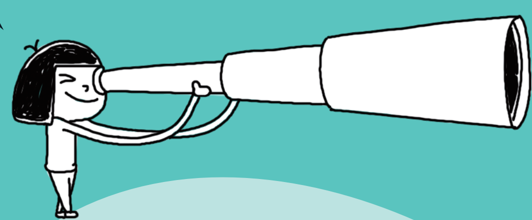
정답과 풀이



Speed 정답체크

I 삼각형의 성질

STEP C 필수체크문제 본문 P. 12~23

01 $72°$ **02** $40°$ **03** $99°$ **04** 66

05 ③ **06** 8 cm **07** $3\angle x$ **08** ②

09 $\angle\text{ABC}=36°$, $\angle\text{BAC}=108°$

10 $62°$ **11** ⑤ **12** $\frac{289}{2}\text{ cm}^2$

13 51 **14** $27°$ **15** $92°$

16 $\frac{7}{2}\pi\text{ cm}^2$ **17** $25\pi\text{ cm}^2$

18 $40°$ **19** $76°$ **20** 이등변삼각형

21 $30°$ **22** $96°$ **23** $36°$ **24** ④, ⑤

25 ③, ⑤ **26** 8 cm **27** $\frac{1}{2}(b+c-a)$

28 25 cm

29 $\angle x=90°+\frac{1}{2}\angle a$, $\angle y=90°-\frac{1}{2}\angle a$, $\angle z=\frac{1}{2}\angle a$

30 (1) $5:3$ (2) $5:3:16$ **31** $16.5°$

32 $1:23$ **33** ② **34** 8 cm **35** $65°$

STEP B 내신만점문제 본문 P. 24~33

01 5 cm **02** $27.5°$

03 $\angle x=50°$, $\angle y=65°$ **04** $55°$

05 $78°$ **06** 6 cm **07** 6 cm

08 $\frac{40}{3}\text{cm}^2$ **09** 8 cm **10** $108°$

11 41.5 **12** $42°$ **13** (1) $64°$ (2) $128°$

14 11 cm **15** $180°$ **16** 13 cm^2 **17** 4 cm

18 6 cm **19** 124 cm^2

20 $(54-9\pi)\text{cm}^2$ **21** $62.5°$

22 (1) $15°$ (2) $30°$ **23** $141°$

24 (1) 8 cm (2) $\frac{10}{3}\text{ cm}$ (3) $540°-4\angle x$

25 $3:13$ **26** 3 cm **27** 1 cm **28** $52.5°$

29 1 cm **30** 8 cm

STEP A 최고수준문제 본문 P. 34~41

01 2 cm **02** 4 cm **03** 14 cm **04** $58°$

05 24 **06** $24°$ **07** 6 cm **08** 18 cm^2

09 9 cm^2 **10** $120°$ **11** $45°$

12 $15:22:29$

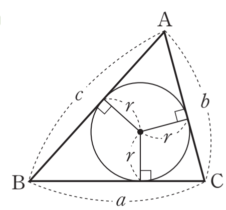
13 (1) $11:12:7$ (2) $57°$

14 (1) 3 (2) $y=\frac{5}{12}x$

15 (1) 2 cm (2) $135°$ **16** $35°$

17 $(168-18\pi)\text{cm}^2$ **18** $141.5°$ **19** $156°$

20



$\triangle$ABC에서 변 BC, CA, AB의 길이를 각각 a, b, c라 하고, $\triangle$ABC의 넓이를 S라 하면

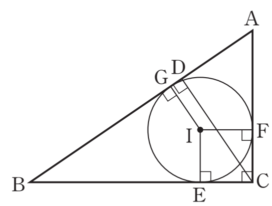
$2S=r(a+b+c)=al=bm=cn$이므로

$\frac{2S}{r}=a+b+c$, $\frac{2S}{l}=a$, $\frac{2S}{m}=b$,

$\frac{2S}{n}=c$에서 $\frac{2S}{r}=\frac{2S}{l}+\frac{2S}{m}+\frac{2S}{n}$

$\therefore\ \frac{1}{r}=\frac{1}{l}+\frac{1}{m}+\frac{1}{n}$

21



$\triangle$ABC의 내접원 I가 변 BC, CA, AB에 접하는 점을 각각 E, F, G라고 하면

□IECF는 정사각형이다.

$\overline{\text{EC}}=r_1$이라 하면

$\overline{\text{AB}}=\overline{\text{AG}}+\overline{\text{GB}}=\overline{\text{AF}}+\overline{\text{BE}}$

$=\overline{\text{AC}}-r_1+\overline{\text{BC}}-r_1$

$\therefore\ 2r_1=\overline{\text{AC}}+\overline{\text{BC}}-\overline{\text{AB}}$ …… ①

마찬가지로 $\triangle$ACD, $\triangle$BCD의 내접원의 반지름의 길이를 각각 r_2, r_3라고 하면

$2r_2=\overline{\text{AD}}+\overline{\text{CD}}-\overline{\text{AC}}$ …… ②

$2r_3=\overline{\text{BD}}+\overline{\text{CD}}-\overline{\text{BC}}$ …… ③

①+②+③에서

STEP C 필수체크문제 | **STEP B 내신만점문제** | **STEP A 최고수준문제**

$$2(r_1+r_2+r_3)=2\overline{CD}+\overline{AD}+\overline{BD}-\overline{AB}$$
$$=2\overline{CD}$$
$$\therefore r_1+r_2+r_3=\overline{CD}$$

22 (1) $50°$ (2) $50°$ **23** 2
24 $\angle B=42°$, $\angle C=48°$

II 사각형의 성질

STEP C 필수체크문제 본문 P. 49~58

01 ③
02 $\angle A=\angle C=100°$, $\angle B=\angle D=80°$
03 $D(4, 3)$ **04** $46°$ **05** 22 cm
06 ③ **07** ⑤ **08** 63 **09** $20°$
10 72 cm^2 **11** 54.5 **12** $25°$
13 직사각형 **14** $120°$ **15** $52°$
16 $60°$ **17** ①, ⑤
18 (1) 평행사변형 (2) 마름모 **19** $50°$
20 $30°$ **21** (1) 평행사변형 (2) 정사각형
22 $37°$ **23** $\angle x=75°$, $\angle y=68°$
24 128 cm^2 **25** ③
26 (1) 직사각형 (2) 마름모 (3) 정사각형
27 ③ **28** 30 cm^2 **29** 8 cm^2 **30** 16 cm^2
31 120 cm^2 **32** 1 : 1 **33** 46초 후

STEP B 내신만점문제 본문 P. 59~68

01 ② **02** 3 : 7 **03** 25 cm **04** $58°$
05 $90°$ **06** 4 cm **07** (1) 1 : 1 (2) $110°$
08 $75°$ **09** $90°$ **10** (1) 6 cm (2) 4배
11 1 : 40 **12** $90°-\angle x$ **13** 마름모
14 8 cm **15** $60°$ **16** 16 cm **17** $84°$
18 64 cm^2 **19** 34 cm **20** 30 cm^2 **21** 6 cm
22 ② **23** 168 cm^2
24 20π cm^2 **25** 30 cm^2 **26** 56 cm^2
27 $\frac{1}{4}$배 **28** (1) 7 cm (2) $42a$ cm^2
29 16 cm^2 **30** (1) 이등변삼각형 (2) 마름모

STEP A 최고수준문제 본문 P. 69~77

01 (1) $45°$ (2) 2 : 5 **02** 7 : 3 **03** $45°$
04 $90°$ **05** 48 **06** 9 cm
07 (1) 1 : 1 : 1 : 1 (2) 8 cm **08** 30 cm^2
09 평행사변형 **10** 1 : 1 **11** 5 cm
12 17 : 32 **13** 72 cm^2 **14** 17 cm
15 (1) 평행사변형 (2) 4배 **16** 32 cm^2
17 (1) 3 cm (2) 18 cm^2
18 직선 l이 $\overline{BD}$와 일치할 때 **19** $40°$
20 (1) $67°$ (2) $111°$ **21** 2 : 1 **22** $\frac{x}{2}$ cm
23 (1) $\frac{1}{5}$배 (2) 1 : 10
24 $(0, 3)$, $(-2, -1)$, $(4, 1)$ **25** 3 : 11
26 5 : 8

III 도형의 닮음

STEP C 필수체크문제 본문 P. 86~99

01 ①, ③ **02** $2a$ **03** $\frac{642}{35}$
04 (1) 9 (2) 9.5 (3) 4.5 **05** 5 cm
06 (1) $x=9$ (2) $x=4.8$ (3) $x=4.5$, $y=5$
07 (1) $x=12$ (2) $x=\frac{16}{3}$, $y=\frac{35}{3}$
(3) $x=20$, $y=\frac{72}{5}$
08 10 cm **09** 30.8 **10** (1) 9.6 (2) 6 (3) 11
11 15 **12** $\frac{10}{3}$ cm

STEP B 내신만점문제 본문 P. 100~113

01 120 cm^2 **02** 3 cm **03** $\frac{25}{63}$
04 6 cm **05** (1) 18 cm^2 (2) 3 cm
06 (1) 16 cm (2) $\frac{25}{4}$ cm^2 **07** $\frac{20}{3}$ cm
08 8 cm **09** 2 cm **10** 14.5 cm
11 (1) 16 cm (2) 21 cm **12** $\frac{4}{3}$ cm
13 3.6 cm **14** 7.5 **15** 40 cm^2
16 (1) 5배 (2) 50 cm^2 **17** 7배
18 $\overline{OC}=13.5$ cm, $\overline{CD}=9$ cm, $\overline{BE}=8$ cm

STEP A 최고수준문제 본문 P. 114~125

01 7 : 2 **02** (1) 2.5 cm (2) 1 : 48
03 12 : 1 **04** (1) 9 : 11 (2) $\overline{AP}:\overline{PB}=3:2$, $\overline{PQ}=13$ cm
05 $35°$ **06** $\frac{18}{5}$ cm
07 (1) 15 : 9 : 16 (2) 9 : 25 (3) 15 : 2
08 3 cm **09** 4 cm
10 (1) $\overline{ME}=2$ cm, $\overline{MF}=2$ cm (2) $110°$
11 48 cm^2 **12** (1) 3 : 10 (2) 5 : 16
13 $\frac{32}{3}$ cm^2 **14** 22.5 cm^2

STEP C 필수체크문제

13 $\frac{104}{7}$ cm **14** 6 cm **15** 13 cm
16 6 cm
17 (1) $x=3.6$ (2) $x=\frac{14}{3}$ (3) $x=16$, $y=20$
18 4 : 9 **19** 4 cm **20** $\frac{15}{4}$ cm^2
21 $\frac{15}{4}$ cm **22** 0.5 cm **23** 12 cm
24 8 cm **25** 8 cm **26** $\frac{4}{3}$ cm **27** 4 cm
28 2 cm **29** 3.5 cm **30** 12 cm **31** 21 cm^2
32 $\frac{24}{7}$ cm **33** $\frac{64}{3}$ cm^2
34 75 cm^2 **35** ④, ⑤ **36** 64 : 49 **37** 18 cm^2
38 8 cm **39** 2 : 3 **40** 9 cm
41 (1) 3 : 5 (2) 1 : 4 (3) 2 : 5 : 10 **42** 168 m
43 10 m **44** 128 cm^3 **45** 125개
46 (1) $\frac{125}{27}$배 (2) 196 cm^3

STEP B 내신만점문제

19 $\frac{3}{2}$ cm^2 **20** 8 **21** 7.2 cm **22** 3 : 4
23 (1) 3 : 10 (2) $\frac{50}{7}$ cm **24** 1 cm^2
25 13 cm **26** 4.5 cm **27** 12 cm
28 (1) 1 : 4 (2) 1 : 1 (3) 2 : 3 (4) 3 : 80
29 1 : 4 **30** 2 : 1
31 (1) $\overline{\text{OE}}=4$ cm, $\overline{\text{OF}}=4$ cm, $\overline{\text{GH}}=3$ cm
(2) 3 : 1 : 2 (3) 81 cm^2
32 (1) 2 cm (2) 16 cm (3) 12 cm
33 $\frac{3}{10}$배 **34** 4 : 25 : 30 **35** 4.5 m
36 10 km^2 **37** $\frac{80}{9}$ cm^2, 1 : 7 : 19
38 900 cm^2 **39** $\frac{16}{3}$ cm
40 (1) 27 : 1 (2) 312π cm^3 **41** $\frac{33}{2}$ cm

STEP A 최고수준문제

15 16 cm^2
16 (1) $x=6$, $y=2$ (2) $0\le x\le 6$일 때 $y=\frac{1}{3}x$, $6\le x\le 10$일 때 $y=-\frac{1}{2}x+5$
(3) $\frac{9}{2}$, 7
17 (1) 12 cm (2) ① 1 : 2 ② 14 : 3
18 $\frac{1}{2}(b+c-a)$
19 (1) 4 cm (2) 2925 cm^3
20 $\frac{75}{2}$ cm^2
21 (1) 6 : 25 (2) 3 : 20 (3) 75 : 50 : 27
22 1 : 1 **23** (1) 5 : 4 (2) 4 : 5 (3) 5 : 22 : 30
24 $\frac{176}{119}x$ **25** (1) $\frac{1}{2}$배 (2) 2 (3) $\frac{9}{4}$배
26 96 : 25 **27** $\frac{7}{15}$ **28** (1) $\frac{2}{3}$ (2) 22 : 27
29 45 : 52 **30** (1) $\frac{8}{3}$ cm (2) $\angle\text{B}$ (3) 3배
31 (1) 5 : 3 (2) $\frac{33}{10}$ cm^2
32 155.52 cm^2 **33** $\frac{1}{4}$배 **34** $ac+bd$
35 $\frac{3}{4}k<\overline{\text{AA}'}+\overline{\text{BB}'}+\overline{\text{CC}'}<k$

IV 피타고라스 정리

STEP C 필수체크문제 본문 P. 132~136

01 ①, ⑤ **02** 28 cm **03** 117 **04** 12, 13
05 12 **06** 10 cm **07** ④ **08** 1 cm^2
09 125 **10** $\overline{\text{AB}}=\overline{\text{CA}}$인 이등변삼각형
11 $\frac{17}{2}$ cm **12** 72 **13** 36π
14 3 **15** 111 **16** 28
17 120 cm^2 **18** 81 cm^2
19 $\frac{32}{5}$ cm **20** 28 cm

STEP B 내신만점문제 본문 P. 137~142

01 5 cm **02** $\frac{49}{8}\pi$ cm^2 **03** 656
04 77 cm^2 **05** 13 cm **06** 24 cm^2 **07** ②
08 $\frac{49}{2}$ **09** $\frac{18}{5}$ cm **10** 18
11 507 cm^2 **12** $\frac{13}{2}$ cm
13 (1) 5 cm (2) 17 cm (3) 100 cm^2
14 60 **15** 225 : 128 **16** $\frac{15}{2}$ cm
17 (1) $\frac{9}{2}$ (2) 45 **18** $\frac{18}{5}$

STEP A 최고수준문제 본문 P. 143~147

01 $\frac{84}{25}$ cm^2
02 (1) 6 cm (2) $\frac{25}{4}$ cm **03** $\frac{9}{10}$ cm
04 $\frac{228}{5}$ m^2
05 $\overline{\text{BC}}=13$ cm, $\overline{\text{AC}}=15$ cm **06** 76
07 $\overline{\text{AC}}=12$ cm, $\overline{\text{AD}}=\frac{119}{13}$ cm
08 24 **09** 45° **10** $\frac{13}{6}$ cm
11 8 cm
12 (1) 12 cm^2 (2) $\frac{24}{5}$ cm (3) $\frac{120}{49}$ cm
13 2176 **14** (1) 17 (2) $\text{R}\left(10, \frac{2}{3}\right)$

V 확률

STEP C 필수체크문제 본문 P. 154~165

01 12가지 02 ③ 03 2가지 04 9가지
05 8가지 06 12가지 07 3가지
08 (1) 8가지 (2) 72가지 09 48가지
10 8가지 11 5가지 12 12가지
13 (1) 24가지 (2) 6가지 14 720가지
15 3가지 16 4가지 17 10가지 18 24개
19 12개 20 12가지 21 12가지 22 72가지
23 24가지 24 $\frac{1}{2}$ 25 $\frac{3}{8}$ 26 $\frac{2}{9}$
27 $\frac{1}{36}$ 28 $\frac{1}{4}$ 29 $\frac{2}{3}$ 30 $\frac{1}{3}$
31 $\frac{3}{4}$ 32 $\frac{3}{5}$ 33 $\frac{5}{12}$ 34 $\frac{2}{25}$
35 ② 36 (1) $\frac{4}{15}$ (2) $\frac{1}{3}$ (3) $\frac{11}{15}$ (4) $\frac{2}{3}$
37 $\frac{7}{36}$ 38 $\frac{1}{6}$ 39 $\frac{1}{8}$ 40 $\frac{3}{5}$
41 $\frac{11}{16}$ 42 $\frac{4}{15}$ 43 $\frac{21}{64}$
44 (1) 9가지 (2) $\frac{2}{9}$

STEP B 내신만점문제 본문 P. 166~176

01 79가지 02 (1) 31가지 (2) 48가지
03 9가지 04 20종류 05 18가지 06 126개
07 45가지 08 30가지 09 27개
10 2880가지 11 540가지
12 (1) 59개 (2) 40개 (3) 20개
13 (1) 10개 (2) 34개 14 FGEH
15 (1) $(3, 3)$, $(4, 4)$ (2) 6가지 (3) 6가지
16 $\frac{3}{5}$ 17 $\frac{1}{12}$
18 (1) $\frac{5}{12}$ (2) $\frac{1}{12}$ (3) $\frac{1}{18}$ 19 $\frac{4}{9}$
20 $x=6$, $y=4$ 21 (1) $\frac{5}{72}$ (2) $\frac{19}{216}$
22 (1) $\frac{1}{6}$ (2) $\frac{13}{108}$ (3) $\frac{1}{4}$ 23 $\frac{1}{6}$
24 $\frac{4}{5}$ 25 $\frac{12}{25}$ 26 $\frac{2}{9}$
27 (1) $\frac{1}{5}$ (2) $\frac{1}{10}$ (3) $\frac{9}{10}$ 28 $\frac{1}{18}$
29 $\frac{1}{12}$ 30 (1) $\frac{91}{228}$ (2) $\frac{137}{228}$ 31 $\frac{1}{4}$
32 0.52 33 (1) $\frac{1}{9}$ (2) $\frac{1}{3}$ (3) $\frac{1}{3}$ (4) $\frac{2}{3}$
34 $\frac{20}{27}$ 35 (1) $\frac{3}{4}$ (2) $\frac{1}{2}$ 36 $\frac{2}{15}$
37 $\frac{1}{24}$ 38 $\frac{3}{8}$ 39 (1) $\frac{1}{3}$ (2) $\frac{5}{18}$
40 ②

STEP A 최고수준문제 본문 P. 177~188

01 53 02 24가지 03 625개
04 (1) 100개 (2) 125개 05 30개
06 (1) 40번째 (2) $cbeda$
07 (1) 47번째 (2) 34120 08 31가지
09 100가지 10 $\frac{4}{7}$
11 ㉡, ㉢, ㉣, ㉠ 12 360
13 (1) 24가지 (2) 12가지
14 43200가지 15 $\frac{11}{8}$ 16 129가지
17 (1) $\frac{1}{4}$ (2) $\frac{1}{10}$ (3) $\frac{1}{39}$
18 (1) $\frac{1}{108}$ (2) $\frac{2}{27}$ (3) $\frac{11}{12}$ 19 $\frac{25}{42}$
20 $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{16}$, $\frac{1}{16}$ 21 (1) $\frac{32}{625}$ (2) $\frac{21}{3125}$
22 $\frac{15}{64}$ 23 5 24 2 25 $\frac{5}{11}$
26 $1-\frac{\pi}{8}$ 27 $\frac{5}{18}$ 28 $\frac{11}{54}$ 29 $\frac{1}{9}$
30 $\frac{2}{3}$ 31 200만 원
32 (1) $\frac{5}{8}$ (2) $\frac{85}{128}$
33 버스 : $\frac{1}{2}$, 지하철 : $\frac{1}{6}$, 택시 : $\frac{1}{3}$
34 (1) ① $\frac{5}{12}$ ② $\frac{1}{9}$ (2) ① $\frac{25}{72}$ ② $\frac{5}{81}$
35 p가 짝수일 때: 0, p가 홀수일 때: 1
36 24가지 37 $\frac{61}{243}$

I 삼각형의 성질

STEP C 필수체크문제

본문 P. 12~23

01 72° **02** 40° **03** 99° **04** 66 **05** ③
06 8 cm **07** $3\angle x$ **08** ②
09 $\angle ABC=36°$, $\angle BAC=108°$ **10** 62°
11 ⑤ **12** $\frac{289}{2}$ cm² **13** 51 **14** 27°
15 92° **16** $\frac{7}{2}\pi$ cm² **17** 25π cm²
18 40° **19** 76° **20** 이등변삼각형 **21** 30°
22 96° **23** 36° **24** ④, ⑤ **25** ③, ⑤ **26** 8 cm
27 $\frac{1}{2}(b+c-a)$ **28** 25 cm
29 $\angle x=90°+\frac{1}{2}\angle a$, $\angle y=90°-\frac{1}{2}\angle a$, $\angle z=\frac{1}{2}\angle a$
30 (1) 5 : 3 (2) 5 : 3 : 16 **31** 16.5° **32** 1 : 23
33 ② **34** 8 cm **35** 65°

01 ❶ 이등변삼각형의 성질

$\angle ACB=180°-126°=54°$
$\triangle ABC$가 이등변삼각형이므로
$\angle B=\angle ACB=54°$
$\therefore \angle A=180°-(54°+54°)=72°$ 답 72°

02 ❶ 이등변삼각형의 성질

$\triangle ABC$가 이등변삼각형이므로
$\angle B=\angle C=\frac{1}{2}\times(180°-100°)=40°$
$\overline{AD}\,/\!/\,\overline{BC}$이므로 $\angle x=\angle B=40°$ 답 40°

03 ❶ 이등변삼각형의 성질

$\triangle ABC$가 이등변삼각형이므로
$\angle ABC=\angle ACB=\frac{1}{2}\times(180°-72°)=54°$
$\angle ABD=\angle DBC=\frac{1}{2}\times 54°=27°$
$\therefore \angle BDC=180°-(27°+54°)=99°$ 답 99°

04 ❶ 이등변삼각형의 성질

$\triangle ABC$가 이등변삼각형이므로 $\angle ADB=90°$이고
$\overline{CD}=\frac{1}{2}\overline{BC}$이다.
$\angle ABD=180°-(90°+40°)=50°$ $\therefore x=50$
$\overline{BC}=2\overline{CD}=2\times 8=16(\text{cm})$ $\therefore y=16$
$\therefore x+y=66$ 답 66

05 ❶ 이등변삼각형의 성질

이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분하므로 $\overline{BD}=\overline{CD}$, $\overline{AD}\perp\overline{BC}$이다.
③ $\angle BAP$와 $\angle ABP$의 크기가 같은 지는 알 수 없다. 답 ③

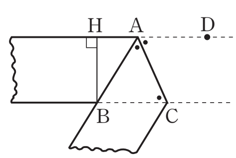
06 ❶ 이등변삼각형의 성질

$\angle B=\angle C$이므로 $\triangle ABC$는 이등변삼각형이다.
$\therefore \overline{AC}=\overline{AB}=12$ cm
$\triangle ABC=\triangle ABD+\triangle ACD$
$48=\frac{1}{2}\times 12\times\overline{DE}+\frac{1}{2}\times 12\times\overline{DF}$
$6\overline{DE}+6\overline{DF}=48$, $6(\overline{DE}+\overline{DF})=48$
$\therefore \overline{DE}+\overline{DF}=8(\text{cm})$ 답 8 cm

07 ❶ 이등변삼각형의 성질

$\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로
$\angle ACB=\angle ABC=\angle x$,
$\angle CAD=\angle ABC+\angle ACB=2\angle x$
$\triangle CDA$에서 $\overline{AC}=\overline{CD}$이므로
$\angle CAD=\angle CDA=2\angle x$
$\triangle DBC$에서
$\angle DCE=\angle CDB+\angle DBC$
$=2\angle x+\angle x=3\angle x$ 답 $3\angle x$

08 ❶ 이등변삼각형의 성질



$\angle DAC=\angle BAC$ ($\because$ 접은 각)
$\angle DAC=\angle ACB$ ($\because$ 엇각)
$\therefore \angle BAC=\angle BCA$
따라서 $\triangle ABC$는 $\overline{AB}=\overline{BC}$인 이등변삼각형이다. 답 ②

09 ❶ 이등변삼각형의 성질

$\triangle ABE$와 $\triangle ACD$는 서로 합동인 이등변삼각형이므로
($\because \overline{AB}=\overline{AC}=\overline{BE}=\overline{CD}$, $\angle ABE=\angle ACD$)
$\angle AED=\angle ADE=\frac{1}{2}\times(180°-36°)=72°$
$\triangle ABE$는 이등변삼각형이므로

$\angle ABC=180^\circ-(72^\circ+72^\circ)=36^\circ$
$\triangle ABC$는 이등변삼각형이므로
$\angle BAC=180^\circ-(36^\circ+36^\circ)=108^\circ$

답 $\angle ABC=36^\circ$, $\angle BAC=108^\circ$

10 ❶ 이등변삼각형의 성질

$\angle ABP=\angle ACP=90^\circ-28^\circ=62^\circ$이므로
$\triangle ABC$는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이다.
$\therefore\ \overline{BP}=\overline{CP}$
$\triangle HBP$와 $\triangle HCP$에서
$\overline{BP}=\overline{CP}$, $\overline{HP}$는 공통,
$\angle HPB=\angle HPC=90^\circ$이므로
$\triangle HBP\equiv\triangle HCP$(SAS 합동)
$\therefore\ \angle CHP=\angle BHP=90^\circ-28^\circ=62^\circ$

답 62°

11 ❷ 직각삼각형의 합동

① RHS 합동 ② RHA 합동 ③ ASA 합동 ④ SAS 합동

답 ⑤

12 ❷ 직각삼각형의 합동

$\triangle ACE$와 $\triangle BAD$에서
$\angle AEC=\angle BDA=90^\circ$, $\overline{AC}=\overline{BA}$,
$\angle ACE=90^\circ-\angle CAE=\angle BAD$이므로
$\triangle ACE\equiv\triangle BAD$(RHA 합동)이다.
$\overline{AE}=\overline{BD}=12$ cm
$\overline{CE}=\overline{AD}=5$ cm
$\therefore\ \square BCED=\frac{1}{2}\times(12+5)\times 17$
$=\frac{289}{2}(\text{cm}^2)$

답 $\frac{289}{2}$ cm^2

13 ❶ 이등변삼각형의 성질 + ❷ 직각삼각형의 합동

$\overline{AB}=\overline{BC}$이므로 $\angle A=45^\circ$
$\triangle CBE$와 $\triangle CDE$에서
$\angle CBE=\angle CDE=90^\circ$, $\overline{CE}$는 공통, $\overline{BC}=\overline{DC}$이므로
$\triangle CBE\equiv\triangle CDE$(RHS 합동)
$\therefore\ \overline{BE}=\overline{DE}$
이때 $\angle AED=90^\circ-\angle DAE=45^\circ$이므로
$\triangle DAE$는 $\overline{AD}=\overline{DE}$인 이등변삼각형이다.
$\therefore\ \overline{BE}=\overline{DE}=6$ cm
$\therefore\ x+y=45+6=51$

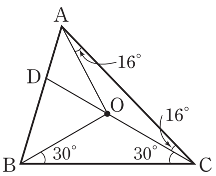
답 51

14 ❷ 직각삼각형의 합동

$\triangle BDM$과 $\triangle CEM$에서
$\overline{BM}=\overline{CM}$, $\angle BDM=\angle CEM=90^\circ$, $\overline{DM}=\overline{EM}$이므로
$\triangle BDM\equiv\triangle CEM$(RHS 합동)
$\angle DME=360^\circ-(54^\circ+90^\circ+90^\circ)=126^\circ$
$\therefore\ \angle CME=\angle BMD$
$=\frac{1}{2}\times(180^\circ-126^\circ)=27^\circ$

답 27°

15 ❸ 삼각형의 외심



단계별 풀이

STEP 1 $\angle AOD$의 크기 구하기
점 O는 $\triangle ABC$의 외심이므로
$\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$이다.
$\overline{CO}$의 연장선이 $\overline{AB}$와 만나는 점을 D라 하면
$\angle CAO=\angle ACO=16^\circ$이므로
$\angle AOD=16^\circ+16^\circ=32^\circ$이다.

STEP 2 $\angle BOD$의 크기 구하기
$\angle CBO=\angle BCO=30^\circ$이므로
$\angle BOD=30^\circ+30^\circ=60^\circ$이다.

STEP 3 $\angle AOB$의 크기 구하기
$\angle AOB=\angle AOD+\angle BOD=32^\circ+60^\circ=92^\circ$

답 92°

16 ❸ 삼각형의 외심

$\angle AOB=2\angle C=140^\circ$
$\therefore$ (부채꼴 AOB의 넓이)$=\pi\times 3^2\times\frac{140}{360}=\frac{7}{2}\pi(\text{cm}^2)$

답 $\frac{7}{2}\pi$ cm^2

17 ❸ 삼각형의 외심

점 O가 $\triangle ABC$의 외심이므로 $\overline{OB}=\overline{OC}$이다.
($\triangle OBC$의 둘레의 길이)$=\overline{OB}+\overline{OC}+\overline{BC}=18$ cm
$\therefore\ \overline{OB}=\overline{OC}=5$(cm)
$\therefore$ ($\triangle ABC$의 외접원의 넓이)$=\pi\times 5^2=25\pi(\text{cm}^2)$

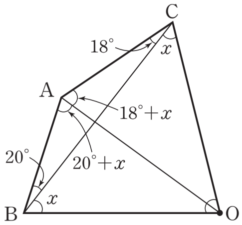
답 25π cm^2

18 ❸ 삼각형의 외심

점 O가 직각삼각형 ABC의 빗변의 중점이므로 $\triangle ABC$의 외심이고 $\overline{AO}=\overline{BO}=\overline{CO}$이다.
$\therefore\ \angle B=\angle OCB=\frac{1}{2}\angle AOC=40^\circ$

답 40°

19 삼각형의 외심



점 O가 △ABC의 외심이므로

$\overline{AO}=\overline{BO}=\overline{CO}$

△OBC에서 $\angle OBC=\angle OCB=\angle x$라 하면

$\angle OAC=\angle OCA=\angle x+18°$

$\angle OAB=\angle OBA=\angle x+20°$

△ABC에서

$\angle x+18°+\angle x+20°+18°+20°=180°$

$2\angle x=104°\qquad \therefore \angle x=52°$

△OBC에서

$\angle BOC=180°-(52°+52°)=76°$ 답 76°

20 삼각형의 외심

점 D는 직각삼각형 BCE의 빗변의 중점이므로 $\overline{DE}=\overline{BD}$이다.

또, 점 D는 직각삼각형 BCF의 빗변의 중점이므로 $\overline{DF}=\overline{BD}$이다.

$\therefore \overline{DE}=\overline{DF}$

따라서 △DEF는 이등변삼각형이다. 답 이등변삼각형

21 삼각형의 내심

점 I는 △ABC의 내심이므로

$\angle IAC+\angle IBC+\angle ICB=\frac{1}{2}\angle A+\frac{1}{2}\angle B+\frac{1}{2}\angle C=90°$

$35°+25°+\angle ICB=90°$

$\therefore \angle ICB=30°$ 답 30°

22 삼각형의 내심

$\angle IBC+\angle ICB=180°-\angle BIC$ ⋯⋯ ①

$\angle B+\angle C=180°-\angle A$

$2\angle IBC+2\angle ICB=180°-\angle A$

$\angle IBC+\angle ICB=90°-\frac{1}{2}\angle A$ ⋯⋯②

①, ②에서 $\angle BIC=90°+\frac{1}{2}\angle A$

$138°=90°+\frac{1}{2}\angle A$

$\therefore \angle A=96°$ 답 96°

23 삼각형의 내심

$\angle AIB=360°\times\frac{9}{9+10+11}=108°$

$108°=90°+\frac{1}{2}\angle C$

$\therefore \angle C=36°$ 답 36°

24 삼각형의 내심

삼각형의 내심은 삼각형의 세 내각의 이등분선의 교점이다.

④ $\overline{IB}=\overline{IC}$인지 알 수 없으므로

$\angle IBC=\angle ICB$인지 알 수 없다.

⑤ $\overline{AF}=\overline{CF}$인지 알 수 없다. 답 ④, ⑤

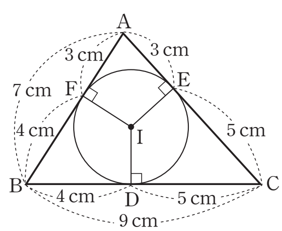
25 삼각형의 외심 + 삼각형의 내심

점 D는 세 변의 수직이등분선의 교점이므로 △ABC의 외심이다.

③ $\overline{AD}=\overline{BD}=\overline{CD}$

⑤ 정삼각형의 내심과 외심은 일치한다. 답 ③, ⑤

26 삼각형의 내심



$\overline{BD}=\overline{BF}=4$ cm

$\overline{AE}=\overline{AF}=7-4=3$(cm)

$\overline{CE}=\overline{CD}=9-4=5$(cm)

$\therefore \overline{AC}=\overline{AE}+\overline{EC}$

$=3+5=8$(cm) 답 8 cm

27 삼각형의 내심

$\overline{AD}=x$라 하면

$\overline{BD}=\overline{AB}-\overline{AD}=c-x$

$\overline{AF}=\overline{AD}=x$이므로

$\overline{CF}=\overline{AC}-\overline{AF}=b-x$

$\overline{BD}=\overline{BE}$, $\overline{CF}=\overline{CE}$이므로

$c-x+b-x=a$

$\therefore x=\frac{1}{2}(b+c-a)$ 답 $\frac{1}{2}(b+c-a)$

28 삼각형의 내심

$\overline{DE}\,/\!/\,\overline{BC}$이므로

$\angle DIB = \angle IBC = \angle DBI$,
$\angle EIC = \angle ICB = \angle ECI$이다.
따라서 $\overline{BD} = \overline{DI}$, $\overline{CE} = \overline{EI}$이다.
$\therefore$ ($\triangle ADE$의 둘레의 길이)$= \overline{AD} + \overline{DE} + \overline{EA}$
$= \overline{AD} + \overline{DI} + \overline{IE} + \overline{EA}$
$= \overline{AD} + \overline{DB} + \overline{CE} + \overline{EA}$
$= \overline{AB} + \overline{AC} = 12 + 13 = 25(\text{cm})$

답 25 cm

29 ❹ 삼각형의 내심

$\angle ABC + \angle ACB = 180^\circ - \angle a$

$\therefore \angle x = 180^\circ - \frac{1}{2}(180^\circ - \angle a)$
$= 90^\circ + \frac{1}{2}\angle a$

$\angle DBC + \angle ECB = 360^\circ - (180^\circ - \angle a)$
$= 180^\circ + \angle a$

$\therefore \angle y = 180^\circ - \frac{1}{2}(180^\circ + \angle a)$
$= 90^\circ - \frac{1}{2}\angle a$

$\angle ICF = \angle ICI' = 90^\circ$이므로

$\angle z + 90^\circ = \angle x = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle a$

$\therefore \angle z = \frac{1}{2}\angle a$

답 $\angle x = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle a$, $\angle y = 90^\circ - \frac{1}{2}\angle a$, $\angle z = \frac{1}{2}\angle a$

30 ❹ 삼각형의 내심

점 I는 $\angle A$와 $\angle B$의 이등분선의 교점이므로 $\triangle ABC$의 내심이다.
내심 I에서 각 변에 내린 수선의 길이는 같으므로 넓이의 비는 변의 길이의 비와 같다.
(1) $\overline{BD} = \overline{CD} = 3$ cm이므로
$\overline{AI} : \overline{ID} = \triangle ABI : \triangle BDI$
$= \overline{AB} : \overline{BD} = 5 : 3$
(2) $\triangle ABI : \triangle BDI : \triangle ABC = 5 : 3 : (5+5+6)$
$= 5 : 3 : 16$

답 (1) 5 : 3 (2) 5 : 3 : 16

31 ❸ 삼각형의 외심 + ❹ 삼각형의 내심

외심과 내심이 일직선 위에 있으므로
$\triangle ABC$는 이등변삼각형이다.

$\angle OCA = \angle OAC = \frac{1}{2}\angle A = 41^\circ$

$\angle C = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 82^\circ) = 49^\circ$이므로

$\angle ICA = \frac{1}{2}\angle C = 24.5^\circ$

$\therefore \angle x = \angle OCA - \angle ICA = 16.5^\circ$

답 16.5°

32 ❹ 삼각형의 내심

$\angle A = 180^\circ - (60^\circ + 70^\circ) = 50^\circ$

$\angle IAC = \frac{1}{2}\angle A = \frac{1}{2} \times 50^\circ = 25^\circ$

$\angle HAC = 90^\circ - 70^\circ = 20^\circ$

$\angle IAH = \angle IAC - \angle HAC = 25^\circ - 20^\circ = 5^\circ$

$\angle BIC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A = 90^\circ + 25^\circ = 115^\circ$

$\therefore \angle IAH : \angle BIC = 5^\circ : 115^\circ = 1 : 23$

답 1 : 23

33 ❷ 직각삼각형의 합동 + ❺ 삼각형의 두 외각의 이등분선의 교점(방심)

$\triangle AEO$와 $\triangle ADO$에서
$\angle AEO = \angle ADO = 90^\circ$, $\overline{AO}$는 공통, $\angle EAO = \angle DAO$
$\therefore \triangle AEO \equiv \triangle ADO$(RHA 합동) …… ㉠
$\triangle CDO$와 $\triangle CFO$에서
$\angle CDO = \angle CFO = 90^\circ$, $\overline{OC}$는 공통, $\angle DCO = \angle FCO$
$\therefore \triangle CDO \equiv \triangle CFO$(RHA 합동) …… ㉡
$\therefore \angle DOC = \angle FOC$
㉠, ㉡에서 $\overline{OD} = \overline{OE} = \overline{OF}$이고, $\overline{AE} = \overline{AD}$, $\overline{CD} = \overline{CF}$이므로
$\overline{AE} + \overline{CF} = \overline{AC}$이다.

답 ②

34 ❶ 이등변삼각형의 성질

단계별 풀이

STEP 1 $\triangle ABE$가 어떤 삼각형인지 알기
$\angle AEB = 90^\circ$이고, $\angle A = 45^\circ$이므로
$\angle ABE = 45^\circ$이다.
따라서 $\triangle ABE$는 $\overline{AE} = \overline{BE}$인 이등변삼각형이다.

STEP 2 합동인 삼각형 찾기
$\triangle AFE$와 $\triangle BCE$에서
$\angle EAF = 90^\circ - \angle ACB = \angle EBC$,
$\angle FEA = \angle CEB = 90^\circ$, $\overline{AE} = \overline{BE}$
$\therefore \triangle AFE \equiv \triangle BCE$(ASA 합동)

STEP 3 $\overline{AF}$의 길이 구하기
$\overline{AF} = \overline{BC} = \overline{BD} + \overline{DC}$
$= 5 + 3 = 8(\text{cm})$

답 8 cm

35 ❺ 삼각형의 두 외각의 이등분선의 교점(방심)

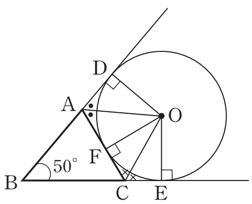
$\triangle ABC$에서
$\angle A + \angle C = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$

$\overline{OA}$와 $\overline{OC}$는 각각 $\angle A$, $\angle C$의 외각의 이등분선이므로

$\angle OAC+\angle OCA=\frac{1}{2}\times(360°-130°)=115°$

$\therefore\ \angle AOC=180°-115°=65°$ 답 $65°$

다른풀이



점 O에서 $\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 각각 D, E, F라 하면

□DBEO에서

$\angle DOE=360°-(90°+50°+90°)=130°$

$\triangle ODA\equiv\triangle OFA$(RHA 합동)에서 $\angle AOD=\angle AOF$

$\triangle OFC\equiv\triangle OEC$(RHA 합동)에서 $\angle FOC=\angle EOC$

$\therefore\ \angle AOC=\frac{1}{2}\angle DOE=\frac{1}{2}\times130°=65°$

STEP B 내신만점문제 본문 P. 24~33

01 5 cm **02** $27.5°$ **03** $\angle x=50°$, $\angle y=65°$
04 $55°$ **05** $78°$ **06** 6 cm **07** 6 cm
08 $\frac{40}{3}$ cm^2 **09** 8 cm **10** $108°$ **11** 41.5
12 $42°$ **13** (1) $64°$ (2) $128°$ **14** 11 cm **15** $180°$
16 13 cm^2 **17** 4 cm **18** 6 cm **19** 124 cm^2
20 $(54-9\pi)cm^2$ **21** $62.5°$ **22** (1) $15°$ (2) $30°$
23 $141°$ **24** (1) 8 cm (2) $\frac{10}{3}$ cm (3) $540°-4\angle x$
25 3 : 13 **26** 3 cm **27** 1 cm **28** $52.5°$ **29** 1 cm
30 8 cm

01

$\angle BCD=\angle CBD=60°$이므로 $\triangle BCD$는 정삼각형이다.

$\therefore\ \overline{BD}=\overline{CD}=5$ cm

$\triangle ADC$에서 $\angle ACD=90°-60°=30°$

$\angle DAC=180°-(90°+60°)=30°$

따라서 $\triangle DAC$는 $\overline{DA}=\overline{DC}$인 이등변삼각형이다.

$\therefore\ \overline{AD}=\overline{CD}=5$ cm 답 5 cm

02

$\angle ACB=\frac{1}{2}\times(180°-40°)=70°$

$\angle ACD=\frac{1}{2}\angle ACE$

$=\frac{1}{2}\times(180°-70°)=55°$

$\therefore\ \angle BCD=70°+55°=125°$

$\triangle DBC$에서

$\angle DBC=\frac{1}{2}\times(180°-125°)=27.5°$ 답 $27.5°$

03

$\angle ABE=\angle x$이므로

$\angle DBC=\angle C=\angle x+15°$

$\triangle ABC$에서

$\angle x+\angle x+15°+\angle x+15°=180°$

$3\angle x=150°$ $\therefore\ \angle x=50°$

$\therefore\ \angle y=\angle x+15°=50°+15°=65°$ 답 $\angle x=50°$, $\angle y=65°$

04

$\triangle ABC$에서

$\angle B+\angle C=180°-70°=110°$

$\angle BED=\angle a$, $\angle CEF=\angle b$라 하면

$\triangle BED$와 $\triangle CEF$에서

$\angle B+\angle a+\angle a+\angle C+\angle b+\angle b=360°$

$\angle B+\angle C+2\angle a+2\angle b=360°$

$2\angle a+2\angle b=250°$

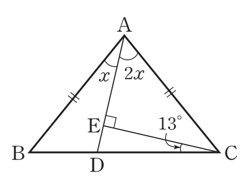
$\therefore\ \angle a+\angle b=125°$

$\therefore\ \angle DEF=180°-(\angle a+\angle b)$

$=180°-125°=55°$ 답 $55°$

05

$\angle BAD=\angle x$라 하면 $\angle DAC=2\angle x$, $\angle BAC=3\angle x$이다.



$\angle ACB=\frac{1}{2}\times(180°-3\angle x)=90°-\frac{3}{2}\angle x$

$\angle ACE=90°-\frac{3}{2}\angle x-13°=77°-\frac{3}{2}\angle x$

$\triangle AEC$에서 $2\angle x+77°-\frac{3}{2}\angle x=90°$

$\therefore\ \angle x=26°$

따라서 $\angle BAC=3\angle x=78°$이다. 답 $78°$

06

단계별 풀이

STEP 1 합동인 두 삼각형 찾기

$\triangle$ABD와 $\triangle$CAE에서

$\angle BDA = \angle AEC = 90°$, $\overline{AB} = \overline{CA}$,

$\angle DBA = 90° - \angle BAD = \angle EAC$이므로

$\triangle ABD \equiv \triangle CAE$(RHA 합동)

STEP 2 $\overline{AE}$, $\overline{AD}$의 길이 구하기

$\overline{AE} = \overline{BD} = 16$ cm, $\overline{AD} = \overline{CE} = 10$ cm

STEP 3 $\overline{DE}$의 길이 구하기

$\overline{DE} = \overline{AE} - \overline{AD} = 16 - 10 = 6$(cm)

답 6 cm

07

$\triangle$ADE와 $\triangle$ACE에서

$\angle ADE = \angle ACE = 90°$,

$\angle DAE = \angle CAE$, $\overline{AE}$는 공통이므로

$\triangle ADE \equiv \triangle ACE$(RHA 합동)

$\therefore \overline{DE} = \overline{EC}$

$\triangle$BDE에서 $\angle B = \angle DEB = 45°$이므로 $\overline{BD} = \overline{DE}$이다.

따라서 $\overline{BD} = 2$ cm이므로

$\overline{BD} + \overline{DE} + \overline{EC} = 2 + 2 + 2 = 6$(cm)이다.

답 6 cm

08

단계별 풀이

STEP 1 $\overline{DE}$의 길이 구하기

$\triangle ADE \equiv \triangle ACE$(RHS 합동)이므로

$\overline{DE} = x$ cm라 하면 $\overline{CE} = x$ cm이다.

$\triangle ABC = \triangle ABE + \triangle ACE$

$\frac{1}{2} \times 12 \times 5 = \frac{1}{2} \times 13 \times x + \frac{1}{2} \times x \times 5$

$18x = 60 \qquad \therefore x = \frac{10}{3}$

STEP 2 $\overline{BD}$의 길이 구하기

$\overline{AD} = \overline{AC} = 5$ cm이므로 $\overline{BD} = 13 - 5 = 8$(cm)

STEP 3 $\triangle$BED의 넓이 구하기

$\triangle BED = \frac{1}{2} \times 8 \times \frac{10}{3} = \frac{40}{3}$(cm^2)

답 $\frac{40}{3}$ cm^2

09

$\triangle$QBP와 $\triangle$SPB에서

$\angle Q = \angle S = 90°$ …… ①

$\overline{BP}$는 공통 …… ②

또, $\overline{AB} = \overline{AC}$이므로 $\angle QBP = \angle C$

$\overline{SP} /\!/ \overline{AC}$이므로 $\angle SPB = \angle C$($\because$ 동위각)

$\therefore \angle QBP = \angle SPB$ …… ③

①, ②, ③에서

$\triangle QBP \equiv \triangle SPB$(RHA 합동)

$\therefore \overline{PQ} = \overline{BS}$ …… ④

$\square$SPRD는 네 각이 모두 직각이므로 직사각형이다.

$\therefore \overline{PR} = \overline{SD}$ …… ⑤

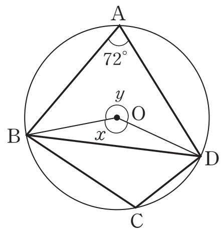
④, ⑤에서

$\overline{BD} = \overline{BS} + \overline{SD} = \overline{PQ} + \overline{PR}$

$= 3 + 5 = 8$(cm)

답 8 cm

10



점 O는 $\triangle$ABD와 $\triangle$BCD의 외심이므로

$\angle x = 2\angle A$, $\angle y = 2\angle C$

$\angle x + \angle y = 360°$이므로

$2\angle A + 2\angle C = 360°$,

$\angle A + \angle C = 180°$

$\therefore \angle C = 180° - \angle A = 180° - 72° = 108°$

답 108°

11

● A-solution ●

직각삼각형의 빗변의 중점은 외심이므로 $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$이다.

$\overline{BC} = 8$ cm에서 $\overline{OA} = 8 \times \frac{1}{2} = 4$(cm)

$\therefore y = 4$

$\angle AOB = \angle a$라 하면 $\angle a + \frac{5}{7}\angle a = 180°$

$\frac{12}{7}\angle a = 180°$

$\therefore \angle a = 105°$

$\overline{OA} = \overline{OB}$에서 $\triangle$AOB는 이등변삼각형이므로

$\angle ABO = \frac{1}{2} \times (180° - 105°) = 37.5°$

$\therefore x = 37.5$

$\therefore x + y = 37.5 + 4 = 41.5$

답 41.5

12

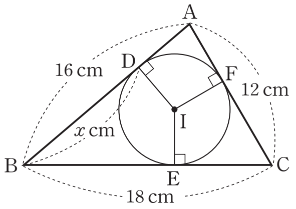
외심이 $\overline{BC}$ 위에 있으므로 삼각형 ABC는 $\angle A = 90°$인 직각삼각형이며 $\overline{BO} = \overline{CO}$이다.

$\triangle$OBA에서 $\overline{OA}=\overline{OB}$이므로
$\angle OAB=\angle OBA=42°$
$\therefore \angle OAC=90°-42°=48°$
점 O′은 $\triangle$AOC의 외심이므로
$\angle OO'C=2\angle OAC=2\times48°=96°$
$\therefore \angle O'CO=\frac{1}{2}\times(180°-96°)=42°$ 답 42°

13

(1) $\angle ACB=\frac{1}{2}\times(180°-76°)=52°$
$\triangle$DCE에서 $\overline{CE}=\overline{CD}$이므로
$\angle CDE=\frac{1}{2}\times(180°-52°)=64°$
(2) □CDIE에서
$\angle DIE=360°-(90°+90°+52°)=128°$
답 (1) 64° (2) 128°

14



$\overline{BD}=\overline{BE}=x$ cm라 하면
$\overline{CE}=\overline{CF}=18-x$(cm)
$\overline{AF}=\overline{AD}=12-(18-x)=x-6$(cm)
$\overline{AB}=\overline{AD}+\overline{BD}=x-6+x=16$(cm)
$\therefore x=11$
따라서 $\overline{BD}=11$ cm이다. 답 11 cm

15

$$\begin{aligned}\angle AEB+\angle BFA&=60°+\frac{1}{2}\angle A+60°+\frac{1}{2}\angle B\\&=120°+\frac{1}{2}(\angle A+\angle B)\\&=120°+\frac{1}{2}(180°-\angle C)\\&=120°+\frac{1}{2}(180°-60°)\\&=180°\end{aligned}$$
답 180°

16

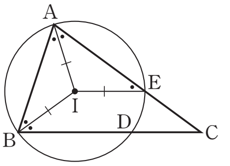
내접원 I의 반지름의 길이를 r cm라 하면
$\angle C=90°$이므로
$\frac{1}{2}\times12\times5=\frac{1}{2}\times(5\times r+12\times r+13\times r)$
$30=15r$ $\therefore r=2$
$\therefore \triangle IAB=\frac{1}{2}\times13\times2=13(cm^2)$ 답 13 cm²

다른풀이
$r=\frac{1}{2}\times(12+5-13)=2$
$\therefore \triangle IAB=\frac{1}{2}\times13\times2=13(cm^2)$

17

내접원 I의 반지름의 길이를 x cm라 하면
$$\begin{aligned}\triangle ABC&=\triangle IAB+\triangle IBC+\triangle ICA\\&=\frac{1}{2}\times(12+20+16)\times x\\&=96(cm^2)\end{aligned}$$
$\therefore x=4$
따라서 내접원 I의 반지름의 길이는 4 cm이다. 답 4 cm

18



점 I가 $\triangle$ABC의 내심이므로
$\angle ABI=\angle IBC$, $\angle BAI=\angle IAC$이고
$\overline{IA}=\overline{IB}$(∵ 반지름의 길이)이므로 $\angle A=\angle B$이다.
$\therefore \overline{AC}=\overline{BC}=16$ cm
이때 $\triangle ABI\equiv\triangle AEI$(SAS 합동)이므로
$\overline{AE}=\overline{AB}=10$ cm이다.
$\therefore \overline{EC}=\overline{AC}-\overline{AE}=16-10=6$(cm) 답 6 cm

19

$$\begin{aligned}\triangle ABC&=\triangle OAB+\triangle OBC+\triangle OCA\\&=2(\triangle AOD+\triangle BOE+\triangle COF)\\&=2\times\left(\frac{1}{2}\times8\times6+38\right)\\&=124(cm^2)\end{aligned}$$
답 124 cm²

20

(내접원 I의 반지름의 길이)$=\frac{1}{2}\times(9+12-15)=3$(cm)
$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)$=\frac{1}{2}\times9\times12-\pi\times3^2$
$=54-9\pi(cm^2)$ 답 $(54-9\pi)cm^2$

21

단계별 풀이

STEP 1 $\angle$A의 크기 구하기

$\angle BAI=35^\circ$이므로 $\angle A=2\angle BAI=70^\circ$

STEP 2 $\angle$ICD의 크기 구하기

점 O, I가 일직선 위에 있으므로 △ABC는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이다.

$\angle ACB=\frac{1}{2}\times(180^\circ-70^\circ)=55^\circ$

$\therefore \angle ICD=\frac{1}{2}\angle ACB=27.5^\circ$

STEP 3 $\angle$DEC의 크기 구하기

점 O는 △ABC의 세 변의 수직이등분선의 교점이므로

$\angle ODC=90^\circ$이다.

$\therefore \angle DEC=180^\circ-(90^\circ+27.5^\circ)=62.5^\circ$ 답 62.5°

22

(1) $\angle A=180^\circ-(35^\circ+65^\circ)=80^\circ$이므로

$\angle BAI=\frac{1}{2}\angle A=40^\circ$

점 O는 △ABC의 외심이므로

$\angle AOB=2\angle C=2\times65^\circ=130^\circ$

$\angle BAO=\frac{1}{2}\times(180^\circ-130^\circ)=25^\circ$

$\therefore \angle IAO=\angle BAI-\angle BAO$

$=40^\circ-25^\circ=15^\circ$

(2) $\angle A=80^\circ$이므로

$\angle BOC=2\angle A=2\times80^\circ=160^\circ$

$\angle BIC=90^\circ+\frac{1}{2}\times80^\circ=130^\circ$

$\therefore \angle BOC-\angle BIC=30^\circ$ 답 (1) 15° (2) 30°

23

$\angle C=180^\circ-(90^\circ+64^\circ)=26^\circ$

점 I는 △ABC의 내심이므로

$\angle ICB=\frac{1}{2}\angle C=13^\circ$

점 O는 △ABC의 외심이므로

$\angle OBC=\angle C=26^\circ$

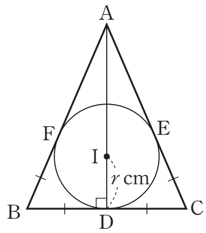
△PBC에서

$\angle BPC=180^\circ-(13^\circ+26^\circ)=141^\circ$ 답 141°

24

● A-solution ●

△ABC는 이등변삼각형이므로 점 I는 $\angle$A의 이등분선 AD 위에 있고 $\overline{AD}$는 $\overline{BC}$를 수직이등분한다.



(1) $\overline{AE}=\overline{AC}-\overline{CE}=\overline{AC}-\overline{CD}$

$=13-5=8(\text{cm})$

(2) 내접원 I의 반지름의 길이를 r cm라고 하면

$\frac{1}{2}\times r\times(13+13+10)=60$

$\therefore r=\frac{10}{3}$

따라서 내접원 I의 반지름의 길이는 $\frac{10}{3}$ cm이다.

(3) $\angle ADB=90^\circ$에서

$\angle B=90^\circ-\frac{1}{2}\angle A$이므로

$\angle x=90^\circ+\frac{1}{2}\angle B=135^\circ-\frac{1}{4}\angle A$

$\therefore \angle A=540^\circ-4\angle x$

답 (1) 8 cm (2) $\frac{10}{3}$ cm (3) $540^\circ-4\angle x$

25

$\overline{AB}:\overline{BC}=3:2=6:4$,

$\overline{BC}:\overline{CA}=4:3$이므로

$\overline{AB}:\overline{BC}:\overline{CA}=6:4:3$

$\overline{AB}=6a$, $\overline{BC}=4a$, $\overline{CA}=3a$라 하고

△ABC의 내접원의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\triangle AIC=\frac{1}{2}\times3a\times r=\frac{3}{2}ar$

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times r\times(6a+4a+3a)=\frac{13}{2}ar$

$\therefore \triangle AIC:\triangle ABC=\frac{3}{2}ar:\frac{13}{2}ar=3:13$ 답 $3:13$

26

$\overline{BD}=\overline{BE}$, $\overline{CD}=\overline{CF}$, $\overline{AE}=\overline{AF}$에서

(△ABC의 둘레의 길이)$=\overline{AE}+\overline{AF}$

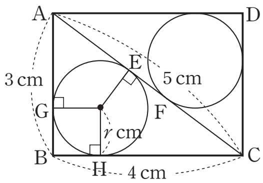
$=2\overline{AF}=24(\text{cm})$

$\therefore \overline{AF}=\frac{1}{2}\times24=12(\text{cm})$

$\therefore \overline{CD}=\overline{CF}=\overline{AF}-\overline{AC}$

$=12-9=3(\text{cm})$ 답 3 cm

27



△ABC의 내접원의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times r\times(3+4+5)=6r$이므로

$6r=\frac{1}{2}\times 3\times 4 \qquad \therefore r=1$

$\overline{AE}=\overline{AG}=\overline{AB}-\overline{GB}=3-1=2(\text{cm})$

마찬가지로 $\overline{AF}=3$ cm

$\therefore \overline{EF}=\overline{AF}-\overline{AE}=1(\text{cm})$

답 1 cm

28

단계별 풀이

STEP 1 ∠BAD의 크기 구하기

$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로 $\angle ADB=30^\circ$

$\overline{AB}=\overline{AD}$이므로

$\angle BAD=180^\circ-(30^\circ+30^\circ)=120^\circ$

STEP 2 ∠DAI, ∠ADO의 크기 각각 구하기

점 I는 △ABD의 내심이므로

$\angle DAI=\frac{1}{2}\angle A=60^\circ$

$\overline{BD}=\overline{BC}$, $\angle DBC=30^\circ$이므로

$\angle BDC=\frac{1}{2}\times(180^\circ-30^\circ)=75^\circ$

점 I′은 △DBC의 내심이므로

$\angle ADO=\angle ADB+\angle BDI'$

$\quad=30^\circ+\frac{1}{2}\times 75^\circ=67.5^\circ$

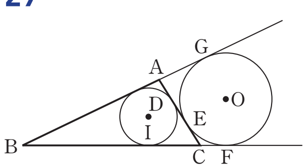
STEP 3 ∠AOD의 크기 구하기

△AOD에서

$\angle AOD=180^\circ-(60^\circ+67.5^\circ)=52.5^\circ$

답 52.5°

29



원 I는 △ABC의 내접원이므로

$\overline{AD}=\frac{1}{2}(\overline{AB}+\overline{AC}-\overline{BC})$

$\quad=\frac{1}{2}(6+3-7)=1(\text{cm})$

$\overline{BA}$, $\overline{BC}$의 연장선과 원 O의 접점을 각각 G, F라 하면

$\overline{AG}=\overline{AE}$, $\overline{CF}=\overline{CE}$, $\overline{BG}=\overline{BF}$이므로

(△ABC의 둘레의 길이)$=2\overline{BG}$

$\therefore \overline{BG}=\frac{6+7+3}{2}=8(\text{cm})$

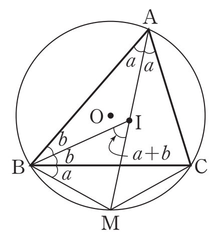
$\overline{AG}=\overline{BG}-\overline{AB}=8-6=2(\text{cm})$

$\overline{AE}=\overline{AG}=2(\text{cm})$

$\therefore \overline{DE}=\overline{AE}-\overline{AD}=2-1=1(\text{cm})$

답 1 cm

30



$\angle IAB=\angle IAC=\angle a$, $\angle IBA=\angle IBC=\angle b$라 하면

$\angle BIM=\angle a+\angle b$

점 O는 △AMC와 △BMC의 외심이므로

$2\angle MAC=\angle MOC=2\angle MBC$

$\therefore \angle MBC=\angle a$

$\angle IBM=\angle IBC+\angle CBM=\angle b+\angle a$

$\quad=\angle BIM$

따라서 △BIM은 $\overline{MB}=\overline{MI}$인 이등변삼각형이므로

$\overline{MB}=8$ cm이다.

답 8 cm

STEP A 최고수준문제 본문 P. 34~41

01 2 cm **02** 4 cm **03** 14 cm **04** 58° **05** 24

06 24° **07** 6 cm **08** 18 cm^2 **09** 9 cm^2 **10** 120°

11 45° **12** 15 : 22 : 29 **13** (1) 11 : 12 : 7 (2) 57°

14 (1) 3 (2) $y=\frac{5}{12}x$ **15** (1) 2 cm (2) 135°

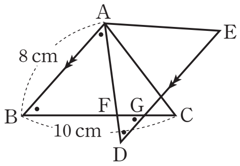
16 35° **17** $(168-18\pi)$cm^2 **18** 141.5° **19** 156°

20 풀이 참조 **21** 풀이 참조

22 (1) 50° (2) 50° **23** 2

24 $\angle B=42^\circ$, $\angle C=48^\circ$

01



단계별 풀이

STEP 1 △ABF, △FDG가 어떤 삼각형인지 알기

$\angle ABC = \angle ADE$이고,

$\overline{AB} /\!/ \overline{ED}$에서 $\angle BAF = \angle ADE$(엇각)이므로

△ABF는 $\overline{AF} = \overline{BF}$인 이등변삼각형이다.

또, $\angle ABF = \angle DGF$(엇각)이므로

△FDG는 $\overline{FD} = \overline{FG}$인 이등변삼각형이다.

STEP 2 $\overline{BG}$의 길이 구하기

$\overline{BG} = \overline{BF} + \overline{FG} = \overline{AF} + \overline{FD} = \overline{AD}$

$= \overline{AB} = 8(\text{cm})$

STEP 3 $\overline{GC}$의 길이 구하기

$\overline{GC} = \overline{BC} - \overline{BG} = 10 - 8 = 2(\text{cm})$ 답 2 cm

02

$\angle B = \angle C$이므로

$\angle BPE = 90^\circ - \angle PBE$

$= 90^\circ - \angle DCE = \angle CDE$

$\angle BPE = \angle DPA$(맞꼭지각)

$\therefore \angle CDE = \angle DPA$

따라서 △ADP는 $\overline{AD} = \overline{AP}$인 이등변삼각형이다.

$\overline{AD} = \overline{AP} = x$ cm라 하면

$\overline{AC} = \overline{AB} = \overline{AP} + \overline{PB} = x + 4(\text{cm})$

$\overline{CD} = \overline{AD} + \overline{AC}$이므로

$12 = x + x + 4$, $2x = 8$ $\therefore x = 4$

따라서 $\overline{AD} = 4$ cm이다. 답 4 cm

03

△ABC는 $\overline{AB} = \overline{AC}$인 이등변삼각형이므로 $\overline{BD} = \overline{CD}$이다.

점 D는 직각삼각형 EBC의 빗변의 중점이므로 △EBC의 외심이고 $\overline{BD} = \overline{CD} = \overline{ED} = 2(\text{cm})$이다.

$\therefore \overline{BC} = 2\overline{BD} = 4(\text{cm})$

이때 $\overline{AB} : \overline{BD} = 5 : 2$이므로

$\overline{AB} = 5(\text{cm})$, $\overline{AC} = 5(\text{cm})$

$\therefore$ (△ABC의 둘레의 길이)$= 5 + 5 + 4 = 14(\text{cm})$

답 14 cm

04

△BDE에서 $\angle BDE = 90^\circ - 26^\circ = 64^\circ$

점 D는 직각삼각형 ABC의 빗변의 중점이므로 외심이다.

$\therefore \overline{AD} = \overline{BD} = \overline{CD}$

△DBC에서

$\angle C = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 64^\circ) = 58^\circ$ 답 58°

05

△BDE와 △CDF에서

△AED≡△AFD(RHA 합동)이므로

$\overline{DE} = \overline{DF}$

△DBH≡△DCH(SAS 합동)이므로

$\overline{DB} = \overline{DC}$

$\angle BED = \angle CFD = 90^\circ$이므로

△BDE≡△CDF(RHS 합동)이다.

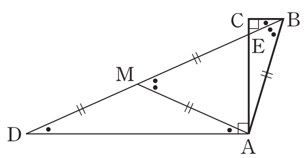
$\therefore \overline{BE} = \overline{CF}$

$\overline{CF} = \overline{BE} = \overline{AB} - \overline{AE} = \overline{AB} - \overline{AF}$

$= 20 - 16 = 4$

$\therefore \triangle CDF = \frac{1}{2} \times 12 \times 4 = 24$ 답 24

06



단계별 풀이

STEP 1 △AED가 어떤 삼각형인지 알기

$\overline{BC} /\!/ \overline{AD}$에서 $\angle DAE = \angle C = 90^\circ$이므로

△AED는 직각삼각형이다.

STEP 2 ∠ABC가 ∠D의 몇 배인지 알기

△AED에서 $\overline{DE}$의 중점을 M이라 하면

$\overline{DM} = \overline{AM}$이므로

△MDA에서 $\angle D = \angle MAD$

$\therefore \angle AMB = 2\angle D$

또, $\overline{DE} = 2\overline{AB}$에서 $\overline{AM} = \overline{AB}$이므로

△ABM에서 $\angle ABM = \angle AMB = 2\angle D$,

$\angle CBE = \angle D$ ($\because \overline{BC} /\!/ \overline{AD}$)

$\therefore \angle ABC = 3\angle D$

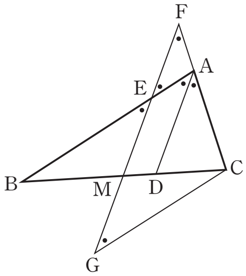
STEP 3 ∠D의 크기 구하기

$\angle D = \frac{1}{3}\angle ABC$

$= \frac{1}{3}(90^\circ - \angle BAC)$

$= \frac{1}{3}(90^\circ - 18^\circ) = 24^\circ$ 답 24°

07



점 C에서 $\overline{AB}$에 평행한 선을 그어 $\overline{FM}$의 연장선과 만나는 점을 G라고 하면

$\triangle BME \equiv \triangle CMG$(ASA 합동)이므로

$\overline{BE}=\overline{CG}$ …… ①

$\angle AEF=\angle EAD=\angle CAD=\angle AFE$이므로

$\overline{AE}=\overline{AF}$

$\overline{AB} /\!/ \overline{CG}$에서

$\angle CGM=\angle AEF=\angle AFE$이므로

$\overline{CG}=\overline{CF}$ …… ②

①, ②에서 $\overline{BE}=\overline{CF}$이므로

$\overline{AB}+\overline{AC}=\overline{BE}+\overline{EA}+\overline{CF}-\overline{AF}$

$=\overline{BE}+\overline{CF}=2\overline{BE}$

$\therefore\ \overline{BE}=\frac{1}{2}(\overline{AB}+\overline{AC})=6(\text{cm})$ 답 6 cm

08

$\triangle ABC$의 내접원의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times r\times(\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA})$이므로

$\frac{1}{2}\times 9\times 12=\frac{1}{2}\times r\times(15+9+12)$

$\therefore\ r=3$

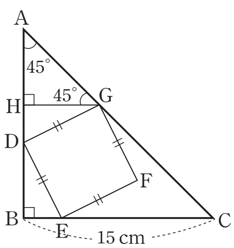
$\overline{CE}=3$ cm이므로

$\overline{BD}=\overline{BE}=9-3=6(\text{cm})$이다.

$\therefore\ \square DBEI=\triangle BDI+\triangle BEI$

$=2\times\frac{1}{2}\times 6\times 3=18(\text{cm}^2)$ 답 18 cm²

09



점 G에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\triangle GHD$와 $\triangle DBE$에서

$\overline{GD}=\overline{DE}$, $\angle GHD=\angle DBE=90^\circ$,

$\angle GDH=90^\circ-\angle EDB=\angle DEB$

$\therefore\ \triangle GHD\equiv\triangle DBE$(RHA 합동)

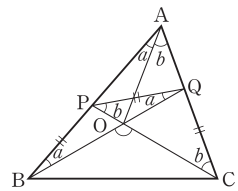
$\overline{HD}=\overline{BE}$이고 $\triangle AHG$는 $\overline{AH}=\overline{GH}$인 이등변삼각형이므로 $\overline{AH}=\overline{GH}=\overline{DB}$이다.

$\overline{BD}+\overline{DH}=\overline{BD}+\overline{BE}=9$ cm이므로

$\overline{AH}=\overline{BD}=6(\text{cm})$, $\overline{DH}=\overline{BE}=3(\text{cm})$

$\therefore\ \triangle DBE=\frac{1}{2}\times 6\times 3=9(\text{cm}^2)$ 답 9 cm²

10



점 O가 $\triangle ABC$의 외심이므로

$\angle OAB=\angle OBA=\angle a$, $\angle OAC=\angle OCA=\angle b$라 하면

$\triangle PBQ$에서 $\overline{PB}=\overline{PQ}$이므로 $\angle PQB=\angle a$

$\triangle QPC$에서 $\overline{QP}=\overline{QC}$이므로 $\angle QPC=\angle b$

$\angle BOC=\angle POQ=2\angle A=2(\angle a+\angle b)$

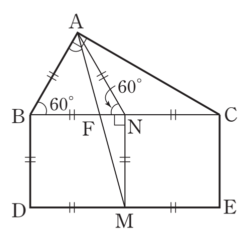
$\triangle POQ$에서

$\angle a+\angle b+2(\angle a+\angle b)=180^\circ$

$3\angle a+3\angle b=180^\circ$ $\quad\therefore\ \angle a+\angle b=60^\circ$

$\therefore\ \angle BOC=2\times 60^\circ=120^\circ$ 답 120°

11



$\overline{BC}$의 중점을 N이라고 하면 점 N은 직각삼각형 ABC의 외심이므로 $\overline{AN}=\overline{BN}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\overline{BD}=\overline{NM}$이다.

따라서 $\triangle ANM$은 이등변삼각형이다.

또, $\triangle ABN$에서 $\overline{BN}=\overline{AN}$이고

$\angle ABN=60^\circ$이므로 $\triangle ABN$은 정삼각형이다.

$\triangle ANM$에서 $\angle ANM=60^\circ+90^\circ=150^\circ$이므로

$\angle NAM=\frac{1}{2}\times(180^\circ-150^\circ)=15^\circ$이다.

$\therefore \angle BAF = \angle BAN - \angle NAF$
$= 60^\circ - 15^\circ = 45^\circ$ 답 45°

12

단계별 풀이

STEP 1 $\angle BEC$의 크기 구하기

점 E는 $\triangle BCD$의 내심이므로

$\angle BEC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle BDC = 145^\circ$

STEP 2 $\angle BAC$의 크기 구하기

$\angle EBC = \angle a$, $\angle ECB = \angle b$라 하면

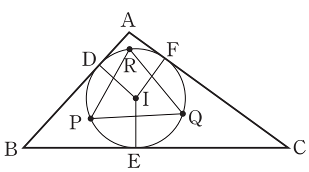
$\angle a + \angle b = 180^\circ - 145^\circ = 35^\circ$

$\angle BAC = 180^\circ - 3(\angle a + \angle b)$
$= 180^\circ - 3 \times 35^\circ = 75^\circ$

STEP 3 $\angle BAC : \angle BDC : \angle BEC$ 구하기

$\angle BAC : \angle BDC : \angle BEC = 75^\circ : 110^\circ : 145^\circ$
$= 15 : 22 : 29$ 답 $15 : 22 : 29$

13



(1) $\angle DIE = 360^\circ - (90^\circ + 90^\circ + 48^\circ) = 132^\circ$
$\angle C = 180^\circ - (96^\circ + 48^\circ) = 36^\circ$이므로
$\angle EIF = 360^\circ - (90^\circ + 90^\circ + 36^\circ) = 144^\circ$
$\angle FID = 360^\circ - (90^\circ + 90^\circ + 96^\circ) = 84^\circ$
$\therefore \widehat{DE} : \widehat{EF} : \widehat{FD} = 132^\circ : 144^\circ : 84^\circ$
$= 11 : 12 : 7$

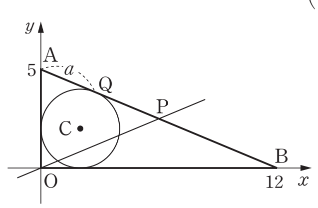
(2) 점 I는 $\triangle PQR$의 외심이므로
$\angle RPQ = \frac{1}{2}\angle RIQ$
$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times (144^\circ + 84^\circ) = 57^\circ$

답 (1) $11 : 12 : 7$ (2) 57°

14

● A-solution ●

점 $A(a, b)$와 점 $B(c, d)$의 중점 M은 $\left(\frac{a+c}{2}, \frac{b+d}{2}\right)$

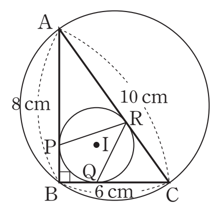


(1) $\overline{AQ} = a$라고 하면
$(5-a) + (13-a) = 12$
$2a = 6 \qquad \therefore a = 3$

(2) $\triangle AOB$는 직각삼각형이므로 외심은 $\overline{AB}$의 중점이다.
$\therefore P\left(\frac{0+12}{2}, \frac{5+0}{2}\right) = P\left(6, \frac{5}{2}\right)$
따라서 두 점 O, P를 지나는 직선의 방정식은 $y = \frac{5}{12}x$이다.

답 (1) 3 (2) $y = \frac{5}{12}x$

15



(1) $\triangle ABC$의 외접원의 반지름의 길이가 5 cm이므로
$\overline{AC} = 10$ cm, 내접원의 반지름의 길이를 r cm라고 하면
$(8-r) + (6-r) = 10$
$2r = 4 \qquad \therefore r = 2$

(2) 점 I는 $\triangle PQR$의 외심이므로
$\angle PRQ = \frac{1}{2}\angle PIQ = 45^\circ$
$\therefore \angle ARP + \angle CRQ = 180^\circ - \angle PRQ$
$= 135^\circ$ 답 (1) 2 cm (2) 135°

16

● A-solution ●

이등변삼각형의 내심과 외심은 꼭지각의 이등분선 위에 있다.

$\triangle ABC$는 $\overline{AB} = \overline{AC}$인 이등변삼각형이므로 점 O, I는 $\angle A$의 이등분선 위에 있다.

$\angle OBA = \angle OAB = \frac{1}{2}\angle A = 20^\circ$

$\therefore \angle x = 20^\circ$

$\triangle ABC$에서

$\angle ACB = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 40^\circ) = 70^\circ$

$\angle ICA = \frac{1}{2}\angle C = 35^\circ$

$\angle OCA = \angle OAC = \frac{1}{2}\angle A = 20^\circ$이므로

$\angle y = \angle ICA - \angle OCA = 35^\circ - 20^\circ = 15^\circ$

$\therefore \angle x + \angle y = 35^\circ$ 답 35°

17

점 I가 $\triangle ABC$의 내심이므로

$\angle DBI=\angle IBC=\angle DIB$

$\therefore\ \overline{DI}=\overline{DB}=10\text{ cm}$

또, $\angle ECI=\angle ICB=\angle EIC$

$\therefore\ \overline{EI}=\overline{EC}=10\text{ cm}$

$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)=□DBCE−(반원의 넓이)

$=\frac{1}{2}\times(20+36)\times6-\frac{1}{2}\times\pi\times6^2$

$=168-18\pi(\text{cm}^2)$

답 $(168-18\pi)\text{cm}^2$

18

$\overline{AC}=\overline{AD}$이므로

$\angle ADC=\frac{1}{2}\angle BAC=\frac{1}{2}\times70^\circ=35^\circ$

점 I는 △ABC의 내심이므로

$\angle ABI=\frac{1}{2}\times42^\circ=21^\circ$

점 I′은 △ACD의 내심이므로

$\angle ADI'=\frac{1}{2}\times35^\circ=17.5^\circ$

$\therefore\ \angle IOI'=180^\circ-(21^\circ+17.5^\circ)=141.5^\circ$　　답 141.5°

19

$\angle OMN=\angle x$라 하면

$\angle B=4\angle x$, $\angle C=6\angle x$이므로

$\angle A=180^\circ-(4\angle x+6\angle x)=180^\circ-10\angle x$

또, $\angle NOC=\frac{1}{2}\angle BOC=\angle A$이고

$\angle MOC=2\angle B=8\angle x$이다.

$\angle MON=8\angle x+(180^\circ-10\angle x)=180^\circ-2\angle x$

$\therefore\ \angle ONM=180^\circ-(\angle MON+\angle OMN)$

$=180^\circ-(180^\circ-2\angle x+\angle x)$

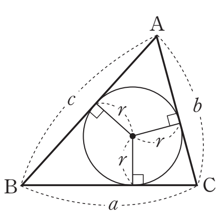
$=\angle x=\angle OMN$

따라서 △OMN은 이등변삼각형이므로

$\angle MON=180^\circ-(12^\circ+12^\circ)=156^\circ$이다.　　답 156°

20

답



△ABC에서 변 BC, CA, AB의 길이를 각각 a, b, c라 하고, △ABC의 넓이를 S라 하면

$2S=r(a+b+c)=al=bm=cn$이므로

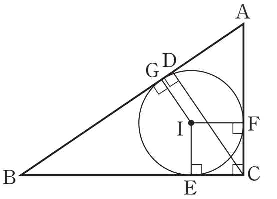
$\frac{2S}{r}=a+b+c$, $\frac{2S}{l}=a$, $\frac{2S}{m}=b$, $\frac{2S}{n}=c$에서

$\frac{2S}{r}=\frac{2S}{l}+\frac{2S}{m}+\frac{2S}{n}$

$\therefore\ \frac{1}{r}=\frac{1}{l}+\frac{1}{m}+\frac{1}{n}$

21

답



△ABC의 내접원 I가 변 BC, CA, AB에 접하는 점을 각각 E, F, G라고 하면 □IECF는 정사각형이다.

$\overline{EC}=r_1$이라 하면

$\overline{AB}=\overline{AG}+\overline{GB}=\overline{AF}+\overline{BE}$

$=\overline{AC}-r_1+\overline{BC}-r_1$

$\therefore\ 2r_1=\overline{AC}+\overline{BC}-\overline{AB}$ …… ①

마찬가지로 △ACD, △BCD의 내접원의 반지름의 길이를 각각 r_2, r_3라고 하면

$2r_2=\overline{AD}+\overline{CD}-\overline{AC}$ …… ②

$2r_3=\overline{BD}+\overline{CD}-\overline{BC}$ …… ③

①+②+③에서

$2(r_1+r_2+r_3)=2\overline{CD}+\overline{AD}+\overline{BD}-\overline{AB}$

$=2\overline{CD}$

$\therefore\ r_1+r_2+r_3=\overline{CD}$

22

(1) 점 I는 △ABC의 내심이므로

$\angle BIC=90^\circ+\frac{1}{2}\times80^\circ=130^\circ$

□IEDG에서

$\angle EDG=360^\circ-(90^\circ+90^\circ+130^\circ)=50^\circ$

$\therefore\ \angle FDH=50^\circ$

(2) △FBE≡△DBE(ASA 합동)에서 $\overline{FE}=\overline{DE}$

△DCG≡△HCG(ASA 합동)에서 $\overline{DG}=\overline{HG}$

이때 점 I는 $\overline{FD}$, $\overline{HD}$의 수직이등분선의 교점이므로 △DHF의 외심이다.

$\angle FID=180^\circ-\angle B$이므로 $\angle FHD=90^\circ-\frac{1}{2}\angle B$

$\angle DHC=90^\circ-\frac{1}{2}\angle C$

$\therefore \angle AHF = 180^\circ - (\angle FHD + \angle DHC)$

$= \frac{1}{2}(\angle B + \angle C)$

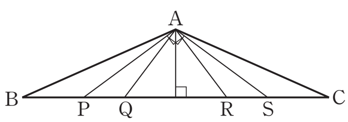
$= \frac{1}{2}(180^\circ - 80^\circ) = 50^\circ$ 　　답 (1) 50° (2) 50°

23

$\overline{BC}$를 점 B에서부터 $1 : \frac{2m}{n}$, $1 : \frac{m}{n}$, $1 : \frac{n}{m}$, $1 : \frac{n^2}{m^2}$으로 나누는 점이 각각 P, Q, R, S이다.

(i) $m > n$인 경우

$\frac{2m}{n} > \frac{m}{n} > \frac{n}{m} > \frac{n^2}{m^2}$이므로 네 점 P, Q, R, S는 다음과 같이 위치한다.



$\overline{BC}$의 길이를 1이라 하면 $\overline{BQ} = \frac{n}{m+n} = \overline{CR}$이므로

$\triangle ABQ \equiv \triangle ACR$(SAS 합동)에서 $\angle BAQ = \angle CAR$이고,

$\angle PAQ = 90^\circ - \angle QAR = \angle SAR$이므로

$\angle BAP = \angle CAS$이다.

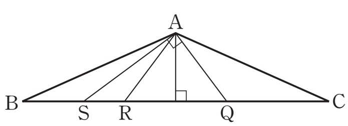
따라서 $\triangle ABP \equiv \triangle ACS$(ASA 합동)이므로 $\overline{BP} = \overline{CS}$이다.

$\overline{BP} : \overline{PC} = \overline{CS} : \overline{SB}$이므로

$n : 2m = n^2 : m^2$ 　　$\therefore \frac{m}{n} = 2$

(ii) $m < n$인 경우

$\frac{n^2}{m^2} > \frac{n}{m} > \frac{m}{n}$이므로 세 점 Q, R, S는 다음과 같이 위치한다.

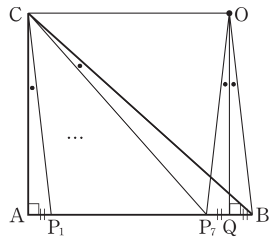


두 점 P, Q는 $\overline{BC}$를 점 B에서부터 $n : 2m$, $n : m$으로 나누므로 점 P는 $\overline{BQ}$ 위에 있고, $\angle PAR = \angle QAS = 90^\circ$이려면 점 P는 $\overline{QC}$ 위에 있어야 하므로 동시에 만족하는 점 P는 존재하지 않는다.

따라서 $m < n$인 경우는 성립하지 않는다.

(i), (ii)에서 $\frac{m}{n} = 2$이다. 　　답 2

24



$\triangle CP_7B$의 외심을 O라 하고, 점 O에서 $\overline{P_7B}$에 수선을 내려 $\overline{P_7B}$와의 교점을 Q라 한다. ($\triangle CP_7B$는 둔각삼각형이므로 외심은 삼각형의 외부에 위치한다.)

$\triangle ACP_1$과 $\triangle QOB$에서

$2\angle P_7CB = \angle P_7OB$, $\overline{OQ}$는 $\angle P_7OB$의 이등분선이므로

$\angle P_7CB = \angle QOB = \angle ACP_1$이고

$\angle CAP_1 = \angle OQB = 90^\circ$이므로 $\angle CP_1A = \angle OBQ$,

$\overline{AP_1} = \overline{QB}$이다.

$\therefore \triangle ACP_1 \equiv \triangle QOB$(ASA 합동)

$\therefore \overline{CP_1} = \overline{OB}$, $\overline{CP_1} /\!/ \overline{OB}$

$\triangle CP_1B$와 $\triangle BOC$에서

$\overline{CP_1} = \overline{BO}$, $\angle P_1CB = \angle OBC$($\because$ 엇각),

$\overline{BC}$는 공통이므로

$\triangle CP_1B \equiv \triangle BOC$(SAS 합동)이다.

따라서 $\overline{CP_1} = \overline{BO} = \overline{CO} = \overline{BP_1}$이므로 $\angle CBP_1 = \angle BCP_1$이다.

$\therefore \angle CBP_1 = \angle BCP_1 = \frac{7}{8}\angle BCA$

$\angle BCA + \angle ABC = \angle BCA + \frac{7}{8}\angle BCA = 90^\circ$

$\frac{15}{8}\angle BCA = 90^\circ$, $\angle BCA = \angle C = 48^\circ$

$\angle CBA = \angle B = 90^\circ - 48^\circ = 42^\circ$

$\therefore \angle B = 42^\circ$, $\angle C = 48^\circ$ 　　답 $\angle B = 42^\circ$, $\angle C = 48^\circ$

II 사각형의 성질

STEP C 필수체크문제

본문 P. 49~58

01 ③ **02** $\angle A=\angle C=100°$, $\angle B=\angle D=80°$
03 D(4, 3) **04** 46° **05** 22 cm **06** ③
07 ⑤ **08** 63 **09** 20° **10** 72 cm^2
11 54.5 **12** 25° **13** 직사각형 **14** 120°
15 52° **16** 60° **17** ①, ⑤ **18** (1) 평행사변형 (2) 마름모 **19** 50° **20** 30°
21 (1) 평행사변형 (2) 정사각형 **22** 37°
23 $\angle x=75°$, $\angle y=68°$ **24** 128 cm^2
25 ③ **26** (1) 직사각형 (2) 마름모 (3) 정사각형
27 ③ **28** 30 cm^2 **29** 8 cm^2 **30** 16 cm^2
31 120 cm^2 **32** 1 : 1 **33** 46초 후

01 ❶ 평행사변형

답 ③

02 ❶ 평행사변형

$\angle A=\angle C=180°\times\frac{5}{9}=100°$

$\angle B=\angle D=180°\times\frac{4}{9}=80°$

답 $\angle A=\angle C=100°$, $\angle B=\angle D=80°$

03 ❶ 평행사변형

$\overline{AD}=\overline{BC}=4$이므로 점 D의 x좌표는 4이고, 점 A와 D의 y좌표는 같으므로 점 D의 y좌표는 3이다.

$\therefore$ D(4, 3) 답 D(4, 3)

다른풀이

□ABCD는 평행사변형이므로 $\overline{AC}$의 중점과 $\overline{BD}$의 중점은 같다.

D(a, b)라 하면 $\left(\frac{0+2}{2}, \frac{3+0}{2}\right)=\left(\frac{-2+a}{2}, \frac{0+b}{2}\right)$

$\therefore$ D(4, 3)

04 ❶ 평행사변형

$\angle ABE=\angle AEB=\angle EAD=68°$

△ADF에서 $\angle ADF=90°-68°=22°$

□ABCD의 대각의 크기는 같으므로 $\angle ADC=68°$

$\therefore \angle CDF=68°-22°=46°$ 답 46°

05 ❶ 평행사변형

평행사변형은 두 쌍의 대변의 길이가 같으므로

$\overline{AB}=\overline{DC}=10$ cm

평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분하므로

$\overline{AC}+\overline{BD}=2\overline{OC}+2\overline{OD}=24$(cm)에서

$\overline{OC}+\overline{OD}=12$(cm)

$\therefore$ (△COD의 둘레의 길이)$=\overline{CD}+\overline{OC}+\overline{OD}$

$=10+12=22$(cm)

답 22 cm

06 ❶ 평행사변형

③ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하지 않으므로 평행사변형이 아니다. 답 ③

07 ❶ 평행사변형

△ABE와 △CDF에서

$\overline{AB}=\overline{CD}$, $\overline{AB}/\!/\overline{DC}$이므로 $\angle ABE=\angle CDF$(엇각)

$\angle AEB=\angle CFD=90°$

$\therefore$ △ABE≡△CDF(RHA 합동)(④)

$\therefore \overline{AE}=\overline{CF}$(①)

$\angle AEF=\angle CFE=90°$이므로 $\overline{AE}/\!/\overline{FC}$

한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같으므로 □AECF는 평행사변형이다.

$\therefore \angle AEC+\angle EAF=180°$(③)

$\angle BCE=\angle BCD-\angle ECD$

$=\angle DAB-\angle FAB$

$=\angle DAF$(②) 답 ⑤

08 ❶ 평행사변형

$\angle y+34°=60°$ $\therefore \angle y=26°$

$\angle B=\angle D=180°-(80°+34°)=66°$

$\angle BCA=\angle CAD=180°-(60°+66°)=54°$

$\therefore \angle x=35°+54°=89°$

$\therefore x-y=89-26=63$ 답 63

09 ❶ 평행사변형

□ABCD는 평행사변형이므로

$\angle B=180°-120°=60°$

$\angle ABP:\angle PBC=3:2$에서

$\angle PBC=60°\times\frac{2}{5}=24°$

$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로

$\angle DAP+\angle PBC=\angle APB$에서

$\angle DAP+24°=44°$

$\therefore \angle DAP=44°-24°=20°$ 답 20°

10 ❷ 평행사변형과 길이, 넓이

$\triangle PAB+\triangle PCD=\triangle PDA+\triangle PBC$이므로

$\square ABCD=2(\triangle PAB+\triangle PCD)$
$=2\times(16+20)=72(\text{cm}^2)$ 답 72 cm^2

11 ❸ 여러 가지 사각형

$\overline{AC}=\overline{BD}$이고 $\overline{OA}=\overline{OC}$이므로

$x=\frac{1}{2}\overline{BD}=4.5(\text{cm})$

또, $\overline{OB}=\overline{OC}$이므로

$\angle OBC=\angle OCB=40^\circ$

$\angle DCO=90^\circ-40^\circ=50^\circ$ $\therefore y=50$

$\therefore x+y=54.5$ 답 54.5

12 ❸ 여러 가지 사각형

$\triangle ABE$에서 $\angle AEB=90^\circ-40^\circ=50^\circ$이므로

$\angle BED=180^\circ-50^\circ=130^\circ$

$\overline{EB}=\overline{ED}$이므로

$\angle EBD=\angle EDB$
$=\frac{1}{2}\times(180^\circ-130^\circ)=25^\circ$

$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로 $\angle DBC=\angle EDB=25^\circ$ 답 25°

13 ❸ 여러 가지 사각형

$\overline{AB}/\!/\overline{DC}$이므로 $\angle BAC=\angle DCA$

$\therefore \angle DCA=\angle BDC$

즉, $\angle OCD=\angle ODC$

$\therefore \overline{OC}=\overline{OD}$

$\overline{AC}=2\overline{OC}$, $\overline{BD}=2\overline{OD}$이므로 $\overline{AC}=\overline{BD}$이다.

따라서 $\square ABCD$는 두 대각선의 길이가 같은 평행사변형이므로 직사각형이다. 답 직사각형

14 ❸ 여러 가지 사각형

● **A-solution** ●

마름모는 네 변의 길이가 모두 같다.

$\square EBFD$는 마름모이므로 $\overline{BE}=\overline{ED}=\overline{BF}=\overline{FD}$

$\therefore \angle EBD=\angle EDB$

$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로 $\angle EDB=\angle DBF$

$\therefore \angle DBF=90^\circ\div 3=30^\circ$

$\therefore \angle BFD=180^\circ-(30^\circ+30^\circ)=120^\circ$ 답 120°

15 ❸ 여러 가지 사각형

$\angle ABC=180^\circ-104^\circ=76^\circ$

$\angle CBD=\frac{1}{2}\angle ABC=\frac{1}{2}\times 76^\circ=38^\circ$

$\therefore \angle AFD=\angle BFE=180^\circ-(90^\circ+38^\circ)=52^\circ$ 답 52°

16 ❸ 여러 가지 사각형

$\overline{AO}=\overline{CO}$, $\overline{BO}=\overline{DO}$이고 $\angle ABD=30^\circ$,

$\angle BAC=\angle DCA=60^\circ$에서 $\overline{AC}\perp\overline{BD}$이므로 $\square ABCD$는 마름모이다.

$\therefore \angle ACB=\angle BAC=60^\circ$ 답 60°

17 ❶ 평행사변형 + ❸ 여러 가지 사각형

① 평행사변형의 성질이다.

② $\angle ABD=\angle DBC=\angle ADB=\angle BDC$에서 $\triangle ABD$와 $\triangle CBD$는 합동인 이등변삼각형이므로 네 변의 길이는 같다. 따라서 $\square ABCD$는 마름모이다.

③ 두 대각선이 서로 다른 것을 수직이등분하므로 $\square ABCD$는 마름모이다.

④ $\overline{AB}=\overline{CD}=\overline{BC}=\overline{AD}$이므로 $\square ABCD$는 마름모이다.

⑤ $\angle A=90^\circ$이면 $\angle A+\angle B=180^\circ$이므로 $\angle B=90^\circ$이다. 따라서 $\angle A=\angle B=\angle C=\angle D=90^\circ$이므로 $\square ABCD$는 직사각형이다. 답 ①, ⑤

18 ❶ 평행사변형 + ❸ 여러 가지 사각형

(1) $\overline{AB}/\!/\overline{DC}$이므로 $\angle BAC=\angle ACD$

$\frac{1}{2}\angle BAC=\frac{1}{2}\angle ACD$

$\therefore \angle EAC=\angle FCA$ ($\because$ 점 E는 $\triangle ABC$의 내심)

$\therefore \overline{AE}/\!/\overline{FC}$

같은 방법으로 $\overline{AF}/\!/\overline{EC}$

따라서 두 쌍의 대변이 평행하므로 $\square AECF$는 평행사변형이다.

(2) $\overline{AE}=\overline{EC}$에서 $\angle EAC=\angle ECA$이므로

$\angle BAC=\angle BCA$

$\therefore \overline{AB}=\overline{BC}$

따라서 $\square ABCD$는 이웃하는 두 변의 길이가 같은 평행사변형이므로 마름모이다. 답 (1) 평행사변형 (2) 마름모

19 ❸ 여러 가지 사각형

● **A-solution** ●

$\triangle AED$와 합동인 삼각형을 찾아본다.

$\triangle AED$와 $\triangle CED$에서

$\overline{AD}=\overline{CD}$, $\overline{ED}$는 공통, $\angle ADE=\angle CDE=45^\circ$

$\therefore \triangle AED\equiv\triangle CED$(SAS 합동)

$\angle DAE=\angle DCE=\angle AFC=40^\circ$

$\therefore \angle BCE=\angle BCD-\angle DCE$
$=90^\circ-40^\circ=50^\circ$ 답 50°

II 사각형의 성질

20 여러 가지 사각형

$\overline{CE}=\overline{CD}$이므로 $\triangle CDE$는 이등변삼각형이고 $\angle ECD=30°$이다.

$\therefore \angle EDC=\frac{1}{2}\times(180°-30°)=75°$

$\therefore \angle EDB=\angle EDC-\angle BDC$
$=75°-45°=30°$

답 $30°$

21 평행사변형 + 여러 가지 사각형

(1) $\triangle APQ$와 $\triangle CRS$에서
$\angle PAQ=\angle ABC=\angle RCS$, $\overline{AP}=\overline{CR}$,
$\overline{AB}+\overline{BQ}=\overline{CD}+\overline{DS}$에서 $\overline{AQ}=\overline{CS}$
$\therefore \triangle APQ\equiv\triangle CRS$(SAS 합동)
$\therefore \overline{PQ}=\overline{SR}$
같은 방법으로 $\triangle DSP\equiv\triangle BQR$에서 $\overline{PS}=\overline{QR}$
따라서 두 쌍의 대변의 길이가 같으므로 □PQRS는 평행사변형이다.

(2) $\triangle APQ$와 $\triangle DSP$에서
$\overline{AP}=\overline{DS}$, $\angle PAQ=\angle SDP=90°$
$\overline{AB}+\overline{BQ}=\overline{DA}+\overline{AP}$에서 $\overline{AQ}=\overline{DP}$
$\therefore \triangle APQ\equiv\triangle DSP$(SAS 합동)
(1)에서 $\triangle APQ\equiv\triangle CRS$이고, $\triangle DSP\equiv\triangle BQR$이므로
$\triangle APQ\equiv\triangle BQR\equiv\triangle CRS\equiv\triangle DSP$
$\therefore \overline{PQ}=\overline{QR}=\overline{RS}=\overline{SP}$
$\angle APQ+\angle AQP=\angle APQ+\angle DPS$
$=\angle P=90°$
□PQRS는 마름모이고 한 내각이 $90°$이므로 정사각형이다.

답 (1) 평행사변형 (2) 정사각형

22 여러 가지 사각형

$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로 $\angle ADB=\angle DBC=\angle a$(엇각)라고 하면
$\overline{AB}=\overline{AD}$이므로 $\angle ABD=\angle ADB=\angle a$
$\angle C=\angle ABC=\angle a+\angle a=2\angle a$
$\triangle BCD$에서 $2\angle a+\angle a+69°=180°$
$3\angle a=111°$ $\therefore \angle a=37°$
따라서 $\angle DBC=37°$이다.

답 $37°$

23 여러 가지 사각형

$\angle x+35°=180°-70°=110°$ $\therefore \angle x=75°$
$\angle D=180°-(35°+33°)=112°$
$\therefore \angle y=180°-112°=68°$

답 $\angle x=75°$, $\angle y=68°$

24 평행선과 넓이

단계별 풀이

STEP 1 $\triangle AOB$의 넓이 구하기

$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로
$\triangle ABD=\triangle ACD=48\text{ cm}^2$
$\triangle AOD=\frac{3}{8}\times48=18(\text{cm}^2)$
$\triangle AOB=\triangle DOC=48-18=30(\text{cm}^2)$

STEP 2 $\triangle OBC$의 넓이 구하기

$\triangle AOB:\triangle OBC=\overline{AO}:\overline{OC}=3:5$이므로
$\triangle OBC=\frac{5}{3}\times30=50(\text{cm}^2)$

STEP 3 □ABCD의 넓이 구하기

□ABCD$=48+30+50=128(\text{cm}^2)$

답 128 cm^2

25 여러 가지 사각형

답 ③

26 여러 가지 사각형

(1) 한 내각의 크기가 $90°$인 평행사변형이므로 직사각형이 된다.
(2) 이웃하는 두 변의 길이가 같은 평행사변형이므로 마름모가 된다.
(3) 두 대각선의 길이가 같은 마름모이므로 정사각형이 된다.

답 (1) 직사각형 (2) 마름모 (3) 정사각형

27 사각형의 각 변의 중점을 연결하여 만든 도형

① 등변사다리꼴 – 마름모 ② 사다리꼴 – 평행사변형
④ 직사각형 – 마름모 ⑤ 평행사변형 – 평행사변형

답 ③

28 평행선과 넓이

$\overline{AE}/\!/\overline{DB}$이므로 $\triangle ABD=\triangle EBD$
$\therefore$ □ABCD$=\triangle ABD+\triangle DBC$
$=\triangle EBD+\triangle DBC$
$=\triangle DEC$
$=\frac{1}{2}\times12\times5=30(\text{cm}^2)$

답 30 cm^2

29 평행선과 넓이

$\triangle ABD:\triangle ADC=\overline{BD}:\overline{DC}=3:2$이므로
$\triangle ADC=\frac{2}{5}\triangle ABC=\frac{2}{5}\times60=24(\text{cm}^2)$
$\triangle AEC:\triangle EDC=\overline{AE}:\overline{ED}=2:1$이므로
$\triangle EDC=\frac{1}{3}\triangle ADC=\frac{1}{3}\times24=8(\text{cm}^2)$

답 8 cm^2

30 평행선과 넓이

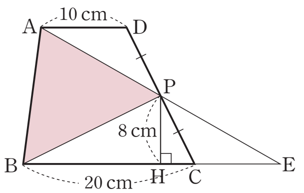
$\triangle ABD=\triangle DEC$이므로

$\triangle ABD = \triangle AED + \triangle DEF + \triangle BFE$
$= \triangle AED + \triangle DEF + 9$,
$\triangle DEC = \triangle DEF + \triangle DFC$
$= \triangle DEF + 25$에서
$\triangle AED + \triangle DEF + 9 = \triangle DEF + 25$
$\therefore \triangle AED = 25 - 9 = 16(\mathrm{cm}^2)$ 답 $16\ \mathrm{cm}^2$

31 ❻ 평행선과 넓이

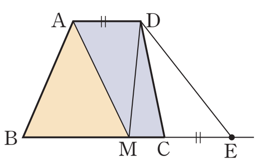
● **A-solution** ●

$\overline{AP}$와 $\overline{BC}$의 연장선을 그어 본다.



$\overline{AP}$의 연장선과 $\overline{BC}$의 연장선이 만나는 점을 E라 하면
$\triangle APD$와 $\triangle EPC$에서
$\angle APD = \angle EPC$, $\overline{DP} = \overline{CP}$, $\angle ADP = \angle ECP$이므로
$\triangle APD \equiv \triangle EPC$(ASA 합동)이다.
$\therefore \overline{AP} = \overline{PE}$, $\overline{CE} = \overline{AD} = 10\ \mathrm{cm}$
$\therefore \triangle ABP = \triangle PBE$
$= \frac{1}{2} \times (20 + 10) \times 8$
$= 120(\mathrm{cm}^2)$ 답 $120\ \mathrm{cm}^2$

32 ❻ 평행선과 넓이



$\triangle AMD = \triangle DCE$이므로
$\square AMCD = \triangle AMD + \triangle DMC$
$= \triangle DCE + \triangle DMC$
$= \triangle DME$
$\therefore \triangle ABM : \square AMCD = \triangle ABM : \triangle DME = 1 : 1$
답 $1 : 1$

33 ❶ 평행사변형

$\triangle ABP$와 $\triangle CDQ$가 삼각형이 되려면 점 P는 $\overline{BC}$ 위에, 점 Q는 $\overline{AD}$ 위에 있어야 하고 합동이려면 $\overline{BP} = \overline{DQ}$이어야 한다.
$\triangle ABP$와 $\triangle CDQ$가 x초 후에 합동이 된다고 하면
$\overline{BP} = 0.2x - 8(\mathrm{cm})(40 < x \le 115)$,
$\overline{DQ} = 15 - 0.3x(\mathrm{cm})(0 \le x < 50)$에서
$0.2x - 8 = 15 - 0.3x$
$\therefore x = 46$ 답 46초 후

STEP B 내신만점문제 본문 P. 59~68

01 ②	**02** $3:7$	**03** $25\,\mathrm{cm}$	**04** $58°$	**05** $90°$
06 $4\,\mathrm{cm}$	**07** (1) $1:1$ (2) $110°$		**08** $75°$	**09** $90°$
10 (1) $6\,\mathrm{cm}$ (2) 4배		**11** $1:40$	**12** $90° - \angle x$	
13 마름모	**14** $8\,\mathrm{cm}$	**15** $60°$	**16** $16\,\mathrm{cm}$	**17** $84°$
18 $64\,\mathrm{cm}^2$	**19** $34\,\mathrm{cm}$	**20** $30\,\mathrm{cm}^2$	**21** $6\,\mathrm{cm}$	**22** ②
23 $168\,\mathrm{cm}^2$		**24** $20\pi\,\mathrm{cm}^2$		**25** $30\,\mathrm{cm}^2$
26 $56\,\mathrm{cm}^2$	**27** $\frac{1}{4}$배	**28** (1) $7\,\mathrm{cm}$ (2) $42a\,\mathrm{cm}^2$		
29 $16\,\mathrm{cm}^2$	**30** (1) 이등변삼각형 (2) 마름모			

01

② $\angle BAD = 70°$인지 알 수 없다. 답 ②

02

$\triangle ABD = \triangle BCD = \frac{1}{2} \times 84 = 42(\mathrm{cm}^2)$이고
$\triangle ABP : \triangle ABD = \triangle BCP : \triangle BCD = \overline{BP} : \overline{BD}$이므로
$\triangle ABP = \triangle BCP$이다.
$\therefore \triangle ABP = \triangle BCP = \frac{1}{2} \times 36 = 18(\mathrm{cm}^2)$
$\triangle ABP : \triangle ABD = \overline{BP} : \overline{BD} = 18 : 42 = 3 : 7$
$\therefore \overline{BP} : \overline{BD} = 3 : 7$ 답 $3 : 7$

03

단계별 풀이

STEP 1 $\overline{AO}$의 길이 구하기
$\square ABCD$가 평행사변형이므로
$\overline{AO} = \frac{1}{2}\overline{AC} = \frac{1}{2} \times 16 = 8(\mathrm{cm})$

STEP 2 $\overline{AF}$의 길이 구하기
$\square OCDE$가 평행사변형이므로 $\overline{ED} /\!/ \overline{OC}$에서 $\overline{ED} /\!/ \overline{AO}$이고
$\overline{ED} = \overline{OC} = \overline{AO}$이므로 $\square AODE$는 평행사변형이다.
$\therefore \overline{AF} = \frac{1}{2}\overline{AD} = \frac{1}{2}\overline{BC} = \frac{1}{2} \times 20 = 10(\mathrm{cm})$

STEP 3 $\triangle AOF$의 둘레의 길이 구하기
$\square AODE$가 평행사변형이므로
$\overline{AE} /\!/ \overline{OD}$에서 $\overline{AE} /\!/ \overline{BO}$이고
$\overline{AE} = \overline{OD} = \overline{BO}$이므로 $\square ABOE$는 평행사변형이다.

$\therefore \overline{OF}=\frac{1}{2}\overline{OE}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times 14=7(\text{cm})$

따라서 $\triangle AOF$의 둘레의 길이는 $8+10+7=25(\text{cm})$이다.

답 25 cm

04

$\triangle ABP$와 $\triangle ADQ$에서

$\angle APB=\angle AQD=90^\circ$, $\overline{AB}=\overline{AD}$,

$\angle ABP=\angle ADQ$이므로

$\triangle ABP\equiv\triangle ADQ$(RHA 합동)이다.

$\therefore \angle BAP=\angle DAQ=90^\circ-64^\circ=26^\circ$

$\angle BAD=180^\circ-64^\circ=116^\circ$

$\angle PAQ=116^\circ-26^\circ\times 2=64^\circ$

$\overline{AP}=\overline{AQ}$이므로

$\angle APQ=\frac{1}{2}\times(180^\circ-64^\circ)=58^\circ$

답 58°

05

$\angle DAF=\angle a$라고 하면 $\angle BAD=2\angle a$이므로

$\angle ADC=\angle DCE=180^\circ-2\angle a$

$\angle DCF=\frac{1}{2}\angle DCE$

$=\frac{1}{2}(180^\circ-2\angle a)=90^\circ-\angle a$

그런데 $\angle DAF+\angle ADC=\angle DCF+\angle AFC$이므로

$\angle a+(180^\circ-2\angle a)=(90^\circ-\angle a)+\angle AFC$

$\therefore \angle AFC=90^\circ$

답 90°

06

$\overline{EF}/\!/\overline{DC}$, $\overline{ED}/\!/\overline{FC}$이므로 □EDCF는 평행사변형이다.

$\therefore \overline{ED}=\overline{FC}$

또, $\overline{ED}/\!/\overline{AC}$이므로 $\angle EDA=\angle DAC=\angle EAD$에서

$\triangle EDA$는 이등변삼각형이다.

$\therefore \overline{AE}=\overline{ED}=\overline{FC}=4\text{ cm}$

답 4 cm

07

(1) $\angle PBD=\angle CBD=\angle BDP$이므로 $\triangle PBD$는 이등변삼각형이다.

따라서 $\overline{AD}=\overline{BE}$, $\overline{PD}=\overline{PB}$이므로 $\overline{PA}=\overline{PE}$이다.

$\therefore \overline{PA}:\overline{PE}=1:1$

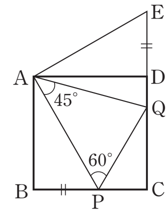
(2) $\angle ABD=\angle CDB=\angle EDB=35^\circ$이므로 $\triangle QBD$는 이등변삼각형이다.

$\therefore \angle AQE=180^\circ-\angle ABD-\angle EDB$

$=180^\circ-35^\circ-35^\circ=110^\circ$

답 (1) 1 : 1 (2) 110°

08



오른쪽 그림과 같이 $\overline{CD}$의 연장선 위에

$\overline{BP}=\overline{DE}$인 점 E를 잡는다.

$\triangle ABP\equiv\triangle ADE$(SAS 합동)이므로

$\triangle APQ$와 $\triangle AEQ$에서

$\overline{AP}=\overline{AE}$, $\overline{AQ}$는 공통,

$\angle PAQ=\angle EAQ=45^\circ$

$\therefore \triangle APQ\equiv\triangle AEQ$(SAS 합동)

$\therefore \angle AQD=\angle AQP$

$=180^\circ-(45^\circ+60^\circ)=75^\circ$

답 75°

09

$\triangle ABM$과 $\triangle MCD$는 이등변삼각형이므로

$\angle BAM=\angle BMA=\angle x$,

$\angle CMD=\angle CDM=\angle y$라고 하면

$\angle B+\angle C+2\angle x+2\angle y=360^\circ$

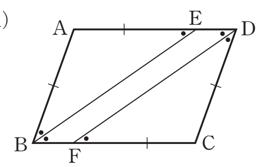
$180^\circ+2\angle x+2\angle y=360^\circ$에서 $\angle x+\angle y=90^\circ$

$\therefore \angle AMD=180^\circ-(\angle x+\angle y)=90^\circ$

답 90°

10

(1)



$\triangle ABE$, $\triangle CDF$는 합동인 이등변삼각형이므로

$\overline{FC}=6\text{ cm}$이다.

(2) $\overline{BF}=\overline{BC}-\overline{FC}=8-6=2(\text{cm})$에서

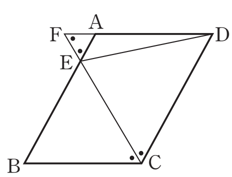
$\overline{BF}:\overline{BC}=2:8=1:4$이므로

□ABCD : □BFDE $=4:1$이다.

따라서 4배이다.

답 (1) 6 cm (2) 4배

11



$\angle DCF=\angle BCF=\angle DFC$

$\triangle DFC$는 이등변삼각형이므로 $\overline{DF}=20\text{ cm}$이다.

$\angle BCE=\angle ECD$, $\angle EBC=\angle ADC$에서 $\angle BEC=\angle AFE$

이므로 $\triangle EBC$도 이등변삼각형이다.

$\therefore \overline{BE}=16\text{ cm}$

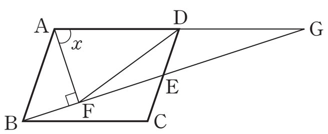
$\therefore \overline{AF}=\overline{AE}=20-16=4(\text{cm})$

$\triangle AFE=a\text{ cm}^2$라고 하면

$\triangle AED=4a\text{ cm}^2$, $\triangle EBC=16a\text{ cm}^2$, $\triangle ECD=20a\text{ cm}^2$

$\therefore \triangle AFE : \square ABCD=a : 40a=1 : 40$ 답 1 : 40

12



$\overline{AD}$, $\overline{BE}$의 연장선의 교점을 G라 하면

$\triangle EGD$와 $\triangle EBC$에서

$\overline{ED}=\overline{EC}$, $\angle DEG=\angle CEB$, $\angle EDG=\angle ECB$이므로

$\triangle EGD\equiv\triangle EBC$(ASA 합동)

$\therefore \overline{DG}=\overline{BC}=\overline{AD}$

직각삼각형 AFG에서

점 D는 빗변 AG의 중점이므로 $\overline{AD}=\overline{DG}=\overline{DF}$

따라서 $\triangle DAF$는 이등변삼각형이다.

$\angle DFA+\angle DFE=90°$

$\therefore \angle DFE=90°-\angle DFA$

$=90°-\angle DAF$

$=90°-\angle x$ 답 $90°-\angle x$

13

$\overline{AE}/\!/\overline{FD}$, $\overline{AF}/\!/\overline{ED}$이므로 $\square AFDE$는 평행사변형이다.

$\angle ADF=\angle EAD=\angle DAF$에서

$\triangle AFD$는 이등변삼각형이므로 $\overline{AF}=\overline{FD}$이다.

따라서 $\square AFDE$는 평행사변형이고 이웃하는 두 변의 길이가 같으므로 마름모이다. 답 마름모

14

$\angle PAQ=\angle QAD=\angle PQA$이므로

$\triangle APQ$는 $\overline{AP}=\overline{PQ}$인 이등변삼각형이다.

(i) 점 P가 점 B에 있을 때

$\overline{PQ}=\overline{BQ}=\overline{BA}=4$(cm)

(ii) 점 P가 점 C에 있을 때

$\overline{PQ}=\overline{CQ}=\overline{CA}=5$(cm)

따라서 점 Q가 움직인 거리는 $(7-4)+5=8$(cm)이다.

답 8 cm

15

$\triangle ABE$와 $\triangle FDA$에서

$\overline{AB}=\overline{CD}=\overline{FD}$, $\overline{EB}=\overline{BC}=\overline{AD}$,

$\angle ABE=\angle ABC-60°=\angle ADC-60°=\angle FDA$

$\therefore \triangle ABE\equiv\triangle FDA$(SAS 합동)

$\therefore \overline{AE}=\overline{FA}$

$\angle EAF=\angle EAD+\angle DAF$

$=\angle EAD+\angle AEB$

$=\angle EGD=\angle EBC=60°$

따라서 $\triangle AFE$는 정삼각형이므로 $\angle AFE=60°$이다. 답 $60°$

16

● A-solution ●

직사각형의 두 대각선의 길이는 같다.

직사각형의 두 대각선의 길이는 같으므로 $\overline{AC}=\overline{BD}$

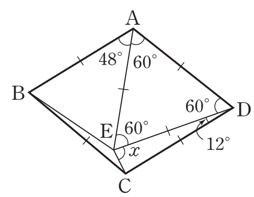
$\overline{BD}$는 사분원의 반지름의 길이이므로 $\overline{BD}=r$ cm라 하면

$\frac{1}{4}\times\pi\times r^2=64\pi(\text{cm}^2)$

$\therefore r=16(\because r>0)$

따라서 $\overline{AC}=16$ cm이다. 답 16 cm

17



$\triangle AED$가 정삼각형이므로

$\overline{AD}=\overline{DE}=\overline{DC}$에서 $\triangle DEC$는 이등변삼각형이다.

$\angle CDA=180°-108°=72°$

$\angle CDE=72°-60°=12°$이므로

$\angle x=\frac{1}{2}\times(180°-12°)=84°$ 답 $84°$

18

$\triangle EOA$와 $\triangle FOD$에서

$\overline{AO}=\overline{DO}$, $\angle EAO=\angle FDO=45°$,

$\angle EOA=\angle FOD$이므로

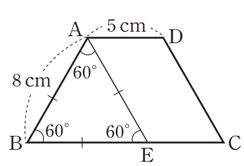
$\triangle EOA\equiv\triangle FOD$(ASA 합동)

$\overline{EA}=\overline{FD}$이므로

$\overline{AD}=\overline{AF}+\overline{AE}=8$(cm)

$\therefore \square ABCD=8\times8=64(\text{cm}^2)$ 답 64 cm^2

19



위의 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{DC}$와 평행한 선분을 그어 변 BC와 만나는 점을 E라 하면 $\triangle ABE$는 이등변삼각형이다.

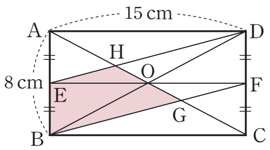
$\angle B = 180° \times \frac{1}{3} = 60°$에서 △ABE는 정삼각형이므로

$\overline{BE} = \overline{AB} = 8$ cm, $\overline{EC} = \overline{AD} = 5$(cm)

∴ (□ABCD의 둘레의 길이)

$= 8 + 5 + 8 + 13 = 34$(cm) 　　답 34 cm

20



$\overline{EB} = \overline{DF}$, $\overline{EB} /\!/ \overline{DF}$이므로 □EBFD는 평행사변형이다.

$\overline{AC}$와 $\overline{BD}$의 교점을 O라 하면 $\overline{EF}$는 점 O를 지나므로 점 O는 □EBFD의 두 대각선의 교점이다.

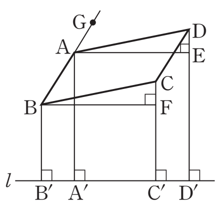
△OBG≡△ODH(ASA 합동)이므로

□EBGH = △EBD이다.

∴ □EBGH $= \frac{1}{2}$□EBFD

$= \frac{1}{2} \times 4 \times 15 = 30$(cm^2) 　　답 30 cm^2

21



두 점 A, B에서 $\overline{DD'}$, $\overline{CC'}$에 내린 수선의 발을 각각 E, F라 하고 $\overline{BA}$의 연장선 위에 점 G를 잡는다.

△DAE와 △CBF에서

$\angle DEA = \angle CFB = 90°$ …… ①

$\overline{AD} = \overline{BC}$ …… ②

$\angle GAE = \angle ABF$,

$\angle GAD = \angle ABC$이므로

$\angle DAE = \angle CBF$ …… ③

①, ②, ③에 의해

△DAE≡△CBF(RHA 합동)

∴ $\overline{DE} = \overline{CF} = \overline{CC'} - \overline{BB'} = 4 - 3 = 1$(cm)

$\overline{DD'} = \overline{DE} + \overline{ED'} = \overline{DE} + \overline{AA'}$

$= 1 + 5 = 6$(cm) 　　답 6 cm

22

$\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$이므로 △AFC = △DFC

$\overline{AC} /\!/ \overline{EF}$이므로 △AFC = △AEC

$\overline{AB} /\!/ \overline{DC}$이므로 △AEC = △AED

∴ △AFC = △AED = △DFC = △AEC 　　답 ②

23

단계별 풀이

STEP 1 △OQB의 넓이 구하기

△OPD≡△OQB(ASA 합동)이므로 △OQB = 24(cm^2)

STEP 2 △OQC의 넓이 구하기

$\overline{BQ} : \overline{QC} = 4 : 3$이므로

△OQC $= 24 \times \frac{3}{4} = 18$(cm^2)

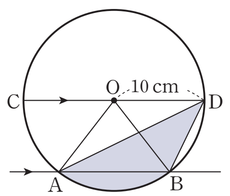
STEP 3 □ABCD의 넓이 구하기

△BOC $= \frac{1}{4}$□ABCD이므로

□ABCD = 4△BOC

$= 4 \times (24 + 18) = 168$(cm^2) 　　답 168 cm^2

24



$\overline{CD} /\!/ \overline{AB}$이므로 △DAB = △OAB

∴ (색칠한 부분의 넓이) = (부채꼴 OAB의 넓이)

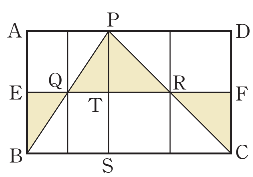
$= \frac{1}{5} \times \pi \times 10^2 = 20\pi$(cm^2)

답 20π cm^2

25

● A-solution ●

세 점 P, Q, R를 지나고 $\overline{AB}$에 평행한 직선을 그어 본다.



세 점 P, Q, R를 지나고 $\overline{AB}$에 평행한 직선을 각각 그으면 위의 그림과 같고 □ABSP와 □PSCD는 직사각형이다.

△EBQ $= a$ cm^2, △RCF $= b$ cm^{2}라 하면

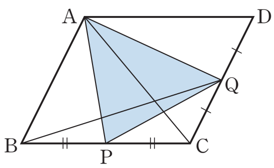
△PQT $= a$ cm^2, △PTR $= b$ cm^2,

□ABSP $= 8a$ cm^2, □PSCD $= 8b$ cm^2

$8a + 8b = 120$ 　　∴ $a + b = 15$

∴ (색칠한 부분의 넓이) $= 2a + 2b = 30$(cm^2) 　　답 30 cm^2

26



$\triangle PCQ = a \text{ cm}^2$라 하면

$\triangle BCQ = \triangle ABP = \triangle AQD = 2a \text{ cm}^2$

$\square ABCD = 4\triangle BCQ = 8a \text{ cm}^2$

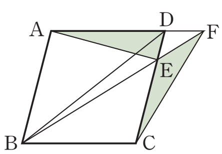
$\triangle APQ = 21 \text{ cm}^2$이므로

$8a - (2a + 2a + a) = 21 \qquad \therefore a = 7$

$\therefore \square ABCD = 8 \times 7 = 56(\text{cm}^2)$

답 56 cm^2

27



대각선 BD를 연결하면 $\triangle DBF = \triangle DCF$

$\therefore \triangle BED = \triangle CFE$

또, $\triangle AED = \triangle BED$이므로

$\triangle AED = \triangle CFE$

$\overline{DE} : \overline{EC} = 1 : 3$이므로

$\triangle AED = \frac{1}{4}\triangle BCD = \frac{1}{8}\square ABCD$

(색칠한 부분의 넓이)$= 2\triangle AED = \frac{1}{4}\square ABCD$이므로

$\frac{1}{4}$배이다.

답 $\frac{1}{4}$배

28

(1) $\angle ABE = \angle EBC = \angle BEC$이므로 $\triangle BCE$는 이등변삼각형이다.

$\therefore \overline{CE} = \overline{BC} = \overline{AD} = 7(\text{cm})$

(2) $\overline{DE} : \overline{CD} = 1 : 6$이므로 $\triangle CDF = 6a(\text{cm}^2)$

$\overline{DF} : \overline{AF} = 1 : 6$이므로

$\triangle ABF = 6\triangle DFC = 6 \times 6a = 36a(\text{cm}^2)$

$\therefore \triangle BCF = \triangle ABF + \triangle CDF$

$= 36a + 6a = 42a(\text{cm}^2)$

답 (1) 7 cm (2) $42a \text{ cm}^2$

29

$\overline{AB} /\!/ \overline{DC}$이므로 $\triangle BCF = \triangle ACF$

$\therefore \triangle EBC = \triangle AEF$

$\triangle ABE = a \text{ cm}^2$, $\triangle EBC = \triangle AEF = b \text{ cm}^2$라 하면

$\triangle ACD = \triangle AFD + \triangle AEF + \triangle ECF$

$= 7 + b + 9 = b + 16(\text{cm}^2)$

$\triangle ABC = \triangle ABE + \triangle EBC$

$= a + b(\text{cm}^2)$

$\triangle ABC = \triangle ACD$이므로 $a + b = b + 16$

$\therefore a = 16$

따라서 $\triangle ABE$의 넓이는 16 cm^2이다.

답 16 cm^2

다른풀이

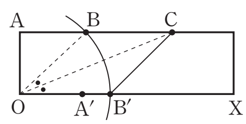
$\triangle ABF = \triangle ACD = \frac{1}{2}\square ABCD$이므로

$\triangle ABE + \triangle AEF = \triangle AFD + \triangle AEF + \triangle ECF$

$= 7 + \triangle AEF + 9$

$\therefore \triangle ABE = 16 \text{ cm}^2$

30



(1) $\angle BOC = \angle COB' = \angle BCO$

따라서 $\triangle OBC$는 이등변삼각형이다.

(2) $\triangle OBC$와 $\triangle OB'C$에서

$\overline{OB} = \overline{OB'}$, $\overline{OC}$는 공통, $\angle BOC = \angle B'OC$이므로

$\triangle OBC \equiv \triangle OB'C$(SAS 합동)이다.

$\therefore \overline{BC} = \overline{B'C}$, $\overline{OB} = \overline{BC}$

$\therefore \overline{OB} = \overline{OB'} = \overline{B'C} = \overline{CB}$

따라서 $\square OB'CB$는 마름모이다.

답 (1) 이등변삼각형 (2) 마름모

STEP A 최고수준문제 본문 P. 69~77

01 (1) $45°$ (2) $2 : 5$ **02** $7 : 3$ **03** $45°$ **04** $90°$
05 48 **06** 9 cm **07** (1) $1 : 1 : 1$ (2) 8 cm
08 30 cm^2 **09** 평행사변형 **10** $1 : 1$ **11** 5 cm
12 $17 : 32$ **13** 72 cm^2 **14** 17 cm
15 (1) 평행사변형 (2) 4배 **16** 32 cm^2
17 (1) 3 cm (2) 18 cm^2
18 직선 l이 $\overline{BD}$와 일치할 때 **19** $40°$
20 (1) $67°$ (2) $111°$ **21** $2 : 1$ **22** $\frac{x}{2}$ cm
23 (1) $\frac{1}{5}$배 (2) $1 : 10$ **24** $(0, 3)$, $(-2, -1)$, $(4, 1)$
25 $3 : 11$ **26** $5 : 8$

01

(1) $\overline{PQ}=\overline{BS}$, $\overline{PQ}/\!/\overline{BR}$이므로 □PBSQ는 평행사변형이다.

$\therefore\ \overline{PB}=\overline{QS}$, $\angle PBS=\angle PQS$

$\overline{PB}=\overline{AQ}$이므로 $\overline{AQ}=\overline{QS}$

$\angle PQS=25°$이므로

$\angle AQS=65°+25°=90°$

$\therefore\ \angle QAS=\angle QSA=\frac{1}{2}\times 90°=45°$

$\overline{AB}/\!/\overline{QS}$이므로

$\angle PAS=\angle QSA=45°$

(2) $\overline{AB}/\!/\overline{QS}$이므로 $\triangle ABS=\triangle ABQ$

또, $\triangle ABQ$와 $\triangle ABC$는 밑변의 길이가 각각 $\overline{AQ}=2$, $\overline{AC}=5$이고 높이는 같은 삼각형이므로

$\triangle ABQ : \triangle ABC=2:5$

$\therefore\ \triangle ABS : \triangle ABC=2:5$

답 (1) 45° (2) 2 : 5

02

$\triangle ABE$와 $\triangle AGE$에서

$\angle ABE=\angle AGE=90°$, $\overline{AE}$는 공통, $\angle BAE=\angle GAE$

$\therefore\ \triangle ABE\equiv\triangle AGE$(RHA 합동)

$\therefore\ \overline{AB}=\overline{AG}$

$\triangle AHF$와 $\triangle ADF$에서

$\angle AHF=\angle ADF=90°$, $\overline{AF}$는 공통, $\angle HAF=\angle DAF$

$\therefore\ \triangle AHF\equiv\triangle ADF$(RHA 합동)

$\therefore\ \overline{AH}=\overline{AD}$

$\overline{AB}=10a$, $\overline{AD}=7a$라 하면

$\overline{AG}=\overline{AB}=10a$, $\overline{AH}=\overline{AD}=7a$이므로

$\overline{AH} : \overline{HG}=7a : (10a-7a)=7:3$

답 7 : 3

03

$\triangle PBQ$와 $\triangle QCD$에서

$\overline{PB}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}\overline{BC}=\frac{1}{3}\overline{BC}=\overline{QC}$

$\angle PBQ=\angle QCD$, $\overline{BQ}=\frac{2}{3}\overline{BC}=\overline{CD}$

$\therefore\ \triangle PBQ\equiv\triangle QCD$(SAS 합동)

따라서 $\overline{PQ}=\overline{QD}$이다.

$\angle PQD=180°-(\angle PQB+\angle DQC)$

$=180°-(\angle PQB+\angle QPB)$

$=180°-90°=90°$

$\therefore\ \angle QPD=45°$

$\therefore\ \angle ADP+\angle BQP=\angle QPD=45°$

답 45°

04

$\triangle ABG$와 $\triangle DFG$에서

$\overline{AB}=\overline{DF}$, $\angle ABG=\angle DFG$, $\angle BAG=\angle FDG$

$\therefore\ \triangle ABG\equiv\triangle DFG$(ASA 합동)

$\overline{AG}=\overline{GD}=\overline{AB}$($\because\ \overline{AD}=2\overline{AB}$) …… ①

$\triangle ABH$와 $\triangle ECH$에서

$\overline{AB}=\overline{EC}$, $\angle ABH=\angle ECH$, $\angle BAH=\angle CEH$

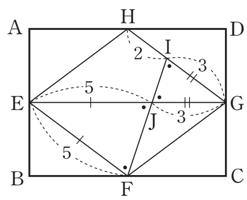
$\therefore\ \triangle ABH\equiv\triangle ECH$(ASA 합동)

$\therefore\ \overline{BH}=\overline{HC}=\overline{AB}$($\because\ \overline{BC}=2\overline{AB}$) …… ②

①, ②에서 □ABHG는 마름모이므로 $\angle EPF=90°$이다.

답 90°

05



직사각형의 각 변의 중점을 연결하여 만든 사각형은 마름모이다.

$\overline{GJ}=\overline{GI}$에서 $\angle GIJ=\angle GJI$

$\angle GJI=\angle EJF$(맞꼭지각) …… ①

$\overline{HG}/\!/\overline{EF}$이므로

$\angle EFJ=\angle GIJ$ …… ②

①, ②에서 $\overline{EF}=\overline{EJ}$

이때 $\overline{GI}=3$이므로 $\overline{HI}=2$, $\overline{EF}=\overline{HG}=5$

$\therefore\ \overline{EG}=\overline{EJ}+\overline{JG}=\overline{EF}+\overline{GI}=5+3=8$

$\overline{AD}=\overline{EG}=8$이므로

$4:3=8:\overline{AB}$, $\overline{AB}=6$

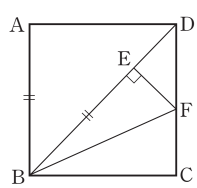
$\therefore$ □$ABCD=8\times 6=48$

답 48

06

A-solution

점 B와 F를 연결해 본다.



점 B와 F를 연결하면

$\triangle BEF$와 $\triangle BCF$에서

$\angle BEF=\angle BCF=90°$, $\overline{BE}=\overline{BC}$, $\overline{BF}$는 공통

$\therefore\ \triangle BEF\equiv\triangle BCF$(RHS 합동)

$\therefore\ \overline{EF}=\overline{CF}$ …… ①

또, $\triangle DEF$는 직각이등변삼각형이므로

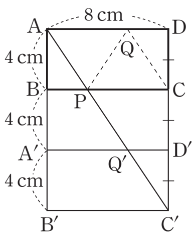
$\overline{DE}=\overline{EF}$ …… ②

①, ②에 의해 $\overline{DE}=\overline{EF}=\overline{CF}$

$\therefore 3\overline{DF}+\overline{DE}+\overline{EF}+\overline{CF}=3(\overline{DF}+\overline{CF})$

$=3\times3=9(\text{cm})$ 　답 9 cm

07



최단 거리는 그림의 $\overline{AC'}$이다.

(1) $\overline{AP}:\overline{PQ}:\overline{QC}=\overline{AP}:\overline{PQ'}:\overline{Q'C'}$

$=1:1:1$

(2) $\triangle ABP$와 $\triangle C'D'Q'$에서

$\overline{AB}=\overline{C'D'}$, $\angle BAP=\angle D'C'Q'$, $\angle ABP=\angle C'D'Q'$

$\therefore \triangle ABP\equiv\triangle C'D'Q'$(ASA 합동)

$\overline{BP}=\overline{D'Q'}=\overline{DQ}$이므로

$\overline{BP}+\overline{AQ}=\overline{DQ}+\overline{AQ}=\overline{AD}=8(\text{cm})$

답 (1) $1:1:1$ (2) 8 cm

08

$\triangle PBD$

$=\square PBCD-\triangle BCD$

$=(\triangle PBC+\triangle PCD)-\dfrac{1}{2}\square ABCD$

$=(\triangle PBC+\triangle PCD)-(\triangle APD+\triangle PBC)$

$=\triangle PCD-\triangle APD$

$=70-40=30(\text{cm}^2)$ 　답 30 cm^2

09

$\triangle ABC$와 $\triangle PBQ$에서

$\overline{AB}=\overline{PB}$, $\overline{BC}=\overline{BQ}$, $\angle ABC=\angle ABQ+60°=\angle PBQ$

$\therefore \triangle ABC\equiv\triangle PBQ$(SAS 합동)

$\therefore \overline{AC}=\overline{AR}=\overline{PQ}$

마찬가지로 $\triangle ABC\equiv\triangle RQC$(SAS 합동)이므로

$\overline{AB}=\overline{AP}=\overline{RQ}$

따라서 마주 보는 두 쌍의 변의 길이가 각각 같으므로 $\square ARQP$는 평행사변형이다. 　답 평행사변형

10

$\square ARPQ$에서 $\overline{AR}/\!/\overline{QP}$, $\overline{AQ}/\!/\overline{RP}$이므로 $\square ARPQ$는 평행사변형이다.

$\therefore \overline{AR}=\overline{QP}$ …… ①

또, $\angle RPB=\angle ACB=\angle B$에 의해

$\triangle RBP$는 이등변삼각형이다.

$\therefore \overline{RB}=\overline{RP}$ …… ②

①, ②에 의해

$\overline{PQ}+\overline{PR}=\overline{AR}+\overline{RB}=\overline{AB}$

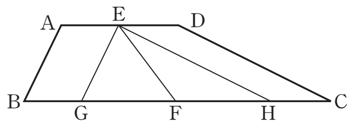
따라서 $\overline{AB}$의 길이는 일정하므로 점 P의 위치에 관계없이 $\overline{PQ}+\overline{PR}$의 길이는 일정하다.

따라서 구하는 길이의 비는 $1:1$이다. 　답 $1:1$

11

● A-solution ●

점 E를 지나고 $\overline{AB}$, $\overline{DC}$에 평행한 선을 그어 본다.



점 E를 지나 $\overline{AB}$, $\overline{DC}$에 평행한 선을 그어 $\overline{BC}$와의 교점을 각각 G, H라 한다.

$\angle EGH=\angle B$, $\angle EHG=\angle C$

$\angle B+\angle C=\angle EGH+\angle EHG=90°$이므로 $\triangle EGH$는 직각삼각형이다.

$\square ABGE$와 $\square EHCD$는 평행사변형이므로

$\overline{BG}=\overline{AE}=\overline{ED}=\overline{HC}=3$ cm

$\overline{BF}=\overline{FC}=8$ cm에서

$\overline{GF}=\overline{HF}=8-3=5(\text{cm})$

점 F는 $\triangle EGH$의 빗변의 중점이므로

$\overline{EF}=\overline{GF}=\overline{FH}=5$ cm 　답 5 cm

12

사다리꼴 ABCD의 높이를 h cm라 하면 $\triangle APD=\triangle BCP$이므로 $\triangle APD$의 높이는 $\dfrac{5}{8}h$ cm, $\triangle BCP$의 높이는 $\dfrac{3}{8}h$ cm가 된다.

$\therefore \triangle APB+\triangle DCP=\square ABCD-2\triangle APD$

$=8h-2\times\dfrac{1}{2}\times6\times\dfrac{5}{8}h$

$=8h-\dfrac{15}{4}h=\dfrac{17}{4}h(\text{cm}^2)$

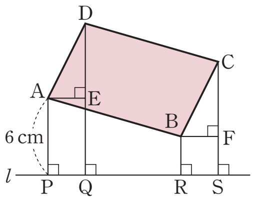
$\therefore (\triangle ABP+\triangle DCP):\square ABCD=\dfrac{17}{4}h:8h=17:32$

답 $17:32$

13

단계별 풀이

STEP 1 $\triangle DAE\equiv\triangle CBF$임을 구하기



점 A와 점 B에서 $\overline{DQ}$, $\overline{CS}$에 내린 수선의 발을 각각 E, F라 하면

△DAE와 △CBF에서

$\overline{DA}=\overline{CB}$, $\angle AED=\angle BFC=90^\circ$, $\angle DAE=\angle CBF$

∴ △DAE≡△CBF(RHA 합동)

STEP 2 $\overline{DE}$, $\overline{FS}$, $\overline{RS}$의 길이 구하기

$\overline{DE}=\overline{CF}=12-6=6(\text{cm})$

$\overline{FS}=\overline{BR}=9-6=3(\text{cm})$

$\overline{RS}=\overline{BF}=\overline{AE}=\overline{PQ}=3(\text{cm})$

STEP 3 □ABCD의 넓이 구하기

□ABCD

=□APQD+□DQSC−□APRB−□BRSC

$=\frac{1}{2}\times(6+12)\times3+\frac{1}{2}\times(12+9)\times(7.5+3)$

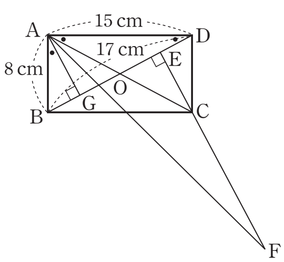
$\quad-\frac{1}{2}\times(6+3)\times(3+7.5)-\frac{1}{2}\times(3+9)\times3$

$=27+110.25-47.25-18$

$=72(\text{cm}^2)$

답 72 cm²

14



점 A에서 $\overline{BD}$에 수선을 내려 만나는 점을 G라 하면

$\angle BAG=\angle ADB=\angle OAD$

$\overline{AF}$는 ∠BAD의 이등분선이므로 $\angle BAF=\angle FAD=45^\circ$

∴ $\angle CAF=\angle FAG=45^\circ-\angle BAG$ …… ①

$\overline{AG}/\!/\overline{EF}$이므로 $\angle FAG=\angle CFA$ …… ②

①, ②에서 $\angle CAF=\angle CFA$

∴ $\overline{CF}=\overline{CA}=\overline{BD}=17$ cm

답 17 cm

15

(1) △ABC≡△DEF이므로 $\angle ABC=\angle DEF$

$\overline{EF}/\!/\overline{BC}$이므로 $\angle ABC=\angle BAF$

∴ $\angle DEF=\angle BAF$

동위각의 크기가 같으므로 $\overline{AB}/\!/\overline{ED}$ …… ①

마찬가지로 $\angle DFE=\angle CAE$, $\overline{AC}/\!/\overline{FD}$ …… ②

①, ②에 의해 $\overline{AG}/\!/\overline{HD}$, $\overline{AH}/\!/\overline{GD}$이므로 □AGDH는 평행사변형이다.

(2) △GBD와 △GAF에서

$\angle GBD=\angle GAF$, $\angle GDB=\angle GFA$,

$\overline{BD}=\overline{DC}=\overline{FA}$이므로 △GBD≡△GAF(ASA 합동)

∴ $\overline{GB}=\overline{GA}$

△GBD와 △HEA에서

$\angle GBD=\angle HEA$, $\angle GDB=\angle GFA=\angle HAE$,

$\overline{BD}=\overline{EA}$이므로 △GBD≡△HEA

∴ $\overline{GB}=\overline{HE}$

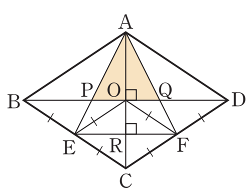
$\overline{AG}/\!/\overline{EH}$, $\overline{AG}=\overline{EH}$이므로 □AGHE는 평행사변형이다.

$\triangle AIE=\frac{1}{2}\triangle AGH=\frac{1}{4}$□AGDH

따라서 □AGDH의 넓이는 △AIE의 넓이의 4배이다.

답 (1) 평행사변형 (2) 4배

16



□ABCD는 마름모이므로 $\overline{AC}\perp\overline{BD}$에서 △BCO와 △DOC는 직각삼각형이다.

점 E는 △BCO의 외심이므로 $\overline{EC}=\overline{EO}$이고 점 F는 △DOC의 외심이므로 $\overline{FC}=\overline{FO}$이다.

$\overline{EC}=\overline{CF}$이므로 □OECF는 마름모이다.

∴ $\overline{OC}\perp\overline{EF}$

$\triangle AEO=\triangle OEC=\frac{1}{8}$□ABCD

$\qquad=\frac{1}{8}\times\frac{1}{2}\times24\times16=24(\text{cm}^2)$

$\overline{BD}/\!/\overline{EF}$이므로 $\overline{OP}$를 밑변으로 하는 △PEO의 높이는 $\overline{OR}$의 길이이다.

$\triangle APO:\triangle PEO=\overline{AO}:\overline{OR}=2:1$

∴ $\triangle APO=\frac{2}{3}\triangle AEO=\frac{2}{3}\times24=16(\text{cm}^2)$

△APO≡△AQO(ASA 합동)이므로 △AQO=16 cm²

∴ $\triangle APQ=2\triangle APO=2\times16=32(\text{cm}^2)$

답 32 cm²

17

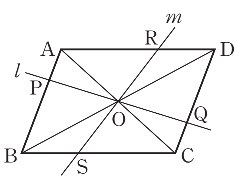
(1) □EFGH는 □ABCD를 회전이동한 것이므로

$\overline{OB}=\overline{OF}$, $\angle BOF=60^\circ$이다.
따라서 $\triangle BOF$는 정삼각형이므로
$\overline{BF}=\overline{BO}=3$ cm이다.
(2) $\overline{BD}=\overline{FH}$, $\overline{OB}=\overline{OD}=\overline{OF}=\overline{OH}$
따라서 $\square ABCD$와 $\square EFGH$가 완전히 포개어질 때를 제외하고 $\square BHDF$는 직사각형이다.
$\triangle FBD$에서 $\overline{BD}$의 길이는 일정하므로 점 F에서 $\overline{BD}$까지의 거리가 최대일 때, $\triangle FBD$의 넓이는 최대가 된다.
즉, $\angle BOF=90^\circ$일 때, $\triangle FBD$의 넓이의 최댓값은
$\frac{1}{2}\times 6\times 3=9(\text{cm}^2)$이다.
따라서 직사각형 BHDF의 넓이의 최댓값은
$2\times 9=18(\text{cm}^2)$이다.

답 (1) 3 cm (2) 18 cm^2

18

다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD의 변과 직선 l의 교점을 P, Q라 하고, 직선 m과의 교점을 R, S라 하면



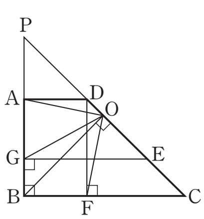
$\overline{PO}=\overline{QO}$, $\overline{RO}=\overline{SO}$이므로 $\square PSQR$는 평행사변형이 되고, $\square PSQR$가 직사각형이 되는 것은 $\overline{PQ}=\overline{RS}$일 때이다.
따라서 중심이 O, 반지름이 $\overline{OP}$인 원을 그렸을 때, 원 O와 평행사변형이 만나는 점을 R, S로 하면 $\square PSQR$는 직사각형이 된다.
그러나 직선 l이 $\overline{BD}$와 일치할 때는 원 O와 $\square ABCD$의 교점이 2개이므로 직사각형이 만들어지지 않는다.
따라서 직선 l이 $\overline{BD}$와 일치할 때, 직선 m은 존재하지 않는다.

답 직선 l이 $\overline{BD}$와 일치할 때

19

● A-solution ●

$\overline{AB}$와 $\overline{DC}$의 연장선을 각각 그어 본다.



$\overline{AB}$의 연장선과 $\overline{DC}$의 연장선의 교점을 P라 하면 $\angle C=45^\circ$이므로 $\triangle PBC$는 직각이등변삼각형이다.
$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로 $\angle PAD=90^\circ$,
$\angle PDA=45^\circ$이므로 $\triangle PAD$도 직각이등변삼각형이다.
$\triangle PAO$와 $\triangle BFO$에서
$\overline{OP}=\overline{OB}$, $\angle OPA=\angle OBF=45^\circ$, $\overline{PA}=\overline{AD}=\overline{BF}$이므로
$\triangle PAO\equiv\triangle BFO$(SAS 합동)이다.
$\angle POA=\angle BOF$이므로
$\angle POA+\angle GOB=\angle GOF=50^\circ$,
$\angle POB=90^\circ$이므로
$\angle AOG=90^\circ-50^\circ=40^\circ$이다.

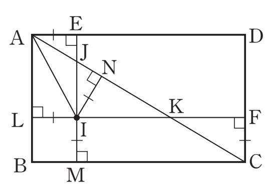
답 40°

20

(1) $\triangle DCG\equiv\triangle DFG$에서
$\angle DGC=\angle DGF=90^\circ$이므로
$\angle BCF=90^\circ-\angle DCF=\angle EDC=23^\circ$
$\therefore\ \angle BFC=90^\circ-23^\circ=67^\circ$
(2) $\triangle FBC$에서 $\angle FBC=90^\circ$이고
$\overline{FG}=\overline{GC}$이므로 점 G는 $\triangle FBC$의 외심이다.
$\triangle ABG$와 $\triangle DFG$에서
$\overline{BG}=\overline{FG}$, $\angle ABG=\angle DFG=67^\circ$, $\overline{AB}=\overline{DF}$
$\therefore\ \triangle ABG\equiv\triangle DFG$(SAS 합동)
$\angle DAH=90^\circ-\angle BAG=90^\circ-\angle FDG$
$=90^\circ-23^\circ=67^\circ$
$\angle ADH=90^\circ-23^\circ-23^\circ=44^\circ$
$\therefore\ \angle AHF=\angle ADH+\angle DAH$
$=44^\circ+67^\circ=111^\circ$

답 (1) 67° (2) 111°

21



점 I에서 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 각각 L, M, N이라 하면
$\overline{IL}=\overline{IM}=\overline{IN}$이고 $\square ALIE$와 $\square IMCF$는 직사각형이므로
$\overline{IL}=\overline{AE}$, $\overline{IM}=\overline{FC}$이다.
$\triangle AJE$와 $\triangle IJN$에서
$\overline{AE}=\overline{IN}$, $\angle AEJ=\angle INJ=90^\circ$,
$\angle EJA=\angle NJI$(맞꼭지각)이므로 $\angle EAJ=\angle NIJ$
$\therefore\ \triangle AJE\equiv\triangle IJN$(ASA 합동) …… ①
$\triangle NIK$와 $\triangle FCK$에서
$\overline{NI}=\overline{FC}$, $\angle INK=\angle CFK=90^\circ$,
$\angle NKI=\angle FKC$(맞꼭지각)이므로 $\angle NIK=\angle FCK$

$\therefore$ △NIK≡△FCK(ASA 합동) …… ②

①, ②에서 △AJE=△IJN, △NIK=△FCK이므로

□EIFD=△ACD=$\frac{1}{2}$□ABCD

$\therefore$ □ABCD : □EIFD=2 : 1 답 2 : 1

22

△ABC와 △DCB에서

$\overline{AB}=\overline{DC}$, ∠ABC=∠DCB, $\overline{BC}$는 공통이므로

△ABC≡△DCB(SAS 합동)이다.

$\therefore$ ∠ABC=∠DCB이고 ∠ACB=∠DBC이므로

∠ABO=∠DCO, ∠BAO=∠CDO

∠OAB=∠ODC=∠a, ∠OBA=∠OCD=∠b라 하면

△AEO에서 ∠EOA=90°−∠a=∠b

∠COF=∠EOA=∠b(∵ 맞꼭지각)

∠FCO=∠COF=∠b이므로 $\overline{FO}=\overline{FC}$ …… ①

△EBO에서 ∠EOB=90°−∠b=∠a

∠DOF=∠EOB=∠a(∵ 맞꼭지각)

∠ODF=∠DOF=∠a이므로

$\overline{FO}=\overline{FD}$ …… ②

①, ②에서 $\overline{FO}=\overline{FD}=\overline{FC}$

$\overline{CD}=\overline{AB}=x$ cm이므로

$\overline{FC}=\overline{FD}=\frac{x}{2}$ cm

$\therefore$ $\overline{OF}=\frac{x}{2}$ cm 답 $\frac{x}{2}$cm

23

(1) △MCL=a cm²라고 하면

△MLD=a cm², △DNM=$2a$ cm²

$\therefore$ △CDN=$4a$ cm²

△LNM≡△LCM(SAS 합동)에서

$\overline{LN}=\overline{LC}=\overline{LD}$이므로 ∠DNC=90°이다.

△BCM과 △CDN에서

$\overline{BC}=\overline{CD}$, ∠MBC=90°−∠MCB=∠NCD,

∠BMC=∠CND=90°이므로

△BCM≡△CDN(RHA 합동)

△BCL=△BCM+△MCL

=△CDN+△MCL

=$4a+a=5a$(cm²)

□ABCD는 정사각형이므로

△BCL=$\frac{1}{4}$□ABCD에서 □ABCD=$20a$(cm²)

$\therefore$ △BCM : □ABCD=$4a$: $20a$

=1 : 5

따라서 △BCM의 넓이는 □ABCD의

넓이의 $\frac{1}{5}$배이다.

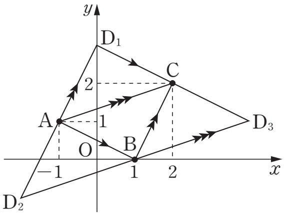
(2) △AND≡△DMC(SAS 합동)이므로

△AND=△DMC=$2a$=$2\times\frac{1}{20}$□ABCD

=$\frac{1}{10}$□ABCD

$\therefore$ △AND : □ABCD=1 : 10 답 (1) $\frac{1}{5}$배 (2) 1 : 10

24



점 A를 지나고 $\overline{BC}$에 평행한 직선, 점 B를 지나고 $\overline{AC}$에 평행한 직선, 점 C를 지나고 $\overline{AB}$에 평행한 직선을 각각 긋는다.

세 직선이 다른 직선과 만나는 점을 각각 D_1, D_2, D_3라 하면

□D_1ABC, □AD_2BC, □ABD_3C는 모두 평행사변형이고, 평행사변형의 대각선의 중점은 일치하므로

(i) □D_1ABC에서 $D_1(x_1, y_1)$이라 하면

$\frac{-1+2}{2}=\frac{x_1+1}{2}$, $\frac{1+2}{2}=\frac{y_1+0}{2}$

$\therefore$ $x_1=0$, $y_1=3$

(ii) □AD_2BC에서 $D_2(x_2, y_2)$라 하면

$\frac{-1+1}{2}=\frac{x_2+2}{2}$, $\frac{1+0}{2}=\frac{y_2+2}{2}$

$\therefore$ $x_2=-2$, $y_2=-1$

(iii) □ABD_3C에서 $D_3(x_3, y_3)$라 하면

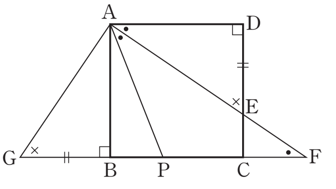
$\frac{1+2}{2}=\frac{-1+x_3}{2}$, $\frac{0+2}{2}=\frac{1+y_3}{2}$

$\therefore$ $x_3=4$, $y_3=1$

따라서 점 D의 좌표는 (0, 3), (−2, −1), (4, 1)이다.

답 (0, 3), (−2, −1), (4, 1)

25



$\overline{CB}$의 연장선 위에 $\overline{DE}=\overline{BG}$가 되도록 점 G를 잡는다.

△AGB≡△AED(SAS 합동)이므로

$\angle AGB = \angle AED$

$= \angle EAB(\because \overline{AB} /\!/ \overline{DC})$ …… ①

또, $\angle GAB = \angle EAD = \angle PAE$이므로

$\angle GAP = \angle EAB$ …… ②

①, ②에서 $\angle AGP = \angle GAP$이므로

$\overline{PG} = \overline{PA}$ …… ③

$\overline{AD} /\!/ \overline{BF}$이므로

$\angle PAF = \angle FAD = \angle AFP$에서

$\overline{PA} = \overline{PF}$ …… ④

③, ④에서 $\overline{PG} = \overline{PF}$

그런데 $\frac{5}{24}\triangle ABP = \frac{1}{8}\triangle AED$에서 $5\triangle ABP = 3\triangle AED$

$\therefore \triangle ABP : \triangle AED = \overline{BP} : \overline{DE} = 3 : 5$

$\overline{BP} = 3k$, $\overline{DE} = 5k$라고 하면

$\overline{BF} = \overline{BP} + \overline{PF} = \overline{BP} + \overline{PG}$

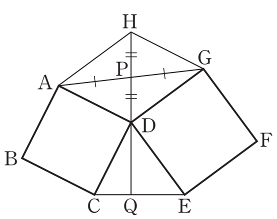
$= \overline{BP} + \overline{GB} + \overline{BP}$

$= 3k + 5k + 3k = 11k$

$\therefore \overline{BP} : \overline{BF} = 3k : 11k = 3 : 11$ 답 $3 : 11$

26

$\overline{DP}$의 연장선 위에 $\overline{DP} = \overline{PH}$가 되는 점 H를 잡고 □ADGH를 만들면 □ADGH는 평행사변형이다.



$\triangle DCE$와 $\triangle GHD$에서

$\overline{DC} = \overline{DA} = \overline{GH}$, $\overline{DE} = \overline{GD}$,

$\angle CDE = 180° - \angle ADG = \angle HGD$이므로

$\triangle DCE \equiv \triangle GHD$(SAS 합동)

$\therefore \overline{PD} = \frac{1}{2}\overline{HD} = \frac{1}{2}\overline{CE} = 1(\text{cm})$

$\angle DQE = \angle DCQ + \angle CDQ$

$= \angle GHD + \angle CDQ$

$= \angle ADH + \angle CDQ$

$= 180° - \angle ADC$

$= 180° - 90° = 90°$

$\triangle DCE = \frac{1}{2} \times 2 \times \overline{DQ} = 1.6(\text{cm}^2)$

$\therefore \overline{DQ} = 1.6(\text{cm})$

따라서 $\overline{PD} : \overline{DQ} = 1 : 1.6 = 5 : 8$이다. 답 $5 : 8$

III 도형의 닮음

STEP C 필수체크문제 본문 P. 86~99

01 ①, ③ **02** $2a$ **03** $\frac{642}{35}$ **04** (1) 9 (2) 9.5 (3) 4.5

05 5 cm **06** (1) $x=9$ (2) $x=4.8$ (3) $x=4.5$, $y=5$

07 (1) $x=12$ (2) $x=\frac{16}{3}$, $y=\frac{35}{3}$ (3) $x=20$, $y=\frac{72}{5}$

08 10 cm **09** 30.8 **10** (1) 9.6 (2) 6 (3) 11

11 15 **12** $\frac{10}{3}$ cm **13** $\frac{104}{7}$ cm **14** 6 cm

15 13 cm **16** 6 cm **17** (1) $x=3.6$ (2) $x=\frac{14}{3}$ (3) $x=16$, $y=20$ **18** $4 : 9$ **19** 4 cm

20 $\frac{15}{4}$ cm^2 **21** $\frac{15}{4}$ cm **22** 0.5 cm

23 12 cm **24** 8 cm **25** 8 cm **26** $\frac{4}{3}$ cm **27** 4 cm

28 2 cm **29** 3.5 cm **30** 12 cm **31** 21 cm^2 **32** $\frac{24}{7}$ cm

33 $\frac{64}{3}$ cm^2 **34** 75 cm^2 **35** ④, ⑤ **36** $64 : 49$

37 18 cm^2 **38** 8 cm **39** $2 : 3$ **40** 9 cm

41 (1) $3 : 5$ (2) $1 : 4$ (3) $2 : 5 : 10$ **42** 168 m **43** 10 m

44 128 cm^3 **45** 125개

46 (1) $\frac{125}{27}$배 (2) 196 cm^3

01 ❶ 닮은 도형

② 두 직육면체는 가로, 세로, 높이의 비가 같아야 닮은 도형이다.

④ 두 원뿔은 밑면의 반지름의 길이와 높이의 비가 같아야 닮은 도형이다.

⑤ 마름모는 한 내각의 크기가 같아야 닮은 도형이다.

답 ①, ③

02 ❶ 닮은 도형

$\triangle ABC$와 $\triangle DEF$에서

$\angle BCA = \angle EFD = 60°$

$\angle DEF = 180° - (60° + 75°) = 45° = \angle ABC$

$\therefore \triangle ABC \backsim \triangle DEF$(AA 닮음)

$\overline{AB} : \overline{DE} = \overline{BC} : \overline{EF}$에서

$\overline{AB} : a = 12 : 6$

$\therefore \overline{AB} = 2a$ 답 $2a$

03 ❶ 닮은 도형

$\triangle ABC \backsim \triangle A'B'C'$이므로

$5 : 7 = x : 10$에서 $x = \frac{50}{7}$

$5:7=8:y$에서 $y=\frac{56}{5}$

$\therefore x+y=\frac{642}{35}$ 답 $\frac{642}{35}$

04 ❷ 삼각형의 닮음 조건

● A-solution ●

대응변의 길이의 비와 대응각의 크기를 이용하여 닮은 도형을 찾는다.

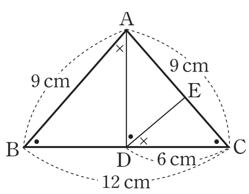
(1) $\triangle ABC \backsim \triangle CBD$(AA 닮음)이므로
$\overline{AB}:\overline{CB}=\overline{BC}:\overline{BD}$에서
$(3+x):6=6:3 \quad \therefore x=9$

(2) $\triangle ABC \backsim \triangle ADE$(AA 닮음)이므로
$\overline{AC}:\overline{AE}=\overline{AB}:\overline{AD}$에서
$9:4=(4+x):6 \quad \therefore x=9.5$

(3) $\triangle ABC$와 $\triangle DBA$에서
$\overline{AB}:\overline{DB}=\overline{BC}:\overline{BA}=3:2$, $\angle B$는 공통이므로
$\triangle ABC \backsim \triangle DBA$(SAS 닮음)
$3:2=x:3 \quad \therefore x=4.5$

답 (1) 9 (2) 9.5 (3) 4.5

05 ❷ 삼각형의 닮음 조건



$\triangle ABC$는 이등변삼각형이므로
$\angle B=\angle C=\angle ADE$,
$\angle ADC=\angle ABD+\angle BAD \quad \therefore \angle BAD=\angle CDE$
따라서 $\triangle ABD \backsim \triangle DCE$(AA 닮음)이므로 $9:6=6:\overline{CE}$이다.
$\therefore \overline{CE}=4$(cm)
$\therefore \overline{AE}=\overline{AC}-\overline{CE}=5$(cm) 답 5 cm

06 ❸ 삼각형과 평행선

(1) $\overline{EA}:\overline{EC}=\overline{DA}:\overline{DB}$
$3:x=2:6 \quad \therefore x=9$

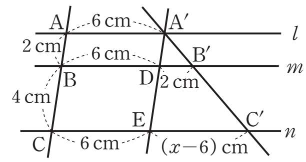
(2) $10:4=12:x \quad \therefore x=4.8$

(3) $\overline{AF}:\overline{AG}=4:6=3:x \quad \therefore x=4.5$
$10:(10+y)=4:6 \quad \therefore y=5$

답 (1) $x=9$ (2) $x=4.8$ (3) $x=4.5$, $y=5$

07 ❹ 평행선과 선분의 길이의 비

(1) 점 A′을 지나고 $\overline{AC}$에 평행한 선을 그어 직선 m, n과 만나는 점을 각각 D, E라 하면



$\triangle A'DB' \backsim \triangle A'EC'$(AA 닮음)이므로
$\overline{A'D}:\overline{A'E}=\overline{DB'}:\overline{EC'}$
$2:6=2:(x-6) \quad \therefore x=12$

(2) $6:4=8:x \quad \therefore x=\frac{16}{3}$
$6:10=7:y \quad \therefore y=\frac{35}{3}$

(3) $10:8=x:16 \quad \therefore x=20$
$18:y=20:16 \quad \therefore y=\frac{72}{5}$

답 (1) $x=12$ (2) $x=\frac{16}{3}$, $y=\frac{35}{3}$ (3) $x=20$, $y=\frac{72}{5}$

08 ❹ 평행선과 선분의 길이의 비

$\triangle APR \backsim \triangle ABC$(AA 닮음)에서
$1:3=\overline{PR}:18 \quad \therefore \overline{PR}=6$(cm)
$\triangle CQR \backsim \triangle CDA$(AA 닮음)에서
$2:3=\overline{QR}:6 \quad \therefore \overline{QR}=4$(cm)
$\therefore \overline{PQ}=\overline{PR}+\overline{QR}=10$(cm) 답 10 cm

다른풀이

$\overline{AP}=a$ cm, $\overline{PB}=2a$ cm라 하면

$\overline{PQ}=\frac{a\times 18+2a\times 6}{a+2a}=\frac{30a}{3a}=10$(cm)

09 ❹ 평행선과 선분의 길이의 비

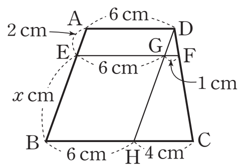
$14:21=12:x$에서 $x=18$
$y:32=12:(12+18)$에서 $y=12.8$
$\therefore x+y=30.8$ 답 30.8

10 ❹ 평행선과 선분의 길이의 비

(1) $\triangle AOD \backsim \triangle COB$(AA 닮음)에서
$\overline{AD}:\overline{CB}=\overline{AO}:\overline{CO}=\overline{DO}:\overline{BO}$
$=8:12=2:3$이므로
$\overline{BO}:\overline{BD}=3:5$이다.
$\triangle BOE \backsim \triangle BDA$(AA 닮음)에서
$\overline{BO}:\overline{BD}=\overline{EO}:\overline{AD}$
$3:5=\overline{EO}:8 \quad \therefore \overline{EO}=4.8$(cm)
$\triangle DOF \backsim \triangle DBC$(AA 닮음)에서
$\overline{DO}:\overline{DB}=\overline{OF}:\overline{BC}$
$2:5=\overline{OF}:12 \quad \therefore \overline{OF}=4.8$(cm)
$\therefore x=9.6$

(2) ● **A-solution** ●

$\overline{AB}$와 평행한 선을 그어 평행선과 선분의 길이의 비를 이용한다.



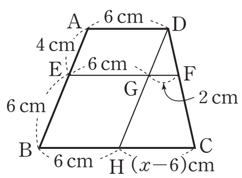
$\overline{AB}/\!/\overline{DH}$가 되도록 점 H를 $\overline{BC}$ 위에 잡고 $\overline{DH}$와 $\overline{EF}$의 교점을 G라 하면

$\triangle DGF \backsim \triangle DHC$(AA 닮음)이므로

$\overline{DG} : \overline{DH} = \overline{GF} : \overline{HC}$

$2 : (2+x) = 1 : 4 \quad \therefore x=6$

(3)



$\overline{AB}/\!/\overline{DH}$가 되도록 점 H를 $\overline{BC}$ 위에 잡고 $\overline{DH}$와 $\overline{EF}$의 교점을 G라 하면

$\triangle DGF \backsim \triangle DHC$(AA 닮음)이므로

$\overline{DG} : \overline{DH} = \overline{GF} : \overline{HC}$

$4 : 10 = 2 : (x-6) \quad \therefore x=11$

답 (1) 9.6 (2) 6 (3) 11

11 평행선과 선분의 길이의 비

$\triangle AEF \backsim \triangle ADB$(AA 닮음)이므로

$\overline{AE} : \overline{AD} = 6 : 10 = 3 : 5$

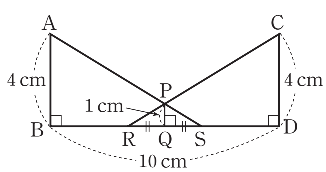
따라서 $\overline{AE} : \overline{ED} = 3 : 2$이다.

$\triangle AEC \backsim \triangle DEB$(AA 닮음)이므로

$x : 10 = 3 : 2 \quad \therefore x=15$

답 15

12 삼각형의 닮음 조건



$\triangle RPQ \backsim \triangle RCD$(AA 닮음)에서

$\overline{PQ} : \overline{CD} = \overline{RQ} : \overline{RD} = 1 : 4$이므로

$\overline{RQ} = x$라 하면 $\overline{QD} = 3x$

또, $\triangle SPQ \backsim \triangle SAB$(AA 닮음)에서

$\overline{PQ} : \overline{AB} = 1 : 4$이므로

$\overline{SQ} = \overline{RQ} = x$, $\overline{BQ} = 3x$

$\overline{SD} = \overline{QD} - \overline{QS} = 3x - x = 2x$

$\overline{RS} = \overline{RQ} + \overline{QS} = x + x = 2x$

$\overline{BR} = \overline{BQ} - \overline{RQ} = 3x - x = 2x$

따라서 $\overline{SD} = \overline{RS} = \overline{BR}$이므로 $\overline{RS} = 10 \times \frac{1}{3} = \frac{10}{3}$(cm)이다.

답 $\frac{10}{3}$ cm

13 삼각형의 닮음 조건

$\triangle ADC \backsim \triangle BEC$(AA 닮음)이므로

$\overline{AC} : \overline{BC} = \overline{AD} : \overline{BE}$

$14 : 16 = 13 : \overline{BE} \quad \therefore \overline{BE} = \frac{104}{7}$(cm)

답 $\frac{104}{7}$ cm

14 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질

$\overline{MN} = \frac{1}{2}(\overline{AD} + \overline{BC})$

$8 = \frac{1}{2}(\overline{AD} + 12) \quad \therefore \overline{AD} = 4$(cm)

$\triangle BEM \backsim \triangle BDA$(AA 닮음)에서

$1 : 2 = \overline{EM} : 4 \quad \therefore \overline{EM} = 2$(cm)

$\therefore \overline{AD} + \overline{EM} = 6$(cm)

답 6 cm

15 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질

$\overline{DE} = \frac{1}{2}\overline{AC}$, $\overline{EF} = \frac{1}{2}\overline{AB}$, $\overline{DF} = \frac{1}{2}\overline{BC}$이므로

($\triangle DEF$의 둘레의 길이)

$=$($\triangle ABC$의 둘레의 길이)$\times \frac{1}{2}$

$= 26 \times \frac{1}{2} = 13$(cm)

답 13 cm

16 평행선과 선분의 길이의 비

$\triangle AEQ \backsim \triangle ABC$(AA 닮음)에서

$5 : 8 = \overline{EQ} : 12 \quad \therefore \overline{EQ} = 7.5$(cm)

또, $\triangle BEP \backsim \triangle BAD$(AA 닮음)에서

$3 : 8 = \overline{EP} : 4 \quad \therefore \overline{EP} = 1.5$(cm)

$\therefore \overline{PQ} = \overline{EQ} - \overline{EP} = 7.5 - 1.5 = 6$(cm)

답 6 cm

17 삼각형의 닮음 조건

(1) $\triangle ABC \backsim \triangle HAC$(AA 닮음)이므로

$\overline{AB} : \overline{HA} = \overline{AC} : \overline{HC}$

$8 : 4.8 = 6 : x \quad \therefore x = 3.6$

(2) $\overline{BC}^2 = \overline{CD} \times \overline{CA}$에서

$8^2 = 6 \times (6+x) \quad \therefore x = \frac{14}{3}$

(3) $\overline{AD}^2 = \overline{BD} \times \overline{CD}$에서

$12^2 = 9 \times x \quad \therefore x = 16$

$\overline{AC}^2=\overline{CD}\times\overline{CB}$에서

$y^2=16\times25$　　$\therefore y=20\ (\because y>0)$

답 (1) $x=3.6$ (2) $x=\dfrac{14}{3}$ (3) $x=16,\ y=20$

18 ❷ 삼각형의 닮음 조건 + ❼ 닮은 도형의 넓이와 부피

$\triangle$ABC와 $\triangle$FDE에서

$\angle BAC=\angle DFE=90^\circ$,

$\angle ABC=90^\circ-\angle BDF=\angle FDE$이므로

$\triangle ABC\backsim\triangle FDE$(AA 닮음)

닮음비가 $\overline{AB}:\overline{FD}=2:3$이므로

$\triangle ABC:\triangle FDE=2^2:3^2=4:9$　　답 $4:9$

19 ❸ 삼각형과 평행선

$\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{CD}$에서

$15:\overline{AC}=6:4$　　$\therefore \overline{AC}=10$(cm)

$\overline{AE}=\overline{AC}-\overline{EC}=10-\overline{EC}$

$\overline{BC}:\overline{AB}=\overline{EC}:\overline{AE}$에서

$10:15=\overline{EC}:(10-\overline{EC})$

$15\overline{EC}=10(10-\overline{EC})$　　$\therefore \overline{EC}=4$(cm)　　답 4 cm

20 ❸ 삼각형과 평행선

$\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{CD}=5:3$이므로

$\triangle ABD:\triangle ABC=5:8$이다.

$\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times4\times3=6(\text{cm}^2)$

$\therefore \triangle ABD=\dfrac{5}{8}\triangle ABC=\dfrac{15}{4}(\text{cm}^2)$　　답 $\dfrac{15}{4}$ cm^2

21 ❸ 삼각형과 평행선

$\overline{BE}=\overline{AB}-\overline{AE}=2$(cm)

$\triangle BEF\backsim\triangle BAD$(AA 닮음)에서

$\overline{BE}:\overline{EA}=\overline{BF}:\overline{FD}$

$2:8=\overline{BF}:3$　　$\therefore \overline{BF}=\dfrac{3}{4}$(cm)

또, $\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{CD}$이므로

$10:8=\left(\dfrac{3}{4}+3\right):\overline{CD}$　　$\therefore \overline{CD}=3$(cm)

$\therefore \overline{BF}+\overline{CD}=\dfrac{3}{4}+3=\dfrac{15}{4}$(cm)　　답 $\dfrac{15}{4}$ cm

22 ❸ 삼각형과 평행선

● **A-solution** ●

삼각형의 내심은 각의 이등분선의 교점이고

$\overline{AF}=\overline{AE}$, $\overline{BF}=\overline{BD}$, $\overline{CD}=\overline{CE}$이다.

$\overline{DC}=\overline{CE}=5$ cm이므로

$\overline{BF}=\overline{BD}=12-5=7$(cm)

$\overline{AE}=\overline{AF}=13-7=6$(cm)

$\overline{AC}=6+5=11$(cm)

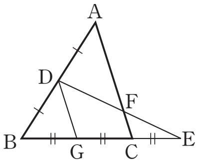
$\overline{GD}=x$ cm라 하면

$\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BG}:\overline{CG}$에서

$13:11=(7-x):(x+5)$　　$\therefore x=0.5$

답 0.5 cm

23 ❺ 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질



점 D에서 $\overline{AC}$와 평행한 $\overline{DG}$를 그으면

$\overline{BD}=\overline{DA}$, $\overline{DG}\,/\!/\,\overline{AC}$이므로 $\overline{BG}=\overline{GC}$이다.

$\overline{BC}=2\overline{CE}$에서 $\overline{BG}=\overline{GC}=\overline{CE}$이고,

$\overline{DG}\,/\!/\,\overline{FC}$이므로 $\overline{DG}=2\overline{CF}=6$(cm)

$\therefore \overline{AC}=2\overline{DG}=12$(cm)　　답 12 cm

24 ❻ 삼각형의 무게중심

$\overline{GD}=\dfrac{1}{2}\overline{AG}=\dfrac{1}{2}\times24=12$(cm)

$\therefore \overline{GG'}=\dfrac{2}{3}\overline{GD}=\dfrac{2}{3}\times12=8$(cm)　　답 8 cm

25 ❻ 삼각형의 무게중심

점 M은 $\triangle$ABC의 외심이므로

$\overline{AM}=\overline{MC}=\overline{BM}$이다.

$\therefore \overline{BG}=\dfrac{2}{3}\overline{BM}=\dfrac{2}{3}\times\dfrac{1}{2}\overline{AC}=\dfrac{2}{3}\times12=8$(cm)

답 8 cm

26 ❻ 삼각형의 무게중심

$\triangle$ABC에서 $\overline{BN}=\overline{NA}$, $\overline{BM}=\overline{MC}$이므로

$\overline{MN}=\dfrac{1}{2}\overline{AC}=4$(cm)

$\therefore \overline{NG}=4\times\dfrac{1}{3}=\dfrac{4}{3}$(cm)　　답 $\dfrac{4}{3}$ cm

27 ❻ 삼각형의 무게중심

$\overline{BD}$의 중점을 M, $\overline{DC}$의 중점을 N이라 하면 $\overline{MN}=6$ cm

$\triangle AGG'\backsim\triangle AMN$(SAS 닮음)이므로

$\overline{GG'}:6=2:3$　　$\therefore \overline{GG'}=4$(cm)　　답 4 cm

28 ❻ 삼각형의 무게중심

$\overline{GM}:\overline{AM}=\overline{G'M}:\overline{DM}=1:3$이고

$\angle GMG'$은 공통이므로

$\triangle MGG' \backsim \triangle MAD$(SAS 닮음)

$\overline{GG'}:6=1:3 \qquad \therefore \overline{GG'}=2(\text{cm})$ 답 2 cm

29 ❻ 삼각형의 무게중심

$\triangle ABL$에서 $\overline{AM}=\overline{MB}$, $\overline{MN} /\!/ \overline{BL}$이므로

$\overline{NL}=\frac{1}{2}\overline{AL}=10.5(\text{cm})$

점 G는 $\triangle ABC$의 무게중심이므로

$\overline{AG}:\overline{GL}=2:1$에서 $\overline{GL}=\frac{1}{3}\overline{AL}=7(\text{cm})$

$\therefore \overline{NG}=\overline{NL}-\overline{GL}=3.5(\text{cm})$ 답 3.5 cm

30 ❼ 닮은 도형의 넓이와 부피

$\triangle ABP \backsim \triangle PCQ$(AA 닮음)에서

$\triangle ABP:\triangle PCQ=1:4$이므로 닮음비는 $1:2$이다.

$1:2=3:\overline{PC}$에서 $\overline{PC}=6(\text{cm})$

$\therefore \overline{BP}=10-6=4(\text{cm})$

$1:2=4:\overline{CQ}$에서 $\overline{CQ}=8(\text{cm})$

$\therefore \overline{BP}+\overline{CQ}=4+8=12(\text{cm})$ 답 12 cm

31 ❻ 삼각형의 무게중심

$\triangle ABE$, $\triangle AEG$, $\triangle AGF$, $\triangle AFC$의 넓이가 모두 같으므로

$\triangle ABG$와 $\square AEGF$의 넓이는 같다.

$\therefore \triangle ABC=3\triangle ABG=3\times 7=21(\text{cm}^2)$ 답 21 cm²

32 ❷ 삼각형의 닮음 조건

정사각형 DBEF의 한 변의 길이를 x cm라고 하면

$\triangle ADF \backsim \triangle ABC$(AA 닮음)에서

$(6-x):6=x:8 \qquad \therefore x=\frac{24}{7}$ 답 $\frac{24}{7}$ cm

33 ❼ 닮은 도형의 넓이와 부피

$\triangle ABC \backsim \triangle DBE$(AA 닮음)의 닮음비는 $3:5$이므로 넓이의 비는 $3^2:5^2$이다.

$\therefore \triangle ABC:\square ACED=3^2:(5^2-3^2)=9:16$

따라서 $9:16=12:\square ACED$에서 $\square ACED=\frac{64}{3}(\text{cm}^2)$이다.

답 $\frac{64}{3}$ cm²

34 ❼ 닮은 도형의 넓이와 부피

$\triangle AOD:\triangle COD=\overline{AO}:\overline{OC}$

$=12:18=2:3$

$\triangle AOD \backsim \triangle COB$(AA 닮음)이고 닮음비는 $\overline{AO}:\overline{OC}=2:3$이므로 넓이의 비는 $4:9$이다.

$4:9=12:\triangle COB \qquad \therefore \triangle COB=27(\text{cm}^2)$

$\triangle ABO=\triangle DCO=18(\text{cm}^2)$

$\therefore$ (사다리꼴 ABCD의 넓이)$=12+18+18+27$

$=75(\text{cm}^2)$ 답 75 cm²

35 ❻ 삼각형의 무게중심

점 E는 $\triangle ABC$의 무게중심이므로

$\overline{BE}:\overline{EO}=2:1$

점 F는 $\triangle ACD$의 무게중심이므로

$\overline{DF}:\overline{FO}=2:1$

그런데 $\overline{BO}=\overline{OD}$이므로

$\overline{BE}=\overline{EF}=\overline{FD}=2\overline{EO}=2\overline{OF}$이다. 답 ④, ⑤

36 ❹ 평행선과 선분의 길이의 비

단계별 풀이

STEP 1 $\overline{EP}$의 길이 구하기

$\triangle AEQ \backsim \triangle ABC$(AA 닮음)에서

$\overline{AE}:\overline{AB}=\overline{EQ}:\overline{BC}$

$5:8=\overline{EQ}:8 \qquad \therefore \overline{EQ}=5(\text{cm})$

$\therefore \overline{EP}=5-3.5=1.5(\text{cm})$

STEP 2 $\overline{AD}$의 길이 구하기

$\triangle BEP \backsim \triangle BAD$(AA 닮음)에서

$\overline{EB}:\overline{AB}=\overline{EP}:\overline{AD}$

$3:8=1.5:\overline{AD} \qquad \therefore \overline{AD}=4(\text{cm})$

STEP 3 $\triangle AOD$와 $\triangle QOP$의 넓이의 비 구하기

$\overline{AD} /\!/ \overline{EF}$이므로 $\triangle AOD \backsim \triangle QOP$(AA 닮음)이고

닮음비는 $\overline{AD}:\overline{QP}=4:3.5=8:7$

$\therefore \triangle AOD:\triangle QOP=64:49$ 답 64 : 49

37 ❹ 평행선과 선분의 길이의 비

$\overline{BP}:\overline{PD}=6:9=2:3$이므로

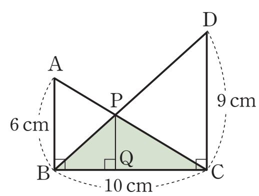
$\overline{BP}:\overline{BD}=2:5$이다.

$\triangle BCD=\frac{1}{2}\times 10\times 9=45(\text{cm}^2)$

$\triangle PBC:\triangle BCD=2:5$

$\therefore \triangle PBC=\frac{2}{5}\triangle BCD=18(\text{cm}^2)$ 답 18 cm²

다른풀이



점 P에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 Q라 하면

$\overline{BP}:\overline{BD}=\overline{PQ}:\overline{DC}$

$2:5=\overline{PQ}:9$

$\therefore \overline{PQ}=3.6(\mathrm{cm})$

$\therefore \triangle PBC=\dfrac{1}{2}\times10\times3.6=18(\mathrm{cm}^2)$

38 닮은 도형의 넓이와 부피

$\triangle AOD \backsim \triangle COB$에서

$\triangle AOD:\triangle COB=6:24=1:4$이므로

$\overline{AD}:\overline{CB}=1:2$이다.

$\therefore \overline{BC}=12\times\dfrac{2}{3}=8(\mathrm{cm})$ 답 8 cm

39 평행선과 선분의 길이의 비

$\overline{BE}:\overline{EC}=2:3$, $\overline{BC}=\overline{AD}$이므로

$\overline{AD}:\overline{EC}=\overline{BC}:\overline{EC}=5:3$이다.

$\triangle FAD \backsim \triangle FCE$(AA 닮음)이므로

$\overline{AF}:\overline{CF}=\overline{AD}:\overline{CE}=5:3$

$\triangle ABF \backsim \triangle CGF$(AA 닮음)이므로

$\overline{AB}:\overline{CG}=\overline{AF}:\overline{CF}=5:3$

$\therefore \overline{DG}:\overline{GC}=2:3$ 답 2 : 3

40 평행선과 선분의 길이의 비

$\overline{AD}:\overline{ED}=3:2$이므로 $\triangle DEF$와 $\triangle BCF$의 닮음비가

$\overline{ED}:\overline{CB}=\overline{ED}:\overline{AD}=2:3$이므로 높이의 비도 $2:3$이다.

$\therefore \overline{FH}=\dfrac{3}{5}\times15=9(\mathrm{cm})$ 답 9 cm

41 닮은 도형 + 평행선과 선분의 길이의 비

$\overline{B''C''} /\!/ \overline{B'C'} /\!/ \overline{BC}$, $\overline{C''D''} /\!/ \overline{C'D'} /\!/ \overline{CD}$

(1) $\overline{D''D'}:\overline{D'D}=\overline{B''B'}:\overline{B'B}=3:5$

(2) $\overline{AD''}:\overline{D''D}=\overline{AB''}:\overline{B''B}=2:8=1:4$

(3) $\overline{C''D''}:\overline{C'D'}=\overline{AC''}:\overline{AC'}=\overline{AB''}:\overline{AB'}$

$\overline{C'D'}:\overline{CD}=\overline{AC'}:\overline{AC}=\overline{AB'}:\overline{AB}$

$\therefore \overline{C''D''}:\overline{C'D'}:\overline{CD}=\overline{AB''}:\overline{AB'}:\overline{AB}$

$=2:5:10$

답 (1) 3 : 5 (2) 1 : 4 (3) 2 : 5 : 10

42 닮은 도형의 넓이와 부피

두 섬 사이의 거리를 x m라 하면

$5:4.2=200:x$ $\therefore x=168$ 답 168 m

43 닮은 도형의 넓이와 부피

구하는 나무의 높이를 x m라 하면

$1:0.8=x:8$에서 $x=10$ 답 10 m

44 닮은 도형의 넓이와 부피

두 직육면체 P와 P′의 닮음비가 $3:4$이므로 부피의 비는

$3^3:4^3=27:64$이다.

직육면체 P′의 부피를 x cm^3라 하면

$27:64=54:x$ $\therefore x=128$ 답 128 cm^3

45 닮은 도형의 넓이와 부피

쇠공은 구이므로 닮은 도형이다. 두 쇠공의 닮음비가 $5:1$이므로 부피의 비는 $5^3:1^3=125:1$이다.

따라서 반지름의 길이가 10 cm인 쇠공 1개와 반지름의 길이가 2 cm인 쇠공 125개가 같은 부피를 갖는다. 답 125개

46 닮은 도형의 넓이와 부피

(1) 그릇의 높이와 수면의 높이의 비가 $5:3$이므로 부피의 비는 $5^3:3^3=125:27$이다.

따라서 그릇의 들이는 물의 부피의 $\dfrac{125}{27}$배이다.

(2) 더 부을 수 있는 물의 양을 x cm^3라고 하면

$54:x=27:(125-27)$ $\therefore x=196$

답 (1) $\dfrac{125}{27}$배 (2) 196 cm^3

STEP B 내신만점문제 본문 P. 100~113

01 $120\mathrm{cm}^2$ **02** 3cm **03** $\dfrac{25}{63}$ **04** 6cm

05 (1) $18\mathrm{cm}^2$ (2) 3cm **06** (1) 16cm (2) $\dfrac{25}{4}\mathrm{cm}^2$

07 $\dfrac{20}{3}$cm **08** 8cm **09** 2cm **10** 14.5cm

11 (1) 16cm (2) 21cm **12** $\dfrac{4}{3}$cm

13 3.6cm **14** 7.5 **15** $40\mathrm{cm}^2$ **16** (1) 5배 (2) $50\mathrm{cm}^2$

17 7배 **18** $\overline{OC}=13.5\mathrm{cm}$, $\overline{CD}=9\mathrm{cm}$, $\overline{BE}=8\mathrm{cm}$

19 $\dfrac{3}{2}\mathrm{cm}^2$ **20** 8 **21** 7.2cm **22** 3 : 4

23 (1) 3 : 10 (2) $\dfrac{50}{7}$cm **24** $1\mathrm{cm}^2$

25 13cm **26** 4.5cm **27** 12cm **28** (1) 1 : 4 (2) 1 : 1 (3) 2 : 3 (4) 3 : 80 **29** 1 : 4 **30** 2 : 1

31 (1) $\overline{OE}=4\,\text{cm}$, $\overline{OF}=4\,\text{cm}$, $\overline{GH}=3\,\text{cm}$ (2) $3:1:2$ (3) $81\,\text{cm}^2$ **32** (1) $2\,\text{cm}$ (2) $16\,\text{cm}$ (3) $12\,\text{cm}$ **33** $\frac{3}{10}$배
34 $4:25:30$ **35** $4.5\,\text{m}$ **36** $10\,\text{km}^2$
37 $\frac{80}{9}\,\text{cm}^2$, $1:7:19$ **38** $900\,\text{cm}^2$
39 $\frac{16}{3}\,\text{cm}$ **40** (1) $27:1$ (2) $312\pi\,\text{cm}^3$
41 $\frac{33}{2}\,\text{cm}$

01

$\overline{BG}:\overline{GE}=2:1$이므로
$\triangle GBD=2\triangle GDE=20(\text{cm}^2)$
$\therefore \triangle ABC=6\triangle GBD=120(\text{cm}^2)$ 답 $120\,\text{cm}^2$

02

$\triangle ABF$에서 $\overline{AD}=\overline{DB}$, $\overline{AE}=\overline{EF}$이므로
$\overline{DE}=\frac{1}{2}\overline{BF}=\frac{1}{2}\times12=6(\text{cm})$
따라서 $\triangle DCE$에서 $\overline{CG}=\overline{GD}$, $\overline{CF}=\overline{FE}$이므로
$\overline{GF}=\frac{1}{2}\overline{DE}=3(\text{cm})$이다. 답 $3\,\text{cm}$

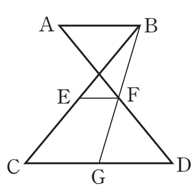
03

$\overline{AE}=14\times\frac{5}{7}=10(\text{cm})$
$\overline{AE}:\overline{AC}=\overline{EF}:\overline{FC}=5:4$
$\triangle AEF:\triangle AFC=\overline{EF}:\overline{FC}=5:4$에서
$\triangle AEF=\frac{5}{9}\triangle AEC$
$\triangle AEC:\triangle ABC=\overline{AE}:\overline{AB}=5:7$에서
$\triangle AEC=\frac{5}{7}\triangle ABC$
$\triangle AEF=\frac{5}{9}\times\frac{5}{7}\triangle ABC=\frac{25}{63}\triangle ABC$
$\therefore \frac{\triangle AEF}{\triangle ABC}=\frac{25}{63}$ 답 $\frac{25}{63}$

04

● **A-solution** ●
점 B에서 점 F를 지나는 보조선을 긋는다.

점 B와 점 F를 이은 선을 연장하여 $\overline{CD}$와 만나는 점을 G라 하면

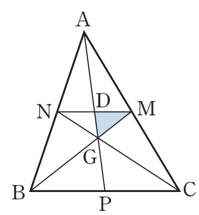


$\triangle ABF$와 $\triangle DGF$에서
$\angle BFA=\angle GFD$($\because$ 맞꼭지각),
$\overline{AF}=\overline{DF}$, $\angle BAF=\angle GDF$($\because$ 엇각)이므로
$\triangle ABF\equiv\triangle DGF$(ASA 합동)
$\therefore \overline{BF}=\overline{GF}$, $\overline{GD}=12\,\text{cm}$에서 $\overline{CG}=24-12=12(\text{cm})$
$\triangle BCG$에서 $\overline{BE}=\overline{EC}$, $\overline{BF}=\overline{FG}$이므로
$\overline{EF}=\frac{1}{2}\overline{CG}=\frac{1}{2}\times12=6(\text{cm})$ 답 $6\,\text{cm}$

05

(1) $\overline{HD}=\overline{DG}$이므로
$\triangle BHD=\triangle GBD=\frac{1}{6}\triangle ABC$
$\therefore \triangle ABC=6\triangle BHD=18(\text{cm}^2)$
(2) $\overline{AD}=3\overline{GD}=3\overline{HD}=3(\text{cm})$ 답 (1) $18\,\text{cm}^2$ (2) $3\,\text{cm}$

06



$\overline{AG}$의 연장선과 $\overline{BC}$가 만나는 점을 P라 하면
(1) $\triangle ABC$에서 $\overline{AN}=\overline{NB}$, $\overline{AM}=\overline{MC}$이므로 $\overline{NM}/\!/\overline{BC}$
$\triangle APC$에서 $\overline{AM}=\overline{MC}$, $\overline{DM}/\!/\overline{PC}$이므로 $\overline{AD}=\overline{DP}$
$\overline{AP}=6x$라 하면 $\overline{AD}=\overline{DP}=3x$, $\overline{GP}=2x$이므로
$\overline{DG}=3x-2x=x$
$\therefore \overline{AD}:\overline{DG}=3x:x=3:1$
$\therefore \overline{AG}=4\overline{DG}=4\times4=16(\text{cm})$
(2) (1)에서 $\overline{AD}:\overline{DG}=3:1$이므로
$\triangle MDG=\frac{1}{4}\triangle AGM=\frac{1}{4}\times\frac{1}{6}\triangle ABC$
$=\frac{1}{24}\times150=\frac{25}{4}(\text{cm}^2)$
답 (1) $16\,\text{cm}$ (2) $\frac{25}{4}\,\text{cm}^2$

07

● **A-solution** ●
삼각형의 내심은 세 내각의 이등분선의 교점이다.

점 I가 $\triangle ABC$의 내심이므로
$\angle DBI=\angle IBC$, $\angle ECI=\angle ICB$이고,
$\overline{DE}/\!/\overline{BC}$이므로
$\angle DIB=\angle IBC$, $\angle EIC=\angle ICB$이다.
따라서 $\triangle DBI$와 $\triangle EIC$는 이등변삼각형이다.

도형의 닮음 III

$\therefore \overline{BD}=\overline{ID}=15-9=6(\text{cm})$
또, $\triangle ADE \backsim \triangle ABC$(AA 닮음)이므로
$\overline{AC}:\overline{EC}=\overline{AB}:\overline{DB}=5:2$
$\therefore \overline{EC}=\overline{IE}=\frac{2}{5}\times 10=4(\text{cm})$
$\therefore \overline{DE}=6+4=10(\text{cm})$
$\overline{AD}:\overline{AB}=\overline{DE}:\overline{BC}$에서
$3:5=10:\overline{BC}$ $\therefore \overline{BC}=\frac{50}{3}(\text{cm})$
$\therefore \overline{FG}=\overline{BC}-(\overline{BF}+\overline{GC})$
$=\frac{50}{3}-(6+4)=\frac{20}{3}(\text{cm})$ 답 $\frac{20}{3}$ cm

08

점 G가 $\triangle ABC$의 무게중심이므로
$\triangle ABC=3\triangle ABG=3\times 32=96(\text{cm}^2)$
$\overline{BC}=2\overline{BD}=24(\text{cm})$이므로
$\frac{1}{2}\times 24\times \overline{AH}=96(\text{cm}^2)$
$\therefore \overline{AH}=8(\text{cm})$ 답 8 cm

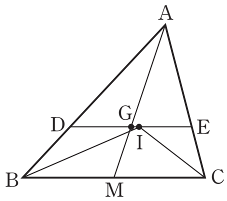
09

$\overline{AD}$가 $\triangle ABC$의 중선이므로
$\triangle ABC=2\triangle ADC=4\triangle ANC$
$\therefore \triangle ADC=2\triangle ANC$
즉, 점 N은 $\overline{AD}$의 중점이다.
$\therefore \overline{AN}=\frac{1}{2}\overline{AD}=\frac{1}{2}\times 12=6(\text{cm})$
점 G가 $\triangle ABC$의 무게중심이므로
$\overline{AG}=\frac{2}{3}\overline{AD}=\frac{2}{3}\times 12=8(\text{cm})$
$\therefore \overline{GN}=\overline{AG}-\overline{AN}=8-6=2(\text{cm})$ 답 2 cm

10

$\triangle APQ \backsim \triangle ABC$(AA 닮음)이므로
$\overline{PQ}:\overline{BC}=\overline{AP}:\overline{AB}$
$\overline{PQ}:6=6:8$ $\therefore \overline{PQ}=4.5(\text{cm})$
또, $\overline{PQ}/\!/\overline{BC}$이고 점 I는 내심이므로
$\angle PIB=\angle IBC=\angle IBP$에서 $\overline{PI}=\overline{PB}=2(\text{cm})$
같은 방법으로 $\overline{QC}=\overline{QI}$이므로
$\overline{QC}=\overline{PQ}-\overline{PI}=2.5(\text{cm})$
$\overline{AQ}:\overline{QC}=\overline{AP}:\overline{PB}=6:2$에서
$\overline{AQ}=3\overline{QC}=7.5(\text{cm})$이므로
$\overline{AC}=\overline{AQ}+\overline{QC}=10(\text{cm})$
$\therefore \overline{PQ}+\overline{AC}=4.5+10=14.5(\text{cm})$ 답 14.5 cm

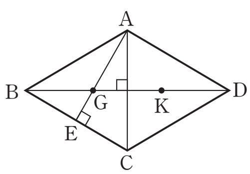
11



(1) $\overline{AG}$의 연장선과 $\overline{BC}$의 교점을 M이라고 하면
$\overline{AM}:\overline{AG}=\overline{AB}:\overline{AD}=3:2$에서
$24:\overline{AD}=3:2$ $\therefore \overline{AD}=16(\text{cm})$
(2) $\angle DBI=\angle DIB$에서
$\overline{DB}=\overline{DI}=24-16=8(\text{cm})$
또, $\overline{AG}:\overline{GM}=\overline{AE}:\overline{EC}=2:1$에서
$\overline{AC}:\overline{EC}=3:1$
$\therefore \overline{EC}=\overline{EI}=18\times\frac{1}{3}=6(\text{cm})$
$\therefore \overline{DE}=8+6=14(\text{cm})$
$14:\overline{BC}=2:3$ $\therefore \overline{BC}=21(\text{cm})$
답 (1) 16 cm (2) 21 cm

12

● **A-solution** ●
점 G에서 점 K에 이르는 선을 그을 수 있는 부분의 전개도를 그린다.



$\triangle ABC$와 $\triangle ACD$는 합동이므로 두 점 G와 K 사이의 거리는 점 G에서 $\overline{AC}$까지의 거리의 2배이다. $\overline{AE}$의 길이는 점 B에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 길이와 같으므로 무게중심 G에서 $\overline{AC}$까지의 거리는 $2\times\frac{1}{3}=\frac{2}{3}(\text{cm})$이다.
$\therefore$ (구하는 최단 거리)$=2\times\frac{2}{3}=\frac{4}{3}(\text{cm})$ 답 $\frac{4}{3}$ cm

13

$\triangle ABC \backsim \triangle BDC$이므로
$\overline{AC}:\overline{BC}=\overline{BC}:\overline{DC}$
$15:9=9:\overline{DC}$ $\therefore \overline{DC}=5.4(\text{cm})$
따라서 $\overline{AD}=9.6$ cm이고 $\overline{BE}$는 $\angle ABD$의 이등분선이므로
$\overline{AB}:\overline{BD}=\overline{AE}:\overline{ED}=5:3$이다.
$\therefore \overline{DE}=\frac{3}{8}\overline{AD}=\frac{3}{8}\times 9.6=3.6(\text{cm})$ 답 3.6 cm

14
$\overline{CD}=x$라 하면 $\overline{BD}=4-x$

$\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{CD}$

$5:3=(4-x):x$ $\therefore x=1.5$

$\overline{CE}=y$라 하면 $\overline{BE}=4+y$

$\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BE}:\overline{CE}$

$5:3=(4+y):y$ $\therefore y=6$

$\therefore \overline{DE}=\overline{CD}+\overline{CE}=1.5+6=7.5$ 답 7.5

15
$\triangle AMD \backsim \triangle CMB$이므로

$\overline{AD}:\overline{CB}=\overline{MD}:\overline{MB}=6:10=3:5$이다.

$\triangle AMD:\triangle ABM=3:5$이므로

$12:\triangle ABM=3:5$

$\therefore \triangle ABM=20(cm^2)$

$\triangle ABM=\triangle DMC$이므로

$\triangle ABM+\triangle DMC=2\triangle ABM=40(cm^2)$ 답 $40\ cm^2$

16
(1) $\triangle FDG \backsim \triangle FAE$에서

$\overline{FD}:\overline{FA}=\overline{DG}:\overline{AE}=1:2$,

$\overline{DC}=\overline{AB}=2\overline{AE}$이므로

$\overline{DG}:\overline{DC}=1:4$

$\therefore \overline{DG}:\overline{CG}=1:5$

따라서 $\overline{CG}$의 길이는 $\overline{DG}$의 길이의 5배이다.

(2) $\triangle CDF=\frac{1}{6}\square ABCD=20(cm^2)$

$\triangle BCE=\frac{1}{4}\square ABCD=30(cm^2)$

$\triangle AEF=\frac{1}{6}\square ABCD=20(cm^2)$

$\therefore \triangle CFE=\square ABCD-(\triangle CDF+\triangle BCE+\triangle AEF)$

$=120-(20+30+20)$

$=50(cm^2)$

답 (1) 5배 (2) $50\ cm^2$

17
$\triangle PBR=a$라고 하면

$\overline{BP}:\overline{BC}=1:2$이고 $\angle PBR=\angle RBC$이므로

$\overline{PR}:\overline{RC}=1:2$에서 $\triangle BCR=2a$이다.

$\triangle PBC=3a=\frac{1}{2}\times\frac{3}{5}\square ABCD$

$\therefore \square ABCD=10a$

따라서 $\square APCD=10a-3a=7a$이므로

$\square APCD=7\triangle PBR$이다. 답 7배

18
$\triangle COD \backsim \triangle AOB$이므로

$\overline{OC}:\overline{OA}=\overline{OD}:\overline{OB}=\overline{CD}:\overline{AB}$

$\overline{OC}:9=18:12=\overline{CD}:6$

$\therefore \overline{OC}=13.5(cm)$, $\overline{CD}=9(cm)$

$\triangle AOB$와 $\triangle BOE$에서

$\overline{OA}:\overline{OB}=\overline{OB}:\overline{OE}=3:4$, $\angle AOB=\angle BOE$이므로

$\triangle AOB \backsim \triangle BOE$(SAS 닮음)

따라서 $\overline{AB}:\overline{BE}=3:4$에서 $6:\overline{BE}=3:4$이다.

$\therefore \overline{BE}=8(cm)$

답 $\overline{OC}=13.5\ cm$, $\overline{CD}=9\ cm$, $\overline{BE}=8\ cm$

19
$\overline{EM}=\overline{MD}$이고 $\overline{BO}=\overline{OD}$이므로 점 F는 $\triangle EBD$의 무게중심이다.

$\therefore \triangle BOF=\frac{1}{6}\triangle EBD=\frac{1}{6}\times\frac{1}{2}\times3\times6=\frac{3}{2}(cm^2)$

답 $\frac{3}{2}\ cm^2$

20
$\triangle AEF \backsim \triangle ADC$에서

$3:2=5:x$ $\therefore x=\frac{10}{3}$

$\triangle EBG$에서 점 C는 $\overline{BG}$의 중점이므로

$\frac{10}{3}:(2+y)=1:2$, $2+y=\frac{20}{3}$ $\therefore y=\frac{14}{3}$

$\therefore x+y=\frac{10}{3}+\frac{14}{3}=8$ 답 8

21
$\triangle QBC$에서 $\overline{RF}\,/\!/\,\overline{QB}$, $\overline{BF}=\overline{FC}$이므로

$\overline{CR}=\overline{QR}$ ……①

$\triangle BPA$에서 $2\overline{EQ}=\overline{AP}$

$\triangle ASD$에서 $\overline{AP}=\overline{PS}$

$\square AECG$와 $\square HBFD$가 모두 평행사변형이므로 $\square PQRS$는 평행사변형이다.

$\overline{QR}=\overline{PS}=2\overline{EQ}$ ……②

①, ②에 의해

$\overline{CR}:\overline{QR}:\overline{EQ}=2:2:1$

$\therefore \overline{QR}=\overline{EC}\times\frac{2}{5}=\overline{AG}\times\frac{2}{5}=18\times\frac{2}{5}=7.2(cm)$

답 7.2 cm

22
$\triangle ABC$에서

$\angle BAE=\angle CBF=\angle ACD$이므로

Ⅲ 도형의 닮음

$\angle EDF = \angle CAD + \angle ACD$
$= \angle CAD + \angle BAE$
$= \angle BAC$
$\angle DEF = \angle ABE + \angle BAE$
$= \angle ABE + \angle CBF$
$= \angle ABC$
$\therefore \triangle ABC \backsim \triangle DEF$ (AA 닮음)
$\therefore \overline{DE} : \overline{EF} = \overline{AB} : \overline{BC} = 6 : 8 = 3 : 4$ 답 $3 : 4$

23

(1) $\overline{MP} /\!/ \overline{AQ}$에서
점 M은 $\overline{AB}$의 중점이므로 $\overline{BP} : \overline{PQ} = 1 : 1$
$\overline{NQ} /\!/ \overline{MP}$에서
$\overline{CN} : \overline{NM} = \overline{CQ} : \overline{QP} = 4 : 3$이므로
$\overline{CQ} : \overline{QP} : \overline{PB} = 4 : 3 : 3$
$\therefore \overline{BP} : \overline{BC} = 3 : (4+3+3) = 3 : 10$
(2) $\overline{MP} = \frac{1}{2}\overline{AQ} = 5(\text{cm})$
$\overline{CN} : \overline{CM} = \overline{NQ} : \overline{MP}$에서
$4 : 7 = \overline{NQ} : 5 \qquad \therefore \overline{NQ} = \frac{20}{7}(\text{cm})$
$\therefore \overline{AN} = \overline{AQ} - \overline{NQ} = \frac{50}{7}(\text{cm})$

답 (1) $3 : 10$ (2) $\frac{50}{7}$ cm

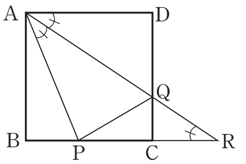
24

$\square ABFE = \frac{1}{2} \times (3+4) \times 4 = 14(\text{cm}^2)$
$\triangle ABD$에서 $\overline{AE} = \overline{ED}$, $\overline{AB} /\!/ \overline{EG}$이므로 $\overline{BG} = \overline{GD}$이다.
$\triangle ABD : \triangle EGD = 4 : 1$
$\square ABGE = \frac{3}{4}\triangle ABD = \frac{3}{4} \times \frac{1}{2} \times 6 \times 4 = 9(\text{cm}^2)$
$\triangle DBC \backsim \triangle GBF$이므로
$\triangle DBC : \triangle GBF = 4 : 1$에서
$\triangle GBF = \frac{1}{4}\triangle DBC = \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} \times 8 \times 4 = 4(\text{cm}^2)$
$\therefore \triangle EGF = \square ABFE - (\square ABGE + \triangle GBF)$
$= 14 - (9+4) = 1(\text{cm}^2)$ 답 1 cm^2

25

단계별 풀이

STEP 1 $\overline{PC}$, $\overline{QC}$의 길이 각각 구하기
$\overline{AQ}$의 연장선과 $\overline{BC}$의 연장선의 교점을 R라고 하면



$\overline{PC} = \frac{7}{12} \times 12 = 7(\text{cm})$
$\triangle PCQ$에서 $\frac{1}{2} \times 7 \times \overline{QC} = 14(\text{cm}^2)$
$\therefore \overline{QC} = 4(\text{cm})$

STEP 2 $\overline{CR}$의 길이 구하기
$\triangle AQD \backsim \triangle RQC$이므로
$\overline{DQ} : \overline{CQ} = \overline{DA} : \overline{CR} = 2 : 1$
$\therefore \overline{CR} = 12 \times \frac{1}{2} = 6(\text{cm})$

STEP 3 $\overline{AP}$의 길이 구하기
$\triangle APR$에서 $\angle PAQ = \angle QAD = \angle QRC$이므로
$\triangle APR$는 이등변삼각형이다.
$\therefore \overline{AP} = \overline{PR} = 7+6 = 13(\text{cm})$ 답 13 cm

26

$\overline{AB} = \overline{CD} = 3$ cm이므로 $\overline{BF} = 2$ cm
$\triangle BFE \backsim \triangle CDE$에서
$\overline{BF} : \overline{CD} = \overline{BE} : \overline{CE} = 2 : 3$
$\triangle ABE \backsim \triangle GCE$에서
$\overline{AB} : \overline{GC} = 2 : 3$
$3 : \overline{GC} = 2 : 3 \qquad \therefore \overline{GC} = 4.5(\text{cm})$ 답 4.5 cm

27

$\overline{PQ} = x$ cm라 하면 $\overline{QR} = 2x$ cm
$\triangle APS \backsim \triangle ABC$에서
$(15-x) : 2x = 15 : 20 \qquad \therefore x = 6$
$\therefore \overline{QR} = 12(\text{cm})$ 답 12 cm

28

(1) $\triangle APR \backsim \triangle EPB$에서
$\overline{AR} : \overline{EB} = \overline{AP} : \overline{EP} = 1 : 2$,
$\overline{BC} = 2\overline{BE}$
$\therefore \overline{AR} : \overline{BC} = 1 : 4$
(2) $\overline{AR} = \overline{FC}$에서 $\triangle ARS \equiv \triangle CFS$
$\therefore \overline{RS} : \overline{SF} = 1 : 1$
(3) **A-solution**
사각형에서 마주보는 두 변이 평행하고 길이가 같으면 평행사변형이다.
$\square AEFR$는 $\overline{AR} /\!/ \overline{EF}$, $\overline{AR} = \overline{EF}$이므로 평행사변형이다.
$\overline{AP} = a$라고 하면 $\overline{PE} = 2a$이고,
$\overline{AE} = \overline{RF}$이므로 $\overline{RS} = 1.5a$이다.

$\triangle APQ \backsim \triangle SRQ$에서
$\overline{PQ} : \overline{RQ} = \overline{AP} : \overline{SR} = a : 1.5a = 2 : 3$
(4) $\triangle RQS = a$라고 하면
$\overline{AQ} : \overline{QS} = 2 : 3$이므로 $\triangle AQR = \frac{2}{3}a$
$\therefore \triangle SFC = \frac{2}{3}a + a = \frac{5}{3}a$
$\triangle SFC : \triangle AEC = 1 : 4$에서
$\triangle AEC = \frac{20}{3}a$이므로
$\square ABCD = 4\triangle AEC = 4 \times \frac{20}{3}a = \frac{80}{3}a$
$\therefore \triangle RQS : \square ABCD = 3 : 80$

답 (1) 1 : 4 (2) 1 : 1 (3) 2 : 3 (4) 3 : 80

29

$\triangle BMP$와 $\triangle ABP$에서
$\angle MBP = \angle BAP$($\because \triangle BCN \equiv \triangle ABM$)
$\angle BMP = 90° - \angle BAP = \angle ABP$
$\therefore \triangle BMP \backsim \triangle ABP$(AA 닮음)
$\triangle BMP$와 $\triangle ABP$의 닮음비가 $\overline{BM} : \overline{AB} = 1 : 2$이므로
넓이의 비는 $1^2 : 2^2 = 1 : 4$이다.

답 1 : 4

30

$\triangle AED$와 $\triangle EPC$에서
$\angle D = \angle C = 90°$
$\angle AED + \angle DAE = 90°$, $\angle AED + \angle CEP = 90°$에서
$\angle DAE = \angle CEP$
$\therefore \triangle AED \backsim \triangle EPC$(AA 닮음)
$\overline{AE} = \overline{AB} = 2\overline{DE}$, $\overline{EP} = \overline{BP}$
$\therefore \overline{BP} : \overline{PC} = \overline{EP} : \overline{PC} = \overline{AE} : \overline{DE}$
$= 2\overline{DE} : \overline{DE} = 2 : 1$

답 2 : 1

31

(1) $\overline{AO} : \overline{OC} = 6 : 12 = 1 : 2$
$\overline{OE} : \overline{BC} = \overline{AO} : \overline{AC} = 1 : 3$
$\therefore \overline{OE} = \frac{1}{3}\overline{BC} = 4(\text{cm})$
같은 방법으로 $\overline{OF} = 4(\text{cm})$
$\overline{OG} : \overline{GB} = \overline{EO} : \overline{BC} = 4 : 12 = 1 : 3$
$\therefore \overline{GH} : \overline{BC} = \overline{OG} : \overline{OB} = 1 : 4$
$\therefore \overline{GH} = \frac{1}{4}\overline{BC} = 3(\text{cm})$
(2) $\overline{BG} : \overline{GO} = 3 : 1$이므로 $\overline{BG} = 3\overline{GO}$
$\overline{BO} : \overline{OD} = 2 : 1$이므로
$\overline{OD} = \frac{1}{2}\overline{BO} = \frac{1}{2}(\overline{BG} + \overline{GO}) = 2\overline{GO}$
$\therefore \overline{BG} : \overline{GO} : \overline{OD} = 3\overline{GO} : \overline{GO} : 2\overline{GO}$
$= 3 : 1 : 2$
(3) $\triangle AOD : \triangle ABO = 1 : 2$
$\therefore \triangle ABO = 18(\text{cm}^2)$
같은 방법으로 $\triangle DOC = 18\text{ cm}^2$
$\triangle AOD \backsim \triangle COB$이므로 닮음비는 1 : 2이고 넓이의 비는 1 : 4이다.
$\therefore \triangle OBC = 4\triangle AOD = 36(\text{cm}^2)$
$\therefore$ (사다리꼴 ABCD의 넓이)$= 9 + 18 + 18 + 36$
$= 81(\text{cm}^2)$

답 (1) $\overline{OE} = 4$ cm, $\overline{OF} = 4$ cm, $\overline{GH} = 3$ cm
(2) 3 : 1 : 2 (3) 81 cm^2

32

(1) $\overline{AG} : \overline{GD} = \overline{AE} : \overline{EB}$
$2 : 1 = 4 : \overline{EB}$ $\therefore \overline{EB} = 2(\text{cm})$
(2) $\triangle BQC$에서 점 D는 $\overline{BC}$의 중점이고,
$\overline{PD} /\!/ \overline{QC}$이므로 $\overline{QC} = 2\overline{PD}$이다.
$\therefore \overline{QC} = 16(\text{cm})$
(3) $\overline{BP} = \overline{PQ}$이고 $\overline{AG} : \overline{GD} = \overline{AF} : \overline{FC} = \overline{AP} : \overline{PQ} = 2 : 1$
이므로 $\overline{AB} = \overline{BP} = \overline{PQ}$이다.
$\therefore \overline{BQ} = 2\overline{AB} = 2 \times 6 = 12(\text{cm})$

답 (1) 2 cm (2) 16 cm (3) 12 cm

33

$\overline{AE} = \overline{ED}$이고 $\triangle ADF \equiv \triangle HCF$에서 $\overline{AD} = \overline{HC}$이다.
$\triangle AGE \backsim \triangle HGB$에서 $\overline{AE} : \overline{BH} = 1 : 4$이다.
또, $\triangle ADF \equiv \triangle HCF$(ASA 합동)이므로
$\overline{AF} = \overline{HF}$에서 $\overline{AG} : \overline{GF} = 2 : 3$
$\therefore \triangle AGE : \triangle EGF = 2 : 3$
$\therefore \triangle EGF = \frac{3}{5}\triangle AFE = \frac{3}{5} \times \frac{1}{2}\triangle AFD$
$= \frac{3}{10}\triangle HFC$
따라서 $\triangle EGF$의 넓이는 $\triangle HFC$의 넓이의 $\frac{3}{10}$배이다.

답 $\frac{3}{10}$배

34

A-solution

$\triangle ABE$, $\square ABCD$의 넓이를 $\triangle CEF$의 넓이를 사용하여 구한다.
$\overline{BC} : \overline{CE} = 3 : 2$에서
$\overline{BE} : \overline{CE} = 5 : 2$이므로

$\triangle CEF : \triangle ABE = 2^2 : 5^2$

$\therefore \triangle ABE = \frac{25}{4}\triangle CEF$

$\square ABCF = \triangle ABE - \triangle CEF = \frac{21}{4}\triangle CEF$

$\triangle ADF \backsim \triangle ECF$에서

$\overline{AD} : \overline{EC} = \overline{BC} : \overline{EC} = 3 : 2$이므로

$\triangle CEF : \triangle ADF = 2^2 : 3^2$

$\therefore \triangle ADF = \frac{9}{4}\triangle CEF$

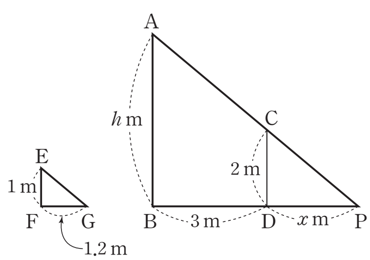
$\therefore \square ABCD = \square ABCF + \triangle ADF = \frac{30}{4}\triangle CEF$

$\therefore \triangle CEF : \triangle ABE : \square ABCD$

$= \triangle CEF : \frac{25}{4}\triangle CEF : \frac{30}{4}\triangle CEF$

$= 4 : 25 : 30$ 답 $4 : 25 : 30$

35



전신주의 높이를 h m, $\overline{DP} = x$ m라 하면

$1 : 2 = 1.2 : x$, $x = 2.4$

$\therefore \overline{BP} = 3 + 2.4 = 5.4$(m)

$1 : h = 1.2 : 5.4$, $h = 4.5$

따라서 전신주의 높이는 4.5 m이다. 답 4.5 m

36

축척이 $\frac{1}{100000}$이므로 실제의 직사각형 모양과 지도에서의 직사각형 모양의 닮음비는 $100000 : 1$이다.

(실제의 가로 길이)$= 4\text{ cm} \times 100000 = 4\text{ km}$

(실제의 세로 길이)$= 2.5\text{ cm} \times 100000 = 2.5\text{ km}$

$\therefore$ (실제의 넓이)$= 4 \times 2.5 = 10(\text{km}^2)$ 답 10 km^2

37

세 원뿔의 닮음비는 $1 : 2 : 3$이므로 밑넓이의 비는 $1 : 4 : 9$이다.

A면의 넓이를 $a\text{ cm}^2$라 하면

$4 : 9 = a : 20$, $a = \frac{80}{9}$

또, 세 원뿔의 부피의 비는 $1^3 : 2^3 : 3^3 = 1 : 8 : 27$이다.

따라서 세 개의 입체도형 P, Q, R의 부피의 비는

$1 : (8-1) : (27-8) = 1 : 7 : 19$이다.

답 $\frac{80}{9}\text{ cm}^2$, $1 : 7 : 19$

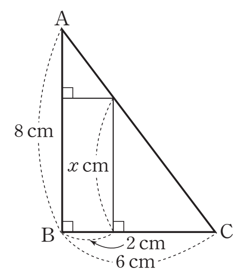
38

두 원기둥의 부피의 비가 $8 : 27 = 2^3 : 3^3$이므로 닮음비가 $2 : 3$이고 겉넓이의 비는 $4 : 9$이다.

큰 원기둥의 겉넓이를 $x\text{ cm}^2$라 하면

$4 : 9 = 400 : x$ $\therefore x = 900$ 답 900 cm^2

39



원기둥의 높이를 x cm라 하면

$(6-2) : 6 = x : 8$ $\therefore x = \frac{16}{3}$ 답 $\frac{16}{3}$ cm

40

(1) $\triangle OBC$, $\triangle OAD$를 각각 1회전 시켜 생긴 두 원뿔의 닮음비는

$\overline{OB} : \overline{OA} = 15 : 5 = 3 : 1$

따라서 구하는 부피의 비는 $3^3 : 1^3 = 27 : 1$이다.

(2) $\triangle OAD$, $\square ABCD$를 각각 1회전 시켜 생긴 입체도형의 부피의 비는 $1 : (27-1) = 1 : 26$이다.

$\overline{AD} : \overline{BC} = 1 : 3$에서 $\overline{AD} = 3$(cm)

$\overline{OD} : \overline{DC} = 1 : 2$에서 $\overline{OD} = 4$(cm)

$\therefore$ (구하는 원뿔대의 부피)$= \frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 4 \times 26$

$= 312\pi(\text{cm}^3)$

답 (1) $27 : 1$ (2) $312\pi\text{ cm}^3$

41

$\overline{BD}$의 연장선과 $\overline{AC}$의 교점을 F라고 하면 $\angle A$의 이등분선이 $\overline{BF}$와 수직으로 만나므로 $\triangle ABF$는 이등변삼각형이다.

$\therefore \overline{AF} = \overline{AB} = 6$ cm

$\triangle BCF$에서 $\overline{BD} = \overline{DF}$, $\overline{DE} /\!/ \overline{FC}$이므로

$\overline{CF} = 2\overline{DE} = 6$(cm), $\overline{EC} = \overline{BE} = \frac{9}{2}$ cm

$\therefore \overline{AC} + \overline{CE} = 12 + \frac{9}{2} = \frac{33}{2}$(cm) 답 $\frac{33}{2}$ cm

STEP A 최고수준문제 본문 P. 114~125

01 7 : 2 **02** (1) 2.5 cm (2) 1 : 48 **03** 12 : 1
04 (1) 9 : 11 (2) $\overline{AP}:\overline{PB}=3:2$, $\overline{PQ}=13$ cm
05 35° **06** $\frac{18}{5}$ cm **07** (1) 15 : 9 : 16 (2) 9 : 25 (3) 15 : 2 **08** 3 cm **09** 4 cm
10 (1) $\overline{ME}=2$ cm, $\overline{MF}=2$ cm (2) 110° **11** 48 cm²
12 (1) 3 : 10 (2) 5 : 16 **13** $\frac{32}{3}$ cm²
14 22.5 cm² **15** 16 cm²
16 (1) $x=6$, $y=2$ (2) $0\le x\le 6$일 때 $y=\frac{1}{3}x$, $6\le x\le 10$일 때 $y=-\frac{1}{2}x+5$ (3) $\frac{9}{2}$, 7
17 (1) 12 cm (2) ① 1 : 2 ② 14 : 3 **18** $\frac{1}{2}(b+c-a)$
19 (1) 4 cm (2) 2925 cm³ **20** $\frac{75}{2}$ cm²
21 (1) 6 : 25 (2) 3 : 20 (3) 75 : 50 : 27 **22** 1 : 1
23 (1) 5 : 4 (2) 4 : 5 (3) 5 : 22 : 30 **24** $\frac{176}{119}x$
25 (1) $\frac{1}{2}$배 (2) 2 (3) $\frac{9}{4}$배 **26** 96 : 25 **27** $\frac{7}{15}$
28 (1) $\frac{2}{3}$ (2) 22 : 27 **29** 45 : 52 **30** (1) $\frac{8}{3}$ cm (2) ∠B (3) 3배 **31** (1) 5 : 3 (2) $\frac{33}{10}$ cm²
32 155.52 cm² **33** $\frac{1}{4}$배 **34** $ac+bd$
35 $\frac{3}{4}k<\overline{AA'}+\overline{BB'}+\overline{CC'}<k$

01

△ADC와 △DEB에서
$\angle C=\angle B=60°$
$\angle CAD=180°-60°-\angle ADC=\angle BDE$
∴ △ADC∽△DEB(AA 닮음)
정삼각형의 한 변의 길이를 a라 하면
$\overline{BD}:\overline{DC}=2:1$에서 $\overline{BD}=\frac{2}{3}a$, $\overline{DC}=\frac{1}{3}a$
△ADC∽△DEB에서
$\overline{DC}:\overline{EB}=\overline{AC}:\overline{DB}$
$\frac{1}{3}a:\overline{EB}=a:\frac{2}{3}a$ ∴ $\overline{EB}=\frac{2}{9}a$
따라서 $\overline{AE}=a-\frac{2}{9}a=\frac{7}{9}a$이다.
∴ $\overline{AE}:\overline{EB}=\frac{7}{9}a:\frac{2}{9}a=7:2$ 답 7 : 2

02

(1) $\overline{MN}=\frac{1}{2}\overline{BC}=5$(cm)이므로 $\overline{PR}=\frac{1}{2}\overline{MN}=2.5$(cm)
$\overline{PS}=\frac{1}{2}\overline{BC}=5$(cm)
∴ $\overline{RS}=\overline{PS}-\overline{PR}=2.5$(cm)
(2) △RST와 △NMT의 닮음비는 2.5 : 5=1 : 2이므로
$\triangle RST=\frac{1}{4}\triangle NMT$
점 M, N은 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$의 중점이고
$\overline{BT}:\overline{TN}=\overline{BC}:\overline{MN}=2:1$이므로
$\triangle NMT=\frac{1}{3}\triangle MBN=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\triangle ABN$
$=\frac{1}{6}\times\frac{1}{2}\triangle ABC=\frac{1}{12}\triangle ABC$
∴ $\triangle RST=\frac{1}{4}\times\frac{1}{12}\triangle ABC=\frac{1}{48}\triangle ABC$
∴ △RST : △ABC=1 : 48 답 (1) 2.5 cm (2) 1 : 48

03

$\overline{BP}:\overline{PC}=\overline{AB}:\overline{AC}=2:1$이므로
$\triangle APC=\frac{1}{3}\triangle ABC$
$\overline{BP}=\frac{2}{3}\overline{BC}$, $\overline{BN}=\frac{1}{2}\overline{BC}$이므로
$\overline{NP}=\overline{BP}-\overline{BN}=\frac{1}{6}\overline{BC}$
∴ $\overline{NP}:\overline{PC}=1:2$
△NQP∽△CAP(AA 닮음)이므로
$\triangle NQP:\triangle CAP=1^2:2^2=1:4$
$\triangle NQP=\frac{1}{4}\triangle CAP=\frac{1}{4}\times\frac{1}{3}\triangle ABC$
$=\frac{1}{12}\triangle ABC$
∴ △ABC : △NQP=12 : 1 답 12 : 1

04

(1) $\overline{PQ}=\frac{1}{2}(10+15)=12.5$(cm)
∴ (사다리꼴 APQD의 넓이) : (사다리꼴 PBCQ의 넓이)
$=(10+12.5):(15+12.5)$
$=9:11$
(2) ● **A-solution** ●
$\overline{AP}:\overline{AB}=k:1$로 놓고, $\overline{AP}$, $\overline{PB}$, $\overline{DQ}$, $\overline{CQ}$의 길이를 k를 사용한 식으로 나타낸다.
$\overline{AP}:\overline{AB}=k:1$이라 하면
$\overline{AP}:\overline{AB}=\overline{DQ}:\overline{DC}=k:1$,
$\overline{PB}:\overline{AB}=\overline{QC}:\overline{DC}=(1-k):1$

$\therefore\ \overline{AP}=12k,\ \overline{PB}=12(1-k),$
$\overline{DQ}=13k,\ \overline{CQ}=13(1-k)$

$10+12k+\overline{PQ}+13k=\overline{PQ}+12(1-k)+15+13(1-k)$

$25k+10=40-25k \qquad \therefore\ k=\frac{3}{5}$

$\overline{AP}:\overline{AB}=\frac{3}{5}:1=3:5$에서 $\overline{AP}:\overline{PB}=3:2$이므로

$\overline{AP}=12\times\frac{3}{5}=7.2(\text{cm}),\ \overline{PB}=12\times\frac{2}{5}=4.8(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{PQ}=\frac{7.2\times15+4.8\times10}{12}=13(\text{cm})$

답 (1) 9 : 11 (2) $\overline{AP}:\overline{PB}=3:2,\ \overline{PQ}=13$ cm

05

$\triangle$ABC에서 두 점 P, Q는 각각 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$의 중점이므로

$\overline{PQ}/\!/\overline{BC},\ \overline{PQ}=\frac{1}{2}\overline{BC}$ ……①

$\triangle$DBC에서 두 점 M, N은 각각 $\overline{DB}$, $\overline{DC}$의 중점이므로

$\overline{MN}/\!/\overline{BC},\ \overline{MN}=\frac{1}{2}\overline{BC}$ ……②

①, ②에 의해 $\overline{PQ}/\!/\overline{MN}$, $\overline{PQ}=\overline{MN}$이므로 □PMNQ는 평행사변형이다.

$\therefore\ \angle POB=\angle QPM=\angle QNM=35^\circ$ 답 35°

06

점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H′이라 하면

$\square ABCD=\frac{1}{2}\times(4+6)\times\overline{AH'}=30(\text{cm}^2)$

$\therefore\ \overline{AH'}=6(\text{cm})$

$\triangle EAD\backsim\triangle ECB$이므로

$\overline{AE}:\overline{CE}=\overline{AD}:\overline{CB}=4:6=2:3$

또, $\triangle CEH\backsim\triangle CAH'$이므로

$\overline{CE}:\overline{CA}=\overline{EH}:\overline{AH'}$

$3:5=\overline{EH}:6$

$5\overline{EH}=18 \qquad \therefore\ \overline{EH}=\frac{18}{5}(\text{cm})$ 답 $\frac{18}{5}$ cm

07

(1) $\overline{AD}=\overline{BC}$, $\overline{BE}:\overline{EC}=3:2$이므로

$\triangle AFD\backsim\triangle EFB$에서

$\overline{AF}:\overline{EF}=\overline{AD}:\overline{EB}=5:3=15:9$

$\triangle ABE\backsim\triangle GCE$에서

$\overline{AE}:\overline{GE}=\overline{BE}:\overline{CE}=3:2=24:16$

$\therefore\ \overline{AF}:\overline{FE}:\overline{EG}=15:9:16$

(2) $\triangle ABE\backsim\triangle GDA$이므로 닮음비는 $\overline{BE}:\overline{DA}=3:5$

$\therefore\ \triangle ABE:\triangle GDA=9:25$

(3) $\overline{BE}:\overline{EC}=3:2$이므로

$\triangle ABE:\triangle GCE=9:4$

$\triangle GDA\backsim\triangle GCE$에서

$\overline{AD}:\overline{EC}=5:2$이므로

$\square AECD:\triangle GCE=(25-4):4=21:4$

$\therefore\ \square ABCD:\triangle GCE$

$=(\triangle ABE+\square AECD):\triangle GCE$

$=(9+21):4=15:2$

답 (1) 15 : 9 : 16 (2) 9 : 25 (3) 15 : 2

08

직각삼각형 ADC에서

$\overline{AF}=\overline{DF}=\overline{FC}$이므로 $\angle C=\angle FDE$

또, $\overline{AB}/\!/\overline{FE}$이므로 $\angle B=\angle FEC$

$\angle FEC=\angle DFE+\angle FDE$ ……①

$\angle B=\angle FEC=2\angle C=2\angle FDE$ ……②

①, ②에서 $\angle DFE=\angle FDE$

$\therefore\ \overline{EF}=\overline{DE}$

$\triangle$ABC에서 $\overline{EF}=\frac{1}{2}\overline{AB}=3(\text{cm})$

따라서 $\overline{DE}=\overline{EF}=3(\text{cm})$이다. 답 3 cm

09

점 E는 $\triangle$CAD의 중선 CB를 점 C로부터 2 : 1로 나누는 점이므로 $\triangle$CAD의 무게중심이다.

따라서 $\overline{CD}$의 중점을 F라 하면 $\overline{AE}=\frac{2}{3}\overline{AF}$이다.

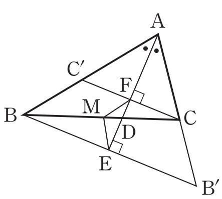
점 F는 직각삼각형 CAD의 빗변의 중점이므로

$\overline{AF}=\overline{CF}=\frac{1}{2}\overline{CD}=6(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{AE}=\frac{2}{3}\overline{AF}=4(\text{cm})$ 답 4 cm

10

(1) $\overline{BE}$와 $\overline{AC}$의 연장선의 교점을 B′, $\overline{CF}$의 연장선과 $\overline{AB}$의 교점을 C′이라 하면



$\triangle ABE\equiv\triangle AB'E$(ASA 합동),

$\triangle AC'F\equiv\triangle ACF$(ASA 합동)이고

점 E, F는 각각 $\overline{BB'}$, $\overline{CC'}$의 중점이다.

$\overline{BC'}=\overline{B'C}=10-6=4(\text{cm})$

$\triangle CC'B$에서 $\overline{CF}=\overline{FC'}$, $\overline{CM}=\overline{MB}$이므로

$\overline{MF}=\frac{1}{2}\overline{BC'}=2(\text{cm})$

$\triangle BB'C$에서 $\overline{BM}=\overline{MC}$, $\overline{BE}=\overline{EB'}$이므로

$\overline{ME}=\frac{1}{2}\overline{B'C}=2(\text{cm})$

(2) $\angle MEF=\angle CAD=35^\circ$($\because$ $\overline{ME}/\!/\overline{AB'}$, 엇각),

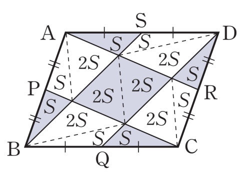
(1)에서 $\overline{ME}=\overline{MF}$이므로 $\angle MFE=35^\circ$

$\therefore$ $\angle EMF=180^\circ-(35^\circ+35^\circ)=110^\circ$

답 (1) $\overline{ME}=2$ cm, $\overline{MF}=2$ cm (2) 110°

11

□ABCD의 넓이를 $20S$라 하면 넓이는 다음 그림과 같이 나누어진다.



$20S=120(\text{cm}^2)$ $\therefore$ $S=6(\text{cm}^2)$

$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)$=8S=48(\text{cm}^2)$

답 48 cm^2

12

(1) $\triangle AEG \backsim \triangle ABM$에서

$\overline{EG}:\overline{BM}=1:2$,

$\triangle BMH \backsim \triangle FGH$에서

$\overline{MH}:\overline{GH}=\overline{BM}:\overline{FG}=2:3$이고,

$\overline{GM}=\overline{AG}$이므로

$\overline{AG}:\overline{GH}:\overline{HM}=5:3:2$이다.

$\therefore$ $\overline{GH}:\overline{AM}=3:10$

(2) $\triangle AEG$와 $\triangle ABM$의 닮음비가 $1:2$이므로

$\triangle AEG=\frac{1}{4}\triangle ABM$

$\overline{AH}:\overline{HM}=4:1$이므로

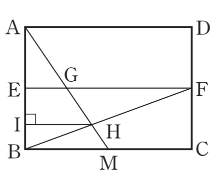
$\triangle ABH=\frac{4}{5}\triangle ABM$

$\therefore$ $\triangle AEG:\triangle ABH=\frac{1}{4}\triangle ABM:\frac{4}{5}\triangle ABM$

$=5:16$

다른풀이

점 H에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 I라 하면



$\overline{AE}:\overline{AB}=1:2$

$\overline{GE}:\overline{HI}=\overline{AG}:\overline{AH}=5:8$

$\therefore$ $\triangle AEG:\triangle ABH=(1\times5):(2\times8)=5:16$

답 (1) $3:10$ (2) $5:16$

13

$\triangle BDE=\triangle BDG=\triangle BDF=\triangle CFD=8\text{ cm}^2$이고

$\triangle BDG=\frac{1}{6}\triangle ABC$이므로

$\triangle ABC=48(\text{cm}^2)$

$\triangle ABC \backsim \triangle AEF$이므로

$\overline{AC}:\overline{AF}=\overline{AD}:\overline{AG}=3:2$에서

$\triangle ABC:\triangle AEF=9:4$이다.

$\therefore$ □$BCFE=\frac{5}{9}\triangle ABC=\frac{80}{3}(\text{cm}^2)$

$\therefore$ $\triangle DFE=$□$BCFE-\triangle BDE-\triangle CFD$

$=\frac{32}{3}(\text{cm}^2)$

답 $\frac{32}{3}$ cm^2

다른풀이

점 G는 $\triangle ABC$의 무게중심이므로

$\overline{EF}:\overline{BC}=\overline{AE}:\overline{AB}=2:3$

$\overline{EF}=\frac{2}{3}\overline{BC}=\frac{2}{3}\times2\overline{DC}=\frac{4}{3}\overline{DC}$

$\triangle DEF=\frac{4}{3}\triangle FDC=\frac{32}{3}(\text{cm}^2)$

14

$\triangle ADG=120\times\frac{1}{6}=20(\text{cm}^2)$

$\overline{AG}:\overline{GE}=2:1$이므로

$\triangle DEG=\frac{1}{2}\triangle ADG=10(\text{cm}^2)$

$\overline{GE}:\overline{GI}=2:1$이므로

$\triangle DGI=\frac{1}{2}\triangle DEG=5(\text{cm}^2)$

$\overline{DG}:\overline{GH}=2:1$이므로

$\triangle GHI=\frac{1}{2}\triangle DGI=2.5(\text{cm}^2)$

$\triangle GEH=\frac{1}{2}\triangle DEG=5(\text{cm}^2)$

$\therefore$ □$IDEH=\triangle DEG+\triangle DGI+\triangle GHI+\triangle GEH$

$=10+5+2.5+5$

$=22.5(\text{cm}^2)$

답 22.5 cm^2

다른풀이

$\triangle DEH=\frac{1}{2}\triangle DEC=\frac{1}{4}\triangle DBC$

$=\frac{1}{8}\triangle ABC=15(\text{cm}^2)$

$\triangle DEH : \triangle DIH = \overline{GE} : \overline{IG} = 2 : 1$이므로

$\triangle DIH = \frac{1}{2}\triangle DEH = 7.5(cm^2)$

$\therefore \square IDEH = \triangle DEH + \triangle DIH$

$= 15 + 7.5 = 22.5(cm^2)$

15

$\triangle ABG = \frac{2}{3}\triangle ABE$

$= \frac{2}{3} \times \frac{2}{3}\triangle ABC$

$= \frac{4}{9} \times 126 = 56(cm^2)$

$\triangle BEG = \frac{1}{2}\triangle ABG$

$= \frac{1}{2} \times 56 = 28(cm^2)$

$\triangle BCG = \frac{3}{2}\triangle BEG$

$= \frac{3}{2} \times 28 = 42(cm^2)$

$\triangle ABG : \triangle BCG = \overline{AH} : \overline{HC} = 4 : 3$

점 G는 $\triangle ADC$의 무게중심이므로

$\triangle AGH = \frac{4}{7}\triangle AGC = \frac{4}{7} \times \frac{1}{3}\triangle ADC = \frac{4}{21} \times \frac{2}{3}\triangle ABC$

$= \frac{8}{63} \times 126 = 16(cm^2)$ 답 $16\ cm^2$

16

(1) 원 Q가 $\triangle ABC$의 내접원일 때 최대이므로

$y = \frac{1}{2}(8+6-10) = 2$

$x = 8 - 2 = 6$

(2) (i) 원 Q가 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$와 접할 때, $0 \le x \le 6$

$x : 6 = y : 2$

$\therefore y = \frac{1}{3}x$

(ii) 원 Q가 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$와 접할 때, $6 \le x \le 10$

$(10 - x) : 4 = y : 2$

$\therefore y = -\frac{1}{2}x + 5$

(3) $\frac{3}{2} = \frac{1}{3}x$에서 $x = \frac{9}{2}$

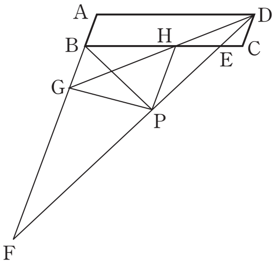
$\frac{3}{2} = -\frac{1}{2}x + 5$에서 $x = 7$

답 (1) $x=6$, $y=2$

(2) $0 \le x \le 6$일 때 $y = \frac{1}{3}x$, $6 \le x \le 10$일 때 $y = -\frac{1}{2}x + 5$

(3) $\frac{9}{2}$, 7

17



(1) $\overline{CD} /\!/ \overline{BG}$에서 $\triangle CDH \backsim \triangle BGH$이므로

$\overline{CD} : \overline{BG} = \overline{CH} : \overline{BH} = 3 : 4$

$\overline{HE} = x$ cm라 하면, $\overline{BH} = 2\overline{HE}$에서

$\overline{BH} = 2x$ cm, $\overline{CH} = (2+x)$cm이다.

$3 : 4 = (2+x) : 2x$

$6x = 4(2+x)$ $\quad\therefore x = 4$

$\therefore \overline{BE} = \overline{BH} + \overline{HE} = 8 + 4 = 12(cm)$

(2) ① 점 H와 P를 연결하여

$\triangle BGH = \triangle BGP$가 되려면 $\overline{HP} /\!/ \overline{BG}$이다.

$\therefore \overline{EP} : \overline{PF} = \overline{EH} : \overline{HB} = 1 : 2$

② $\overline{BF} /\!/ \overline{CD}$이므로

$\overline{BF} : \overline{BE} = \overline{CD} : \overline{CE}$

$\overline{BF} : 12 = 3 : 2$ $\quad\therefore \overline{BF} = 18(cm)$

$\overline{GF} = \overline{BF} - \overline{BG} = 18 - 4 = 14(cm)$

$\triangle HPE \backsim \triangle BFE$에서 닮음비가 $1 : 3$이므로

$\triangle BFE = 9\triangle HPE$

$\overline{FG} : \overline{GB} = 14 : 4 = 7 : 2$이므로

$\triangle GFP = \frac{7}{9}\triangle BFP$

$= \frac{7}{9} \times \frac{2}{3}\triangle BFE$

$= \frac{14}{27} \times 9\triangle HPE$

$= \frac{14}{3}\triangle HPE$

$\therefore \triangle GFP : \triangle HPE = 14 : 3$

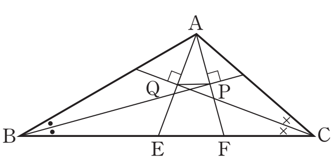
답 (1) 12 cm (2) ① $1 : 2$ ② $14 : 3$

18

● A-solution ●

$\overline{AQ}$의 연장선과 $\overline{BC}$의 교점을 E라 하면 $\triangle CQA \equiv \triangle CQE$이다.

$\overline{AQ}$, $\overline{AP}$의 연장선을 그려 $\overline{BC}$와의 교점을 각각 E, F라고 하면



$\triangle$CQA와 $\triangle$CQE에서

$\angle$QCA$=\angle$QCE, $\overline{\text{CQ}}$는 공통,

$\angle$CQA$=\angle$CQE$=90°$이므로

$\triangle$CQA$\equiv\triangle$CQE(ASA 합동)

$\therefore\ \overline{\text{AQ}}=\overline{\text{QE}}$

또, $\triangle$ABP$\equiv\triangle$FBP(ASA 합동)이므로 $\overline{\text{AP}}=\overline{\text{PF}}$

$\triangle$AEF에서 $\overline{\text{AQ}}=\overline{\text{QE}}$, $\overline{\text{AP}}=\overline{\text{PF}}$이므로 $\overline{\text{PQ}}=\frac{1}{2}\overline{\text{EF}}$

$\overline{\text{AB}}=\overline{\text{FB}}$에서 $\overline{\text{FC}}=a-c$,

$\overline{\text{AC}}=\overline{\text{EC}}$에서 $\overline{\text{BE}}=a-b$이므로

$\overline{\text{EF}}=a-(a-b)-(a-c)=b+c-a$

$\therefore\ \overline{\text{PQ}}=\frac{1}{2}(b+c-a)$ 답 $\frac{1}{2}(b+c-a)$

19

두 삼각뿔의 부피의 비가 125 : 8이므로 닮음비는 5 : 2이다.

(1) 높이의 비는 닮음비와 같으므로

$\overline{\text{OH}}:\overline{\text{OH}'}=5:2$

$10:\overline{\text{OH}'}=5:2$ $\therefore\ \overline{\text{OH}'}=4(\text{cm})$

(2) (삼각뿔 O−DEF의 부피)$=\frac{1}{3}\times150\times4=200(\text{cm}^3)$

(삼각뿔 O−DEF의 부피) : (삼각뿔대 DEF−ABC의 부피)

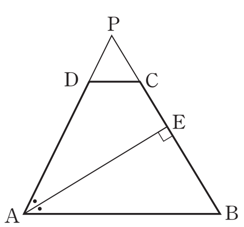
$=8:(125-8)=8:117$

200 : (삼각뿔대 DEF−ABC의 부피)$=8:117$

$\therefore$ (삼각뿔대 DEF−ABC의 부피)$=2925(\text{cm}^3)$

답 (1) 4 cm (2) 2925 cm^3

20



$\overline{\text{AD}}$의 연장선과 $\overline{\text{BC}}$의 연장선의 교점을 P라 하면 $\triangle$ABP는 이등변삼각형이 되므로 $\overline{\text{PE}}=\overline{\text{EB}}$이다.

$\therefore\ \triangle\text{APE}=\triangle\text{ABE}=20\ \text{cm}^2$

또, $\overline{\text{PE}}=\overline{\text{BE}}$이고, $\overline{\text{BE}}=2\overline{\text{CE}}$이므로

$\overline{\text{CE}}=\overline{\text{PC}}=\frac{1}{2}\overline{\text{BE}}$

$\triangle$PDC$\backsim\triangle$PAB이고 닮음비는 1 : 4이다.

$\triangle\text{PAB}=2\triangle\text{ABE}=40(\text{cm}^2)$

$\triangle$PDC : $\triangle$PAB$=1:16$이므로

$\triangle$PAB : $\square$ABCD$=16:(16-1)=16:15$

$40:\square\text{ABCD}=16:15$

$\therefore\ \square\text{ABCD}=\frac{75}{2}(\text{cm}^2)$ 답 $\frac{75}{2}\ \text{cm}^2$

21

(1) $\overline{\text{BF}}\,/\!/\,\overline{\text{DG}}$이므로

$\overline{\text{FG}}:\overline{\text{GC}}=\overline{\text{BD}}:\overline{\text{DC}}=2:3=6:9$

$\overline{\text{AF}}:\overline{\text{FG}}=\overline{\text{AE}}:\overline{\text{ED}}=5:3=10:6$

$\overline{\text{AF}}:\overline{\text{FG}}:\overline{\text{GC}}=10:6:9$

$\therefore\ \overline{\text{FG}}:\overline{\text{AC}}=6:25$

(2) $\overline{\text{AF}}:\overline{\text{AC}}=10:25=2:5$

$\overline{\text{AE}}:\overline{\text{AD}}=5:8$

$\overline{\text{DC}}:\overline{\text{BC}}=3:5$

$$\begin{aligned}\therefore\ \triangle\text{AEF}&=\frac{2}{5}\triangle\text{AEC}\\&=\frac{2}{5}\times\frac{5}{8}\triangle\text{ADC}\\&=\frac{1}{4}\times\frac{3}{5}\triangle\text{ABC}\\&=\frac{3}{20}\triangle\text{ABC}\end{aligned}$$

$\therefore\ \triangle\text{AEF}:\triangle\text{ABC}=3:20$

(3) $\overline{\text{AC}}:\overline{\text{FC}}=25:15=5:3$이므로

$\triangle\text{FBC}=\frac{3}{5}\triangle\text{ABC}$

$\overline{\text{BD}}:\overline{\text{BC}}=2:5$이므로

$\triangle\text{ABD}=\frac{2}{5}\triangle\text{ABC}$

$\overline{\text{AC}}:\overline{\text{GC}}=25:9$, $\overline{\text{BC}}:\overline{\text{DC}}=5:3$이므로

$$\begin{aligned}\triangle\text{GDC}&=\frac{9}{25}\times\frac{3}{5}\triangle\text{ABC}\\&=\frac{27}{125}\triangle\text{ABC}\end{aligned}$$

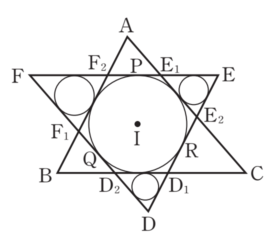
$$\begin{aligned}\therefore\ \triangle\text{FBC}:\triangle\text{ABD}:\triangle\text{GDC}&=\frac{3}{5}:\frac{2}{5}:\frac{27}{125}\\&=75:50:27\end{aligned}$$

답 (1) 6 : 25 (2) 3 : 20 (3) 75 : 50 : 27

22

● A-solution ●

$a+b+c\neq0$이면 $\frac{d}{a}=\frac{e}{b}=\frac{f}{c}=\frac{d+e+f}{a+b+c}$



$\triangle DD_1D_2 \backsim \triangle DEF$이므로

$$\frac{a}{r}=\frac{\overline{DD_2}}{\overline{DF}}=\frac{\overline{DD_1}}{\overline{DE}}=\frac{\overline{D_1D_2}}{\overline{EF}}=\frac{\overline{DD_2}+\overline{DD_1}+\overline{D_1D_2}}{\overline{DF}+\overline{DE}+\overline{EF}}$$

$$=\frac{\overline{DQ}+\overline{DR}}{\overline{DF}+\overline{DE}+\overline{EF}}$$

또, $\triangle EE_1E_2 \backsim \triangle EFD$이므로

$$\frac{b}{r}=\frac{\overline{EE_2}}{\overline{ED}}=\frac{\overline{EE_1}}{\overline{EF}}=\frac{\overline{E_1E_2}}{\overline{FD}}=\frac{\overline{EE_2}+\overline{EE_1}+\overline{E_1E_2}}{\overline{DF}+\overline{DE}+\overline{EF}}$$

$$=\frac{\overline{ER}+\overline{EP}}{\overline{DF}+\overline{DE}+\overline{EF}}$$

같은 방법으로 $\triangle FF_1F_2 \backsim \triangle FDE$이므로

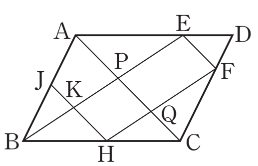
$$\frac{c}{r}=\frac{\overline{FP}+\overline{FQ}}{\overline{DF}+\overline{DE}+\overline{EF}}$$

$$\therefore \frac{a+b+c}{r}=\frac{\overline{DQ}+\overline{DR}}{\overline{DF}+\overline{DE}+\overline{EF}}+\frac{\overline{ER}+\overline{EP}}{\overline{DF}+\overline{DE}+\overline{EF}}+\frac{\overline{FP}+\overline{FQ}}{\overline{DF}+\overline{DE}+\overline{EF}}=1$$

$\therefore r:(a+b+c)=1:1$

답 1 : 1

23



(1) $\overline{DE}:\overline{DA}=\overline{DF}:\overline{DC}$

$=\overline{EF}:\overline{AC}=1:3$

$\overline{AC}$와 $\overline{BE}$, $\overline{HF}$의 교점을 각각 P, Q라 하면

$\overline{EF} /\!/ \overline{PQ}$, $\overline{EP} /\!/ \overline{FQ}$이므로

$\overline{EF}:\overline{PQ}=1:1$

$\triangle APE \backsim \triangle CPB$에서

$\overline{AP}:\overline{CP}=\overline{AE}:\overline{CB}=2:3$

$\therefore \overline{AP}:\overline{PQ}:\overline{QC}=\frac{2}{5}:\frac{1}{3}:\left(\frac{3}{5}-\frac{1}{3}\right)$

$=6:5:4$

$\overline{QH} /\!/ \overline{PB}$이므로

$\overline{BH}:\overline{HC}=\overline{PQ}:\overline{QC}=5:4$

(2) $\overline{JH} /\!/ \overline{AC}$이므로

$\overline{AJ}:\overline{JB}=\overline{CH}:\overline{HB}=4:5$

(3) □ABCD의 넓이를 1이라고 하면

$\triangle ABC=\frac{1}{2}$

$\triangle ABP=\frac{2}{5}\triangle ABC=\frac{2}{5}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{5}$

$\triangle BKJ=\left(\frac{5}{9}\right)^2\times\triangle ABP=\frac{25}{81}\times\frac{1}{5}=\frac{5}{81}$

$\triangle ABE=\frac{2}{3}\triangle ABD=\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{3}$

$\square AJKE=\triangle ABE-\triangle BKJ=\frac{1}{3}-\frac{5}{81}=\frac{22}{81}$

$\triangle ABE \backsim \triangle CFH$에서 닮음비가 3 : 2이므로

$\triangle CFH=\left(\frac{2}{3}\right)^2\times\triangle ABE=\frac{4}{9}\times\frac{1}{3}=\frac{4}{27}$

$\overline{PQ}:\overline{QC}=5:4$이므로

$\square EKHF=2\triangle PHF=2\times\frac{5}{4}\triangle CFH$

$=\frac{5}{2}\times\frac{4}{27}=\frac{10}{27}$

$\therefore \triangle BKJ:\square AJKE:\square EKHF=\frac{5}{81}:\frac{22}{81}:\frac{10}{27}$

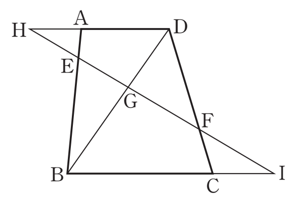
$=5:22:30$

답 (1) 5 : 4 (2) 4 : 5 (3) 5 : 22 : 30

24

단계별 풀이

STEP 1 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$, $\overline{EF}$의 연장선 긋기



$\overline{EF}$의 연장선이 $\overline{AD}$의 연장선, $\overline{BC}$의 연장선과 만나는 점을 각각 H, I라 하자.

STEP 2 $\overline{HD}$와 $\overline{IC}$, $\overline{HA}$와 $\overline{IB}$의 길이를 문자를 사용해 나타내기

$\triangle HFD \backsim \triangle IFC$이므로

$\overline{HD}:\overline{IC}=\overline{DF}:\overline{CF}=7:3$에서 $\overline{HD}=7k$, $\overline{IC}=3k$라 하고,

$\triangle HEA \backsim \triangle IEB$이므로

$\overline{HA}:\overline{IB}=\overline{AE}:\overline{BE}=1:4$에서 $\overline{HA}=l$, $\overline{IB}=4l$이라 하자.

STEP 3 k와 l 사이의 관계식 구하기

$\overline{AD}=\overline{HD}-\overline{HA}=7k-l$

$\overline{BC}=\overline{BI}-\overline{CI}=4l-3k$

$\overline{AD}:\overline{BC}=3:5$이므로

$(7k-l):(4l-3k)=3:5$

$3(4l-3k)=5(7k-l)$에서 $k=\frac{17}{44}l$

STEP 4 $\overline{BG}$의 길이 구하기

$\triangle HGD \backsim \triangle IGB$에서

$\overline{DG}:\overline{BG}=\overline{HD}:\overline{IB}=7k:4l$

$=\left(7\times\frac{17}{44}l\right):4l=119:176$

$x : \overline{BG}=119 : 176$

$\therefore \overline{BG}=\dfrac{176}{119}x$ 　　　답 $\dfrac{176}{119}x$

25

(1) $\triangle AEM \backsim \triangle CDM$이므로

$\overline{AE} : \overline{CD}=\overline{AM} : \overline{CM}=1 : 3$

$\overline{AE}=\dfrac{1}{3}\overline{CD}=\dfrac{1}{3}\overline{AB}$

$\overline{EB}=\dfrac{2}{3}\overline{AB}$

$\therefore \overline{AE} : \overline{EB}=\dfrac{1}{3}\overline{AB} : \dfrac{2}{3}\overline{AB}=1 : 2$

$\therefore \overline{AE}=\dfrac{1}{2}\overline{EB}$

(2) $\triangle AEM$과 $\triangle BEO$에서

$\overline{AE} : \overline{BE}=1 : 2$, $\overline{AM} : \overline{BO}=\overline{AM} : \overline{AO}=1 : 2$,

$\angle EAM=\angle EBO=45^\circ$이므로

$\triangle AEM \backsim \triangle BEO$(SAS 닮음)

$\therefore \overline{EM} : \overline{EO}=1 : 2$

$\therefore \dfrac{\overline{EO}}{\overline{EM}}=2$

(3) $\triangle CDM \backsim \triangle AEM \backsim \triangle BEO$이므로

$\triangle CDM$과 $\triangle BEO$의 닮음비는

$\overline{CD} : \overline{BE}=\overline{AB} : \overline{BE}=3 : 2$

$\triangle CDM : \triangle BEO=3^2 : 2^2=9 : 4$

$\therefore \triangle CDM=\dfrac{9}{4}\triangle BEO$ 　　　답 (1) $\dfrac{1}{2}$배 (2) 2 (3) $\dfrac{9}{4}$배

26

$\overline{AG} : \overline{GC}=\overline{BE} : \overline{EC}=8 : 17$

$\overline{AF} : \overline{FC}=\overline{AD} : \overline{DB}=13 : 12$

$\therefore \overline{AG} : \overline{GF} : \overline{FC}=8 : 5 : 12$

$\overline{PD} : \overline{PF}=\overline{AG} : \overline{GF}=8 : 5$

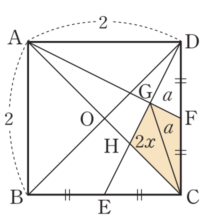
$\triangle PFE$와 $\triangle PFG$의 밑변을 $\overline{PF}$라 하면 높이의 비는

$\overline{PE} : \overline{PG}=\overline{FC} : \overline{FG}=12 : 5$

$\therefore \triangle PDE : \triangle PFG=(8\times12) : (5\times5)$

$=96 : 25$ 　　　답 96 : 25

27



$\triangle GFD=a$라 하면 $\triangle CFG=a$

점 H는 $\triangle DBC$의 무게중심이므로 $\overline{CH} : \overline{HO}=2 : 1$

$\overline{AO}=\overline{CO}$이므로 $\overline{AH} : \overline{HC}=2 : 1$

$\triangle GHC=2x$라 하면

$\triangle AHG=4x$, $\triangle DHC=2a+2x$

$\therefore \triangle AHD=4a+4x(\because \overline{AH} : \overline{HC}=2 : 1)$

$\therefore \triangle AGD=4a$

이때 $\triangle AFD=\dfrac{1}{4}\square ABCD$이므로

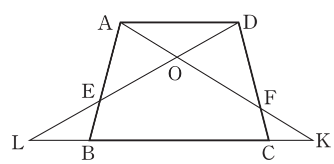
$5a=\dfrac{1}{4}\times2\times2=1$ 　　$\therefore a=\dfrac{1}{5}$

또, $\triangle ACF$도 $\square ABCD$의 넓이의 $\dfrac{1}{4}$이므로

$4x+2x+a=1$ 　　$\therefore x=\dfrac{2}{15}$

$\therefore \square CFGH=2x+a=\dfrac{4}{15}+\dfrac{1}{5}=\dfrac{7}{15}$ 　　　답 $\dfrac{7}{15}$

28



(1) $\overline{AF}$, $\overline{DE}$의 연장선이 변 BC의 연장선과 만나는 점을 각각 K, L이라 하자.

$\overline{AD}=2a$라 하면 $\overline{BC}=3a$

$\overline{AD} : \overline{CK}=3 : 1$에서 $\overline{CK}=\dfrac{2}{3}a$

$\overline{AD} : \overline{LB}=2 : 1$에서 $\overline{LB}=a$

$\therefore \overline{LK}=\overline{LB}+\overline{BC}+\overline{CK}=\dfrac{14}{3}a$

$\overline{AO} : \overline{OK}=2a : \dfrac{14}{3}a=3 : 7=6 : 14$,

$\overline{AF} : \overline{FK}=3 : 1=15 : 5$이므로

$\overline{AO} : \overline{OF} : \overline{FK}=6 : 9 : 5$

$\therefore \dfrac{\overline{AO}}{\overline{OF}}=\dfrac{6}{9}=\dfrac{2}{3}$

(2) $\overline{LE} : \overline{ED}=1 : 2=10 : 20$,

$\overline{LO} : \overline{OD}=7 : 3=21 : 9$이므로

$\overline{LE} : \overline{EO} : \overline{OD}=10 : 11 : 9$

$\triangle OAE : \triangle AOD=11 : 9$에서

$\triangle OAE=\dfrac{11}{9}\triangle AOD$

$\triangle OFD : \triangle AOD=3 : 2$에서

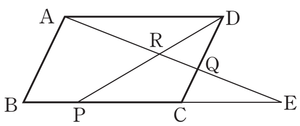
$\triangle OFD=\dfrac{3}{2}\triangle AOD$

$\therefore \triangle OAE : \triangle OFD = \frac{11}{9}\triangle AOD : \frac{3}{2}\triangle AOD$

$= 22 : 27$

답 (1) $\frac{2}{3}$ (2) $22 : 27$

29



$\overline{BC}$의 연장선과 $\overline{AQ}$의 연장선의 교점을 E라 하면

$\overline{CE} : \overline{DA} = \overline{CQ} : \overline{DQ} = 2 : 3$,

$\overline{PC} : \overline{BC} = \overline{PC} : \overline{AD} = 2 : 3$이므로

$\overline{AD} : \overline{EP} = 3 : 4$

$\therefore \triangle ARD = \frac{9}{16}\triangle PER$

$\overline{AQ} : \overline{QE} = 3 : 2 = 21 : 14$

$\overline{AR} : \overline{RE} = 3 : 4 = 15 : 20$

$\therefore \overline{AR} : \overline{RQ} : \overline{QE} = 15 : 6 : 14$

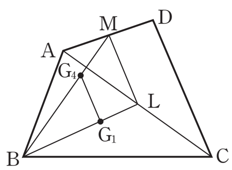
$\triangle CQE = \frac{7}{10}\triangle RCE = \frac{7}{20}\triangle PER$이므로

$\square PCQR = \triangle PER - \triangle CQE = \frac{13}{20}\triangle PER$

$\therefore \triangle ARD : \square PCQR = \frac{9}{16} : \frac{13}{20} = 45 : 52$ 답 $45 : 52$

30

(1)



$\overline{BG_1}$의 연장선과 $\overline{AC}$의 교점을 L,

$\overline{BG_4}$의 연장선과 $\overline{AD}$의 교점을 M이라 하면

$\triangle ACD$에서 점 L, M은 각각 $\overline{AC}$, $\overline{AD}$의 중점이므로

$\overline{LM} = \frac{1}{2}\overline{CD}$ ……①

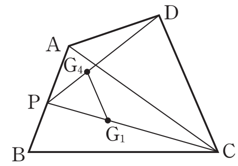
또, $\triangle BLM$에서

$\overline{BG_1} : \overline{BL} = \overline{G_1G_4} : \overline{LM} = 2 : 3$이므로

$\overline{G_1G_4} = \frac{2}{3}\overline{LM}$ ……②

①, ②에서 $\overline{G_1G_4} = \frac{2}{3} \times \frac{1}{2}\overline{CD} = \frac{1}{3}\overline{CD} = \frac{8}{3}$(cm)

다른풀이



변 AB의 중점을 P라고 하면

$\overline{PG_1} : \overline{G_1C} = \overline{PG_4} : \overline{G_4D} = 1 : 2$이므로

$\overline{G_1G_4} : \overline{CD} = \overline{PG_1} : \overline{PC}$

$\overline{G_1G_4} : 8 = 1 : 3$ $\therefore \overline{G_1G_4} = \frac{8}{3}$(cm)

(2) $\overline{G_2G_3} /\!/ \overline{BA}$, $\overline{G_4G_3} /\!/ \overline{BC}$

$\therefore \angle G_2G_3G_4 = \angle B$

(3) $\square ABCD$와 $\square G_2G_3G_4G_1$에서

$\overline{AB} : \overline{G_2G_3} = \overline{BC} : \overline{G_3G_4}$

$= \overline{CD} : \overline{G_4G_1}$

$= \overline{DA} : \overline{G_1G_2} = 3 : 1$

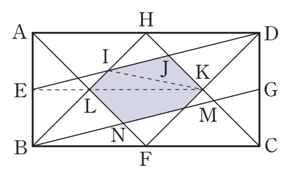
$\therefore (\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DA}) : (\overline{G_2G_3} + \overline{G_3G_4} + \overline{G_4G_1} + \overline{G_1G_2})$

$= 3 : 1$

따라서 $\square ABCD$의 둘레의 길이는 $\square G_1G_2G_3G_4$의 둘레의 길이의 3배이다.

답 (1) $\frac{8}{3}$ cm (2) $\angle B$ (3) 3배

31



(1) $\triangle ELI \backsim \triangle DHI$에서 $\overline{LI} : \overline{HI} = 1 : 2$이고

점 L은 $\overline{BH}$의 중점이므로

$\overline{BL} : \overline{LI} : \overline{IH} = 3 : 1 : 2$

또, $\overline{CM} : \overline{MJ} : \overline{JH} = 2 : 2 : 1$이고 $\overline{BH} = \overline{CH}$이다.

$\therefore \overline{HI} : \overline{HJ} = \frac{1}{3}\overline{BH} : \frac{1}{5}\overline{CH} = 5 : 3$

(2) $\overline{JK} = \frac{1}{2}\overline{CH} - \frac{1}{5}\overline{CH} = \frac{3}{10}\overline{CH}$

$\therefore \overline{HJ} : \overline{JK} = \frac{1}{5}\overline{CH} : \frac{3}{10}\overline{CH} = 2 : 3$

$\overline{HL} = \overline{HK}$이고 $\overline{HI} : \overline{IL} = 2 : 1$이므로

$\triangle HIK : \triangle HLK = 2 : 3$,

$\triangle HIJ : \triangle HIK = 2 : 5$,

$\square HLFK = \frac{9}{2}$(cm^2)

$\therefore \triangle HIJ = \frac{2}{5}\triangle HIK = \frac{2}{5}\times\frac{2}{3}\triangle HLK$

$= \frac{2}{5}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}\square HLFK$

$= \frac{2}{5}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}\times\frac{9}{2} = \frac{3}{5}(\text{cm}^2)$

$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)$=\square HLFK - 2\triangle HIJ$

$= \frac{9}{2} - 2\times\frac{3}{5}$

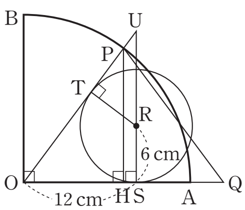
$= \frac{33}{10}(\text{cm}^2)$

답 (1) 5 : 3 (2) $\frac{33}{10}$ cm^2

32

단계별 풀이

STEP 1 $\overline{TU}$, $\overline{UR}$의 길이 구하기



점 T와 R를 연결하고 $\overline{TU}=x$ cm, $\overline{UR}=y$ cm라 하자.

$\triangle UTR \backsim \triangle USO$이므로

$\overline{TU} : \overline{SU} = \overline{TR} : \overline{SO}$에서

$x : (y+6) = 6 : 12$

$y = 2x-6$ ……①

또, $\overline{UR} : \overline{UO} = \overline{TR} : \overline{SO}$에서

$y : (12+x) = 6 : 12$

$2y = 12+x$ ……②

①, ②에서 $x=8$, $y=10$

$\therefore \overline{TU}=8$ cm, $\overline{UR}=10$ cm

STEP 2 $\overline{PH}$, $\overline{OH}$의 길이 구하기

점 P에서 $\overline{OQ}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\triangle POH \backsim \triangle URT$이므로

$\overline{PO} : \overline{UR} = \overline{PH} : \overline{UT}$에서

$18 : 10 = \overline{PH} : 8$ $\quad\therefore \overline{PH} = 14.4$(cm)

$\overline{OH} : \overline{RT} = \overline{PO} : \overline{UR}$에서

$\overline{OH} : 6 = 18 : 10$ $\quad\therefore \overline{OH} = 10.8$(cm)

STEP 3 $\triangle POQ$의 넓이 구하기

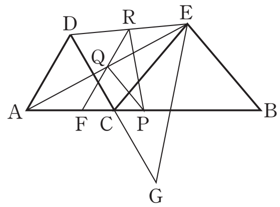
이때 $\overline{PO} = \overline{PQ}$에서 $\triangle POQ$는 이등변삼각형이므로

$\overline{OH} = \overline{HQ}$이다.

$\therefore \triangle POQ = \frac{1}{2}\times 21.6\times 14.4 = 155.52(\text{cm}^2)$

답 155.52 cm^2

33



$\overline{RQ}$의 연장선과 $\overline{AB}$의 교점을 F라 하면

$\overline{DR}=\overline{RE}$, $\overline{AQ}=\overline{QE}$에서

$\overline{DA} /\!/ \overline{RQ}$, $\overline{DA}=2\overline{RQ}$이므로

$\angle RFB = \angle DAF = 60^\circ$

$\overline{AQ}=\overline{QE}$, $\overline{AP}=\overline{PB}$에서

$\overline{QP} /\!/ \overline{EB}$, $\overline{EB}=2\overline{QP}$이므로

$\angle QPA = \angle EBA = \frac{1}{2}(180^\circ - 80^\circ) = 50^\circ$

$\therefore \angle RQP = 60^\circ + 50^\circ = 110^\circ$ ……①

$\overline{CD}=\overline{CG}$가 되도록 $\overline{CD}$의 연장선 위에 점 G를 잡으면

$\triangle EDC = \triangle ECG$이다.

$\angle ECG = \angle ECB + \angle BCG$

$= 50^\circ + 60^\circ = 110^\circ$ ……②

①, ②에서 $\angle ECG = \angle PQR$,

$\overline{EC} : \overline{PQ} = \overline{EB} : \overline{PQ} = 2 : 1$,

$\overline{CG} : \overline{QR} = \overline{AD} : \overline{QR} = 2 : 1$이므로

$\triangle ECG \backsim \triangle PQR$(SAS 닮음)이다.

$\therefore \triangle PQR : \triangle DCE = \triangle PQR : \triangle ECG = 1 : 4$

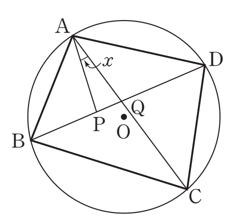
따라서 $\triangle PQR$의 넓이는 $\triangle DCE$의 넓이의 $\frac{1}{4}$배이다.

답 $\frac{1}{4}$배

34

A-solution

점 O가 삼각형 ABC의 외심일 때, $\angle ABC = \frac{1}{2}\angle AOC$이다.



$\angle PAQ = \angle x$라 하면 $\angle BAP = \angle DAQ = 2\angle x$이다.

$\angle BAC = \angle BAP + \angle PAQ = \angle DAQ + \angle PAQ$

$= \angle PAD$

원의 중심을 점 O라 하면

$\angle BCA = \frac{1}{2}\angle BOA$이고 $\angle BDA = \frac{1}{2}\angle BOA$이므로

$\angle BCA = \angle PDA$이다.

$\therefore$ $\triangle ABC \backsim \triangle APD$(AA 닮음)

$\overline{BC} : \overline{PD} = \overline{AC} : \overline{AD}$에서

$\overline{PD} \times \overline{AC} = \overline{BC} \times \overline{AD}$ ……①

또, $\angle BAP = \angle CAD$,

$\angle ABD = \frac{1}{2}\angle AOD$이고 $\angle ACD = \frac{1}{2}\angle AOD$이므로

$\angle ABP = \angle ACD$이다.

$\therefore$ $\triangle ABP \backsim \triangle ACD$(AA 닮음)

$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BP} : \overline{CD}$에서

$\overline{AC} \times \overline{BP} = \overline{AB} \times \overline{CD}$ ……②

①과 ②의 양변을 각각 더하면

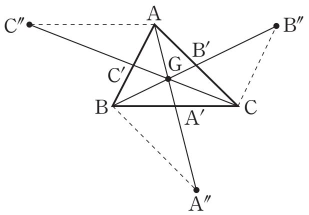
$\overline{AC}(\overline{BP} + \overline{PD}) = \overline{AB} \times \overline{CD} + \overline{BC} \times \overline{AD}$

$\therefore$ $\overline{AC} \times \overline{BD} = a \times c + b \times d$

$= ac + bd$

답 $ac+bd$

35



$\overline{AA'}$, $\overline{BB'}$, $\overline{CC'}$의 교점을 G라 하면 점 G는 $\triangle ABC$의 무게중심이다.

$\triangle GAB$에서

$\frac{2}{3}\overline{AA'} + \frac{2}{3}\overline{BB'} > \overline{AB}$ ……①

$\triangle GBC$에서

$\frac{2}{3}\overline{BB'} + \frac{2}{3}\overline{CC'} > \overline{BC}$ ……②

$\triangle GCA$에서

$\frac{2}{3}\overline{CC'} + \frac{2}{3}\overline{AA'} > \overline{CA}$ ……③

①+②+③을 하면

$\frac{4}{3}(\overline{AA'} + \overline{BB'} + \overline{CC'}) > \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA}$

$\therefore$ $\overline{AA'} + \overline{BB'} + \overline{CC'} > \frac{3}{4}k$ ……㉠

$\triangle ABC$에서 점 A가 점 A′에 대하여 대칭인 점을 A″, 점 B가 점 B′에 대하여 대칭인 점을 B″, 점 C가 점 C′에 대하여 대칭인 점을 C″이라 하면

$\triangle ABA''$에서 $\overline{AB} + \overline{BA''} > \overline{AA''}$

$\triangle BA''A'$과 $\triangle CAA'$에서

$\overline{BA'} = \overline{CA'}$, $\overline{A''A'} = \overline{AA'}$,

$\angle BA'A'' = \angle CA'A$이므로

$\triangle BA''A' \equiv \triangle CAA'$(SAS 합동)이다.

$\overline{BA''} = \overline{CA}$이므로

$\overline{AB} + \overline{BA''} = \overline{AB} + \overline{CA} > \overline{AA''}$ ……④

마찬가지 방법으로

$\triangle BCB''$에서

$\overline{BC} + \overline{CB''} = \overline{BC} + \overline{AB} > \overline{BB''}$ ……⑤

$\triangle CAC''$에서

$\overline{CA} + \overline{AC''} = \overline{CA} + \overline{BC} > \overline{CC''}$ ……⑥

④+⑤+⑥을 하면

$2(\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA}) > \overline{AA''} + \overline{BB''} + \overline{CC''}$

$2k > 2(\overline{AA'} + \overline{BB'} + \overline{CC'})$

$\therefore$ $\overline{AA'} + \overline{BB'} + \overline{CC'} < k$ ……㉡

㉠, ㉡에서 $\frac{3}{4}k < \overline{AA'} + \overline{BB'} + \overline{CC'} < k$

답 $\frac{3}{4}k < \overline{AA'} + \overline{BB'} + \overline{CC'} < k$

IV 피타고라스 정리

STEP C 필수체크문제

본문 P. 132~136

01 ①, ⑤ **02** 28 cm **03** 117 **04** 12, 13 **05** 12
06 10 cm **07** ④ **08** 1 cm^2 **09** 125
10 $\overline{AB}=\overline{CA}$인 이등변삼각형 **11** $\frac{17}{2}$ cm
12 72 **13** 36π **14** 3 **15** 111 **16** 28
17 120 cm^2 **18** 81 cm^2 **19** $\frac{32}{5}$ cm
20 28 cm

01 ❸ 직각삼각형 찾기와 삼각형의 변과 각 사이의 관계

① $2^2+2^2<4^2$ ② $3^2+4^2=5^2$ ③ $6^2+8^2>9^2$
④ $8^2+9^2>10^2$ ⑤ $5^2+10^2<13^2$
따라서 둔각삼각형인 것은 ①, ⑤이다. 답 ①, ⑤

02 ❹ 피타고라스 정리의 활용

카드의 가로, 세로의 길이를 각각 $3a$ cm, $4a$ cm라 하면
$(3a)^2+(4a)^2=10^2$, $25a^2=100$
$a^2=4$ $\therefore a=2(\because a>0)$
따라서 가로의 길이는 6 cm, 세로의 길이는 8 cm이므로 카드의 둘레의 길이는 $(6+8)\times2=28$(cm)이다. 답 28 cm

03 ❶ 피타고라스 정리

△ABC에서 $\overline{BC}^2=15^2-9^2=144$
$\therefore \overline{BC}=12(\because \overline{BC}>0)$
$\overline{BD}=\overline{CD}=6$이므로 △ABD에서 $\overline{AD}^2=9^2+6^2=117$
답 117

04 ❸ 직각삼각형 찾기와 삼각형의 변과 각 사이의 관계

삼각형이 되기 위한 조건에 의해 $11<x<19$
$x^2<8^2+11^2$에서 $x^2<185$
따라서 이를 만족시키는 자연수 x는 12, 13이다. 답 12, 13

05 ❶ 피타고라스 정리

△ABH에서 $\overline{BH}=3$이므로 $\overline{AH}^2=6^2-3^2=27$
점 G는 △ABC의 무게중심이므로 $\overline{AG}=2x$, $\overline{GH}=x$라 하면
$(2x+x)^2=27$ $\therefore x^2=3$
$\therefore \overline{AG}^2=(2x)^2=4x^2=4\times3=12$ 답 12

06 ❶ 피타고라스 정리

직각삼각형 ABO에서 $\overline{AO}=8$ cm, $\overline{BO}=6$ cm이므로
$\overline{AB}^2=8^2+6^2=100$ $\therefore \overline{AB}=10(cm)(\because \overline{AB}>0)$
답 10 cm

07 ❷ 피타고라스 정리의 확인

□EFGH$=68$이므로 $\overline{EH}^2=68$
△AEH에서 $\overline{AH}^2=68-8^2=4$ $\therefore \overline{AH}=2(\because \overline{AH}>0)$
$\therefore$ □ABCD$=\overline{AD}^2=(2+8)^2=100$ 답 ④

08 ❷ 피타고라스 정리의 확인

△ABE≡△BCF≡△CDG≡△DAH(RHS 합동)이므로
$\overline{EF}=\overline{FG}=\overline{GH}=\overline{HE}=\overline{BF}-\overline{BE}$
따라서 □EFGH는 정사각형이다.
△ABE에서
$\overline{BE}^2=5^2-4^2=9$이므로 $\overline{BE}=3$(cm)$(\because \overline{BE}>0)$이고,
$\overline{EF}=4-3=1$(cm)
$\therefore$ □EFGH$=1$(cm^2) 답 1 cm^2

09 ❹ 피타고라스 정리의 활용

△ABC와 △DBE의 닮음비가 2 : 1이므로 $\overline{DE}=\frac{1}{2}\overline{AC}=5$
$\therefore \overline{AE}^2+\overline{CD}^2=5^2+10^2=125$ 답 125

10 ❶ 피타고라스 정리

A(2, 2), B(−2, 0), C(0, −2)에서
$\overline{AB}^2=(-2-2)^2+(0-2)^2=20$
$\overline{BC}^2=(0+2)^2+(-2-0)^2=8$
$\overline{CA}^2=(2-0)^2+(2+2)^2=20$
따라서 △ABC는 $\overline{AB}=\overline{CA}$인 이등변삼각형이다.
답 $\overline{AB}=\overline{CA}$인 이등변삼각형

11 ❶ 피타고라스 정리

$\overline{AC}^2=8^2+15^2=289$ $\therefore \overline{AC}=17(cm)(\because \overline{AC}>0)$
이때 $\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$이므로 $\overline{OB}=\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{17}{2}$(cm)
답 $\frac{17}{2}$ cm

12 ❶ 피타고라스 정리

$\overline{BH}=\frac{(\text{아랫변의 길이})-(\text{윗변의 길이})}{2}=\frac{16-10}{2}=3$
△ABH가 직각삼각형이므로 $\overline{AH}^2=9^2-3^2=72$ 답 72

13 ❹ 피타고라스 정리의 활용

$S_3=\frac{1}{2}\times\pi\times6^2=18\pi$이고 $S_1+S_2=S_3$이므로
$S_1+S_2+S_3=2S_3=36\pi$ 답 36π

14 ❹ 피타고라스 정리의 활용

□OABC에서 $\overline{OB}^2=\overline{OD}^2=1^2+1^2=2$

□ODEC에서 $\overline{OE}^2=\overline{OF}^2=2+1^2=3$ 답 3

15 ❹ 피타고라스 정리의 활용

정사각형의 한 변의 길이를 x라 하면 $\overline{AB}=x$, $\overline{BC}=6x$

□ABCD$=x\times 6x=6x^2=18$ $\quad\therefore x^2=3$

$\therefore \overline{BD}^2=\overline{AB}^2+\overline{AD}^2=x^2+(6x)^2=37x^2=111$ 답 111

16 ❷ 피타고라스 정리의 확인

□ABCD가 정사각형이므로 $\overline{AB}=13(\because \overline{AB}>0)$

$\overline{CF}=13^2-5^2=144$이므로 $\overline{CF}=12(\because \overline{CF}>0)$

따라서 $\overline{GF}=12-5=7$이고 □EFGH가 정사각형이므로

□EFGH의 둘레의 길이는 $4\times 7=28$이다. 답 28

17 ❹ 피타고라스 정리의 활용

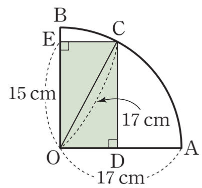
$\overline{OC}=\overline{OA}=17$ cm이고 △OCE에서

$\overline{CE}^2=17^2-15^2=64$

$\therefore \overline{CE}=8(\text{cm})(\because \overline{CE}>0)$

$\therefore$ □ODCE$=8\times 15=120(\text{cm}^2)$

답 120 cm^2



18 ❹ 피타고라스 정리의 활용

$\overline{AB}^2+\overline{AC}^2=18^2$이고 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로

$2\overline{AB}^2=324$ $\quad\therefore \overline{AB}^2=162$

$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)$=\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 162=81(\text{cm}^2)$

답 81 cm^2

19 ❷ 피타고라스 정리의 확인

$\overline{BC}^2=8^2+6^2=100$ $\quad\therefore \overline{BC}=10(\text{cm})(\because \overline{BC}>0)$

□ADEB$=$□BFML이므로 $8^2=10\times\overline{BL}$

$\therefore \overline{BL}=\frac{32}{5}(\text{cm})$ 답 $\frac{32}{5}$ cm

20 ❶ 피타고라스 정리

$\overline{CD}^2=20^2-16^2=144$ $\quad\therefore \overline{CD}=12(\text{cm})(\because \overline{CD}>0)$

$\overline{AD}^2=\left(\frac{25}{2}\right)^2-12^2=\frac{49}{4}$ $\quad\therefore \overline{AD}=\frac{7}{2}(\text{cm})(\because \overline{AD}>0)$

따라서 △ADC의 둘레의 길이는 $\frac{7}{2}+12+\frac{25}{2}=28(\text{cm})$이다.

답 28 cm

STEP B 내신만점문제

본문 P. 137~142

01 5 cm **02** $\frac{49}{8}\pi$ cm^2 **03** 656 **04** 77 cm^2

05 13 cm **06** 24 cm^2 **07** ② **08** $\frac{49}{2}$

09 $\frac{18}{5}$ cm **10** 18 **11** 507 cm^2

12 $\frac{13}{2}$ cm **13** (1) 5 cm (2) 17 cm (3) 100 cm^2

14 60 **15** 225 : 128 **16** $\frac{15}{2}$ cm

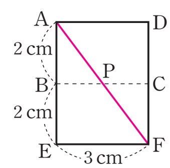
17 (1) $\frac{9}{2}$ (2) 45 **18** $\frac{18}{5}$

01

선이 지나는 부분의 전개도는 오른쪽 그림과 같고 구하는 최단 거리는 $\overline{AF}$의 길이와 같다.

$\overline{AF}^2=4^2+3^2=25$

$\therefore \overline{AF}=5(\text{cm})(\because \overline{AF}>0)$ 답 5 cm



02

$\overline{AC}$를 지름으로 하는 반원의 넓이는

$\frac{1}{2}\times\pi\times\left(\frac{5}{2}\right)^2=\frac{25}{8}\pi(\text{cm}^2)$

따라서 구하는 반원의 넓이는

$3\pi+\frac{25}{8}\pi=\frac{49}{8}\pi(\text{cm}^2)$이다. 답 $\frac{49}{8}\pi$ cm^2

03

$\overline{AD}^2=\overline{BD}\times\overline{CD}$이므로 $8^2=x\times 4$ $\quad\therefore x=16$

$y^2=8^2+16^2=320$, $z^2=8^2+4^2=80$

$\therefore x^2+y^2+z^2=16^2+320+80=656$ 답 656

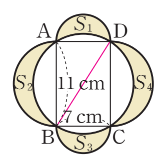
04

$S_1+S_2+S_3+S_4=\triangle ABD+\triangle BCD$

$=$□ABCD

$=11\times 7$

$=77(\text{cm}^2)$ 답 77 cm^2



05

□ABCD$=9$ cm^2이므로 $\overline{BC}=3(\text{cm})(\because \overline{BC}>0)$

□ECGF$=16$ cm^2이므로 $\overline{CG}=4(\text{cm})(\because \overline{CG}>0)$

□HGJI$=25$ cm^2이므로 $\overline{GJ}=5(\text{cm})(\because \overline{GJ}>0)$

$\overline{BI}^2=12^2+5^2=169$ $\quad\therefore \overline{BI}=13(\text{cm})(\because \overline{BI}>0)$

답 13 cm

06

$\overline{BC}^2=15^2-12^2=81 \qquad \therefore \overline{BC}=9(\text{cm})(\because \overline{BC}>0)$

$\overline{BD}:\overline{CD}=\overline{AB}:\overline{AC}=5:4$이므로 $\overline{DC}=9\times\frac{4}{9}=4(\text{cm})$

$\therefore \triangle ADC=\frac{1}{2}\times4\times12=24(\text{cm}^2)$ 답 24 cm^2

07

$\overline{AB}^2=3^2+4^2=25,\ \overline{AC}^2=3^2+3^2=18,\ \overline{BC}^2=49$

$49>18+25=43$이므로 $\overline{BC}^2>\overline{AB}^2+\overline{AC}^2$

$\therefore \angle x>90°$ 답 ②

08

$\overline{OA}=\overline{AB}=x$라 하면

$\overline{OB}^2=x^2+x^2=2x^2,\ \overline{OC}^2=2x^2+x^2=3x^2$

$\overline{OD}^2=3x^2+x^2=4x^2,\ \overline{OE}^2=4x^2+x^2=5x^2$

$\overline{OF}^2=5x^2+x^2=6x^2=294,\ x^2=49 \qquad \therefore x=7(\because x>0)$

$\therefore \triangle OAB=\frac{1}{2}x^2=\frac{49}{2}$ 답 $\frac{49}{2}$

09

$\overline{AE}^2=\overline{AD}^2-\overline{DE}^2=\overline{AF}\times\overline{AD}$

$10^2-8^2=\overline{AF}\times10 \qquad \therefore \overline{AF}=\frac{18}{5}(\text{cm})$ 답 $\frac{18}{5}\text{ cm}$

10

$\overline{AB}^2+\overline{CD}^2=\overline{AD}^2+\overline{BC}^2$이므로

$4^2+\overline{CD}^2=3^2+5^2 \qquad \therefore \overline{CD}^2=18$ 답 18

11

$\overline{BC}^2=12^2+5^2=169 \qquad \therefore \overline{BC}=13(\text{cm})(\because \overline{BC}>0)$

이때 □EJNO+□DLMJ=□ADEB,

□HPQK+□IKRS=□ACHI,

□ADEB+□ACHI=□BFGC이므로

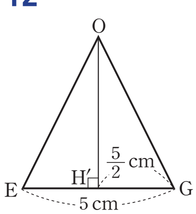
색칠한 부분의 넓이는

2□ADEB+2□ACHI+□BFGC

=2□BFGC+□BFGC=3□BFGC

$=3\times13^2=507(\text{cm}^2)$ 답 507 cm^2

12



$\triangle EFG$에서 $\overline{EG}^2=3^2+4^2=25$이므로 $\overline{EG}=5\text{ cm}(\because \overline{EG}>0)$

점 O에서 $\overline{EG}$에 내린 수선의 발을 H′이라 하면

$\triangle OEG=\frac{1}{2}\times5\times\overline{OH'}=15(\text{cm}^2)$에서 $\overline{OH'}=6(\text{cm})$

$\triangle OH'G$에서 $\overline{OG}^2=6^2+\left(\frac{5}{2}\right)^2=\frac{169}{4}$

$\therefore \overline{OG}=\frac{13}{2}(\text{cm})(\because \overline{OG}>0)$ 답 $\frac{13}{2}\text{ cm}$

13

(1) $\triangle DGC$에서

$\overline{DG}^2=12^2+9^2=225 \qquad \therefore \overline{DG}=15(\text{cm})(\because \overline{DG}>0)$

$\therefore \overline{NG}=\frac{1}{3}\overline{DG}=\frac{1}{3}\times15=5(\text{cm})$

(2) $\triangle AGD$에서 $\overline{AG}^2=8^2+15^2=289$

$\therefore \overline{AG}=17(\text{cm})(\because \overline{AG}>0)$

(3) $\overline{ML}=\frac{2}{3}\overline{DC}=\frac{2}{3}\times12=8(\text{cm})$,

$\overline{LG}=\frac{2}{3}\overline{CG}=\frac{2}{3}\times9=6(\text{cm})$

$\triangle LFG$에서

$\overline{LF}^2=8^2+6^2=100 \qquad \therefore \overline{LF}=10(\text{cm})(\because \overline{LF}>0)$

$\therefore$ □MEFL$=\frac{1}{2}\times(8+12)\times10=100(\text{cm}^2)$

답 (1) 5 cm (2) 17 cm (3) 100 cm^2

14

$\triangle ABC$에서 $\overline{AC}^2=8^2+8^2=128 \qquad \therefore x^2=128$

$\overline{AC}=2\overline{AH}$이므로 $(2\overline{AH})^2=128 \qquad \therefore \overline{AH}^2=32$

$\triangle OAH$에서 $\overline{OH}^2=10^2-32=68 \qquad \therefore y^2=68$

$\therefore x^2-y^2=60$ 답 60

15

$\triangle DFC$에서 $\overline{FD}=5\text{ cm}$이므로

$\overline{FC}^2=5^2-4^2=9$에서 $\overline{FC}=3(\text{cm})(\because \overline{FC}>0)$

$\therefore \overline{BF}=5-3=2(\text{cm})$

$\triangle EBF\backsim\triangle FCD$이므로 $\overline{BE}:2=3:4 \qquad \therefore \overline{BE}=\frac{3}{2}(\text{cm})$

$\overline{AE}=4-\frac{3}{2}=\frac{5}{2}(\text{cm})$

$\triangle AED$에서 $\overline{DE}^2=\left(\frac{5}{2}\right)^2+5^2=\frac{125}{4}$

$\triangle DFC$에서 $\overline{DG}$는 $\angle FDC$의 이등분선이므로

$\overline{FG}:\overline{GC}=5:4 \qquad \therefore \overline{GC}=\frac{4}{9}\overline{FC}=\frac{4}{3}(\text{cm})$

$\triangle DGC$에서 $\overline{DG}^2=4^2+\left(\frac{4}{3}\right)^2=\frac{160}{9}$

$\therefore \overline{DE}^2:\overline{DG}^2=\frac{125}{4}:\frac{160}{9}=225:128$ 답 $225:128$

16

△BCD에서 $\overline{BD}^2=16^2+12^2=400$

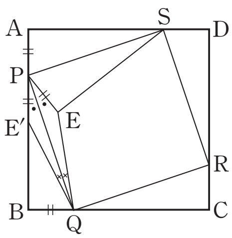
∴ $\overline{BD}=20(\text{cm})$ (∵ $\overline{BD}>0$)

∠EBD=∠DBC=∠EDB이므로 △EBD는 이등변삼각형이고 $\overline{BF}=\overline{DF}=10(\text{cm})$이다.

△EBF∽△DBC이므로 $\overline{BF}:\overline{BC}=\overline{EF}:\overline{DC}$

$10:16=\overline{EF}:12$ ∴ $\overline{EF}=\dfrac{15}{2}(\text{cm})$ 답 $\dfrac{15}{2}$ cm

17



(1) $\overline{PE}=\overline{AP}=3$이고,

△APS≡△BQP(RHA 합동)이므로 $\overline{BQ}=3$이다.

$\overline{PE}=\overline{PE'}$이 되도록 $\overline{PB}$ 위에 점 E′을 잡으면

△EPQ≡△E′PQ(SAS 합동)이므로

$\triangle EPQ=\triangle E'PQ=\dfrac{1}{2}\times3\times3=\dfrac{9}{2}$

(2) $\overline{EQ}^2=\overline{E'Q}^2=6^2+3^2=45$

답 (1) $\dfrac{9}{2}$ (2) 45

18

직선 l의 x절편이 $\dfrac{9}{2}$, y절편이 6이므로 $A(0, 6)$, $B\left(\dfrac{9}{2}, 0\right)$이다.

△AOB에서 $\overline{AB}^2=6^2+\left(\dfrac{9}{2}\right)^2=\dfrac{225}{4}$

∴ $\overline{AB}=\dfrac{15}{2}$ (∵ $\overline{AB}>0$)

$6\times\dfrac{9}{2}=\dfrac{15}{2}\times\overline{OH}$ ∴ $\overline{OH}=\dfrac{18}{5}$ 답 $\dfrac{18}{5}$

STEP A 최고수준문제 본문 P. 143~147

01 $\dfrac{84}{25}$ cm^2 **02** (1) 6 cm (2) $\dfrac{25}{4}$ cm

03 $\dfrac{9}{10}$ cm **04** $\dfrac{228}{5}$ m^2

05 $\overline{BC}=13$ cm, $\overline{AC}=15$ cm **06** 76

07 $\overline{AC}=12$ cm, $\overline{AD}=\dfrac{119}{13}$ cm **08** 24

09 45° **10** $\dfrac{13}{6}$ cm **11** 8 cm

12 (1) 12 cm^2 (2) $\dfrac{24}{5}$ cm (3) $\dfrac{120}{49}$ cm

13 2176 **14** (1) 17 (2) $R\left(10, \dfrac{2}{3}\right)$

01

△ABC에서 $\overline{AB}^2=8^2+6^2=100$이므로

$\overline{AB}=10(\text{cm})$ (∵ $\overline{AB}>0$)

∴ $\overline{AM}=\overline{MC}=5(\text{cm})$

$10\times\overline{CD}=8\times6$에서 $\overline{CD}=\dfrac{24}{5}(\text{cm})$

△DMC에서 $\overline{DM}^2=5^2-\left(\dfrac{24}{5}\right)^2=\dfrac{49}{25}$

∴ $\overline{DM}=\dfrac{7}{5}(\text{cm})$ (∵ $\overline{DM}>0$)

∴ $\triangle CDM=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{7}{5}\times\dfrac{24}{5}=\dfrac{84}{25}(\text{cm}^2)$ 답 $\dfrac{84}{25}$ cm^2

02

(1) $\overline{BC}^2=10^2-8^2=36$ ∴ $\overline{BC}=6(\text{cm})$ (∵ $\overline{BC}>0$)

(2) △ABC∽△AED이므로

$\overline{AB}:\overline{AE}=\overline{AC}:\overline{AD}$에서 $8:5=10:\overline{AD}$

∴ $\overline{AD}=\dfrac{25}{4}(\text{cm})$ 답 (1) 6 cm (2) $\dfrac{25}{4}$ cm

03

△ABQ에서 $\overline{AQ}^2=5^2-4^2=9$이므로

$\overline{AQ}=3(\text{cm})$ (∵ $\overline{AQ}>0$)

∴ $\overline{DQ}=2(\text{cm})$

△ABQ∽△DQP이므로 $4:3=2:\overline{DP}$ ∴ $\overline{DP}=\dfrac{3}{2}(\text{cm})$

$\overline{PQ}=\overline{PC}=4-\dfrac{3}{2}=\dfrac{5}{2}(\text{cm})$

$\overline{DP}^2=\overline{PH}\times\overline{PQ}$이므로 $\left(\dfrac{3}{2}\right)^2=\overline{PH}\times\dfrac{5}{2}$

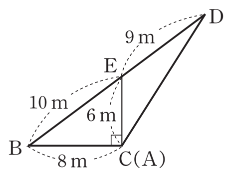
∴ $\overline{PH}=\dfrac{9}{10}(\text{cm})$ 답 $\dfrac{9}{10}$ cm

04

△BCE에서 $\overline{CE}^2=10^2-8^2=36$

∴ $\overline{CE}=6(\text{m})$ (∵ $\overline{CE}>0$)

∠AED+∠BEC=360°−90°−90°=180°이고, $\overline{AE}=\overline{CE}$이므로 $\overline{AE}$와 $\overline{CE}$가 맞붙도록 △AED를 움직이면 다음과 같다.



$\triangle EBC=\frac{1}{2}\times 8\times 6=24(m^2)$

$\therefore \triangle DBC=\frac{19}{10}\triangle EBC=\frac{19}{10}\times 24=\frac{228}{5}(m^2)$

따라서 꽃밭이 될 부분의 넓이는 $\frac{228}{5}$ m^2이다. 답 $\frac{228}{5}$ m^2

05

$\triangle BCD$에서 $\overline{BC}^2=12^2+5^2=169$

$\therefore \overline{BC}=13(cm)(\because \overline{BC}>0)$

$\triangle ABE\backsim\triangle CDE$이므로

$\overline{BE}:\overline{DE}=4:5$에서 $\overline{BE}=\frac{4}{9}\overline{BD}=\frac{4}{9}\times 12=\frac{16}{3}(cm)$

$\triangle ABE$에서 $\overline{AE}^2=4^2+\left(\frac{16}{3}\right)^2=\frac{400}{9}$

$\therefore \overline{AE}=\frac{20}{3}(cm)(\because \overline{AE}>0)$

$\therefore \overline{AC}=\frac{9}{4}\overline{AE}=\frac{9}{4}\times\frac{20}{3}=15(cm)$

답 $\overline{BC}=13$ cm, $\overline{AC}=15$ cm

06

$\triangle ABC$에서 $\overline{AC}^2=7^2-3^2=40$

$\square ABCD$가 평행사변형이므로

$\overline{OA}=\overline{OC}$, $\overline{OB}=\overline{OD}$에서 $\overline{OA}=\frac{1}{2}\overline{AC}$이다.

$\triangle OAB$에서

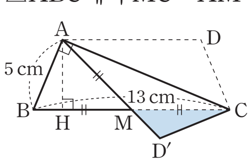
$\overline{OB}^2=\overline{OA}^2+\overline{AB}^2=\frac{1}{4}\overline{AC}^2+\overline{AB}^2=10+9=19$

$\therefore \overline{BD}^2=(2\overline{OB})^2=4\overline{OB}^2=4\times 19=76$ 답 76

07

$\angle D'AC=\angle DAC=\angle ACM$이므로 $\overline{AM}=\overline{MC}$

$\triangle ABC$에서 $\overline{MC}=\overline{AM}=\overline{BM}$이므로 $\angle BAC=90°$이다.



$\overline{AC}^2=13^2-5^2=144$ $\quad\therefore \overline{AC}=12(cm)(\because \overline{AC}>0)$

점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\overline{AB}^2=\overline{BH}\times\overline{BC}$에서

$5^2=\overline{BH}\times 13$ $\quad\therefore \overline{BH}=\frac{25}{13}(cm)$

$\therefore \overline{AD}=\overline{BC}-2\overline{BH}=13-\frac{50}{13}=\frac{119}{13}(cm)$

답 $\overline{AC}=12$ cm, $\overline{AD}=\frac{119}{13}$ cm

08

$\triangle FCD$와 $\triangle FED$에서

$\overline{CF}=\overline{EF}$, $\overline{DF}$는 공통, $\angle FCD=\angle FED=90°$이므로

$\triangle FCD\equiv\triangle FED$(RHS 합동)이다.

$\therefore \overline{DE}=\overline{DC}=9$

같은 방법으로 $\triangle ABF\equiv\triangle AEF$이므로 $\overline{AE}=\overline{AB}=16$이다.

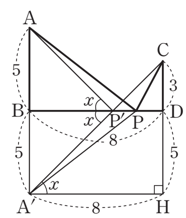
점 D에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\overline{DA}=\overline{DE}+\overline{EA}=25$, $\overline{AH}=\overline{AB}-\overline{BH}=7$이므로

$\overline{DH}^2=25^2-7^2=576$ $\quad\therefore \overline{DH}=24(\because \overline{DH}>0)$

$\therefore \overline{BC}=\overline{DH}=24$ 답 24

09



점 A를 $\overline{BD}$에 대하여 대칭이동한 점을 A′이라 하면

$\overline{AP}=\overline{A'P}$

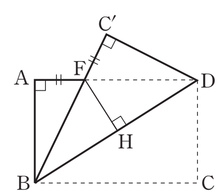
$\overline{AP}+\overline{PC}=\overline{A'P}+\overline{PC}$가 되고 그 최솟값은 $\overline{A'C}$의 길이이다.

한편, $\angle AP'B=\angle BP'A'=\angle P'A'H=\angle x$라 하면

$\triangle A'HC$에서 $\overline{A'H}=\overline{CH}=8$이므로 $\triangle A'HC$는 직각이등변삼각형이 된다.

따라서 $\angle x=45°$이다. 답 45°

10



점 F에서 $\overline{BD}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\triangle FBD$에서

$\angle FBD=\angle DBC=\angle ADB$이므로

이등변삼각형이고 $\overline{BH}=\overline{HD}$이다.

$\overline{BD}^2=3^2+2^2=13$이고

$(2\overline{BH})^2=13$에서 $\overline{BH}^2=\frac{13}{4}$

$\triangle FBH\backsim\triangle DBC$이므로 $\overline{BF}:\overline{BH}=2\overline{BH}:3$

$\therefore \overline{BF}=\frac{2}{3}\overline{BH}^2=\frac{2}{3}\times\frac{13}{4}=\frac{13}{6}(cm)$

$\therefore\ \overline{FD}=\overline{BF}=\frac{13}{6}$ cm

따라서 $\overline{FD}=\frac{13}{6}$ (cm)이다. 답 $\frac{13}{6}$ cm

11

$\triangle$ABC의 내심을 I, 내접원의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\triangle ABC=\triangle IAB+\triangle IBC+\triangle ICA=21r(\text{cm}^2)$

$21r=84 \qquad \therefore\ r=4$

따라서 내접원의 반지름의 길이는 4 cm이다.

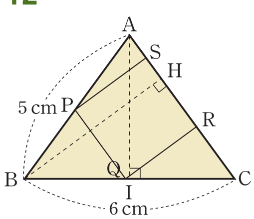
판 P의 면에서 구의 중심 O까지의 거리를 x cm라 하면

$x^2=5^2-4^2=9 \qquad \therefore\ x=3(\because\ x>0)$

따라서 구의 가장 높은 점까지의 거리는 $5+3=8$(cm)이다.

답 8 cm

12



(1) $\triangle$ABC의 점 A에서 변 BC에 내린 수선의 발을 I라 하면

$\overline{AI}^2=5^2-3^2=4^2 \qquad \therefore\ \overline{AI}=4(\text{cm})(\because\ \overline{AI}>0)$

$\therefore\ \triangle ABC=\frac{1}{2}\times6\times4=12(\text{cm}^2)$

(2) $\frac{1}{2}\times5\times\overline{BH}=12 \qquad \therefore\ \overline{BH}=\frac{24}{5}(\text{cm})$

(3) 정사각형 PQRS의 한 변의 길이를 x cm라 하면

$\triangle HBC \backsim \triangle RQC$이므로 $\overline{BC}:\overline{QC}=\overline{BH}:\overline{QR}$에서

$6:\overline{QC}=\frac{24}{5}:x \qquad \therefore\ \overline{QC}=\frac{5}{4}x(\text{cm})$

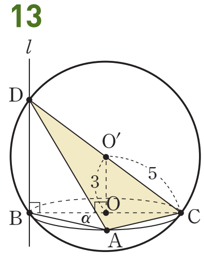
또, $\triangle BAC \backsim \triangle BPQ$이므로 $\overline{BC}:\overline{BQ}=\overline{AC}:\overline{PQ}$에서

$6:\left(6-\frac{5}{4}x\right)=5:x \qquad \therefore\ x=\frac{120}{49}$

따라서 정사각형 PQRS의 한 변의 길이는 $\frac{120}{49}$ cm이다.

답 (1) 12 cm^2 (2) $\frac{24}{5}$ cm (3) $\frac{120}{49}$ cm

13



구의 중심을 O′이라 하면

$\overline{OO'}=3,\ \overline{O'C}=5$이므로 $\overline{OC}^2=5^2-3^2=16$

$\therefore\ \overline{OC}=4(\because\ \overline{OC}>0)$

$\overline{BC}$는 원 O의 지름이므로 $\overline{BC}=2\overline{OC}=8$,

$\angle BAC=90°$이고 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로

$\overline{AB}^2+\overline{AC}^2=8^2$에서 $2\overline{AC}^2=64 \qquad \therefore\ \overline{AC}^2=32$

$\overline{CO}=\overline{OB},\ \overline{BD}\,/\!/\,\overline{OO'},\ \overline{CO'}=\overline{O'D}$이므로

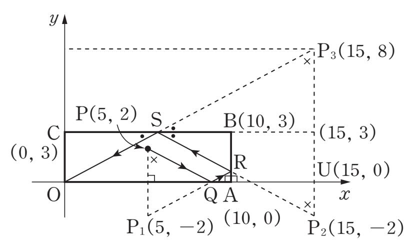
세 점 C, O′, D는 일직선상에 있고

$\triangle COO' \backsim \triangle CBD$(AA 닮음)이므로 $\overline{DB}=2\overline{OO'}=6$이다.

$\triangle$DBA에서 $\overline{AD}^2=\overline{AB}^2+\overline{BD}^2=32+36=68$

$\therefore\ \overline{AC}^2\times\overline{AD}^2=2176$ 답 2176

14



위의 그림과 같이

점 P를 x축에 대하여 대칭이동한 점이 $P_1(5,\ -2)$,

점 P_1을 직선 $x=10$에 대하여 대칭이동한 점이 $P_2(15,\ -2)$,

점 P_2를 직선 $y=3$에 대하여 대칭이동한 점이 $P_3(15,\ 8)$이다.

(1) $\overline{PQ}+\overline{QR}+\overline{RS}+\overline{SO}=\overline{OP_3}$

$\overline{OP_3}^2=15^2+8^2=289 \qquad \therefore\ \overline{OP_3}=17(\because\ \overline{OP_3}>0)$

(2) $\angle P_3SB=\angle P_2SB$이고 직선 OP_3의 기울기가 $\frac{8}{15}$이므로

직선 SP_2의 기울기는 $-\frac{8}{15}$이다.

직선 SP_2의 식은 $y=-\frac{8}{15}(x-15)-2$

$\therefore\ y=-\frac{8}{15}x+6$ ……㉠

점 R의 x좌표는 10이므로 $x=10$을 ㉠에 대입하면

$y=-\frac{8}{15}\times10+6=\frac{2}{3}$

따라서 점 $R\left(10,\ \frac{2}{3}\right)$이다. 답 (1) 17 (2) $R\left(10,\ \frac{2}{3}\right)$

V 확률

STEP C 필수체크문제 본문 P. 154~165

01 12가지 **02** ③ **03** 2가지 **04** 9가지 **05** 8가지
06 12가지 **07** 3가지 **08** (1) 8가지 (2) 72가지
09 48가지 **10** 8가지 **11** 5가지 **12** 12가지
13 (1) 24가지 (2) 6가지 **14** 720가지
15 3가지 **16** 4가지 **17** 10가지 **18** 24개 **19** 12개
20 12가지 **21** 12가지 **22** 72가지 **23** 24가지
24 $\frac{1}{2}$ **25** $\frac{3}{8}$ **26** $\frac{2}{9}$ **27** $\frac{1}{36}$ **28** $\frac{1}{4}$
29 $\frac{2}{3}$ **30** $\frac{1}{3}$ **31** $\frac{3}{4}$ **32** $\frac{3}{5}$ **33** $\frac{5}{12}$
34 $\frac{2}{25}$ **35** ② **36** (1) $\frac{4}{15}$ (2) $\frac{1}{3}$ (3) $\frac{11}{15}$ (4) $\frac{2}{3}$
37 $\frac{7}{36}$ **38** $\frac{1}{6}$ **39** $\frac{1}{8}$ **40** $\frac{3}{5}$ **41** $\frac{11}{16}$
42 $\frac{4}{15}$ **43** $\frac{21}{64}$ **44** (1) 9가지 (2) $\frac{2}{9}$

01 ❶ 경우의 수
$3+5+4=12$(가지) 답 12가지

02 ❶ 경우의 수
① 홀수는 1, 3, 5, 7, 9, 11의 6가지
② 4의 약수는 1, 2, 4의 3가지
④ 5보다 작은 수는 1, 2, 3, 4의 4가지
⑤ 6보다 크고 12보다 작은 수는 7, 8, 9, 10, 11의 5가지 답 ③

03 ❶ 경우의 수
$2x+4y=12$가 되는 경우는 $(x, y)=(2, 2), (4, 1)$의 2가지이다. 답 2가지

04 ❶ 경우의 수
들어가는 경우는 3가지, 나오는 경우도 3가지이므로 구하는 경우의 수는 $3\times3=9$(가지)이다. 답 9가지

05 ❶ 경우의 수
(50원, 100원, 500원)
$=(1, 1, 1), (1, 1, 2), (1, 2, 1), (1, 2, 2), (2, 1, 1), (2, 1, 2), (2, 2, 1), (2, 2, 2)$의 8가지 답 8가지

06 ❶ 경우의 수
주사위 A의 눈이 짝수인 경우는 2, 4, 6의 3가지
주사위 B의 눈이 6의 약수인 경우는 1, 2, 3, 6의 4가지
따라서 구하는 경우의 수는 $3\times4=12$(가지)이다. 답 12가지

07 ❶ 경우의 수
● A-solution ●
30원을 지불하려면 10원짜리 동전을 반드시 3개 사용해야 한다.
10원짜리 x개, 50원짜리 y개, 100원짜리 z개를 사용한다고 하면
$10x+50y+100z=330$에서
$x+5y+10z=33$
10원짜리 동전은 반드시 3개 사용하므로 $x=3$
$5y+10z=30$에서 $y=6-2z$
$(y, z)=(0, 3), (2, 2), (4, 1)$
∴ 3가지 답 3가지

08 ❷ 여러 가지 경우의 수
각각의 동전은 앞면과 뒷면의 2가지, 각각의 주사위는 1, 2, 3, 4, 5, 6의 6가지의 경우가 있다.
(1) $2\times2\times2=8$(가지)
(2) $2\times6\times6=72$(가지) 답 (1) 8가지 (2) 72가지

09 ❶ 경우의 수
갈 때만 편의점을 지나는 경우의 수는
$3\times4\times2=24$(가지)
올 때만 편의점을 지나는 경우의 수는
$2\times4\times3=24$(가지)
∴ $24+24=48$(가지) 답 48가지

10 ❶ 경우의 수
$(1, 1, 8), (1, 2, 7), (1, 3, 6), (1, 4, 5), (2, 2, 6), (2, 3, 5), (2, 4, 4), (3, 3, 4)$의 8가지 답 8가지

11 ❶ 경우의 수
(파란색, 노란색), (파란색, 흰색), (노란색, 흰색), (노란색, 노란색), (흰색, 흰색)의 5가지 답 5가지

12 ❶ 경우의 수
(첫 번째 주머니, 두 번째 주머니, 세 번째 주머니)에서 각각 1개씩 꺼내어 합이 4의 배수가 되는 경우를 찾는다.
합이 4인 경우는 $(1, 1, 2), (1, 2, 1), (2, 1, 1)$의 3가지
합이 8인 경우는 $(1, 1, 6), (1, 6, 1), (6, 1, 1), (2, 3, 3), (3, 2, 3), (3, 3, 2)$의 6가지
합이 12인 경우는 $(3, 3, 6), (3, 6, 3), (6, 3, 3)$의 3가지
따라서 4로 나누어떨어지는 경우의 수는 $3+6+3=12$(가지)이다. 답 12가지

13 ❷ 여러 가지 경우의 수

(1) $4\times3\times2\times1=24$(가지)

(2) A를 맨 앞에 고정시키고 B, C, D 세 사람을 한 줄로 세우는 방법이다.

$\therefore$ $3\times2\times1=6$(가지) 답 (1) 24가지 (2) 6가지

14 ❷ 여러 가지 경우의 수

10명 중 자격이 다른 3명을 뽑는 것이므로

$10\times9\times8=720$(가지)이다. 답 720가지

15 ❷ 여러 가지 경우의 수

3명 중 자격이 같은 2명을 뽑는 것으로 구하는 경우의 수는

$\frac{3\times2}{2\times1}=3$(가지)이다. 답 3가지

16 ❷ 여러 가지 경우의 수

4명 중 자격이 같은 3명을 뽑는 것이므로

$\frac{4\times3\times2}{3\times2\times1}=4$(가지)이다. 답 4가지

17 ❷ 여러 가지 경우의 수

5종류의 꽃에서 2종류의 꽃을 순서와 상관없이 뽑는 것이므로

구하는 경우의 수는 $\frac{5\times4}{2}=10$(가지)이다. 답 10가지

18 ❷ 여러 가지 경우의 수

세 자리의 정수가 짝수이므로 일의 자리에 올 수 있는 숫자는 2, 4의 2개이다.

□□2 ⇨ $4\times3=12$(개), □□4 ⇨ $4\times3=12$(개)

$\therefore$ $12+12=24$(개) 답 24개

19 ❷ 여러 가지 경우의 수

십의 자리에 올 수 있는 수는 2, 3, 4의 3개이고, 그 각각에 대하여 일의 자리에 올 수 있는 수는 십의 자리의 수를 제외한 수이므로 4개씩이다.

$\therefore$ $3\times4=12$(개) 답 12개

20 ❷ 여러 가지 경우의 수

앞줄에 여학생이 앉는 경우의 수 : 2가지

뒷줄에 남학생이 서는 경우의 수 : $3\times2\times1=6$(가지)

따라서 구하는 경우의 수는 $2\times6=12$(가지)이다. 답 12가지

21 ❷ 여러 가지 경우의 수

태영이와 도연이를 한 명으로 생각하여 한 줄로 앉는 경우의 수 : $3\times2\times1=6$(가지)

태영이와 도연이가 자리를 바꾸는 경우의 수 : 2가지

따라서 구하는 경우의 수는 $6\times2=12$(가지)이다. 답 12가지

22 ❷ 여러 가지 경우의 수

● A-solution ●

(여자 2명이 서로 떨어져 서는 경우의 수)

=(모든 경우의 수)−(여자 2명이 이웃하여 서는 경우의 수)

5명을 한 줄로 세우는 경우의 수는

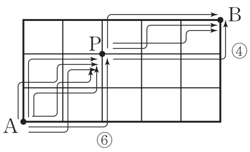
$5\times4\times3\times2\times1=120$(가지)

여자 2명이 이웃하여 서는 경우의 수는

$(4\times3\times2\times1)\times2\times1=48$(가지)

$\therefore$ $120-48=72$(가지) 답 72가지

23 ❶ 경우의 수



A지점에서 P지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수는 6가지이고, P지점에서 B지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수는 4가지이다.

$\therefore$ $6\times4=24$(가지) 답 24가지

24 ❸ 확률

모든 경우의 수는 6가지

소수의 눈이 나오는 경우는 2, 3, 5의 3가지

$\therefore$ $\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$ 답 $\frac{1}{2}$

25 ❸ 확률

모든 경우의 수는 $2\times2\times2=8$(가지)

앞면을 H, 뒷면을 T라 하면

앞면이 2개 나오는 경우는

(H, H, T), (H, T, H), (T, H, H)의 3가지

$\therefore$ $\frac{3}{8}$ 답 $\frac{3}{8}$

26 ❸ 확률

모든 경우의 수는 $6\times6=36$(가지)

눈의 수의 차가 2가 되는 경우는

(1, 3), (2, 4), (3, 1), (3, 5), (4, 2), (4, 6), (5, 3), (6, 4)의 8가지

$\therefore$ $\frac{8}{36}=\frac{2}{9}$ 답 $\frac{2}{9}$

27 확률

모든 경우의 수는 $6\times6\times6=216$(가지)

눈의 수의 합이 5가 되는 경우는

$(1, 1, 3)$, $(1, 3, 1)$, $(3, 1, 1)$, $(1, 2, 2)$, $(2, 1, 2)$, $(2, 2, 1)$의 6가지

$\therefore \frac{6}{216}=\frac{1}{36}$ 답 $\frac{1}{36}$

28 확률

모든 경우의 수는 $6\times6=36$(가지)

$(A, B)=(2, 1)$, $(4, 1)$, $(4, 2)$, $(4, 3)$, $(6, 1)$, $(6, 2)$, $(6, 3)$, $(6, 4)$, $(6, 5)$의 9가지

$\therefore \frac{9}{36}=\frac{1}{4}$ 답 $\frac{1}{4}$

29 확률

세 사람을 한 줄로 세우는 경우의 수는 $3\times2\times1=6$(가지)

용빈이와 예나가 이웃하여 서는 경우의 수는 $2\times2=4$(가지)

$\therefore \frac{4}{6}=\frac{2}{3}$ 답 $\frac{2}{3}$

30 확률

모든 경우의 수는 $3\times2\times1=6$(가지)

크기 순으로 배열이 되는 경우는 123, 321의 2가지

$\therefore \frac{2}{6}=\frac{1}{3}$ 답 $\frac{1}{3}$

31 확률

모든 경우의 수는 $4\times3=12$(가지)

20 이상의 정수인 경우의 수는 $3\times3=9$(가지)

$\therefore \frac{9}{12}=\frac{3}{4}$ 답 $\frac{3}{4}$

32 확률의 계산

5보다 작은 수 1, 2, 3, 4가 나올 확률은 $\frac{4}{20}=\frac{1}{5}$

12보다 큰 수 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20이 나올 확률은 $\frac{8}{20}=\frac{2}{5}$

$\therefore \frac{1}{5}+\frac{2}{5}=\frac{3}{5}$ 답 $\frac{3}{5}$

33 확률의 계산

$\frac{a}{b}<1$이면 $a<b$이다.

$a=1$일 때, $b=2, 3, 4, 5, 6$의 5가지

$a=2$일 때, $b=3, 4, 5, 6$의 4가지

$a=3$일 때, $b=4, 5, 6$의 3가지

$a=4$일 때, $b=5, 6$의 2가지

$a=5$일 때, $b=6$의 1가지

$\therefore \frac{5+4+3+2+1}{36}=\frac{5}{12}$ 답 $\frac{5}{12}$

34 확률

모든 경우의 수는 $5\times5=25$(가지)

$3x+y>18$에서 $y>18-3x$를 만족시키는 순서쌍 (x, y)는 $(5, 4)$, $(5, 5)$의 2가지

$\therefore \frac{2}{25}$ 답 $\frac{2}{25}$

35 확률

② $p+q=1$ $\quad\therefore p=1-q$ 답 ②

36 확률

(1) 30의 약수는 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30의 8개이다.

$\therefore \frac{8}{30}=\frac{4}{15}$

(2) 3의 배수는 10개이다. $\quad\therefore \frac{10}{30}=\frac{1}{3}$

(3) $1-\frac{4}{15}=\frac{11}{15}$

(4) $1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$ 답 (1) $\frac{4}{15}$ (2) $\frac{1}{3}$ (3) $\frac{11}{15}$ (4) $\frac{2}{3}$

37 확률의 계산

모든 경우의 수는 $6\times6=36$(가지)

눈의 수의 합이 3인 경우는 $(1, 2)$, $(2, 1)$의 2가지이므로

확률은 $\frac{2}{36}=\frac{1}{18}$

눈의 수의 합이 8인 경우는 $(2, 6)$, $(3, 5)$, $(4, 4)$, $(5, 3)$, $(6, 2)$의 5가지이므로 확률은 $\frac{5}{36}$

$\therefore \frac{1}{18}+\frac{5}{36}=\frac{7}{36}$ 답 $\frac{7}{36}$

38 확률의 계산

동전에서 앞면이 나올 확률은 $\frac{1}{2}$

주사위에서 3 또는 4의 눈이 나올 확률은 $\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$

$\therefore \frac{1}{2}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{6}$ 답 $\frac{1}{6}$

39 확률의 계산

동전이 모두 앞면만 나올 확률은 $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$

주사위에서 짝수의 눈이 나올 확률은 $\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$

$\therefore \frac{1}{4}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{8}$

답 $\frac{1}{8}$

40
❸ 확률

모든 경우의 수는 $\frac{5\times4}{2}=10$(가지)이고,

A가 뽑히는 경우의 수는 4가지이므로

A가 뽑힐 확률 $\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$

$\therefore 1-\frac{2}{5}=\frac{3}{5}$

답 $\frac{3}{5}$

41
❹ 확률의 계산

한 문제도 못 맞힐 확률은 $\left(\frac{1}{2}\right)^4=\frac{1}{16}$

한 문제만 맞힐 확률은 $4\times\left(\frac{1}{2}\right)^4=\frac{4}{16}$

$\therefore 1-\left(\frac{1}{16}+\frac{4}{16}\right)=\frac{11}{16}$

답 $\frac{11}{16}$

42
❹ 확률의 계산

처음에 흰 구슬을 꺼낼 확률은 $\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$

다음에 빨간 구슬을 꺼낼 확률은 $\frac{6}{9}=\frac{2}{3}$

$\therefore \frac{2}{5}\times\frac{2}{3}=\frac{4}{15}$

답 $\frac{4}{15}$

43
❹ 확률의 계산

단계별 풀이

STEP 1 대현이가 2회에 이길 확률

2회에 대현이가 소수의 눈이 나올 확률은

$\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$

STEP 2 대현이가 4회에 이길 확률

4회에 대현이가 소수의 눈이 나올 확률은

$\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{16}$

STEP 3 대현이가 6회에 이길 확률

6회에 대현이가 소수의 눈이 나올 확률은

$\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{64}$

STEP 4 대현이가 6회 이내에 이길 확률

대현이가 6회 이내에 이길 확률은 $\frac{1}{4}+\frac{1}{16}+\frac{1}{64}=\frac{21}{64}$이다.

답 $\frac{21}{64}$

44
❹ 확률의 계산

(1) 점 P가 점 O에 있는 경우는 2회 모두 비기는 경우이다.
가위바위보를 1회 할 때, 비기는 경우는 3가지이므로 구하는 경우의 수는 $3\times3=9$(가지)이다.

(2) 지우가 첫 번째는 이기고 두 번째는 지는 경우와 첫 번째는 지고 두 번째는 이기는 경우에 점 P는 점 A에 있게 된다.
$\therefore \frac{1}{3}\times\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{2}{9}$

답 (1) 9가지 (2) $\frac{2}{9}$

STEP B 내신만점문제

본문 P. 166~176

01 79가지 **02** (1) 31가지 (2) 48가지 **03** 9가지
04 20종류 **05** 18가지 **06** 126개 **07** 45가지 **08** 30가지
09 27개 **10** 2880가지 **11** 540가지
12 (1) 59개 (2) 40개 (3) 20개
13 (1) 10개 (2) 34개 **14** FGEH
15 (1) (3, 3), (4, 4) (2) 6가지 (3) 6가지
16 $\frac{3}{5}$ **17** $\frac{1}{12}$ **18** (1) $\frac{5}{12}$ (2) $\frac{1}{12}$ (3) $\frac{1}{18}$
19 $\frac{4}{9}$ **20** $x=6$, $y=4$ **21** (1) $\frac{5}{72}$ (2) $\frac{19}{216}$
22 (1) $\frac{1}{6}$ (2) $\frac{13}{108}$ (3) $\frac{1}{4}$ **23** $\frac{1}{6}$ **24** $\frac{4}{5}$
25 $\frac{12}{25}$ **26** $\frac{2}{9}$ **27** (1) $\frac{1}{5}$ (2) $\frac{1}{10}$ (3) $\frac{9}{10}$
28 $\frac{1}{18}$ **29** $\frac{1}{12}$ **30** (1) $\frac{91}{228}$ (2) $\frac{137}{228}$ **31** $\frac{1}{4}$
32 0.52 **33** (1) $\frac{1}{9}$ (2) $\frac{1}{3}$ (3) $\frac{1}{3}$ (4) $\frac{2}{3}$
34 $\frac{20}{27}$ **35** (1) $\frac{3}{4}$ (2) $\frac{1}{2}$ **36** $\frac{2}{15}$ **37** $\frac{1}{24}$
38 $\frac{3}{8}$ **39** (1) $\frac{1}{3}$ (2) $\frac{5}{18}$ **40** ②

01

500원짜리 1개는 100원짜리 5개와 금액이 일치하므로 중복을 피하기 위하여 500원짜리 1개를 100원짜리 5개로 생각하면 500원짜리 2개는 100원짜리 10개이다. 즉, 10원짜리 4개와 100원짜리 15개로 지불할 수 있는 금액의 가짓수를 구하는 것과 같다.

10원짜리를 지불하는 방법은 0, 1, 2, 3, 4개의 5가지이고, 100원짜리를 지불하는 방법은 0, 1, 2, ⋯, 15개의 16가지이다.

0원을 지불하는 것은 제외하므로 $5\times16-1=79$(가지)이다.

답 79가지

02

(1) A → B → D의 경우는 $4\times2=8$(가지)

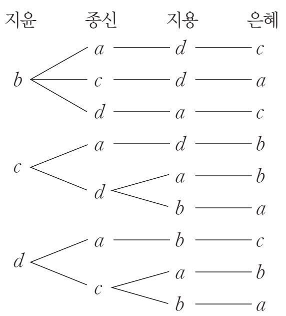
A → B → C → D의 경우는 $4\times2\times1=8$(가지)
A → C → D의 경우는 $3\times1=3$(가지)
A → C → B → D의 경우는 $3\times2\times2=12$(가지)
∴ $8+8+3+12=31$(가지)

(2) A → B → D → C → A의 경우는
$4\times2\times1\times3=24$(가지)
A → C → D → B → A의 경우는
$3\times1\times2\times4=24$(가지)
∴ $24+24=48$(가지)

답 (1) 31가지 (2) 48가지

03

지윤, 종신, 지용, 은혜가 낸 문제를 각각 a, b, c, d라 하면



따라서 구하는 경우의 수는 모두 9가지이다.

답 9가지

04

5개의 역 중에서 2개의 역을 순서를 생각하여 선택하는 경우의 수와 같다.
∴ $5\times4=20$(종류)

답 20종류

05

남녀 부대표를 각각 1명씩 뽑는 경우의 수는 $3\times2=6$(가지)
남녀 부대표를 제외한 나머지 중에서 대표를 뽑는 경우의 수는 3가지
∴ $6\times3=18$(가지)

답 18가지

06

세로선 7개 중 2개, 가로선 4개 중 2개를 선택하는 경우이다.
∴ $\dfrac{7\times6}{2\times1}\times\dfrac{4\times3}{2\times1}=126$(개)

답 126개

07

공 13개에서 5개를 선택할 때, 공 3개는 이미 결정되어 있으므로 13개에서 3개를 제외한 10개의 공에서 2개를 선택하는 것과 같다.
∴ $\dfrac{10\times9}{2\times1}=45$(가지)

답 45가지

08

수학 문제집을 사는 방법은 $\dfrac{5\times4}{2\times1}=10$(가지)
영어 문제집을 사는 방법은 3가지
∴ $10\times3=30$(가지)

답 30가지

09

십의 자리에 올 수 있는 수는 9가지이고, 그 각각에 대하여 일의 자리에 올 수 있는 수는 3가지씩이다.
∴ $9\times3=27$(개)

답 27개

10

여학생 4명을 한 묶음으로 생각하여 5명을 한 줄로 세우는 경우의 수는 $5\times4\times3\times2\times1=120$(가지)
여학생 4명이 자리를 바꾸는 경우의 수는
$4\times3\times2\times1=24$(가지)
∴ $120\times24=2880$(가지)

답 2880가지

11

A는 5가지
B는 A를 제외한 4가지
C는 A, B를 제외한 3가지
D는 A, C를 제외한 3가지
E는 A, D를 제외한 3가지
∴ $5\times4\times3\times3\times3=540$(가지)

답 540가지

12

(1) 10○ : 3개, 12○ : 4개, 13○ : 3개, 14○ : 3개 ⇨ 13개
백의 자리의 숫자가 3, 4인 경우의 수는 백의 자리의 숫자가 1인 경우의 수와 같다.
백의 자리의 숫자가 2인 경우의 세 자리 정수는
$5\times4=20$(개)이다.
∴ $13\times3+20=59$(개)

(2) 1○○의 정수는 13개이고 2○○의 정수는 201, 202, 203, 204, 210, 212의 6개이므로 212 이하의 정수는
$13+6=19$(개)이다.
∴ $59-19=40$(개)

(3) 0, 1, 2를 뽑을 때, 4개
0, 2, 4를 뽑을 때, 4개
1, 2, 3을 뽑을 때, 6개
2, 3, 4를 뽑을 때, 6개
∴ $4+4+6+6=20$(개)

답 (1) 59개 (2) 40개 (3) 20개

13

(1) 5개의 점 중에서 3개의 점을 선택하는 경우이다.

$\frac{5\times4\times3}{3\times2\times1}=10$(개)

(2) 각 변에서 한 개의 점씩 택하는 경우

$2\times2\times3=12$(개)

한 변에서 두 개의 점을 택하는 경우

$5+5+\frac{3\times2}{2\times1}\times4=22$(개)

$\therefore$ $12+22=34$(개)

다른풀이

7개의 점 중에서 3개의 점을 뽑는 경우의 수에서 밑변의 3개의 점을 뽑는 1가지를 빼야 한다.

$\therefore$ $\frac{7\times6\times5}{3\times2\times1}-1=35-1=34$(개) 답 (1) 10개 (2) 34개

14

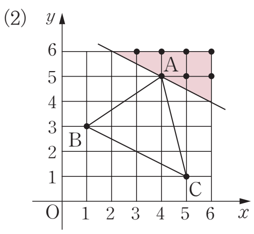
E ○ ○ ○ : $3\times2\times1=6$(가지)

F E ○ ○ : $2\times1=2$(가지)

따라서 9번째는 FGEH가 된다. 답 FGEH

15

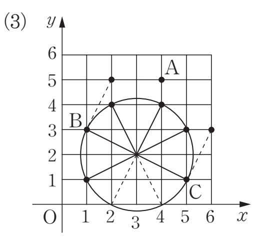
(2)



점 A를 지나고 $\overline{BC}$에 평행한 직선을 그어 점 P가 색칠한 부분(직선은 제외)에 위치하면 △PBC의 넓이는 △ABC의 넓이보다 크다.

$\therefore$ 6가지

(3)



$\angle BPC=90°$가 되는 점 P는 $\overline{BC}$를 지름으로 하는 원 위에 있으므로 (1, 1), (2, 4), (4, 4), (5, 3)의 4가지

$\angle PBC=90°$인 점 P는 (2, 5)의 1가지

$\angle BCP=90°$인 점 P는 (6, 3)의 1가지

$\therefore$ $4+1+1=6$(가지)

답 (1) (3, 3), (4, 4) (2) 6가지 (3) 6가지

16

모든 경우의 수는 $\frac{5\times4\times3}{3\times2\times1}=10$(가지)

이 중에서 삼각형이 되는 것은 (5, 6, 8), (5, 8, 11), (5, 11, 14), (6, 8, 11), (6, 11, 14), (8, 11, 14)의 6가지

$\therefore$ $\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$ 답 $\frac{3}{5}$

17

진화가 남자 대표로 뽑힐 확률은 $\frac{1}{4}$

윤희가 여자 대표로 뽑힐 확률은 $\frac{1}{3}$

$\therefore$ $\frac{1}{4}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{12}$ 답 $\frac{1}{12}$

18

모든 경우의 수는 $6\times6=36$(가지)

(1) $(x, y)=(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (3, 1), (3, 2), (3, 3), (4, 1), (4, 2), (5, 1)$의 15가지

$\therefore$ $\frac{15}{36}=\frac{5}{12}$

(2) $(x, y)=(4, 1), (5, 2), (6, 3)$의 3가지

$\therefore$ $\frac{3}{36}=\frac{1}{12}$

(3) $y=x-2$를 만족하는

$(x, y)=(6, 4), (5, 3), (4, 2), (3, 1)$의 4가지 중에서

$y>-x+7$을 만족하는 $(x, y)=(6, 4), (5, 3)$의 2가지

$\therefore$ $\frac{2}{36}=\frac{1}{18}$ 답 (1) $\frac{5}{12}$ (2) $\frac{1}{12}$ (3) $\frac{1}{18}$

19

처음에 1, 나중에 -1이 나올 확률은 $\frac{4}{6}\times\frac{2}{6}=\frac{2}{9}$

처음에 -1, 나중에 1이 나올 확률은 $\frac{2}{6}\times\frac{4}{6}=\frac{2}{9}$

$\therefore$ $\frac{2}{9}+\frac{2}{9}=\frac{4}{9}$ 답 $\frac{4}{9}$

20

빨간 구슬이 나올 확률이 $\frac{1}{3}$이므로

$\frac{5}{5+x+y}=\frac{1}{3}=\frac{5}{15}$ $\therefore$ $x+y=10$ …… ①

노란 구슬이 나올 확률이 $\frac{2}{5}$이고, 전체 구슬은 15개이므로

$\frac{x}{15}=\frac{2}{5}=\frac{6}{15}$ $\therefore$ $x=6$ …… ②

①, ②에서 $y=4$ 답 $x=6$, $y=4$

21

모든 경우의 수는 $6\times6\times6=216$(가지)

(1) (a, b, c)
$=(1, 1, 2), (1, 2, 3), (1, 3, 4), (1, 4, 5), (1, 5, 6), (2, 1, 3), (2, 2, 4), (2, 3, 5), (2, 4, 6), (3, 1, 4), (3, 2, 5), (3, 3, 6), (4, 1, 5), (4, 2, 6), (5, 1, 6)$의 15가지

$\therefore \frac{15}{216}=\frac{5}{72}$

(2) $\frac{c}{a+b}=1$인 경우 : (1)에서 15가지

$\frac{c}{a+b}=2$인 경우 : $(a, b, c)=(1, 1, 4), (1, 2, 6), (2, 1, 6)$의 3가지

$\frac{c}{a+b}=3$인 경우 : $(a, b, c)=(1, 1, 6)$의 1가지

$\therefore \frac{15+3+1}{216}=\frac{19}{216}$

답 (1) $\frac{5}{72}$ (2) $\frac{19}{216}$

22

모든 경우의 수는 $6\times6\times6=216$(가지)

(1) 일의 자리의 수만 5이면 되므로 $6\times6\times1=36$(가지)

$\therefore \frac{36}{216}=\frac{1}{6}$

(2) 각 자리의 숫자의 합이 9의 배수이면 되므로
$(1, 2, 6), (1, 3, 5), (2, 3, 4)$에서 각각 6가지,
$(1, 4, 4), (2, 2, 5)$에서 각각 3가지,
$(3, 3, 3), (6, 6, 6)$에서 각각 1가지씩의 경우가 있다.

$\therefore \frac{3\times6+2\times3+2\times1}{216}=\frac{13}{108}$

(3) 끝의 두 자리의 수가 4의 배수인 12, 16, 24, 32, 36, 44, 52, 56, 64일 때, 그 각각에 대하여 6가지씩의 경우가 있다.

$\therefore \frac{9\times6}{216}=\frac{1}{4}$

답 (1) $\frac{1}{6}$ (2) $\frac{13}{108}$ (3) $\frac{1}{4}$

23

모든 경우의 수는 $5\times4\times3\times2\times1=120$(가지)

1, 2, 3을 이 순서대로 나열하고 그 사이와 양끝의 4개의 자리 중에 4와 5를 넣는다.

○ 1 ○ 2 ○ 3 ○

(i) 4와 5를 이웃하도록 넣을 때, $4\times2=8$(가지)

(ii) 4와 5가 이웃하지 않도록 넣을 때, $4\times3=12$(가지)

(i), (ii)에서 $\frac{8+12}{120}=\frac{1}{6}$

답 $\frac{1}{6}$

24

ab의 값이 홀수일 확률은 a, b가 모두 홀수일 확률과 같으므로

$\left(1-\frac{2}{3}\right)\times\left(1-\frac{2}{5}\right)=\frac{1}{5}$이다.

따라서 ab의 값이 짝수일 확률은 $1-\frac{1}{5}=\frac{4}{5}$이다.

답 $\frac{4}{5}$

25

명중될 확률은 $\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$, 빗나갈 확률은 $1-\frac{2}{5}=\frac{3}{5}$

한 발만 명중되는 경우는 첫 번째는 명중되고 두 번째는 빗나가는 경우와 첫 번째는 빗나가고 두 번째는 명중되는 경우가 있다.

$\therefore \frac{2}{5}\times\frac{3}{5}+\frac{3}{5}\times\frac{2}{5}=\frac{12}{25}$

답 $\frac{12}{25}$

26

모든 경우의 수는 $3\times3\times3\times3=81$(가지)

네 명을 A, B, C, D라고 하면 A와 B가 이기는 경우는 3가지, A와 C, A와 D, B와 C, B와 D, C와 D가 이기는 경우도 모두 3가지씩 있다. ⇨ $6\times3=18$(가지)

$\therefore \frac{18}{81}=\frac{2}{9}$

답 $\frac{2}{9}$

27

(1) $\frac{2}{5}\times\frac{3}{4}\times\left(1-\frac{1}{3}\right)=\frac{2}{5}\times\frac{3}{4}\times\frac{2}{3}=\frac{1}{5}$

(2) $\left(1-\frac{2}{5}\right)\times\left(1-\frac{3}{4}\right)\times\left(1-\frac{1}{3}\right)=\frac{3}{5}\times\frac{1}{4}\times\frac{2}{3}=\frac{1}{10}$

(3) (적어도 한 사람은 명중시킬 확률)
$=1-$(세 사람 모두 명중시키지 못할 확률)
$=1-\frac{1}{10}=\frac{9}{10}$

답 (1) $\frac{1}{5}$ (2) $\frac{1}{10}$ (3) $\frac{9}{10}$

28

A-solution

$y=\frac{x}{a}$와 $y=x-b$의 그래프가 한 점에서 만나면 $\frac{x}{a}=x-b$이다.

두 함수의 교점의 x좌표가 4이므로

$\frac{x}{a}=x-b$에서 $\frac{4}{a}=4-b$ $\therefore 4=a(4-b)$

$b=2$일 때 $a=2$, $b=3$일 때 $a=4$의 2가지

$\therefore \frac{2}{36}=\frac{1}{18}$

답 $\frac{1}{18}$

29

$\frac{y}{x}=\frac{1}{2}$을 만족하는 $(x, y)=(2, 1), (4, 2), (6, 3)$의 3가지

$\therefore \frac{3}{36}=\frac{1}{12}$

답 $\frac{1}{12}$

30

A-solution

뽑은 제비를 넣지 않으므로 처음에 뽑을 때의 전체 개수와 나중에 뽑을 때의 전체 개수가 다르다.

(1) 첫 번째에 당첨 제비가 아닐 확률은 $\frac{15}{20}$

두 번째에 당첨 제비가 아닐 확률은 $\frac{14}{19}$

세 번째에 당첨 제비가 아닐 확률은 $\frac{13}{18}$

$\therefore \frac{15}{20}\times\frac{14}{19}\times\frac{13}{18}=\frac{91}{228}$

(2) (적어도 1개가 당첨 제비일 확률)

$=1-$(3개 모두 당첨 제비가 아닐 확률)

$=1-\frac{91}{228}=\frac{137}{228}$

답 (1) $\frac{91}{228}$ (2) $\frac{137}{228}$

31

(i) 첫 번째에 -1, 두 번째에 3이 적힌 부분을 맞힐 확률은

$\frac{2}{8}\times\frac{1}{8}=\frac{1}{32}$

(ii) 첫 번째에 0, 두 번째에 2가 적힌 부분을 맞힐 확률은

$\frac{2}{8}\times\frac{3}{8}=\frac{3}{32}$

(iii) 첫 번째에 2, 두 번째에 0이 적힌 부분을 맞힐 확률은

$\frac{3}{8}\times\frac{2}{8}=\frac{3}{32}$

(iv) 첫 번째에 3, 두 번째에 -1이 적힌 부분을 맞힐 확률은

$\frac{1}{8}\times\frac{2}{8}=\frac{1}{32}$

$\therefore \frac{1}{32}+\frac{3}{32}+\frac{3}{32}+\frac{1}{32}=\frac{8}{32}=\frac{1}{4}$

답 $\frac{1}{4}$

32

비가 오는 것을 ○, 비가 오지 않는 것을 ×라 하면 각 확률은 다음과 같다.

월	화	수	확률
○	○	×	$0.6\times(1-0.6)=0.24$
○	×	×	$(1-0.6)\times(1-0.3)=0.28$

$\therefore 0.24+0.28=0.52$

답 0.52

33

모든 경우의 수는 $3\times3\times3=27$(가지)

(1) (은새, 세미, 승민)=(가위, 가위, 보), (바위, 바위, 가위), (보, 보, 바위)

$\therefore \frac{3}{27}=\frac{1}{9}$

(2) 은새만 이기는 경우는 3가지이고, 은새와 세미, 은새와 승민이가 이기는 경우도 각각 3가지씩 있다.

$\therefore \frac{9}{27}=\frac{1}{3}$

(3) 서로 비기는 경우는 세 사람이 모두 같은 것을 낼 경우와 세 사람 모두 다른 것을 낼 경우이므로 $3+(3\times2\times1)=9$(가지)이다.

$\therefore \frac{9}{27}=\frac{1}{3}$

(4) (승부가 결정될 확률)$=1-$(비길 확률)$=1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$

답 (1) $\frac{1}{9}$ (2) $\frac{1}{3}$ (3) $\frac{1}{3}$ (4) $\frac{2}{3}$

34

단계별 풀이

STEP 1 윤지가 이기는 경우 구하기

윤지가 먼저 4점을 얻는 경우 윤지가 이기는 것을 ○, 지는 것을 ×로 나타내면 ○○, ○×○, ×○○이다.

STEP 2 각 경우에 따른 확률 구하기

○○ : $\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{4}{9}$

○×○ : $\frac{2}{3}\times\left(1-\frac{2}{3}\right)\times\frac{2}{3}=\frac{4}{27}$

×○○ : $\left(1-\frac{2}{3}\right)\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{4}{27}$

STEP 3 윤지가 이길 확률 구하기

윤지가 이길 확률은 $\frac{4}{9}+\frac{4}{27}+\frac{4}{27}=\frac{20}{27}$이다.

답 $\frac{20}{27}$

35

모든 경우의 수는 $4\times4=16$(가지)

(1) $a=0$일 때

$b=0$이면 x는 모든 수이고,

$b=1, 2, 3$이면 x의 값은 존재하지 않는다.

a가 1, 2, 3일 때 그 각각에 대하여 b가 4개씩 있다.

$\therefore \frac{3\times4}{16}=\frac{3}{4}$

(2) $a=1$일 때, $b=0, 1, 2, 3$의 4가지

$a=2$일 때, $b=0, 2$의 2가지

$a=3$일 때, $b=0, 3$의 2가지

$\therefore \frac{4+2+2}{16}=\frac{1}{2}$

답 (1) $\frac{3}{4}$ (2) $\frac{1}{2}$

36

A-solution

주사위의 눈이 홀수인 경우와 짝수인 경우로 나누어 생각한다.

(i) 주사위의 눈이 홀수일 때

주사위의 눈이 홀수일 확률은 $\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$

주머니 A에서 빨간 공 2개를 뽑을 확률은 $\frac{3}{6}\times\frac{2}{5}=\frac{1}{5}$

$\therefore \frac{1}{2}\times\frac{1}{5}=\frac{1}{10}$

(ii) 주사위의 눈이 짝수일 때

주사위의 눈이 짝수일 확률은 $\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$

주머니 B에서 빨간 공 2개를 뽑을 확률은 $\frac{2}{6}\times\frac{1}{5}=\frac{1}{15}$

$\therefore \frac{1}{2}\times\frac{1}{15}=\frac{1}{30}$

(i), (ii)에서 $\frac{1}{10}+\frac{1}{30}=\frac{4}{30}=\frac{2}{15}$ 답 $\frac{2}{15}$

37

$\frac{180^\circ}{a}=90^\circ$, $\frac{180^\circ}{b}+\frac{180^\circ}{c}=90^\circ$일 때

$a=2$, $\frac{bc}{2}=b+c$에서

$(b, c)=(3, 6), (4, 4), (6, 3)$의 3가지

$b=2$, $c=2$일 때도 각각 3가지씩이다.

$\therefore \frac{3\times3}{6\times6\times6}=\frac{1}{24}$ 답 $\frac{1}{24}$

38

주사위를 3회 던져 점수 합계가 5점이 되려면 3회 중 1회는 홀수가 나와야 한다.

즉, (짝, 짝, 홀), (짝, 홀, 짝), (홀, 짝, 짝)이므로 홀수가 1회 나오는 경우의 수는 $(3\times3\times3)\times3=81$(가지)이다.

$\therefore \frac{81}{216}=\frac{3}{8}$ 답 $\frac{3}{8}$

39

(1) 점 P가 꼭짓점 C에 있는 경우는 주사위에서 2, 6의 눈이 나올 때이다.

$\therefore \frac{2}{6}=\frac{1}{3}$

(2) 1회의 눈의 수를 p, 2회의 눈의 수를 q라 하면, 점 P가 꼭짓점 D에 있는 경우는 $p+q$가 3, 7, 11일 때이다.

$p+q=3$인 경우 : (1, 2), (2, 1)의 2가지

$p+q=7$인 경우 : (1, 6), (2, 5), (3, 4), (4, 3), (5, 2), (6, 1)의 6가지

$p+q=11$인 경우 : (5, 6), (6, 5)의 2가지

$\therefore \frac{2+6+2}{36}=\frac{5}{18}$ 답 (1) $\frac{1}{3}$ (2) $\frac{5}{18}$

40

(i) (①의 방법을 선택할 때 이길 확률)

=(1회전, 2회전에 연승할 경우)

+(1회전에 지고 2회전, 3회전에 연승할 경우)

$\therefore xy+(1-x)yx=xy(2-x)$

(ii) (②의 방법을 선택할 때 이길 확률)

=(1회전, 2회전에 연승할 경우)

+(1회전에 지고 2회전, 3회전에 연승할 경우)

$\therefore yx+(1-y)xy=xy(2-y)$

따라서 $x>y$이므로 ②의 방법을 선택할 때, 우승할 확률이 높다.

답 ②

STEP A 최고수준문제

본문 P. 177~188

01 53 **02** 24가지 **03** 625개

04 (1) 100개 (2) 125개 **05** 30개

06 (1) 40번째 (2) $cbeda$

07 (1) 47번째 (2) 34120 **08** 31가지

09 100가지 **10** $\frac{4}{7}$ **11** ㄴ, ㄷ, ㄹ, ㄱ

12 360 **13** (1) 24가지 (2) 12가지

14 43200가지 **15** $\frac{11}{8}$ **16** 129가지

17 (1) $\frac{1}{4}$ (2) $\frac{1}{10}$ (3) $\frac{1}{39}$

18 (1) $\frac{1}{108}$ (2) $\frac{2}{27}$ (3) $\frac{11}{12}$ **19** $\frac{25}{42}$

20 $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{16}$, $\frac{1}{16}$ **21** (1) $\frac{32}{625}$ (2) $\frac{21}{3125}$

22 $\frac{15}{64}$ **23** 5 **24** 2 **25** $\frac{5}{11}$ **26** $1-\frac{\pi}{8}$

27 $\frac{5}{18}$ **28** $\frac{11}{54}$ **29** $\frac{1}{9}$ **30** $\frac{2}{3}$

31 200만 원 **32** (1) $\frac{5}{8}$ (2) $\frac{85}{128}$

33 버스 : $\frac{1}{2}$, 지하철 : $\frac{1}{6}$, 택시 : $\frac{1}{3}$

34 (1) ① $\frac{5}{12}$ ② $\frac{1}{9}$ (2) ① $\frac{25}{72}$ ② $\frac{5}{81}$

35 p가 짝수일 때 : 0, p가 홀수일 때 : 1 **36** 24가지

37 $\frac{61}{243}$

01

(i) 삼각형을 만들 때

A, B, C, D 중에서 두 점, E, F, G 중에서 한 점을 택하는 경우 : $\frac{4\times3}{2\times1}\times3=18$(가지)

A, B, C, D 중에서 한 점, E, F, G 중에서 두 점을 택하는 경우 : $4\times\frac{3\times2}{2\times1}=12$(가지)

E, F, G 중에서 세 점을 택하는 경우 : 1가지

$\therefore\ a=18+12+1=31$

(ii) 사각형을 만들 때

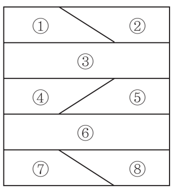
A, B, C, D 중에서 두 점, E, F, G 중에서 두 점을 택하는 경우 : $\frac{4\times3}{2\times1}\times\frac{3\times2}{2\times1}=18$(가지)

A, B, C, D 중에서 한 점, E, F, G 중에서 세 점을 택하는 경우 : $4\times1=4$(가지)

$\therefore\ b=18+4=22$

$\therefore\ a+b=53$ 답 53

02



①에는 3가지, ②에는 ①을 제외한 2가지,
③에는 ①, ②를 제외한 1가지, ④에는 ③을 제외한 2가지,
⑤에는 ③, ④를 제외한 1가지, ⑥에는 ④, ⑤를 제외한 1가지,
⑦에는 ⑥을 제외한 2가지, ⑧에는 ⑥, ⑦을 제외한 1가지

$\therefore\ 3\times2\times1\times2\times1\times1\times2\times1=24$(가지) 답 24가지

03

한 자리에 5개의 숫자가 올 수 있으므로
$5\times5\times5\times5=625$(개) 답 625개

04

(1) 백의 자리에는 0이 올 수 없으므로 백의 자리에 올 수 있는 수는 1, 2, 3, 4의 4개이다.
중복을 허용하므로 십의 자리, 일의 자리에는 0, 1, 2, 3, 4의 5개의 숫자가 올 수 있다.

○ ○ ○
↓ ↓ ↓
4 × 5 × 5

$\therefore\ 4\times5\times5=100$(개)

(2) 백의 자리, 십의 자리, 일의 자리에 0, 1, 2, 3, 4가 모두 올 수 있으므로 $5\times5\times5=125$(개)이다.

답 (1) 100개 (2) 125개

05

단계별 풀이

STEP 1 가장 긴 변의 길이 a의 값의 범위 구하기

삼각형의 세 변의 길이를 a, b, c $(c\le b\le a)$라 하면

$b+c>a$, $a+b+c=35$에서 $b+c=35-a$, $35-a>a$

$\frac{35}{3}\le a<\frac{35}{2}$ $\qquad\therefore\ 12\le a\le17$ …… ①

STEP 2 두 번째로 긴 변의 길이 b의 값의 범위 구하기

$c\le b$에서 양변에 b를 더하면

$b+c\le2b$이므로 $35-a\le2b$ $\qquad\therefore\ \frac{35-a}{2}\le b\le a$ …… ②

STEP 3 b의 개수 구하기

①, ②에서

$a=12$일 때, $b=12$인 1개
$a=13$일 때, $11\le b\le13$인 3개
$a=14$일 때, $11\le b\le14$인 4개
$a=15$일 때, $10\le b\le15$인 6개
$a=16$일 때, $10\le b\le16$인 7개
$a=17$일 때, $9\le b\le17$인 9개

$\therefore\ 1+3+4+6+7+9=30$(개) 답 30개

06

(1) a○○○○의 경우 : $4\times3\times2\times1=24$(가지)
$b\,a$ ○○○의 경우 : $3\times2\times1=6$(가지)
$b\,c$ ○○○의 경우 : 6가지
$b\,d\;a$ ○○의 경우 : $2\times1=2$(가지)
$bdcae$의 경우 : 1가지
$bdcea$의 경우 : 1가지
$\therefore\ 24+6+6+2+1+1=40$(번째)

(2) a○○○○의 경우 : $4\times3\times2\times1=24$(가지)
b○○○○의 경우 : 24가지
$c\,a$ ○○○의 경우 : $3\times2\times1=6$(가지)
$c\,b$ ○○○의 경우 : 6가지
$\therefore\ 24+24+6+6=60$(번째)
따라서 cb○○○의 꼴 중에서 가장 마지막에 오는 것인 $cbeda$이다.

답 (1) 40번째 (2) $cbeda$

07

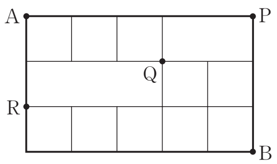
(1) 1 ○○○○의 경우 : $4\times3\times2\times1=24$(가지)
2 0 ○○○의 경우 : $3\times2\times1=6$(가지)
2 1 ○○○의 경우 : 6가지
2 3 ○○○의 경우 : 6가지
2 4 0 ○○의 경우 : $2\times1=2$(가지)
2 4 1 ○○의 경우 : 2가지
24301의 경우 : 1가지
$\therefore\ 24+6+6+6+2+2+1=47$(번째)

(2) 1 ○○○○의 경우 : $4\times3\times2\times1=24$(가지)
2 ○○○○의 경우 : 24가지
3 0○○○의 경우 : $3\times2\times1=6$(가지)

3 1○○○의 경우 : 6가지
3 2○○○의 경우 : 6가지
3 4 0○○의 경우 : $2\times1=2$(가지)
3 4 1○○의 경우 : 2가지
따라서 $24+24+6+6+6+2+2=70$이므로 341○○ 중에서 가장 큰 수 34120이다.

답 (1) 47번째 (2) 34120

08



$A \to P \to B$: 1가지
$A \to Q \to B$: $4\times6=24$(가지)
$A \to R \to B$: $1\times6=6$(가지)
$\therefore\ 1+24+6=31$(가지)

답 31가지

09

적어도 여자 한 명을 뽑는 경우는 모든 경우에서 3명 모두 남자를 뽑는 경우를 제외한 것이다.
남자 회원 수는 6명이므로 남녀 구별없이 3명의 임원을 뽑는 경우의 수에서 3명 모두 남자가 뽑히는 경우의 수를 빼면 된다.

$\therefore\ \frac{10\times9\times8}{3\times2\times1}-\frac{6\times5\times4}{3\times2\times1}=120-20=100$(가지)

답 100가지

10

모든 경우의 수는 $\frac{7\times6}{2\times1}=21$(가지)
각 카드에 적혀 있는 숫자의 합을 4로 나누면 나머지가 1과 3인 두 경우가 나오므로 나머지가 1인 카드와 3인 카드를 1장씩 꺼내면 된다. 나머지가 1인 카드는 3장, 나머지가 3인 카드는 4장이므로 일어나는 경우의 수는 $3\times4=12$(가지)이다.

$\therefore\ \frac{12}{21}=\frac{4}{7}$

답 $\frac{4}{7}$

11

㉠ $\frac{6\times5}{2\times1}\times\frac{4\times3}{2\times1}=15\times6=90$(가지)
㉡ (10명 중 4명을 뽑는 경우의 수)
−(남자 4명을 뽑는 경우의 수)
$=\frac{10\times9\times8\times7}{4\times3\times2\times1}-\frac{6\times5\times4\times3}{4\times3\times2\times1}$
$=210-15=195$(가지)
㉢ (10명 중 4명을 뽑는 경우의 수)
−(남자 4명을 뽑는 경우의 수)
−(여자 4명을 뽑는 경우의 수)
$=195-1=194$(가지)
㉣ (10명 중 4명을 뽑는 경우의 수)
−(특정한 2명을 제외한 8명 중에서 4명을 뽑는 경우의 수)
$=\frac{10\times9\times8\times7}{4\times3\times2\times1}-\frac{8\times7\times6\times5}{4\times3\times2\times1}$
$=210-70=140$(가지)
따라서 경우의 수가 큰 순서대로 쓰면 ㉡, ㉢, ㉣, ㉠이다.

답 ㉡, ㉢, ㉣, ㉠

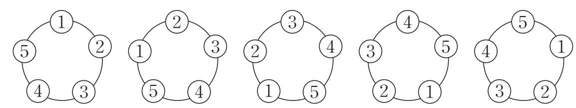
12

소수점 아래 첫째 자리의 숫자가 $1(0.\dot{1}\times\times\times\dot{\times})$인 경우 :
$4\times3\times2\times1=24$(가지)
소수점 아래 첫째 자리의 숫자가 2, 3, 4, 5인 경우도 마찬가지이다.
$\therefore\ (1+2+3+4+5)\times24=360$

답 360

13

(1) 5개의 구슬을 한 줄로 세운 후 그 순서에 맞추어 원형으로 고쳐서 구한다.



위의 그림과 같이 회전방향이 같아지는 것이 5개씩 있으므로 구하는 경우의 수는 5명을 한 줄로 세우는 경우의 수의 $\frac{1}{5}$이 된다.

$\therefore\ \frac{5\times4\times3\times2\times1}{5}=24$(가지)

(2) 목걸이는 뒤집었을 때의 모양이 같으므로 원형으로 늘어놓은 경우의 수의 $\frac{1}{2}$과 같다.

$\therefore\ 24\times\frac{1}{2}=12$(가지)

답 (1) 24가지 (2) 12가지

14

어린이 6명이 원탁에 앉는 경우의 수는
$\frac{6\times5\times4\times3\times2\times1}{6}=120$(가지)
어린이와 어린이 사이의 6곳 중 4곳에 어른이 앉는 경우의 수는
$6\times5\times4\times3=360$(가지)
$\therefore\ 120\times360=43200$(가지)

답 43200가지

15

홀수를 ○, 짝수를 ×라 하면
(i) 합이 짝수가 될 확률
홀수가 두 번, 짝수가 한 번 나올 때
○○× : $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{8}$

○×○ : $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{8}$

×○○ : $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{8}$

$\therefore \frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}=\frac{3}{8}$

짝수가 세 번 나올 때

××× : $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{8}$

$\therefore A=\frac{3}{8}+\frac{1}{8}=\frac{1}{2}$

(ii) 곱이 짝수가 될 확률

곱이 홀수가 되는 경우는 홀수가 세 번 나올 때뿐이므로

$\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{8}$

$\therefore B=1-\frac{1}{8}=\frac{7}{8}$

$\therefore A+B=\frac{1}{2}+\frac{7}{8}=\frac{11}{8}$

답 $\frac{11}{8}$

16

삼각형의 넓이가 8 cm^2 이상인 밑변의 길이의 범위를 구하면

$\frac{1}{2}\times(\text{밑변})\times4\geq8$ $\quad\therefore (\text{밑변})\geq4(\text{cm})$

(i) 꼭짓점을 직선 l에서 선택하는 경우의 수는 9가지

밑변이 되는 두 점을 직선 m에서 선택하는 경우의 수는 6가지

$\therefore 9\times6=54$(가지)

(ii) 꼭짓점을 직선 m에서 선택하는 경우의 수는 5가지

밑변이 되는 두 점을 직선 l에서 선택하는 경우의 수는 15가지

$\therefore 5\times15=75$(가지)

따라서 구하는 경우의 수는 $54+75=129$(가지)이다.

답 129가지

17

점의 개수는 모두 $5\times8=40$(개)

(1) $a+b\geq10$인 경우는

$a+b=10$일 때, (2, 8), (3, 7), (4, 6), (5, 5)의 4가지

$a+b=11$일 때, (3, 8), (4, 7), (5, 6)의 3가지

$a+b=12$일 때, (4, 8), (5, 7)의 2가지

$a+b=13$일 때, (5, 8)의 1가지

⇨ $4+3+2+1=10$(가지)

$\therefore \frac{10}{40}=\frac{1}{4}$

(2) $b=2a$인 경우는 (1, 2), (2, 4), (3, 6), (4, 8)의 4가지

$\therefore \frac{4}{40}=\frac{1}{10}$

(3) 직선의 기울기는 4일 때, 최대이다.

($\because$ 기울기가 5일 때는 (1, 5) 한 점만 지난다.)

따라서 2개의 점을 지나는 직선이 원점을 지나는 경우는

$y=4x$일 때, (1, 4), (2, 8)의 2개의 점을 지나는 직선은 1개

$y=3x$일 때, (1, 3), (2, 6)의 2개의 점을 지나는 직선은 1개

$y=2x$일 때, (1, 2), (2, 4), (3, 6), (4, 8)의 4개의 점 중에서 2개의 점을 지나는 직선은 $\frac{4\times3}{2\times1}=6$(개)

$y=x$일 때, (1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5)의 5개의 점 중에서 2개의 점을 지나는 직선은 $\frac{5\times4}{2\times1}=10$(개)

$y=\frac{1}{2}x$일 때, (2, 1), (4, 2)의 2개의 점을 지나는 직선은 1개

$y=\frac{3}{2}x$일 때, (2, 3), (4, 6)의 2개의 점을 지나는 직선은 1개

$\therefore 1+1+6+10+1+1=20$(개)

따라서 40개의 점 중에서 두 점을 선택하는 경우는

$\frac{40\times39}{2\times1}=780$(가지)이므로 구하는 확률은 $\frac{20}{780}=\frac{1}{39}$이다.

답 (1) $\frac{1}{4}$ (2) $\frac{1}{10}$ (3) $\frac{1}{39}$

18

● A-solution ●

두 직선 $ax+by+c=0$, $a'x+b'y+c'=0$에서

$\frac{a}{a'}=\frac{b}{b'}=\frac{c}{c'}$이면 일치, $\frac{a}{a'}=\frac{b}{b'}\neq\frac{c}{c'}$이면 평행한다.

(1) 두 직선이 일치하는 경우는 (a, b, c)가 (1, 2, 3), (2, 4, 6)일 때이다.

$\therefore \frac{2}{6\times6\times6}=\frac{1}{108}$

(2) 평행할 조건은 $a:b=1:2$이고, $a:c\neq1:3$일 때이므로

$(a, b)=(1, 2)$ ⇨ 5가지

$=(2, 4)$ ⇨ 5가지

$=(3, 6)$ ⇨ 6가지

$\therefore \frac{5+5+6}{6\times6\times6}=\frac{2}{27}$

(3) $1-\left(\frac{1}{108}+\frac{2}{27}\right)=\frac{11}{12}$

답 (1) $\frac{1}{108}$ (2) $\frac{2}{27}$ (3) $\frac{11}{12}$

19

주머니 A에서 흰 공, 주머니 B에서 흰 공을 꺼낼 확률은

$\frac{4}{7}\times\frac{4}{6}=\frac{8}{21}$

주머니 A에서 검은 공, 주머니 B에서 흰 공을 꺼낼 확률은

$\frac{3}{7}\times\frac{3}{6}=\frac{3}{14}$

$\therefore \frac{8}{21}+\frac{3}{14}=\frac{25}{42}$

답 $\frac{25}{42}$

20

주사위를 던져서 짝수의 눈, 홀수의 눈이 나오는 경우를 각각 A, B라고 하면

$n=1$일 때, BBBA, BABA, ABBA, AABA의 4가지

$n=2$일 때, BBAA, ABAA의 2가지

$n=3$일 때, BAAA의 1가지

$n=4$일 때, AAAA의 1가지

따라서 $n=1$, 2, 3, 4일 때의 확률을 각각 p_1, p_2, p_3, p_4라고 하면 $p_1=\frac{4}{16}=\frac{1}{4}$, $p_2=\frac{2}{16}=\frac{1}{8}$, $p_3=p_4=\frac{1}{16}$이다.

답 $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{16}$, $\frac{1}{16}$

21

각 문제마다 맞힐 확률은 $\frac{1}{5}$이므로

(1) 5개의 문제 중에서 3개의 문제를 뽑는 경우의 수는

$\frac{5\times4\times3}{3\times2\times1}=10$(가지)

$\therefore 10\times\frac{1}{5}\times\frac{1}{5}\times\frac{1}{5}\times\frac{4}{5}\times\frac{4}{5}=\frac{32}{625}$

(2) 5개의 문제 중에서 4개의 문제를 뽑는 경우의 수는

$\frac{5\times4\times3\times2}{4\times3\times2\times1}=5$(가지),

5개의 문제를 뽑는 경우의 수는 1가지

$$\therefore 5\times\frac{1}{5}\times\frac{1}{5}\times\frac{1}{5}\times\frac{1}{5}\times\frac{4}{5}+1\times\frac{1}{5}\times\frac{1}{5}\times\frac{1}{5}\times\frac{1}{5}\times\frac{1}{5}=\frac{21}{3125}$$

답 (1) $\frac{32}{625}$ (2) $\frac{21}{3125}$

22

x회 이기고 y회 졌다고 하면 6회의 게임이 끝난 후, 점수는 처음에 가진 점수와 같으므로

$10+x-2y=10$에서 $x-2y=0$ …… ①

또, $x+y=6$ …… ②

①, ②에서 $x=4$, $y=2$

따라서 6회 게임이 끝난 후, 10점이 되려면 6회 중 4회 이기고 2회 져야 한다.

$\therefore \frac{6\times5\times4\times3}{4\times3\times2\times1}\times\left(\frac{1}{2}\right)^4\times\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{15}{64}$

답 $\frac{15}{64}$

23

4장의 카드에서 2장의 카드를 차례로 꺼내는 모든 경우의 수는 $4\times3=12$(가지)이고

이 중에서 2장의 카드에 적힌 숫자의 차가 3 미만일 확률이 $\frac{2}{3}$이므로 3 이상일 확률은 $\frac{1}{3}$이다.

그 경우의 수는 $12\times\frac{1}{3}=4$(가지)이어야 한다.

2장의 카드의 숫자의 차가 3 이상인 경우의 수가 4가지인 경우는 (1, 5), (2, 5), (5, 1), (5, 2)이다.

따라서 구하는 a는 5이다.

답 5

24

적어도 하나의 당첨 제비를 뽑을 확률은 전체 확률 1에서 당첨 제비를 하나도 뽑지 못할 확률을 뺀 것과 같다.

$\frac{17}{45}=1-\frac{10-n}{10}\times\frac{9-n}{9}$

$\frac{(10-n)(9-n)}{90}=\frac{28}{45}$

$(10-n)(9-n)=56=8\times7$

$\therefore n=2$

답 2

25

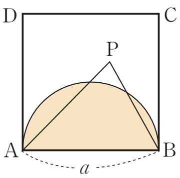
직사각형의 개수는 $\frac{4\times3}{2\times1}\times\frac{4\times3}{2\times1}+4+2+2=44$(개)

정사각형의 개수는 $3\times3+2\times2+1+4+2=20$(개)

$\therefore \frac{20}{44}=\frac{5}{11}$

답 $\frac{5}{11}$

26



$\overline{AB}$를 지름으로 하는 반원의 바깥쪽에 점 P를 잡으면 △PAB가 예각삼각형이 되므로 구하는 확률은

$\frac{a^2-\frac{1}{2}\pi\times\left(\frac{a}{2}\right)^2}{a^2}=1-\frac{\pi}{8}$이다.

답 $1-\frac{\pi}{8}$

27

형과 동생이 던진 주사위의 눈의 수를 각각 x, y라 하면

(i) A에 앉는 경우 : $(x, y)=(4, 3)$

(ii) B에 앉는 경우 : $(x, y)=(3, 4)$

(iii) C에 앉는 경우 : $(x, y)=(2, 1)$, $(2, 5)$, $(6, 1)$, $(6, 5)$

(iv) D에 앉는 경우 : $(x, y)=(1, 2)$, $(1, 6)$, $(5, 2)$, $(5, 6)$

따라서 구하는 확률은 $\frac{10}{36}=\frac{5}{18}$이다.

답 $\frac{5}{18}$

28

(i) 준수와 태성이가 a, b, c에서 만나게 될 확률은 각각 같으므로

$$\left(\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\right)\times\left(\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\right)=\frac{1}{81}$$

$$\therefore\ \frac{1}{81}\times3=\frac{1}{27}$$

(ii) 준수와 태성이가 d에서 만나게 될 확률은 $\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{9}$

(iii) 준수와 태성이가 e, f에서 만나게 될 확률은 각각 같으므로

$$\left(\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\right)\times\left(\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{36}$$

$$\therefore\ \frac{1}{36}\times2=\frac{1}{18}$$

따라서 두 사람이 a, b, c, d, e, f 중 어느 한 지점에서 만나게 될 확률은 $\frac{1}{27}+\frac{1}{9}+\frac{1}{18}=\frac{11}{54}$이다.

답 $\frac{11}{54}$

29

단계별 풀이

STEP 1 3회 실행 후 2명이 남아 있는 경우 구하기

3회 실행 후 2명이 남아 있는 경우는 다음의 세 가지 형태로 나눌 수 있다.

처음 1회 2회 3회

① $3 \longrightarrow 3 \longrightarrow 3 \longrightarrow 2$

② $3 \longrightarrow 3 \longrightarrow 2 \longrightarrow 2$

③ $3 \longrightarrow 2 \longrightarrow 2 \longrightarrow 2$

STEP 2 게임 후 나올 수 있는 경우의 확률 구하기

(i) 3명이 한 회 게임을 한 후 3명이 남아 있는 경우는 3명이 모두 같은 것을 내는 경우 또는 3명이 모두 다른 것을 내는 경우이므로 그 확률은 $\frac{3+6}{27}=\frac{1}{3}$이다.

(ii) 3명이 한 회 게임을 한 후 2명이 남아 있을 확률은 $\frac{3\times3}{27}=\frac{1}{3}$이다.

(iii) 2명이 한 회 게임을 할 때, 2명이 남아 있는 경우는 승패가 나지 않는 경우이다. 즉, 2명이 같은 것을 내는 경우이므로 그 확률은 $\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$이다.

STEP 3 ①, ②, ③의 확률 구하기

(i), (ii), (iii)의 결과를 위의 세 가지 경우에 각각 적용하면

①의 확률은 $\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{27}$

②의 확률은 $\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{27}$

③의 확률은 $\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{27}$

STEP 4 3회 실행 후 2명이 남아 있을 확률 구하기

3회 실행 후, 2명이 남아 있을 확률은 $\frac{1}{27}+\frac{1}{27}+\frac{1}{27}=\frac{1}{9}$이다.

답 $\frac{1}{9}$

30

호영이가 못 맞힐 확률을 x라 하면

윤진이와 호영이가 못 맞힐 확률은

$\frac{3}{4}x=\frac{1}{2}\qquad\therefore\ x=\frac{2}{3}$

수희가 못 맞힐 확률을 y라 하면

윤진이와 수희가 못 맞힐 확률은

$\frac{3}{4}y=\frac{3}{8}\qquad\therefore\ y=\frac{1}{2}$

$\therefore$ (구하는 확률)$=1-xy=1-\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{2}{3}$

답 $\frac{2}{3}$

31

매회의 승부에 있어서 재혁이와 호연이의 실력이 같으므로 재혁이가 이길 확률은 $\frac{1}{2}$이고, 재혁이가 1승한 상태에서 이기는 경우는 다음 표와 같다.

	1	2	3	4	5
(i)	○	○	○		
(ii)	○	×	○	○	
(iii)	○	○	×	○	
(iv)	○	×	×	○	○
(v)	○	×	○	×	○
(vi)	○	○	×	×	○

(i)의 경우의 확률은 $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$

(ii), (iii)의 경우의 확률은 각각 $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{8}$

(iv), (v), (vi)의 경우의 확률은 각각 $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{16}$

재혁이가 이길 확률은 $\frac{1}{4}+\frac{1}{8}\times2+\frac{1}{16}\times3=\frac{11}{16}$이고,

호연이가 이길 확률은 $1-\frac{11}{16}=\frac{5}{16}$이다.

따라서 호연이가 $640\times\frac{5}{16}=200$(만 원)을 받는 것이 가장 합리적이다.

답 200만 원

32

(1) 세 번째 계단을 밟는 경우는 첫 번째 계단에서 앞면이 나오거나 두 번째 계단에서 뒷면이 나오는 2가지 경우가 있다.

$\therefore\ \frac{1}{2}\times\frac{1}{2}+\frac{3}{4}\times\frac{1}{2}=\frac{5}{8}$

(2) (1)과 같은 방법으로 생각하면 여섯 번째 계단을 밟을 확률은

$\frac{11}{16}\times\frac{1}{2}+\frac{21}{32}\times\frac{1}{2}=\frac{43}{64}$이다.

따라서 일곱 번째 계단을 밟을 확률은

$\frac{21}{32}\times\frac{1}{2}+\frac{43}{64}\times\frac{1}{2}=\frac{85}{128}$이다. 답 (1) $\frac{5}{8}$ (2) $\frac{85}{128}$

33

오늘 ⟶ 내일

① 버스 —— 택시 : $\frac{1}{6}\times1=\frac{1}{6}$

② 지하철 <
- 버스 : $\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{6}$
- 택시 : $\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{6}$

③ 택시 <
- 버스 : $\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$
- 지하철 : $\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{6}$

(i) 내일 버스를 타려면 오늘은 지하철 또는 택시를 타야 하므로

$\frac{1}{6}+\frac{1}{3}=\frac{1}{2}$

(ii) 내일 지하철을 타려면 오늘은 택시를 타야 하므로 $\frac{1}{6}$

(iii) 내일 택시를 타려면 오늘은 버스나 지하철을 타야 하므로

$\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{1}{3}$ 답 버스 : $\frac{1}{2}$, 지하철 : $\frac{1}{6}$, 택시 : $\frac{1}{3}$

34

(1) ① 선호가 이기는 경우

$(a, b)=(2, 1), (3, 1), (3, 2), \cdots, (6, 5)$의 15가지

$\therefore \frac{15}{36}=\frac{5}{12}$

② 선호의 득점이 2점인 경우

$(a, b)=(3, 1), (4, 2), (5, 3), (6, 4)$의 4가지

$\therefore \frac{4}{36}=\frac{1}{9}$

(2) ① 선호, 현중이의 순서로 1회씩 이길 확률은 $\frac{5}{12}\times\frac{5}{12}$

$\therefore \frac{5}{12}\times\frac{5}{12}\times2=\frac{25}{72}$

② (i) 선호가 2회 모두 이길 때

선호의 (1회 득점, 2회 득점)$=(1, 3), (2, 2), (3, 1)$인 경우의 수는 $5\times3+4\times4+3\times5=46$(가지)

(ii) 선호가 1회 이기고 1회 질 때

(선호의 득점, 현중이의 득점)$=(5, 1)$이 되는 경우의 수는 $1\times5=5$(가지)

$\therefore 2\times5=10$(가지)

(iii) 선호가 1회 이기고 1회는 무승부일 때

선호의 득점이 4점인 경우

$(a, b)=(6, 2), (5, 1)$의 2가지

무승부인 경우

$(a, b)=(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6)$의 6가지

$\therefore 2\times2\times6=24$(가지)

따라서 구하는 경우의 수는 $46+10+24=80$(가지)이다.

$\therefore \frac{80}{1296}=\frac{5}{81}$

답 (1) ① $\frac{5}{12}$ ② $\frac{1}{9}$ (2) ① $\frac{25}{72}$ ② $\frac{5}{81}$

35

매 시행마다 2개의 공을 꺼내고 1개의 공을 다시 집어 넣으므로 상자 속에 있는 흰 공의 개수는 2개씩 줄어들거나 그대로 남아 있다.

그러므로 p가 짝수이면 마지막으로 상자 속에 남아 있는 공이 흰 공이 될 수 없으므로 이 경우의 확률은 0이고, p가 홀수이면 마지막으로 남아 있는 공은 반드시 흰 공이므로 이 경우의 확률은 1이다.

$\therefore$ p가 짝수일 때 0, p가 홀수일 때 1

답 p가 짝수일 때 0, p가 홀수일 때 1

36

4명의 선수가 각각 한 번씩 경기를 하므로 총 경기의 횟수는 $\frac{4\times3}{2}=6$(회)이고, 경기 결과의 모든 경우의 수는 2^6가지이다.

모든 선수가 전승이나 전패를 하지 않아야 하므로 모든 경우의 수에서 전승한 경우의 수와 전패한 경우의 수를 빼주면 된다.

1명의 선수가 전승을 한다면 3경기의 결과는 정해진 것이므로 전승을 하는 경우의 수는 $2^{6-3}=2^3$(가지)이고, 4명의 선수가 있으므로 전승한 경우의 수는 $2^3\times4$(가지)이다.

전패한 경우의 수도 마찬가지로 $2^3\times4$(가지)이다.

또, 1명이 전승하고 다른 1명이 전패한다면 5경기의 결과가 정해진 것이므로 경우의 수는 $2^{6-5}=2$(가지)이고, 4명의 선수 중에서 순서를 생각하여 2명을 선택하는 경우의 수는 $4\times3=12$(가지)이므로 1명이 전승하고, 다른 1명이 전패한 경우의 수는 $2\times12=24$(가지)이다.

$\therefore$ (모든 선수가 전승이나 전패를 하지 않는 경우의 수)

$=2^6-(2^3\times4+2^3\times4-24)$

$=24$(가지) 답 24가지

37

출발점 P에서 모서리를 따라 a번 움직인 후 점 P에 있을 확률을 P_a라 한다.

출발점에서 모서리를 $(a+1)$번 지난 후 점 P에 있기 위해서는

모서리를 a번 지나 점 P가 아닌 한 점에 도착한 후, 모서리를 한 번 더 지나 출발점 P로 가면 된다.
점 P가 아닌 한 꼭짓점에서 다른 꼭짓점으로 가는 모서리는 3개씩 있으므로 모서리 1개를 선택할 확률은 $\frac{1}{3}$이다.

즉, $P_{a+1}=(1-P_a)\times\frac{1}{3}$이 된다.

$\therefore P_1=0,\ P_2=\frac{1}{3},\ P_3=\frac{2}{9},\ P_4=\frac{7}{27},\ P_5=\frac{20}{81},\ P_6=\frac{61}{243}$

답 $\frac{61}{243}$