　**7** ④　**8** -2　**9** ③
10 $y=3x$, 15분　**11** $y=24x$, 32 L　**12** ③
13 ⑤

1 y가 x에 정비례하므로 $y=kx$로 놓는다.
이 식에 $x=-4$, $y=12$를 대입하면
$12=k\times(-4)$　$\therefore k=-3$
$y=-3x$에 $x=a$, $y=-3$을 대입하면
$-3=-3\times a$　$\therefore a=1$
$y=-3x$에 $x=3$, $y=b$를 대입하면
$b=-3\times3=-9$
$\therefore b-a=-9-1=-10$

2 ③ 점 $(-5, 25)$를 지난다.
④ 제2사분면과 제4사분면을 지난다.

3 $y=ax$에 $x=3$, $y=-2$를 대입하면
$-2=3a$　$\therefore a=-\frac{2}{3}$
즉, $y=-\frac{2}{3}x$에 $x=-2$, $y=b$를 대입하면
$b=-\frac{2}{3}\times(-2)=\frac{4}{3}$
$\therefore a+b=-\frac{2}{3}+\frac{4}{3}=\frac{2}{3}$

4 $y=2|x|$에서
$x\geq0$이면 $|x|=x$이므로 $y=2x$
$x<0$이면 $|x|=-x$이므로 $y=-2x$
따라서 $y=2|x|$의 그래프는 다음 그림과 같다.



5 ① $y=3x$ ⇨ 정비례
② $y=24-x$
③ $y=5x$ ⇨ 정비례
④ $xy=9000$이므로 $y=\frac{9000}{x}$ ⇨ 반비례
⑤ (속력)$=\frac{(\text{거리})}{(\text{시간})}$이므로 $y=\frac{20}{x}$ ⇨ 반비례
따라서 y가 x에 반비례하는 것은 ④, ⑤이다.

6 y가 x에 반비례하므로 $y=\frac{a}{x}$로 놓는다.
이 식에 $x=-4$, $y=2$를 대입하면
$2=\frac{a}{-4}$　$\therefore a=-8$
$y=-\frac{8}{x}$에 $y=4$를 대입하면
$4=-\frac{8}{x}$　$\therefore x=-2$

7 ① x의 값이 2배, 3배, 4배, …로 변함에 따라
y의 값은 $\frac{1}{2}$배, $\frac{1}{3}$배, $\frac{1}{4}$배, …로 변한다.
② a의 절댓값이 클수록 원점에서 멀어진다.
③ $a>0$이면 제1사분면과 제3사분면을 지난다.
⑤ 반비례 관계 $y=-\frac{a}{x}(a\neq0)$의 그래프와 만나지 않는다.

8 그래프가 원점에 대칭인 한 쌍의 곡선이므로 $y=\frac{a}{x}$로 놓는다.
이 식에 $x=3$, $y=4$를 대입하면
$4=\frac{a}{3}$　$\therefore a=12$
즉, $y=\frac{12}{x}$에 $x=-6$, $y=k$를 대입하면
$k=\frac{12}{-6}=-2$

9 삼각형 ABP의 밑변의 길이가 x cm, 높이가 10 cm이므로
$y=\frac{1}{2}\times x\times10$　$\therefore y=5x$

10 매분 3 L씩 물을 넣으므로 x와 y 사이의 관계식은 $y=3x$
이 물통에 물을 전체의 $\frac{3}{4}$만큼 채우면 물의 양은
$60\times\frac{3}{4}=45$(L)이므로 $y=3x$에 $y=45$를 대입하면
$45=3x$　$\therefore x=15$
따라서 걸리는 시간은 15분이다.

11 5 L의 휘발유로 120 km를 갈 수 있으므로 1 L의 휘발유로 24 km를 갈 수 있다.
즉, x와 y 사이의 관계식은 $y=24x$
$y=24x$에 $y=768$을 대입하면
$768=24x$　$\therefore x=32$
따라서 32 L의 휘발유가 필요하다.

12 6명이 40분 동안 한 일의 양과 x명이 y분 동안 한 일의 양이 같다고 하면
$6\times40=x\times y$　$\therefore y=\frac{240}{x}$
이 식에 $y=15$를 대입하면
$15=\frac{240}{x}$　$\therefore x=16$
따라서 15분 만에 청소를 끝내려면 16명의 학생이 필요하다.

13 ① A가 2바퀴 회전할 때, 회전한 톱니의 수는

$15\times2=30$(개)

② B가 y바퀴 회전할 때, 회전한 톱니의 수는

$x\times y=xy$(개)

③, ④ A와 B가 회전하는 동안 맞물린 톱니의 수는 같으므로

$30=xy$ $\quad\therefore\ y=\frac{30}{x}$ ⇨ 반비례

⑤ $y=\frac{30}{x}$에 $x=10$을 대입하면

$y=\frac{30}{10}=3$

즉, B는 1분에 3바퀴 회전한다.

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

P. 71~75 **내신 5% 따라잡기**

1 ③	**2** ①	**3** ⑤	**4** ③	
5 $\frac{1}{4}\le a\le\frac{3}{2}$		**6** ③	**7** $\frac{1}{2}$	**8** ②
9 12	**10** ③, ④	**11** ③	**12** $(5,\ -6)$	
13 ④	**14** ⑤	**15** 3	**16** 50	**17** 18
18 -5	**19** ②	**20** ③	**21** 3초 후	**22** ㄱ, ㄹ
23 ⑤	**24** ②	**25** 선희	**26** (1) $y=\frac{30}{x}$ (2) 6개	
27 ㄱ, ㄹ	**28** $\frac{3}{2}$mL	**29** 50cm	**30** ④	

1 ㉢, ㉣의 그래프는 제1사분면과 제3사분면을 지나므로 $a>0$이고, ㉠, ㉡의 그래프는 제2사분면과 제4사분면을 지나므로 $a<0$이다.

$a>0$이면 a의 값이 클수록 y축에 가까워지고, $a<0$이면 a의 값이 작을수록 y축에 가까워지므로 a의 값이 큰 순서대로 나열하면 ㉢, ㉣, ㉠, ㉡이다.

2 점 $\mathrm{A}(-m+3,\ m-3)$이 정비례 관계 $y=ax$의 그래프 위의 점이므로

$m-3=a(-m+3)$, $m-3=-a(m-3)$

$\therefore\ a=-1$

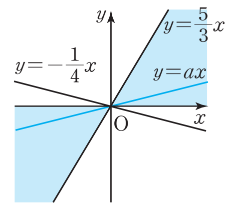
즉, 점 $\mathrm{B}(13n,\ 8)$이 정비례 관계 $y=-x$의 그래프 위의 점이므로

$8=-13n$ $\quad\therefore\ n=-\frac{8}{13}$

$\therefore\ a+n=-1+\left(-\frac{8}{13}\right)=-\frac{21}{13}$

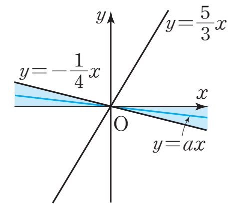
3 (i) $a>0$일 때

정비례 관계 $y=ax$의 그래프가 오른쪽 그림과 같이 제1사분면과 제3사분면의 색칠한 부분에 있으려면 a의 값의 범위는 $0<a<\frac{5}{3}$



(ii) $a<0$일 때

정비례 관계 $y=ax$의 그래프가 오른쪽 그림과 같이 제2사분면과 제4사분면의 색칠한 부분에 있으려면 a의 값의 범위는 $-\frac{1}{4}<a<0$



따라서 (i), (ii)에 의해 $-\frac{1}{4}<a<0$ 또는 $0<a<\frac{5}{3}$이므로 상수 a의 값이 될 수 없는 것은 ⑤이다.

4 $y=\frac{1}{2}x$에 $x=4$를 대입하면

$y=\frac{1}{2}\times4=2$ $\quad\therefore\ \mathrm{B}(4,\ 2)$

선분 BP의 길이는 4이므로

(선분 AP의 길이) : (선분 BP의 길이)$=1:2$에서

(선분 AP의 길이) : $4=1:2$

$2\times$(선분 AP의 길이)$=4\times1$

$\therefore$ (선분 AP의 길이)$=2$

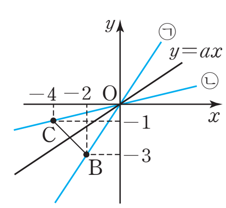
즉, $\mathrm{A}(-2,\ 2)$이다.

따라서 정비례 관계 $y=ax$의 그래프가 점 $\mathrm{A}(-2,\ 2)$를 지나므로

$2=-2a$ $\quad\therefore\ a=-1$

5 점 C는 점 $\mathrm{A}(-4,\ 1)$과 x축에 대하여 대칭인 점이므로 $\mathrm{C}(-4,\ -1)$이다.

즉, 다음 그림과 같이 정비례 관계 $y=ax$의 그래프가 선분 BC와 만나려면 $a>0$이어야 한다.



㉠과 같이 점 $\mathrm{B}(-2,\ -3)$을 지날 때, a의 값이 가장 크므로

$-3=-2a$ $\quad\therefore\ a=\frac{3}{2}$

또 ㉡과 같이 점 $\mathrm{C}(-4,\ -1)$을 지날 때, a의 값이 가장 작으므로

$-1=-4a$ $\quad\therefore\ a=\frac{1}{4}$

따라서 구하는 a의 값의 범위는 $\frac{1}{4}\le a\le\frac{3}{2}$이다.

6 점 A는 정비례 관계 $y=3x$의 그래프 위의 점이고 점 A의 y좌표가 12이므로

$12=3x \quad \therefore x=4 \quad \therefore \mathrm{A}(4,\ 12)$

점 C의 x좌표를 $a(a>0)$라 하면 점 C는 정비례 관계 $y=\frac{1}{3}x$의 그래프 위의 점이므로 $\mathrm{C}\left(a,\ \frac{1}{3}a\right)$

점 D는 y좌표가 12이므로 $\mathrm{D}(a,\ 12)$

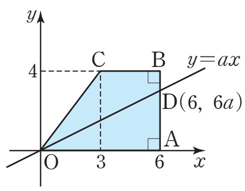
이때 사각형 ABCD는 정사각형이므로

(선분 AD의 길이)=(선분 CD의 길이)

$a-4=12-\frac{1}{3}a,\ \frac{4}{3}a=16 \quad \therefore a=12$

따라서 점 D의 좌표는 (12, 12)이다.

7 다음 그림과 같이 사다리꼴 OABC의 넓이를 이등분하는 정비례 관계 $y=ax$의 그래프와 선분 AB가 만나는 점을 $\mathrm{D}(6,\ 6a)$라 하자.



(사다리꼴 OABC의 넓이)$=\frac{1}{2}\times(3+6)\times4=18$에서

(삼각형 OAD의 넓이)$=\frac{1}{2}\times18=9$이므로

$\frac{1}{2}\times6\times6a=9 \quad \therefore a=\frac{1}{2}$

8 점 P의 x좌표를 $p(p<0)$라 하면 $\mathrm{P}(p,\ -4)$

(삼각형 OPQ의 넓이)

$=\frac{1}{2}\times$(선분 PQ의 길이)$\times$(선분 OQ의 길이)

$=\frac{1}{2}\times(-p)\times4=-2p$

$-2p=9$에서 $p=-\frac{9}{2}$

따라서 정비례 관계 $y=ax$의 그래프는 점 $\mathrm{P}\left(-\frac{9}{2},\ -4\right)$를 지나므로

$-4=-\frac{9}{2}a \quad \therefore a=\frac{8}{9}$

9 점 D는 x좌표가 9이고 정비례 관계 $y=\frac{1}{3}x$의 그래프 위의 점이므로 $\mathrm{D}(9,\ 3)$

점 A는 y좌표가 3이고 정비례 관계 $y=x$의 그래프 위의 점이므로 $\mathrm{A}(3,\ 3)$

또 점 B는 x좌표가 3이고 정비례 관계 $y=\frac{1}{3}x$의 그래프 위의 점이므로 $\mathrm{B}(3,\ 1)$

$\therefore$ (직사각형 ABCD의 넓이)

=(선분 BC의 길이)$\times$(선분 AB의 길이)

$=6\times2=12$

10 점 $(a,\ b)$가 제3사분면 위의 점이므로 $a<0,\ b<0$

따라서

① $-a>0$ ② $\frac{b}{a}>0$ ③ $a+b<0$ ④ $b<0$ ⑤ $ab>0$

이므로

①, ②, ⑤의 그래프는 제1사분면과 제3사분면을 지나고,

③, ④의 그래프는 제2사분면과 제4사분면을 지난다.

11 정비례 관계 $y=ax$의 그래프가 $x<0$에서 제2사분면을 지나므로 $a<0$, 즉 $-a>0$

따라서 반비례 관계 $y=-\frac{a}{x}$의 그래프는 $x<0$에서 제3사분면을 지난다.

12 $y=\frac{a}{x}$에 $x=3,\ x=5$를 각각 대입하면 $y=\frac{a}{3},\ y=\frac{a}{5}$

$\therefore \mathrm{P}\left(3,\ \frac{a}{3}\right),\ \mathrm{Q}\left(5,\ \frac{a}{5}\right)$

이때 점 Q의 y좌표가 점 P의 y좌표보다 크고, 두 점 P, Q의 y좌표의 차가 4이므로

$\frac{a}{5}-\frac{a}{3}=4,\ 3a-5a=60$

$-2a=60 \quad \therefore a=-30$

따라서 $y=-\frac{30}{x}$에 $x=5$를 대입하면

$y=-\frac{30}{5}=-6$

따라서 점 Q의 좌표는 (5, -6)이다.

13 반비례 관계 $y=\frac{a}{x}$의 그래프가 점 (12, 3)을 지나므로

$3=\frac{a}{12} \quad \therefore a=36$

점 P의 x좌표를 $p(p<0)$라 하면 사각형 OAPB가 정사각형이므로 점 P의 y좌표도 p이다.

$\therefore \mathrm{P}(p,\ p)$

즉, 반비례 관계 $y=\frac{36}{x}$의 그래프는 점 $\mathrm{P}(p,\ p)$를 지나므로

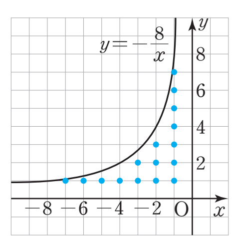
$p=\frac{36}{p},\ p^2=36$

이때 $p^2=6\times6$ 또는 $p^2=-6\times(-6)$

그런데 $p<0$이므로 $p=-6$

따라서 점 P의 좌표는 (-6, -6)이다.

14 반비례 관계 $y=-\frac{8}{x}$의 그래프에서 $x<0$인 부분은 오른쪽 그림과 같고, x좌표와 y좌표가 모두 정수인 점의 개수는



$x=-1$일 때, 7개

$x=-2$일 때, 3개

$x=-3$일 때, 2개

$x=-4,\ -5,\ -6,\ -7$일 때, 각 1개씩

$\therefore 7+3+2+1+1+1+1=16$(개)

$x>0$인 부분도 같은 방법으로 구하면 모두 16개이므로
구하는 점의 개수는 $2\times16=32$(개)

15 반비례 관계 $y=\frac{a}{x}$의 그래프가 점 Q$(-2, 3)$을 지나므로

$3=\frac{a}{-2}$ $\quad\therefore a=-6$

점 P의 x좌표를 $p(p<0)$라 하면

$\mathrm{P}\left(p, -\frac{6}{p}\right)$, $\mathrm{A}(p, 0)$

따라서 직각삼각형 PAO의 넓이는

$\frac{1}{2}\times(-p)\times\left(-\frac{6}{p}\right)=3$

16 반비례 관계 $y=\frac{a}{x}$의 그래프가 점 $\mathrm{P}\left(\frac{1}{2}, 10\right)$을 지나므로

$10=a\div\frac{1}{2}$, $10=2a$ $\quad\therefore a=5$

즉, $y=\frac{5}{x}$이므로 $xy=5$

따라서 반비례 관계 $y=\frac{5}{x}$의 그래프 위의 점들의 x좌표와 y좌표의 곱은 5로 일정하므로 직사각형 1개의 넓이는 5이다.
즉, 직사각형 10개의 넓이의 합은
$5\times10=50$

17 점 P의 x좌표를 $p(p>0)$라 하면 $\mathrm{P}\left(p, \frac{a}{p}\right)$

따라서 (선분 OA의 길이)$=p$, (선분 OB의 길이)$=\frac{a}{p}$이므로

(직사각형 OAPB의 넓이)
$=$(선분 OA의 길이)$\times$(선분 OB의 길이)
$=p\times\frac{a}{p}=18$
$\therefore a=18$

18 정비례 관계 $y=-\frac{4}{3}x$의 그래프가 점 $\mathrm{A}(-3, a)$를 지나므로

$a=-\frac{4}{3}\times(-3)=4$

또 점 $\mathrm{B}(b, -4)$를 지나므로

$-4=-\frac{4}{3}\times b$ $\quad\therefore b=3$

반비례 관계 $y=\frac{k}{x}$의 그래프가 점 $\mathrm{A}(-3, 4)$를 지나므로

$4=\frac{k}{-3}$ $\quad\therefore k=-12$

$\therefore a+b+k=4+3+(-12)=-5$

19 점 B는 정비례 관계 $y=ax$의 그래프 위의 점이므로
$\mathrm{B}(-2, -2a)$

점 D는 반비례 관계 $y=-\frac{6a}{x}$의 그래프 위의 점이므로

$\mathrm{D}(2, -3a)$

직사각형 ABCD에서
선분 DC의 길이는 $-3a-(-2a)=-a$이고
(선분 BC의 길이) : (선분 DC의 길이)$=2:1$이므로
$4:(-a)=2:1$, $-2a=4$ $\quad\therefore a=-2$

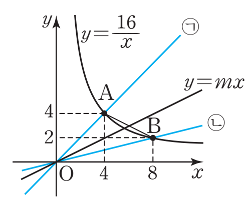
20 반비례 관계 $y=\frac{16}{x}$의 그래프가 점 $\mathrm{A}(4, a)$를 지나므로

$a=\frac{16}{4}=4$ $\quad\therefore \mathrm{A}(4, 4)$

또 점 $\mathrm{B}(b, 2)$를 지나므로

$2=\frac{16}{b}$에서 $b=8$ $\quad\therefore \mathrm{B}(8, 2)$

다음 그림과 같이 정비례 관계 $y=mx$의 그래프가 선분 AB와 만나려면 $m>0$이어야 한다.



㉠과 같이 점 $\mathrm{A}(4, 4)$를 지날 때, m의 값이 가장 크므로
$4=4m$ $\quad\therefore m=1$
또 ㉡과 같이 점 $\mathrm{B}(8, 2)$를 지날 때, m의 값이 가장 작으므로

$2=8m$ $\quad\therefore m=\frac{1}{4}$

따라서 구하는 m의 값의 범위는

$\frac{1}{4}\leq m\leq1$

21 x초 후에 선분 BP의 길이는 $2x$ cm이므로 x와 y 사이의 관계식은

$y=\frac{1}{2}\times2x\times6$ $\quad\therefore y=6x$

$y=6x$에 $y=18$을 대입하면
$18=6x$ $\quad\therefore x=3$
따라서 삼각형 ABP의 넓이가 $18\,\mathrm{cm}^2$가 되는 것은 점 P가 점 B를 출발한 지 3초 후이다.

22 시계의 분침은 60분 동안 360°를 회전하므로 1분 동안에는

$\frac{360°}{60}=6°$를 회전한다.

즉, x와 y 사이의 관계식은 $y=6x$이다.
ㄱ. y는 x에 정비례한다.
ㄴ. $y=6x$에 $y=36$을 대입하면
$36=6x$ $\quad\therefore x=6$
따라서 36°를 회전하는 데 6분이 걸린다.
ㄷ. 정비례하므로 x의 값이 커지면 y의 값도 커진다.
ㄹ. 정비례 관계 $y=6x(0\leq x\leq60)$의 그래프는 제1사분면을 지난다.
따라서 옳지 않은 것은 ㄱ, ㄹ이다.

23 x분 동안 이동한 거리를 y m라 하자.

(i) ㉠의 그래프가 나타내는 x와 y 사이의 관계식을 $y=ax$ 라 하면 그래프가 점 (3, 500)을 지나므로

$500=3a$에서 $a=\frac{500}{3}$

$\therefore y=\frac{500}{3}x$

집에서 학교까지의 거리는 2 km=2000 m이므로

$y=2000$을 대입하면

$2000=\frac{500}{3}x \qquad \therefore x=12$

즉, 자전거를 타고 학교까지 가는 데 걸리는 시간은 12분이다.

(ii) ㉡의 그래프가 나타내는 x와 y 사이의 관계식을 $y=bx$ 라 하면 그래프가 점 (4, 200)을 지나므로

$200=4b$에서 $b=50$

$\therefore y=50x$

집에서 학교까지의 거리는 2 km=2000 m이므로

$y=2000$을 대입하면

$2000=50x \qquad \therefore x=40$

즉, 걸어서 학교까지 가는 데 걸리는 시간은 40분이다.

따라서 자전거를 타고 학교에 가면 걸어서 가는 것보다 $40-12=28$(분) 더 빨리 도착한다.

24 x분 동안 인쇄할 수 있는 쪽수를 y쪽이라 하자.

(i) A 프린터의 그래프가 나타내는 x와 y 사이의 관계식을 $y=ax$라 하면 그래프가 점 (5, 185)를 지나므로

$185=5a$에서 $a=37$

$\therefore y=37x$

즉, A 프린터로는 1분 동안 37쪽을 인쇄할 수 있다.

(ii) B 프린터의 그래프가 나타내는 x와 y 사이의 관계식을 $y=bx$라 하면 그래프가 점 (5, 225)를 지나므로

$225=5b$에서 $b=45$

$\therefore y=45x$

즉, B 프린터로는 1분 동안 45쪽을 인쇄할 수 있다.

따라서 두 대를 동시에 사용하면 1분 동안 $37+45=82$(쪽)을 인쇄할 수 있으므로 A, B 두 프린터를 동시에 사용하여 492쪽을 인쇄하는 데 걸리는 시간은

$492\div82=6$(분)

25 선희와 재원이가 이동한 시간을 x분, 이동한 거리를 y m라 하면

선희: $y=125x$, 재원: $y=150x$

1500 m를 가는 데 선희는 $1500=125x \qquad \therefore x=12$

이므로 12분이 걸리고,

재원이는 $1500=150x \qquad \therefore x=10$

이므로 10분이 걸린다.

따라서 선희가 3분 먼저 출발하였으므로 먼저 도착한 사람은 선희이다.

26 (1) $xy=30$이므로 $y=\frac{30}{x}$

(2) $y=\frac{30}{x}$에 $x=5$를 대입하면 $y=\frac{30}{5}=6$

따라서 가로에 놓인 타일의 개수가 5개일 때, 세로에 놓인 타일의 개수는 6개이다.

27 ㄱ, ㄴ. 1분에 100 L씩 200분 동안 넣은 물의 양과 1분에 x L씩 y분 동안 넣은 물의 양이 같으므로

$100\times200=x\times y \qquad \therefore y=\frac{20000}{x}$

따라서 y는 x에 반비례한다.

ㄷ. $y=\frac{20000}{x}$에 $x=80$을 대입하면

$y=\frac{20000}{80}=250$

즉, 1분에 80 L씩 물을 넣을 때, 수영장에 물을 가득 채우는 데 250분이 걸린다.

ㄹ. $y=\frac{20000}{x}$에 $y=400$을 대입하면

$400=\frac{20000}{x} \qquad \therefore x=50$

즉, 400분 동안 물을 넣어서 수영장에 물을 가득 채우려면 1분에 50 L씩 물을 넣어야 한다.

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄹ이다.

28 주어진 그래프에서 y가 x에 반비례하므로 $y=\frac{a}{x}$로 놓는다.

이 그래프가 점 (2, 6)을 지나므로

$6=\frac{a}{2}$에서 $a=12 \qquad \therefore y=\frac{12}{x}$

$y=\frac{12}{x}$에 $x=8$을 대입하면 $y=\frac{12}{8}=\frac{3}{2}$

따라서 8기압일 때, 이 기체의 부피는 $\frac{3}{2}$ mL이다.

29 받침대에서 물건이 놓여 있는 곳까지의 거리와 물건의 무게의 곱은 양쪽이 같으므로

$20\times50=y\times x \qquad \therefore y=\frac{1000}{x}$

$y=\frac{1000}{x}$에 $x=20$을 대입하면 $y=\frac{1000}{20}=50$

따라서 초콜릿의 무게가 20 g일 때, 받침대에서 초콜릿까지의 거리는 50 cm이다.

30 톱니바퀴 A가 15초에 6바퀴 회전하므로 1분 동안 맞물린 톱니의 수는

$25\times4\times6=600$(개)

톱니바퀴 B가 1분에 y바퀴 회전하는 동안 맞물린 톱니의 수는

$x\times y=xy$(개)

두 톱니바퀴 A와 B가 회전하는 동안 맞물린 톱니의 수는 같으므로

$600=xy \qquad \therefore y=\dfrac{600}{x}$

$x=20$, $x=30$, $x=40$일 때의 y의 값의 합은

$\dfrac{600}{20}+\dfrac{600}{30}+\dfrac{600}{40}=30+20+15=65$

P. 76~77 **내신 1% 뛰어넘기**

01 $\dfrac{1}{2}$ **02** $\dfrac{8}{5}$ **03** 16 **04** 6

05 $y=\dfrac{2}{3}x$ **06** 30 km

01 길잡이 점 A의 좌표를 (m, m)이라 하면 정사각형 ABCD의 한 변의 길이는 m임을 이용하여 점 D의 좌표를 구한다.

점 A의 x좌표를 $m(m>0)$이라 하면 점 A는 정비례 관계 $y=x$의 그래프 위의 점이므로

$A(m, m)$

이때 정사각형 ABCD의 한 변의 길이는 선분 AB의 길이와 같으므로 m이다.

즉, 점 D의 x좌표는 $m+m=2m$이므로

$D(2m, m)$

점 $D(2m, m)$은 정비례 관계 $y=ax$의 그래프 위의 점이므로

$m=2am \qquad \therefore a=\dfrac{1}{2}$

02 길잡이 절댓값의 의미를 알고 삼각형 POQ의 넓이를 이용하여 선분 PQ의 길이를 구한다.

점 Q의 x좌표를 $p(p>0)$라 하면 두 점 P, Q의 y좌표가 4이므로 $P(-p, 4)$, $Q(p, 4)$

(삼각형 POQ의 넓이) $=\dfrac{1}{2}\times 2p\times 4$

$=4p=10$

$\therefore p=\dfrac{5}{2}$

점 $Q\left(\dfrac{5}{2}, 4\right)$는 $y=a|x|$의 그래프 위의 점이므로

$4=\dfrac{5}{2}a \qquad \therefore a=\dfrac{8}{5}$

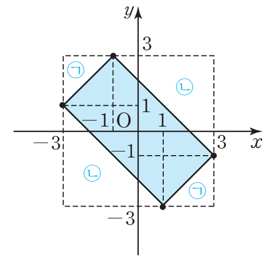
03 길잡이 반비례 관계 $y=\dfrac{a}{x}$의 그래프 위의 점 중에서 x좌표와 y좌표가 모두 정수인 점을 찾아본다.

반비례 관계 $y=\dfrac{a}{x}$의 그래프가 점 $\left(\dfrac{1}{3}, -9\right)$를 지나므로

$-9=a\div\dfrac{1}{3}$, $-9=3a$

$\therefore a=-3$

반비례 관계 $y=-\dfrac{3}{x}$의 그래프 위의 점 중에서 x좌표와 y좌표가 모두 정수인 점은 $(1, -3)$, $(-1, 3)$, $(3, -1)$, $(-3, 1)$이고 네 점을 좌표평면 위에 나타내면 다음 그림과 같다.



$\therefore$ (사각형의 넓이)

$=6\times 6-\underbrace{\left(\dfrac{1}{2}\times 2\times 2\right)}_{㉠}\times 2-\underbrace{\left(\dfrac{1}{2}\times 4\times 4\right)}_{㉡}\times 2$

$=36-4-16=16$

04 길잡이 점 P는 정비례 관계 $y=ax$의 그래프와 반비례 관계 $y=\dfrac{8ab}{x}$의 그래프의 교점이고, 점 Q는 정비례 관계 $y=bx$의 그래프와 반비례 관계 $y=\dfrac{8ab}{x}$의 그래프의 교점임을 이용하여 a, b의 값을 구한다.

점 P의 x좌표가 2이고 점 P는 정비례 관계 $y=ax$의 그래프 위의 점이므로 $P(2, 2a)$

또 점 $P(2, 2a)$는 반비례 관계 $y=\dfrac{8ab}{x}$의 그래프 위의 점이므로

$2a=\dfrac{8ab}{2}$, $2a=4ab \qquad \therefore b=\dfrac{1}{2}$

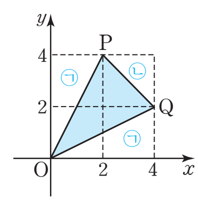
점 Q의 y좌표가 2이고 점 Q는 정비례 관계 $y=\dfrac{1}{2}x$의 그래프 위의 점이므로

$2=\dfrac{1}{2}x$, $x=4 \qquad \therefore Q(4, 2)$

또 점 $Q(4, 2)$는 반비례 관계 $y=\dfrac{4a}{x}$의 그래프 위의 점이므로

$2=\dfrac{4a}{4} \qquad \therefore a=2$

따라서 좌표평면 위에 두 점 $P(2, 4)$, $Q(4, 2)$를 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



$\therefore$ (삼각형 POQ의 넓이)

$=4\times 4-\underbrace{\left(\dfrac{1}{2}\times 4\times 2\right)}_{㉠}\times 2$

$-\underbrace{\dfrac{1}{2}\times 2\times 2}_{㉡}$

$=16-8-2=6$

05 길잡이 (A의 톱니 수)×(회전수)=(B의 톱니 수)×(회전수), (C의 톱니 수)×(회전수)=(D의 톱니 수)×(회전수)임을 이용한다.

톱니바퀴 A가 x바퀴 회전할 때, 톱니바퀴 B는 k바퀴 회전한다고 하면

$36\times x=48\times k \qquad \therefore k=\frac{3}{4}x \qquad \cdots$ ㉠

톱니바퀴 B가 k바퀴 회전할 때, 톱니바퀴 C도 k바퀴 회전하므로

$16\times k=18\times y \qquad \therefore k=\frac{9}{8}y \qquad \cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서 $\frac{3}{4}x=\frac{9}{8}y \qquad \therefore y=\frac{2}{3}x$

06 길잡이 방정식을 세워 기차의 길이를 구한 후 기차의 속력을 구한다.

기차의 길이를 a m라 하면 기차의 속력은 일정하므로

$\frac{400+a}{2}=\frac{900+a}{3}$

$1200+3a=1800+2a \qquad \therefore a=600$

따라서 기차의 길이는 600 m이므로 기차의 속력은

$\frac{400+600}{2}=500$, 즉 분속 500 m이다.

이 기차가 x분 동안 이동한 거리를 y m라 하면 이 기차는 1분 동안 500 m씩 이동하므로 x와 y 사이의 관계식은

$y=500x$

한편 1시간은 60분이므로 $y=500x$에 $x=60$을 대입하면

$y=500\times 60=30000$

따라서 이 기차가 1시간 동안 이동한 거리는 30000 m, 즉 30 km이다.

P. 78~79 5~6 서술형 완성하기

[과정은 풀이 참조]

1 제4사분면

2 (1) A$(5,\ -2)$, B$(-5,\ 2)$, C$(-5,\ -2)$ (2) 20

3 (1) 140톤 (2) 4시간 **4** 2 **5** 6

6 (1) $y=\frac{36}{x}$ (2) $3\,\text{cm}^3$ **7** $\frac{5}{2}$

8 (1) $\frac{12}{5}$ (2) $\left(\frac{5}{3},\ 4\right)$

1 점 A$(a,\ -b)$가 제1사분면 위의 점이므로

$a>0,\ -b>0$에서 $a>0,\ b<0$ … (i)

점 B$(-c,\ d)$가 제2사분면 위의 점이므로

$-c<0,\ d>0$에서 $c>0,\ d>0$ … (ii)

따라서 $\frac{a+c}{2}>0,\ \frac{b-d}{2}<0$이므로 … (iii)

점 C$\left(\frac{a+c}{2},\ \frac{b-d}{2}\right)$는 제4사분면 위의 점이다. … (iv)

채점 기준	비율
(i) a, b의 부호 결정하기	20 %
(ii) c, d의 부호 결정하기	20 %
(iii) $\frac{a+c}{2}$, $\frac{b-d}{2}$의 부호 결정하기	30 %
(iv) 점 C가 제몇 사분면 위의 점인지 구하기	30 %

2 (1) 점 P$(5,\ 2)$와 x축에 대하여 대칭인 점 A의 좌표는

A$(5,\ -2)$ … (i)

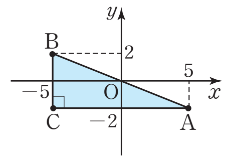
점 P$(5,\ 2)$와 y축에 대하여 대칭인 점 B의 좌표는

B$(-5,\ 2)$ … (ii)

점 P$(5,\ 2)$와 원점에 대하여 대칭인 점 C의 좌표는

C$(-5,\ -2)$ … (iii)

(2) 좌표평면 위에 세 점 A, B, C를 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



∴ (삼각형 ABC의 넓이)

$=\frac{1}{2}\times 10\times 4$

$=20$ … (iv)

채점 기준	비율
(i) 점 A의 좌표 구하기	20 %
(ii) 점 B의 좌표 구하기	20 %
(iii) 점 C의 좌표 구하기	20 %
(iv) 삼각형 ABC의 넓이 구하기	40 %

3 (1) 처음 저수지에 있는 물의 양은 200톤이고 물을 뺀 후에 저수지에 있는 물의 양은 60톤이므로 저수지에서 뺀 물의 양은 모두 $200-60=140$(톤)이다. … (i)

(2) 저수지의 수문을 연 시간은 물을 빼기 시작한 후부터 1시간 후까지, 2시간 후부터 4시간 후까지, 5시간 후부터 6시간 후까지 모두 4시간이다. … (ii)

채점 기준	비율
(i) 저수지에서 뺀 물의 양 구하기	50 %
(ii) 저수지의 수문을 연 시간 구하기	50 %

4 정비례 관계 $y=ax$의 그래프가 점 $\left(4,\ -\frac{1}{2}\right)$을 지나므로

$-\frac{1}{2}=4a \qquad \therefore a=-\frac{1}{8}$ … (i)

$\therefore y=-\frac{1}{8}x$ … (ii)

정비례 관계 $y=-\frac{1}{8}x$의 그래프가 점 $(b,\ 2)$를 지나므로

$2=-\frac{1}{8}b \qquad \therefore b=-16$ … (iii)

$\therefore ab=-\frac{1}{8}\times(-16)=2$ … (iv)

채점 기준	비율
(i) a의 값 구하기	30 %
(ii) 정비례 관계식 구하기	20 %
(iii) b의 값 구하기	30 %
(iv) ab의 값 구하기	20 %

5 정비례 관계 $y=\frac{1}{2}x$의 그래프가 점 P$(-4,\ k)$를 지나므로

$k=\frac{1}{2}\times(-4)=-2$ … (i)

$\therefore$ P$(-4,\ -2)$

반비례 관계 $y=\dfrac{a}{x}$의 그래프가 점 P$(-4,\ -2)$를 지나므로

$-2=\dfrac{a}{-4}$　　$\therefore a=8$ … (ii)

$\therefore a+k=8+(-2)=6$ … (iii)

채점 기준	비율
(i) k의 값 구하기	40 %
(ii) a의 값 구하기	40 %
(iii) $a+k$의 값 구하기	20 %

6 (1) y가 x에 반비례하므로 $y=\dfrac{a}{x}$로 놓는다.

어떤 기체의 부피가 $72\,cm^3$일 때, 압력이 0.5기압이므로

$72=\dfrac{a}{0.5}$　　$\therefore a=36$

따라서 x와 y 사이의 관계식은

$y=\dfrac{36}{x}$ … (i)

(2) $y=\dfrac{36}{x}$에 $x=4$를 대입하면 $y=\dfrac{36}{4}=9$이므로

압력이 4기압일 때의 기체의 부피는 $9\,cm^3$ … (ii)

$y=\dfrac{36}{x}$에 $x=6$을 대입하면 $y=\dfrac{36}{6}=6$이므로

압력이 6기압일 때의 기체의 부피는 $6\,cm^3$ … (iii)

따라서 압력이 4기압일 때와 6기압일 때의 부피의 차는

$9-6=3(cm^3)$ … (iv)

채점 기준	비율
(i) x와 y 사이의 관계식 구하기	40 %
(ii) 압력이 4기압일 때의 부피 구하기	20 %
(iii) 압력이 6기압일 때의 부피 구하기	20 %
(iv) 부피의 차 구하기	20 %

7 점 A$(a-2,\ 4a-1)$은 x축 위의 점이므로 y좌표가 0이다.

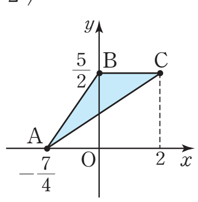
$4a-1=0$에서 $a=\dfrac{1}{4}$ … (i)

점 B$(3-2b,\ b+1)$은 y축 위의 점이므로 x좌표가 0이다.

$3-2b=0$에서 $b=\dfrac{3}{2}$ … (ii)

따라서 A$\left(-\dfrac{7}{4},\ 0\right)$, B$\left(0,\ \dfrac{5}{2}\right)$, C$\left(2,\ \dfrac{5}{2}\right)$이므로 … (iii)

좌표평면 위에 세 점 A, B, C를 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



$\therefore$ (삼각형 ACB의 넓이)

$=\dfrac{1}{2}\times2\times\dfrac{5}{2}=\dfrac{5}{2}$ … (iv)

채점 기준	비율
(i) a의 값 구하기	20 %
(ii) b의 값 구하기	20 %
(iii) 세 점 A, B, C의 좌표 구하기	30 %
(iv) 삼각형 ACB의 넓이 구하기	30 %

8 (1) 점 P의 x좌표를 $p(p>0)$라 하면 점 P는 정비례 관계 $y=ax$의 그래프 위의 점이므로

P$(p,\ ap)$

(삼각형 AOB의 넓이)$=\dfrac{1}{2}\times5\times6=15$

(삼각형 AOP의 넓이)$=\dfrac{1}{2}\times6\times p=3p$

(삼각형 POB의 넓이)$=\dfrac{1}{2}\times5\times ap=\dfrac{5}{2}ap$ … (i)

이때 삼각형 AOP의 넓이는 삼각형 AOB의 넓이의 $\dfrac{1}{3}$이므로

$3p=\dfrac{1}{3}\times15,\ 3p=5$

$\therefore p=\dfrac{5}{3}$ … (ii)

또 삼각형 POB의 넓이는 삼각형 AOB의 넓이의 $\dfrac{2}{3}$이므로

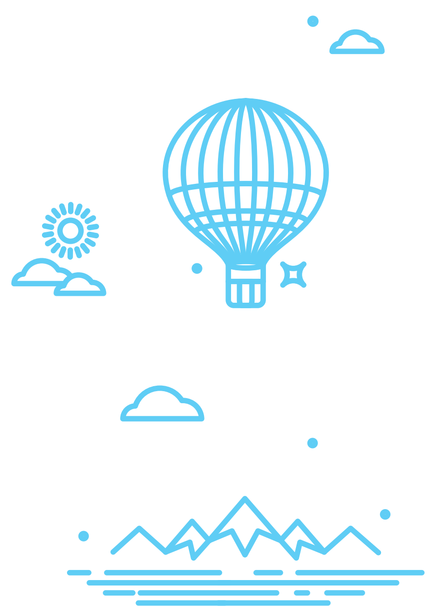
$\dfrac{5}{2}a\times\dfrac{5}{3}=15\times\dfrac{2}{3}$

$\therefore a=\dfrac{12}{5}$ … (iii)

(2) 점 P의 좌표는

$\left(\dfrac{5}{3},\ \dfrac{12}{5}\times\dfrac{5}{3}\right)$, 즉 $\left(\dfrac{5}{3},\ 4\right)$ … (iv)

채점 기준	비율
(i) 삼각형 AOB, 삼각형 AOP, 삼각형 POB의 넓이 구하기	30 %
(ii) p의 값 구하기	30 %
(iii) a의 값 구하기	30 %
(iv) 점 P의 좌표 구하기	10 %



MEMO