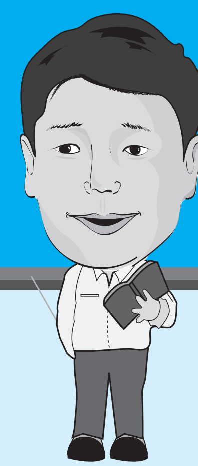
하나를 알면 10개, 20개를 풀 수 있는 **개념원리수학**

개념원리® 중학수학



이홍섭 선생님의 기본서

정답과 풀이

3-1

SINCE 1991
개념원리 수학연구소

I 실수와 그 계산

1 제곱근과 실수

01 제곱근의 뜻과 표현

개념원리 확인하기

본문 10쪽

01 (1) $x=\pm1$ (2) $x=\pm5$ (3) 없다. (4) $x=\pm\frac{2}{3}$

(5) $x=\pm0.1$ (6) $x=\pm0.4$

02 (1) 100, 100 (2) 12, -12 (3) 0 (4) 없다

03 (1) $\pm\sqrt{2}$ (2) $\pm\sqrt{21}$ (3) $\pm\sqrt{0.5}$ (4) $\pm\sqrt{\frac{3}{2}}$

04 (1) ±7 (2) 0.9 (3) $-\frac{5}{6}$ (4) 0.2

05 (3) $\left(\frac{121}{49}\text{의 양의 제곱근}\right)$, $\frac{11}{7}$

(4) (900의 음의 제곱근), -30

01 (1) $1^2=1$, $(-1)^2=1$이므로 $x=\pm1$

(2) $5^2=25$, $(-5)^2=25$이므로 $x=\pm5$

(3) 양수 또는 음수를 제곱하면 항상 양수가 되고, 0의 제곱은 0이므로 제곱하여 음수가 되는 수는 없다. 따라서 $x^2=-36$을 만족하는 x의 값은 없다.

(4) $\left(\frac{2}{3}\right)^2=\frac{4}{9}$, $\left(-\frac{2}{3}\right)^2=\frac{4}{9}$이므로 $x=\pm\frac{2}{3}$

(5) $0.1^2=0.01$, $(-0.1)^2=0.01$이므로 $x=\pm0.1$

(6) $0.4^2=0.16$, $(-0.4)^2=0.16$이므로 $x=\pm0.4$

02 (2) $12^2=144$, $(-12)^2=144$이므로 제곱하여 144가 되는 수, 즉 144의 제곱근은 12와 -12이다.

(4) 음수의 제곱근은 없으므로 -9의 제곱근은 없다.

04 (1) $7^2=49$, $(-7)^2=49$이므로 49의 제곱근은 ±7이다.

(2) $0.9^2=0.81$, $(-0.9)^2=0.81$이므로 0.81의 양의 제곱근은 0.9이다.

(3) $\left(\frac{5}{6}\right)^2=\frac{25}{36}$, $\left(-\frac{5}{6}\right)^2=\frac{25}{36}$이므로 $\frac{25}{36}$의 음의 제곱근은 $-\frac{5}{6}$이다.

(4) $0.2^2=0.04$, $(-0.2)^2=0.04$이므로 제곱근 0.04, 즉 0.04의 양의 제곱근은 0.2이다.

05 (3) $\sqrt{\frac{121}{49}}=\left(\frac{121}{49}\text{의 양의 제곱근}\right)$

$=\left(\text{제곱하여 }\frac{121}{49}\text{이 되는 수 중 양수}\right)$

$=\frac{11}{7}$

(4) $-\sqrt{900}=$(900의 음의 제곱근)

$=$(제곱하여 900이 되는 수 중 음수)

$=-30$

핵심문제 익히기 (확인문제)

본문 11~12쪽

1 (1) $\frac{4}{5}$, $-\frac{4}{5}$ (2) 0.3, -0.3 (3) 8, -8 (4) 0.5, -0.5

2 (1) $\sqrt{0.6}$ (2) $-\sqrt{\frac{7}{3}}$ (3) $\pm\sqrt{7}$ (4) $\sqrt{13}$

3 (1) 20 (2) 0.1 (3) $-\frac{11}{4}$ **4** 3

1 (1) $\left(\frac{4}{5}\right)^2=\frac{16}{25}$, $\left(-\frac{4}{5}\right)^2=\frac{16}{25}$이므로 $\frac{16}{25}$의 제곱근은 $\frac{4}{5}$, $-\frac{4}{5}$이다.

(2) $0.3^2=0.09$, $(-0.3)^2=0.09$이므로 0.09의 제곱근은 0.3, -0.3이다.

(3) $8^2=64$이고 $8^2=(-8)^2=64$이므로 8^2의 제곱근은 8, -8이다.

(4) $(-0.5)^2=0.25$이고 $0.5^2=(-0.5)^2=0.25$이므로 $(-0.5)^2$의 제곱근은 0.5, -0.5이다.

3 (1) $400=20^2=(-20)^2$이므로 400의 제곱근은 20, -20이다.
그런데 $\sqrt{400}$은 400의 양의 제곱근이므로 $\sqrt{400}=20$

(2) $0.01=0.1^2=(-0.1)^2$이므로 0.01의 제곱근은 0.1, -0.1이다.
그런데 $\sqrt{0.01}$은 0.01의 양의 제곱근이므로 $\sqrt{0.01}=0.1$

(3) $121=11^2=(-11)^2$이므로 121의 제곱근은 11, -11이다.
그런데 $-\sqrt{121}$은 121의 음의 제곱근이므로
$-\sqrt{121}=-11$ $\therefore -\frac{\sqrt{121}}{4}=-\frac{11}{4}$

4 $\frac{49}{25}=\left(\frac{7}{5}\right)^2=\left(-\frac{7}{5}\right)^2$이므로 $\frac{49}{25}$의 양의 제곱근은 $\frac{7}{5}$이다. $\therefore A=\frac{7}{5}$

$0.16=0.4^2=(-0.4)^2$이므로 0.16의 음의 제곱근은 -0.4이다. $\therefore B=-0.4$

$\therefore 5A+10B=5\times\frac{7}{5}+10\times(-0.4)$
$=7-4=3$

이런 문제가 시험에 나온다 본문 13쪽

01 ① **02** ① **03** ⑤ **04** 49
05 ②, ⑤ **06** ④ **07** 1

01 ① 음수의 제곱근은 없다.

02 a의 제곱근은 제곱하여 a가 되는 수이므로
$x^2=a$

03 $0.\dot{4}=\frac{4}{9}=\left(\frac{2}{3}\right)^2=\left(-\frac{2}{3}\right)^2$

따라서 $\frac{4}{9}$의 음의 제곱근은 $-\frac{2}{3}$이다.

04 $(-7)^2=49$이므로 -7은 49의 음의 제곱근이다.

05 ② $\frac{225}{4}=\left(\frac{15}{2}\right)^2=\left(-\frac{15}{2}\right)^2$이므로 $\frac{225}{4}$의 제곱근은 $\frac{15}{2}$, $-\frac{15}{2}$이다.

⑤ $625=25^2=(-25)^2$이므로 $\sqrt{625}$는 625의 양의 제곱근인 25이고, $25=5^2=(-5)^2$이므로 25의 제곱근은 ±5이다.

06 ① $\sqrt{256}=16$의 제곱근은 ±4이다.
② $\sqrt{(-4)^2}=\sqrt{16}=4$의 음의 제곱근은 -2이다.
③ 0의 제곱근은 0이다.
⑤ 음수의 제곱근은 없다.

07 $\frac{25}{4}=\left(\frac{5}{2}\right)^2=\left(-\frac{5}{2}\right)^2$이므로 $\frac{25}{4}$의 양의 제곱근은 $\frac{5}{2}$이다. $\therefore A=\frac{5}{2}$

$0.09=(0.3)^2=(-0.3)^2$이므로 0.09의 음의 제곱근은 -0.3이다. $\therefore B=-0.3$

$\therefore A+5B=\frac{5}{2}+5\times\left(-\frac{3}{10}\right)=\frac{5}{2}-\frac{3}{2}=1$

02 제곱근의 성질

개념원리 확인하기 본문 16쪽

01 (1) 3 (2) 5 (3) 13 (4) $\frac{3}{5}$ (5) 0.5 (6) $\frac{3}{7}$

02 (1) 6 (2) -11 (3) 6 (4) $\frac{7}{9}$ (5) $\frac{3}{5}$ (6) -0.3

03 (1) 8 (2) 5 (3) $\frac{1}{2}$

04 (1) 15, 15 (2) 3, 12 (3) 42

05 (1) $<$ (2) $<$ (3) $>$ (4) $>$ (5) $<$ (6) $<$

02 (1) $\sqrt{36}=\sqrt{6^2}=6$
(2) $-\sqrt{121}=-\sqrt{11^2}=-11$
(3) $\sqrt{(-6)^2}=\sqrt{36}=\sqrt{6^2}=6$
(4) $\sqrt{\frac{49}{81}}=\sqrt{\left(\frac{7}{9}\right)^2}=\frac{7}{9}$
(5) $\sqrt{\left(-\frac{3}{5}\right)^2}=\sqrt{\frac{9}{25}}=\sqrt{\left(\frac{3}{5}\right)^2}=\frac{3}{5}$
(6) $-\sqrt{(-0.3)^2}=-\sqrt{0.09}=-\sqrt{0.3^2}=-0.3$

03 (1) $(-\sqrt{5})^2=5$, $\sqrt{(-3)^2}=3$이므로
$(-\sqrt{5})^2+\sqrt{(-3)^2}=5+3=8$
(2) $\sqrt{169}=\sqrt{13^2}=13$, $\sqrt{64}=\sqrt{8^2}=8$이므로
$\sqrt{169}-\sqrt{64}=13-8=5$
(3) $\left(\sqrt{\frac{3}{8}}\right)^2=\frac{3}{8}$, $\sqrt{\left(-\frac{3}{4}\right)^2}=\frac{3}{4}$이므로
$\left(\sqrt{\frac{3}{8}}\right)^2\div\sqrt{\left(-\frac{3}{4}\right)^2}=\frac{3}{8}\times\frac{4}{3}=\frac{1}{2}$

04 (1) $\sqrt{3^2\times5^2}=\sqrt{(3\times5)^2}=\sqrt{15^2}=15$
(2) $\sqrt{2^4\times3^2}=\sqrt{(2^2\times3)^2}=\sqrt{12^2}=12$
(3) $\sqrt{2^2\times3^2\times7^2}=\sqrt{(2\times3\times7)^2}=\sqrt{42^2}=42$

05 (1) $10<12$이므로 $\sqrt{10}<\sqrt{12}$
(2) $\frac{2}{3}=\frac{4}{6}$, $\frac{3}{2}=\frac{9}{6}$이므로 $\frac{2}{3}<\frac{3}{2}$
$\therefore \sqrt{\frac{2}{3}}<\sqrt{\frac{3}{2}}$
(3) $\sqrt{5}<\sqrt{7}$이므로 $-\sqrt{5}>-\sqrt{7}$
(4) $6=\sqrt{36}$이고 $40>36$이므로 $\sqrt{40}>6$
(5) $\frac{1}{8}=\sqrt{\frac{1}{64}}$이고 $\frac{1}{64}<\frac{1}{8}$이므로 $\frac{1}{8}<\sqrt{\frac{1}{8}}$
(6) $-3=-\sqrt{9}$이므로 $-3<-\sqrt{6}$

핵심문제 익히기 (확인문제)
본문 17~20쪽

1 (1) ② (2) ③ **2** 0
3 (1) 3 (2) 18 (3) 2 (4) -15
4 (1) $-4a-3b$ (2) $-2x$ **5** ③
6 (1) 15 (2) 15 (3) 10 **7** (1) 20 (2) 29
8 ⑤ **9** (1) 9, 10, 11, 12 (2) 3개 (3) 6개

1 (1) ① $-\sqrt{64}=-\sqrt{8^2}=-8$
② $\sqrt{(-8)^2}=8$
③ $-(\sqrt{8})^2=-8$
④ $-(-\sqrt{8})^2=-8$
⑤ $-\sqrt{8^2}=-8$
따라서 나머지 넷과 다른 하나는 ②이다.
(2) ③ $-\sqrt{(-a)^2}=-a$

2 $\sqrt{(-9)^2}=9$이고 9의 제곱근은 $\pm\sqrt{9}=\pm\sqrt{3^2}=\pm3$이므로 $\sqrt{(-9)^2}$의 양의 제곱근은 3이다.
$\therefore A=3$
$\left(-\sqrt{\frac{9}{16}}\right)^2=\frac{9}{16}$이고 $\frac{9}{16}$의 제곱근은
$\pm\sqrt{\frac{9}{16}}=\pm\sqrt{\left(\frac{3}{4}\right)^2}=\pm\frac{3}{4}$이므로 $\left(-\sqrt{\frac{9}{16}}\right)^2$의 음의 제곱근은 $-\frac{3}{4}$이다.
$\therefore B=-\frac{3}{4}$
$\therefore A+4B=3+4\times\left(-\frac{3}{4}\right)=3-3=0$

3 (1) (주어진 식)$=3\times2-3=6-3=3$
(2) (주어진 식)$=20-8+6=18$
(3) (주어진 식)$=\sqrt{11^2}-\sqrt{(-5)^2}\div\sqrt{\left(\frac{5}{4}\right)^2}-(-\sqrt{5})^2$
$=11-5\div\frac{5}{4}-5$
$=11-4-5=2$
(4) (주어진 식)$=\sqrt{15^2}\div(-\sqrt{5})^2-\sqrt{9^2}\times(-\sqrt{2})^2$
$=15\div5-9\times2$
$=3-18=-15$

4 (1) $a>0$에서 $-5a<0$이므로
$\sqrt{(-5a)^2}=-(-5a)=5a$이고
$b<0$에서 $3b<0$이므로
$\sqrt{9b^2}=\sqrt{(3b)^2}=-3b$
$\therefore$ (주어진 식)$=a-5a-3b$
$=-4a-3b$
(2) $-3<x<3$에서
$x-3<0$이므로 $\sqrt{(x-3)^2}=-(x-3)$
$x+3>0$이므로 $\sqrt{(x+3)^2}=x+3$
$\therefore$ (주어진 식)$=-(x-3)-(x+3)$
$=-x+3-x-3$
$=-2x$

5 $\sqrt{2^3\times3\times x}$가 자연수가 되려면 $2^3\times3\times x$의 소인수의 지수가 모두 짝수이어야 한다.
① $2^3\times3\times6=2^3\times3\times(2\times3)=2^4\times3^2$
② $2^3\times3\times24=2^3\times3\times(2^3\times3)=2^6\times3^2$
③ $2^3\times3\times48=2^3\times3\times(2^4\times3)=2^7\times3^2$
④ $2^3\times3\times54=2^3\times3\times(2\times3^3)=2^4\times3^4$
⑤ $2^3\times3\times96=2^3\times3\times(2^5\times3)=2^8\times3^2$
따라서 x의 값이 될 수 없는 것은 ③이다.

6 (1) $\sqrt{60x}$가 자연수가 되려면 $60x$가 제곱수가 되어야 한다. 그런데 $60x=2^2\times3\times5\times x$이므로 가장 작은 자연수 x의 값은
$3\times5=15$
(2) $\sqrt{\frac{240}{x}}=\sqrt{\frac{2^4\times3\times5}{x}}$가 자연수가 되려면 분자의 소인수의 지수가 모두 짝수이어야 하므로 가장 작은 자연수 x의 값은
$3\times5=15$
(3) $\sqrt{\frac{18}{5}x}=\sqrt{\frac{2\times3^2}{5}\times x}$가 자연수가 되려면 분모의 5가 약분되고, 분자의 소인수의 지수가 모두 짝수이어야 하므로 가장 작은 자연수 x의 값은
$2\times5=10$

7 (1) $\sqrt{20-x}$가 정수가 되려면 $20-x$는 제곱수 또는 0이어야 한다.
이때 x는 자연수이므로 $20-x<20$
즉, $20-x=0,\ 1,\ 4,\ 9,\ 16$이므로
$x=20,\ 19,\ 16,\ 11,\ 4$
이 중 가장 큰 자연수 x는 20이다.
(2) $\sqrt{30-x}$가 자연수가 되려면 $30-x$는 제곱수이어야 한다.
이때 x는 자연수이므로 $30-x<30$
즉, $30-x=1,\ 4,\ 9,\ 16,\ 25$이므로
$x=29,\ 26,\ 21,\ 14,\ 5$
이 중 가장 큰 자연수 x는 29이다.

8 ① $\sqrt{8}<9(=\sqrt{81})$이므로 $-\sqrt{8}>-9$
② $\sqrt{(-5)^2}(=5)>\sqrt{(-3)^2}(=3)$
③ $\sqrt{15}<4(=\sqrt{16})$이므로 $-\sqrt{15}>-4$

④ $0.2=\sqrt{0.2^2}=\sqrt{0.04}$이므로 $0.2<\sqrt{0.2}$

⑤ $\sqrt{\frac{1}{3}}>\frac{1}{2}\left(=\sqrt{\frac{1}{4}}\right)$이므로 $-\sqrt{\frac{1}{3}}<-\frac{1}{2}$

따라서 두 수의 대소 관계가 옳은 것은 ⑤이다.

9 (1) $4<\sqrt{2x}<5$의 각 변을 제곱하면

$4^2<(\sqrt{2x})^2<5^2$

$16<2x<25$

$\therefore 8<x<12.5$

따라서 조건을 만족하는 자연수 x는

9, 10, 11, 12

(2) $\sqrt{2}<x<\sqrt{20}$의 각 변을 제곱하면

$(\sqrt{2})^2<x^2<(\sqrt{20})^2$

$2<x^2<20$

이때 $2^2=4$, $3^2=9$, $4^2=16$이므로 자연수 x는

2, 3, 4의 3개이다.

(3) $3<\sqrt{x-2}<4$의 각 변을 제곱하면

$3^2<(\sqrt{x-2})^2<4^2$

$9<x-2<16$

$\therefore 11<x<18$

따라서 조건을 만족하는 자연수 x는 12, 13, 14, 15, 16, 17의 6개이다.

이런 문제가 시험에 나온다 본문 21~22쪽

01 ⑤ **02** ④, ⑤ **03** ⑤

04 (1) $\frac{9}{2}$ (2) 3 (3) -19 (4) 17 (5) 16 (6) -5

05 7 **06** ③ **07** ② **08** ④

09 ④, ⑤ **10** ① **11** (1) 18개 (2) 5개

12 (1) -5 (2) 2 (3) -2 (4) 0

13 (1) 10 (2) 16 (3) 4개

01 ① $\sqrt{100}=\sqrt{10^2}=10$

② $(-\sqrt{0.36})^2=0.36$의 제곱근은 ± 0.6이다.

③ $\sqrt{6}+\sqrt{10}\neq\sqrt{6+10}=\sqrt{16}=4$

④ $\sqrt{16}=\sqrt{4^2}=4$이므로 제곱근 $\sqrt{16}$, 즉 제곱근 4는 $\sqrt{4}=2$이다.

02 ④ $\sqrt{0.0001}=\sqrt{0.01^2}=0.01$

⑤ $\sqrt{\frac{25}{169}}=\sqrt{\left(\frac{5}{13}\right)^2}=\frac{5}{13}$

03 ① $-\sqrt{5^2}=-5$ ② $(-\sqrt{5})^2=5$

③ $\sqrt{(-5)^2}=5$ ④ $(-\sqrt{6})^2=6$

⑤ $-\sqrt{(-6)^2}=-6$

따라서 그 값이 가장 작은 것은 ⑤이다.

04 (1) (주어진 식)$=\frac{3}{4}\times\frac{3}{2}\times 4=\frac{9}{2}$

(2) (주어진 식)$=3+3-3=3$

(3) (주어진 식)$=5+8\times(-3)=-19$

(4) (주어진 식)$=2\times\sqrt{(4\times 2^2)^2}-\sqrt{15^2}$

$=2\times 16-15=32-15=17$

(5) (주어진 식)$=\sqrt{14^2}\div\sqrt{(-2)^2}+\sqrt{9^2}$

$=14\div 2+9=7+9=16$

(6) (주어진 식)$=7-9+12\div(-4)$

$=7-9-3=-5$

05 $\sqrt{81}=\sqrt{9^2}=9$의 양의 제곱근은 3이므로

$A=3$

$\sqrt{(-16)^2}=16$의 음의 제곱근은 -4이므로

$B=-4$

$\therefore A-B=3-(-4)=7$

06 ① $4=\sqrt{4^2}=\sqrt{16}$이고 $16<20$이므로 $4<\sqrt{20}$

② $5=\sqrt{5^2}=\sqrt{25}$이고 $27>25$이므로 $\sqrt{27}>5$

$\therefore -\sqrt{27}<-5$

③ $\frac{1}{3}=\sqrt{\left(\frac{1}{3}\right)^2}=\sqrt{\frac{1}{9}}$이고 $\frac{1}{3}>\frac{1}{9}$이므로

$\sqrt{\frac{1}{3}}>\frac{1}{3}$ $\therefore -\sqrt{\frac{1}{3}}<-\frac{1}{3}$

④ $\sqrt{2^2}=2$, $\sqrt{(-3)^2}=3$이므로 $\sqrt{2^2}<\sqrt{(-3)^2}$

⑤ $-\sqrt{(-3)^2}=-\sqrt{9}$이고 $\sqrt{9}<\sqrt{10}$이므로

$-\sqrt{(-3)^2}>-\sqrt{10}$

따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

07 $\sqrt{2^3\times 3^2\times x}$가 자연수가 되려면 $2^3\times 3^2\times x$의 소인수의 지수가 모두 짝수이어야 한다.

① $2^3\times 3^2\times 2=2^4\times 3^2$

② $2^3\times 3^2\times 6=2^3\times 3^2\times(2\times 3)=2^4\times 3^3$

③ $2^3\times 3^2\times 8=2^3\times 3^2\times 2^3=2^6\times 3^2$

④ $2^3\times 3^2\times 18=2^3\times 3^2\times(2\times 3^2)=2^4\times 3^4$

⑤ $2^3\times 3^2\times 50=2^3\times 3^2\times(2\times 5^2)=2^4\times 3^2\times 5^2$

따라서 x의 값으로 옳지 않은 것은 ②이다.

08 $a>0$이므로 $-a<0$, $4a>0$, $-3a<0$이다.

$\therefore$ (주어진 식)$=\sqrt{(-a)^2}-\sqrt{(4a)^2}-\sqrt{(-3a)^2}$

$=-(-a)-4a-\{-(-3a)\}$

$=a-4a-3a=-6a$

09 ① $-a>0$이므로 $\sqrt{(-a)^2}=-a$
② $3a<0$이므로 $-\sqrt{(3a)^2}=-(-3a)=3a$
③ $-2a>0$이므로 $\sqrt{(-2a)^2}=-2a$
④ $-\sqrt{4a^2}=-\sqrt{(2a)^2}$이고 $2a<0$이므로
$-\sqrt{(2a)^2}=-(-2a)=2a$
⑤ $-5a>0$이므로 $-\sqrt{(-5a)^2}=-(-5a)=5a$
따라서 옳지 않은 것은 ④, ⑤이다.

10 한 변의 길이가 각각 $\sqrt{2}$ cm, $\sqrt{3}$ cm인 두 정사각형의 넓이의 합은
$(\sqrt{2})^2+(\sqrt{3})^2=2+3=5(\text{cm}^2)$
따라서 구하는 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{5}$ cm이다.

11 (1) 주어진 식의 각 변에 2를 곱하면
$8<\sqrt{2x+1}<10$
각 변을 제곱하면
$64<2x+1<100$
각 변에서 1을 빼면
$63<2x<99$
$\therefore \frac{63}{2}<x<\frac{99}{2}$
따라서 이것을 만족하는 자연수 x는 32, 33, 34, $\cdots$, 49의 18개이다.
(2) 주어진 식의 각 변에 -1을 곱하면
$1<\sqrt{3x-2}\le 4$
각 변을 제곱하면
$1<3x-2\le 16$
각 변에 2를 더하면
$3<3x\le 18 \qquad \therefore 1<x\le 6$
따라서 이것을 만족하는 자연수 x는 2, 3, 4, 5, 6의 5개이다.

12 (1) $2<a<3$에서 $a-2>0$, $a-3<0$, $-2a<0$이므로
(주어진 식)$=a-2-\{-(a-3)\}-\{-(-2a)\}$
$=a-2+a-3-2a$
$=-5$
(2) $3-\sqrt{3}>0$이고 $1-\sqrt{3}<0$이므로
(주어진 식)$=3-\sqrt{3}-(1-\sqrt{3})$
$=3-\sqrt{3}-1+\sqrt{3}=2$
(3) $-1<a<1$에서 $a-1<0$, $3-a>0$이므로
(주어진 식)$=-(a-1)-(3-a)$
$=-a+1-3+a=-2$
(4) $0<a<1$에서 $a-\frac{1}{a}<0$, $a+\frac{1}{a}>0$, $-2a<0$이므로
(주어진 식)
$=-\left(a-\frac{1}{a}\right)-\left(a+\frac{1}{a}\right)+\{-(-2a)\}$
$=-a+\frac{1}{a}-a-\frac{1}{a}+2a=0$

13 (1) $\sqrt{\frac{72}{5}x}=\sqrt{\frac{2^3\times3^2}{5}\times x}$가 정수가 되려면
$x=2\times5\times(\text{정수})^2$이어야 하고 이 중 가장 작은 자연수 x의 값은
$x=2\times5\times1^2=10$
(2) $\sqrt{25-x}$가 정수가 되려면 $25-x$는 제곱수 또는 0이어야 한다.
이때 x는 자연수이므로 $25-x<25$
즉, $25-x=0$, 1, 4, 9, 16이므로
$x=25$, 24, 21, 16, 9
따라서 $A=25$, $B=9$이므로
$A-B=16$
(3) (i) $\sqrt{\frac{252}{n}}$가 자연수가 되려면 n은 252의 약수이면서 $\frac{252}{n}$를 제곱수가 되도록 하는 수이다.
$252=2^2\times3^2\times7$이므로 $\sqrt{\frac{252}{n}}$가 자연수가 되도록 하는 n의 값은 7, $2^2\times7$, $3^2\times7$, $2^2\times3^2\times7$이다.
(ii) $\sqrt{700n}=\sqrt{2^2\times5^2\times7\times n}$이 자연수가 되려면 n은 $7\times(\text{자연수})^2$의 꼴이어야 한다.
따라서 (i), (ii)를 모두 만족하는 자연수 n은 7, $2^2\times7$, $3^2\times7$, $2^2\times3^2\times7$의 4개이다.

03 무리수와 실수

개념원리 확인하기

본문 25쪽

01 풀이 참조
02 (1) × (2) × (3) ○ (4) ○ (5) ×
03 (1) 유 (2) 무 (3) 유 (4) 유 (5) 유 (6) 무
04 >, >
05 (1) $\sqrt{3}-1<2+\sqrt{3}$ (2) $2+\sqrt{3}<\sqrt{3}+\sqrt{5}$

01 소수 $\begin{cases} \text{유한소수} \\ \text{무한소수} \begin{cases} \text{순환소수} \\ \boxed{\text{순환하지 않는 무한소수}} \end{cases} \end{cases}$
유한소수, 순환소수 — $\boxed{\text{유리수}}$
$\boxed{\text{순환하지 않는 무한소수}}$ — $\boxed{\text{무리수}}$

02 (1) 순환소수는 유리수이다.
(2) 무한소수 중 순환소수는 유리수이다.
(5) 순환소수는 모두 유리수이다.

03 (1) $\sqrt{9}=\sqrt{3^2}=3$ ⇨ 유리수
(3) $-\sqrt{0.49}=-\sqrt{0.7^2}=-0.7$ ⇨ 유리수
(4) $0.313131\cdots=0.\dot{3}\dot{1}=\frac{31}{99}$ ⇨ 유리수
(5) $\sqrt{4}+3=2+3=5$ ⇨ 유리수

05 (1) $(\sqrt{3}-1)-(2+\sqrt{3})=-3<0$
$\therefore \sqrt{3}-1<2+\sqrt{3}$
(2) $(2+\sqrt{3})-(\sqrt{3}+\sqrt{5})$
$=2-\sqrt{5}=\sqrt{4}-\sqrt{5}<0$
$\therefore 2+\sqrt{3}<\sqrt{3}+\sqrt{5}$

핵심문제 익히기 (확인문제) 본문 26~28쪽

1 4개 **2** ④, ⑤ **3** $P(1-\sqrt{2})$, $Q(1+\sqrt{2})$
4 $P(-2-\sqrt{2})$, $Q(-2+\sqrt{2})$ **5** ④
6 ① **7** $a>b>c$

1 $\sqrt{100}-\sqrt{49}=\sqrt{10^2}-\sqrt{7^2}=10-7=3$ (유리수)
$\sqrt{1.21}=\sqrt{1.1^2}=1.1$ (유리수)
$-\sqrt{0.16}=-\sqrt{0.4^2}=-0.4$ (유리수)
$\pi=3.141592\cdots$이므로 순환하지 않는 무한소수이다.
$(-\sqrt{0.5})^2=0.5$ (유리수)
$\sqrt{0.\dot{4}}=\sqrt{\frac{4}{9}}=\sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)^2}=\frac{2}{3}$ (유리수)
따라서 순환하지 않는 무한소수, 즉 무리수는 $\sqrt{2}+1$, $\sqrt{\frac{1}{2}}$, $\sqrt{48}$, π의 4개이다.

2 ① 순환하는 무한소수는 유리수이다.
② 근호를 없앨 수 없는 수만 무리수이다.
③ $\sqrt{7}$은 순환하지 않는 무한소수이므로 무리수이다.

3 한 변의 길이가 1인 정사각형의 대각선의 길이는 $\sqrt{2}$이므로
$\overline{AP}=\overline{AQ}=\overline{AB}=\sqrt{2}$
점 P는 점 A(1)에서 왼쪽으로 $\sqrt{2}$만큼 떨어져 있으므로 점 P의 좌표는 $P(1-\sqrt{2})$이고, 점 Q는 점 A(1)에서 오른쪽으로 $\sqrt{2}$만큼 떨어져 있으므로 점 Q의 좌표는 $Q(1+\sqrt{2})$이다.

4 $\square EFGH=2\times2-4\times\left(\frac{1}{2}\times1\times1\right)=2$
정사각형 EFGH의 한 변의 길이를 x라 하면
$x^2=2 \quad \therefore x=\sqrt{2}\ (\because x>0)$
따라서 두 점 P, Q의 좌표는
$P(-2-\sqrt{2})$, $Q(-2+\sqrt{2})$

5 ④ $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{7}}{2}$은 $\sqrt{6}$과 $\sqrt{7}$의 평균이므로 $\sqrt{6}$과 $\sqrt{7}$ 사이에 있다.

6 ① $(2+\sqrt{5})-(\sqrt{3}+\sqrt{5})=2-\sqrt{3}=\sqrt{4}-\sqrt{3}>0$
$\therefore 2+\sqrt{5}>\sqrt{3}+\sqrt{5}$
② $(2+\sqrt{6})-(\sqrt{6}+\sqrt{5})=2-\sqrt{5}=\sqrt{4}-\sqrt{5}<0$
$\therefore 2+\sqrt{6}<\sqrt{6}+\sqrt{5}$
③ $-\sqrt{8}>-3\ (=-\sqrt{9})$
④ $12-(\sqrt{5}+10)=2-\sqrt{5}=\sqrt{4}-\sqrt{5}<0$
$\therefore 12<\sqrt{5}+10$
⑤ $\sqrt{10}>\sqrt{8}$
따라서 옳은 것은 ①이다.

7 $a-b=(2+\sqrt{2})-(\sqrt{2}+\sqrt{3})$
$=2-\sqrt{3}$
$=\sqrt{4}-\sqrt{3}>0$
$\therefore a>b$
$b-c=(\sqrt{2}+\sqrt{3})-(\sqrt{3}+1)$
$=\sqrt{2}-1>0$
$\therefore b>c$
$\therefore a>b>c$

이런 문제가 시험에 나온다 본문 29쪽

01 ④ **02** 3개 **03** ④ **04** $\sqrt{\frac{7}{2}}$
05 점 A **06** ③ **07** $b<a<c$

01 ④ 자연수 9의 제곱근은 ±3이므로 유리수이다.

02 순환하지 않는 무한소수는 무리수이다.
ㄱ. $\sqrt{0}=0$ (유리수)
ㄷ. 순환소수는 유리수이다.
ㄹ. $-\sqrt{0.01}=-\sqrt{0.1^2}=-0.1$ (유리수)
ㅁ. $\frac{\sqrt{25}}{3}=\frac{5}{3}$ (유리수)
ㅅ. $\sqrt{40-4}=\sqrt{36}=\sqrt{6^2}=6$ (유리수)
따라서 순환하지 않는 무한소수는 ㄴ, ㅂ, ㅇ의 3개이다.

03 ① $\sqrt{2}+0.1=1.414\cdots+0.1=1.514\cdots$

② $\sqrt{2}+0.01=1.414\cdots+0.01=1.424\cdots$

③ $\sqrt{3}-0.01=1.732\cdots-0.01=1.722\cdots$

④ $\sqrt{2}+1=1.414\cdots+1=2.414\cdots$

⑤ $\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{2}$은 $\sqrt{2}$와 $\sqrt{3}$의 평균이다.

따라서 $\sqrt{2}$와 $\sqrt{3}$ 사이의 수가 아닌 것은 ④이다.

04 맨 왼쪽 점에 대응하는 수부터 차례로 쓰면

$-5,\ -\sqrt{\dfrac{5}{2}},\ 0,\ \sqrt{3},\ \sqrt{\dfrac{7}{2}},\ \sqrt{6}$

이므로 왼쪽에서 다섯 번째 점에 대응하는 수는 $\sqrt{\dfrac{7}{2}}$이다.

05 $2-\sqrt{2}$는 2에 대응하는 점에서 왼쪽으로 $\sqrt{2}$만큼 떨어진 점 A에 대응한다.

06 ① $3-(\sqrt{3}+1)=2-\sqrt{3}=\sqrt{4}-\sqrt{3}>0$

$\therefore 3>\sqrt{3}+1$

② $(\sqrt{3}+1)-(\sqrt{2}+1)=\sqrt{3}-\sqrt{2}>0$

$\therefore \sqrt{3}+1>\sqrt{2}+1$

③ $(\sqrt{15}+1)-4=\sqrt{15}-3=\sqrt{15}-\sqrt{9}>0$

$\therefore \sqrt{15}+1>4$

④ $4-\sqrt{7}-(\sqrt{17}-\sqrt{7})=4-\sqrt{17}=\sqrt{16}-\sqrt{17}<0$

$\therefore 4-\sqrt{7}<\sqrt{17}-\sqrt{7}$

⑤ $(\sqrt{11}-\sqrt{7})-(5-\sqrt{7})=\sqrt{11}-5=\sqrt{11}-\sqrt{25}<0$

$\therefore \sqrt{11}-\sqrt{7}<5-\sqrt{7}$

따라서 옳은 것은 ③이다.

07 $a-b=2-(\sqrt{6}-3)=5-\sqrt{6}=\sqrt{25}-\sqrt{6}>0$

$\therefore a>b$

$a-c=2-(4-\sqrt{3})=-2+\sqrt{3}=-\sqrt{4}+\sqrt{3}<0$

$\therefore a<c \qquad \therefore b<a<c$

1 Step (기본문제)

본문 30~31쪽

01 ④	**02** ③	**03** 3개	**04** ③		
05 (1) 7	(2) 2	(3) -1	(4) 11	(5) -2	**06** 1
07 ⑤	**08** ②, ⑤	**09** ③	**10** ③		**11** ④
12 점 C	**13** $\mathrm{P}(3-\sqrt{5})$, $\mathrm{Q}(3+\sqrt{5})$				**14** ⑤

01 ①, ②, ③, ⑤ 2

④ -2

02 ① $-\sqrt{(-0.2)^2}=-0.2$

② $\left(-\sqrt{\dfrac{4}{9}}\right)^2=\dfrac{4}{9}$

③ $\sqrt{-(-4)^3}=\sqrt{-(-64)}=\sqrt{64}=\sqrt{8^2}=8$

④ $\left(-\sqrt{\dfrac{2}{7}}\right)^2=\dfrac{2}{7}$

⑤ $\sqrt{\dfrac{64}{81}}=\sqrt{\left(\dfrac{8}{9}\right)^2}=\dfrac{8}{9}$

따라서 옳은 것은 ③이다.

03 무리수는 순환하지 않는 무한소수이다.

$0.2\dot{3}$, $\sqrt{144}=12$, 3.7, $\sqrt{36}+\sqrt{(-4)^2}=6+4=10$은 유리수이고 무리수는 $\sqrt{0.1}$, π, $-\dfrac{\sqrt{3}}{4}$의 3개이다.

04 ① 4는 16의 양의 제곱근이다.

② $\sqrt{36}=\sqrt{6^2}=6$

③ $\left(-\dfrac{1}{2}\right)^3=-\dfrac{1}{8}$은 음수이므로 제곱근이 없다.

④ $\sqrt{(-16)^2}=16$의 제곱근은 $\pm\sqrt{16}=\pm4$이다.

⑤ 음수의 제곱근은 없다.

따라서 옳은 것은 ③이다.

05 (1) (주어진 식) $=\sqrt{5^2}-2\times\sqrt{(-2)^2}+\sqrt{(2\times3)^2}$

$=5-2\times2+2\times3$

$=5-4+6=7$

(2) (주어진 식) $=\sqrt{11^2}-\sqrt{(-6)^2}-(-\sqrt{3})^2$

$=11-6-3$

$=2$

(3) (주어진 식) $=\sqrt{\left(\dfrac{5}{4}\right)^2}\div\sqrt{\left(\dfrac{1}{2}\right)^2}-\sqrt{(-2)^2}\times\dfrac{7}{4}$

$=\dfrac{5}{4}\div\dfrac{1}{2}-2\times\dfrac{7}{4}$

$=\dfrac{5}{2}-\dfrac{7}{2}=-1$

(4) (주어진 식) $=\sqrt{\left(\dfrac{2}{3}\right)^2}\times\sqrt{9^2}+\sqrt{(-2)^2}\div\sqrt{\left(\dfrac{2}{5}\right)^2}$

$=\dfrac{2}{3}\times9+2\div\dfrac{2}{5}$

$=6+5$

$=11$

(5) (주어진 식)

$=\sqrt{\left(\dfrac{3}{4}\right)^2}+\sqrt{\left(-\dfrac{1}{4}\right)^2}-\sqrt{(-2)^2}-\sqrt{(-1)^2}$

$=\dfrac{3}{4}+\dfrac{1}{4}-2-1$

$=-2$

06 $\sqrt{(-49)^2}=49$의 음의 제곱근은 $-\sqrt{49}=-7$이므로
$A=-7$
$(-8)^2=64$의 양의 제곱근은 $\sqrt{64}=8$이므로
$B=8$
$\therefore A+B=-7+8=1$

07 ① $5=\sqrt{25}$이므로 $\sqrt{5}<5$ $\quad\therefore -\sqrt{5}>-5$
② $\frac{1}{6}=\frac{1}{\sqrt{36}}$이므로 $\frac{1}{\sqrt{7}}>\frac{1}{6}$
③ $\sqrt{2^2}=2$, $\sqrt{(-3)^2}=3$이므로 $\sqrt{2^2}<\sqrt{(-3)^2}$
④ $0.4=\sqrt{0.16}$이므로 $\sqrt{0.4}>0.4$
⑤ $\frac{1}{3}=\sqrt{\frac{1}{9}}$이므로 $\frac{1}{3}<\sqrt{3}$ $\quad\therefore -\frac{1}{3}>-\sqrt{3}$
따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

08 ① -2와 $\sqrt{2}$ 사이의 정수는 -1, 0, 1의 3개이다.
② $\sqrt{5}$와 $\sqrt{7}$ 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.
⑤ 수직선 위의 모든 점은 유리수와 무리수, 즉 실수로 나타낼 수 있다.

09 ③ $\sqrt{10}-\sqrt{5}=3.162\cdots-2.236\cdots=0.926\cdots<\sqrt{5}$이므로 $\sqrt{10}-\sqrt{5}$는 $\sqrt{5}$와 $\sqrt{10}$ 사이의 수가 아니다.

10 ③ $(1-\sqrt{7})-(1-\sqrt{5})=-\sqrt{7}+\sqrt{5}<0$
$\therefore 1-\sqrt{7}<1-\sqrt{5}$

11 ④ $-\sqrt{4a^2}=-\sqrt{(2a)^2}$이고 $2a>0$이므로
$-\sqrt{4a^2}=-\sqrt{(2a)^2}=-2a$

12 $\sqrt{49}<\sqrt{50}<\sqrt{64}$에서 $7<\sqrt{50}<8$
$\therefore 6<\sqrt{50}-1<7$
따라서 $\sqrt{50}-1$에 대응하는 점은 점 C이다.

13 $\square\mathrm{ABCD}=3\times3-4\times\left(\frac{1}{2}\times2\times1\right)=5$
$\square$ABCD의 한 변의 길이를 x라 하면
$x^2=5$ $\quad\therefore x=\sqrt{5}$ ($\because x>0$)
따라서 점 P는 3에 대응하는 점에서 왼쪽으로 $\sqrt{5}$만큼 떨어져 있으므로 $\mathrm{P}(3-\sqrt{5})$
점 Q는 3에 대응하는 점에서 오른쪽으로 $\sqrt{5}$만큼 떨어져 있으므로 $\mathrm{Q}(3+\sqrt{5})$

14 $\sqrt{20x}=\sqrt{2^2\times5\times x}$가 자연수가 되려면
$2^2\times5\times x$가 제곱수가 되어야 한다.
즉, $x=5\times(\text{자연수})^2$의 꼴이어야 한다.
① $9=3^2$
② $10=2\times5$
③ $15=3\times5$
④ $40=2^3\times5$
⑤ $45=3^2\times5$
따라서 자연수 x의 값으로 알맞은 것은 ⑤이다.

2 Step (발전문제)

본문 32~33쪽

01 -18 **02** 점 B, 점 D, 점 A, 점 C **03** ④
04 (1) -1 (2) $-3a$ **05** 0 **06** ③
07 $\mathrm{P}(-1-\sqrt{5})$, $\mathrm{Q}(1+\sqrt{2})$ **08** $\sqrt{3}+\sqrt{2}$
09 (1) $c<a<b$ (2) $a>b>c$ **10** ①
11 8 **12** ① **13** ④
14 (1) 154 (2) 55 (3) 64 (4) 4개

01 $A=13-0.5\div\frac{1}{50}=13-\frac{1}{2}\times50=-12$
$B=-6+4\times3=6$
$\therefore A-B=-12-6=-18$

02 $-2<-\sqrt{3}<-1$이므로 $-\sqrt{3}$은 점 B에 대응한다.
$1<\sqrt{2}<2$에서 $2<\sqrt{2}+1<3$이므로 $\sqrt{2}+1$은 점 D에 대응한다.
$-3<-\sqrt{8}<-2$이므로 $-\sqrt{8}$은 점 A에 대응한다.
$-2<-\sqrt{2}<-1$에서 $1<3-\sqrt{2}<2$이므로 $3-\sqrt{2}$는 점 C에 대응한다.
따라서 $-\sqrt{3}$, $\sqrt{2}+1$, $-\sqrt{8}$, $3-\sqrt{2}$에 대응하는 점은 차례로 점 B, 점 D, 점 A, 점 C이다.

03 $2<\sqrt{\frac{x}{5}}<\frac{5}{2}$의 각 변을 제곱하면
$4<\frac{x}{5}<\frac{25}{4}$
각 변에 5를 곱하면
$20<x<\frac{125}{4}$
따라서 자연수 x는 21, 22, 23, $\cdots$, 30, 31의 11개이다.

04 (1) $a<0$에서 $a-1<0$이므로
(주어진 식)$=-a-\{-(a-1)\}$
$=-a+a-1=-1$

(2) $a<0$에서 $-a>0$, $-3a>0$, $5a<0$이므로

(주어진 식)$=\sqrt{(-a)^2}-\sqrt{(-3a)^2}+\sqrt{(5a)^2}$

$=-a-(-3a)-5a$

$=-3a$

05 $\sqrt{15}<4(=\sqrt{16})$이므로

$\sqrt{15}-4<0$, $4-\sqrt{15}>0$

$\therefore$ (주어진 식)$=-(\sqrt{15}-4)-(4-\sqrt{15})$

$=-\sqrt{15}+4-4+\sqrt{15}$

$=0$

06 $-3<a<2$에서 $a-2<0$, $3-a>0$이므로

$\sqrt{(a-2)^2}-\sqrt{(3-a)^2}=-(a-2)-(3-a)$

$=-a+2-3+a$

$=-1$

07 $\square\text{ABCD}=3\times3-4\times\left(\frac{1}{2}\times2\times1\right)=5$

$\square$ABCD의 한 변의 길이를 x라 하면

$x^2=5$ $\quad\therefore x=\sqrt{5}$ ($\because x>0$)

따라서 점 P는 점 A(-1)에서 왼쪽으로 $\sqrt{5}$만큼 떨어져 있으므로 P$(-1-\sqrt{5})$

$\square\text{EFGH}=2\times2-4\times\left(\frac{1}{2}\times1\times1\right)=2$

$\square$EFGH의 한 변의 길이를 x라 하면

$x^2=2$ $\quad\therefore x=\sqrt{2}$ ($\because x>0$)

따라서 점 Q는 점 E(1)에서 오른쪽으로 $\sqrt{2}$만큼 떨어져 있으므로 Q$(1+\sqrt{2})$

08 (i) 음수 : $-\sqrt{3}-1$, $-\sqrt{2}$

$\sqrt{3}>\sqrt{2}$이므로 $-\sqrt{3}<-\sqrt{2}$

$\therefore -\sqrt{3}-1<-\sqrt{2}$

(ii) 양수 : $\sqrt{3}+3$, $2+\sqrt{2}$, $\sqrt{3}+\sqrt{2}$

$(\sqrt{3}+3)-(2+\sqrt{2})=\sqrt{3}+3-2-\sqrt{2}$

$=\sqrt{3}-\sqrt{2}+1>0$

이므로

$\sqrt{3}+3>2+\sqrt{2}$

$(2+\sqrt{2})-(\sqrt{3}+\sqrt{2})=2+\sqrt{2}-\sqrt{3}-\sqrt{2}$

$=2-\sqrt{3}=\sqrt{4}-\sqrt{3}>0$

이므로

$2+\sqrt{2}>\sqrt{3}+\sqrt{2}$

$\therefore \sqrt{3}+3>2+\sqrt{2}>\sqrt{3}+\sqrt{2}$

(i), (ii)에서

$-\sqrt{3}-1<-\sqrt{2}<\sqrt{3}+\sqrt{2}<2+\sqrt{2}<\sqrt{3}+3$

따라서 작은 수부터 차례로 나열할 때, 세 번째에 오는 수는 $\sqrt{3}+\sqrt{2}$이다.

09 (1) $a-b=(-3+\sqrt{2})-(-3+\sqrt{5})$

$=\sqrt{2}-\sqrt{5}<0$

$\therefore a<b$

$c-a=-2-(-3+\sqrt{2})$

$=1-\sqrt{2}<0$

$\therefore c<a$

$\therefore c<a<b$

(2) $a-b=(\sqrt{5}+\sqrt{7})-(2+\sqrt{7})$

$=\sqrt{5}-2$

$=\sqrt{5}-\sqrt{4}>0$

$\therefore a>b$

$b-c=(2+\sqrt{7})-(\sqrt{5}+2)$

$=\sqrt{7}-\sqrt{5}>0$

$\therefore b>c$

$\therefore a>b>c$

10 ① $2-x>0$이므로

$\sqrt{(2-x)^2}=2-x$

② $x-2<0$이므로

$-\sqrt{(x-2)^2}=-\{-(x-2)\}=x-2$

③ $2+y>0$이므로

$\sqrt{(2+y)^2}=2+y$

④ $-y>0$이므로

$-\sqrt{(-y)^2}=-(-y)=y$

⑤ $y-2<0$이므로

$-\sqrt{(y-2)^2}=-\{-(y-2)\}=y-2$

이때 $-2<x<y<0$에서

$2-x>2+y>y>y-2>x-2$

이므로 가장 큰 수는 ①이다.

11 $\sqrt{(3-x)^2}=4$에서

(i) $3-x\geq0$, 즉 $x\leq3$일 때

$3-x=4$에서 $x=-1$

이것은 $x\leq3$이라는 조건을 만족한다.

(ii) $3-x<0$, 즉 $x>3$일 때

$-(3-x)=4$에서 $x=7$

이것은 $x>3$이라는 조건을 만족한다.

(i), (ii)에서 $A=7$, $B=-1$

$\therefore A-B=7-(-1)$

$=8$

12 $0<a<1$일 때

$a^2<a<\sqrt{a}<\frac{1}{\sqrt{a}}<\frac{1}{a}$

▶ 다른풀이

$0<a<1$인 a의 값을 $\frac{1}{4}$이라 하면

① $\frac{1}{a}=4$

② $\sqrt{a}=\sqrt{\frac{1}{4}}=\frac{1}{2}$

③ $a^2=\left(\frac{1}{4}\right)^2=\frac{1}{16}$

④ $\frac{1}{\sqrt{a}}=\frac{1}{\frac{1}{2}}=2$

⑤ $a=\frac{1}{4}$

따라서 가장 큰 것은 ①이다.

13 $-1<a<0$일 때, $\frac{1}{a}<-1$이므로

$a-\frac{1}{a}>0$, $a+\frac{1}{a}<0$, $2a<0$

∴ (주어진 식)

$$=\sqrt{\left(a-\frac{1}{a}\right)^2}+\sqrt{\left(a+\frac{1}{a}\right)^2}-\sqrt{(2a)^2}$$

$$=\left(a-\frac{1}{a}\right)-\left(a+\frac{1}{a}\right)-(-2a)$$

$$=a-\frac{1}{a}-a-\frac{1}{a}+2a=2a-\frac{2}{a}$$

14 (1) $\sqrt{11n}$이 자연수가 되려면 $11n$이 제곱수이어야 한다.

즉, $n=11\times(\text{자연수})^2$의 꼴이고 $10<n<100$이므로

$n=11\times1^2(=11)$, $11\times2^2(=44)$, $11\times3^2(=99)$

따라서 모든 자연수 n의 값의 합은

$11+44+99=154$

(2) $\sqrt{\frac{99n}{5}}=\sqrt{\frac{3^2\times11\times n}{5}}$이 자연수가 되려면 소인수의 지수가 모두 짝수이어야 하므로 가장 작은 자연수 n의 값은

$5\times11=55$

(3) $\sqrt{81-x}$가 정수가 되려면 $81-x$는 제곱수 또는 0이어야 한다.

이때 x는 자연수이므로 $81-x<81$

즉, $81-x=0$, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64이므로

$x=81$, 80, 77, 72, 65, 56, 45, 32, 17

따라서 $M=81$, $m=17$이므로

$M-m=81-17=64$

(4) (i) $\sqrt{\frac{180}{n}}=\sqrt{\frac{2^2\times3^2\times5}{n}}$가 자연수가 되려면

$n=5$, 5×2^2, 5×3^2, $5\times2^2\times3^2$

(ii) $\sqrt{500n}=\sqrt{2^2\times5^3\times n}$이 자연수가 되려면

n은 $5\times(\text{자연수})^2$의 꼴이어야 한다.

(i), (ii)를 모두 만족하는 자연수 n은

5, 5×2^2, 5×3^2, $5\times2^2\times3^2$의 4개이다.

3 Step (실력 UP) 본문 34쪽

01 81 **02** (1) $-2a$ (2) $4a-2b$

03 (1) 36 (2) 19 **04** 197 **05** $\frac{1}{6}$

06 (1) 54 (2) 11

01 9의 양의 제곱근은 3이므로

$\sqrt{\sqrt{x}}=3$

양변을 제곱하면 $\sqrt{x}=9$

또, 양변을 제곱하면 $x=81$

02 (1) $a<b<0$에서 $-a>0$, $a-b<0$, $-b>0$

∴ (주어진 식) $=-a-(a-b)-b$

$=-a-a+b-b$

$=-2a$

(2) $ab>0$에서 a와 b는 서로 같은 부호이고

$a+b<0$이므로 $a<0$, $b<0$이다.

$a<0$에서 $-5a>0$, $b<0$에서 $-b>0$

∴ (주어진 식) $=-a-b-(-5a)-b$

$=-a-b+5a-b$

$=4a-2b$

03 (1) $\sqrt{300-x}-\sqrt{200+y}$의 값이 가장 큰 정수가 되려면 $\sqrt{300-x}$가 가장 큰 정수가 되고 $\sqrt{200+y}$가 가장 작은 정수가 되어야 한다.

$\sqrt{300-x}$가 정수가 되려면 $300-x$는 300보다 작은 제곱수 또는 0이어야 하므로

$300-x=0$, 1, 4, $\cdots$, 289

이때 $\sqrt{300-x}$가 가장 큰 정수가 되는 것은

$300-x=289$ ∴ $x=11$

또, $\sqrt{200+y}$가 정수가 되려면 $200+y$는 200보다 큰 제곱수이어야 하므로

$200+y=225$, 256, 289, $\cdots$

이때 $\sqrt{200+y}$가 가장 작은 정수가 되는 것은

$200+y=225$ ∴ $y=25$

∴ $x+y=11+25$

$=36$

(2) $\sqrt{72+x}-\sqrt{110-y}$의 값이 가장 작은 정수가 되려면 $\sqrt{72+x}$가 가장 작은 정수가 되고 $\sqrt{110-y}$가 가장 큰 정수가 되어야 한다.
$\sqrt{72+x}$가 정수가 되려면 $72+x$는 72보다 큰 제곱수이어야 하므로
$72+x=81,\ 100,\ 121,\ \cdots$
이때 $\sqrt{72+x}$가 가장 작은 정수가 되는 것은
$72+x=81 \qquad \therefore x=9$
또, $\sqrt{110-y}$가 정수가 되려면 $110-y$는 110보다 작은 제곱수 또는 0이어야 하므로
$110-y=0,\ 1,\ 4,\ \cdots,\ 100$
이때 $\sqrt{110-y}$가 가장 큰 정수가 되는 것은
$110-y=100 \qquad \therefore y=10$
$\therefore x+y=9+10=19$

04 주어진 식의 양변을 제곱하면
$1.0\dot{2}\times\dfrac{n}{m}=(0.\dot{2})^2,\ \dfrac{92}{90}\times\dfrac{n}{m}=\left(\dfrac{2}{9}\right)^2$
$\therefore \dfrac{n}{m}=\dfrac{4}{81}\times\dfrac{90}{92}=\dfrac{10}{207}$
$\therefore m-n=207-10=197$

05 A, B 두 개의 주사위를 던져서 나올 수 있는 모든 경우의 수는 $6\times6=36$(가지)
$\sqrt{18xy}=\sqrt{2\times3^2\times xy}$가 자연수가 되려면
$xy=2\times$(자연수)^{2}의 꼴이어야 한다.
$x,\ y$는 1 이상 6 이하의 자연수이므로
$1\le xy\le 36$
따라서 xy의 값이 될 수 있는 수는
$2\times1^2\ (=2),\ 2\times2^2\ (=8),\ 2\times3^2\ (=18),$
$2\times4^2\ (=32)$
(i) $xy=2$일 때, $x,\ y$의 순서쌍은
$(1,\ 2),\ (2,\ 1)$의 2가지
(ii) $xy=8$일 때, $x,\ y$의 순서쌍은
$(2,\ 4),\ (4,\ 2)$의 2가지
(iii) $xy=18$일 때, $x,\ y$의 순서쌍은
$(3,\ 6),\ (6,\ 3)$의 2가지
(iv) $xy=32$일 때, $x,\ y$의 순서쌍은 없다.
(i)~(iv)에서 $\sqrt{18xy}$가 자연수가 되는 경우의 수는
$2+2+2=6$(가지)
따라서 구하는 확률은
$\dfrac{6}{36}=\dfrac{1}{6}$

06 (1) $\sqrt{1}=1,\ \sqrt{4}=2,\ \sqrt{9}=3,\ \sqrt{16}=4$이므로
$N(1)=N(2)=N(3)=1$
$N(4)=N(5)=N(6)=N(7)=N(8)=2$
$N(9)=N(10)=N(11)=\cdots=N(15)=3$
$N(16)=N(17)=N(18)=N(19)=N(20)=4$
$\therefore N(1)+N(2)+N(3)+\cdots+N(20)$
$=1\times3+2\times5+3\times7+4\times5$
$=3+10+21+20=54$
(2) $14=\sqrt{196},\ 15=\sqrt{225}$이므로 $14<\sqrt{200}<15$
$N(200)=(\sqrt{200}$ 이하의 자연수의 개수$)=14$
$3=\sqrt{9},\ 4=\sqrt{16}$이므로 $3<\sqrt{10}<4$
$N(10)=(\sqrt{10}$ 이하의 자연수의 개수$)=3$
$\therefore N(200)-N(10)=14-3=11$

서술형 대비 문제

본문 35~36쪽

1 $-3x+11$ **2** $-2a-2b$ **3** -3 **4** 3
5 $6-\sqrt{2}$ **6** 45

1 1단계 $x-5<0,\ -x+5>0,\ 1-x<0$이므로
$\sqrt{(x-5)^2}+\sqrt{(-x+5)^2}-\sqrt{(1-x)^2}$
$=-(x-5)+(-x+5)-\{-(1-x)\}$
2단계 $=-x+5-x+5+1-x$
$=-3x+11$

2 1단계 $ab<0$에서 a와 b는 서로 다른 부호이고
$a-b<0$이므로 $a<b$
$\therefore a<0,\ b>0$
2단계 $a-b<0,\ 4b>0,\ b-a>0$이므로
$\sqrt{(a-b)^2}-\sqrt{16b^2}+\sqrt{(b-a)^2}$
$=\sqrt{(a-b)^2}-\sqrt{(4b)^2}+\sqrt{(b-a)^2}$
$=-(a-b)-4b+(b-a)$
3단계 $=-a+b-4b+b-a$
$=-2a-2b$

3 1단계 $\sqrt{256}=\sqrt{16^2}=16$이므로 $\sqrt{256}$, 즉 16의 음의 제곱근은
$-\sqrt{16}=-\sqrt{4^2}=-4$
$\therefore A=-4$
2단계 또, $\left(-\sqrt{\dfrac{9}{16}}\right)^2=\dfrac{9}{16}$이므로 $\left(-\sqrt{\dfrac{9}{16}}\right)^2$, 즉 $\dfrac{9}{16}$의 양의 제곱근은
$\sqrt{\dfrac{9}{16}}=\sqrt{\left(\dfrac{3}{4}\right)^2}=\dfrac{3}{4}$
$\therefore B=\dfrac{3}{4}$
3단계 $\therefore A\times B=(-4)\times\dfrac{3}{4}=-3$

단계	채점요소	배점
1	A의 값 구하기	2점
2	B의 값 구하기	2점
3	$A\times B$의 값 구하기	1점

4 1단계 $-5\le-\sqrt{4-3x}\le-4$의 각 변에 -1을 곱하면
$4\le\sqrt{4-3x}\le5$
각 변을 제곱하면 $16\le4-3x\le25$
각 변에서 4를 빼면
$12\le-3x\le21$ $\quad\therefore -7\le x\le-4$
2단계 따라서 주어진 부등식을 만족하는 정수 x는 -7, -6, -5, -4이므로
$A=-4$, $B=-7$
3단계 $\therefore A-B=-4-(-7)=3$

단계	채점요소	배점
1	x의 값의 범위 구하기	2점
2	A, B의 값 구하기	2점
3	$A-B$의 값 구하기	1점

5 1단계 한 변의 길이가 1인 정사각형의 대각선의 길이는 $\sqrt{2}$이므로
$\overline{BD}=\overline{BQ}=\sqrt{2}$
점 Q는 점 B에서 오른쪽으로 $\sqrt{2}$만큼 떨어진 점이고 대응하는 수가 $5+\sqrt{2}$이므로 점 B에 대응하는 수는 5이다.
2단계 정사각형의 한 변의 길이가 1이므로 점 C에 대응하는 수는 6이다.
3단계 따라서 점 P에 대응하는 수는 $6-\sqrt{2}$이다.

단계	채점요소	배점
1	점 B에 대응하는 수 구하기	3점
2	점 C에 대응하는 수 구하기	1점
3	점 P에 대응하는 수 구하기	2점

6 1단계 $\sqrt{\dfrac{140}{x}}=\sqrt{\dfrac{2^2\times5\times7}{x}}$이 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 x는 $5\times7=35$
2단계 $\sqrt{360y}=\sqrt{2^3\times3^2\times5\times y}$가 자연수가 되려면 $y=2\times5\times(\text{자연수})^2$의 꼴이어야 하므로 가장 작은 자연수 y는 $2\times5=10$
3단계 $\therefore x+y=35+10=45$

단계	채점요소	배점
1	x의 값 구하기	3점
2	y의 값 구하기	3점
3	$x+y$의 값 구하기	1점

2 근호를 포함한 식의 계산

01 제곱근의 곱셈과 나눗셈

개념원리 확인하기

본문 40쪽

01 (1) 7, $\sqrt{14}$ (2) $\sqrt{105}$ (3) $\sqrt{2}$ (4) $15\sqrt{6}$
02 (1) $3\sqrt{6}$ (2) $2\sqrt{7}$ (3) $2\sqrt{11}$ (4) $-7\sqrt{2}$
03 (1) $\dfrac{\sqrt{7}}{6}$ (2) $\dfrac{\sqrt{11}}{10}$ (3) $2\sqrt{7}$ (4) $5\sqrt{5}$ (5) $4\sqrt{5}$ (6) $3\sqrt{3}$
04 (1) $\sqrt{2}$, $\dfrac{\sqrt{10}}{2}$ (2) $\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$ (3) $-\dfrac{\sqrt{15}}{3}$ (4) $\dfrac{5\sqrt{2}}{6}$ (5) $\dfrac{\sqrt{30}}{2}$ (6) $\dfrac{5\sqrt{2}}{4}$

01 (2) $\sqrt{3}\sqrt{5}\sqrt{7}=\sqrt{3\times5\times7}=\sqrt{105}$
(3) $\sqrt{\dfrac{10}{9}}\sqrt{\dfrac{9}{5}}=\sqrt{\dfrac{10}{9}\times\dfrac{9}{5}}=\sqrt{2}$
(4) $3\sqrt{2}\times5\sqrt{3}=(3\times5)\times\sqrt{2\times3}=15\sqrt{6}$

02 (2) $\sqrt{28}=\sqrt{2^2\times7}=2\sqrt{7}$
(3) $\sqrt{44}=\sqrt{2^2\times11}=2\sqrt{11}$
(4) $-\sqrt{98}=-\sqrt{7^2\times2}=-7\sqrt{2}$

03 (2) $\sqrt{\dfrac{11}{100}}=\sqrt{\dfrac{11}{10^2}}=\dfrac{\sqrt{11}}{10}$
(3) $\sqrt{168}\div\sqrt{6}=\dfrac{\sqrt{168}}{\sqrt{6}}=\sqrt{\dfrac{168}{6}}=\sqrt{28}=\sqrt{2^2\times7}=2\sqrt{7}$
(4) $5\sqrt{30}\div\sqrt{6}=\dfrac{5\sqrt{30}}{\sqrt{6}}=5\sqrt{\dfrac{30}{6}}=5\sqrt{5}$
(5) $24\sqrt{10}\div6\sqrt{2}=\dfrac{24\sqrt{10}}{6\sqrt{2}}=4\sqrt{\dfrac{10}{2}}=4\sqrt{5}$
(6) $3\sqrt{\dfrac{6}{5}}\div\sqrt{\dfrac{6}{15}}=3\sqrt{\dfrac{6}{5}\times\dfrac{15}{6}}=3\sqrt{3}$

04 (2) $\dfrac{4}{\sqrt{3}}=\dfrac{4\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$
(3) $-\dfrac{5}{\sqrt{15}}=-\dfrac{5\times\sqrt{15}}{\sqrt{15}\times\sqrt{15}}=-\dfrac{5\sqrt{15}}{15}=-\dfrac{\sqrt{15}}{3}$
(4) $\dfrac{5}{3\sqrt{2}}=\dfrac{5\times\sqrt{2}}{3\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\dfrac{5\sqrt{2}}{6}$
(5) $\dfrac{5\sqrt{6}}{2\sqrt{5}}=\dfrac{5\sqrt{6}\times\sqrt{5}}{2\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\dfrac{5\sqrt{30}}{10}=\dfrac{\sqrt{30}}{2}$

(6) $\frac{5}{\sqrt{8}}=\frac{5}{\sqrt{2^2\times2}}=\frac{5}{2\sqrt{2}}=\frac{5\times\sqrt{2}}{2\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{5\sqrt{2}}{4}$

핵심문제 익히기 (확인문제)

본문 41~44쪽

1 (1) 6　(2) 30　(3) 6　(4) $\sqrt{2}$　(5) $-\sqrt{5}$

2 (1) ① $6\sqrt{2}$　② $4\sqrt{6}$　③ $-10\sqrt{5}$　(2) 2

3 (1) 3　(2) $\frac{2}{3}$　(3) $-12\sqrt{3}$　(4) $\sqrt{10}$

4 (1) $\frac{2}{5}$　(2) $\frac{1}{50}$　**5** (1) $\frac{1}{20}a$　(2) ②

6 (1) $\frac{\sqrt{30}}{5}$　(2) $2\sqrt{3}$　(3) $\frac{\sqrt{6}}{2}$　(4) $\frac{\sqrt{105}}{15}$

7 (1) $2\sqrt{15}$　(2) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$　(3) $2\sqrt{10}$　(4) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$　**8** $4\sqrt{15}$

1 (1) (주어진 식)$=\sqrt{3\times12}=\sqrt{36}=\sqrt{6^2}=6$

(2) (주어진 식)$=3\sqrt{5\times20}=3\sqrt{100}=3\sqrt{10^2}$
$=3\times10=30$

(3) (주어진 식)$=\sqrt{\frac{15}{4}\times\frac{48}{5}}=\sqrt{36}=\sqrt{6^2}=6$

(4) (주어진 식)$=\sqrt{\frac{7}{4}\times\frac{8}{7}}=\sqrt{2}$

(5) (주어진 식)$=-\sqrt{\frac{12}{7}\times\frac{5}{6}\times\frac{7}{2}}=-\sqrt{5}$

2 (1) ① $\sqrt{72}=\sqrt{6^2\times2}=6\sqrt{2}$
② $\sqrt{96}=\sqrt{4^2\times6}=4\sqrt{6}$
③ $-\sqrt{500}=-\sqrt{10^2\times5}=-10\sqrt{5}$

(2) $\sqrt{2}\times\sqrt{3}\times\sqrt{a}\times\sqrt{12}\times\sqrt{2a}$
$=\sqrt{2\times3\times a\times12\times2a}$
$=\sqrt{(12a)^2}=12a$ ($\because a>0$)
$12a=24$이므로 $a=2$

3 (1) (주어진 식)$=\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{6}}\times\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{5}}=\sqrt{\frac{15}{6}\times\frac{18}{5}}=\sqrt{9}=3$

(2) (주어진 식)$=\frac{4\sqrt{2}}{3\sqrt{8}}=\frac{4}{3}\sqrt{\frac{2}{8}}=\frac{4}{3}\sqrt{\frac{1}{4}}$
$=\frac{4}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{2}{3}$

(3) (주어진 식)$=2\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{5}}\times(-\sqrt{30})$
$=-2\sqrt{3\times\frac{6}{5}\times30}$
$=-2\sqrt{6^2\times3}=-12\sqrt{3}$

(4) (주어진 식)$=\frac{\sqrt{12}}{3\sqrt{2}}\times\frac{\sqrt{20}}{\sqrt{6}}\times\frac{3\sqrt{5}}{\sqrt{10}}$
$=\sqrt{\frac{12}{2}\times\frac{20}{6}\times\frac{5}{10}}=\sqrt{10}$

4 (1) $\sqrt{0.48}=\sqrt{\frac{48}{100}}=\sqrt{\frac{4^2\times3}{10^2}}=\frac{4\sqrt{3}}{10}=\frac{2\sqrt{3}}{5}$
$\therefore k=\frac{2}{5}$

(2) $\sqrt{0.0024}=\sqrt{\frac{24}{10000}}=\sqrt{\frac{2^2\times6}{100^2}}=\frac{2\sqrt{6}}{100}=\frac{\sqrt{6}}{50}$
$\therefore k=\frac{1}{50}$

5 (1) $\sqrt{0.005}=\sqrt{\frac{5}{1000}}=\sqrt{\frac{50}{10000}}=\sqrt{\frac{5^2\times2}{100^2}}$
$=\frac{5\sqrt{2}}{100}=\frac{1}{20}a$

(2) $\sqrt{100}=\sqrt{2^2\times5^2}=(\sqrt{2})^2\times(\sqrt{5})^2=a^2b^2$

6 (1) $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{6}\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{30}}{5}$

(2) $\frac{18}{\sqrt{27}}=\frac{18}{\sqrt{3^2\times3}}=\frac{18}{3\sqrt{3}}=\frac{18\times\sqrt{3}}{3\sqrt{3}\times\sqrt{3}}$
$=\frac{18\sqrt{3}}{9}=2\sqrt{3}$

(3) $\frac{3\sqrt{2}}{2\sqrt{3}}=\frac{3\sqrt{2}\times\sqrt{3}}{2\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{3\sqrt{2\times3}}{2\times3}=\frac{3\sqrt{6}}{6}=\frac{\sqrt{6}}{2}$

(4) $\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{15}}=\frac{\sqrt{7}\times\sqrt{15}}{\sqrt{15}\times\sqrt{15}}=\frac{\sqrt{105}}{15}$

7 (1) (주어진 식)$=4\sqrt{5}\times\frac{1}{2\sqrt{18}}\times3\sqrt{6}$
$=4\sqrt{5}\times\frac{1}{6\sqrt{2}}\times3\sqrt{6}$
$=\left(4\times\frac{1}{6}\times3\right)\times\sqrt{\frac{5\times6}{2}}$
$=2\sqrt{15}$

(2) (주어진 식)$=\sqrt{\frac{3}{4}}\times\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{2}}\times\frac{3}{\sqrt{5}}$
$=\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{2}}\times\frac{3}{\sqrt{5}}$
$=\frac{3}{2}\sqrt{3\times\frac{10}{2}\times\frac{1}{5}}=\frac{3\sqrt{3}}{2}$

(3) (주어진 식)$=\frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{2}}\times\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}}\times\frac{8}{3\sqrt{2}}$
$=\left(3\times\frac{8}{3}\right)\times\sqrt{\frac{3}{2}\times\frac{5}{6}\times\frac{1}{2}}$

$$=8\sqrt{\frac{5}{8}}=\frac{8\sqrt{5}}{\sqrt{8}}=\frac{8\sqrt{5}}{2\sqrt{2}}$$
$$=\frac{8\sqrt{10}}{4}=2\sqrt{10}$$

(4) (주어진 식)$=\frac{2}{3}\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{15}}{2\sqrt{2}}\times\frac{2}{\sqrt{5}}$
$$=\left(\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}\times2\right)\times\sqrt{2\times\frac{15}{2}\times\frac{1}{5}}$$
$$=\frac{2\sqrt{3}}{3}$$

8 원뿔의 높이를 h라 하면

$\frac{1}{3}\times\pi\times(\sqrt{27})^2\times h=36\sqrt{15}\pi$

$9\pi h=36\sqrt{15}\pi$

$\therefore\ h=\frac{36\sqrt{15}}{9}=4\sqrt{15}$

이런 문제가 시험에 나온다 본문 45~46쪽

01 ④ **02** ④

03 (1) $2\sqrt{5}$ (2) $\frac{7}{5}$ (3) $2\sqrt{3}$ (4) 18

04 ③ **05** ④ **06** ① **07** ⑤

08 $\frac{2}{\sqrt{5}}$ **09** (1) 42 (2) $\frac{2}{5}$ (3) $\frac{1}{20}$ (4) $\frac{1}{50}$

10 $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ **11** (1) 100 (2) 4 (3) 3 (4) 3 (5) 17

12 18 cm^2

01 ④ $a=16,\ b=9$이면

$\sqrt{16}+\sqrt{9}=4+3=7$

$\sqrt{16+9}=\sqrt{25}=5$

$\therefore\ \sqrt{16}+\sqrt{9}\neq\sqrt{16+9}$

02 ① $\sqrt{6}\times\sqrt{18}=\sqrt{6}\times3\sqrt{2}=3\sqrt{12}=6\sqrt{3}$

② $\sqrt{\frac{5}{3}}\times\sqrt{\frac{27}{5}}=\sqrt{\frac{5}{3}\times\frac{27}{5}}=\sqrt{9}=3$

③ $\frac{\sqrt{2}}{3}\div\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{10}}\div\frac{\sqrt{2}}{3\sqrt{15}}=\frac{\sqrt{2}}{3}\times\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{3}}\times\frac{3\sqrt{15}}{\sqrt{2}}$
$$=\sqrt{50}=5\sqrt{2}$$

④ $2\sqrt{3}\times\sqrt{54}=2\sqrt{3}\times3\sqrt{6}=6\sqrt{18}=18\sqrt{2}$

⑤ $\sqrt{\frac{5}{2}}\div\sqrt{\frac{10}{3}}\times\sqrt{\frac{2}{3}}=\sqrt{\frac{5}{2}\times\frac{3}{10}\times\frac{2}{3}}$
$$=\sqrt{\frac{1}{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

03 (1) (주어진 식)$=\frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\times\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{5}}\div\frac{\sqrt{14}}{2\sqrt{3}}$
$$=\frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\times\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{5}}\times\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{14}}$$
$$=\frac{10}{\sqrt{5}}=2\sqrt{5}$$

(2) (주어진 식)$=\sqrt{\frac{54}{100}}\times\sqrt{\frac{98}{100}}\div\sqrt{\frac{27}{100}}$
$$=\sqrt{\frac{54}{100}\times\frac{98}{100}\times\frac{100}{27}}$$
$$=\sqrt{\frac{2\times98}{100}}=\sqrt{\frac{2^2\times7^2}{10^2}}$$
$$=\frac{14}{10}=\frac{7}{5}$$

(3) (주어진 식)$=\frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\times2\times\frac{3}{5\sqrt{2}}$
$$=\frac{6}{\sqrt{3}}=2\sqrt{3}$$

(4) (주어진 식)$=3\sqrt{3}\div\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}\times\frac{3\sqrt{6}}{3\sqrt{2}}\div\frac{\sqrt{6}}{3}$
$$=3\sqrt{3}\times\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\times\frac{3\sqrt{6}}{3\sqrt{2}}\times\frac{3}{\sqrt{6}}=18$$

04 ③ $\sqrt{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\frac{\sqrt{a}\times\sqrt{b}}{\sqrt{b}\times\sqrt{b}}=\frac{\sqrt{ab}}{b}$

05 $\sqrt{180}=\sqrt{2^2\times3^2\times5}=(\sqrt{2})^2\times3\times\sqrt{5}=3a^2b$

06 $a=\frac{14}{\sqrt{2}}\times\frac{1}{2\sqrt{3}}\times\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{7}}=\frac{7}{\sqrt{7}}=\sqrt{7}$

$b=\frac{2\sqrt{2}}{3}\times\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{21}}\times\frac{3\sqrt{3}}{4}=\frac{1}{\sqrt{7}}=\frac{\sqrt{7}}{7}$

$\therefore\ ab=\sqrt{7}\times\frac{\sqrt{7}}{7}=1$

07 ① $\sqrt{50}=\sqrt{0.5\times100}=10\sqrt{0.5}=10a$

② $\sqrt{0.005}=\sqrt{\frac{0.5}{100}}=\frac{\sqrt{0.5}}{10}=\frac{a}{10}$

③ $\sqrt{500}=\sqrt{5\times100}=10\sqrt{5}=10b$

④ $\sqrt{0.05}=\sqrt{\frac{5}{100}}=\frac{\sqrt{5}}{10}=\frac{b}{10}$

⑤ $\sqrt{0.00005}=\sqrt{\frac{0.5}{10000}}=\frac{\sqrt{0.5}}{100}=\frac{a}{100}$

08 $\frac{2}{\sqrt{5}}=\sqrt{\frac{4}{5}},\ \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}=\sqrt{\frac{2}{5}},\ \frac{\sqrt{2}}{5}=\sqrt{\frac{2}{25}},\ \frac{2}{5}=\sqrt{\frac{4}{25}}$

이고 $\frac{4}{5}>\frac{2}{5}>\frac{4}{25}>\frac{2}{25}$이므로 큰 수부터 차례로 나열하면

$\frac{2}{\sqrt{5}}$, $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{\sqrt{2}}{5}$

따라서 가장 큰 수는 $\frac{2}{\sqrt{5}}$이다.

09 (1) $\sqrt{6}\times\sqrt{14}\times\sqrt{42}=\sqrt{6}\times\sqrt{2\times7}\times\sqrt{6\times7}$

$=\sqrt{6\times2\times7\times6\times7}$

$=6\times7\times\sqrt{2}=42\sqrt{2}$

$\therefore k=42$

(2) $\sqrt{0.32}=\sqrt{\frac{32}{100}}=\sqrt{\frac{4^2\times2}{10^2}}=\frac{4\sqrt{2}}{10}=\frac{2\sqrt{2}}{5}$

$\therefore k=\frac{2}{5}$

(3) $\sqrt{0.005}=\sqrt{\frac{5}{1000}}=\sqrt{\frac{50}{10000}}=\sqrt{\frac{5^2\times2}{100^2}}$

$=\frac{5\sqrt{2}}{100}=\frac{\sqrt{2}}{20}$

$\therefore k=\frac{1}{20}$

(4) $\sqrt{0.002}=\sqrt{\frac{2}{1000}}=\sqrt{\frac{20}{10000}}=\sqrt{\frac{2^2\times5}{100^2}}$

$=\frac{2\sqrt{5}}{100}=\frac{\sqrt{5}}{50}$

$\therefore k=\frac{1}{50}$

10 $\frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{5}\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{15}}{3}$

$\therefore a=\frac{2}{3}$

$\frac{20}{\sqrt{45}}=\frac{20}{3\sqrt{5}}=\frac{20\times\sqrt{5}}{3\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\frac{20\sqrt{5}}{15}=\frac{4\sqrt{5}}{3}$

$\therefore b=\frac{4}{3}$

$\therefore \sqrt{ab}=\sqrt{\frac{2}{3}\times\frac{4}{3}}=\sqrt{\frac{8}{9}}=\frac{2\sqrt{2}}{3}$

11 (1) $\sqrt{3}\times\sqrt{a}=10\sqrt{3}$에서 $\sqrt{a}=10$

양변을 제곱하면 $a=100$

(2) $\sqrt{2}\times\sqrt{3}\times\sqrt{a}\times\sqrt{18}\times\sqrt{3a}$

$=\sqrt{2\times3\times a\times18\times3a}=\sqrt{18^2\times a^2}$

$=18a$ ($\because a>0$)

따라서 $18a=72$이므로 $a=4$

(3) $\frac{4\sqrt{a}}{3\sqrt{2}}=\frac{4\sqrt{a}\times\sqrt{2}}{3\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{4\sqrt{2a}}{6}=\frac{2\sqrt{2a}}{3}$

따라서 $\frac{2\sqrt{2a}}{3}=\frac{2\sqrt{6}}{3}$이므로 $2a=6$

$\therefore a=3$

(4) $6\sqrt{5}\times\frac{1}{5\sqrt{a}}\times\frac{1}{3\sqrt{10}}\times10\sqrt{3}=2\sqrt{2}$에서

$\frac{6\sqrt{5}\times10\sqrt{3}}{5\sqrt{a}\times3\sqrt{10}}=2\sqrt{2}$, $\frac{4\sqrt{15}}{\sqrt{10a}}=2\sqrt{2}$

$\frac{2\sqrt{15}}{\sqrt{10a}}=\sqrt{2}$에서 $2\sqrt{15}=\sqrt{10a}\times\sqrt{2}$

$\sqrt{60}=\sqrt{20a}$, $60=20a$

$\therefore a=3$

(5) $\frac{\sqrt{a-5}}{\sqrt{3}}=2$에서 $\sqrt{a-5}=2\sqrt{3}$

$\sqrt{a-5}=\sqrt{12}$

$a-5=12$ $\quad\therefore a=17$

12 $\overline{BC}$를 한 변으로 하는 정사각형의 넓이가 27 cm^2이므로

$\overline{BC}^2=27$

$\therefore \overline{BC}=\sqrt{27}=3\sqrt{3}$(cm) ($\because \overline{BC}>0$)

$\overline{AB}$를 한 변으로 하는 정사각형의 넓이가 12 cm^2이므로

$\overline{AB}^2=12$

$\therefore \overline{AB}=\sqrt{12}=2\sqrt{3}$(cm) ($\because \overline{AB}>0$)

따라서 직사각형 ABCD의 넓이는

$\overline{AB}\times\overline{BC}=2\sqrt{3}\times3\sqrt{3}=18(cm^2)$

02 제곱근의 덧셈과 뺄셈

개념원리 확인하기

본문 49쪽

01 (1) 8, 3, 1, $10\sqrt{2}$ (2) $-6\sqrt{5}$ (3) $-\sqrt{3}$

02 (1) 1, 2, 4, 5, $-\sqrt{5}-\sqrt{3}$ (2) $-3\sqrt{6}+4\sqrt{2}$

(3) $-\sqrt{2}-2\sqrt{3}$ (4) $\sqrt{5}-2\sqrt{2}$

03 (1) $2\sqrt{3}+3\sqrt{2}$ (2) $3\sqrt{2}-3\sqrt{6}$ (3) $7\sqrt{3}-2\sqrt{15}$

04 (1) $\sqrt{6}$, $\sqrt{6}$, $\sqrt{18}$, $\sqrt{12}$, $\frac{3\sqrt{2}-2\sqrt{3}}{6}$ (2) $\frac{\sqrt{10}-4}{2}$

(3) $\frac{5\sqrt{2}-3\sqrt{5}}{15}$ (4) $\frac{1+3\sqrt{6}}{2}$

01 (2) $6\sqrt{5}-3\sqrt{5}-9\sqrt{5}=(6-3-9)\sqrt{5}=-6\sqrt{5}$

(3) $2\sqrt{3}-7\sqrt{3}+4\sqrt{3}=(2-7+4)\sqrt{3}=-\sqrt{3}$

02 (2) $2\sqrt{6}-3\sqrt{2}-5\sqrt{6}+7\sqrt{2}=(2-5)\sqrt{6}+(-3+7)\sqrt{2}$

$=-3\sqrt{6}+4\sqrt{2}$

(3) $\sqrt{8}+\sqrt{12}-\sqrt{18}-\sqrt{48}=2\sqrt{2}+2\sqrt{3}-3\sqrt{2}-4\sqrt{3}$
$=(2-3)\sqrt{2}+(2-4)\sqrt{3}$
$=-\sqrt{2}-2\sqrt{3}$

(4) $\sqrt{45}-\sqrt{20}+\sqrt{32}-\sqrt{72}=3\sqrt{5}-2\sqrt{5}+4\sqrt{2}-6\sqrt{2}$
$=(3-2)\sqrt{5}+(4-6)\sqrt{2}$
$=\sqrt{5}-2\sqrt{2}$

03 (1) $\sqrt{2}(\sqrt{6}+\sqrt{9})=\sqrt{2}\sqrt{6}+\sqrt{2}\sqrt{9}=\sqrt{12}+\sqrt{18}$
$=2\sqrt{3}+3\sqrt{2}$

(2) $\sqrt{3}(\sqrt{6}-3\sqrt{2})=\sqrt{3}\sqrt{6}-\sqrt{3}\times3\sqrt{2}=\sqrt{18}-3\sqrt{6}$
$=3\sqrt{2}-3\sqrt{6}$

(3) $\sqrt{5}(\sqrt{15}+\sqrt{3})-\sqrt{3}(3\sqrt{5}-2)$
$=\sqrt{5}\sqrt{15}+\sqrt{5}\sqrt{3}-\sqrt{3}\times3\sqrt{5}+\sqrt{3}\times2$
$=5\sqrt{3}+\sqrt{15}-3\sqrt{15}+2\sqrt{3}$
$=7\sqrt{3}-2\sqrt{15}$

04 (2) $\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{8}}{\sqrt{2}}=\dfrac{(\sqrt{5}-\sqrt{8})\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{10}-\sqrt{16}}{2}$
$=\dfrac{\sqrt{10}-4}{2}$

(3) $\dfrac{\sqrt{10}-3}{3\sqrt{5}}=\dfrac{(\sqrt{10}-3)\times\sqrt{5}}{3\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\dfrac{\sqrt{50}-3\sqrt{5}}{15}$
$=\dfrac{5\sqrt{2}-3\sqrt{5}}{15}$

(4) $\dfrac{\sqrt{3}+9\sqrt{2}}{2\sqrt{3}}=\dfrac{(\sqrt{3}+9\sqrt{2})\times\sqrt{3}}{2\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\dfrac{3+9\sqrt{6}}{6}$
$=\dfrac{1+3\sqrt{6}}{2}$

핵심문제 익히기 (확인문제) 본문 50~55쪽

1 (1) 0 (2) $15\sqrt{3}-3\sqrt{2}$ (3) $\sqrt{2}+17\sqrt{3}$ (4) $\sqrt{5}+4\sqrt{2}$ (5) $-7\sqrt{2}$ (6) $\sqrt{3}$
2 (1) 2 (2) $\sqrt{10}-\sqrt{15}$ (3) $2+\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ (4) -6 (5) $10\sqrt{2}$
3 $4\sqrt{6}-2$
4 (1) $\dfrac{\sqrt{6}-4\sqrt{3}}{8}$ (2) $2\sqrt{6}+1$ (3) $\dfrac{-7+2\sqrt{10}}{3}$
5 (1) -6 (2) $-\sqrt{2}+\sqrt{6}$ (3) $10\sqrt{2}-15$
6 ③
7 (1) 1 (2) -2
8 (1) $12-2\sqrt{35}$ (2) $2\sqrt{3}$ (3) 6 (4) $16+6\sqrt{2}$
9 (1) $2\sqrt{7}+2\sqrt{5}$ (2) $5-2\sqrt{6}$ (3) $5-2\sqrt{6}$ (4) $4\sqrt{2}$ (5) 18
10 (1) 7 (2) 8 (3) 15
11 (1) 19 (2) 6 (3) 4

1 (1) (주어진 식)$=\sqrt{2^2\times3}-2\sqrt{3}$
$=2\sqrt{3}-2\sqrt{3}=0$

(2) (주어진 식)$=2\sqrt{3}-3\sqrt{2}+5\sqrt{3}+4\sqrt{2^2\times3}$
$=2\sqrt{3}-3\sqrt{2}+5\sqrt{3}+8\sqrt{3}$
$=(2+5+8)\sqrt{3}-3\sqrt{2}$
$=15\sqrt{3}-3\sqrt{2}$

(3) (주어진 식)
$=\sqrt{4^2\times2}-\sqrt{3^2\times2}+7\sqrt{2^2\times3}+\sqrt{3^2\times3}$
$=4\sqrt{2}-3\sqrt{2}+14\sqrt{3}+3\sqrt{3}$
$=(4-3)\sqrt{2}+(14+3)\sqrt{3}$
$=\sqrt{2}+17\sqrt{3}$

(4) (주어진 식)
$=\sqrt{5^2\times5}-\sqrt{4^2\times2}-2\sqrt{2^2\times5}+4\sqrt{2^2\times2}$
$=5\sqrt{5}-4\sqrt{2}-4\sqrt{5}+8\sqrt{2}$
$=(5-4)\sqrt{5}+(-4+8)\sqrt{2}$
$=\sqrt{5}+4\sqrt{2}$

(5) (주어진 식)$=\dfrac{\sqrt{5^2\times2}}{2}-2\sqrt{4^2\times2}-\dfrac{3\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}$
$=\dfrac{5\sqrt{2}}{2}-8\sqrt{2}-\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$
$=\left(\dfrac{5}{2}-8-\dfrac{3}{2}\right)\sqrt{2}$
$=-7\sqrt{2}$

(6) (주어진 식)$=\dfrac{\sqrt{2}}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{3}-\dfrac{\sqrt{2}}{2}+\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$
$=\left(\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{2}\right)\sqrt{2}+\left(\dfrac{1}{3}+\dfrac{2}{3}\right)\sqrt{3}$
$=\sqrt{3}$

2 (1) (주어진 식)$=2\sqrt{6}+2-2\sqrt{6}$
$=2$

(2) (주어진 식)$=\sqrt{6}+\sqrt{10}-\sqrt{6}-\sqrt{15}$
$=\sqrt{10}-\sqrt{15}$

(3) (주어진 식)$=\dfrac{\sqrt{24}}{\sqrt{6}}+\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{6}}=\sqrt{4}+\sqrt{\dfrac{1}{2}}$
$=2+\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}$
$=2+\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

(4) (주어진 식)$=3\sqrt{2}(2\sqrt{2}-3\sqrt{2})$
$=3\sqrt{2}\times(-\sqrt{2})$
$=-6$

(5) (주어진 식)
$=5\sqrt{3}\left(\sqrt{6}-\dfrac{2}{\sqrt{3}}\right)-\dfrac{5}{\sqrt{3}}(\sqrt{6}-2\sqrt{3})$
$=5\sqrt{18}-10-5\sqrt{\dfrac{6}{3}}+10$
$=15\sqrt{2}-10-5\sqrt{2}+10$
$=10\sqrt{2}$

3 $\dfrac{\sqrt{2}a+2\sqrt{3}b}{2}=\dfrac{\sqrt{2}(2\sqrt{3}+\sqrt{2})+2\sqrt{3}(3\sqrt{2}-\sqrt{3})}{2}$

$=\dfrac{2\sqrt{6}+2+6\sqrt{6}-6}{2}$

$=\dfrac{8\sqrt{6}-4}{2}=4\sqrt{6}-2$

4 (1) (주어진 식)$=\dfrac{(\sqrt{3}-2\sqrt{6})\times\sqrt{2}}{4\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{6}-2\sqrt{12}}{8}$

$=\dfrac{\sqrt{6}-4\sqrt{3}}{8}$

(2) (주어진 식)

$=\dfrac{2\sqrt{3}+2\sqrt{2}}{\sqrt{2}}+\dfrac{3\sqrt{2}-\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$

$=\dfrac{(2\sqrt{3}+2\sqrt{2})\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}+\dfrac{(3\sqrt{2}-\sqrt{3})\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}$

$=\dfrac{2\sqrt{6}+4}{2}+\dfrac{3\sqrt{6}-3}{3}$

$=\sqrt{6}+2+\sqrt{6}-1$

$=2\sqrt{6}+1$

(3) (주어진 식)

$=\dfrac{(\sqrt{5}-\sqrt{2})\times\sqrt{2}}{3\sqrt{2}\times\sqrt{2}}-\dfrac{(2\sqrt{6}-\sqrt{15})\times\sqrt{6}}{\sqrt{6}\times\sqrt{6}}$

$=\dfrac{\sqrt{10}-2}{6}-\dfrac{12-\sqrt{90}}{6}$

$=\dfrac{\sqrt{10}-2}{6}-\dfrac{12-3\sqrt{10}}{6}$

$=\dfrac{-14+4\sqrt{10}}{6}$

$=\dfrac{-7+2\sqrt{10}}{3}$

▶ 다른풀이

(2) (주어진 식)$=\left(\dfrac{\sqrt{12}}{\sqrt{2}}+\dfrac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}}\right)+\left(\dfrac{\sqrt{18}}{\sqrt{3}}-\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}\right)$

$=\sqrt{6}+\sqrt{4}+\sqrt{6}-1$

$=\sqrt{6}+2+\sqrt{6}-1$

$=2\sqrt{6}+1$

5 (1) (주어진 식)$=2\sqrt{5}\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}-\sqrt{5}\right)+\dfrac{4\sqrt{3}-\sqrt{30}}{\sqrt{3}}$

$=\sqrt{10}-10+4-\sqrt{10}$

$=-6$

(2) (주어진 식)$=\dfrac{(4-2\sqrt{3})\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}+\sqrt{24}-\sqrt{18}$

$=2\sqrt{2}-\sqrt{6}+2\sqrt{6}-3\sqrt{2}$

$=-\sqrt{2}+\sqrt{6}$

(3) (주어진 식)$=5\sqrt{3}\left(\sqrt{6}-\dfrac{1}{\sqrt{3}}\right)-\dfrac{5}{\sqrt{3}}(\sqrt{6}+2\sqrt{3})$

$=5\sqrt{18}-5-5\sqrt{\dfrac{6}{3}}-10$

$=15\sqrt{2}-5-5\sqrt{2}-10$

$=10\sqrt{2}-15$

6 ① $(1+\sqrt{12})-(2+\sqrt{3})=1+2\sqrt{3}-2-\sqrt{3}$

$=\sqrt{3}-1>0$

$\therefore 1+\sqrt{12}>2+\sqrt{3}$

② $(3\sqrt{2}+3)-(2\sqrt{2}+3)=\sqrt{2}>0$

$\therefore 3\sqrt{2}+3>2\sqrt{2}+3$

③ $(3\sqrt{2}-1)-(2\sqrt{3}-1)=3\sqrt{2}-2\sqrt{3}$

$=\sqrt{18}-\sqrt{12}>0$

$\therefore 3\sqrt{2}-1>2\sqrt{3}-1$

④ $(2+\sqrt{6})-(\sqrt{6}+\sqrt{3})=2-\sqrt{3}=\sqrt{4}-\sqrt{3}>0$

$\therefore 2+\sqrt{6}>\sqrt{6}+\sqrt{3}$

⑤ $(\sqrt{2}-1)-(2-\sqrt{2})=2\sqrt{2}-3=\sqrt{8}-\sqrt{9}<0$

$\therefore \sqrt{2}-1<2-\sqrt{2}$

7 (1) $3\sqrt{5}-5(a+\sqrt{5})+2a\sqrt{5}-7$

$=3\sqrt{5}-5a-5\sqrt{5}+2a\sqrt{5}-7$

$=(-5a-7)+(2a-2)\sqrt{5}$

이 식이 유리수가 되기 위해서는

$2a-2=0 \qquad \therefore a=1$

(2) $\sqrt{24}\left(\dfrac{1}{\sqrt{3}}-\sqrt{6}\right)-\dfrac{a}{\sqrt{2}}(\sqrt{32}-2)$

$=2\sqrt{6}\left(\dfrac{1}{\sqrt{3}}-\sqrt{6}\right)-\dfrac{a}{\sqrt{2}}(4\sqrt{2}-2)$

$=2\sqrt{2}-12-4a+a\sqrt{2}$

$=(-4a-12)+(a+2)\sqrt{2}$

이 식이 유리수가 되기 위해서는

$a+2=0 \qquad \therefore a=-2$

8 (1) (주어진 식)$=(\sqrt{7})^2-2\times\sqrt{7}\times\sqrt{5}+(\sqrt{5})^2$

$=12-2\sqrt{35}$

(2) (주어진 식)$=6(\sqrt{2})^2+(4-3)\sqrt{2}\sqrt{6}-2(\sqrt{6})^2$

$=12+\sqrt{12}-12$

$=\sqrt{12}$

$=2\sqrt{3}$

(3) (주어진 식)$=(3\sqrt{2})^2-(2\sqrt{3})^2$

$=18-12$

$=6$

(4) (주어진 식)$=(3\sqrt{2}+1)^2-(\sqrt{3})^2$

$=(3\sqrt{2})^2+2\times3\sqrt{2}\times1+1-3$

$=18+6\sqrt{2}+1-3$

$=16+6\sqrt{2}$

9 (1) 분모, 분자에 $\sqrt{7}+\sqrt{5}$를 곱하면

$$(\text{주어진 식})=\frac{4(\sqrt{7}+\sqrt{5})}{(\sqrt{7}-\sqrt{5})(\sqrt{7}+\sqrt{5})}$$
$$=\frac{4\sqrt{7}+4\sqrt{5}}{(\sqrt{7})^2-(\sqrt{5})^2}$$
$$=\frac{4\sqrt{7}+4\sqrt{5}}{7-5}$$
$$=2\sqrt{7}+2\sqrt{5}$$

(2) 분모, 분자에 $\sqrt{3}-\sqrt{2}$를 곱하면

$$(\text{주어진 식})=\frac{(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})}$$
$$=\frac{3-2\sqrt{6}+2}{(\sqrt{3})^2-(\sqrt{2})^2}$$
$$=\frac{5-2\sqrt{6}}{3-2}$$
$$=5-2\sqrt{6}$$

(3) 분모, 분자에 $3\sqrt{2}-2\sqrt{3}$을 곱하면

$$(\text{주어진 식})=\frac{(3\sqrt{2}-2\sqrt{3})^2}{(3\sqrt{2}+2\sqrt{3})(3\sqrt{2}-2\sqrt{3})}$$
$$=\frac{18-12\sqrt{6}+12}{(3\sqrt{2})^2-(2\sqrt{3})^2}$$
$$=\frac{30-12\sqrt{6}}{18-12}$$
$$=5-2\sqrt{6}$$

(4) (주어진 식)

$$=\frac{3+2\sqrt{2}}{(3-2\sqrt{2})(3+2\sqrt{2})}-\frac{3-2\sqrt{2}}{(3+2\sqrt{2})(3-2\sqrt{2})}$$
$$=\frac{3+2\sqrt{2}}{3^2-(2\sqrt{2})^2}-\frac{3-2\sqrt{2}}{3^2-(2\sqrt{2})^2}$$
$$=\frac{3+2\sqrt{2}}{9-8}-\frac{3-2\sqrt{2}}{9-8}$$
$$=3+2\sqrt{2}-(3-2\sqrt{2})$$
$$=4\sqrt{2}$$

(5) (주어진 식)

$$=\frac{(\sqrt{5}-2)^2}{(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-2)}+\frac{(\sqrt{5}+2)^2}{(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)}$$
$$=\frac{5-4\sqrt{5}+4}{(\sqrt{5})^2-2^2}+\frac{5+4\sqrt{5}+4}{(\sqrt{5})^2-2^2}$$
$$=\frac{9-4\sqrt{5}}{5-4}+\frac{9+4\sqrt{5}}{5-4}$$
$$=9-4\sqrt{5}+9+4\sqrt{5}$$
$$=18$$

10 (1) $a+b=(3+\sqrt{5})+(3-\sqrt{5})=6$

$ab=(3+\sqrt{5})(3-\sqrt{5})=3^2-(\sqrt{5})^2=4$

$$\therefore \frac{b}{a}+\frac{a}{b}=\frac{a^2+b^2}{ab}=\frac{(a+b)^2-2ab}{ab}$$
$$=\frac{6^2-2\times4}{4}=7$$

(2) $x=\dfrac{1}{\sqrt{3}+1}=\dfrac{\sqrt{3}-1}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)}=\dfrac{\sqrt{3}-1}{2}$

$y=\dfrac{1}{\sqrt{3}-1}=\dfrac{\sqrt{3}+1}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)}=\dfrac{\sqrt{3}+1}{2}$

이므로 $x+y=\dfrac{\sqrt{3}-1}{2}+\dfrac{\sqrt{3}+1}{2}=\dfrac{2\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$

$xy=\dfrac{\sqrt{3}-1}{2}\times\dfrac{\sqrt{3}+1}{2}=\dfrac{(\sqrt{3})^2-1}{4}=\dfrac{1}{2}$

$$\therefore \frac{1}{x^2}+\frac{1}{y^2}=\frac{x^2+y^2}{x^2y^2}=\frac{(x+y)^2-2xy}{(xy)^2}$$
$$=\frac{(\sqrt{3})^2-2\times\frac{1}{2}}{\left(\frac{1}{2}\right)^2}$$
$$=8$$

(3) $\left(x+\dfrac{1}{x}\right)^2=\left(x-\dfrac{1}{x}\right)^2+4$

$=(\sqrt{11})^2+4$

$=15$

▶ 다른풀이

(2) $\dfrac{1}{x^2}+\dfrac{1}{y^2}=\left(\dfrac{1}{x}\right)^2+\left(\dfrac{1}{y}\right)^2$

$=(\sqrt{3}+1)^2+(\sqrt{3}-1)^2$

$=4+2\sqrt{3}+4-2\sqrt{3}$

$=8$

11 (1) $x=3-2\sqrt{5}$에서 $x-3=-2\sqrt{5}$

양변을 제곱하면 $(x-3)^2=(-2\sqrt{5})^2$

$x^2-6x+9=20 \qquad \therefore x^2-6x=11$

$\therefore x^2-6x+8=11+8=19$

(2) $x=\dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}=\dfrac{(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})}$

$=5-2\sqrt{6}$

$x=5-2\sqrt{6}$에서 $x-5=-2\sqrt{6}$

양변을 제곱하면 $(x-5)^2=(-2\sqrt{6})^2$

$x^2-10x+25=24 \qquad \therefore x^2-10x=-1$

$\therefore x^2-10x+7=-1+7=6$

(3) $x=\dfrac{1}{3-2\sqrt{2}}=\dfrac{3+2\sqrt{2}}{(3-2\sqrt{2})(3+2\sqrt{2})}$

$=3+2\sqrt{2}$

$x=3+2\sqrt{2}$에서 $x-3=2\sqrt{2}$

양변을 제곱하면 $(x-3)^2=(2\sqrt{2})^2$

$x^2-6x+9=8 \qquad \therefore x^2-6x=-1$

$\therefore x^2-6x+5=-1+5=4$

계산력 강화하기 　본문 56쪽

01 (1) $18\sqrt{2}$ (2) $4\sqrt{5}$ (3) $\frac{\sqrt{2}}{3}$ (4) 57 (5) -60

(6) -2 (7) $\frac{5\sqrt{2}}{2}$ (8) $\frac{7\sqrt{10}}{10}$ (9) $\sqrt{2}-1$ (10) $\frac{21}{10}$

(11) $6\sqrt{2}$ (12) $\frac{5}{3}$

02 (1) $\frac{11\sqrt{7}}{6}-\frac{3}{2}$ (2) 17 (3) $12\sqrt{2}-3\sqrt{10}$

(4) $-10-\sqrt{5}$ (5) $5\sqrt{3}-\sqrt{2}$ (6) $-\frac{19\sqrt{2}}{6}$ (7) $\frac{4}{5}$

(8) $8-\frac{20\sqrt{3}}{3}$ (9) -20 (10) -35

03 (1) $\frac{-\sqrt{6}+3\sqrt{2}}{3}$ (2) $-2\sqrt{15}$ (3) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

(4) $-19+41\sqrt{3}$

01 (1) (주어진 식)$=6\sqrt{18}=6\sqrt{3^2\times2}=18\sqrt{2}$

(2) (주어진 식)$=4\sqrt{\frac{15}{3}}=4\sqrt{5}$

(3) (주어진 식)$=\frac{1}{3}\sqrt{\frac{14}{7}}=\frac{\sqrt{2}}{3}$

(4) (주어진 식)$=12+45=57$

(5) (주어진 식)$=-6\sqrt{100}=-6\sqrt{10^2}=-60$

(6) (주어진 식)$=\sqrt{24}\times\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)\times\frac{1}{\sqrt{2}}$

$=-\sqrt{24\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}}=-\sqrt{4}=-2$

(7) (주어진 식)$=\frac{5\sqrt{5}}{2}\times2\sqrt{2}\times\frac{1}{2\sqrt{5}}=\frac{5\sqrt{2}}{2}$

(8) (주어진 식)$=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}+\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{10}}{5}+\frac{\sqrt{10}}{2}=\frac{7\sqrt{10}}{10}$

(9) (주어진 식)$=\frac{(\sqrt{6}-\sqrt{3})\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{18}-3}{3}$

$=\frac{3\sqrt{2}-3}{3}=\sqrt{2}-1$

(10) (주어진 식)$=2\sqrt{3}\times\sqrt{\frac{27}{100}}+0.3$

$=2\sqrt{3}\times\frac{3\sqrt{3}}{10}+0.3=\frac{18}{10}+\frac{3}{10}=\frac{21}{10}$

(11) (주어진 식)$=\frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{2}}\times\frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{6}}\times\frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{30}}$

$=24\sqrt{\frac{3}{2}\times\frac{5}{6}\times\frac{3}{30}}$

$=24\sqrt{\frac{1}{8}}=24\times\frac{1}{2\sqrt{2}}=6\sqrt{2}$

(12) (주어진 식)$=\frac{6\sqrt{2}}{7}\div\frac{12}{14}\div\frac{3\sqrt{2}}{5}$

$=\frac{6\sqrt{2}}{7}\times\frac{14}{12}\times\frac{5}{3\sqrt{2}}=\frac{5}{3}$

▶ 다른풀이

(9) $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{3}}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}}-\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}=\sqrt{2}-1$

02 (1) (주어진 식)$=\frac{3\sqrt{7}}{2}-\frac{3}{2}+\frac{\sqrt{7}}{3}=\frac{11\sqrt{7}}{6}-\frac{3}{2}$

(2) (주어진 식)$=14+15-12=17$

(3) (주어진 식)$=7\sqrt{2}-\sqrt{10}+\sqrt{50}-2\sqrt{10}$

$=7\sqrt{2}-\sqrt{10}+5\sqrt{2}-2\sqrt{10}$

$=12\sqrt{2}-3\sqrt{10}$

(4) (주어진 식)$=4\sqrt{5}-3\sqrt{5}-\sqrt{100}-2\sqrt{5}=-10-\sqrt{5}$

(5) (주어진 식)$=3\sqrt{3}+2\sqrt{2}+2\sqrt{3}-\sqrt{18}$

$=3\sqrt{3}+2\sqrt{2}+2\sqrt{3}-3\sqrt{2}$

$=5\sqrt{3}-\sqrt{2}$

(6) (주어진 식)$=3\sqrt{2}-6\sqrt{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{4\sqrt{2}}{6}$

$=3\sqrt{2}-6\sqrt{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{2\sqrt{2}}{3}$

$=-\frac{19\sqrt{2}}{6}$

(7) (주어진 식)$=3\times\frac{2}{3}-2\times\frac{3}{5}=2-\frac{6}{5}=\frac{4}{5}$

(8) (주어진 식)$=6-6\sqrt{3}-\frac{2\sqrt{3}(1-\sqrt{3})}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}$

$=6-6\sqrt{3}-\frac{2\sqrt{3}-6}{3}$

$=8-\frac{20\sqrt{3}}{3}$

(9) (주어진 식)$=4\sqrt{2}(2\sqrt{2}-3\sqrt{2})+2\sqrt{2}(\sqrt{2}-4\sqrt{2})$

$=4\sqrt{2}\times(-\sqrt{2})+2\sqrt{2}\times(-3\sqrt{2})$

$=-8-12=-20$

(10) (주어진 식)$=6-12-\sqrt{3}\left(10\sqrt{3}-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$

$=6-12-30+1=-35$

03 (1) (주어진 식)

$=\frac{(2\sqrt{2}-\sqrt{6})\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}-\frac{(3\sqrt{2}-2\sqrt{6})\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}$

$=\frac{2\sqrt{6}-\sqrt{18}}{3}-\frac{3\sqrt{6}-2\sqrt{18}}{3}$

$=\frac{2\sqrt{6}-3\sqrt{2}}{3}-\frac{3\sqrt{6}-6\sqrt{2}}{3}$

$=\frac{-\sqrt{6}+3\sqrt{2}}{3}$

(2) (주어진 식)

$=\frac{\sqrt{15}+4}{(\sqrt{15}-4)(\sqrt{15}+4)}+\frac{\sqrt{15}-4}{(\sqrt{15}+4)(\sqrt{15}-4)}$

$=-(\sqrt{15}+4)-(\sqrt{15}-4)=-2\sqrt{15}$

(3) (주어진 식)

$=\dfrac{(2-\sqrt{2})(3\sqrt{2}+4)}{(3\sqrt{2}-4)(3\sqrt{2}+4)}-\dfrac{(1+\sqrt{2})(3\sqrt{2}-4)}{(3\sqrt{2}+4)(3\sqrt{2}-4)}$

$=\dfrac{2+2\sqrt{2}}{2}-\dfrac{2-\sqrt{2}}{2}=\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$

(4) (주어진 식)

$=\dfrac{(2\sqrt{3}-3)(7-4\sqrt{3})}{(7+4\sqrt{3})(7-4\sqrt{3})}+\dfrac{(\sqrt{3}+2)(7+4\sqrt{3})}{(7-4\sqrt{3})(7+4\sqrt{3})}$

$=-45+26\sqrt{3}+26+15\sqrt{3}$

$=-19+41\sqrt{3}$

이런 문제가 시험에 나온다 본문 57쪽

01 (1) -22 (2) $2\sqrt{5}-10$ (3) $\dfrac{13\sqrt{3}-19\sqrt{2}}{3}$

(4) $15-\sqrt{2}$ (5) $-12\sqrt{10}$

02 1

03 (1) 3 (2) -9

04 $6+4\sqrt{5}$

05 $a>b>c$

06 $2\sqrt{10}$

07 (1) 73 (2) 31 (3) 14

01 (1) (주어진 식)$=5-20-\sqrt{2}\left(4\sqrt{2}-\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)$

$=5-20-8+1$

$=-22$

(2) (주어진 식)$=\dfrac{3\sqrt{5}}{5}+\sqrt{\dfrac{21}{2}\times\dfrac{14}{15}}-2\times 5$

$=\dfrac{3\sqrt{5}}{5}+\dfrac{7}{\sqrt{5}}-10$

$=\dfrac{3\sqrt{5}}{5}+\dfrac{7\sqrt{5}}{5}-10$

$=2\sqrt{5}-10$

(3) (주어진 식)

$=3\sqrt{12}-3\sqrt{2}-\dfrac{2\sqrt{6}-4}{\sqrt{3}}-3\sqrt{3}-\dfrac{4\sqrt{2}}{3}$

$=6\sqrt{3}-3\sqrt{2}-\dfrac{2\sqrt{18}-4\sqrt{3}}{3}-3\sqrt{3}-\dfrac{4\sqrt{2}}{3}$

$=6\sqrt{3}-3\sqrt{2}-2\sqrt{2}+\dfrac{4\sqrt{3}}{3}-3\sqrt{3}-\dfrac{4\sqrt{2}}{3}$

$=\dfrac{13\sqrt{3}-19\sqrt{2}}{3}$

(4) (주어진 식)$=\sqrt{3}\left(\dfrac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}}+2\sqrt{3}\right)+\dfrac{3}{2\sqrt{2}}(6\sqrt{2}-4)$

$=2\sqrt{2}+6+9-\dfrac{6}{\sqrt{2}}$

$=2\sqrt{2}+15-3\sqrt{2}$

$=15-\sqrt{2}$

(5) (주어진 식)

$=\dfrac{(\sqrt{10}-3)^2}{(\sqrt{10}+3)(\sqrt{10}-3)}-\dfrac{(\sqrt{10}+3)^2}{(\sqrt{10}-3)(\sqrt{10}+3)}$

$=10-6\sqrt{10}+9-(10+6\sqrt{10}+9)$

$=-12\sqrt{10}$

02 $\sqrt{7}-3=\sqrt{7}-\sqrt{9}<0$이므로

$\sqrt{(\sqrt{7}-3)^2}=-(\sqrt{7}-3)$

$2-\sqrt{7}=\sqrt{4}-\sqrt{7}<0$이므로

$\sqrt{(2-\sqrt{7})^2}=-(2-\sqrt{7})$

$4-2\sqrt{7}=\sqrt{16}-\sqrt{28}<0$이므로

$\sqrt{(4-2\sqrt{7})^2}=-(4-2\sqrt{7})$

$\therefore$ (주어진 식)

$=-(\sqrt{7}-3)-\{-(2-\sqrt{7})\}-(4-2\sqrt{7})$

$=-\sqrt{7}+3+2-\sqrt{7}-4+2\sqrt{7}$

$=1$

03 (1) (주어진 식)$=2a\sqrt{2}-4-6\sqrt{2}+3a$

$=(-4+3a)+(2a-6)\sqrt{2}$

이 수가 유리수가 되려면

$2a-6=0$ $\therefore a=3$

(2) (주어진 식)$=3\sqrt{6}(\sqrt{3}-\sqrt{6})-\dfrac{a}{\sqrt{2}}(\sqrt{32}-2)$

$=9\sqrt{2}-18-4a+a\sqrt{2}$

$=(-18-4a)+(9+a)\sqrt{2}$

이 수가 유리수가 되려면

$9+a=0$ $\therefore a=-9$

04 (주어진 식)$=(2+\sqrt{5}+\sqrt{3})(2+\sqrt{5}-\sqrt{3})$

$=(2+\sqrt{5})^2-(\sqrt{3})^2$

$=4+4\sqrt{5}+5-3$

$=6+4\sqrt{5}$

05 $a-b=(2\sqrt{2}-1)-(4-2\sqrt{2})$

$=2\sqrt{2}-1-4+2\sqrt{2}$

$=4\sqrt{2}-5=\sqrt{32}-\sqrt{25}>0$

$\therefore a>b$ …… ㉠

$b-c=(4-2\sqrt{2})-(4-\sqrt{10})$

$=4-2\sqrt{2}-4+\sqrt{10}$

$=\sqrt{10}-\sqrt{8}>0$

$\therefore b>c$ …… ㉡

㉠, ㉡에서 $a>b>c$

06 $\square PQRS=4\times4-4\times\left(\frac{1}{2}\times3\times1\right)=10$

따라서 $\square PQRS$의 한 변의 길이를 x라 하면

$x^2=10 \quad \therefore x=\sqrt{10}\ (\because x>0)$

즉, $\square PQRS$는 한 변의 길이가 $\sqrt{10}$인 정사각형이므로

$\overline{AQ}=\overline{PQ}=\sqrt{10}$, $\overline{BQ}=\overline{RQ}=\sqrt{10}$

$\therefore A(1-\sqrt{10})$, $B(1+\sqrt{10})$

$\therefore \overline{AB}=(1+\sqrt{10})-(1-\sqrt{10})$

$=1+\sqrt{10}-1+\sqrt{10}=2\sqrt{10}$

07 (1) $x=2-3\sqrt{5}$에서 $x-2=-3\sqrt{5}$

양변을 제곱하면

$x^2-4x+4=45$

$\therefore x^2-4x=41$

$\therefore 2x^2-8x-9=2(x^2-4x)-9=2\times41-9=73$

(2) $x=\dfrac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}=\dfrac{(\sqrt{2}-1)^2}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)}=3-2\sqrt{2}$

$y=\dfrac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}=\dfrac{(\sqrt{2}+1)^2}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)}=3+2\sqrt{2}$

$x+y=(3-2\sqrt{2})+(3+2\sqrt{2})=6$

$xy=(3-2\sqrt{2})(3+2\sqrt{2})=3^2-(2\sqrt{2})^2=9-8=1$

$\therefore x^2-3xy+y^2=(x+y)^2-5xy$

$=6^2-5\times1=31$

(3) $x+y=(2\sqrt{3}+3)+(2\sqrt{3}-3)=4\sqrt{3}$

$xy=(2\sqrt{3}+3)(2\sqrt{3}-3)=(2\sqrt{3})^2-3^2$

$=12-9=3$

$\therefore \dfrac{y}{x}+\dfrac{x}{y}=\dfrac{x^2+y^2}{xy}=\dfrac{(x+y)^2-2xy}{xy}$

$=\dfrac{(4\sqrt{3})^2-2\cdot3}{3}=\dfrac{42}{3}=14$

03 제곱근의 값

개념원리 확인하기

본문 60쪽

01 (1) 100, 10, 10, 17.32 (2) 100, 10, 10, 54.77

(3) 100^2, 100, 100, 173.2

02 (1) 100, 10, 0.1414 (2) 100, 10, 0.4472

(3) 100^2, 100, 0.04472

03 (1) 34.64 (2) 10.95 (3) 0.3464 (4) 0.1095

04 (1) 2, 3, 2, $\sqrt{5}-2$ (2) 3, 4, 3, $\sqrt{10}-3$

03 (1) $\sqrt{1200}=\sqrt{100\times12}=10\sqrt{12}=10\times3.464=34.64$

(2) $\sqrt{120}=\sqrt{100\times1.2}=10\sqrt{1.2}=10\times1.095=10.95$

(3) $\sqrt{0.12}=\sqrt{\dfrac{12}{100}}=\dfrac{\sqrt{12}}{10}=\dfrac{3.464}{10}=0.3464$

(4) $\sqrt{0.012}=\sqrt{\dfrac{1.2}{100}}=\dfrac{\sqrt{1.2}}{10}=\dfrac{1.095}{10}=0.1095$

핵심문제 익히기 (확인문제)

본문 61쪽

1 (1) 177.2 (2) 0.05604 (3) 20.57 (4) 0.1568

2 (1) $20-5\sqrt{7}$ (2) $2-\sqrt{6}$ (3) $2\sqrt{2}-4$

1 (1) $\sqrt{31400}=\sqrt{3.14\times10000}$

$=\sqrt{3.14\times100^2}$

$=100\sqrt{3.14}$

이고 $\sqrt{3.14}=1.772$이므로

$\sqrt{31400}=100\times1.772=177.2$

(2) $\sqrt{0.00314}=\sqrt{\dfrac{31.4}{10000}}=\dfrac{\sqrt{31.4}}{100}$

이고 $\sqrt{31.4}=5.604$이므로

$\sqrt{0.00314}=\dfrac{5.604}{100}=0.05604$

(3) $\sqrt{423}=\sqrt{4.23\times100}=10\sqrt{4.23}$

이고 $\sqrt{4.23}=2.057$이므로

$\sqrt{423}=10\times2.057=20.57$

(4) $\sqrt{0.0246}=\sqrt{\dfrac{2.46}{100}}=\dfrac{\sqrt{2.46}}{10}$

이고 $\sqrt{2.46}=1.568$이므로

$\sqrt{0.0246}=\dfrac{1.568}{10}=0.1568$

2 (1) $2<\sqrt{7}<3$이므로 $5<3+\sqrt{7}<6$

따라서 정수 부분 $a=5$,

소수 부분 $b=(3+\sqrt{7})-5=\sqrt{7}-2$이므로

$2a-5b=2\times5-5(\sqrt{7}-2)$

$=20-5\sqrt{7}$

(2) $2<\sqrt{6}<3$이므로 $1<\sqrt{6}-1<2$

$\sqrt{6}-1$의 정수 부분은 1이므로

소수 부분 $a=(\sqrt{6}-1)-1=\sqrt{6}-2$

또, $4<\sqrt{24}<5$이므로 $\sqrt{24}$의 정수 부분은 4이고,

소수 부분 $b=\sqrt{24}-4=2\sqrt{6}-4$

$\therefore 3a-2b=3(\sqrt{6}-2)-2(2\sqrt{6}-4)$

$=3\sqrt{6}-6-4\sqrt{6}+8$

$=2-\sqrt{6}$

(3) $\dfrac{2}{2+\sqrt{2}}=\dfrac{2(2-\sqrt{2})}{(2+\sqrt{2})(2-\sqrt{2})}=\dfrac{2(2-\sqrt{2})}{2^2-(\sqrt{2})^2}$

$=\dfrac{2(2-\sqrt{2})}{4-2}=2-\sqrt{2}$

$1<\sqrt{2}<2$이므로 $-2<-\sqrt{2}<-1$

$\therefore 0<2-\sqrt{2}<1$

따라서 $2-\sqrt{2}$의 정수 부분은 0이고 소수 부분은

$(2-\sqrt{2})-0=2-\sqrt{2}$

$\therefore a=0,\ b=2-\sqrt{2}$

$\therefore \sqrt{2}a-2b=\sqrt{2}\times 0-2(2-\sqrt{2})=2\sqrt{2}-4$

이런 문제가 시험에 나온다 본문 62쪽

01 ①	**02** ④	**03** ②	**04** ⑤
05 10.024	**06** $2\sqrt{2}$	**07** $4-3\sqrt{2}$	

01 $\sqrt{0.05}=\sqrt{\dfrac{5}{100}}=\dfrac{\sqrt{5}}{10}=\dfrac{a}{10}$

02 $\sqrt{200000}=\sqrt{20\times 10000}$

$=100\sqrt{20}$

$=100b$

03 ① $\sqrt{0.0714}=\sqrt{\dfrac{7.14}{100}}=\dfrac{\sqrt{7.14}}{10}=0.2672$

② $\sqrt{0.714}=\sqrt{\dfrac{71.4}{100}}=\dfrac{\sqrt{71.4}}{10}$

③ $\sqrt{714}=\sqrt{7.14\times 100}=10\sqrt{7.14}=26.72$

④ $\sqrt{71400}=\sqrt{7.14\times 10000}=100\sqrt{7.14}=267.2$

⑤ $\sqrt{7140000}=\sqrt{7.14\times 1000000}$

$=1000\sqrt{7.14}=2672$

04 ⑤ $\sqrt{62300}=\sqrt{6.23\times 10000}$

$=100\sqrt{6.23}=249.6$

05 $\dfrac{4+\sqrt{2}}{\sqrt{2}}+\dfrac{9+\sqrt{3}}{\sqrt{3}}=\dfrac{4\sqrt{2}+2}{2}+\dfrac{9\sqrt{3}+3}{3}$

$=2\sqrt{2}+1+3\sqrt{3}+1$

$=2\sqrt{2}+3\sqrt{3}+2$

$=2\times 1.414+3\times 1.732+2$

$=2.828+5.196+2$

$=10.024$

06 $2<2\sqrt{2}\ (=\sqrt{8})<3$에서 $-3<-2\sqrt{2}<-2$

$\therefore 1<4-2\sqrt{2}<2$

따라서 정수 부분 $a=1$,

소수 부분 $b=(4-2\sqrt{2})-1=3-2\sqrt{2}$이므로

$\dfrac{3a-b}{a}=\dfrac{3\times 1-(3-2\sqrt{2})}{1}$

$=2\sqrt{2}$

07 $2<2\sqrt{2}\ (=\sqrt{8})<3$에서 정수 부분은 2이므로

소수 부분 $a=2\sqrt{2}-2$

또, $1<\sqrt{2}<2$에서 $-2<-\sqrt{2}<-1$

$\therefore 1<3-\sqrt{2}<2$

따라서 정수 부분은 1이므로

소수 부분 $b=(3-\sqrt{2})-1=2-\sqrt{2}$

이때 $1-a=1-(2\sqrt{2}-2)=3-2\sqrt{2}>0$,

$b-1=(2-\sqrt{2})-1=1-\sqrt{2}<0$이므로

$\sqrt{(1-a)^2}-\sqrt{(b-1)^2}=(1-a)-\{-(b-1)\}$

$=(1-a)+(b-1)$

$=(3-2\sqrt{2})+(1-\sqrt{2})$

$=4-3\sqrt{2}$

1 Step (기본문제) 본문 63~64쪽

01 ⑤ **02** ④ **03** ④, ⑤

04 (1) $2\sqrt{2}-1$ (2) $2\sqrt{2}$ (3) $-2\sqrt{3}$ (4) 2 (5) $5\sqrt{2}$ (6) 41 (7) -2

05 (1) $\dfrac{1}{40}$ (2) $\dfrac{1}{2}$ (3) $\dfrac{1}{25}$ (4) 2 **06** 9 **07** ④

08 ③ **09** ⑤ **10** $2\sqrt{10}+8$

11 (1) -1 (2) 3 **12** ① **13** -6 **14** ⑤

01 ① $\sqrt{32}=\sqrt{4^2\times 2}=4\sqrt{2}$ $\quad\therefore a=4$

② $\sqrt{3}\times\sqrt{15}=\sqrt{45}=\sqrt{3^2\times 5}=3\sqrt{5}$ $\quad\therefore a=3$

③ $\dfrac{\sqrt{24}}{\sqrt{2}}=\sqrt{\dfrac{24}{2}}=\sqrt{12}=\sqrt{2^2\times 3}=2\sqrt{3}$ $\quad\therefore a=3$

④ $\dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{15}}{3}$ $\quad\therefore a=15$

⑤ $\sqrt{18}\times\sqrt{9}=3\sqrt{2}\times 3=9\sqrt{2}$ $\quad\therefore a=2$

02 ① $\dfrac{1}{\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

② $\dfrac{6}{\sqrt{8}}=\dfrac{6}{2\sqrt{2}}=\dfrac{3}{\sqrt{2}}=\dfrac{3\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$

③ $\dfrac{\sqrt{2}}{3\sqrt{5}}=\dfrac{\sqrt{2}\times\sqrt{5}}{3\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\dfrac{\sqrt{10}}{15}$

④ $\dfrac{3}{4\sqrt{7}}=\dfrac{3\times\sqrt{7}}{4\sqrt{7}\times\sqrt{7}}=\dfrac{3\sqrt{7}}{28}$

⑤ $\dfrac{2\sqrt{7}}{\sqrt{2}\sqrt{6}}=\dfrac{2\sqrt{7}}{\sqrt{12}}=\dfrac{2\sqrt{7}}{2\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{7}\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{21}}{3}$

03 ① $4\sqrt{8}-\sqrt{50}+\sqrt{18}=8\sqrt{2}-5\sqrt{2}+3\sqrt{2}=6\sqrt{2}$

② $\dfrac{\sqrt{18}}{3}+\dfrac{2\sqrt{6}}{\sqrt{3}}-\sqrt{32}=\dfrac{3\sqrt{2}}{3}+2\sqrt{2}-4\sqrt{2}=-\sqrt{2}$

③ $\sqrt{\dfrac{9}{16}}\div\sqrt{\left(\dfrac{1}{2}\right)^2}+\sqrt{(-2)^2}\times\dfrac{7}{4}$

$=\dfrac{3}{4}\div\dfrac{1}{2}+2\times\dfrac{7}{4}$

$=\dfrac{3}{4}\times2+2\times\dfrac{7}{4}=\dfrac{3}{2}+\dfrac{7}{2}=5$

④ $\sqrt{32}-2\sqrt{24}-\sqrt{2}(1+2\sqrt{3})$

$=4\sqrt{2}-4\sqrt{6}-\sqrt{2}-2\sqrt{6}$

$=3\sqrt{2}-6\sqrt{6}$

⑤ $\sqrt{10}\left(1-\dfrac{2\sqrt{2}}{\sqrt{5}}\right)-(\sqrt{54}+2\sqrt{15})\div\sqrt{6}$

$=\sqrt{10}\left(1-\dfrac{2\sqrt{10}}{5}\right)-(3\sqrt{6}+2\sqrt{15})\times\dfrac{1}{\sqrt{6}}$

$=\sqrt{10}-4-\left(3+\dfrac{2\sqrt{15}}{\sqrt{6}}\right)$

$=\sqrt{10}-4-3-\sqrt{10}=-7$

04 (1) (주어진 식)$=4\sqrt{2}-4-2\sqrt{2}+3=2\sqrt{2}-1$

(2) (주어진 식)$=(6\sqrt{6}-\sqrt{6})\times\dfrac{1}{\sqrt{3}}-3\sqrt{2}$

$=5\sqrt{6}\times\dfrac{1}{\sqrt{3}}-3\sqrt{2}$

$=5\sqrt{2}-3\sqrt{2}$

$=2\sqrt{2}$

(3) (주어진 식)$=\sqrt{2}(\sqrt{6}-2\sqrt{3})-\dfrac{2\sqrt{3}}{3}(6-3\sqrt{2})$

$=\sqrt{12}-2\sqrt{6}-4\sqrt{3}+2\sqrt{6}$

$=2\sqrt{3}-2\sqrt{6}-4\sqrt{3}+2\sqrt{6}$

$=-2\sqrt{3}$

(4) $\sqrt{3}<2(=\sqrt{4})$이므로 $\sqrt{3}-2<0$

$\therefore$ (주어진 식)$=\sqrt{3}-(\sqrt{3}-2)$

$=2$

(5) (주어진 식)$=2\sqrt{2}+4\sqrt{2}-\sqrt{2}$

$=5\sqrt{2}$

(6) (주어진 식)$=3+45-(8\sqrt{3}-\sqrt{3})\times\dfrac{1}{\sqrt{3}}$

$=3+45-7\sqrt{3}\times\dfrac{1}{\sqrt{3}}$

$=3+45-7=41$

(7) (주어진 식)$=\sqrt{6}-1-(\sqrt{6}+1)$

$=\sqrt{6}-1-\sqrt{6}-1$

$=-2$

05 (1) $\dfrac{1}{\sqrt{800}}=\dfrac{1}{20\sqrt{2}}$

$=\dfrac{\sqrt{2}}{20\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{40}$

$\therefore\ a=\dfrac{1}{40}$

(2) $\sqrt{0.5}=\sqrt{\dfrac{5}{10}}=\sqrt{\dfrac{50}{100}}=\dfrac{5\sqrt{2}}{10}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$\therefore\ a=\dfrac{1}{2}$

(3) $\sqrt{0.008}=\sqrt{\dfrac{8}{1000}}=\sqrt{\dfrac{80}{10000}}$

$=\dfrac{4\sqrt{5}}{100}=\dfrac{\sqrt{5}}{25}$

$\therefore\ a=\dfrac{1}{25}$

(4) $\sqrt{450}=\sqrt{15^2\times2}=15\sqrt{2}$

$\therefore\ a=2$

06 (주어진 식)$=4\sqrt{6}-2\sqrt{2}(3\sqrt{3}-3\sqrt{2})-\dfrac{12}{2\sqrt{6}}$

$=4\sqrt{6}-6\sqrt{6}+12-\sqrt{6}$

$=12-3\sqrt{6}$

$=a+b\sqrt{6}$

따라서 $a=12$, $b=-3$이므로

$a+b=9$

07 $\sqrt{0.125}=\sqrt{\dfrac{125}{1000}}=\dfrac{\sqrt{5^2\times5}}{\sqrt{10^2\times10}}$

$=\dfrac{5\sqrt{5}}{10\sqrt{10}}=\dfrac{a}{2b}$

08 ① $\sqrt{0.02}=\sqrt{\dfrac{2}{100}}=\dfrac{\sqrt{2}}{10}=\dfrac{1.414}{10}=0.1414$

② $\sqrt{0.5}=\sqrt{\dfrac{5}{10}}=\sqrt{\dfrac{1}{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}=\dfrac{1.414}{2}=0.707$

③ $\sqrt{12}=2\sqrt{3}$

④ $\sqrt{18}=3\sqrt{2}=3\times1.414=4.242$

⑤ $\sqrt{32}=4\sqrt{2}=4\times1.414=5.656$

09 ① $\sqrt{728000}=\sqrt{72.8\times10000}$
$=100\sqrt{72.8}=853.2$

② $\sqrt{728}=\sqrt{7.28\times100}$
$=10\sqrt{7.28}=26.98$

③ $\sqrt{0.728}=\sqrt{\dfrac{72.8}{100}}=\dfrac{\sqrt{72.8}}{10}$
$=0.8532$

④ $\sqrt{0.0728}=\sqrt{\dfrac{7.28}{100}}=\dfrac{\sqrt{7.28}}{10}$
$=0.2698$

⑤ $\sqrt{0.00728}=\sqrt{\dfrac{72.8}{10000}}=\dfrac{\sqrt{72.8}}{100}$
$=0.08532$

10 $A=\dfrac{2}{\sqrt{5}}(\sqrt{2}-\sqrt{5})+\left(\sqrt{18}+\dfrac{3\sqrt{6}}{5}\right)\div\sqrt{6}+\dfrac{\sqrt{27}-3}{\sqrt{3}}$
$=\dfrac{2}{\sqrt{5}}(\sqrt{2}-\sqrt{5})+\left(\sqrt{18}+\dfrac{3\sqrt{6}}{5}\right)\times\dfrac{1}{\sqrt{6}}+\dfrac{3\sqrt{3}-3}{\sqrt{3}}$
$=\dfrac{2\sqrt{10}}{5}-2+\sqrt{3}+\dfrac{3}{5}+3-\sqrt{3}$
$=\dfrac{2\sqrt{10}}{5}+\dfrac{8}{5}$
$\therefore 5A=5\left(\dfrac{2\sqrt{10}}{5}+\dfrac{8}{5}\right)=2\sqrt{10}+8$

11 (1) (주어진 식)$=3\sqrt{6}\left(\sqrt{6}-\dfrac{1}{3\sqrt{2}}\right)+\dfrac{a\sqrt{3}}{3}(3\sqrt{3}-3)$
$=18-\sqrt{3}+3a-a\sqrt{3}$
$=(18+3a)+(-1-a)\sqrt{3}$
이 식이 유리수가 되려면
$-1-a=0 \qquad \therefore a=-1$

(2) (주어진 식)$=2a-6\sqrt{3}+2a\sqrt{3}-18$
$=2a-18+(2a-6)\sqrt{3}$
이 식이 유리수가 되려면
$2a-6=0 \qquad \therefore a=3$

12 $x+y=(2\sqrt{2}+3)+(2\sqrt{2}-3)=4\sqrt{2}$
$xy=(2\sqrt{2}+3)(2\sqrt{2}-3)=(2\sqrt{2})^2-3^2=-1$
$\therefore \dfrac{y}{x}+\dfrac{x}{y}=\dfrac{x^2+y^2}{xy}=\dfrac{(x+y)^2-2xy}{xy}$
$=\dfrac{(4\sqrt{2})^2-2\times(-1)}{-1}$
$=-34$

13 $2<\sqrt{7}<3$이므로 $\sqrt{7}$의 정수 부분은 2이고
소수 부분 $a=\sqrt{7}-2$
$a+2=\sqrt{7}$
양변을 제곱하면
$(a+2)^2=(\sqrt{7})^2$, $a^2+4a+4=7$
$\therefore a^2+4a=3$
$\therefore a^2+4a-9=3-9=-6$

14 ① $5-\sqrt{6}-\sqrt{6}=5-2\sqrt{6}=\sqrt{25}-\sqrt{24}>0$
$\therefore 5-\sqrt{6}>\sqrt{6}$

② $2\sqrt{2}+\sqrt{3}-3-\sqrt{3}$
$=2\sqrt{2}-3=\sqrt{8}-\sqrt{9}<0$
$\therefore 2\sqrt{2}+\sqrt{3}<3+\sqrt{3}$

③ $5\sqrt{5}-3-8\sqrt{2}+3$
$=5\sqrt{5}-8\sqrt{2}=\sqrt{125}-\sqrt{128}<0$
$\therefore 5\sqrt{5}-3<8\sqrt{2}-3$

④ $3-4\sqrt{5}+6=9-4\sqrt{5}$
$=\sqrt{81}-\sqrt{80}>0$
$\therefore 3>4\sqrt{5}-6$

⑤ $2\sqrt{3}-3\sqrt{2}+\sqrt{18}-\sqrt{3}$
$=2\sqrt{3}-3\sqrt{2}+3\sqrt{2}-\sqrt{3}$
$=\sqrt{3}>0$
$\therefore 2\sqrt{3}-3\sqrt{2}>-\sqrt{18}+\sqrt{3}$

2 Step (발전문제)

본문 65~66쪽

01 ② **02** ① **03** ③
04 (1) $4+2\sqrt{2}+2\sqrt{6}$ (2) $\dfrac{2\sqrt{3}+3\sqrt{2}-\sqrt{30}}{12}$
05 $3+3\sqrt{6}$ **06** $A<C<B$ **07** (1) 5 (2) 3
08 (1) 4 (2) $-2+\sqrt{3}$ **09** (1) 14 (2) -5 **10** $\dfrac{11}{2}$
11 (1) $\dfrac{1}{2}$ (2) $\dfrac{19\sqrt{2}}{3}$ **12** 5 **13** $12\sqrt{2}$ cm
14 1155

01 ① $(2\sqrt{3}+5)^2=12+20\sqrt{3}+25$
$=37+20\sqrt{3}$

② $(-2\sqrt{5}-3)^2=(2\sqrt{5}+3)^2=20+12\sqrt{5}+9$
$=29+12\sqrt{5}$

③ $(2\sqrt{2}-3)(2\sqrt{2}+3)$
$=(2\sqrt{2})^2-3^2=8-9=-1$

④ $(3\sqrt{2}-2\sqrt{6})(3\sqrt{2}+2\sqrt{6})$
$=(3\sqrt{2})^2-(2\sqrt{6})^2$
$=18-24=-6$

⑤ $(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2-(\sqrt{6}+1)(\sqrt{6}-1)$
$=3-2\sqrt{6}+2-\{(\sqrt{6})^2-1^2\}$
$=3-2\sqrt{6}+2-5$
$=-2\sqrt{6}$

▶ 참고
$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$
$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$
$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$
$(-a-b)^2=(a+b)^2$

02 (주어진 식)$=\{\sqrt{3}+(\sqrt{2}+5)\}\{\sqrt{3}-(\sqrt{2}+5)\}$
$=(\sqrt{3})^2-(\sqrt{2}+5)^2$
$=3-(2+10\sqrt{2}+25)$
$=-24-10\sqrt{2}$

03 (주어진 식)
$$=\frac{(1-2\sqrt{3})(3-2\sqrt{3})}{(3+2\sqrt{3})(3-2\sqrt{3})}+\frac{(1+2\sqrt{3})(3+2\sqrt{3})}{(3-2\sqrt{3})(3+2\sqrt{3})}$$
$$=\frac{3-8\sqrt{3}+12+3+8\sqrt{3}+12}{9-12}=\frac{30}{-3}$$
$=-10$

04 (1) $$\frac{8}{1+\sqrt{2}-\sqrt{3}}=\frac{8\{(1+\sqrt{2})+\sqrt{3}\}}{\{(1+\sqrt{2})-\sqrt{3}\}\{(1+\sqrt{2})+\sqrt{3}\}}$$
$$=\frac{8(1+\sqrt{2}+\sqrt{3})}{(1+\sqrt{2})^2-(\sqrt{3})^2}$$
$$=\frac{8(1+\sqrt{2}+\sqrt{3})}{2\sqrt{2}}$$
$$=\frac{4(1+\sqrt{2}+\sqrt{3})\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}$$
$=4+2\sqrt{2}+2\sqrt{6}$

(2) $$\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{5}}$$
$$=\frac{(\sqrt{2}+\sqrt{3})-\sqrt{5}}{\{(\sqrt{2}+\sqrt{3})+\sqrt{5}\}\{(\sqrt{2}+\sqrt{3})-\sqrt{5}\}}$$
$$=\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{5}}{(\sqrt{2}+\sqrt{3})^2-(\sqrt{5})^2}=\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{5}}{2\sqrt{6}}$$
$$=\frac{(\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{5})\times\sqrt{6}}{2\sqrt{6}\times\sqrt{6}}=\frac{2\sqrt{3}+3\sqrt{2}-\sqrt{30}}{12}$$

05 $13(=\sqrt{169})>\sqrt{6}$이므로 $13-\sqrt{6}>0$
$\therefore \sqrt{(13-\sqrt{6})^2}=13-\sqrt{6}$
$\sqrt{24}<5(=\sqrt{25})$이므로 $\sqrt{24}-5<0$
$\sqrt{(\sqrt{24}-5)^2}=-(\sqrt{24}-5)=-2\sqrt{6}+5$
$$\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}=\frac{(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})}$$
$$=\frac{3-2\sqrt{6}+2}{(\sqrt{3})^2-(\sqrt{2})^2}=5-2\sqrt{6}$$
$\therefore$ (주어진 식)
$=(13-\sqrt{6})-(-2\sqrt{6}+5)-(5-2\sqrt{6})$
$=13-\sqrt{6}+2\sqrt{6}-5-5+2\sqrt{6}$
$=3+3\sqrt{6}$

06 $A-B=(2\sqrt{3}-1)-(2\sqrt{5}+\sqrt{3}-1)$
$=\sqrt{3}-2\sqrt{5}=\sqrt{3}-\sqrt{20}<0$
$\therefore A<B$
$B-C=(2\sqrt{5}+\sqrt{3}-1)-(\sqrt{3}+1)$
$=2\sqrt{5}-2=\sqrt{20}-\sqrt{4}>0$
$\therefore B>C$
$A-C=(2\sqrt{3}-1)-(\sqrt{3}+1)$
$=\sqrt{3}-2=\sqrt{3}-\sqrt{4}<0$
$\therefore A<C$
$\therefore A<C<B$

07 (1) $x^2+\frac{1}{x^2}=\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-2=(\sqrt{7})^2-2$
$=7-2=5$
(2) $\left(x-\frac{1}{x}\right)^2=\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-4=(\sqrt{7})^2-4$
$=7-4=3$

08 (1) $\sqrt{64}<\sqrt{72}<\sqrt{81}$에서 $8<\sqrt{72}<9$이므로 $\sqrt{72}$의 정수 부분은 8이다.
$\therefore f(72)=8$
$\sqrt{16}<\sqrt{18}<\sqrt{25}$에서 $4<\sqrt{18}<5$이므로 $\sqrt{18}$의 정수 부분은 4이다.
$\therefore f(18)=4$
$\therefore f(72)-f(18)=8-4=4$
(2) $\frac{1}{2-\sqrt{3}}=\frac{2+\sqrt{3}}{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})}=2+\sqrt{3}$
$1<\sqrt{3}<2$에서 $3<2+\sqrt{3}<4$이므로
$2+\sqrt{3}$의 정수 부분은 3이고, 소수 부분은
$(2+\sqrt{3})-3=-1+\sqrt{3}$
$\therefore a=-1+\sqrt{3}$
$1-a=1-(-1+\sqrt{3})=2-\sqrt{3}=\sqrt{4}-\sqrt{3}>0$
이므로 $\sqrt{(1-a)^2}=1-a$
또, $\sqrt{9}<2\sqrt{3}(=\sqrt{12})<\sqrt{16}$에서 $3<2\sqrt{3}<4$이므로
$2\sqrt{3}$의 정수 부분은 3이고, 소수 부분은 $2\sqrt{3}-3$
$\therefore b=2\sqrt{3}-3$

$b-1=(2\sqrt{3}-3)-1=2\sqrt{3}-4=\sqrt{12}-\sqrt{16}<0$

이므로 $\sqrt{(b-1)^2}=-(b-1)$

$$\begin{aligned}\therefore \sqrt{(1-a)^2}-\sqrt{(b-1)^2}&=1-a+b-1\\&=(2-\sqrt{3})+(2\sqrt{3}-4)\\&=-2+\sqrt{3}\end{aligned}$$

09 (1) $$\begin{aligned}x^2-3xy+y^2&=x^2+y^2-3xy\\&=(x-y)^2-xy\\&=(3\sqrt{2})^2-4\\&=18-4\\&=14\end{aligned}$$

(2) $$\begin{aligned}x&=\frac{1}{3-2\sqrt{2}}\\&=\frac{3+2\sqrt{2}}{(3-2\sqrt{2})(3+2\sqrt{2})}\\&=\frac{3+2\sqrt{2}}{3^2-(2\sqrt{2})^2}\\&=3+2\sqrt{2}\end{aligned}$$

$x-3=2\sqrt{2}$의 양변을 제곱하면

$(x-3)^2=(2\sqrt{2})^2$, $x^2-6x+9=8$

$\therefore x^2-6x=-1$

$$\begin{aligned}\therefore 2x^2-12x-3&=2(x^2-6x)-3\\&=2\times(-1)-3\\&=-5\end{aligned}$$

10 $x=\dfrac{(\sqrt{2}-1)^2}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)}=(\sqrt{2}-1)^2=3-2\sqrt{2}$

$y=\dfrac{(\sqrt{2}+1)^2}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)}=(\sqrt{2}+1)^2=3+2\sqrt{2}$

$x+y=(3-2\sqrt{2})+(3+2\sqrt{2})=6$

$$\begin{aligned}xy&=(3-2\sqrt{2})(3+2\sqrt{2})\\&=3^2-(2\sqrt{2})^2=9-8=1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore (\text{주어진 식})&=\frac{(x+y)^2-3xy}{x+y}\\&=\frac{6^2-3}{6}=\frac{33}{6}=\frac{11}{2}\end{aligned}$$

11 (1) $$\begin{aligned}\sqrt{\frac{x}{y}}-\sqrt{\frac{y}{x}}&=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}}-\frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}}\\&=\frac{(\sqrt{x})^2-(\sqrt{y})^2}{\sqrt{x}\sqrt{y}}=\frac{x-y}{\sqrt{xy}}\\&=\frac{4}{\sqrt{64}}=\frac{4}{8}=\frac{1}{2}\end{aligned}$$

(2) $$\begin{aligned}a\sqrt{\frac{8b}{a}}+\frac{1}{b}\sqrt{\frac{2b}{a}}&=\sqrt{a^2\times\frac{8b}{a}}+\sqrt{\frac{1}{b^2}\times\frac{2b}{a}}\\&=\sqrt{8ab}+\sqrt{\frac{2}{ab}}\\&=\sqrt{8\times 9}+\sqrt{\frac{2}{9}}\\&=6\sqrt{2}+\frac{\sqrt{2}}{3}\\&=\frac{19\sqrt{2}}{3}\end{aligned}$$

12 $$\begin{aligned}&(2\sqrt{2}+3)^{100}(2\sqrt{2}-3)^{102}\\&=\{(2\sqrt{2}+3)(2\sqrt{2}-3)\}^{100}(2\sqrt{2}-3)^2\\&=\{(2\sqrt{2})^2-3^2\}^{100}(8-12\sqrt{2}+9)\\&=(-1)^{100}(17-12\sqrt{2})\\&=17-12\sqrt{2}=a+b\sqrt{2}\end{aligned}$$

따라서 $a=17$, $b=-12$이므로

$a+b=5$

13 세 정사각형의 넓이가 각각 8 cm^2, 18 cm^2, 32 cm^2이므로

$\overline{AB}^2=8$에서

$\overline{AB}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}(\text{cm})$ ($\because \overline{AB}>0$)

$\overline{BC}^2=18$에서

$\overline{BC}=\sqrt{18}=3\sqrt{2}(\text{cm})$ ($\because \overline{BC}>0$)

$\overline{DE}^2=32$에서

$\overline{DE}=\sqrt{32}=4\sqrt{2}(\text{cm})$ ($\because \overline{DE}>0$)

$$\begin{aligned}\therefore \overline{AC}&=\overline{AB}+\overline{BC}\\&=2\sqrt{2}+3\sqrt{2}\\&=5\sqrt{2}(\text{cm})\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\overline{CE}&=\overline{CD}+\overline{DE}=\overline{BC}+\overline{DE}\\&=3\sqrt{2}+4\sqrt{2}\\&=7\sqrt{2}(\text{cm})\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore \overline{AC}+\overline{CE}&=5\sqrt{2}+7\sqrt{2}\\&=12\sqrt{2}(\text{cm})\end{aligned}$$

14 $$\begin{aligned}x&=\frac{3+2\sqrt{2}}{3-2\sqrt{2}}=\frac{(3+2\sqrt{2})^2}{(3-2\sqrt{2})(3+2\sqrt{2})}\\&=9+12\sqrt{2}+8=17+12\sqrt{2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}y&=\frac{3-2\sqrt{2}}{3+2\sqrt{2}}=\frac{(3-2\sqrt{2})^2}{(3+2\sqrt{2})(3-2\sqrt{2})}\\&=9-12\sqrt{2}+8=17-12\sqrt{2}\end{aligned}$$

이므로

$x+y=(17+12\sqrt{2})+(17-12\sqrt{2})=34$

$$\begin{aligned}xy&=(17+12\sqrt{2})(17-12\sqrt{2})\\&=17^2-(12\sqrt{2})^2=289-288=1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore x^2+xy+y^2&=(x+y)^2-xy=34^2-1\\&=1156-1=1155\end{aligned}$$

3 Step (실력 UP) 본문 67쪽

01 7개 **02** $\frac{4\sqrt{3}}{15}$ **03** ① **04** 2

05 (1) 4 (2) $3\sqrt{2}$ **06** (1) 1 (2) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ (3) $2\sqrt{2}$ (4) $4+\sqrt{6}$

01 $\lt a\gt=3$에서 $\sqrt{a}$의 정수 부분은 3이므로

$3\leq\sqrt{a}<4$

각 변을 제곱하면

$9\leq a<16$

따라서 주어진 조건을 만족하는 자연수 a는 9, 10, 11, $\cdots$, 15의 7개이다.

02 $\sqrt{3}+\frac{1}{\sqrt{3}}=\sqrt{3}+\frac{\sqrt{3}}{3}=\frac{4\sqrt{3}}{3}$이므로

$$\frac{1}{\sqrt{3}+\frac{1}{\sqrt{3}}}=\frac{1}{\frac{4\sqrt{3}}{3}}=\frac{3}{4\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{4}$$

$$\sqrt{3}+\frac{1}{\sqrt{3}+\frac{1}{\sqrt{3}}}=\sqrt{3}+\frac{\sqrt{3}}{4}=\frac{5\sqrt{3}}{4}$$

$$\therefore \text{(주어진 식)}=\frac{1}{\frac{5\sqrt{3}}{4}}=\frac{4}{5\sqrt{3}}=\frac{4\sqrt{3}}{15}$$

▶ 참고

$$\frac{\frac{D}{C}}{\frac{B}{A}}=\frac{A\times D}{B\times C}\ (\text{단, } A\neq0,\ B\neq0,\ C\neq0)$$

03 $1<\sqrt{2}<2$이므로 $2<\sqrt{2}+1<3$

$\therefore [x]=2$

$$\therefore \frac{[x]}{x-[x]}+\frac{2x+[x]}{[x]}$$
$$=\frac{2}{(\sqrt{2}+1)-2}+\frac{2(\sqrt{2}+1)+2}{2}$$
$$=\frac{2}{\sqrt{2}-1}+\sqrt{2}+2$$
$$=2(\sqrt{2}+1)+\sqrt{2}+2$$
$$=4+3\sqrt{2}$$

04 $\frac{2x-3y}{5x-4y}=3$에서

$2x-3y=15x-12y$

$-13x=-9y$

$\therefore y=\frac{13}{9}x$

이것을 $\sqrt{\frac{2x+y}{2x-y}}$에 대입하면

$$\sqrt{\frac{2x+y}{2x-y}}=\sqrt{\frac{2x+\frac{13}{9}x}{2x-\frac{13}{9}x}}=\sqrt{\frac{\frac{31}{9}x}{\frac{5}{9}x}}=\sqrt{\frac{31}{5}}=\sqrt{6.2}$$

이때 $2<\sqrt{6.2}<3$이고 $\sqrt{6.25}=2.5$이므로

$2<\sqrt{6.2}<2.5$

따라서 가장 가까운 정수는 2이다.

05 (1) $f(2)+f(3)+f(4)+\cdots+f(49)$

$=(\sqrt{3}-\sqrt{2})+(\sqrt{4}-\sqrt{3})+(\sqrt{5}-\sqrt{4})+\cdots+(\sqrt{50}-\sqrt{49})$

$=\sqrt{50}-\sqrt{2}=5\sqrt{2}-\sqrt{2}=4\sqrt{2}$

$\therefore a=4$

(2) $\frac{1}{f(1)}=\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}=\sqrt{3}-\sqrt{2}$

$\frac{1}{f(2)}=\frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{3}}=\sqrt{4}-\sqrt{3}$

$\frac{1}{f(3)}=\frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{4}}=\sqrt{5}-\sqrt{4}$

$\vdots$

$\frac{1}{f(29)}=\frac{1}{\sqrt{31}+\sqrt{30}}=\sqrt{31}-\sqrt{30}$

$\frac{1}{f(30)}=\frac{1}{\sqrt{32}+\sqrt{31}}=\sqrt{32}-\sqrt{31}$

$\therefore \frac{1}{f(1)}+\frac{1}{f(2)}+\frac{1}{f(3)}+\cdots+\frac{1}{f(30)}$

$=(\sqrt{3}-\sqrt{2})+(\sqrt{4}-\sqrt{3})+(\sqrt{5}-\sqrt{4})+\cdots+(\sqrt{31}-\sqrt{30})+(\sqrt{32}-\sqrt{31})$

$=\sqrt{32}-\sqrt{2}=4\sqrt{2}-\sqrt{2}$

$=3\sqrt{2}$

06 (1) $x=\frac{2\sqrt{3}+\sqrt{6}}{2\sqrt{3}-\sqrt{6}}=\frac{(2\sqrt{3}+\sqrt{6})^2}{(2\sqrt{3}-\sqrt{6})(2\sqrt{3}+\sqrt{6})}$

$=\frac{12+4\sqrt{18}+6}{(2\sqrt{3})^2-(\sqrt{6})^2}=\frac{18+12\sqrt{2}}{12-6}$

$=3+2\sqrt{2}$

$x-3=2\sqrt{2}$의 양변을 제곱하면

$(x-3)^2=(2\sqrt{2})^2$, $x^2-6x+9=8$

$\therefore x^2-6x=-1$

$\therefore 2x^2-12x+3=2(x^2-6x)+3$

$=2\times(-1)+3=1$

(2) $x=\frac{\sqrt{5}+1}{2}$에서 $2x=\sqrt{5}+1$

$2x-1=\sqrt{5}$의 양변을 제곱하면

$(2x-1)^2=(\sqrt{5})^2$, $4x^2-4x+1=5$

$\therefore x^2-x=1$

$$\therefore \frac{2x^3+x^2-3x-4}{x^2-x+1}=\frac{2x(x^2-x)+3x^2-3x-4}{x^2-x+1}$$
$$=\frac{2x(x^2-x)+3(x^2-x)-4}{(x^2-x)+1}$$
$$=\frac{2x+3-4}{2}$$
$$=\frac{2x-1}{2}$$
$$=\frac{\sqrt{5}}{2}$$

(3) $0<\frac{1}{\sqrt{2}}<1$이므로 $0<x<1$

$$\therefore \text{(주어진 식)}=\frac{(\sqrt{1+x})^2+(\sqrt{1-x})^2}{\sqrt{1-x}\sqrt{1+x}}$$
$$=\frac{1+x+1-x}{\sqrt{1-x^2}}=\frac{2}{\sqrt{1-x^2}}$$
$$=\frac{2}{\sqrt{1-\frac{1}{2}}}=\frac{2}{\sqrt{\frac{1}{2}}}$$
$$=2\times\sqrt{2}=2\sqrt{2}$$

(4) $x^2-\sqrt{6}x+1=0$의 양변을 x로 나누면

$$x-\sqrt{6}+\frac{1}{x}=0$$
$$\therefore x+\frac{1}{x}=\sqrt{6}$$

이때 $x^2+\frac{1}{x^2}=\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-2=(\sqrt{6}\,)^2-2=4$이므로

$$x^2+x+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}=\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)+\left(x+\frac{1}{x}\right)$$
$$=4+\sqrt{6}$$

서술형 대비 문제

본문 68~69쪽

1 -20 **2** $7\sqrt{2}-8$ **3** $10a+\frac{b}{100}$

4 $8-4\sqrt{6}$ **5** 90 **6** $-3\sqrt{5}$

1 1단계 $\sqrt{5}(4-\sqrt{5})-\frac{a(\sqrt{5}-2)}{2\sqrt{5}}$

$$=4\sqrt{5}-5-\frac{a(\sqrt{5}-2)\times\sqrt{5}}{10}$$
$$=4\sqrt{5}-5-\frac{5a-2a\sqrt{5}}{10}$$
$$=4\sqrt{5}-5-\frac{a}{2}+\frac{a\sqrt{5}}{5}$$
$$=\left(-5-\frac{a}{2}\right)+\left(4+\frac{a}{5}\right)\sqrt{5}$$

2단계 주어진 식이 유리수가 되려면

$$4+\frac{a}{5}=0 \qquad \therefore a=-20$$

2 1단계 $3\sqrt{2}=\sqrt{18}$이고 $\sqrt{16}<\sqrt{18}<\sqrt{25}$이므로

$4<3\sqrt{2}<5$

$1<6-3\sqrt{2}<2$이므로 $6-3\sqrt{2}$의 정수 부분은 1이다.

$\therefore a=1$

2단계 $\sqrt{64}<\sqrt{72}<\sqrt{81}$이므로 $8<\sqrt{72}<9$

$\sqrt{72}$의 정수 부분은 8이므로

소수 부분은 $\sqrt{72}-8=6\sqrt{2}-8$

$\therefore b=6\sqrt{2}-8$

3단계 $b+\frac{12}{8a+b}=(6\sqrt{2}-8)+\frac{12}{8\times1+(6\sqrt{2}-8)}$

$$=6\sqrt{2}-8+\frac{12}{6\sqrt{2}}$$
$$=6\sqrt{2}-8+\frac{12\sqrt{2}}{12}$$
$$=7\sqrt{2}-8$$

3 1단계 $\sqrt{320}=\sqrt{3.2\times100}=10\sqrt{3.2}=10a$

2단계 $\sqrt{0.0032}=\sqrt{\frac{32}{100^2}}=\frac{\sqrt{32}}{100}=\frac{b}{100}$

3단계 $\therefore \sqrt{320}+\sqrt{0.0032}=10a+\frac{b}{100}$

단계	채점요소	배점
1	$\sqrt{320}$을 a를 사용하여 나타내기	2점
2	$\sqrt{0.0032}$를 b를 사용하여 나타내기	2점
3	$\sqrt{320}+\sqrt{0.0032}$를 a, b를 사용하여 나타내기	1점

4 1단계 $A=\frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{2}}+\sqrt{2}(\sqrt{3}-3\sqrt{2})$

$$=\frac{4\sqrt{3}\sqrt{2}}{\sqrt{2}\sqrt{2}}+\sqrt{6}-6$$
$$=2\sqrt{6}+\sqrt{6}-6$$
$$=3\sqrt{6}-6$$

2단계 $B=\sqrt{15}\left(\frac{1}{\sqrt{10}}+\frac{1}{\sqrt{15}}\right)+\sqrt{8}\left(\frac{3\sqrt{3}}{4}-\frac{5\sqrt{2}}{4}\right)$

$$=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}+1+2\sqrt{2}\left(\frac{3\sqrt{3}}{4}-\frac{5\sqrt{2}}{4}\right)$$
$$=\frac{\sqrt{6}}{2}+1+\frac{3\sqrt{6}}{2}-5$$
$$=-4+2\sqrt{6}$$

3단계 $2A+C=B$에서 $C=B-2A$이므로

$C=B-2A$
$=(-4+2\sqrt{6})-2(3\sqrt{6}-6)$
$=-4+2\sqrt{6}-6\sqrt{6}+12$
$=8-4\sqrt{6}$

단계	채점요소	배점
1	A를 간단히 하기	2점
2	B를 간단히 하기	2점
3	C 구하기	2점

5 1단계 $x=\dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}=\dfrac{(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2}{(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})}$
$=\dfrac{3+2\sqrt{6}+2}{(\sqrt{3})^2-(\sqrt{2})^2}=\dfrac{5+2\sqrt{6}}{3-2}$
$=5+2\sqrt{6}$

2단계 $y=\dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}=\dfrac{(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})}$
$=\dfrac{3-2\sqrt{6}+2}{(\sqrt{3})^2-(\sqrt{2})^2}=\dfrac{5-2\sqrt{6}}{3-2}$
$=5-2\sqrt{6}$

3단계 $x+y=(5+2\sqrt{6})+(5-2\sqrt{6})$
$=10$
$xy=(5+2\sqrt{6})(5-2\sqrt{6})$
$=5^2-(2\sqrt{6})^2$
$=1$
$\therefore x^2+y^2-8xy=(x+y)^2-10xy$
$=10^2-10\times1$
$=90$

단계	채점요소	배점
1	x를 간단히 하기	2점
2	y를 간단히 하기	2점
3	x^2+y^2-8xy의 값 구하기	3점

6 1단계 $\square\text{ABCD}=3\times3-4\times\left(\dfrac{1}{2}\times1\times2\right)$
$=5$
정사각형 ABCD의 한 변의 길이를 x라 하면
$x^2=5$ $\quad\therefore x=\sqrt{5}\ (\because x>0)$

2단계 따라서 점 P는 점 A(3)에서 왼쪽으로 $\sqrt{5}$만큼 떨어져 있으므로
$\text{P}(3-\sqrt{5})$ $\quad\therefore a=3-\sqrt{5}$

3단계 점 Q는 점 A(3)에서 오른쪽으로 $\sqrt{5}$만큼 떨어져 있으므로
$\text{Q}(3+\sqrt{5})$ $\quad\therefore b=3+\sqrt{5}$

4단계 $\therefore \dfrac{a}{b}-\dfrac{b}{a}$
$=\dfrac{3-\sqrt{5}}{3+\sqrt{5}}-\dfrac{3+\sqrt{5}}{3-\sqrt{5}}$
$=\dfrac{(3-\sqrt{5})^2}{(3+\sqrt{5})(3-\sqrt{5})}-\dfrac{(3+\sqrt{5})^2}{(3-\sqrt{5})(3+\sqrt{5})}$
$=\dfrac{9-6\sqrt{5}+5}{9-5}-\dfrac{9+6\sqrt{5}+5}{9-5}$
$=-3\sqrt{5}$

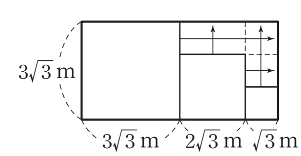
단계	채점요소	배점
1	□ABCD의 한 변의 길이 구하기	1점
2	a의 값 구하기	2점
3	b의 값 구하기	2점
4	$\dfrac{a}{b}-\dfrac{b}{a}$의 값 구하기	3점

생활 속의 수학

본문 70쪽

1 $d^2=16h$에 $h=900$을 대입하면
$d^2=16\times900=14400$
$\therefore d=\sqrt{14400}=\sqrt{120^2}=120(\text{km})$ 답 120 km

2 정사각형의 한 변의 길이는 양수이므로
(넓이가 27 m^2인 정사각형의 한 변의 길이)
$=\sqrt{27}=3\sqrt{3}(\text{m})$
(넓이가 12 m^2인 정사각형의 한 변의 길이)
$=\sqrt{12}=2\sqrt{3}(\text{m})$
(넓이가 3 m^2인 정사각형의 한 변의 길이)
$=\sqrt{3}(\text{m})$



따라서 가축우리의 둘레의 길이는 가로의 길이가 $3\sqrt{3}+2\sqrt{3}+\sqrt{3}=6\sqrt{3}(\text{m})$, 세로의 길이가 $3\sqrt{3}$ m인 직사각형의 둘레의 길이와 같으므로
$(6\sqrt{3}+3\sqrt{3})\times2=18\sqrt{3}(\text{m})$ 답 $18\sqrt{3}$ m

Ⅱ 다항식의 인수분해

1 인수분해

01 인수분해 (1)

개념원리 확인하기 본문 76쪽

01 (1) x, $x+6$, $x(x+6)$

(2) $x-3$, $x+5$, $(x-3)(x+5)$

02 (1) x, x, x (2) $5x$, $5x$, $5x(x-3)$

(3) x, x, x, $x(3x^2-5x+7)$

03 (1) a, $a(x-y)$ (2) $2x$, $2x(1+4x)$

(3) $3xy^2$, $3xy^2(y-3x)$ (4) $x-y$, $(x-y)(a-b)$

04 (1) 6, 6 (2) $3a$, $2b$, $(3a+2b)(3a-2b)$

(3) $3(x+3y)(x-3y)$ (4) $xy(x+7y)(x-7y)$

(5) $\left(b+\frac{a}{2}\right)\left(b-\frac{a}{2}\right)$ (6) $\left(\frac{3}{2}x+4y\right)\left(\frac{3}{2}x-4y\right)$

(7) $2(x+4y)(x-4y)$

04 (3) $3x^2-27y^2=3(x^2-9y^2)=3(x+3y)(x-3y)$

(4) $x^3y-49xy^3=xy(x^2-49y^2)$
$=xy\{x^2-(7y)^2\}$
$=xy(x+7y)(x-7y)$

(7) $2x^2-32y^2=2(x^2-16y^2)$
$=2(x+4y)(x-4y)$

핵심문제 익히기 (확인문제) 본문 77쪽

1 ③

2 (1) $-2x(x-4)$ (2) $xy(x-y)$

(3) $(x+5)(y-3)$ (4) $(x-1)(x-2)$

3 (1) $(4x+9y)(4x-9y)$ (2) $-2(x+7)(x-7)$

(3) $4(x+2)(x-5)$ (4) $(3x-2)(x+4)$

(5) $(a-b)(x+y)(x-y)$ (6) $x(x+1)(x-1)$

1 $2x^2y-10xy^2=2xy(x-5y)$이므로 인수가 아닌 것은 ③이다.

2 (4) $1-x=-x+1=-(x-1)$이므로

(주어진 식)
$=(2x+1)(x-1)-(x-1)(x+3)$
$=(x-1)\{(2x+1)-(x+3)\}$
$=(x-1)(x-2)$

3 (1) (주어진 식)$=(4x)^2-(9y)^2=(4x+9y)(4x-9y)$

(2) (주어진 식)$=-2(x^2-49)=-2(x^2-7^2)$
$=-2(x+7)(x-7)$

(3) (주어진 식)$=(2x-3)^2-7^2$
$=(2x-3+7)(2x-3-7)$
$=(2x+4)(2x-10)$
$=2(x+2)\times2(x-5)$
$=4(x+2)(x-5)$

(4) (주어진 식)
$=\{(2x+1)+(x-3)\}\{(2x+1)-(x-3)\}$
$=(3x-2)(x+4)$

(5) (주어진 식)$=x^2(a-b)-y^2(a-b)$
$=(a-b)(x^2-y^2)$
$=(a-b)(x+y)(x-y)$

(6) (주어진 식)$=x(x^2-1)$
$=x(x+1)(x-1)$

▶ 다른풀이

(4) $2x+1=A$, $x-3=B$라 하면

(주어진 식)
$=A^2-B^2=(A+B)(A-B)$
$=\{(2x+1)+(x-3)\}\{(2x+1)-(x+3)\}$
$=(3x-2)(x+4)$

02 인수분해 (2)

개념원리 확인하기 본문 80쪽

01 (1) 2, 2, 2 (2) 3, $5a$, 3 (3) $(x+5y)^2$

(4) $(3a-7)^2$

02 (1) -6, 1 (2) $(x-6)(x+1)$

03 (1) 풀이 참조 (2) 풀이 참조 (3) $(x+5)(x-2)$

(4) $(x-y)(x+6y)$

04 (1) 풀이 참조 (2) 풀이 참조 (3) $(3x+10)(x-1)$

(4) $(5x-y)(x-7y)$

01 (3) $x^2+10xy+25y^2=x^2+2\times x\times5y+(5y)^2$
$=(x+5y)^2$

(4) $9a^2-42a+49=(3a)^2-2\times3a\times7+7^2$
$=(3a-7)^2$

03 (1) $x^2+9x+18$

$$\begin{array}{ccccl} 1 & \times & \boxed{3} & \to & \boxed{3} \\ 1 & & \boxed{6} & \to & \underline{\boxed{6}}\ (+ \\ & & & & 9 \end{array}$$

$\therefore\ x^2+9x+18=(x+3)(x+6)$

(2) $x^2-6x-40$

$$\begin{array}{ccccl} 1 & \times & \boxed{4} & \to & \boxed{4} \\ 1 & & \boxed{-10} & \to & \underline{\boxed{-10}}\ (+ \\ & & & & -6 \end{array}$$

$\therefore\ x^2-6x-40=(x+4)(x-10)$

(3) $x^2+3x-10$

$$\begin{array}{ccccl} 1 & \times & 5 & \to & 5 \\ 1 & & -2 & \to & \underline{-2}\ (+ \\ & & & & 3 \end{array}$$

$\therefore\ x^2+3x-10=(x+5)(x-2)$

(4) $x^2+5xy-6y^2$

$$\begin{array}{ccccl} 1 & \times & -1 & \to & -1 \\ 1 & & 6 & \to & \underline{6}\ (+ \\ & & & & 5 \end{array}$$

$\therefore\ x^2+5xy-6y^2=(x-y)(x+6y)$

04 (1) $2x^2-x-3$

$$\begin{array}{ccccl} 2 & \times & \boxed{-3} & \to & \boxed{-3} \\ 1 & & \boxed{1} & \to & \underline{\boxed{2}}\ (+ \\ & & & & -1 \end{array}$$

$\therefore\ 2x^2-x-3=(2x-3)(x+1)$

(2) $4x^2-8x+3$

$$\begin{array}{ccccl} 2 & \times & \boxed{-1} & \to & \boxed{-2} \\ 2 & & \boxed{-3} & \to & \underline{\boxed{-6}}\ (+ \\ & & & & -8 \end{array}$$

$\therefore\ 4x^2-8x+3=(2x-1)(2x-3)$

(3) $3x^2+7x-10$

$$\begin{array}{ccccl} 3 & \times & 10 & \to & 10 \\ 1 & & -1 & \to & \underline{-3}\ (+ \\ & & & & 7 \end{array}$$

$\therefore\ 3x^2+7x-10=(3x+10)(x-1)$

(4) $5x^2-36xy+7y^2$

$$\begin{array}{ccccl} 5 & \times & -1 & \to & -1 \\ 1 & & -7 & \to & \underline{-35}\ (+ \\ & & & & -36 \end{array}$$

$\therefore\ 5x^2-36xy+7y^2=(5x-y)(x-7y)$

핵심문제 익히기 (확인문제) 본문 81~84쪽

1 (1) $(x+7)^2$ (2) $(4x-3y)^2$ (3) $\left(x+\frac{1}{4}\right)^2$
(4) $a(2x+7y)^2$

2 ③ **3** $2a-8$

4 (1) $(x+4)(x+5)$ (2) $2(y+3)(y-2)$
(3) $(x+5y)(x-6y)$ (4) $(x-3y)(x-5y)$

5 (1) $(x+1)(5x+3)$ (2) $(x+2)(5x-3)$
(3) $(x-2y)(3x-4y)$ (4) $(4a+b)(3a-5b)$
(5) $(3x-4y)(3x-y)$ (6) $(3a-2b)(2a-3b)$

6 -7 **7** ② **8** $5x-4y$, $a=7$

9 $(x+6)(x-4)$

1 (1) (주어진 식)$=x^2+2\times x\times7+7^2$
$=(x+7)^2$

(2) (주어진 식)$=(4x)^2-2\times4x\times3y+(3y)^2$
$=(4x-3y)^2$

(3) (주어진 식)$=x^2+2\times x\times\frac{1}{4}+\left(\frac{1}{4}\right)^2$
$=\left(x+\frac{1}{4}\right)^2$

(4) (주어진 식)$=a(4x^2+28xy+49y^2)$
$=a\{(2x)^2+2\times2x\times7y+(7y)^2\}$
$=a(2x+7y)^2$

2 ① $\square=\left(\frac{-16}{2}\right)^2=64$

② $4x^2-\square x+25=(2x)^2-\square x+5^2$에서
$\square=\pm2\times2\times5=\pm20$

③ $\square=\left(\frac{18}{2}\right)^2=9^2=81$

④ $x^2+\square x+100=x^2+\square x+10^2$에서
$\square=\pm2\times10=\pm20$

⑤ $36x^2+\square x+1=(6x)^2+\square x+1$에서

$\square=\pm2\times6\times1=\pm12$

따라서 $\square$ 안의 수가 가장 큰 것은 ③이다.

3 $\sqrt{(a+3)^2-12a}=\sqrt{a^2+6a+9-12a}$
$=\sqrt{a^2-6a+9}$
$=\sqrt{(a-3)^2}$

$\sqrt{(a+5)^2-20a}=\sqrt{a^2+10a+25-20a}$
$=\sqrt{a^2-10a+25}$
$=\sqrt{(a-5)^2}$

이고 $3<a<5$이므로

$a-3>0,\ a-5<0$

$\therefore\ \sqrt{(a+3)^2-12a}-\sqrt{(a+5)^2-20a}$
$=\sqrt{(a-3)^2}-\sqrt{(a-5)^2}$
$=a-3-\{-(a-5)\}$
$=a-3+a-5$
$=2a-8$

4 (1) 곱하여 20, 합하여 9가 되는 두 정수는 4, 5이므로
$x^2+9x+20=(x+4)(x+5)$

(2) 공통인수 2로 묶으면
$2y^2+2y-12=2(y^2+y-6)$
곱하여 -6, 합하여 1이 되는 두 정수는 3, -2이므로
$2y^2+2y-12=2(y+3)(y-2)$

(3) 곱하여 -30, 합하여 -1이 되는 두 정수는 5, -6이므로
$x^2-xy-30y^2=(x+5y)(x-6y)$

(4) 곱하여 15, 합하여 -8이 되는 두 정수는 -3, -5이므로
$x^2-8xy+15y^2=(x-3y)(x-5y)$

5 (1) $5x^2+8x+3$

$$\begin{array}{rcrcr} 1 & \times & 1 & \rightarrow & 5 \\ 5 & & 3 & \rightarrow & 3\ (+ \\ \hline & & & & 8 \end{array}$$

$\therefore\ 5x^2+8x+3=(x+1)(5x+3)$

(2) $5x^2+7x-6$

$$\begin{array}{rcrcr} 1 & \times & 2 & \rightarrow & 10 \\ 5 & & -3 & \rightarrow & -3\ (+ \\ \hline & & & & 7 \end{array}$$

$\therefore\ 5x^2+7x-6=(x+2)(5x-3)$

(3) $3x^2-10xy+8y^2$

$$\begin{array}{rcrcr} 1 & \times & -2 & \rightarrow & -6 \\ 3 & & -4 & \rightarrow & -4\ (+ \\ \hline & & & & -10 \end{array}$$

$\therefore\ 3x^2-10xy+8y^2=(x-2y)(3x-4y)$

(4) $12a^2-17ab-5b^2$

$$\begin{array}{rcrcr} 4 & \times & 1 & \rightarrow & 3 \\ 3 & & -5 & \rightarrow & -20\ (+ \\ \hline & & & & -17 \end{array}$$

$\therefore\ 12a^2-17ab-5b^2=(4a+b)(3a-5b)$

(5) $9x^2-15xy+4y^2$

$$\begin{array}{rcrcr} 3 & \times & -4 & \rightarrow & -12 \\ 3 & & -1 & \rightarrow & -3\ (+ \\ \hline & & & & -15 \end{array}$$

$\therefore\ 9x^2-15xy+4y^2=(3x-4y)(3x-y)$

(6) $6a^2-13ab+6b^2$

$$\begin{array}{rcrcr} 3 & \times & -2 & \rightarrow & -4 \\ 2 & & -3 & \rightarrow & -9\ (+ \\ \hline & & & & -13 \end{array}$$

$\therefore\ 6a^2-13ab+6b^2=(3a-2b)(2a-3b)$

6 $6x^2-23x+21$

$$\begin{array}{rcrcr} 2 & \times & -3 & \rightarrow & -9 \\ 3 & & -7 & \rightarrow & -14\ (+ \\ \hline & & & & -23 \end{array}$$

$\therefore\ 6x^2-23x+21=(2x-3)(3x-7)$

따라서 $A=-3,\ B=3,\ C=-7$이므로

$A+B+C=-7$

7 $3x^2-8x-3=(3x+1)(\underline{x-3})$

$2x^2-x-15=(2x+5)(\underline{x-3})$

따라서 두 다항식의 공통인수는 $x-3$이다.

8 $10x^2+axy-12y^2$이 $2x+3y$로 나누어떨어지므로

$2x+3y$는 $10x^2+axy-12y^2$의 인수이다.

x^2의 계수가 10이므로

$10x^2+axy-12y^2=(2x+3y)(5x+ky)$로 놓으면

$10x^2+axy-12y^2=10x^2+(2k+15)xy+3ky^2$이므로

$a=2k+15,\ -12=3k$

$\therefore\ a=7,\ k=-4$

따라서 다른 한 인수는 $5x-4y$이고 $a=7$이다.

9 수연이는 x의 계수를 잘못 보았으므로 상수항은 바르게 보았다. 즉, $(x+3)(x-8)=x^2-5x-24$에서 처음 이차식의 상수항은 -24이다.

또, 미정이는 상수항을 잘못 보았으므로 x의 계수는 바르게 보았다. 즉, $(x+4)(x-2)=x^2+2x-8$에서 처음 이차식의 x의 계수는 2이다.

따라서 처음의 이차식은 $x^2+2x-24$이므로 바르게 인수분해하면 $x^2+2x-24=(x+6)(x-4)$

계산력 강화하기 본문 85쪽

01 (1) $3xy(x-2y)$ (2) $5x(x-2y)$
(3) $-x(2a-5b-3c)$ (4) $3x(x+2y-3z)$

02 (1) $(5x+4y)(5x-4y)$ (2) $a(a+2)(a-2)$
(3) $6(3x+2y)(3x-2y)$ (4) $3\left(x+\frac{2}{3}y\right)\left(x-\frac{2}{3}y\right)$
(5) $(5x+y)(x+5y)$ (6) $(3x-1)(x+3)$
(7) $(a^2+4)(a+2)(a-2)$
(8) $(9+x^2)(3+x)(3-x)$
(9) $\left(\frac{3}{2}a+\frac{9}{5}b\right)\left(\frac{3}{2}a-\frac{9}{5}b\right)$
(10) $(2a+c-2)(2b+c+2)$

03 (1) $\left(x-\frac{1}{2}\right)^2$ (2) $(5x-2)^2$ (3) $(2x+y)^2$
(4) $xz(y-3)^2$ (5) $2y(x-4)^2$ (6) $3x^2(x+2y)^2$

04 (1) $(x+1)(x-6)$ (2) $3(x+2)(x+3)$
(3) $2y(x+2)(x-3)$ (4) $(x+y)(x-4y)$
(5) $(x-2y)(x-3y)$ (6) $(x-3y)(x+7y)$
(7) $(x+3)(3x+2)$ (8) $(3x+1)(3x-2)$
(9) $\frac{3}{4}(x-2)(x+6)$ (10) $2(x+y)(3x-5y)$
(11) $2(3x-1)(x+1)$ (12) $(x-2y)(3x-y)$
(13) $(2x-1)(3x+4)$ (14) $(2x+11)(x-2)$

02 (2) $a^3-4a=a(a^2-4)=a(a+2)(a-2)$
(3) $54x^2-24y^2=6(9x^2-4y^2)=6(3x+2y)(3x-2y)$
(4) $3x^2-\frac{4}{3}y^2=3\left(x^2-\frac{4}{9}y^2\right)=3\left(x+\frac{2}{3}y\right)\left(x-\frac{2}{3}y\right)$
(5) $9(x+y)^2-4(x-y)^2$
$=\{3(x+y)\}^2-\{2(x-y)\}^2$
$=\{3(x+y)+2(x-y)\}\{3(x+y)-2(x-y)\}$
$=(5x+y)(x+5y)$
(6) $(2x+1)^2-(x-2)^2$
$=\{(2x+1)+(x-2)\}\{(2x+1)-(x-2)\}$
$=(3x-1)(x+3)$
(7) $a^4-16=(a^2)^2-4^2$
$=(a^2+4)(a^2-4)$
$=(a^2+4)(a+2)(a-2)$
(8) $81-x^4=9^2-(x^2)^2$
$=(9+x^2)(9-x^2)$
$=(9+x^2)(3+x)(3-x)$
(9) $\frac{9}{4}a^2-\frac{81}{25}b^2=\left(\frac{3}{2}a\right)^2-\left(\frac{9}{5}b\right)^2$
$=\left(\frac{3}{2}a+\frac{9}{5}b\right)\left(\frac{3}{2}a-\frac{9}{5}b\right)$
(10) $(a+b+c)^2-(a-b-2)^2$
$=\{(a+b+c)+(a-b-2)\}\{(a+b+c)-(a-b-2)\}$
$=(2a+c-2)(2b+c+2)$

03 (4) $xy^2z-6xyz+9xz=xz(y^2-6y+9)$
$=xz(y-3)^2$
(5) $2x^2y-16xy+32y=2y(x^2-8x+16)$
$=2y(x-4)^2$
(6) $3x^4+12x^3y+12x^2y^2=3x^2(x^2+4xy+4y^2)$
$=3x^2(x+2y)^2$

04 (1) $x(x-5)-6=x^2-5x-6$
$=(x+1)(x-6)$
(2) $3x^2+15x+18=3(x^2+5x+6)$
$=3(x+2)(x+3)$
(3) $2x^2y-2xy-12y=2y(x^2-x-6)$
$=2y(x+2)(x-3)$
(4) $(x+2y)(x-2y)-3xy=x^2-4y^2-3xy$
$=x^2-3xy-4y^2$
$=(x+y)(x-4y)$
(9) $\frac{3}{4}x^2+3x-9=\frac{3}{4}(x^2+4x-12)$
$=\frac{3}{4}(x-2)(x+6)$
(10) $6x^2-4xy-10y^2=2(3x^2-2xy-5y^2)$
$=2(x+y)(3x-5y)$
(11) $(2x+1)(3x-2)+5x$
$=6x^2-x-2+5x$
$=6x^2+4x-2=2(3x^2+2x-1)$
$=2(3x-1)(x+1)$

이런 문제가 **시험**에 나온다 본문 86~87쪽

01 ③	**02** ⑤	**03** ④	**04** ③
05 ①, ②	**06** ④	**07** $4x-10$	**08** 12
09 (1) 19 (2) -3		**10** 8	**11** ①
12 ③	**13** $3x-4$	**14** $(x-8)(x+3)$	

01 $6x^2-xy-2y^2=(2x+y)(3x-2y)$
$4x^2-y^2=(2x+y)(2x-y)$
따라서 공통인수는 $2x+y$이다.

02 ① $4a^2+12a+9=(2a+3)^2$

② $\frac{4}{25}x^2+2x+\frac{25}{4}=\left(\frac{2}{5}x+\frac{5}{2}\right)^2$

③ $2a^2-4ab+2b^2=2(a^2-2ab+b^2)$
$=2(a-b)^2$

④ $\frac{1}{9}a^2+\frac{1}{2}ab+\frac{9}{16}b^2=\left(\frac{1}{3}a+\frac{3}{4}b\right)^2$

⑤ $16x^2+12xy+36y^2=4(4x^2+3xy+9y^2)$

따라서 완전제곱식으로 인수분해할 수 없는 것은 ⑤이다.

03 ① $3x^2-16x+5=(3x-1)(x-5)$

② $a^2-12ab+36b^2=(a-6b)^2$

③ $-75x^2+27y^2=-3(25x^2-9y^2)$
$=-3(5x+3y)(5x-3y)$

④ $xy^2-4x=x(y^2-4)$
$=x(y+2)(y-2)$

⑤ $a^4-1=(a^2+1)(a^2-1)$
$=(a^2+1)(a+1)(a-1)$

04 $2x^2+(3a-6)x-18=(2x-3)(x+b)$
$=2x^2+(2b-3)x-3b$

이므로 $3a-6=2b-3$, $-18=-3b$

$\therefore a=5,\ b=6$

$\therefore a+b=11$

05 $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

② $(b-a)(-b-a)=\{-(a-b)\}\{-(a+b)\}$
$=(a-b)(a+b)$

③ $(b+a)(b-a)=(a+b)\{-(a-b)\}$
$=-(a+b)(a-b)$

④ $(-a+b)(a-b)=\{-(a-b)\}(a-b)$
$=-(a-b)^2$

⑤ $(-a-b)(a+b)=\{-(a+b)\}(a+b)$
$=-(a+b)^2$

06 $x^8-1=(x^4)^2-1^2=(x^4+1)(x^4-1)$
$=(x^4+1)\{(x^2)^2-1\}$
$=(x^4+1)(x^2+1)(x^2-1)$
$=(x^4+1)(x^2+1)(x+1)(x-1)$

따라서 x^8-1의 인수가 아닌 것은 ④이다.

07 $3x^2-26x+16=(x-8)(3x-2)$

따라서 두 일차식의 합은

$(x-8)+(3x-2)=4x-10$

08 $4x^2-12x+a=(2x)^2-2\times2x\times3+a$

$\therefore a=3^2=9$

또, $\frac{1}{9}x^2+bx+4=\left(\frac{1}{3}x\right)^2+bx+2^2$에서

$b=\pm2\times\frac{1}{3}\times2=\pm\frac{4}{3}$

그런데 $b>0$이므로

$b=\frac{4}{3}$

$\therefore ab=9\times\frac{4}{3}=12$

09 (1) $12x^2+ax-18$이 $3x-2$로 나누어떨어지므로

$3x-2$는 $12x^2+ax-18$의 인수이다.

x^2의 계수가 12이므로

$12x^2+ax-18=(3x-2)(4x+k)$로 놓으면

$12x^2+ax-18=12x^2+(3k-8)x-2k$이므로

$a=3k-8$, $-18=-2k$

$\therefore a=19,\ k=9$

(2) 두 다항식의 공통인수가 $x-2$이므로

$x^2-ax+2=(x-2)(x+m)$ …… ㉠

$2x^2-7x+b=(x-2)(2x+n)$ …… ㉡

으로 놓으면

㉠에서 $x^2-ax+2=x^2+(m-2)x-2m$

$-a=m-2$, $2=-2m$이므로

$a=3,\ m=-1$

㉡에서 $2x^2-7x+b=2x^2+(n-4)x-2n$

$-7=n-4$, $b=-2n$이므로

$b=6,\ n=-3$

$\therefore a-b=3-6$
$=-3$

▶ 참고

다음을 공식처럼 암기하자.

(자세한 것은 고등학교 교육 과정에서 배운다.)

(1) 다항식 $f(x)$가 $x-a$를 인수로 가질 조건

⇨ $f(a)=0$

(2) 다항식 $f(x)$가 $x+a$를 인수로 가질 조건

⇨ $f(-a)=0$

따라서 x^2-ax+2의 인수가 $x-2$이므로

$x=2$를 대입하면

$4-2a+2=0$

$\therefore a=3$

또, $2x^2-7x+b$의 인수도 $x-2$이므로

$x=2$를 대입하면

$8-14+b=0$

$\therefore b=6$

10 $\frac{9}{2}x^2+12x+k$

$=\frac{1}{2}(9x^2+24x+2k)$

$=\frac{1}{2}\{(3x)^2+2\times3x\times4+2k\}$

이 식이 완전제곱식이 되기 위해서는

$2k=4^2=16$

$\therefore k=8$

11 곱하여 -6이 되는 두 정수 B, C를 찾아 순서쌍 (B, C)로 나타내면

$(-1, 6)$, $(1, -6)$, $(-2, 3)$, $(2, -3)$, $(6, -1)$, $(-6, 1)$, $(3, -2)$, $(-3, 2)$

이므로 두 수 B, C의 합 A가 될 수 있는 값은 5, -5, 1, -1이다.

12 (삼각형의 넓이)$=\frac{1}{2}\times$(밑변의 길이)$\times$(높이)

이므로

$9x^2+9x-4=(3x-1)(3x+4)$

$=\frac{1}{2}\times(3x-1)\times$(높이)

$3x+4=\frac{1}{2}\times$(높이)이므로

(높이)$=2(3x+4)=6x+8$

13 $\sqrt{4x^2-4x+1}=\sqrt{(2x-1)^2}$,

$\sqrt{x^2-6x+9}=\sqrt{(x-3)^2}$이고

$\frac{1}{2}<x<3$이므로 $2x-1>0$, $x-3<0$

$\therefore \sqrt{4x^2-4x+1}-\sqrt{x^2-6x+9}$

$=\sqrt{(2x-1)^2}-\sqrt{(x-3)^2}$

$=2x-1-\{-(x-3)\}$

$=2x-1+x-3$

$=3x-4$

14 성희는 x의 계수를 잘못 보았으므로 상수항은 바르게 보았다. 즉, $(x-4)(x+6)=x^2+2x-24$에서 처음 이차식의 상수항은 -24이다.

또, 현숙이는 상수항을 잘못 보았으므로 x의 계수는 바르게 보았다. 즉, $(x+2)(x-7)=x^2-5x-14$에서 처음 이차식의 x의 계수는 -5이다.

따라서 처음의 이차식은 $x^2-5x-24$이므로 바르게 인수분해하면

$x^2-5x-24=(x-8)(x+3)$

03  인수분해 (3)

본문 90쪽

개념원리 확인하기

01 (1) $4y-1$, $4y-1$, $4y-1$, $x+2$

(2) $(x-1)(y-1)$ (3) $(x-4)(x+1)(x-1)$

(4) $x-3$, $x-3+y$, $x-3-y$

(5) $(a+b-2)(a-b-2)$ (6) $(2x+y-1)(2x-y+1)$

02 (1) A^2-2A-8, $(A-4)(A+2)$,

$(x-3-4)(x-3+2)$, $(x-7)(x-1)$

(2) $A(A-1)-56$, A^2-A-56,

$(A+7)(A-8)$, $(x+y+7)(x+y-8)$

(3) $(2x+9)(2x+1)$ (4) $(x+y+1)(x+y-4)$

03 $a-6$, $a-6$, $a-6$, $a-6$, b

01 (2) (주어진 식)$=xy-x+1-y=x(y-1)-(y-1)$

$=(x-1)(y-1)$

(3) (주어진 식)$=x^2(x-4)-(x-4)$

$=(x-4)(x^2-1)$

$=(x-4)(x+1)(x-1)$

(5) (주어진 식)$=(a^2-4a+4)-b^2$

$=(a-2)^2-b^2$

$=(a+b-2)(a-b-2)$

(6) (주어진 식)$=4x^2-(y^2-2y+1)$

$=(2x)^2-(y-1)^2$

$=\{2x+(y-1)\}\{2x-(y-1)\}$

$=(2x+y-1)(2x-y+1)$

▶ 참고

항이 4개일 때의 인수분해

(1) 공통인수가 생기도록 두 개의 항씩 짝을 지은 다음 공통인수로 묶어 낸다.

(2) 완전제곱식이 되는 3개의 항을 찾아 A^2-B^2 꼴로 나타낸 후 합 · 차 공식을 이용한다.

02 (3) $x+4=A$로 놓으면

(주어진 식)$=4A^2-12A-7$

$=(2A+1)(2A-7)$

$=\{2(x+4)+1\}\{2(x+4)-7\}$

$=(2x+9)(2x+1)$

(4) $x+y=A$로 놓으면

(주어진 식)$=A(A-3)-4$

$=A^2-3A-4$

$=(A+1)(A-4)$

$=(x+y+1)(x+y-4)$

핵심문제 익히기 (확인문제)

본문 91~93쪽

1 (1) $(a+b)(ab+1)$ (2) $(3x+5y)(2z-1)$
(3) $(a-5)(a+1)(a-1)$ (4) $(x+4)(y-2)$

2 (1) $(x-2y+1)(-x+2y+1)$
(2) $(x+y-z)(x-y-z)$
(3) $(x-3y+8)(-x+3y+8)$
(4) $(2x+y-2z)(2x-y+2z)$

3 (1) $(3a+3b+1)^2$ (2) $(x-y-6)(x-y+1)$
(3) $(x-1)^4$ (4) $-12(x+1)(x+6)$

4 (1) $(x^2-2x-4)(x^2-2x-7)$
(2) $(a-2)(a-6)(a^2-8a+10)$

5 (1) $(x-2)(x+y-3)$ (2) $(x-y)(x-y-2z)$
(3) $(a-2b)(a-2b-3)$ (4) $(x+2y-3)(x-y+2)$

6 $2x+y+5$

1 (1) (주어진 식)$=ab(a+b)+a+b$
$=(a+b)(ab+1)$

(2) (주어진 식)$=3x(2z-1)-5y(1-2z)$
$=3x(2z-1)+5y(2z-1)$
$=(3x+5y)(2z-1)$

(3) (주어진 식)$=a^2(a-5)-(a-5)$
$=(a-5)(a^2-1)$
$=(a-5)(a+1)(a-1)$

(4) (주어진 식)$=y(x+4)-2(x+4)$
$=(x+4)(y-2)$

2 (1) (주어진 식)$=1-(x^2-4xy+4y^2)$
$=1-(x-2y)^2$
$=\{1+(x-2y)\}\{1-(x-2y)\}$
$=(1+x-2y)(1-x+2y)$
$=(x-2y+1)(-x+2y+1)$

(2) (주어진 식)$=(x^2-2xz+z^2)-y^2$
$=(x-z)^2-y^2$
$=(x-z+y)(x-z-y)$
$=(x+y-z)(x-y-z)$

(3) (주어진 식)$=64-(x^2-6xy+9y^2)$
$=8^2-(x-3y)^2$
$=\{8+(x-3y)\}\{8-(x-3y)\}$
$=(x-3y+8)(-x+3y+8)$

(4) (주어진 식)$=4x^2-(y^2-4yz+4z^2)$
$=(2x)^2-(y-2z)^2$
$=\{2x+(y-2z)\}\{2x-(y-2z)\}$
$=(2x+y-2z)(2x-y+2z)$

3 (1) 공통 부분 $a+b=A$로 치환하면
(주어진 식)$=9A^2+6A+1$
$=(3A+1)^2$
$=\{3(a+b)+1\}^2$
$=(3a+3b+1)^2$

(2) 공통 부분 $x-y=A$로 치환하면
(주어진 식)$=A(A-5)-6$
$=A^2-5A-6$
$=(A-6)(A+1)$
$=(x-y-6)(x-y+1)$

(3) 공통 부분 $x^2-2x=A$로 치환하면
(주어진 식)$=(A-4)(A+6)+25$
$=A^2+2A+1$
$=(A+1)^2$
$=(x^2-2x+1)^2$
$=\{(x-1)^2\}^2$
$=(x-1)^4$

(4) 공통 부분 $x-3=A$, $x+3=B$로 치환하면
(주어진 식)
$=2A^2-2AB-12B^2$
$=2(A^2-AB-6B^2)$
$=2(A+2B)(A-3B)$
$=2\{(x-3)+2(x+3)\}\{(x-3)-3(x+3)\}$
$=2(3x+3)(-2x-12)$
$=2\times3(x+1)\times(-2)(x+6)$
$=-12(x+1)(x+6)$

4 (1) (주어진 식)
$=\{(x+1)(x-3)\}\{(x+2)(x-4)\}+4$
$=(x^2-2x-3)(x^2-2x-8)+4$
공통 부분 $x^2-2x=A$로 치환하면
(주어진 식)$=(A-3)(A-8)+4$
$=A^2-11A+28$
$=(A-4)(A-7)$
$=(x^2-2x-4)(x^2-2x-7)$

(2) (주어진 식)
$=\{(a-1)(a-7)\}\{(a-3)(a-5)\}+15$
$=(a^2-8a+7)(a^2-8a+15)+15$
공통 부분 $a^2-8a=A$로 치환하면
(주어진 식)
$=(A+7)(A+15)+15$
$=A^2+22A+120$
$=(A+12)(A+10)$
$=(a^2-8a+12)(a^2-8a+10)$
$=(a-2)(a-6)(a^2-8a+10)$

5 (1) y에 관하여 내림차순으로 정리하면

(주어진 식)
$=y(x-2)+x^2-5x+6$
$=y(x-2)+(x-2)(x-3)$
$=(x-2)(x+y-3)$

(2) z에 관하여 내림차순으로 정리하면

(주어진 식)
$=-2z(x-y)+x^2+y^2-2xy$
$=-2z(x-y)+(x-y)^2$
$=(x-y)(x-y-2z)$

(3) a에 관하여 내림차순으로 정리하면

(주어진 식)
$=a^2-(4b+3)a+4b^2+6b$
$=a^2-(4b+3)a+2b(2b+3)$

$$\begin{array}{cccccl} 1 & \times & -2b & \to & -2b & \\ 1 & & -(2b+3) & \to & -2b-3 & (+ \\ \hline & & & & -4b-3 & \end{array}$$

$=(a-2b)(a-2b-3)$

(4) x에 관하여 내림차순으로 정리하면

(주어진 식)
$=x^2+(y-1)x-(2y^2-7y+6)$
$=x^2+(y-1)x-(2y-3)(y-2)$

$$\begin{array}{cccccl} 1 & \times & +(2y-3) & \to & 2y-3 & \\ 1 & & -(y-2) & \to & -y+2 & (+ \\ \hline & & & & y-1 & \end{array}$$

$=(x+2y-3)(x-y+2)$

▶ 참고

문자가 2개 이상이고 항이 5개 이상인 복잡한 식의 인수분해

⇨ 차수가 낮은 문자에 관하여 내림차순으로 정리한다. 이때 상수항이 길면 상수항을 먼저 인수분해하고 전체를 인수분해한다.

6 x에 관하여 내림차순으로 정리하면

(주어진 식)
$=x^2+(y+5)x-2y(y-5)$

$$\begin{array}{cccccl} 1 & \times & +2y & \to & 2y & \\ 1 & & -(y-5) & \to & -y+5 & (+ \\ \hline & & & & y+5 & \end{array}$$

$=(x+2y)(x-y+5)$

따라서 두 일차식의 합은
$(x+2y)+(x-y+5)$
$=2x+y+5$

계산력 강화하기

본문 94쪽

01 (1) $(a+b)(x-y)$ (2) $(a-b)^2(a+b)$
(3) $(x-2)(ax+3)$ (4) $(x+y)(x-y)(y-z)$
(5) $(x+y+2)(x-y+2)$
(6) $(x+2y-3)(x-2y-3)$
(7) $(a+b)(x+y)(x-y)$
(8) $(x+y+5)(x-y+5)$
(9) $(3x-y+2z)(3x-y-2z)$

02 (1) $(x+y-5)^2$ (2) $(x-1)(x+4)(x+1)(x+2)$
(3) $(3x-3y-2)(2x-2y+1)$ (4) $-8(a-19)$
(5) $(2x+1)(2x+5)$ (6) $(x+y-4)(x-y-2)$
(7) $(x-2y-4)(x-2y+2)$
(8) $(x+2y+3)(x+2y-10)$
(9) $(a-3)(a+1)(a-1)^2$ (10) $(x^2+3x+1)^2$
(11) $(x-3)(x+y-3)$ (12) $(x-y)(x-y+2z)$
(13) $(x-2y+3)(x+3y-2)$
(14) $(2x+3y-2)(x+y+2)$

01 (1) (주어진 식)$=a(x-y)+b(x-y)$
$=(a+b)(x-y)$

(2) (주어진 식)$=a^2(a-b)-b^2(a-b)$
$=(a-b)(a^2-b^2)$
$=(a-b)(a+b)(a-b)$
$=(a-b)^2(a+b)$

(3) (주어진 식)$=ax(x-2)+3(x-2)$
$=(x-2)(ax+3)$

(4) (주어진 식)$=x^2y-x^2z-y^3+y^2z$
$=x^2(y-z)-y^2(y-z)$
$=(y-z)(x^2-y^2)$
$=(y-z)(x+y)(x-y)$
$=(x+y)(x-y)(y-z)$

(5) (주어진 식)$=(x+2)^2-y^2$
$=(x+2+y)(x+2-y)$
$=(x+y+2)(x-y+2)$

(6) (주어진 식)$=x^2-6x+9-4y^2=(x-3)^2-(2y)^2$
$=(x-3+2y)(x-3-2y)$
$=(x+2y-3)(x-2y-3)$

(7) (주어진 식)$=ax^2-ay^2+bx^2-by^2$
$=a(x^2-y^2)+b(x^2-y^2)$
$=(x^2-y^2)(a+b)$
$=(x+y)(x-y)(a+b)$
$=(a+b)(x+y)(x-y)$

(8) (주어진 식)$=x^2+10x+25-y^2$
$=(x+5)^2-y^2$
$=(x+5+y)(x+5-y)$
$=(x+y+5)(x-y+5)$

(9) (주어진 식)$=(9x^2-6xy+y^2)-4z^2$
$=(3x-y)^2-(2z)^2$
$=(3x-y+2z)(3x-y-2z)$

02 (2) (주어진 식)$=(x^2+3x)^2-2(x^2+3x)-8$
공통 부분 $x^2+3x=A$로 치환하면
(주어진 식)$=A^2-2A-8$
$=(A-4)(A+2)$
$=(x^2+3x-4)(x^2+3x+2)$
$=(x-1)(x+4)(x+1)(x+2)$

(6) (주어진 식)
$=x^2-6x-(y^2-2y-8)$
$=x^2-6x-(y-4)(y+2)$

$$\begin{array}{cccc} 1 & \times & +(y-4) \rightarrow & y-4 \\ 1 & & -(y+2) \rightarrow & -y-2 \; (+ \\ \hline & & & -6 \end{array}$$

$=(x+y-4)(x-y-2)$

(10) (주어진 식)
$=\{x(x+3)\}\{(x+1)(x+2)\}+1$
$=(x^2+3x)(x^2+3x+2)+1$
공통 부분 $x^2+3x=A$로 치환하면
(주어진 식)$=A(A+2)+1$
$=A^2+2A+1$
$=(A+1)^2$
$=(x^2+3x+1)^2$

(11) y에 관하여 내림차순으로 정리하면
(주어진 식)
$=(x-3)y+x^2-6x+9$
$=(x-3)y+(x-3)^2$
$=(x-3)\{y+(x-3)\}$
$=(x-3)(x+y-3)$

(12) z에 관하여 내림차순으로 정리하면
(주어진 식)
$=2(x-y)z+x^2-2xy+y^2$
$=2(x-y)z+(x-y)^2$
$=(x-y)(2z+x-y)$
$=(x-y)(x-y+2z)$

(13) x에 관하여 내림차순으로 정리하면
(주어진 식)
$=x^2+(y+1)x-6y^2+13y-6$
$=x^2+(y+1)x-(6y^2-13y+6)$
$=x^2+(y+1)x-(2y-3)(3y-2)$

$$\begin{array}{cccc} 1 & \times & -(2y-3) \rightarrow & -2y+3 \\ 1 & & +(3y-2) \rightarrow & 3y-2 \; (+ \\ \hline & & & y+1 \end{array}$$

$=(x-2y+3)(x+3y-2)$

(14) x에 관하여 내림차순으로 정리하면
(주어진 식)
$=2x^2+(5y+2)x+3y^2+4y-4$
$=2x^2+(5y+2)x+(3y-2)(y+2)$

$$\begin{array}{cccc} 2 & \times & +(3y-2) \rightarrow & 3y-2 \\ 1 & & +(y+2) \rightarrow & 2y+4 \; (+ \\ \hline & & & 5y+2 \end{array}$$

$=(2x+3y-2)(x+y+2)$

이런 문제가 시험에 나온다 본문 95쪽

01 ③ **02** ② **03** ④ **04** ④
05 (1) $(x+1)(x-2)$
(2) $(x+1)(x-1)(1+y)(1-y)$
(3) $(x^2+4x-6)(x+2)^2$
(4) $(2x-y+3)(x+3y-2)$
06 0

01 ③ $a(x-y)+b(y-x)=a(x-y)-b(x-y)$
$=(a-b)(x-y)$

02 $a^2-ab+a-b=a(a-b)+(a-b)$
$=(a-b)(a+1)$
$ab+b-a-1=b(a+1)-(a+1)$
$=(a+1)(b-1)$
따라서 두 다항식의 공통인수는 $a+1$이다.

03 (주어진 식)$=a^2(a-b)-(a-b)$
$=(a-b)(a^2-1)$
$=(a-b)(a+1)(a-1)$

04 공통 부분 $x-y=A$로 치환하면
(주어진 식)$=(A+3)(A-2)-6$
$=A^2+A-12$
$=(A+4)(A-3)$
$=(x-y+4)(x-y-3)$
따라서 두 일차식의 합은
$(x-y+4)+(x-y-3)=2x-2y+1$

05 (1) (주어진 식)$=2x^2+x-1-x^2-2x-1$

$=x^2-x-2$

$=(x+1)(x-2)$

(2) (주어진 식)$=(x^2-1)-y^2(x^2-1)$

$=(x^2-1)(1-y^2)$

$=(x+1)(x-1)(1+y)(1-y)$

(3) (주어진 식)

$=\{(x-1)(x+5)\}\{(x+1)(x+3)\}-9$

$=(x^2+4x-5)(x^2+4x+3)-9$

공통 부분 $x^2+4x=A$로 치환하면

(주어진 식)$=(A-5)(A+3)-9$

$=A^2-2A-24$

$=(A-6)(A+4)$

$=(x^2+4x-6)(x^2+4x+4)$

$=(x^2+4x-6)(x+2)^2$

(4) x에 관하여 내림차순으로 정리하면

(주어진 식)

$=2x^2+(5y-1)x-(3y^2-11y+6)$

$=2x^2+(5y-1)x-(y-3)(3y-2)$

$$\begin{array}{lllll} 2 & \diagdown\!\!\!\diagup & -(y-3) & \longrightarrow & -y+3 \\ 1 & & +(3y-2) & \longrightarrow & \underline{6y-4}\ (+ \\ & & & & 5y-1 \end{array}$$

$=(2x-y+3)(x+3y-2)$

06 $x^2-2x+2y-y^2=x^2-y^2-2(x-y)$

$=(x+y)(x-y)-2(x-y)$

$=(x-y)(x+y-2)$

따라서 $(x-y)(x+y-2)=(x+ay)(x+by+c)$이므로 $a=-1$, $b=1$, $c=-2$

$\therefore a-b-c=0$

04 인수분해 공식의 활용

개념원리 확인하기

본문 97쪽

01 (1) 64, 36, 100, 1500 (2) 3, 100, 10000 (3) 38, 38, 320

02 (1) 235 (2) 105 (3) 400 (4) 5000

03 (1) 2, 102, 2, 10000 (2) 1, 5, $2-\sqrt{5}$, $-2-\sqrt{5}$, 1 (3) $5+5\sqrt{5}$ (4) 5 (5) $-8\sqrt{3}$

02 (1) (주어진 식)$=2.35\times(37+63)=235$

(2) (주어진 식)$=35\times(97-94)=105$

(3) (주어진 식)$=(25-5)^2=20^2=400$

(4) (주어진 식)$=5\times(55^2-45^2)$

$=5\times(55+45)(55-45)$

$=5000$

03 (3) $x^2-3x-4=(x+1)(x-4)$

$=(4+\sqrt{5}+1)(4+\sqrt{5}-4)$

$=(5+\sqrt{5})\sqrt{5}$

$=5+5\sqrt{5}$

(4) $x+3=A$로 치환하면

(주어진 식)$=A^2-2A+1$

$=(A-1)^2=(x+3-1)^2=(x+2)^2$

$=(\sqrt{5}-2+2)^2=5$

(5) x^2-y^2

$=(x+y)(x-y)$

$=\{(2-\sqrt{3})+(2+\sqrt{3})\}\{(2-\sqrt{3})-(2+\sqrt{3})\}$

$=4(-2\sqrt{3})$

$=-8\sqrt{3}$

핵심문제 익히기 (확인문제)

본문 98쪽

1 (1) 575 (2) 9600 (3) 9 **2** (1) $4\sqrt{6}$ (2) 2 (3) $2+2\sqrt{5}$

1 (1) $7.5^2\times11.5-2.5^2\times11.5$

$=(7.5^2-2.5^2)\times11.5$

$=(7.5+2.5)(7.5-2.5)\times11.5$

$=10\times5\times11.5$

$=575$

(2) $101^2-6\times101+5$

$=(101-5)(101-1)$

$=96\times100$

$=9600$

(3) $\sqrt{41^2-40^2}=\sqrt{(41+40)(41-40)}$

$=\sqrt{81}=9$

2 (1) $x=\dfrac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}=\sqrt{3}+\sqrt{2}$

$y=\dfrac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}=\sqrt{3}-\sqrt{2}$

이므로 $x+y=2\sqrt{3}$, $x-y=2\sqrt{2}$, $xy=1$

$\therefore x^3y-xy^3=xy(x^2-y^2)$

$=xy(x+y)(x-y)$

$=1\times2\sqrt{3}\times2\sqrt{2}$

$=4\sqrt{6}$

(2) $x^2-2xy+y^2-7x+7y+12$
$=(x-y)^2-7(x-y)+12$
$=5^2-7\times5+12$
$=2$

(3) $x^2-y^2+2x+1=x^2+2x+1-y^2$
$=(x+1)^2-y^2$
$=(x+1+y)(x+1-y)$
$=(x+y+1)(x-y+1)$
$=(\sqrt{5}-2+1)(\sqrt{5}+2+1)$
$=(\sqrt{5}-1)(\sqrt{5}+3)$
$=2+2\sqrt{5}$

이런 문제가 시험에 나온다 본문 99쪽

01 ③ **02** ② **03** 3
04 (1) -8 (2) 54 (3) 1 (4) $5-\sqrt{5}$
05 (1) $-24\sqrt{2}$ (2) -20
06 (1) 5600 (2) 60 (3) 1 (4) 120 (5) -144

01 $99^2-1=99^2-1^2=(99+1)(99-1)=100\times98$
즉, 인수분해 공식 $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$를 이용하였다.

02 $2x^2-7x+3=(2x-1)(x-3)$
$=\{2(3-\sqrt{3})-1\}(3-\sqrt{3}-3)$
$=(5-2\sqrt{3})(-\sqrt{3})$
$=6-5\sqrt{3}$

03 $4a^2-9b^2=-12$에서
$(2a)^2-(3b)^2=-12$
$(2a+3b)(2a-3b)=-12$
한편, $3b-2a=4$에서 $2a-3b=-4$이므로
$(2a+3b)\times(-4)=-12$
$\therefore\ 2a+3b=3$

04 (1) $x^2-y^2-4x+4=x^2-4x+4-y^2$
$=(x-2)^2-y^2$
$=(x-2+y)(x-2-y)$
$=(x+y-2)(x-y-2)$
$=(3-2)(-6-2)$
$=-8$

(2) $a^2(a-b)+b^2(b-a)$
$=a^2(a-b)-b^2(a-b)$
$=(a-b)(a^2-b^2)$
$=(a-b)(a+b)(a-b)$
$=(a-b)^2(a+b)$
$=(-3)^2\times6$
$=54$

(3) $x^2+2xy+y^2-8x-8y+16$
$=(x+y)^2-8(x+y)+16$
$=3^2-8\times3+16$
$=1$

(4) $2<\sqrt{5}<3$에서 $\sqrt{5}$의 정수 부분은 2이므로
소수 부분 $a=\sqrt{5}-2$
$\therefore\ a^2+3a+2=(a+1)(a+2)$
$=(\sqrt{5}-2+1)(\sqrt{5}-2+2)$
$=(\sqrt{5}-1)\times\sqrt{5}$
$=5-\sqrt{5}$

▶ 다른풀이
(4) $a=\sqrt{5}-2$이므로
$a^2+3a+2=(\sqrt{5}-2)^2+3(\sqrt{5}-2)+2$
$=9-4\sqrt{5}+3\sqrt{5}-6+2$
$=5-\sqrt{5}$

05 (1) $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$
$=(3-2\sqrt{2}+3+2\sqrt{2})\{3-2\sqrt{2}-(3+2\sqrt{2})\}$
$=6\times(-4\sqrt{2})=-24\sqrt{2}$

(2) $x=\dfrac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}=\dfrac{(\sqrt{2}-\sqrt{3})^2}{(\sqrt{2}+\sqrt{3})(\sqrt{2}-\sqrt{3})}$
$=-(5-2\sqrt{6})=-5+2\sqrt{6}$
$y=\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}=\dfrac{(\sqrt{2}+\sqrt{3})^2}{(\sqrt{2}-\sqrt{3})(\sqrt{2}+\sqrt{3})}$
$=-(5+2\sqrt{6})=-5-2\sqrt{6}$
이므로
$x+y=-10$
$xy=(-5)^2-(2\sqrt{6})^2=1$
$\therefore\ x^2y+x+xy^2+y=x^2y+xy^2+x+y$
$=xy(x+y)+(x+y)$
$=(x+y)(xy+1)$
$=-10(1+1)$
$=-20$

06 (1) $89=a$, $11=b$로 치환하면
$89^2-2\times89\times11-3\times11^2$
$=a^2-2ab-3b^2=(a+b)(a-3b)$
$=(89+11)(89-33)=100\times56$
$=5600$

(2) $\sqrt{452^2-448^2}$

$=\sqrt{(452+448)(452-448)}$

$=\sqrt{900\times4}=\sqrt{3600}$

$=\sqrt{60^2}=60$

(3) $\dfrac{2000\times2001+2000}{2001^2-1}$

$=\dfrac{2000(2001+1)}{(2001+1)(2001-1)}$

$=\dfrac{2000\times2002}{2002\times2000}$

$=1$

(4) $15^2-13^2+11^2-9^2+7^2-5^2$

$=(15+13)(15-13)+(11+9)(11-9)+(7+5)(7-5)$

$=2(15+13+11+9+7+5)$

$=2\times60$

$=120$

(5) $1^2+2^2+3^2+4^2-5^2-6^2-7^2-8^2$

$=1^2-5^2+2^2-6^2+3^2-7^2+4^2-8^2$

$=(1+5)(1-5)+(2+6)(2-6)+(3+7)(3-7)+(4+8)(4-8)$

$=-4(6+8+10+12)$

$=-4\times36$

$=-144$

1 Step (기본문제)

본문 100~101쪽

01 ㄱ, ㄷ	**02** ③	**03** 5	**04** ⑤	**05** ⑤
06 ④	**07** ③	**08** ④	**09** ①	**10** ④
11 ①	**12** ③	**13** (1) -7	(2) -13	
14 $3x+3$				

01 ㄱ. $6x^2+x-2=(3x+2)(2x-1)$

ㄴ. $10x^2-x-3=(2x+1)(5x-3)$

ㄷ. $14x^2-17x+5=(2x-1)(7x-5)$

ㄹ. $8x^2-6x-5=(2x+1)(4x-5)$

따라서 $2x-1$을 인수로 갖는 것은 ㄱ, ㄷ이다.

02 ① $3x^2y^2-6x^2y-9x^2=3x^2(y^2-2y-3)$

$=3x^2(y+1)(y-3)$

② $-16x^2+y^2=-(16x^2-y^2)$

$=-(4x+y)(4x-y)$

③ $5x^2+7x-6=(5x-3)(x+2)$

④ $(2x-1)^2-(x+3)^2$

$=\{(2x-1)+(x+3)\}\{(2x-1)-(x+3)\}$

$=(3x+2)(x-4)$

⑤ $x-1+xy-y=(x-1)+y(x-1)$

$=(x-1)(y+1)$

03 $6x^2+(4a-7)x-12=(2x+b)(3x-4)$

$=6x^2+(3b-8)x-4b$

이므로 $4a-7=3b-8$, $-12=-4b$

$\therefore a=2,\ b=3$

$\therefore a+b=5$

04 ① $\dfrac{1}{4}a^2-a+1=\left(\dfrac{1}{2}a-1\right)^2$

② $x^2+8x+16=(x+4)^2$

③ $x^2+12x+36=(x+6)^2$

④ $3a^2-12ab+12b^2=3(a^2-4ab+4b^2)$

$=3(a-2b)^2$

⑤ $9x^2+30xy+16y^2=(3x+8y)(3x+2y)$

따라서 완전제곱식이 아닌 것은 ⑤이다.

05 ① $100-\dfrac{1}{36}x^2=\left(10+\dfrac{1}{6}x\right)\left(10-\dfrac{1}{6}x\right)$

② $6x^2-\dfrac{5}{2}x-1=\dfrac{1}{2}(12x^2-5x-2)$

$=\dfrac{1}{2}(4x+1)(3x-2)$

③ $14x^2+11x-9=(2x-1)(7x+9)$

④ $\dfrac{16}{9}x^2-\dfrac{8}{3}x+1=\left(\dfrac{4}{3}x-1\right)^2$

⑤ $3x^2-1=(\sqrt{3}x)^2-1=(\sqrt{3}x+1)(\sqrt{3}x-1)$

따라서 유리수 범위에서 인수분해되지 않는 것은 ⑤이다.

06 ① $\square=\left(\dfrac{-12}{2}\right)^2=36$

② $\square=2\times2\times5=20$

③ $\square=2\times3\times1=6$

④ $\square=\left(\dfrac{20}{2}\right)^2=100$

⑤ $\square=2\times1\times11=22$

07 (주어진 식)$=92.5^2-2\times92.5\times2.5+2.5^2$

$=(92.5-2.5)^2$

$=90^2$

즉, 인수분해 공식

$a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$

을 이용하였다.

08 $x^2-x=A$로 치환하면

$$\begin{aligned}(\text{주어진 식})&=(A+2)(A-5)+12\\&=A^2-3A+2\\&=(A-2)(A-1)\\&=(x^2-x-2)(x^2-x-1)\\&=(x+1)(x-2)(x^2-x-1)\end{aligned}$$

09 $$\begin{aligned}2ab+a-2b-1&=a(2b+1)-(2b+1)\\&=(a-1)(2b+1)\end{aligned}$$
$$\begin{aligned}a^2b+b-2ab&=b(a^2-2a+1)\\&=b(a-1)^2\end{aligned}$$
따라서 두 다항식의 공통인수는 $a-1$이다.

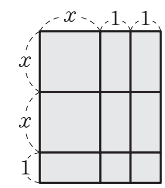
10 $$\begin{aligned}1003^2-997^2&=(1003+997)(1003-997)\\&=2000\times6\\&=12\times1000\end{aligned}$$
$\therefore \square=12$

11 $$\begin{aligned}a^2+b^2&=(a+b)^2-2ab\\&=(\sqrt{2}+1)^2-2\times(-1)\\&=3+2\sqrt{2}+2\\&=5+2\sqrt{2}\end{aligned}$$
$$\begin{aligned}\therefore a^3+a^2b+ab^2+b^3&=a^2(a+b)+b^2(a+b)\\&=(a+b)(a^2+b^2)\\&=(\sqrt{2}+1)(5+2\sqrt{2})\\&=9+7\sqrt{2}\end{aligned}$$

12 $$\begin{aligned}ax-ay-bx+by&=a(x-y)-b(x-y)\\&=(x-y)(a-b)\end{aligned}$$
$\therefore (x-y)(a-b)=-8$
그런데 $a-b=2$이므로
$(x-y)\times2=-8$ $\quad\therefore x-y=-4$
$$\begin{aligned}\therefore x^2-2xy+y^2&=(x-y)^2\\&=(-4)^2=16\end{aligned}$$

13 (1) $6x^2-x+A=(2x-3)(3x+a)$로 놓으면
$6x^2-x+A=6x^2+(2a-9)x-3a$이므로
$2a-9=-1$ $\quad\therefore a=4$
$\therefore A=-3a=-3\times4=-12$
$2x^2+Bx+3=(2x-3)(x+b)$로 놓으면
$2x^2+Bx+3=2x^2+(2b-3)x-3b$이므로
$-3b=3$ $\quad\therefore b=-1$
$\therefore B=2b-3=2\times(-1)-3=-5$
$\therefore A-B=-12-(-5)=-7$
(2) $3x^2+px-10=(3x+2)(x+k)$로 놓으면
$3x^2+px-10=3x^2+(3k+2)x+2k$이므로
$2k=-10$ $\quad\therefore k=-5$
$\therefore p=3k+2=3\times(-5)+2=-13$

14 주어진 직사각형의 넓이의 총합은



$x^2+x^2+x+x+x+x+x+1+1$
$=2x^2+5x+2$
이때 $2x^2+5x+2=(x+2)(2x+1)$이므로 만든 직사각형의 가로의 길이와 세로의 길이는 $x+2$, $2x+1$이다.
따라서 구하는 합은
$(x+2)+(2x+1)=3x+3$

2 Step (발전문제)

본문 102~103쪽

01 ③ **02** (1) 4 (2) 5 또는 -3 **03** 193
04 (1) $(3x-4)(2x+19)$ (2) $(x-y)(x-y-2)$
(3) $(x-3)(x+y+1)$ (4) $(a-1)(a+b+2)$
05 $(x+4)(x-5)$ **06** ② **07** 32 **08** 5
09 (1) 최댓값 : 7, 최솟값 : -7
(2) 최댓값 : 21, 최솟값 : -21
(3) 144
10 (1) 1 (2) 110 (3) -200 (4) 10000
11 $-x$ **12** ① **13** 9
14 (1) $4x$ (2) $2x-2y-3$

01 $$\begin{aligned}\sqrt{2003^2-1997^2}&=\sqrt{(2003+1997)(2003-1997)}\\&=\sqrt{4000\times6}\\&=\sqrt{24000}\\&=\sqrt{40^2\times15}\\&=40\sqrt{15}\end{aligned}$$

02 (1) $(2x-1)(2x+3)+k$
$=4x^2+4x-3+k$
$=(2x)^2+2\times2x\times1-3+k$
이므로 $-3+k=1^2=1$
$\therefore k=4$
(2) $4x^2+(3k-3)xy+9y^2$
$=(2x)^2+(3k-3)xy+(3y)^2$
이므로 $3k-3=\pm2\times2\times3$
$3k-3=\pm12$
$\therefore k=5$ 또는 $k=-3$

03 $x=\dfrac{(2-\sqrt{3})^2}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})}=7-4\sqrt{3}$

$y=\dfrac{(2+\sqrt{3})^2}{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})}=7+4\sqrt{3}$

이므로

$x+y=(7-4\sqrt{3})+(7+4\sqrt{3})=14$

$xy=(7-4\sqrt{3})(7+4\sqrt{3})=7^2-(4\sqrt{3})^2=1$

$\therefore x^3y-x^2y^2+xy^3$

$=xy(x^2-xy+y^2)$

$=xy\{(x+y)^2-3xy\}$

$=1\times(14^2-3\times1)=193$

04 (1) $x+2=A$, $x-3=B$로 치환하면

(주어진 식)

$=5A^2+7AB-6B^2$

$=(A+2B)(5A-3B)$

$=\{x+2+2(x-3)\}\{5(x+2)-3(x-3)\}$

$=(3x-4)(2x+19)$

(2) $x^2+y^2-2xy-2x+2y$

$=(x^2-2xy+y^2)-2(x-y)$

$=(x-y)^2-2(x-y)$

$=(x-y)(x-y-2)$

(3) 주어진 식을 y에 관하여 내림차순으로 정리하면

(주어진 식)$=(x-3)y+x^2-2x-3$

$=(x-3)y+(x-3)(x+1)$

$=(x-3)(y+x+1)$

$=(x-3)(x+y+1)$

(4) 주어진 식을 b에 관하여 내림차순으로 정리하면

(주어진 식)$=(a-1)b+a^2+a-2$

$=(a-1)b+(a+2)(a-1)$

$=(a-1)(b+a+2)$

$=(a-1)(a+b+2)$

05 민수는 x의 계수를 잘못 보았으므로 상수항은 바르게 보았다. 즉, $(x+2)(x-10)=x^2-8x-20$에서 처음 이차식의 상수항은 -20이다.

또, 수희는 상수항을 잘못 보았으므로 x의 계수는 바르게 보았다. 즉, $(x+6)(x-7)=x^2-x-42$에서 처음 이차식의 x의 계수는 -1이다.

따라서 처음의 이차식은 x^2-x-20이므로 바르게 인수분해하면

$x^2-x-20=(x+4)(x-5)$

06 $3<\sqrt{10}<4$이므로

$7<4+\sqrt{10}<8$, $0<4-\sqrt{10}<1$

따라서 $4+\sqrt{10}$의 정수 부분은 7이므로

소수 부분 $a=4+\sqrt{10}-7=\sqrt{10}-3$

또, $4-\sqrt{10}$의 정수 부분은 0이므로

소수 부분 $b=4-\sqrt{10}$

$\therefore ab-4a+3b-12=a(b-4)+3(b-4)$

$=(a+3)(b-4)$

$=(\sqrt{10}-3+3)(4-\sqrt{10}-4)$

$=\sqrt{10}\times(-\sqrt{10})$

$=-10$

07 $x^2+4xy-2x-4y-3+4y^2$

$=(x^2+4xy+4y^2)-2x-4y-3$

$=(x+2y)^2-2(x+2y)-3$

$=(-5)^2-2\times(-5)-3$

$=32$

08 $\sqrt{x}=a-1$의 양변을 제곱하면

$x=(a-1)^2=a^2-2a+1$

$\therefore \sqrt{x+6a+3}+\sqrt{x-4a+8}$

$=\sqrt{a^2+4a+4}+\sqrt{a^2-6a+9}$

$=\sqrt{(a+2)^2}+\sqrt{(a-3)^2}$

$=a+2-(a-3)$ ($\because a+2>0$, $a-3<0$)

$=a+2-a+3$

$=5$

09 (1) $x^2+kx+6=(x+a)(x+b)$

$=x^2+(a+b)x+ab$

로 놓으면

$k=a+b$, $6=ab$

이때 $ab=6$이 되는 두 정수 a, b를 순서쌍 (a, b)로 나타내면

$(1, 6)$, $(2, 3)$, $(-1, -6)$, $(-2, -3)$,

$(6, 1)$, $(3, 2)$, $(-6, -1)$, $(-3, -2)$

이고 $k=a+b$이므로

$k=7, 5, -7, -5$

따라서 k의 최댓값은 7, 최솟값은 -7이다.

(2) $4x^2+kx+5=(x+a)(4x+b)$

$=4x^2+(4a+b)x+ab$

에서 $k=4a+b$, $5=ab$

이때 $ab=5$가 되는 두 정수 a, b를 순서쌍 (a, b)로 나타내면

$(1, 5)$, $(5, 1)$, $(-1, -5)$, $(-5, -1)$

이고 $k=4a+b$이므로

$k=9, 21, -9, -21$

따라서 k의 최댓값은 21, 최솟값은 -21이다.

(3) $x^2+24x+k=(x+a)(x+b)$

$=x^2+(a+b)x+ab$

이므로 $24=a+b$, $k=ab$
이때 $24=a+b$가 되는 두 자연수 a, b를 구하면
$(1, 23)$, $(2, 22)$, $(3, 21)$, $(4, 20)$,
$(5, 19)$, $(6, 18)$, $(7, 17)$, $(8, 16)$,
$(9, 15)$, $(10, 14)$, $(11, 13)$, $(12, 12)$
이고 $k=ab$이므로
$k=23, 44, 63, 80, 95, 108, 119, 128, 135,$
$140, 143, 144$
따라서 k의 최댓값은 144이다.

10 (1) (주어진 식)$=\dfrac{2013(2014+1)}{(2014+1)(2014-1)}$
$=\dfrac{2013\times2015}{2015\times2013}=1$

(2) (주어진 식)
$=99^2-101^2+102\times103-102\times98$
$=(99+101)(99-101)+102(103-98)$
$=200\times(-2)+102\times5$
$=-400+510$
$=110$

(3) (주어진 식)
$=(1+3)(1-3)+(5+7)(5-7)$
$+(9+11)(9-11)+(13+15)(13-15)$
$+(17+19)(17-19)$
$=-2\times(1+3+5+7+9+11+13+15+17+19)$
$=-2\times100$
$=-200$

(4) (주어진 식)
$=(103^2-2\times103\times97+97^2)+(100+6)(100-6)$
$=(103-97)^2+100^2-6^2$
$=6^2+100^2-6^2$
$=100^2$
$=10000$

11 $0<x<1$에서 $\dfrac{1}{x}>1$

따라서 $-x<0$ $x-\dfrac{1}{x}<0$, $x+\dfrac{1}{x}>0$이므로

(주어진 식)
$=\sqrt{(-x)^2}-\sqrt{x^2-2+\dfrac{1}{x^2}+4}+\sqrt{x^2+2+\dfrac{1}{x^2}-4}$
$=\sqrt{(-x)^2}-\sqrt{x^2+2+\dfrac{1}{x^2}}+\sqrt{x^2-2+\dfrac{1}{x^2}}$
$=\sqrt{(-x)^2}-\sqrt{\left(x+\dfrac{1}{x}\right)^2}+\sqrt{\left(x-\dfrac{1}{x}\right)^2}$
$=x-\left(x+\dfrac{1}{x}\right)-\left(x-\dfrac{1}{x}\right)$
$=x-x-\dfrac{1}{x}-x+\dfrac{1}{x}$
$=-x$

12 (주어진 식)$=\{x(x+3)\}\{(x+1)(x+2)\}-24$
$=(x^2+3x)(x^2+3x+2)-24$
이때 $x^2+3x=A$로 치환하면
(주어진 식)$=A(A+2)-24$
$=A^2+2A-24$
$=(A+6)(A-4)$
$=(x^2+3x+6)(x^2+3x-4)$
$=(x^2+3x+6)(x+4)(x-1)$

13 (주어진 식)$=\{(x-2)(x+5)\}\{(x-1)(x+4)\}+k$
$=(x^2+3x-10)(x^2+3x-4)+k$
이때 $x^2+3x=A$로 치환하면
(주어진 식)$=(A-10)(A-4)+k$
$=A^2-14A+40+k$
이 식이 완전제곱식이 되려면
$40+k=\left(\dfrac{-14}{2}\right)^2=49$
$\therefore k=9$

14 (1) $x^2=A$로 치환하면
$x^4-13x^2+36=A^2-13A+36$
$=(A-4)(A-9)$
$=(x^2-4)(x^2-9)$
$=(x+2)(x-2)(x+3)(x-3)$
따라서 구하는 합은
$(x+2)+(x-2)+(x+3)+(x-3)=4x$

(2) 주어진 식을 x에 관하여 내림차순으로 정리하면
(주어진 식)$=x^2-(3+2y)x+y^2+3y-10$
$=x^2-(3+2y)x+(y+5)(y-2)$
$=(x-y-5)(x-y+2)$
따라서 구하는 합은
$(x-y-5)+(x-y+2)=2x-2y-3$

3 Step (실력 UP)

본문 104쪽

01 ① **02** ② **03** 301 **04** $-2\sqrt{30}$
05 $-(a-b)(b-c)(c-a)$ **06** 64

01 $\dfrac{x^3-3x^2-x+3}{x^2-2x-3}=\dfrac{x^2(x-3)-(x-3)}{(x+1)(x-3)}$

$$=\frac{(x-3)(x^2-1)}{(x+1)(x-3)}$$
$$=\frac{(x-3)(x+1)(x-1)}{(x+1)(x-3)}$$
$$=x-1$$
$$=1+\sqrt{3}-1$$
$$=\sqrt{3}$$

02 $20=a$로 치환하면

$\sqrt{20\times21\times22\times23+1}$
$=\sqrt{a(a+1)(a+2)(a+3)+1}$
$=\sqrt{\{a(a+3)\}\{(a+1)(a+2)\}+1}$
$=\sqrt{(a^2+3a)(a^2+3a+2)+1}$

$a^2+3a=A$로 치환하면

$\sqrt{(a^2+3a)(a^2+3a+2)+1}$
$=\sqrt{A(A+2)+1}$
$=\sqrt{A^2+2A+1}$
$=\sqrt{(A+1)^2}$
$=\sqrt{(a^2+3a+1)^2}$
$=a^2+3a+1$ ($\because$ $a=20$일 때, $a^2+3a+1>0$)
$=20^2+3\times20+1$
$=400+60+1$
$=461$

03 $\left(1-\frac{1}{2^2}\right)\left(1-\frac{1}{3^2}\right)\left(1-\frac{1}{4^2}\right)\times\cdots\times\left(1-\frac{1}{99^2}\right)\left(1-\frac{1}{100^2}\right)$

$$=\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1+\frac{1}{3}\right)\left(1-\frac{1}{4}\right)\left(1+\frac{1}{4}\right)\times\cdots\times\left(1-\frac{1}{99}\right)\left(1+\frac{1}{99}\right)\left(1-\frac{1}{100}\right)\left(1+\frac{1}{100}\right)$$

$$=\frac{1}{2}\times\frac{3}{2}\times\frac{2}{3}\times\frac{4}{3}\times\frac{3}{4}\times\frac{5}{4}\times\cdots\times\frac{98}{99}\times\frac{100}{99}\times\frac{99}{100}\times\frac{101}{100}$$

$$=\frac{1}{2}\times\frac{101}{100}$$

$$=\frac{101}{200}=\frac{a}{b}$$

이므로 $a=101$, $b=200$

$\therefore$ $a+b=301$

04 $a^2b-4ab^2+4b^3=b(a^2-4ab+4b^2)$
$=b(a-2b)^2$

이때 $a=15$, $b=8$이므로

$a-2b=15-16=-1$

$$\therefore \frac{a}{a-2b}\sqrt{\frac{a^2b-4ab^2+4b^3}{a}}$$
$$=\frac{a}{-1}\sqrt{\frac{b(a-2b)^2}{a}}=-a\sqrt{\frac{b}{a}}$$
$$=-\sqrt{ab}=-\sqrt{15\times8}$$
$$=-2\sqrt{30}$$

05 $≪a, b, c≫+≪b, c, a≫+≪c, a, b≫$
$=a^2(b-c)+b^2(c-a)+c^2(a-b)$
$=a^2b-a^2c+b^2c-b^2a+c^2a-c^2b$
$=(b-c)a^2-(b^2-c^2)a+b^2c-bc^2$ — a에 관하여 내림차순으로 정리
$=(\underline{b-c})a^2-(\underline{b-c})(b+c)a+bc(\underline{b-c})$ — 공통인수로 묶기
$=(b-c)\{a^2-(b+c)a+bc\}$
$=(b-c)(a-b)(a-c)$
$=-(a-b)(b-c)(c-a)$

06 $2^{40}-1=(2^{20})^2-1^2=(2^{20}+1)(2^{20}-1)$
$=(2^{20}+1)\{(2^{10})^2-1^2\}$
$=(2^{20}+1)(2^{10}+1)(2^{10}-1)$
$=(2^{20}+1)(2^{10}+1)\{(2^5)^2-1^2\}$
$=(2^{20}+1)(2^{10}+1)(2^5+1)(2^5-1)$
$=(2^{20}+1)(2^{10}+1)\times33\times31$

따라서 $2^{40}-1$은 30과 40 사이의 두 자연수 31과 33으로 나누어떨어지므로 이 두 자연수의 합은

$31+33=64$

서술형 대비 문제

본문 105~106쪽

1 1	**2** $4a-4b-16$	**3** $y-2$
4 90	**5** -5500	**6** $12x+28$

1 1단계 $x^2-2xy+y^2+2x-2y-3$
$=(x-y)^2+2(x-y)-3$

$x-y=A$로 치환하면

(주어진 식)$=A^2+2A-3$
$=(A-1)(A+3)$
$=(x-y-1)(x-y+3)$

2단계 인수분해한 식에 $x-y=\sqrt{5}-1$을 대입하면

$(x-y-1)(x-y+3)$
$=(\sqrt{5}-1-1)(\sqrt{5}-1+3)$
$=(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)$
$=1$

2 1단계 $a-1=A$, $b+3=B$로 치환하면

$4(a-1)^2-8(a-1)(b+3)+3(b+3)^2$
$=4A^2-8AB+3B^2$

2단계 $=(2A-3B)(2A-B)$

$=\{2(a-1)-3(b+3)\}\{2(a-1)-(b+3)\}$

$=(2a-3b-11)(2a-b-5)$

3단계 따라서 두 일차식의 합은

$(2a-3b-11)+(2a-b-5)$

$=4a-4b-16$

3 1단계 $(y-1)^2-y+1=(y-1)^2-(y-1)$

$=(y-1)(y-1-1)$

$=(y-1)(y-2)$

2단계 $xy-2x+3y^2-5y-2$

$=x(y-2)+(3y^2-5y-2)$

$=x(y-2)+(3y+1)(y-2)$

$=(y-2)(x+3y+1)$

3단계 따라서 두 다항식의 공통인수는 $y-2$이다.

단계	채점요소	배점
1	$(y-1)^2-y+1$ 인수분해하기	2점
2	$xy-2x+3y^2-5y-2$ 인수분해하기	3점
3	공통인수 구하기	1점

4 1단계 $x=\dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}=\dfrac{(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2}{(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})}$

$=(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2=5+2\sqrt{6}$

$y=\dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}=\dfrac{(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})}$

$=(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2=5-2\sqrt{6}$

2단계 $x^2+y^2+2xy-x-y$

$=(x^2+2xy+y^2)-(x+y)$

$=(x+y)^2-(x+y)$

$=(x+y)(x+y-1)$

3단계 $x+y=5+2\sqrt{6}+5-2\sqrt{6}=10$이므로

인수분해한 식에 대입하면

$(x+y)(x+y-1)=10\times(10-1)$

$=10\times9=90$

단계	채점요소	배점
1	x, y의 값을 간단히 하기	2점
2	주어진 식 인수분해하기	3점
3	주어진 식의 값 구하기	2점

5 1단계 (주어진 식)

$=(10^2-20^2)+(30^2-40^2)+\cdots+(90^2-100^2)$

$=(10+20)(10-20)+(30+40)(30-40)$

$+\cdots+(90+100)(90-100)$

2단계 $=(10+20)\times(-10)+(30+40)\times(-10)$

$+\cdots+(90+100)\times(-10)$

$=-10\times(10+20+30+40+\cdots+90+100)$

$=-10\times550=-5500$

단계	채점요소	배점
1	두 항씩 짝지어 인수분해하기	4점
2	식 계산하기	3점

6 1단계 (도형 A의 넓이)$=(3x+7)^2-5^2$

$=(3x+7+5)(3x+7-5)$

$=(3x+12)(3x+2)$

2단계 도형 A, B의 넓이가 같으므로 도형 B의 세로의 길이는 $3x+2$이다.

3단계 $\therefore$ (도형 B의 둘레의 길이)

$=2\times\{(3x+12)+(3x+2)\}$

$=2(6x+14)=12x+28$

단계	채점요소	배점
1	도형 A의 넓이 구하기	3점
2	도형 B의 세로의 길이 구하기	2점
3	도형 B의 둘레의 길이 구하기	3점

생활 속의 수학

본문 107쪽

1 두 카드의 둘레의 길이의 합이 40 cm이므로

$4a+4b=40$, $4(a+b)=40$ $\quad\therefore a+b=10$

또 카드의 넓이의 차가 60 cm^2이므로

$b^2-a^2=(b+a)(b-a)=60$

$10(b-a)=60$ $\quad\therefore b-a=6$

따라서 두 카드의 둘레의 길이의 차는

$4(b-a)=4\times6=24$(cm) 답 24 cm

2 큰 피자와 작은 피자 한 조각의 넓이는 각각

$\left(\dfrac{1}{8}\times78^2\pi\right)$ cm^2, $\left(\dfrac{1}{8}\times22^2\pi\right)$ cm^2이다.

따라서 두 피자의 한 조각의 넓이의 차는

$\dfrac{1}{8}\times78^2\pi-\dfrac{1}{8}\times22^2\pi$

$=\dfrac{1}{8}\pi(78^2-22^2)=\dfrac{1}{8}\pi(78+22)(78-22)$

$=\dfrac{1}{8}\pi\times100\times56=700\pi(cm^2)$

따라서 큰 피자의 한 조각의 넓이는 작은 피자의 한 조각의 넓이보다 700π cm^2만큼 크다. 답 700π cm^2

III 이차방정식

1 이차방정식의 풀이

01 이차방정식과 그 해

개념원리 확인하기 본문 111쪽

01 (1) ◯ (2) ◯ (3) ◯ (4) × (5) × (6) ×

02 $a \neq 0$

03 (1) $=$, 해이다. (2) $\neq$, 해가 아니다.

04 (1) × (2) × (3) × (4) ◯ (5) ◯

01 (2) $x^2-5x+3=0$이므로 이차방정식이다.

(3) $x(x-1)=0$에서 괄호를 풀면 $x^2-x=0$이므로 이차방정식이다.

(4) $-2x^3+x^2+x=0$이므로 이차방정식이 아니다.

(5) $-6x=0$이므로 이차방정식이 아니다.

(6) $(x-1)(x+2)=x^2-2$에서 괄호를 풀면 $x^2+x-2=x^2-2$, 즉 $x=0$이므로 이차방정식이 아니다.

04 (1) $2x^2+x-3=0$에 $x=-1$을 대입하면

$2\times(-1)^2+(-1)-3\neq 0$

따라서 $x=-1$은 $2x^2+x-3=0$의 해가 아니다.

(2) $x^2+x=0$에 $x=2$를 대입하면

$2^2+2\neq 0$

따라서 $x=2$는 $x^2+x=0$의 해가 아니다.

(3) $(x+1)^2=36$에 $x=-5$를 대입하면

$(-5+1)^2\neq 36$

따라서 $x=-5$는 $(x+1)^2=36$의 해가 아니다.

(4) $x(x+2)=24$에 $x=4$를 대입하면

$4\times(4+2)=24$

따라서 $x=4$는 $x(x+2)=24$의 해이다.

(5) $2x^2+3x-2=0$에 $x=-2$를 대입하면

$2\times(-2)^2+3\times(-2)-2=0$

따라서 $x=-2$는 $2x^2+3x-2=0$의 해이다.

핵심문제 익히기 (확인문제) 본문 112~113쪽

1 ③, ⑤ **2** ②, ④ **3** (1) 5 (2) -4

4 (1) 6 (2) 7

1 ③ $(x^2+1)^2=x$에서

$x^4+2x^2+1=x$

$x^4+2x^2-x+1=0$

따라서 이차방정식이 아니다.

⑤ $2(x-3)^2=5+x+2x^2$에서

$2(x^2-6x+9)=5+x+2x^2$

$2x^2-12x+18-5-x-2x^2=0$

$-13x+13=0$

따라서 이차방정식이 아니다.

2 각각의 이차방정식에 주어진 수를 대입하면

① $2^2-2-6\neq 0$

② $(-2)^2-4\times(-2)-12=0$

③ $3^2+4\times 3+3\neq 0$

④ $2\times 1^2-3\times 1+1=0$

⑤ $3\times(-1)^2+4\times(-1)-1\neq 0$

따라서 [ ] 안의 수가 주어진 이차방정식의 해가 되는 것은 ②, ④이다.

3 (1) $x=\frac{1}{2}$을 $2x^2-ax+2=0$에 대입하면

$2\times\left(\frac{1}{2}\right)^2-a\times\frac{1}{2}+2=0$

$\therefore a=5$

(2) $x=-1$을 $x^2-2x+a=0$에 대입하면

$(-1)^2-2\times(-1)+a=0$

$\therefore a=-3$

$x=-1$을 $3x^2-bx-4=0$에 대입하면

$3\times(-1)^2-b\times(-1)-4=0$

$\therefore b=1$

$\therefore a-b=-3-1=-4$

4 (1) $x=a$를 $2x^2-3x-5=0$에 대입하면

$2a^2-3a-5=0$에서

$2a^2-3a=5$

$\therefore 2a^2-3a+1=5+1=6$

(2) $2x(x-3)+4=2$에서

$2x^2-6x+4=2$, $2x^2-6x+2=0$

$x=a$를 $2x^2-6x+2=0$에 대입하면

$2a^2-6a+2=0$에서

$a^2-3a+1=0$ $\cdots\cdots$ ㉠

㉠의 양변을 $a(a\neq 0)$로 나누면

$a-3+\frac{1}{a}=0$에서 $a+\frac{1}{a}=3$

$\therefore a^2+\frac{1}{a^2}=\left(a+\frac{1}{a}\right)^2-2$

$=3^2-2=7$

이런 문제가 시험에 나온다 본문 114쪽

01 ⑤	02 ①	03 ③	04 ⑤
05 (1) -3 (2) 2		06 ③	07 14

01 ⑤ $x^2-x=(x-1)(x+1)$에서
$x^2-x=x^2-1$, $-x+1=0$
따라서 이차방정식이 아니다.

02 각각의 이차방정식에 $x=-2$를 대입하면
① $(-2)^2+7\times(-2)+10=0$
② $(-2)\times(-2-4)\neq0$
③ $2\times(-2)^2+8\times(-2)\neq0$
④ $6\times(-2)^2-(-2)-1\neq0$
⑤ $3\times(-2)^2+14\times(-2)-5\neq0$
따라서 $x=-2$를 해로 갖는 이차방정식은 ①이다.

03 ③ $2\times\left(\frac{1}{2}\right)^2+3\times\frac{1}{2}-2=0$

04 $2ax^2-x+3=6x^2-8x+4$에서
$(2a-6)x^2+7x-1=0$ …… ㉠
㉠이 이차방정식이 되려면
$2a-6\neq0$ $\therefore a\neq3$

05 (1) $x=2$를 $(a+2)x^2+3x-2=0$에 대입하면
$(a+2)\times2^2+3\times2-2=0$
$\therefore a=-3$
(2) $x=\frac{3}{2}$을 $6x^2-13x+a=0$에 대입하면
$6\times\left(\frac{3}{2}\right)^2-13\times\frac{3}{2}+a=0$
$\therefore a=6$
또, $x=\frac{3}{2}$을 $4x^2+bx-3=0$에 대입하면
$4\times\left(\frac{3}{2}\right)^2+b\times\frac{3}{2}-3=0$
$3b=-12$ $\therefore b=-4$
$\therefore a+b=6-4=2$

06 이차방정식 $x^2-4x+1=0$의 한 근이 a이므로
$a^2-4a+1=0$
③ $2a^2-8a+2=0$ $\therefore 2a^2-8a=-2$

07 $x=a$를 $x^2-4x+1=0$에 대입하면
$a^2-4a+1=0$ …… ㉠
㉠의 양변을 $a\ (a\neq0)$로 나누면
$a-4+\frac{1}{a}=0$에서 $a+\frac{1}{a}=4$
$\therefore a^2+\frac{1}{a^2}=\left(a+\frac{1}{a}\right)^2-2$
$=4^2-2=14$

02 인수분해를 이용한 이차방정식의 풀이

개념원리 확인하기 본문 116쪽

01 (1) 0, 5 (2) 2, -3 (3) $x=6$ 또는 $x=3$
(4) $x=-\frac{2}{3}$ 또는 $x=-6$ (5) $x=\frac{5}{2}$ 또는 $x=\frac{1}{3}$

02 (1) 0, -3 (2) $x=4$ 또는 $x=7$
(3) $x=-\frac{3}{2}$ 또는 $x=4$ (4) $x=-2$ 또는 $x=2$

03 (1) 7 (2) $x=\frac{1}{3}$ (중근) (3) $x=-\frac{1}{2}$ (중근)
(4) $x=\frac{3}{2}$ (중근)

04 (1) 10, 25 (2) 9 (3) ±6

01 (3) $(x-6)(x-3)=0$에서
$x-6=0$ 또는 $x-3=0$
$\therefore x=6$ 또는 $x=3$
(4) $(3x+2)(x+6)=0$에서
$3x+2=0$ 또는 $x+6=0$
$\therefore x=-\frac{2}{3}$ 또는 $x=-6$
(5) $(2x-5)(3x-1)=0$에서
$2x-5=0$ 또는 $3x-1=0$
$\therefore x=\frac{5}{2}$ 또는 $x=\frac{1}{3}$

02 (2) $x^2-11x+28=0$에서
$(x-4)(x-7)=0$
$\therefore x=4$ 또는 $x=7$
(3) $2x^2-5x-12=0$에서
$(2x+3)(x-4)=0$
$\therefore x=-\frac{3}{2}$ 또는 $x=4$
(4) $(x+1)(x-1)=2x^2-5$에서
$x^2-1=2x^2-5$, $x^2-4=0$
$(x+2)(x-2)=0$
$\therefore x=-2$ 또는 $x=2$

03 (2) $9x^2-6x+1=0$에서

$(3x-1)^2=0 \qquad \therefore x=\frac{1}{3}$ (중근)

(3) $x^2+x+\frac{1}{4}=0$에서

$\left(x+\frac{1}{2}\right)^2=0 \qquad \therefore x=-\frac{1}{2}$ (중근)

(4) $4x^2-12x+9=0$에서

$(2x-3)^2=0 \qquad \therefore x=\frac{3}{2}$ (중근)

04 (2) $x^2-8x+7+k=0$에서

$7+k=\left(\frac{-8}{2}\right)^2=16$

$\therefore k=9$

(3) $x^2+kx+9=0$에서

$9=\left(\frac{k}{2}\right)^2,\ k^2=36$

$\therefore k=\pm 6$

핵심문제 익히기 (확인문제) 본문 117~119쪽

1 (1) $x=-4$ 또는 $x=6$ (2) $x=1$ 또는 $x=9$

(3) $x=-3$ 또는 $x=2$ (4) $x=\frac{3}{4}$ 또는 $x=1$

(5) $x=1$ 또는 $x=2$

2 $a=-1,\ x=-\frac{2}{3}$ **3** $x=-2$ **4** 17

5 ④

6 (1) $a=14,\ x=4$ (중근) (2) $a=4,\ x=1$ (중근)

(3) $a=-4,\ x=2$ (중근)

(4) $a=40$일 때 $x=-5$ (중근),

$a=-40$일 때 $x=5$ (중근)

1 (1) $4x^2-24=3x^2+2x$에서

$x^2-2x-24=0$

$(x+4)(x-6)=0$

$\therefore x=-4$ 또는 $x=6$

(2) $(x-3)^2=4x$에서

$x^2-6x+9=4x$

$x^2-10x+9=0$

$(x-1)(x-9)=0$

$\therefore x=1$ 또는 $x=9$

(3) $(x-2)(2x+1)=(x-2)^2$에서

$2x^2-3x-2=x^2-4x+4$

$x^2+x-6=0$

$(x+3)(x-2)=0$

$\therefore x=-3$ 또는 $x=2$

(4) $(2x-3)(3x+1)=2x^2-6$에서

$6x^2-7x-3=2x^2-6$

$4x^2-7x+3=0$

$(4x-3)(x-1)=0$

$\therefore x=\frac{3}{4}$ 또는 $x=1$

(5) $2(x-2)(x+1)=(x+3)(x-2)$에서

$2x^2-2x-4=x^2+x-6$

$x^2-3x+2=0$

$(x-1)(x-2)=0$

$\therefore x=1$ 또는 $x=2$

▶ 다른풀이

(3) $(x-2)(2x+1)=(x-2)^2$에서

$(x-2)(2x+1)-(x-2)^2=0$

$(x-2)\{2x+1-(x-2)\}=0$

$(x-2)(x+3)=0$

$\therefore x=-3$ 또는 $x=2$

2 $x^2+5x-6=0$에서

$(x+6)(x-1)=0$

$\therefore x=-6$ 또는 $x=1$

이 중 큰 근 $x=1$이 $3x^2+ax-2=0$의 근이므로

$3\times 1^2+a\times 1-2=0$

$\therefore a=-1$

$a=-1$을 $3x^2+ax-2=0$에 대입하면

$3x^2-x-2=0$

$(3x+2)(x-1)=0$

$\therefore x=-\frac{2}{3}$ 또는 $x=1$

따라서 다른 한 근은 $x=-\frac{2}{3}$이다.

3 $x^2-x-6=0$에서

$(x+2)(x-3)=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=3$

$3x^2+5x-2=0$에서

$(3x-1)(x+2)=0$

$\therefore x=\frac{1}{3}$ 또는 $x=-2$

따라서 공통인 근은 $x=-2$이다.

4 $x=-2$를 $x^2+ax-14=0$에 대입하면

$(-2)^2+a\times(-2)-14=0$

$\therefore a=-5$

$x=-2$를 $3x^2-5x+b=0$에 대입하면
$3\times(-2)^2-5\times(-2)+b=0$
$\therefore b=-22$
$\therefore a-b=-5+22=17$

5 ④ $(x+1)(x-1)=2x-2$에서
$x^2-1=2x-2$
$x^2-2x+1=0$
$(x-1)^2=0 \qquad \therefore x=1$ (중근)
⑤ $(x-1)(x+2)=-x+13$에서
$x^2+x-2=-x+13$
$x^2+2x-15=0$
$(x+5)(x-3)=0$
$\therefore x=-5$ 또는 $x=3$

6 (1) $x^2-8x+2+a=0$이 중근을 가지려면
$2+a=\left(\frac{-8}{2}\right)^2=16$
$\therefore a=14$
$a=14$를 $x^2-8x+2+a=0$에 대입하면
$x^2-8x+16=0$, $(x-4)^2=0$
$\therefore x=4$ (중근)
(2) $3x^2-6x+a-1=0$의 양변을 3으로 나누면
$x^2-2x+\frac{a-1}{3}=0$
즉, $x^2-2x+\frac{a-1}{3}=0$이 중근을 가지려면
$\frac{a-1}{3}=\left(\frac{-2}{2}\right)^2=1$
$\therefore a=4$
$a=4$를 $3x^2-6x+a-1=0$에 대입하면
$3x^2-6x+3=0$, $x^2-2x+1=0$
$(x-1)^2=0 \qquad \therefore x=1$ (중근)
(3) $x^2+ax-2a-4=0$이 중근을 가지려면
$-2a-4=\left(\frac{a}{2}\right)^2$, $a^2+8a+16=0$
$(a+4)^2=0 \qquad \therefore a=-4$
$a=-4$를 $x^2+ax-2a-4=0$에 대입하면
$x^2-4x+4=0$, $(x-2)^2=0$
$\therefore x=2$ (중근)
(4) $4x^2+ax+100=0$의 양변을 4로 나누면
$x^2+\frac{a}{4}x+25=0$
즉, $x^2+\frac{a}{4}x+25=0$이 중근을 가지려면
$25=\left(\frac{1}{2}\times\frac{a}{4}\right)^2 \qquad \therefore a=\pm 40$
(i) $a=40$일 때
$4x^2+40x+100=0$, $4(x+5)^2=0$
$\therefore x=-5$ (중근)
(ii) $a=-40$일 때
$4x^2-40x+100=0$, $4(x-5)^2=0$
$\therefore x=5$ (중근)

계산력 강화하기

본문 120쪽

01 (1) $x=-3$ 또는 $x=5$ (2) $x=-2$ 또는 $x=0$
(3) $x=-5$ 또는 $x=\frac{1}{3}$ (4) $x=\frac{3}{2}$ 또는 $x=\frac{5}{3}$
(5) $x=-\frac{1}{4}$ 또는 $x=\frac{1}{2}$ (6) $x=1$ (중근)
(7) $x=0$ 또는 $x=-3$ (8) $x=-5$ 또는 $x=-1$
(9) $x=-9$ 또는 $x=2$ (10) $x=-1$ 또는 $x=10$
(11) $x=-2$ 또는 $x=2$ (12) $x=0$ 또는 $x=12$
(13) $x=2$ 또는 $x=12$ (14) $x=-6$ 또는 $x=1$
(15) $x=0$ 또는 $x=\frac{2}{3}$

02 (1) -8 (2) 6 (3) $\frac{9}{8}$ (4) 2

01 (1) $x^2-2x-15=0$에서
$(x+3)(x-5)=0$
$\therefore x=-3$ 또는 $x=5$
(2) $3x^2+6x=0$에서
$3x(x+2)=0$
$\therefore x=-2$ 또는 $x=0$
(3) $3x^2+14x-5=0$에서
$(x+5)(3x-1)=0$
$\therefore x=-5$ 또는 $x=\frac{1}{3}$
(4) $6x^2-19x+15=0$에서
$(2x-3)(3x-5)=0$
$\therefore x=\frac{3}{2}$ 또는 $x=\frac{5}{3}$
(5) $8x^2-2x-1=0$에서
$(4x+1)(2x-1)=0$
$\therefore x=-\frac{1}{4}$ 또는 $x=\frac{1}{2}$
(6) $x(x+3)=5x-1$에서
$x^2+3x=5x-1$, $x^2-2x+1=0$
$(x-1)^2=0$
$\therefore x=1$ (중근)

(7) $x(x-4)=x(3x+2)$에서
$x^2-4x=3x^2+2x$
$2x^2+6x=0,\ 2x(x+3)=0$
$\therefore x=0$ 또는 $x=-3$

(8) $(3x+5)^2=4x^2$에서
$9x^2+30x+25=4x^2$
$5x^2+30x+25=0$
$x^2+6x+5=0$
$(x+5)(x+1)=0$
$\therefore x=-5$ 또는 $x=-1$

(9) $3(3-x)^2=(4x-3)(x-2)+3$에서
$3(9-6x+x^2)=4x^2-11x+6+3$
$27-18x+3x^2=4x^2-11x+9$
$x^2+7x-18=0$
$(x+9)(x-2)=0$
$\therefore x=-9$ 또는 $x=2$

(10) $(x-2)(2x+1)=(x+3)^2-1$에서
$2x^2-3x-2=x^2+6x+9-1$
$x^2-9x-10=0$
$(x+1)(x-10)=0$
$\therefore x=-1$ 또는 $x=10$

(11) $(x+1)^2+(x+2)^2=(x+3)^2$에서
$x^2+2x+1+x^2+4x+4=x^2+6x+9$
$x^2-4=0,\ (x+2)(x-2)=0$
$\therefore x=-2$ 또는 $x=2$

(12) $3(x-2)^2=2(x^2+6)$에서
$3(x^2-4x+4)=2(x^2+6)$
$3x^2-12x+12=2x^2+12$
$x^2-12x=0,\ x(x-12)=0$
$\therefore x=0$ 또는 $x=12$

(13) $4x(x-5)=3(x+2)(x-4)$에서
$4x^2-20x=3(x^2-2x-8)$
$4x^2-20x=3x^2-6x-24$
$x^2-14x+24=0$
$(x-2)(x-12)=0$
$\therefore x=2$ 또는 $x=12$

(14) $2x^2=(x-2)(x-3)$에서
$2x^2=x^2-5x+6$
$x^2+5x-6=0,\ (x+6)(x-1)=0$
$\therefore x=-6$ 또는 $x=1$

(15) $2x(x+1)-5(3x^2+2)=-10(x^2+1)$에서
$2x^2+2x-15x^2-10=-10x^2-10$
$3x^2-2x=0,\ x(3x-2)=0$
$\therefore x=0$ 또는 $x=\frac{2}{3}$

02 (1) $-2k=\left(\frac{8}{2}\right)^2$이므로 $-2k=16$
$\therefore k=-8$

(2) $k+3=\left(\frac{-6}{2}\right)^2$이므로 $k+3=9$
$\therefore k=6$

(3) $2k=\left(\frac{-3}{2}\right)^2$이므로 $2k=\frac{9}{4}$
$\therefore k=\frac{9}{8}$

(4) $x^2+3x+k=x+1$에서
$x^2+2x+k-1=0$
$k-1=\left(\frac{2}{2}\right)^2$이므로 $k-1=1$
$\therefore k=2$

이런 문제가 **시험**에 나온다 본문 121쪽

01 ② **02** ③ **03** $x=-\frac{5}{2}$ 또는 $x=4$

04 $a=-1,\ x=\frac{4}{3}$ **05** 8

06 (1) 2 (2) -5 또는 3 (3) 1 또는 3

07 (1) -3 (2) -5

01 ① $x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=-3$
② $x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=3$
③ $x=\frac{1}{2}$ 또는 $x=-3$
④ $x=\frac{1}{2}$ 또는 $x=3$
⑤ $x=0$ 또는 $x=3$

02 ③ $16x^2-8x+1=0$에서
$(4x-1)^2=0$
$\therefore x=\frac{1}{4}$ (중근)

03 $x^2+4x-12=0$에서
$(x+6)(x-2)=0$ $\therefore x=-6$ 또는 $x=2$
$\therefore a=2$
$a=2$를 $2x^2-(a+1)x-20=0$에 대입하면
$2x^2-3x-20=0,\ (2x+5)(x-4)=0$
$\therefore x=-\frac{5}{2}$ 또는 $x=4$

04 주어진 방정식이 이차방정식이므로

$a-2\neq0 \quad \therefore a\neq2 \quad \cdots\cdots ㉠$

$x=-1$을 주어진 식에 대입하면

$(a-2)\times(-1)^2+a^2\times(-1)+4=0$

$a^2-a-2=0$

$(a+1)(a-2)=0$

$\therefore a=-1$ 또는 $a=2 \quad \cdots\cdots ㉡$

㉠, ㉡에서 $a=-1$

$a=-1$을 주어진 식에 대입하면

$-3x^2+x+4=0,\ 3x^2-x-4=0$

$(x+1)(3x-4)=0$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=\frac{4}{3}$

따라서 다른 한 근은 $x=\frac{4}{3}$이다.

05 $x=-3$을 $x^2+mx-1=0$에 대입하면

$(-3)^2+m\times(-3)-1=0$

$-3m+8=0 \quad \therefore m=\frac{8}{3}$

또, $x=-3$을 $\frac{1}{3}x^2+2x+n=0$에 대입하면

$\frac{1}{3}\times(-3)^2+2\times(-3)+n=0$

$n-3=0 \quad \therefore n=3$

$\therefore mn=\frac{8}{3}\times3=8$

06 (1) $4x^2-12x+2k+5=0$의 양변을 4로 나누면

$x^2-3x+\frac{2k+5}{4}=0$

즉, $x^2-3x+\frac{2k+5}{4}=0$이 중근을 가지려면

$\frac{2k+5}{4}=\left(\frac{-3}{2}\right)^2$

$2k+5=9 \quad \therefore k=2$

(2) $x^2-(k+1)x+4=0$이 중근을 가지려면

$4=\left\{\frac{-(k+1)}{2}\right\}^2,\ (k+1)^2=16$

$k^2+2k-15=0$

$(k+5)(k-3)=0$

$\therefore k=-5$ 또는 $k=3$

(3) $x^2-2(k-1)x+2k^2-6k+4=0$이 중근을 가지려면

$2k^2-6k+4=\left\{\frac{-2(k-1)}{2}\right\}^2$

$2k^2-6k+4=(k-1)^2$

$k^2-4k+3=0$

$(k-1)(k-3)=0$

$\therefore k=1$ 또는 $k=3$

07 (1) $4x^2+ax+b=0$이 중근 $x=\frac{1}{2}$을 가지므로

$4\left(x-\frac{1}{2}\right)^2=0,\ 4\left(x^2-x+\frac{1}{4}\right)=0$

$4x^2-4x+1=0$

따라서 $a=-4,\ b=1$이므로

$a+b=-3$

(2) $x^2-6x+k=0$이 중근을 가지므로

$k=\left(\frac{-6}{2}\right)^2=9$

$k=9$를 $x^2+(k-4)x-14=0$에 대입하면

$x^2+5x-14=0$

$(x+7)(x-2)=0$

$\therefore x=-7$ 또는 $x=2$

따라서 두 근의 합은

$-7+2=-5$

03 제곱근을 이용한 이차방정식의 풀이

개념원리 확인하기

본문 123쪽

01 (1) 16, ±4 (2) $x=\pm3$ (3) $x=\pm2\sqrt{6}$

(4) $x=\pm\frac{\sqrt{2}}{3}$ (5) $x=\pm\frac{\sqrt{7}}{5}$

02 (1) 5, -3 (2) $x=12$ 또는 $x=-2$

(3) $x=-3\pm3\sqrt{3}$ (4) $x=-2\pm\sqrt{3}$

(5) $x=1$ 또는 $x=-\frac{5}{3}$

03 (1) 2, 9, 9, 3, 11, $-3\pm\sqrt{11}$

(2) 2, 16, 2, 16, 4, 18, $4\pm3\sqrt{2}$

(3) $x=-5\pm\sqrt{26}$ (4) $x=\frac{5\pm\sqrt{41}}{2}$

01 (2) $3x^2=27$에서 $x^2=9$

$\therefore x=\pm3$

(3) $2x^2-48=0$에서 $x^2=24$

$\therefore x=\pm\sqrt{24}=\pm2\sqrt{6}$

(4) $9x^2-2=0$에서 $x^2=\frac{2}{9}$

$\therefore x=\pm\sqrt{\frac{2}{9}}=\pm\frac{\sqrt{2}}{3}$

(5) $25x^2-7=0$에서 $x^2=\frac{7}{25}$

$\therefore x=\pm\sqrt{\frac{7}{25}}=\pm\frac{\sqrt{7}}{5}$

02 (2) $(x-5)^2=49$에서 $x-5=\pm7$

$x-5=7$ 또는 $x-5=-7$

$\therefore x=12$ 또는 $x=-2$

(3) $2(x+3)^2=54$에서 $(x+3)^2=27$

$x+3=\pm\sqrt{27}=\pm3\sqrt{3}$

$\therefore x=-3\pm3\sqrt{3}$

(4) $3(x+2)^2-9=0$에서 $(x+2)^2=3$

$x+2=\pm\sqrt{3}\qquad\therefore x=-2\pm\sqrt{3}$

(5) $(3x+1)^2=16$에서 $3x+1=\pm\sqrt{16}=\pm4$

$3x+1=4$ 또는 $3x+1=-4$

$\therefore x=1$ 또는 $x=-\frac{5}{3}$

03 (3) $x^2+10x-1=0$에서 $x^2+10x=1$

$x^2+10x+25=1+25,\ (x+5)^2=26$

$x+5=\pm\sqrt{26}\qquad\therefore x=-5\pm\sqrt{26}$

(4) $4x^2-20x-16=0$에서 $x^2-5x-4=0$

$x^2-5x=4$

$x^2-5x+\left(-\frac{5}{2}\right)^2=4+\left(-\frac{5}{2}\right)^2$

$\left(x-\frac{5}{2}\right)^2=\frac{41}{4},\ x-\frac{5}{2}=\pm\frac{\sqrt{41}}{2}$

$\therefore x=\frac{5\pm\sqrt{41}}{2}$

핵심문제 익히기 (확인문제) 본문 124~125쪽

1 (1) $x=\pm2\sqrt{2}$ (2) $x=\pm\frac{7}{4}$ (3) $x=\pm5$ (4) $x=\pm\sqrt{6}$

2 (1) $x=0$ 또는 $x=6$ (2) $x=-2\pm\sqrt{3}$

(3) $x=4\pm\sqrt{5}$ (4) $x=\frac{3\pm\sqrt{5}}{2}$

3 (1) $x=-4\pm\sqrt{3}$ (2) $x=\frac{3\pm\sqrt{7}}{2}$ (3) $x=-2\pm\sqrt{5}$

(4) $x=\frac{-7\pm\sqrt{85}}{6}$ (5) $x=\frac{3\pm\sqrt{15}}{2}$ (6) $x=2\pm\sqrt{11}$

4 3

1 (1) $x^2-8=0$에서 $x^2=8$

$\therefore x=\pm\sqrt{8}=\pm2\sqrt{2}$

(2) $-16x^2+49=0$에서 $16x^2=49$

$x^2=\frac{49}{16}\qquad\therefore x=\pm\sqrt{\frac{49}{16}}=\pm\frac{7}{4}$

(3) $3x^2-75=0$에서 $3x^2=75$

$x^2=25\qquad\therefore x=\pm\sqrt{25}=\pm5$

(4) $-2x^2+12=0$에서 $2x^2=12$

$x^2=6\qquad\therefore x=\pm\sqrt{6}$

2 (1) $(x-3)^2=9$에서 $x-3=\pm\sqrt{9}=\pm3$

$x-3=-3$ 또는 $x-3=3$

$\therefore x=0$ 또는 $x=6$

(2) $(x+2)^2=3$에서 $x+2=\pm\sqrt{3}$

$\therefore x=-2\pm\sqrt{3}$

(3) $2(x-4)^2=10$에서 $(x-4)^2=5$

$x-4=\pm\sqrt{5}\qquad\therefore x=4\pm\sqrt{5}$

(4) $2(2x-3)^2-10=0$에서 $(2x-3)^2=5$

$2x-3=\pm\sqrt{5},\ 2x=3\pm\sqrt{5}$

$\therefore x=\frac{3\pm\sqrt{5}}{2}$

3 (1) 상수항을 우변으로 이항하면

$x^2+8x=-13$

양변에 $\left(\frac{8}{2}\right)^2=16$을 더하면

$x^2+8x+16=-13+16$

$(x+4)^2=3,\ x+4=\pm\sqrt{3}$

$\therefore x=-4\pm\sqrt{3}$

(2) 상수항을 우변으로 이항하면

$x^2-3x=-\frac{1}{2}$

양변에 $\left(\frac{-3}{2}\right)^2=\frac{9}{4}$를 더하면

$x^2-3x+\frac{9}{4}=-\frac{1}{2}+\frac{9}{4}$

$\left(x-\frac{3}{2}\right)^2=\frac{7}{4},\ x-\frac{3}{2}=\pm\frac{\sqrt{7}}{2}$

$\therefore x=\frac{3\pm\sqrt{7}}{2}$

(3) $(x+3)^2=2(x+5)$에서

$x^2+6x+9=2x+10$

$x^2+4x=1$

양변에 $\left(\frac{4}{2}\right)^2=4$를 더하면

$x^2+4x+4=1+4$

$(x+2)^2=5,\ x+2=\pm\sqrt{5}$

$\therefore x=-2\pm\sqrt{5}$

(4) $5x^2=(2x-1)(x-3)$에서

$5x^2=2x^2-7x+3$

$3x^2+7x=3$

양변을 3으로 나누면

$x^2+\frac{7}{3}x=1$

양변에 $\left(\frac{7}{3}\times\frac{1}{2}\right)^2=\frac{49}{36}$를 더하면

$x^2+\frac{7}{3}x+\frac{49}{36}=1+\frac{49}{36}$

$\left(x+\frac{7}{6}\right)^2=\frac{85}{36}$, $x+\frac{7}{6}=\pm\frac{\sqrt{85}}{6}$

$\therefore x=\frac{-7\pm\sqrt{85}}{6}$

(5) 양변에 $\frac{3}{2}$을 곱하면

$x^2-3x=\frac{3}{2}$

양변에 $\left(\frac{-3}{2}\right)^2=\frac{9}{4}$를 더하면

$x^2-3x+\frac{9}{4}=\frac{3}{2}+\frac{9}{4}$

$\left(x-\frac{3}{2}\right)^2=\frac{15}{4}$, $x-\frac{3}{2}=\pm\frac{\sqrt{15}}{2}$

$\therefore x=\frac{3\pm\sqrt{15}}{2}$

(6) 양변에 2를 곱하면

$x^2-4x-7=0$

상수항을 우변으로 이항하면

$x^2-4x=7$

양변에 $\left(\frac{-4}{2}\right)^2=4$를 더하면

$x^2-4x+4=7+4$

$(x-2)^2=11$, $x-2=\pm\sqrt{11}$

$\therefore x=2\pm\sqrt{11}$

4 $3x^2-12x-k=0$에서 양변을 3으로 나누면

$x^2-4x-\frac{k}{3}=0$

상수항을 우변으로 이항하면

$x^2-4x=\frac{k}{3}$

양변에 $\left(\frac{-4}{2}\right)^2=4$를 더하면

$x^2-4x+4=\frac{k}{3}+4$

$(x-2)^2=\frac{k+12}{3}$

$x-2=\pm\sqrt{\frac{k+12}{3}}$ $\quad\therefore x=2\pm\sqrt{\frac{k+12}{3}}$

따라서 $\frac{k+12}{3}=5$이므로

$k=3$

계산력 강화하기

본문 126쪽

01 (1) $x=\pm2$ (2) $x=\pm\sqrt{5}$ (3) $x=3$ 또는 $x=-\frac{3}{2}$

(4) $x=-8\pm\sqrt{41}$ (5) $x=\frac{11}{2}$ 또는 $x=-\frac{9}{2}$

(6) $x=\pm\frac{\sqrt{3}}{2}$ (7) $x=3$ 또는 $x=-1$

(8) $x=4\pm\sqrt{2}$ (9) $x=-6\pm\sqrt{5}$

(10) $x=5$ 또는 $x=-9$

02 (1) $x=\frac{3\pm\sqrt{5}}{2}$ (2) $x=5\pm\sqrt{3}$ (3) $x=\frac{-1\pm\sqrt{5}}{2}$

(4) $x=\frac{2\pm\sqrt{10}}{2}$ (5) $x=\frac{1}{3}$ 또는 $x=-1$

(6) $x=\frac{-5\pm\sqrt{41}}{4}$ (7) $x=\frac{-2\pm\sqrt{7}}{2}$

(8) $x=\frac{-5\pm\sqrt{37}}{2}$ (9) $x=\frac{-1\pm\sqrt{17}}{4}$

(10) $x=4\pm3\sqrt{2}$

01 (1) $2x^2=8$에서 $x^2=4$

$\therefore x=\pm2$

(2) $3x^2-15=0$에서 $x^2=5$

$\therefore x=\pm\sqrt{5}$

(3) $\left(x-\frac{3}{4}\right)^2=\frac{81}{16}$에서 $x-\frac{3}{4}=\pm\frac{9}{4}$

$x-\frac{3}{4}=\frac{9}{4}$ 또는 $x-\frac{3}{4}=-\frac{9}{4}$

$\therefore x=3$ 또는 $x=-\frac{3}{2}$

(4) $3(x+8)^2=123$에서 $(x+8)^2=41$

$x+8=\pm\sqrt{41}$

$\therefore x=-8\pm\sqrt{41}$

(5) $5\left(x-\frac{1}{2}\right)^2-125=0$에서

$\left(x-\frac{1}{2}\right)^2=25$, $x-\frac{1}{2}=\pm5$

$x-\frac{1}{2}=5$ 또는 $x-\frac{1}{2}=-5$

$\therefore x=\frac{11}{2}$ 또는 $x=-\frac{9}{2}$

(6) $-4x(x-2)=8x-3$에서

$-4x^2+8x=8x-3$

$4x^2=3,\ x^2=\dfrac{3}{4}$

$\therefore x=\pm\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

(7) $(x-1)^2=4$에서 $x-1=\pm2$

$x-1=2$ 또는 $x-1=-2$

$\therefore x=3$ 또는 $x=-1$

(8) $3(x-4)^2=6$에서 $(x-4)^2=2$

$x-4=\pm\sqrt{2}\quad \therefore x=4\pm\sqrt{2}$

(9) $4(x+6)^2-20=0$에서 $(x+6)^2=5$

$x+6=\pm\sqrt{5}\quad \therefore x=-6\pm\sqrt{5}$

(10) $3(x+2)^2-147=0$에서 $(x+2)^2=49$

$x+2=\pm7$

$x+2=7$ 또는 $x+2=-7$

$\therefore x=5$ 또는 $x=-9$

02 (1) 상수항을 우변으로 이항하면

$x^2-3x=-1$

양변에 $\left(\dfrac{-3}{2}\right)^2=\dfrac{9}{4}$를 더하면

$x^2-3x+\dfrac{9}{4}=-1+\dfrac{9}{4}$

$\left(x-\dfrac{3}{2}\right)^2=\dfrac{5}{4},\ x-\dfrac{3}{2}=\pm\dfrac{\sqrt{5}}{2}$

$\therefore x=\dfrac{3\pm\sqrt{5}}{2}$

(2) 상수항을 우변으로 이항하면

$x^2-10x=-22$

양변에 $\left(\dfrac{-10}{2}\right)^2=25$를 더하면

$x^2-10x+25=-22+25$

$(x-5)^2=3,\ x-5=\pm\sqrt{3}$

$\therefore x=5\pm\sqrt{3}$

(3) 상수항을 우변으로 이항하면

$x^2+x=1$

양변에 $\left(\dfrac{1}{2}\right)^2=\dfrac{1}{4}$을 더하면

$x^2+x+\dfrac{1}{4}=1+\dfrac{1}{4}$

$\left(x+\dfrac{1}{2}\right)^2=\dfrac{5}{4},\ x+\dfrac{1}{2}=\pm\dfrac{\sqrt{5}}{2}$

$\therefore x=\dfrac{-1\pm\sqrt{5}}{2}$

(4) 양변을 2로 나누면

$x^2-2x-\dfrac{3}{2}=0$

상수항을 우변으로 이항하면

$x^2-2x=\dfrac{3}{2}$

양변에 $\left(\dfrac{-2}{2}\right)^2=1$을 더하면

$x^2-2x+1=\dfrac{3}{2}+1$

$(x-1)^2=\dfrac{5}{2},\ x-1=\pm\sqrt{\dfrac{5}{2}}=\pm\dfrac{\sqrt{10}}{2}$

$\therefore x=\dfrac{2\pm\sqrt{10}}{2}$

(5) 양변을 9로 나누면

$x^2+\dfrac{2}{3}x-\dfrac{1}{3}=0$

상수항을 우변으로 이항하면

$x^2+\dfrac{2}{3}x=\dfrac{1}{3}$

양변에 $\left(\dfrac{2}{3}\times\dfrac{1}{2}\right)^2=\dfrac{1}{9}$을 더하면

$x^2+\dfrac{2}{3}x+\dfrac{1}{9}=\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{9}$

$\left(x+\dfrac{1}{3}\right)^2=\dfrac{4}{9},\ x+\dfrac{1}{3}=\pm\dfrac{2}{3}$

$x+\dfrac{1}{3}=\dfrac{2}{3}$ 또는 $x+\dfrac{1}{3}=-\dfrac{2}{3}$

$\therefore x=\dfrac{1}{3}$ 또는 $x=-1$

(6) 양변을 2로 나누면

$x^2+\dfrac{5}{2}x-1=0$

상수항을 우변으로 이항하면

$x^2+\dfrac{5}{2}x=1$

양변에 $\left(\dfrac{5}{2}\times\dfrac{1}{2}\right)^2=\dfrac{25}{16}$를 더하면

$x^2+\dfrac{5}{2}x+\dfrac{25}{16}=1+\dfrac{25}{16}$

$\left(x+\dfrac{5}{4}\right)^2=\dfrac{41}{16}$

$x+\dfrac{5}{4}=\pm\dfrac{\sqrt{41}}{4}$

$\therefore x=\dfrac{-5\pm\sqrt{41}}{4}$

(7) 양변을 4로 나누면

$x^2+2x-\dfrac{3}{4}=0$

상수항을 우변으로 이항하면

$x^2+2x=\dfrac{3}{4}$

양변에 $\left(\dfrac{2}{2}\right)^2=1$을 더하면

$x^2+2x+1=\dfrac{3}{4}+1$

$(x+1)^2=\frac{7}{4},\ x+1=\pm\frac{\sqrt{7}}{2}$

$\therefore\ x=\frac{-2\pm\sqrt{7}}{2}$

(8) $3x^2=(2x-3)(x-1)$에서 $3x^2=2x^2-5x+3$

$x^2+5x-3=0$

상수항을 우변으로 이항하면

$x^2+5x=3$

양변에 $\left(\frac{5}{2}\right)^2=\frac{25}{4}$를 더하면

$x^2+5x+\frac{25}{4}=3+\frac{25}{4}$

$\left(x+\frac{5}{2}\right)^2=\frac{37}{4},\ x+\frac{5}{2}=\pm\frac{\sqrt{37}}{2}$

$\therefore\ x=\frac{-5\pm\sqrt{37}}{2}$

(9) 상수항을 우변으로 이항하면

$x^2+\frac{1}{2}x=1$

양변에 $\left(\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{16}$을 더하면

$x^2+\frac{1}{2}x+\frac{1}{16}=1+\frac{1}{16}$

$\left(x+\frac{1}{4}\right)^2=\frac{17}{16},\ x+\frac{1}{4}=\pm\frac{\sqrt{17}}{4}$

$\therefore\ x=\frac{-1\pm\sqrt{17}}{4}$

(10) 양변에 2를 곱하면

$x^2-8x-2=0$

상수항을 우변으로 이항하면

$x^2-8x=2$

양변에 $\left(\frac{-8}{2}\right)^2=16$을 더하면

$x^2-8x+16=2+16$

$(x-4)^2=18,\ x-4=\pm3\sqrt{2}$

$\therefore\ x=4\pm3\sqrt{2}$

이런 문제가 시험에 나온다 본문 127쪽

01 ⑤	**02** ③	**03** 1	**04** 9
05 $\frac{16}{9}$	**06** (1) -15 (2) -11 (3) 27		

01 $3x^2-5=0$에서 $3x^2=5$

$x^2=\frac{5}{3}\qquad\therefore\ x=\pm\sqrt{\frac{5}{3}}=\pm\frac{\sqrt{15}}{3}$

02 $(2x-1)^2-9=0$에서 $(2x-1)^2=9$

$2x-1=\pm3$

$2x-1=-3$ 또는 $2x-1=3$

$\therefore\ x=-1$ 또는 $x=2$

따라서 두 근의 합은 $-1+2=1$

03 $3(x-2)^2=k+1$이 중근을 가지려면

$k+1=0\qquad\therefore\ k=-1$

$3(x-2)^2=0$에서 $(x-2)^2=0$

$\therefore\ x=2$ (중근) $\qquad\therefore\ a=2$

$\therefore\ a+k=2-1=1$

04 $2x^2-8x+2=0$의 양변을 2로 나누면

$x^2-4x+1=0,\ x^2-4x=-1$

양변에 $\left(\frac{-4}{2}\right)^2=4$를 더하면

$x^2-4x+4=-1+4$

$(x-2)^2=3\qquad\therefore\ x=2\pm\sqrt{3}$

따라서 $A=4,\ B=2,\ C=3$이므로

$A+B+C=4+2+3=9$

05 $3x^2+4x-2=0$에서 $x^2+\frac{4}{3}x-\frac{2}{3}=0$

$x^2+\frac{4}{3}x=\frac{2}{3}$

양변에 $\left(\frac{4}{3}\times\frac{1}{2}\right)^2=\frac{4}{9}$를 더하면

$x^2+\frac{4}{3}x+\frac{4}{9}=\frac{2}{3}+\frac{4}{9}$

$\left(x+\frac{2}{3}\right)^2=\frac{10}{9}$

따라서 $A=\frac{2}{3},\ B=\frac{10}{9}$이므로

$A+B=\frac{2}{3}+\frac{10}{9}=\frac{16}{9}$

06 (1) $16(x+a)^2=b$에서 $(x+a)^2=\frac{b}{16}$

$x+a=\pm\frac{\sqrt{b}}{4}$

$\therefore\ x=-a\pm\frac{\sqrt{b}}{4}$

따라서 $a=-5,\ b=3$이므로

$ab=-5\times3=-15$

(2) $x^2-10x-2k=0$에서 $x^2-10x=2k$

양변에 $\left(\frac{-10}{2}\right)^2=25$를 더하면

$x^2-10x+25=2k+25$

$(x-5)^2=2k+25$

$\therefore\ x=5\pm\sqrt{2k+25}$

따라서 $2k+25=3$이므로 $k=-11$

(3) $9(x-4)^2=k$에서 $(x-4)^2=\dfrac{k}{9}$

$x-4=\pm\dfrac{\sqrt{k}}{3}$

$\therefore\ x=4\pm\dfrac{\sqrt{k}}{3}$

이때 두 근의 곱이 13이므로

$\left(4+\dfrac{\sqrt{k}}{3}\right)\left(4-\dfrac{\sqrt{k}}{3}\right)=13$

$16-\dfrac{k}{9}=13$

$\therefore\ k=27$

▶ 다른풀이

(1) $x=5\pm\dfrac{\sqrt{3}}{4}$에서 $x-5=\pm\dfrac{\sqrt{3}}{4}$

양변을 제곱하면 $(x-5)^2=\dfrac{3}{16}$

$\therefore\ 16(x-5)^2=3$

따라서 $a=-5$, $b=3$이므로

$ab=-5\times3=-15$

(2) $x=5\pm\sqrt{3}$에서 $x-5=\pm\sqrt{3}$

양변을 제곱하면 $(x-5)^2=3$

$\therefore\ x^2-10x+22=0$

따라서 $-2k=22$이므로 $k=-11$

1 Step (기본문제) 본문 128~129쪽

01 ①, ④ **02** ⑤ **03** ⑤ **04** ①, ④ **05** ④

06 $x=-5$ **07** 3 **08** ⑤

09 (가) $\dfrac{9}{16}$ (나) $\dfrac{3}{4}$ (다) $\dfrac{17}{16}$ (라) $\dfrac{-3\pm\sqrt{17}}{4}$

10 $\dfrac{7}{2}$ **11** -14

12 (1) $k=2$, $x=4$ (중근) (2) $k=12$, $x=2$ (중근)

13 (1) 6 (2) 8

01 ② 등호가 없으므로 방정식이 아니다.

③ $x^2-x-6=x^2+x+3$

$-2x-9=0$

따라서 이차방정식이 아니다.

⑤ $x^2-2x+1=x^2+3$

$-2x-2=0$

따라서 이차방정식이 아니다.

02 ⑤ $x=-3$을 $(x+1)(x+2)=2$에 대입하면

$(-3+1)(-3+2)=2$

03 ⑤ $x^2-5x+4=0$에 $x=-1$을 대입하면

$(-1)^2-5\times(-1)+4\neq0$

04 ① $x^2-2x+1=0$에서 $(x-1)^2=0$

$\therefore\ x=1$ (중근)

② $x^2-10x+9=0$에서 $(x-1)(x-9)=0$

$\therefore\ x=1$ 또는 $x=9$

③ $3x^2=9$에서 $x^2=3$ $\quad\therefore\ x=\pm\sqrt{3}$

④ $4x^2+12x+9=0$에서 $(2x+3)^2=0$

$\therefore\ x=-\dfrac{3}{2}$ (중근)

⑤ $(x-1)^2=25$에서 $x-1=\pm5$

$\therefore\ x=6$ 또는 $x=-4$

05 $3(2x-1)^2=9$에서 $(2x-1)^2=3$

$2x-1=\pm\sqrt{3}$, $2x=1\pm\sqrt{3}$

$\therefore\ x=\dfrac{1\pm\sqrt{3}}{2}$

06 $x^2+3x-10=0$에서 $(x+5)(x-2)=0$

$\therefore\ x=-5$ 또는 $x=2$

$2x^2+7x-15=0$에서 $(x+5)(2x-3)=0$

$\therefore\ x=-5$ 또는 $x=\dfrac{3}{2}$

따라서 공통인 근은 $x=-5$이다.

07 $2(x+a)^2=b$에서 $(x+a)^2=\dfrac{b}{2}$

$x+a=\pm\sqrt{\dfrac{b}{2}}$

$\therefore\ x=-a\pm\sqrt{\dfrac{b}{2}}$

따라서 $-a=3$, $\dfrac{b}{2}=3$이므로

$a=-3$, $b=6$

$\therefore\ a+b=3$

▶ 다른풀이

$x=3\pm\sqrt{3}$에서 $x-3=\pm\sqrt{3}$

양변을 제곱하면 $(x-3)^2=3$

$\therefore\ 2(x-3)^2=6$

따라서 $a=-3$, $b=6$이므로

$a+b=3$

08 $x^2-6x+9=0$에서 $(x-3)^2=0$

$\therefore x=3$ (중근)

$x=3$을 $2x^2-ax+3=0$에 대입하면

$2\times3^2-a\times3+3=0$

$\therefore a=7$

$a=7$을 $2x^2-ax+3=0$에 대입하면

$2x^2-7x+3=0$

$(2x-1)(x-3)=0$

$\therefore x=\frac{1}{2}$ 또는 $x=3$

따라서 다른 한 근은 $x=\frac{1}{2}$

09 $2x^2+3x-1=0$의 양변을 2로 나누면

$x^2+\frac{3}{2}x-\frac{1}{2}=0$, $x^2+\frac{3}{2}x=\frac{1}{2}$

양변에 $\left(\frac{3}{2}\times\frac{1}{2}\right)^2=\frac{9}{16}$를 더하면

$x^2+\frac{3}{2}x+\boxed{\frac{9}{16}}=\frac{1}{2}+\boxed{\frac{9}{16}}$

$\left(x+\boxed{\frac{3}{4}}\right)^2=\boxed{\frac{17}{16}}$

$\therefore x=\boxed{\frac{-3\pm\sqrt{17}}{4}}$

10 $2x^2-8x+5=0$에서 $x^2-4x+\frac{5}{2}=0$

$x^2-4x=-\frac{5}{2}$

양변에 $\left(\frac{-4}{2}\right)^2=4$를 더하면

$x^2-4x+4=-\frac{5}{2}+4$

$(x-2)^2=\frac{3}{2}$

따라서 $a=2$, $b=\frac{3}{2}$이므로

$a+b=\frac{7}{2}$

11 $x=-3$을 $2x^2+ax-6=0$에 대입하면

$2\times(-3)^2+a\times(-3)-6=0$

$\therefore a=4$

$x=-3$을 $x^2-3x-b=0$에 대입하면

$(-3)^2-3\times(-3)-b=0$

$\therefore b=18$

$\therefore a-b=4-18=-14$

12 (1) $x^2-8x+6k+4=0$이 중근을 가지려면

$6k+4=\left(\frac{-8}{2}\right)^2=16$

$\therefore k=2$

$k=2$를 $x^2-8x+6k+4=0$에 대입하면

$x^2-8x+16=0$, $(x-4)^2=0$

$\therefore x=4$ (중근)

(2) $3x^2-12x+k=0$의 양변을 3으로 나누면

$x^2-4x+\frac{k}{3}=0$

$x^2-4x+\frac{k}{3}=0$이 중근을 가지려면

$\frac{k}{3}=\left(\frac{-4}{2}\right)^2=4$

$\therefore k=12$

$k=12$를 $3x^2-12x+k=0$에 대입하면

$3x^2-12x+12=0$, $x^2-4x+4=0$

$(x-2)^2=0$ $\quad\therefore x=2$ (중근)

13 (1) $x=p$를 $x^2-6x-1=0$에 대입하면

$p^2-6p-1=0$

양변을 $p(p\neq0)$로 나누면

$p-6-\frac{1}{p}=0$ $\quad\therefore p-\frac{1}{p}=6$

(2) $x=a$를 $x^2+5x-10=0$에 대입하면

$a^2+5a-10=0$

$a^2+5a=10$

$\therefore a^2+5a-2=10-2=8$

2 Step (발전문제) 본문 130~131쪽

01 ⑤	**02** 64	**03** ①	**04** $\frac{5}{2}$	**05** ②
06 8	**07** 2	**08** ①	**09** ①	
10 $x=7$	**11** -12	**12** ④	**13** -12	
14 (1) $a=2$, $x=2$ (2) $x=5$				

01 $2x^2-4x=-1$의 양변을 2로 나누면

$x^2-2x=-\frac{1}{2}$

양변에 $\left(\frac{-2}{2}\right)^2=1$을 더하면

$x^2-2x+1=-\frac{1}{2}+1$

$(x-1)^2=\frac{1}{2}$, $x-1=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\therefore x=\frac{2\pm\sqrt{2}}{2}$

따라서 $a=2$, $b=2$이므로

$ab=4$

02 $16(x-3)^2=k$에서 $(x-3)^2=\frac{k}{16}$

$x-3=\pm\frac{\sqrt{k}}{4}$ $\qquad \therefore x=3\pm\frac{\sqrt{k}}{4}$

두 근의 곱이 5이므로

$\left(3+\frac{\sqrt{k}}{4}\right)\left(3-\frac{\sqrt{k}}{4}\right)=5$

$9-\frac{k}{16}=5$

$\therefore k=64$

03 $\left(x+\frac{1}{2}\right)^2-k+3=0$에서

$\left(x+\frac{1}{2}\right)^2=k-3$

이차방정식이 해를 갖기 위해서는

$k-3\geq 0$ $\qquad \therefore k\geq 3$

따라서 k의 값으로 옳지 않은 것은 ①이다.

04 $x^2+3x+2=0$에서 $(x+1)(x+2)=0$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=-2$

$3x^2+x-10=0$에서 $(3x-5)(x+2)=0$

$\therefore x=\frac{5}{3}$ 또는 $x=-2$

따라서 공통인 근은 $x=-2$이므로 $x=-2$를

$3x^2+2mx-2=0$에 대입하면

$3\times(-2)^2+2m\times(-2)-2=0$

$\therefore m=\frac{5}{2}$

05 $x^2-6x+k^2+2k-6=0$이 중근을 가지므로

$k^2+2k-6=\left(\frac{-6}{2}\right)^2$

$k^2+2k-15=0$

$(k+5)(k-3)=0$

$\therefore k=-5$ 또는 $k=3$

그런데 $k>0$이므로 $k=3$

06 $3A=2B$에서

$3(x^2-3x-18)=2(x^2-2x-15)$

$x^2-5x-24=0$

$(x+3)(x-8)=0$

$\therefore x=-3$ 또는 $x=8$ $\qquad \cdots\cdots$ ㉠

이때 $B\neq 0$에서 $x^2-2x-15\neq 0$

$(x+3)(x-5)\neq 0$

$\therefore x\neq -3$이고 $x\neq 5$ $\qquad \cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서 $x=8$

07 $x^2+(3k-2)x+2k=0$이 중근을 가지려면

$2k=\left(\frac{3k-2}{2}\right)^2$, $2k=\frac{9k^2-12k+4}{4}$

$9k^2-20k+4=0$, $(k-2)(9k-2)=0$

$\therefore k=2$ 또는 $k=\frac{2}{9}$

이때 k는 자연수이므로

$k=2$

08 $x^2-12x+8a-4=0$이 중근을 가지므로

$8a-4=\left(\frac{-12}{2}\right)^2=36$

$\therefore a=5$

$a=5$를 $x^2-12x+8a-4=0$에 대입하면

$x^2-12x+36=0$

$(x-6)^2=0$ $\qquad \therefore x=6$ (중근)

$\therefore b=6$

$\therefore b-a=6-5=1$

09 $x^2+ax+2-4a=0$에 $x=-5$를 대입하면

$(-5)^2+a\times(-5)+2-4a=0$

$\therefore a=3$

$a=3$을 $x^2+ax+2-4a=0$에 대입하면

$x^2+3x-10=0$, $(x-2)(x+5)=0$

따라서 다른 한 근은 $x=2$이다.

$x=2$가 $x^2+bx+c=0$의 중근이므로

$x^2+bx+c=(x-2)^2=x^2-4x+4$

$\therefore b=-4$, $c=4$

$\therefore a+b+c=3-4+4=3$

10 이차방정식 $x^2-4x+k=0$이 중근을 가지려면

$k=\left(\frac{-4}{2}\right)^2=4$

$k=4$를 $x^2+(k-14)x+21=0$에 대입하면

$x^2-10x+21=0$, $(x-3)(x-7)=0$

$\therefore x=3$ 또는 $x=7$

$k=4$를 $2x^2-(3k+1)x-7=0$에 대입하면

$2x^2-13x-7=0$, $(2x+1)(x-7)=0$

$\therefore x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=7$

따라서 공통인 근은 $x=7$이다.

11 $x=3$을 $x^2+2x+a=0$에 대입하면

$3^2+2\times3+a=0$

$\therefore a=-15$

또, 이차방정식 $x^2+bx+c=0$이 중근 $x=3$을 가지므로

$x^2+bx+c=(x-3)^2=x^2-6x+9$

$\therefore b=-6,\ c=9$

$\therefore a+b+c=-15-6+9=-12$

12 $2x^2+9xy-5y^2=0$에서

$(2x-y)(x+5y)=0$

$\therefore x=\frac{y}{2}$ 또는 $x=-5y$

그런데 $xy<0$이므로 $x=-5y$

$\therefore \frac{x^2-5y^2}{xy}=\frac{25y^2-5y^2}{-5y^2}=\frac{20y^2}{-5y^2}$

$=-4$

13 $x=p$를 $x^2+3x-1=0$에 대입하면

$p^2+3p-1=0 \qquad \therefore p^2+3p=1$

또, $x=q$를 $x^2-5x-2=0$에 대입하면

$q^2-5q-2=0 \qquad \therefore q^2-5q=2$

$\therefore (2p^2+6p-5)(q^2-5q+2)$

$=\{2(p^2+3p)-5\}(q^2-5q+2)$

$=(2\times1-5)\times(2+2)$

$=-12$

14 (1) 주어진 방정식이 x에 관한 이차방정식이므로

$a-1\neq0 \qquad \therefore a\neq1$

$x=1$을 $(a-1)x^2-(a^2-1)x+2(a-1)=0$에 대입하면

$a-1-a^2+1+2a-2=0$

$a^2-3a+2=0$

$(a-1)(a-2)=0$

$\therefore a=1$ 또는 $a=2$

그런데 $a\neq1$이므로 $a=2$

$a=2$를 $(a-1)x^2-(a^2-1)x+2(a-1)=0$에 대입하면

$x^2-3x+2=0$

$(x-1)(x-2)=0$

$\therefore x=1$ 또는 $x=2$

따라서 다른 한 근은 $x=2$

(2) $x=-2$를 $a(x+1)(x-4)+b=0$에 대입하면

$a(-2+1)(-2-4)+b=0$

$6a+b=0 \qquad \therefore b=-6a \qquad \cdots\cdots$ ㉠

㉠을 $a(x+1)(x-4)+b=0$에 대입하면

$a(x+1)(x-4)-6a=0 \qquad \cdots\cdots$ ㉡

$a\neq0$이므로 ㉡의 양변을 a로 나누면

$(x+1)(x-4)-6=0$

$x^2-3x-10=0$

$(x+2)(x-5)=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=5$

따라서 다른 한 근은 $x=5$

3 Step (실력UP) 본문 132쪽

01 $a\neq-2$이고 $a\neq4$	02 ①	03 ③
04 -2	05 ③	06 (1) 5 (2) 0 (3) 59

01 $(a^2-2a)x^2+ax-2=8x^2+x$에서

$(a^2-2a-8)x^2+(a-1)x-2=0$

이때 주어진 방정식이 이차방정식이 되려면

$a^2-2a-8\neq0,\ (a+2)(a-4)\neq0$

$\therefore a\neq-2$이고 $a\neq4$

02 (i) $x\geq0$일 때, $|x|=x$이므로 주어진 방정식은

$x^2-4x+3=0$

$(x-1)(x-3)=0$

$\therefore x=1$ 또는 $x=3$

(ii) $x<0$일 때, $|x|=-x$이므로 주어진 방정식은

$x^2+4x+3=0$

$(x+1)(x+3)=0$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=-3$

(i), (ii)에서 모든 근의 곱은

$1\times3\times(-1)\times(-3)=9$

03 $(x-1)(x-a)=0$에서 $x=1$ 또는 $x=a$

두 이차방정식의 해가 서로 같으므로 $x=1$을 $x^2+2bx-5=0$에 대입하면

$1+2b-5=0 \qquad \therefore b=2$

$b=2$를 $x^2+2bx-5=0$에 대입하면

$x^2+4x-5=0,\ (x+5)(x-1)=0$

$\therefore x=-5$ 또는 $x=1$

따라서 $a=-5$이므로

$a+b=-5+2=-3$

04 $ax+2y=4$의 그래프가 점 $(a+4,\ a^2)$을 지나므로
$a(a+4)+2a^2=4$
$3a^2+4a-4=0,\ (a+2)(3a-2)=0$
$\therefore a=-2$ 또는 $a=\frac{2}{3}$
이때 일차방정식 $ax+2y=4$, 즉 $y=-\frac{a}{2}x+2$의 그래프가 제4사분면을 지나지 않아야 하므로
(기울기)$=-\frac{a}{2}\geq 0$, 즉 $a\leq 0$이어야 하므로
$a=-2$

05 $\langle x\rangle^2-\langle x\rangle-6=0$에서
$(\langle x\rangle+2)(\langle x\rangle-3)=0$
$\therefore \langle x\rangle=-2$ 또는 $\langle x\rangle=3$
그런데 약수의 개수는 음수가 될 수 없으므로
$\langle x\rangle=3$
약수의 개수가 3개인 것은 소수의 제곱인 수이므로 30 이하의 자연수 중에서는 4, 9, 25의 3개이다.

06 (1) $x=k$를 $x^2+x-1=0$에 대입하면
$k^2+k-1=0$에서
$1-k^2=k,\ 1-k=k^2$
$\therefore \frac{2k}{1-k^2}+\frac{3k^2}{1-k}=\frac{2k}{k}+\frac{3k^2}{k^2}$
$=2+3=5$
(2) $x=\alpha$를 $2x^2+x-2=0$에 대입하면
$2\alpha^2+\alpha-2=0$
$\therefore 4\alpha^5+2\alpha^4-4\alpha^3+2\alpha^2+\alpha-2$
$=2\alpha^3(2\alpha^2+\alpha-2)+(2\alpha^2+\alpha-2)$
$=(2\alpha^2+\alpha-2)(2\alpha^3+1)$
$=0\times(2\alpha^3+1)$
$=0$
(3) $x=\alpha$를 $x^2-6x+1=0$에 대입하면
$\alpha^2-6\alpha+1=0$ ...... ㉠
㉠의 양변을 $\alpha(\alpha\neq 0)$로 나누면
$\alpha-6+\frac{1}{\alpha}=0 \qquad \therefore \alpha+\frac{1}{\alpha}=6$
$\therefore \alpha^2+5\alpha-5+\frac{5}{\alpha}+\frac{1}{\alpha^2}$
$=\left(\alpha^2+\frac{1}{\alpha^2}\right)+5\left(\alpha+\frac{1}{\alpha}\right)-5$
$=\left\{\left(\alpha+\frac{1}{\alpha}\right)^2-2\right\}+5\left(\alpha+\frac{1}{\alpha}\right)-5$
$=6^2-2+5\times 6-5$
$=59$

서술형 대비 문제

본문 133~134쪽

1 $x=\frac{9\pm\sqrt{21}}{6}$	**2** $\frac{21}{2}$	**3** -3
4 $a=-3,\ x=-\frac{4}{5}$	**5** -2	**6** 13

1 1단계 $3x^2-9x+5=0$에서 양변을 3으로 나누면
$x^2-3x+\frac{5}{3}=0,\ x^2-3x=-\frac{5}{3}$
$x^2-3x+\left(\frac{-3}{2}\right)^2=-\frac{5}{3}+\left(\frac{-3}{2}\right)^2$
$\left(x-\frac{3}{2}\right)^2=\frac{7}{12}$
2단계 $x-\frac{3}{2}=\pm\frac{\sqrt{21}}{6}$
$\therefore x=\frac{9\pm\sqrt{21}}{6}$

2 1단계 $x=-\frac{1}{2}$을 $x^2+ax+1=0$에 대입하면
$\left(-\frac{1}{2}\right)^2+a\times\left(-\frac{1}{2}\right)+1=0$
$\therefore a=\frac{5}{2}$
2단계 즉, $x^2+ax+1=0$은 $x^2+\frac{5}{2}x+1=0$이므로
$2x^2+5x+2=0,\ (2x+1)(x+2)=0$
$\therefore x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=-2$
따라서 다른 한 근은 $x=-2$이다.
$x=-2$를 $3x^2+2x+b=0$에 대입하면
$3\times(-2)^2+2\times(-2)+b=0 \qquad \therefore b=-8$
3단계 $\therefore a-b=\frac{5}{2}+8=\frac{21}{2}$

3 1단계 $(x+3)^2=4(x+6)$에서
$x^2+2x-15=0$
$(x+5)(x-3)=0$
$\therefore x=-5$ 또는 $x=3$ ...... ㉠
또, $x^2+3x-18=0$에서
$(x-3)(x+6)=0$
$\therefore x=3$ 또는 $x=-6$ ...... ㉡
2단계 ㉠, ㉡에서 공통인 근은 $x=3$
따라서 세 이차방정식의 공통인 근은 $x=3$이다.
3단계 $x=3$을 $2x^2+mx-9=0$에 대입하면
$2\times 3^2+3m-9=0$
$\therefore m=-3$

단계		채점요소	배점
1		두 이차방정식 $(x+3)^2=4(x+6)$, $x^2+3x-18=0$ 풀기	2점
2		공통인 근 구하기	1점
3		m의 값 구하기	2점

4 1단계 주어진 방정식이 이차방정식이므로

$a-2\neq0$ $\quad\therefore a\neq2$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠

$x=-1$을 $(a-2)x^2-a^2x-4=0$에 대입하면

$(a-2)\times(-1)^2-a^2\times(-1)-4=0$

$a^2+a-6=0$, $(a+3)(a-2)=0$

$\therefore a=-3$ 또는 $a=2$ $\quad\cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서 $a=-3$

2단계 $a=-3$을 $(a-2)x^2-a^2x-4=0$에 대입하면

$-5x^2-9x-4=0$, $5x^2+9x+4=0$

$(5x+4)(x+1)=0$

$\therefore x=-\frac{4}{5}$ 또는 $x=-1$

3단계 따라서 이차방정식의 다른 한 근은

$x=-\frac{4}{5}$

단계	채점요소	배점
1	a의 값 구하기	3점
2	이차방정식 풀기	2점
3	다른 한 근 구하기	1점

5 1단계 $(x+3)^2=k(x+4)$에서

$x^2+6x+9=kx+4k$

$x^2+(6-k)x+9-4k=0$

중근을 가지려면

$\left(\frac{6-k}{2}\right)^2=9-4k$

$k^2+4k=0$, $k(k+4)=0$

$\therefore k=0$ 또는 $k=-4$

그런데 $k\neq0$이므로 $k=-4$

2단계 $k=-4$를 $2x^2-(k-3)x+k=0$에 대입하면

$2x^2+7x-4=0$

$(x+4)(2x-1)=0$

$\therefore x=-4$ 또는 $x=\frac{1}{2}$

3단계 따라서 두 근의 곱은

$-4\times\frac{1}{2}=-2$

단계	채점요소	배점
1	k의 값 구하기	4점
2	이차방정식 $2x^2-(k-3)x+k=0$ 풀기	2점
3	두 근의 곱 구하기	1점

6 1단계 일차항의 계수와 상수항을 바꾸어 놓은 이차방정식은

$x^2+2ax+a+2=0$

$x=-1$이 $x^2+2ax+a+2=0$의 한 근이므로

$(-1)^2+2a\times(-1)+a+2=0$

$\therefore a=3$

2단계 따라서 처음 이차방정식은

$x^2+(a+2)x+2a=0$에 $a=3$을 대입하면

$x^2+5x+6=0$

3단계 $(x+2)(x+3)=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=-3$

$\therefore \alpha^2+\beta^2=(-2)^2+(-3)^2=13$

단계	채점요소	배점
1	a의 값 구하기	3점
2	처음 이차방정식 구하기	3점
3	$\alpha^2+\beta^2$의 값 구하기	2점

2 이차방정식의 활용

01 이차방정식의 근의 공식

개념원리 확인하기

본문 138쪽

01 (1) $x=\dfrac{-(-7)\pm\sqrt{(-7)^2-4\times2\times4}}{2\times2}=\dfrac{7\pm\sqrt{17}}{4}$

(2) $x=\dfrac{-5\pm\sqrt{41}}{4}$ (3) $x=\dfrac{5\pm\sqrt{73}}{8}$

(4) $x=\dfrac{1\pm\sqrt{61}}{6}$

02 (1) $b'=-3$,

$x=\dfrac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-5\times(-2)}}{5}=\dfrac{3\pm\sqrt{19}}{5}$

(2) $x=-2\pm\sqrt{6}$ (3) $x=\dfrac{1\pm\sqrt{7}}{2}$

(4) $x=\dfrac{-4\pm\sqrt{30}}{2}$

03 (1) ① $t^2-4t-5=0$ ② $(t+1)(t-5)=0$, -1, 5

③ 2, 8

(2) $x=0$ 또는 $x=-3$ (3) $x=\dfrac{2}{3}$ 또는 $x=2$

01 (2) $2x^2+5x-2=0$ ⇨ $a=2$, $b=5$, $c=-2$

$\therefore x=\dfrac{-5\pm\sqrt{5^2-4\times2\times(-2)}}{2\times2}$

$=\dfrac{-5\pm\sqrt{41}}{4}$

(3) $4x^2-5x-3=0$ ⇨ $a=4$, $b=-5$, $c=-3$

$\therefore x=\dfrac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4\times4\times(-3)}}{2\times4}$

$=\dfrac{5\pm\sqrt{73}}{8}$

(4) $3x^2-x-5=0$ ⇨ $a=3$, $b=-1$, $c=-5$

$\therefore x=\dfrac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-4\times3\times(-5)}}{2\times3}$

$=\dfrac{1\pm\sqrt{61}}{6}$

02 (2) $x^2+4x-2=0$ ⇨ $a=1$, $b'=2$, $c=-2$

$\therefore x=\dfrac{-2\pm\sqrt{2^2-1\times(-2)}}{1}=-2\pm\sqrt{6}$

(3) $2x^2-2x-3=0$ ⇨ $a=2$, $b'=-1$, $c=-3$

$\therefore x=\dfrac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-2\times(-3)}}{2}$

$=\dfrac{1\pm\sqrt{7}}{2}$

(4) $2x^2+8x-7=0$ ⇨ $a=2$, $b'=4$, $c=-7$

$\therefore x=\dfrac{-4\pm\sqrt{4^2-2\times(-7)}}{2}=\dfrac{-4\pm\sqrt{30}}{2}$

03 (2) $x+2=t$로 치환하면

$t^2-t-2=0$, $(t-2)(t+1)=0$

$\therefore t=2$ 또는 $t=-1$

즉, $x+2=2$ 또는 $x+2=-1$

$\therefore x=0$ 또는 $x=-3$

(3) $x-1=t$로 치환하면

$\dfrac{1}{2}t^2-\dfrac{1}{3}t-\dfrac{1}{6}=0$

양변에 6을 곱하면

$3t^2-2t-1=0$, $(3t+1)(t-1)=0$

$\therefore t=-\dfrac{1}{3}$ 또는 $t=1$

즉, $x-1=-\dfrac{1}{3}$ 또는 $x-1=1$

$\therefore x=\dfrac{2}{3}$ 또는 $x=2$

핵심문제 익히기 (확인문제)

본문 139~141쪽

1 (1) $x=-1$ 또는 $x=4$ (2) $x=\dfrac{5\pm\sqrt{37}}{6}$

(3) $x=\dfrac{-2\pm\sqrt{2}}{2}$ (4) $x=\dfrac{-3\pm\sqrt{21}}{4}$

2 -1

3 (1) $x=-2\pm\sqrt{2}$ (2) $x=\dfrac{4\pm\sqrt{10}}{3}$

(3) $x=\dfrac{3\pm\sqrt{3}}{6}$ (4) $x=\dfrac{3}{2}$ (중근)

4 9

5 (1) $x=\dfrac{-3\pm\sqrt{21}}{2}$ (2) $x=\dfrac{1\pm\sqrt{61}}{2}$

(3) $x=\dfrac{-3\pm\sqrt{193}}{4}$ (4) $x=\dfrac{5\pm\sqrt{65}}{20}$

(5) $x=\dfrac{1}{6}$ 또는 $x=2$ (6) $x=-\dfrac{8}{3}$ 또는 $x=2$

6 $\sqrt{6}$ **7** $\dfrac{2}{3}$

1 (1) 근의 공식에 $a=1$, $b=-3$, $c=-4$를 대입하면

$x=\dfrac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-4\times1\times(-4)}}{2\times1}$

$=\dfrac{3\pm\sqrt{25}}{2}=\dfrac{3\pm5}{2}$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=4$

(2) 근의 공식에 $a=3$, $b=-5$, $c=-1$을 대입하면

$$x=\frac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4\times3\times(-1)}}{2\times3}$$
$$=\frac{5\pm\sqrt{37}}{6}$$

(3) 근의 공식에 $a=2$, $b=4$, $c=1$을 대입하면

$$x=\frac{-4\pm\sqrt{4^2-4\times2\times1}}{2\times2}=\frac{-4\pm\sqrt{8}}{4}$$
$$=\frac{-4\pm2\sqrt{2}}{4}=\frac{-2\pm\sqrt{2}}{2}$$

(4) 근의 공식에 $a=4$, $b=6$, $c=-3$을 대입하면

$$x=\frac{-6\pm\sqrt{6^2-4\times4\times(-3)}}{2\times4}=\frac{-6\pm\sqrt{84}}{8}$$
$$=\frac{-6\pm2\sqrt{21}}{8}=\frac{-3\pm\sqrt{21}}{4}$$

2 근의 공식에 $a=2$, $b=-3$, $c=k$를 대입하면

$$x=\frac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-4\times2\times k}}{2\times2}$$
$$=\frac{3\pm\sqrt{9-8k}}{4}$$

따라서 $9-8k=17$이므로

$k=-1$

3 (1) 짝수 공식에 $a=1$, $b'=2$, $c=2$를 대입하면

$$x=\frac{-2\pm\sqrt{2^2-1\times2}}{1}=-2\pm\sqrt{2}$$

(2) 양변에 -1을 곱하면

$3x^2-8x+2=0$

짝수 공식에 $a=3$, $b'=-4$, $c=2$를 대입하면

$$x=\frac{-(-4)\pm\sqrt{(-4)^2-3\times2}}{3}$$
$$=\frac{4\pm\sqrt{10}}{3}$$

(3) 짝수 공식에 $a=6$, $b'=-3$, $c=1$을 대입하면

$$x=\frac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-6\times1}}{6}$$
$$=\frac{3\pm\sqrt{3}}{6}$$

(4) 짝수 공식에 $a=4$, $b'=-6$, $c=9$를 대입하면

$$x=\frac{-(-6)\pm\sqrt{(-6)^2-4\times9}}{4}$$
$$=\frac{3}{2}\ (\text{중근})$$

4 짝수 공식에 $a=k$, $b'=-3$, $c=-1$을 대입하면

$$x=\frac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-k\times(-1)}}{k}$$

따라서 $\dfrac{3\pm\sqrt{9+k}}{k}=\dfrac{1\pm\sqrt{2}}{3}=\dfrac{3\pm3\sqrt{2}}{9}=\dfrac{3\pm\sqrt{18}}{9}$

이므로

$k=9$

5 (1) $3(x-2)^2=7x^2$에서 $3(x^2-4x+4)=7x^2$

$4x^2+12x-12=0$

$x^2+3x-3=0$

$$\therefore x=\frac{-3\pm\sqrt{3^2-4\times1\times(-3)}}{2\times1}$$
$$=\frac{-3\pm\sqrt{21}}{2}$$

(2) 양변에 분모의 최소공배수 15를 곱하면

$3x(x-1)=5(x-3)(x+2)$

$2x^2-2x-30=0$

$x^2-x-15=0$

$$\therefore x=\frac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-4\times1\times(-15)}}{2\times1}$$
$$=\frac{1\pm\sqrt{61}}{2}$$

(3) 양변에 분모의 최소공배수 6을 곱하면

$2(x^2-2)+3(x-6)=1$

$2x^2+3x-23=0$

$$\therefore x=\frac{-3\pm\sqrt{3^2-4\times2\times(-23)}}{2\times2}$$
$$=\frac{-3\pm\sqrt{193}}{4}$$

(4) 양변에 10을 곱하면

$10x^2-5x-1=0$

$$\therefore x=\frac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4\times10\times(-1)}}{2\times10}$$
$$=\frac{5\pm\sqrt{65}}{20}$$

(5) 양변에 10을 곱하면

$2(3x-1)^2=10x(1.2x+0.1)$

$18x^2-12x+2=12x^2+x$

$6x^2-13x+2=0$, $(6x-1)(x-2)=0$

$\therefore x=\dfrac{1}{6}$ 또는 $x=2$

(6) $x+3=t$로 치환하면

$3t^2-16t+5=0$, $(3t-1)(t-5)=0$

$\therefore t=\dfrac{1}{3}$ 또는 $t=5$

즉, $x+3=\dfrac{1}{3}$ 또는 $x+3=5$

$\therefore x=-\dfrac{8}{3}$ 또는 $x=2$

6 양변에 분모의 최소공배수 8을 곱하면

$2x(x+4)-4x=1,\ 2x^2+4x-1=0$

$\therefore x=\dfrac{-2\pm\sqrt{6}}{2}$

따라서 $\alpha=\dfrac{-2+\sqrt{6}}{2},\ \beta=\dfrac{-2-\sqrt{6}}{2}$이므로

$\alpha-\beta=\dfrac{-2+\sqrt{6}}{2}-\dfrac{-2-\sqrt{6}}{2}$

$=\sqrt{6}$

7 $x-y=t$로 치환하면

$3t^2+7t-6=0,\ (3t-2)(t+3)=0$

$\therefore t=\dfrac{2}{3}$ 또는 $t=-3$

$\therefore x-y=\dfrac{2}{3}\ (\because x-y>0)$

계산력 강화하기 본문 142쪽

01 (1) $x=\dfrac{-1\pm\sqrt{5}}{2}$ (2) $x=\dfrac{-7\pm\sqrt{29}}{10}$

(3) $x=\dfrac{-5\pm\sqrt{33}}{4}$ (4) $x=\dfrac{5\pm\sqrt{29}}{2}$

(5) $x=\dfrac{-2\pm\sqrt{2}}{3}$ (6) $x=1\pm\sqrt{3}$

(7) $x=2\pm\sqrt{3}$ (8) $x=2\pm2\sqrt{3}$

(9) $x=\dfrac{-4\pm\sqrt{70}}{6}$ (10) $x=\dfrac{1\pm\sqrt{11}}{3}$

(11) $x=-\dfrac{1}{2}$ 또는 $x=\dfrac{5}{4}$

(12) $x=\dfrac{-5\pm\sqrt{29}}{4}$ (13) $x=\dfrac{4\pm\sqrt{46}}{3}$

(14) $x=\dfrac{6\pm\sqrt{31}}{5}$ (15) $x=\dfrac{1\pm\sqrt{41}}{10}$

(16) $x=\dfrac{-9\pm3\sqrt{13}}{2}$ (17) $x=\dfrac{5\pm\sqrt{37}}{3}$

(18) $x=\dfrac{6\pm2\sqrt{3}}{3}$ (19) $x=\dfrac{3\pm\sqrt{5}}{4}$

(20) $x=-\dfrac{7}{5}$ 또는 $x=0$ (21) $x=\dfrac{9}{7}$ 또는 $x=\dfrac{3}{7}$

01 (3) $2x^2=1-5x$에서 $2x^2+5x-1=0$

$\therefore x=\dfrac{-5\pm\sqrt{5^2-4\times2\times(-1)}}{2\times2}=\dfrac{-5\pm\sqrt{33}}{4}$

(4) $2x^2-1=x(x+5)$에서 $2x^2-1=x^2+5x$

$x^2-5x-1=0$

$\therefore x=\dfrac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4\times1\times(-1)}}{2\times1}$

$=\dfrac{5\pm\sqrt{29}}{2}$

(7) $x^2-4x=-1$에서 $x^2-4x+1=0$

$\therefore x=\dfrac{-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-1\times1}}{1}$

$=2\pm\sqrt{3}$

(8) $5(x-1)^2+7x=(2x-3)(3x+1)$에서

$5(x^2-2x+1)+7x=6x^2-7x-3$

$x^2-4x-8=0$

$\therefore x=\dfrac{-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-1\times(-8)}}{1}$

$=2\pm\sqrt{12}$

$=2\pm2\sqrt{3}$

(9) 양변에 분모의 최소공배수 12를 곱하면

$6x^2+8x-9=0$

$\therefore x=\dfrac{-4\pm\sqrt{4^2-6\times(-9)}}{6}$

$=\dfrac{-4\pm\sqrt{70}}{6}$

(10) 양변에 분모의 최소공배수 12를 곱하면

$9x^2-6x-10=0$

$\therefore x=\dfrac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-9\times(-10)}}{9}$

$=\dfrac{3\pm\sqrt{99}}{9}=\dfrac{1\pm\sqrt{11}}{3}$

(11) 양변에 분모의 최소공배수 6을 곱하면

$8x^2-6x-5=0$

$(2x+1)(4x-5)=0$

$\therefore x=-\dfrac{1}{2}$ 또는 $x=\dfrac{5}{4}$

(12) 양변에 10을 곱하면

$4x^2+10x-1=0$

$\therefore x=\dfrac{-5\pm\sqrt{5^2-4\times(-1)}}{4}$

$=\dfrac{-5\pm\sqrt{29}}{4}$

(13) 양변에 10을 곱하면

$3x^2-8x-10=0$

$\therefore x=\dfrac{-(-4)\pm\sqrt{(-4)^2-3\times(-10)}}{3}$

$=\dfrac{4\pm\sqrt{46}}{3}$

(14) 양변에 10을 곱하면

$10(x^2-2x+1)=4(x+2)$

$10x^2-20x+10=4x+8$

$5x^2-12x+1=0$

$\therefore x=\dfrac{-(-6)\pm\sqrt{(-6)^2-5\times1}}{5}$

$=\dfrac{6\pm\sqrt{31}}{5}$

(15) 양변에 10을 곱하면

$10x^2-2x-4=0,\ 5x^2-x-2=0$

$\therefore x=\dfrac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-4\times5\times(-2)}}{2\times5}$

$=\dfrac{1\pm\sqrt{41}}{10}$

(16) 양변에 6을 곱하면

$x^2+9x=9,\ x^2+9x-9=0$

$\therefore x=\dfrac{-9\pm\sqrt{9^2-4\times1\times(-9)}}{2\times1}$

$=\dfrac{-9\pm\sqrt{117}}{2}$

$=\dfrac{-9\pm3\sqrt{13}}{2}$

(17) 양변에 6을 곱하면

$(x-2)(3x+2)=6x,\ 3x^2-4x-4=6x$

$3x^2-10x-4=0$

$\therefore x=\dfrac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-3\times(-4)}}{3}$

$=\dfrac{5\pm\sqrt{37}}{3}$

(18) 양변에 100을 곱하면

$5x^2-12x=(x+2)(2x-4)$

$5x^2-12x=2x^2-8$

$3x^2-12x+8=0$

$\therefore x=\dfrac{-(-6)\pm\sqrt{(-6)^2-3\times8}}{3}$

$=\dfrac{6\pm2\sqrt{3}}{3}$

(19) $x-2=t$로 치환하면

$4t^2+10t+5=0$

$\therefore t=\dfrac{-5\pm\sqrt{5^2-4\times5}}{4}$

$=\dfrac{-5\pm\sqrt{5}}{4}$

즉, $x-2=\dfrac{-5\pm\sqrt{5}}{4}$이므로

$x=\dfrac{3\pm\sqrt{5}}{4}$

(20) 양변에 10을 곱하면

$5(x+1)^2-3(x+1)-2=0$

$5(x^2+2x+1)-3x-3-2=0$

$5x^2+7x=0,\ x(5x+7)=0$

$\therefore x=0$ 또는 $x=-\dfrac{7}{5}$

(21) $7x-5=t$로 치환하면

$t^2-2t-8=0,\ (t-4)(t+2)=0$

$\therefore t=4$ 또는 $t=-2$

즉, $7x-5=4$ 또는 $7x-5=-2$

$\therefore x=\dfrac{9}{7}$ 또는 $x=\dfrac{3}{7}$

이런 문제가 시험에 나온다 본문 143쪽

01 ③ **02** ③ **03** ② **04** ②

05 (1) $x=0$ 또는 $x=\dfrac{2}{3}$ (2) $x=\dfrac{1\pm\sqrt{7}}{3}$

(3) $x=\dfrac{-3\pm\sqrt{21}}{3}$ (4) $x=\dfrac{1}{2}$ 또는 $x=0$

06 -5

01 $x=\dfrac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4\times3\times k}}{2\times3}=\dfrac{5\pm\sqrt{25-12k}}{6}$

$=\dfrac{5\pm\sqrt{37}}{6}$

따라서 $25-12k=37$이므로

$k=-1$

02 양변에 분모의 최소공배수 15를 곱하면

$3x^2-6x-5=0$

$\therefore x=\dfrac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-3\times(-5)}}{3}$

$=\dfrac{3\pm\sqrt{24}}{3}=\dfrac{3\pm2\sqrt{6}}{3}$

따라서 $A=3,\ B=6$이므로

$B-A=6-3=3$

03 $x-y=t$로 치환하면

$t(t-6)=16,\ t^2-6t-16=0$

$(t+2)(t-8)=0$

$\therefore t=-2$ 또는 $t=8$

그런데 $x>y$이므로 $x-y>0$

$\therefore x-y=8$

04 $x+\dfrac{1}{2}=t$로 치환하면

$3t^2-2t-1=0,\ (3t+1)(t-1)=0$

$\therefore t=-\dfrac{1}{3}$ 또는 $t=1$

즉, $x+\dfrac{1}{2}=-\dfrac{1}{3}$ 또는 $x+\dfrac{1}{2}=1$

$\therefore x=-\dfrac{5}{6}$ 또는 $x=\dfrac{1}{2}$

$\therefore p+q=-\dfrac{5}{6}+\dfrac{1}{2}$

$=-\dfrac{1}{3}$

05 (1) 양변에 분모의 최소공배수 10을 곱하면

$2(x^2+x)-5(3x^2+2)=10(-x^2-1)$

$3x^2-2x=0,\ x(3x-2)=0$

$\therefore x=0$ 또는 $x=\dfrac{2}{3}$

(2) 양변에 10을 곱하면

$2x^2-5(x^2-x-2)=3x+8$

$3x^2-2x-2=0$

$\therefore x=\dfrac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-3\times(-2)}}{3}$

$=\dfrac{1\pm\sqrt{7}}{3}$

(3) 주어진 식을 전개하면

$3(x^2-4x+4)-10=6x^2+x-2-7x$

$3x^2+6x-4=0$

$\therefore x=\dfrac{-3\pm\sqrt{3^2-3\times(-4)}}{3}$

$=\dfrac{-3\pm\sqrt{21}}{3}$

(4) $2x+1=t$로 치환하면

$t^2-3t+2=0,\ (t-2)(t-1)=0$

$\therefore t=2$ 또는 $t=1$

즉, $2x+1=2$ 또는 $2x+1=1$

$\therefore x=\dfrac{1}{2}$ 또는 $x=0$

06 $(a^2-2ab+b^2)-4(a-b)-45=0$

$(a-b)^2-4(a-b)-45=0$

이때 $a-b=t$로 치환하면

$t^2-4t-45=0$

$(t+5)(t-9)=0$

$\therefore t=-5$ 또는 $t=9$

그런데 $a<b$이므로

$a-b<0$

$\therefore a-b=-5$

02 근과 계수의 관계

본문 146쪽

개념원리 확인하기

01 풀이 참조

02 (1) $-2,\ -8$ (2) $\dfrac{5}{2},\ \dfrac{3}{2}$ (3) $-\dfrac{1}{3},\ -\dfrac{10}{3}$ (4) $2,\ \dfrac{2}{3}$

03 (1) 2 (2) $-\dfrac{3}{2}$ (3) 7

04 (1) 5, 2, 3, 10 (2) $x^2-3x-4=0$

(3) $3x^2+27x+42=0$

01 (1) $a=1,\ b=3,\ c=-4$이므로

$b^2-4ac=3^2-4\times1\times(-4)=25$

따라서 근이 2개이다.

(2) $a=1,\ b=-5,\ c=1$이므로

$b^2-4ac=(-5)^2-4\times1\times1=21$

따라서 근이 2개이다.

(3) $a=1,\ b=-8,\ c=20$이므로

$b^2-4ac=(-8)^2-4\times1\times20=-16$

따라서 근이 없다.

(4) $a=1,\ b=5,\ c=7$이므로

$b^2-4ac=5^2-4\times1\times7=-3$

따라서 근이 없다.

(5) $a=2,\ b=-3,\ c=-1$이므로

$b^2-4ac=(-3)^2-4\times2\times(-1)=17$

따라서 근이 2개이다.

02 (1) (두 근의 합)$=-\dfrac{2}{1}=-2$

(두 근의 곱)$=\dfrac{-8}{1}=-8$

(2) (두 근의 합)$=-\dfrac{-5}{2}=\dfrac{5}{2}$

(두 근의 곱)$=\dfrac{3}{2}$

(3) (두 근의 합)$=-\dfrac{1}{3}$

(두 근의 곱)$=-\dfrac{10}{3}$

(4) (두 근의 합)$=-\dfrac{-6}{3}=2$

(두 근의 곱)$=\dfrac{2}{3}$

03 (1) $\alpha+\beta=-\dfrac{-4}{2}=2$

(2) $\alpha\beta=-\frac{3}{2}$

(3) $\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta$

$=2^2-2\times\left(-\frac{3}{2}\right)$

$=7$

04 (2) $(x+1)(x-4)=0$ $\quad\therefore x^2-3x-4=0$

(3) $3(x+7)(x+2)=0$, $3(x^2+9x+14)=0$

$\therefore 3x^2+27x+42=0$

핵심문제 익히기 (확인문제) 본문 147~149쪽

1 ④ **2** 10 **3** $m=15$, $x=-2$ (중근)

4 (1) 24 (2) 6 **5** (1) 28 (2) 6 (3) 4

6 (1) 1 (2) $3x^2-21x+36=0$

7 (1) 4 (2) -2 (3) 68

1 ① $(-3)^2-4\times1\times1=5>0$

$\therefore$ 서로 다른 두 근

② $(-2)^2-4\times\frac{1}{3}\times2=\frac{4}{3}>0$

$\therefore$ 서로 다른 두 근

③ $(-4)^2-4\times4\times1=0$

$\therefore$ 중근

④ $2^2-4\times5\times1=-16<0$

$\therefore$ 근이 없다.

⑤ $(-6)^2-4\times9\times1=0$

$\therefore$ 중근

2 $2x^2+8x+18-k=0$이 근을 가지려면

$8^2-4\times2\times(18-k)\geq0$

$\therefore k\geq10$

따라서 상수 k의 최솟값은 10이다.

3 $2x^2+8x+m-7=0$이 중근을 가지므로

$8^2-4\times2\times(m-7)=0$

$64-8(m-7)=0$

$8m=120$ $\quad\therefore m=15$

$m=15$를 주어진 이차방정식에 대입하면

$2x^2+8x+8=0$

$x^2+4x+4=0$, $(x+2)^2=0$

$\therefore x=-2$ (중근)

4 (1) $2x^2+3ax-5b=0$의 두 근의 합이 -9이므로

$-\frac{3a}{2}=-9$ $\quad\therefore a=6$

두 근의 곱이 -10이므로

$\frac{-5b}{2}=-10$ $\quad\therefore b=4$

$\therefore ab=6\times4=24$

(2) 근과 계수의 관계에 의해

$\alpha+\beta=-\frac{-4}{2}=2$, $\alpha\beta=\frac{1}{2}$

$\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta$

$=2^2-2\times\frac{1}{2}$

$=3$

$\therefore \frac{\beta}{\alpha}+\frac{\alpha}{\beta}=\frac{\alpha^2+\beta^2}{\alpha\beta}=\frac{3}{\frac{1}{2}}=6$

5 (1) 두 근의 비가 $1:3$이므로 두 근을 α, 3α라 하면 근과 계수의 관계에 의해

$\alpha+3\alpha=16$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠

$\alpha\times3\alpha=k+20$ $\quad\cdots\cdots$ ㉡

㉠에서 $4\alpha=16$ $\quad\therefore \alpha=4$

$\alpha=4$를 ㉡에 대입하면

$4\times12=k+20$ $\quad\therefore k=28$

(2) 한 근이 다른 한 근의 2배이므로 한 근을 α라 하면 다른 한 근은 2α이다.

이때 근과 계수의 관계에 의해

$\alpha+2\alpha=k$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠

$\alpha\times2\alpha=8$ $\quad\cdots\cdots$ ㉡

㉡에서 $\alpha^2=4$ $\quad\therefore \alpha=\pm2$

$\alpha=2$일 때, ㉠에서 $k=6$

$\alpha=-2$일 때, ㉠에서 $k=-6$

그런데 $k>0$이므로 $k=6$

(3) 한 근이 다른 한 근보다 5만큼 크므로 한 근을 α라 하면 다른 한 근은 $\alpha+5$이다.

이때 근과 계수의 관계에 의해

$\alpha+(\alpha+5)=3$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠

$\alpha(\alpha+5)=\frac{2k-k^2}{2}$ $\quad\cdots\cdots$ ㉡

㉠에서 $2\alpha=-2$ $\quad\therefore \alpha=-1$

$\alpha=-1$을 ㉡에 대입하면

$-1\times(-1+5)=\frac{2k-k^2}{2}$

$k^2-2k-8=0$, $(k+2)(k-4)=0$

$\therefore k=4$ ($\because k>0$)

6 (1) 근과 계수의 관계에 의해

(두 근의 합)$=-\frac{a}{3}=-1+\frac{1}{3}=-\frac{2}{3}$

$\therefore a=2$

(두 근의 곱)$=\frac{b}{3}=-1\times\frac{1}{3}$

$\therefore b=-1$

$\therefore a+b=2-1=1$

(2) $x^2-4x+3=0$의 두 근이 α, β이므로
근과 계수의 관계에 의해
$\alpha+\beta=4$, $\alpha\beta=3$
x^2의 계수가 3이고 두 근이 4, 3인 이차방정식은
$3(x-4)(x-3)=0$
$3(x^2-7x+12)=0$
$\therefore 3x^2-21x+36=0$

▶ 다른풀이

(1) 두 근이 -1, $\frac{1}{3}$이고 x^2의 계수가 3인 이차방정식은

$3(x+1)\left(x-\frac{1}{3}\right)=0$

$3x^2+2x-1=0$
따라서 $a=2$, $b=-1$이므로
$a+b=2-1=1$

7 (1) 모든 계수가 유리수인 이차방정식의 한 근이 $3-\sqrt{2}$이므로 다른 한 근은 $3+\sqrt{2}$이다.
따라서 근과 계수의 관계에 의해
$(3-\sqrt{2})+(3+\sqrt{2})=k+2$
$6=k+2$　　$\therefore k=4$

(2) $x^2-kx-1=0$의 한 근이 $\sqrt{2}-1$이므로 다른 한 근은 $-\sqrt{2}-1$이다.
따라서 근과 계수의 관계에 의해
$(\sqrt{2}-1)+(-\sqrt{2}-1)=k$
$\therefore k=-2$

(3) $\frac{1}{2-\sqrt{3}}=\frac{2+\sqrt{3}}{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})}=2+\sqrt{3}$이므로 다른 한 근은 $2-\sqrt{3}$이다.
따라서 근과 계수의 관계에 의해

$(2+\sqrt{3})+(2-\sqrt{3})=-\frac{a}{2}$

$\therefore a=-8$

$(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})=\frac{b}{2}$

$\therefore b=2$

$\therefore a^2+b^2=(-8)^2+2^2$
$=68$

이런 문제가 시험에 나온다　　본문 150~151쪽

01 ③	**02** ③	**03** 0	**04** ②
05 $-\frac{3}{2}$	**06** ①	**07** ①	**08** ⑤

09 (1) -5　(2) -1

10 (1) 30　(2) -2 또는 -1　(3) $\frac{13}{4}$

11 (1) 6　(2) 5　(3) 9　　**12** 3

13 $2x^2-10x+7=0$

01 ① $(-1)^2-4\times1\times3=-11<0$
$\therefore$ 근이 없다.
② $(-6)^2-4\times1\times10=-4<0$
$\therefore$ 근이 없다.
③ $3^2-4\times2\times(-5)=49>0$
$\therefore$ 서로 다른 두 근
④ $(-4)^2-4\times4\times3=-32<0$
$\therefore$ 근이 없다.
⑤ $(-1)^2-4\times5\times5=-99<0$
$\therefore$ 근이 없다.
따라서 근의 개수가 나머지 넷과 다른 하나는 ③이다.

02 ① $x^2=4x$에서 $x^2-4x=0$
$(-4)^2-4\times1\times0=16>0$
$\therefore$ 서로 다른 두 근
② $3^2-4\times1\times1=5>0$
$\therefore$ 서로 다른 두 근
③ $(-1)^2-4\times2\times3=-23<0$
$\therefore$ 해가 없다.
④ $2^2-4\times\frac{1}{2}\times2=0$
$\therefore$ 중근
⑤ $3^2-4\times2\times(-1)=17>0$
$\therefore$ 서로 다른 두 근

03 근과 계수의 관계에 의해

$-\frac{a}{6}=-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}$　　$\therefore a=1$

$\frac{b}{6}=\left(-\frac{1}{2}\right)\times\frac{1}{3}$　　$\therefore b=-1$

$\therefore a+b=1-1=0$

▶ 다른풀이

두 근이 $-\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$이고 x^2의 계수가 6인 이차방정식은

$6\left(x+\frac{1}{2}\right)\left(x-\frac{1}{3}\right)=0$

$6x^2+x-1=0$
따라서 $a=1$, $b=-1$이므로
$a+b=1-1=0$

04 $x^2-2x-4=0$의 두 근의 합은 $-\frac{-2}{1}=2$
따라서 $x=2$가 $3x^2-5x+k=0$의 한 근이므로
$3\times2^2-5\times2+k=0$
$\therefore k=-2$

05 $x^2+ax+b=0$에서
두 근의 합이 3이므로 $-a=3$　　$\therefore a=-3$
두 근의 곱이 -2이므로 $b=-2$
따라서 이차방정식 $bx^2+ax+1=0$은
$-2x^2-3x+1=0$, 즉 $2x^2+3x-1=0$이므로 두 근의 합은 $-\frac{3}{2}$이다.

06 모든 계수가 유리수인 이차방정식의 한 근이 $3+\sqrt{2}$이므로 다른 한 근은 $3-\sqrt{2}$이다.
따라서 근과 계수의 관계에 의해
$(3+\sqrt{2})(3-\sqrt{2})=k$
$\therefore k=7$

07 두 근의 차가 5이므로 두 근을 α, $\alpha+5$라 하면 근과 계수의 관계에 의해
$\alpha+(\alpha+5)=1$　$\cdots\cdots$ ㉠
$\alpha(\alpha+5)=\frac{k}{2}$　$\cdots\cdots$ ㉡
㉠에서 $2\alpha+5=1$　　$\therefore \alpha=-2$
$\alpha=-2$를 ㉡에 대입하면
$-2\times3=\frac{k}{2}$
$\therefore k=-12$

08 이차방정식 $2x^2+4x-1=0$의 두 근이 α, β이므로
$\alpha+\beta=-2$, $\alpha\beta=-\frac{1}{2}$
② $\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}=\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}=\frac{-2}{-\frac{1}{2}}=4$
③ $\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta$
$=(-2)^2-2\times\left(-\frac{1}{2}\right)$
$=5$
④ $\frac{\beta}{\alpha}+\frac{\alpha}{\beta}=\frac{\alpha^2+\beta^2}{\alpha\beta}=\frac{5}{-\frac{1}{2}}=-10$
⑤ $\alpha^2-\alpha\beta+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-3\alpha\beta$
$=(-2)^2-3\times\left(-\frac{1}{2}\right)=\frac{11}{2}$

09 (1) $x^2-4x-2k-7=0$이 서로 다른 두 근을 가지므로
$(-4)^2-4\times1\times(-2k-7)>0$
$16+8k+28>0$　　$\therefore k>-\frac{11}{2}$
따라서 정수 k의 최솟값은 -5이다.
(2) $4x^2-3x-k=0$의 근이 존재하지 않으므로
$(-3)^2-4\times4\times(-k)<0$　　$\therefore k<-\frac{9}{16}$
따라서 k의 값 중 가장 큰 정수는 -1이다.

10 (1) 이차방정식 $2x^2+px+q=0$이 중근 -3을 가지므로
$2x^2+px+q=2(x+3)^2$
$=2x^2+12x+18$
따라서 $p=12$, $q=18$이므로
$p+q=30$
(2) $x^2-2(k+2)x+k+2=0$이 중근을 가지므로
$\{-2(k+2)\}^2-4\times1\times(k+2)=0$
$k^2+3k+2=0$
$(k+2)(k+1)=0$
$\therefore k=-2$ 또는 $k=-1$
(3) $3ax^2+4ax+1=0$이 중근을 가지므로
$(4a)^2-4\times3a\times1=0$
$16a^2-12a=0$, $4a(4a-3)=0$
$\therefore a=0$ 또는 $a=\frac{3}{4}$
그런데 $a=0$이면 $3ax^2+4ax+1=0$이 이차방정식이 될 수 없으므로
$a=\frac{3}{4}$
따라서 이차방정식 $x^2+(a-4)x-14=0$의 두 근의 합은
$-(a-4)=-a+4=-\frac{3}{4}+4=\frac{13}{4}$

11 (1) 한 근이 다른 한 근의 2배이므로 한 근을 α라 하면 다른 한 근은 2α이다.
이때 근과 계수의 관계에 의해
$\alpha+2\alpha=3$　$\cdots\cdots$ ㉠
$\alpha\times2\alpha=\frac{k}{3}$　$\cdots\cdots$ ㉡
㉠에서 $3\alpha=3$　　$\therefore \alpha=1$

$\alpha=1$을 ㉡에 대입하면

$1\times 2=\frac{k}{3}$ $\therefore k=6$

(2) 한 근이 다른 한 근보다 4만큼 작으므로 작은 근을 α라 하면 큰 근은 $\alpha+4$이다.

이때 근과 계수의 관계에 의해

$\alpha+(\alpha+4)=6$ …… ㉠

$\alpha(\alpha+4)=k$ …… ㉡

㉠에서 $2\alpha+4=6$

$\therefore \alpha=1$

$\alpha=1$을 ㉡에 대입하면

$1\times(1+4)=k$ $\therefore k=5$

(3) 두 근의 비가 $2:3$이므로 두 근을 2α, 3α라 하면 근과 계수의 관계에 의해

$2\alpha+3\alpha=10$ …… ㉠

$2\alpha\times 3\alpha=3k-3$ …… ㉡

㉠에서 $5\alpha=10$ $\therefore \alpha=2$

$\alpha=2$를 ㉡에 대입하면

$4\times 6=3k-3$

$\therefore k=9$

12 $x^2-2x+k-8=0$의 두 근이 α, β이므로

$\alpha+\beta=2$, $\alpha\beta=k-8$

$\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta$

$=2^2-2(k-8)$

$=14$

에서 $4-2k+16=14$

$\therefore k=3$

13 $2x^2-6x-1=0$의 두 근이 α, β이므로

$\alpha+\beta=3$, $\alpha\beta=-\frac{1}{2}$

$(\alpha+1)+(\beta+1)=\alpha+\beta+2$

$=3+2$

$=5$

$(\alpha+1)(\beta+1)=\alpha\beta+(\alpha+\beta)+1$

$=-\frac{1}{2}+3+1$

$=\frac{7}{2}$

따라서 $\alpha+1$, $\beta+1$을 두 근으로 하고 x^2의 계수가 2인 이차방정식은

$2\left(x^2-5x+\frac{7}{2}\right)=0$

$\therefore 2x^2-10x+7=0$

03 이차방정식의 활용

개념원리 확인하기

본문 153쪽

01 $x+1$, x, 10, 11, 10, -11, 10, 10, 11

02 (1) $14-x$ (2) $14-x$ (3) 6 (4) 8, 6

03 (1) $28t-5t^2=32$ (2) $t=\frac{8}{5}$ 또는 $t=4$ (3) $\frac{8}{5}$, 4

03 (2) $28t-5t^2=32$에서

$5t^2-28t+32=0$

$(5t-8)(t-4)=0$

$\therefore t=\frac{8}{5}$ 또는 $t=4$

핵심문제 익히기 (확인문제)

본문 154~157쪽

1 7개 **2** 20 **3** (1) 18 (2) 11, 13

4 (1) 6 m (2) 22 m

5 (1) 10 cm (2) 3 cm (3) 1 m

6 (1) 2초 (2) 6초

1 한 학생에게 돌아가는 사탕 수를 x개라 하면 학생 수는 $(x+5)$명이다.

$x(x+5)=84$에서

$x^2+5x-84=0$

$(x+12)(x-7)=0$

$\therefore x=-12$ 또는 $x=7$

그런데 x는 자연수이므로 $x=7$

따라서 한 학생이 가지는 사탕 수는 7개이다.

2 $\frac{n(n+1)}{2}=210$에서

$n^2+n-420=0$

$(n+21)(n-20)=0$

$\therefore n=-21$ 또는 $n=20$

그런데 n은 자연수이므로 $n=20$

따라서 1부터 20까지의 자연수를 더해야 한다.

3 (1) 큰 짝수를 x, 작은 짝수를 $x-2$라 하면

$x(x-2)=288$에서

$x^2-2x-288=0$

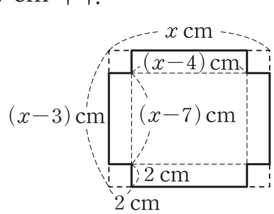
$(x+16)(x-18)=0$

$\therefore x=-16$ 또는 $x=18$

그런데 x는 자연수이므로 $x=18$
따라서 큰 짝수는 18이다.
(2) 연속하는 두 홀수를 x, $x+2$라 하면
$x(x+2)=143$에서
$x^2+2x-143=0$
$(x+13)(x-11)=0$
$\therefore x=-13$ 또는 $x=11$
그런데 x는 자연수이므로 $x=11$
따라서 두 홀수는 11, 13이다.

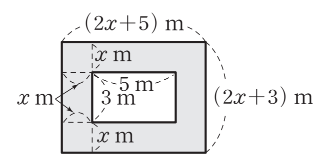
4 (1) 처음 정사각형 모양의 땅의 한 변의 길이를 x m라 하면 변형된 직사각형의 가로의 길이는 $(x-3)$ m, 세로의 길이는 $(x+2)$ m이다.
$(x-3)(x+2)=24$에서
$x^2-x-30=0$
$(x+5)(x-6)=0$
$\therefore x=-5$ 또는 $x=6$
그런데 $x>0$이므로 $x=6$
따라서 처음 정사각형 모양의 땅의 한 변의 길이는 6 m이다.
(2) 정원의 세로의 길이를 x m라 하면 가로의 길이는 $(x+5)$ m이다.
$x(x+5)=24$에서
$x^2+5x-24=0$
$(x+8)(x-3)=0$
$\therefore x=-8$ 또는 $x=3$
그런데 $x>0$이므로 $x=3$
따라서 정원의 세로의 길이는 3 m, 가로의 길이는 8 m이므로 정원의 둘레의 길이는
$2\times(3+8)=22$(m)

5 (1) 직사각형의 가로의 길이를 x cm라 하면 세로의 길이는 $(x-3)$ cm이다.



이때 만든 상자의 부피가 36 cm^{3}이므로
$(x-4)(x-7)\times 2=36$에서
$x^2-11x+10=0$
$(x-1)(x-10)=0$
$\therefore x=1$ 또는 $x=10$
그런데 $x>7$이므로 $x=10$
따라서 처음 골판지의 가로의 길이는 10 cm이다.

▶ 참고
(각기둥의 부피)=(밑넓이)×(높이)
(2) 큰 정사각형의 한 변의 길이를 x cm라 하면 작은 정사각형의 한 변의 길이는 $(5-x)$ cm이다.
이때 두 정사각형의 넓이의 합이 13 cm^{2}이므로
$x^2+(5-x)^2=13$에서
$x^2-5x+6=0$, $(x-2)(x-3)=0$
$\therefore x=2$ 또는 $x=3$
그런데 $2.5<x<5$이므로 $x=3$
따라서 큰 정사각형의 한 변의 길이는 3 cm이다.
(3) 꽃밭의 폭을 x m라 하면



꽃밭의 넓이가 20 m^{2}이므로
$(2x+5)(2x+3)-15=20$에서
$x^2+4x-5=0$, $(x+5)(x-1)=0$
$\therefore x=-5$ 또는 $x=1$
그런데 $x>0$이므로 $x=1$
따라서 꽃밭의 폭은 1 m이다.

6 (1) 공을 찬 지 t초 후의 높이가 20 m이므로
$20t-5t^2=20$에서 $t^2-4t+4=0$
$(t-2)^2=0$ $\quad\therefore t=2$ (중근)
따라서 공의 높이가 20 m가 되는 것은 공을 찬 지 2초 후이다.
(2) 땅에 떨어지는 것은 높이가 0 m일 때이므로
$30+25t-5t^2=0$에서 $t^2-5t-6=0$
$(t+1)(t-6)=0$ $\quad\therefore t=-1$ 또는 $t=6$
그런데 $t>0$이므로 $t=6$
따라서 물체가 지면에 떨어지는 것은 쏘아 올린 지 6초 후이다.

이런 문제가 시험에 나온다 본문 158쪽

01 13 **02** 8초 **03** 12명
04 32쪽, 33쪽 **05** 12 **06** 4 m

01 연속하는 세 자연수를 $x-1$, x, $x+1$이라 하면
$(x-1)^2+x^2+(x+1)^2=434$

$3x^2+2=434$, $x^2=144$
$\therefore x=\pm12$
그런데 $x>1$인 자연수이므로
$x=12$
따라서 연속하는 세 자연수는 11, 12, 13이므로 이 중 가장 큰 수는 13이다.

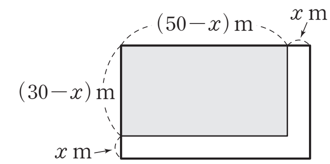
02 지면에 떨어지는 것은 높이가 0 m일 때이므로
$40x-5x^2=0$에서
$x^2-8x=0$, $x(x-8)=0$
$\therefore x=0$ 또는 $x=8$
그런데 $x>0$이므로 $x=8$
따라서 물체가 지면에 떨어지는 것은 던져 올린 지 8초 후이다.

03 학생 수를 x명이라 하면 한 학생에게 돌아가는 사과의 개수는 $(x-2)$개이다.
$x(x-2)=120$에서
$x^2-2x-120=0$
$(x+10)(x-12)=0$
$\therefore x=-10$ 또는 $x=12$
그런데 $x>2$이므로
$x=12$
따라서 학생 수는 12명이다.

04 펼쳐진 두 페이지의 쪽수는 연속하는 두 자연수이므로 펼쳐진 두 페이지의 쪽수를 x, $x+1$이라 하면
$x(x+1)=1056$에서
$x^2+x-1056=0$
$(x+33)(x-32)=0$
$\therefore x=-33$ 또는 $x=32$
그런데 x는 자연수이므로
$x=32$
따라서 구하는 두 페이지는 각각 32쪽과 33쪽이다.

05 $(x-2)(x+4)=160$에서
$x^2+2x-168=0$
$(x+14)(x-12)=0$
$\therefore x=-14$ 또는 $x=12$
그런데 $x>0$이므로 $x=12$

06 도로의 폭을 x m라 하면 도로를 제외한 부분의 넓이는 가로의 길이가 $(50-x)$ m, 세로의 길이가 $(30-x)$ m인 직사각형의 넓이와 같다.



$(50-x)(30-x)=1196$에서
$x^2-80x+304=0$
$(x-4)(x-76)=0$
$\therefore x=4$ 또는 $x=76$
그런데 $0<x<30$이므로 $x=4$
따라서 도로의 폭은 4 m이다.

1 Step (기본문제)

본문 159~160쪽

01 ② **02** ④ **03** ④ **04** ④
05 $x^2+x-42=0$ **06** $\frac{3}{2}$ **07** ③ **08** ⑤
09 -2 **10** ① **11** ⑤ **12** ① **13** ④
14 (1) $x=\frac{1}{2}$ 또는 $x=1$
(2) $a=-9$일 때 $x=-\frac{2}{3}$ (중근),
$a=4$일 때 $x=\frac{3}{2}$ (중근)

01 근의 짝수 공식에 의해
$$x=\frac{-(-4)\pm\sqrt{(-4)^2-3\times m}}{3}$$
$$=\frac{4\pm\sqrt{16-3m}}{3}$$
$16-3m=10$이므로 $m=2$
▶ 다른풀이
근과 계수의 관계에 의해 두 근의 곱이 $\frac{m}{3}$이므로
$$\frac{4+\sqrt{10}}{3}\times\frac{4-\sqrt{10}}{3}=\frac{m}{3}$$
$$\frac{16-10}{9}=\frac{m}{3},\ \frac{2}{3}=\frac{m}{3}$$
$\therefore m=2$

02 양변에 30을 곱하면
$20x^2-72x+36=0$
$5x^2-18x+9=0$
$(5x-3)(x-3)=0$
$\therefore x=\frac{3}{5}$ 또는 $x=3$

따라서 두 근의 합은

$\frac{3}{5}+3=\frac{18}{5}$

▶ 다른풀이

근과 계수의 관계를 이용하면

$5x^2-18x+9=0$에서 두 근의 합은 $\frac{18}{5}$이다.

03 ㄱ. $(-8)^2-4\times1\times13=12>0$

$\therefore$ 서로 다른 두 근

ㄴ. $(-2)^2-4\times1\times2=-4<0$

$\therefore$ 근이 없다.

ㄷ. $(-4)^2-4\times1\times5=-4<0$

$\therefore$ 근이 없다.

ㄹ. $5^2-4\times1\times2=17>0$

$\therefore$ 서로 다른 두 근

따라서 근이 없는 것은 ㄴ, ㄷ이다.

04 $x+2y=t$로 치환하면

$t(t+3)=4$

$t^2+3t-4=0$

$(t+4)(t-1)=0$

$\therefore t=-4$ 또는 $t=1$

따라서 $x+2y$의 값은 -4 또는 1이다.

05 근과 계수의 관계에 의해

$\frac{3}{2}+2=-\frac{p}{2}\qquad\therefore p=-7$

$\frac{3}{2}\times2=\frac{q}{2}\qquad\therefore q=6$

따라서 두 근이 -7, 6이고 x^2의 계수가 1인 이차방정식은

$(x+7)(x-6)=0$

$\therefore x^2+x-42=0$

06 근과 계수의 관계에 의해

$-1+b=-\frac{3a}{2}$에서

$3a+2b=2\qquad\cdots\cdots$ ㉠

$-1\times b=\frac{a-4}{2}$에서

$a+2b=4\qquad\cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$a=-1,\ b=\frac{5}{2}$

$\therefore a+b=-1+\frac{5}{2}=\frac{3}{2}$

▶ 다른풀이

두 근이 -1과 b이고 x^2의 계수가 2이므로

$2(x+1)(x-b)=0$에서

$2x^2+2(1-b)x-2b=0$

그런데 이 방정식은 $2x^2+3ax+a-4=0$과 일치하므로

$2(1-b)=3a\qquad\cdots\cdots$ ㉠

$-2b=a-4\qquad\cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$a=-1,\ b=\frac{5}{2}$

$\therefore a+b=-1+\frac{5}{2}=\frac{3}{2}$

07 한 근이 $\sqrt{3}-2$이므로 다른 한 근은 $-\sqrt{3}-2$이다.

근과 계수의 관계에 의해

$(\sqrt{3}-2)+(-\sqrt{3}-2)=-a\qquad\therefore a=4$

$(\sqrt{3}-2)(-\sqrt{3}-2)=b\qquad\therefore b=1$

$\therefore a-b=4-1=3$

08 ① $\alpha+\beta=-\frac{-6}{2}=3$

② $\alpha\beta=\frac{1}{2}$

③ $\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}=\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}=\frac{3}{\frac{1}{2}}=6$

④ $\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta$

$=3^2-2\times\frac{1}{2}=8$

⑤ $\frac{\beta}{\alpha}+\frac{\alpha}{\beta}=\frac{\alpha^2+\beta^2}{\alpha\beta}=\frac{8}{\frac{1}{2}}=16$

09 $3x^2+ax+b=0$의 두 근이 $-\frac{2}{3}$, -1이므로 근과 계수의 관계에 의해

$\left(-\frac{2}{3}\right)+(-1)=-\frac{a}{3}$에서 $a=5$

$\left(-\frac{2}{3}\right)\times(-1)=\frac{b}{3}$에서 $b=2$

$a=5,\ b=2$를 $bx^2-2x-a+1=0$에 대입하면

$2x^2-2x-4=0\qquad\therefore x^2-x-2=0$

따라서 두 근의 곱은 -2이다.

10 두 근의 곱이 -3이므로 근과 계수의 관계에 의해

$-k(k-2)=-3$

$k^2-2k-3=0$

$(k+1)(k-3)=0$

$\therefore k=-1$ 또는 $k=3$

그런데 $k>0$이므로 $k=3$

이때 $k=3$을 주어진 방정식에 대입하면

$x^2+2x-3=0$

따라서 두 근의 합은 -2이다.

11 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$이 근을 갖기 위한 조건은 $b^2-4ac\geq 0$이므로 이차방정식 $x^2+8x+20-a=0$이 근을 가지려면

$8^2-4\times 1\times(20-a)\geq 0$

$4a\geq 16 \qquad \therefore a\geq 4$

12 $h=90$을 $h=25t-5t^2+70$에 대입하면

$90=25t-5t^2+70$에서

$t^2-5t+4=0$

$(t-1)(t-4)=0$

$\therefore t=1$ 또는 $t=4$

따라서 공의 높이가 90 m가 되는 것은 1초 후 또는 4초 후이다.

13 넓이가 처음과 같아지는 데 걸리는 시간을 x초라 하면

$(12-x)(8+2x)=12\times 8$에서

$x^2-8x=0$, $x(x-8)=0$

$\therefore x=0$ 또는 $x=8$

그런데 $x>0$이므로 $x=8$

따라서 넓이가 처음과 같아지는 데 걸리는 시간은 8초이다.

14 (1) $4x^2+4x-k=0$이 중근을 가지므로

$4^2-4\times 4\times(-k)=0$

$16+16k=0 \qquad \therefore k=-1$

$k=-1$을 $(k-1)x^2+3x-1=0$에 대입하면

$-2x^2+3x-1=0$

$2x^2-3x+1=0$

$(2x-1)(x-1)=0$

$\therefore x=\frac{1}{2}$ 또는 $x=1$

(2) $ax^2-12x+a+5=0$이 중근을 가지므로

$(-12)^2-4\times a\times(a+5)=0$

$a^2+5a-36=0$

$(a+9)(a-4)=0$

$\therefore a=-9$ 또는 $a=4$

(i) $a=-9$일 때, 주어진 이차방정식은

$-9x^2-12x-4=0$, $9x^2+12x+4=0$

$(3x+2)^2=0 \qquad \therefore x=-\frac{2}{3}$ (중근)

(ii) $a=4$일 때, 주어진 이차방정식은

$4x^2-12x+9=0$, $(2x-3)^2=0$

$\therefore x=\frac{3}{2}$ (중근)

2 Step (발전문제)

본문 161~162쪽

01 ① **02** ① **03** ⑤ **04** ④

05 $-2\sqrt{3}$ **06** ⑤ **07** $\frac{17}{9}$ **08** -5

09 (1) -4 (2) -2 (3) $\frac{1}{6}$ (4) -1

10 10 **11** 3 cm **12** 140 cm^2 **13** 26 cm

14 4 cm

01 $x^2-3x-5=0$에서 근과 계수의 관계에 의해 두 근의 합은 3이고 두 근의 곱은 -5이다.

$x=3$을 $2x^2-ax-b=0$에 대입하면

$2\times 3^2-3a-b=0$에서

$3a+b=18 \qquad \cdots\cdots$ ㉠

또, $x=-5$를 $2x^2-ax-b=0$에 대입하면

$2\times(-5)^2+5a-b=0$에서

$5a-b=-50 \qquad \cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$a=-4$, $b=30$

$\therefore 3a-b=3\times(-4)-30=-42$

▶ 다른풀이

$2x^2-ax-b=0$에서 근과 계수의 관계에 의해

$3+(-5)=\frac{a}{2} \qquad \therefore a=-4$

$3\times(-5)=-\frac{b}{2} \qquad \therefore b=30$

$\therefore 3a-b=3\times(-4)-30=-42$

02 근과 계수의 관계에 의해

$m+n=4\sqrt{3}$, $mn=-3$

$$\therefore \frac{n}{m}+\frac{m}{n}=\frac{m^2+n^2}{mn}=\frac{(m+n)^2-2mn}{mn}=\frac{(4\sqrt{3})^2-2\times(-3)}{-3}=-18$$

03 이차방정식 $4x^2-3x+2k-5=0$이 서로 다른 두 근을 가지려면

$(-3)^2-4\times 4\times(2k-5)>0$

$9-32k+80>0 \qquad \therefore k<\frac{89}{32}$

따라서 $k<\frac{89}{32}$를 만족하는 k의 값이 아닌 것은 ⑤이다.

04 작은 근을 α라 하면 큰 근은 3α이다. 두 근의 차가 6이므로 $3\alpha-\alpha=6$에서 $\alpha=3$
따라서 두 근은 3, 9이다.
근과 계수의 관계에 의해
$3+9=-a \quad \therefore a=-12$
$3\times9=b \quad \therefore b=27$
$\therefore a+b=-12+27=15$

05 $3x^2-2x+k-1=0$이 서로 다른 두 근을 가지려면
$(-2)^2-4\times3\times(k-1)>0$
$-12k+16>0 \quad \therefore k<\frac{4}{3}$ …… ㉠
또, $x^2+kx+3=0$이 중근을 가지므로
$k^2-4\times1\times3=0$, $k^2=12$
$\therefore k=\pm2\sqrt{3}$ …… ㉡
따라서 ㉠, ㉡을 동시에 만족하는 k의 값은
$k=-2\sqrt{3}$

06 $x^2-8x-13=0$의 두 근이 α, β이므로
$\alpha+\beta=8$, $\alpha\beta=-13$
x^2의 계수가 1이고 두 근이 $\alpha-1$, $\beta-1$인 이차방정식은
$x^2-\{(\alpha-1)+(\beta-1)\}x+(\alpha-1)(\beta-1)=0$
$x^2-(\alpha+\beta-2)x+\{\alpha\beta-(\alpha+\beta)+1\}=0$
$x^2-(8-2)x+(-13-8+1)=0$
$\therefore x^2-6x-20=0$

07 근과 계수의 관계에 의해
$\alpha+\beta=3$, $\alpha\beta=-1$

$$\therefore \frac{\beta}{\alpha+2}+\frac{\alpha}{\beta+2}=\frac{\beta(\beta+2)+\alpha(\alpha+2)}{(\alpha+2)(\beta+2)}=\frac{\alpha^2+\beta^2+2(\alpha+\beta)}{\alpha\beta+2(\alpha+\beta)+4}=\frac{(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta+2(\alpha+\beta)}{\alpha\beta+2(\alpha+\beta)+4}=\frac{3^2-2\times(-1)+2\times3}{-1+2\times3+4}=\frac{17}{9}$$

08 $2<\sqrt{5}<3$에서 $-3<-\sqrt{5}<-2$
$1<4-\sqrt{5}<2$이므로 $4-\sqrt{5}$의 정수 부분은 1이고 소수 부분은
$(4-\sqrt{5})-1=3-\sqrt{5}$
이때 모든 계수가 유리수인 이차방정식
$\frac{1}{2}x^2+ax+b=0$의 한 근이 $3-\sqrt{5}$이므로 다른 한 근은 $3+\sqrt{5}$이다.
따라서 근과 계수의 관계에 의해
$(3-\sqrt{5})+(3+\sqrt{5})=-\frac{a}{\frac{1}{2}}$에서
$6=-2a \quad \therefore a=-3$
또, $(3-\sqrt{5})(3+\sqrt{5})=\frac{b}{\frac{1}{2}}$에서
$4=2b \quad \therefore b=2$
$\therefore a-b=-3-2=-5$

09 (1) 두 근의 차가 3이므로 두 근을 α, $\alpha+3$이라 하면 근과 계수의 관계에 의해
$\alpha+(\alpha+3)=-1$ …… ㉠
$\alpha(\alpha+3)=\frac{k}{2}$ …… ㉡
㉠에서 $2\alpha+3=-1 \quad \therefore \alpha=-2$
$\alpha=-2$를 ㉡에 대입하면
$-2\times1=\frac{k}{2}$
$\therefore k=-4$
(2) 한 근을 α라 하면 다른 한 근은 $\alpha+1$이다.
이때 근과 계수의 관계에 의해
$\alpha+(\alpha+1)=-(1+m)$ …… ㉠
$\alpha(\alpha+1)=20$ …… ㉡
㉡에서 $\alpha^2+\alpha-20=0$
$(\alpha+5)(\alpha-4)=0$
$\therefore \alpha=-5$ 또는 $\alpha=4$
㉠에서 $m=-2\alpha-2$이므로
$\alpha=-5$일 때, $m=8$
$\alpha=4$일 때, $m=-10$
따라서 m의 값의 합은
$8-10=-2$
(3) 두 근의 비가 2 : 3이므로 두 근을 2α, 3α라 하면 근과 계수의 관계에 의해
$2\alpha+3\alpha=-(k-1)$ …… ㉠
$2\alpha\times3\alpha=k$ …… ㉡
㉠에서 $k=-5\alpha+1$을 ㉡에 대입하면
$6\alpha^2=-5\alpha+1$
$6\alpha^2+5\alpha-1=0$
$(\alpha+1)(6\alpha-1)=0$
$\therefore \alpha=-1$ 또는 $\alpha=\frac{1}{6}$
$\alpha=-1$을 ㉡에 대입하면 $k=6$

$\alpha=\frac{1}{6}$을 ㉡에 대입하면 $k=\frac{1}{6}$

그런데 $k<1$이므로 $k=\frac{1}{6}$

(4) $x=\alpha$를 $x^2-x-1=0$에 대입하면

$\alpha^2-\alpha-1=0$

$x=\beta$를 $x^2-x-1=0$에 대입하면

$\beta^2-\beta-1=0$

$\therefore (\alpha^2-2\alpha-1)(\beta^2-2\beta-1)$

$=(\alpha^2-\alpha-1-\alpha)(\beta^2-\beta-1-\beta)$

$=(0-\alpha)(0-\beta)$

$=\alpha\beta=-1$

10 근과 계수의 관계에 의해

$\alpha+\beta=-3,\ \alpha\beta=1$

그런데 $\alpha+\frac{1}{\beta},\ \beta+\frac{1}{\alpha}$이 $x^2+px+q=0$의 두 근이므로

근과 계수의 관계에 의해

$\left(\alpha+\frac{1}{\beta}\right)+\left(\beta+\frac{1}{\alpha}\right)=-p$에서

$(\alpha+\beta)+\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}=-p$

$-3+\frac{-3}{1}=-p \qquad \therefore p=6$

또, $\left(\alpha+\frac{1}{\beta}\right)\left(\beta+\frac{1}{\alpha}\right)=q$에서

$\alpha\beta+\frac{1}{\alpha\beta}+2=q$

$1+1+2=q \qquad \therefore q=4$

$\therefore p+q=6+4=10$

11 구하는 처음 원의 반지름의 길이를 r cm라 하면 처음 원의 넓이는 πr^2 cm^{2}이다.

또, 반지름의 길이를 3 cm만큼 늘인 원의 넓이는

$\pi(r+3)^2$ cm^{2}이다.

이때 늘어난 부분의 넓이는 처음 원의 넓이의 3배이므로

$\pi(r+3)^2-\pi r^2=3\times\pi r^2$에서

$r^2-2r-3=0,\ (r+1)(r-3)=0$

$\therefore r=-1$ 또는 $r=3$

그런데 $r>0$이므로 $r=3$

따라서 처음 원의 반지름의 길이는 3 cm이다.

12 처음 직사각형의 세로의 길이를 x cm라 하면

가로의 길이는 $(x+4)$ cm이다.

부피가 120 cm^{3}이므로

$(x-4)(x+4-4)\times 2=120$

$x(x-4)=60,\ x^2-4x-60=0$

$(x-10)(x+6)=0$

$\therefore x=10$ 또는 $x=-6$

그런데 $x>0$이므로 $x=10$

따라서 처음 직사각형의 세로의 길이는 10 cm이고

가로의 길이는 14 cm이므로 처음 직사각형의 넓이는

$10\times 14=140(\text{cm}^2)$

13 타일의 짧은 변의 길이를 x cm라 하면 긴 변의 길이는

$\frac{4x-4}{2}=2x-2(\text{cm})$

이때 종이의 넓이가 260 cm^{2}이므로

$4x(2x-2+x)=260,\ 4x(3x-2)=260$

$3x^2-2x-65=0,\ (3x+13)(x-5)=0$

$x>0$이므로 $x=5$

따라서 타일의 짧은 변의 길이가 5 cm, 긴 변의 길이가

$2\times 5-2=8(\text{cm})$이므로 타일 한 개의 둘레의 길이는

$2(5+8)=26(\text{cm})$

14 $\triangle$DBE도 $\angle$BDE$=90^\circ$인 직각이등변삼각형이므로

$\overline{\text{DE}}=x$ cm라 하면

$\overline{\text{BD}}=\overline{\text{DE}}=\overline{\text{FC}}=x$ cm

이때 $\triangle\text{DBE}=\frac{1}{2}x^2,\ \triangle\text{ADF}=\frac{1}{2}(10-x)^2$이므로

$\triangle$ABC$=\triangle$DBE$+\triangle$ADF$+\square$DECF에서

$\frac{1}{2}\times 10\times 10=\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{2}(10-x)^2+24$이므로

$x^2-10x+24=0,\ (x-4)(x-6)=0$

$\therefore x=4$ 또는 $x=6$

그런데 $\overline{\text{AD}}>\overline{\text{BD}}$이므로 $\overline{\text{DE}}=4$ cm

3 Step (실력UP) 본문 163쪽

01 $2\sqrt{6}$ **02** (1) $\frac{1}{12}$ (2) $\frac{1}{4}$ **03** 32 cm^2

04 ④ **05** 14 cm

01 근과 계수의 관계에 의해

$\alpha+\beta=4,\ \alpha\beta=1$이므로

$\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta$

$=4^2-2\times 1=14$

$\therefore (\sqrt{\alpha^2+1}+\sqrt{\beta^2+1})^2$

$=\alpha^2+1+\beta^2+1+2\sqrt{\alpha^2\beta^2+\alpha^2+\beta^2+1}$

$=\alpha^2+\beta^2+2+2\sqrt{(\alpha\beta)^2+\alpha^2+\beta^2+1}$

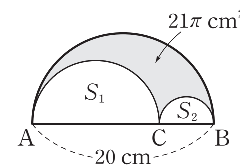
$=14+2+2\sqrt{1+14+1}$
$=16+2\times4=24$
이때 $\sqrt{\alpha^2+1}+\sqrt{\beta^2+1}>0$이므로
$\sqrt{\alpha^2+1}+\sqrt{\beta^2+1}=\sqrt{24}=2\sqrt{6}$

02 (1) $ax^2-4x+b=0$이 중근을 가지므로
$(-4)^2-4\times a\times b=0$
$16-4ab=0 \qquad \therefore ab=4$
이 조건을 만족하는 a, b의 순서쌍 $(a,\ b)$는
$(a,\ b)=(1,\ 4),\ (2,\ 2),\ (4,\ 1)$
의 3개이다.
한 개의 주사위를 두 번 던질 때, 모든 경우의 수는
$6\times6=36$이므로 구하는 확률은 $\frac{3}{36}=\frac{1}{12}$
(2) $x^2-ax+2b=0$이 서로 다른 두 근을 가질 조건은
$(-a)^2-4\times1\times2b>0 \qquad \therefore b<\frac{a^2}{8}$
이 조건을 만족하는 a, b의 순서쌍 $(a,\ b)$는
$(a,\ b)=(3,\ 1),\ (4,\ 1),\ (5,\ 1),\ (5,\ 2),\ (5,\ 3),$
$(6,\ 1),\ (6,\ 2),\ (6,\ 3),\ (6,\ 4)$
의 9개이다.
한 개의 주사위를 두 번 던질 때, 모든 경우의 수는
$6\times6=36$이므로 구하는 확률은
$\frac{9}{36}=\frac{1}{4}$

03 $\overline{BD}=x$ cm라 하면 $\overline{DC}=(12-x)$ cm
한편, $\triangle EDC$에서 $\angle C=45°$이므로 $\triangle EDC$는 직각이등변삼각형이다.
$\therefore \overline{DE}=\overline{DC}=(12-x)$ cm
이때 $\square BDEF=\overline{BD}\times\overline{DE}$이므로
$32=x\times(12-x)$, $x^2-12x+32=0$
$(x-4)(x-8)=0$
$\therefore x=4$ 또는 $x=8$
그런데 $\overline{BD}<6$ cm이므로 $\overline{BD}=4$ cm
$\therefore \overline{DC}=\overline{DE}=12-4=8(\text{cm})$
$\therefore \triangle EDC=\frac{1}{2}\times8\times8=32(\text{cm}^2)$

04 $\overline{PQ}=x$ cm라 하면
$\triangle PBQ \backsim \triangle ABC$ (AA 닮음)이므로
$\overline{PQ}:\overline{AC}=\overline{BQ}:\overline{BC}$
$x:6=\overline{BQ}:4,\ 6\overline{BQ}=4x$
$\therefore \overline{BQ}=\frac{2}{3}x(\text{cm})$
$\overline{QC}=\overline{PR}=4-\frac{2}{3}x(\text{cm})$
이때 $\triangle PQR$의 넓이가 $\frac{8}{3}$ cm^2이므로
$\frac{1}{2}x\left(4-\frac{2}{3}x\right)=\frac{8}{3}$
$x^2-6x+8=0$
$(x-2)(x-4)=0$
$\therefore x=2$ 또는 $x=4$
그런데 $\overline{PQ}>\overline{PR}$이므로
$\overline{PQ}=4$ cm

05 $\overline{AC}$, $\overline{CB}$, $\overline{AB}$를 지름으로 하는 반원의 넓이를 각각 S_1 cm^2, S_2 cm^2, S cm^2라 하면



$S=S_1+S_2+21\pi$
이때 $\overline{AC}=x$ cm라 하면
$\overline{CB}=(20-x)$ cm이므로
$\frac{1}{2}\times10^2\pi=\frac{1}{2}\times\left(\frac{x}{2}\right)^2\pi+\frac{1}{2}\times\left(\frac{20-x}{2}\right)^2\pi+21\pi$
$50\pi=\frac{x^2}{8}\pi+\frac{400-40x+x^2}{8}\pi+21\pi$
양변에 8을 곱하면
$400=x^2+400-40x+x^2+168$
$x^2-20x+84=0$
$(x-6)(x-14)=0$
$\therefore x=6$ 또는 $x=14$
그런데 $\overline{AC}>\overline{CB}$이므로
$\overline{AC}=14$ cm

서술형 대비 문제

본문 164~165쪽

1 $x=\frac{3}{2}$ 또는 $x=1$ **2** 4 m
3 (1) 4, $-\frac{3}{2}$ (2) $\frac{76}{9}$ **4** $x=-3\pm\sqrt{37}$ **5** 5 cm
6 $3x^2+5x-2=0$

1 1단계 근과 계수의 관계에 의해
$-\frac{1}{3}+2=-\frac{a}{3} \qquad \therefore a=-5$
2단계 $-\frac{1}{3}\times2=\frac{b}{3} \qquad \therefore b=-2$
3단계 $-2x^2+5x-3=0$이므로 $2x^2-5x+3=0$
$(2x-3)(x-1)=0$
$\therefore x=\frac{3}{2}$ 또는 $x=1$

2 1단계 도로의 폭을 x m라 하면 도로를 제외한 나머지 부분의 넓이는 가로, 세로의 길이가 각각 $(30-x)$ m, $(24-x)$ m인 직사각형의 넓이와 같으므로

$(30-x)(24-x)=520$

2단계 $x^2-54x+200=0$, $(x-4)(x-50)=0$

$\therefore x=4$ 또는 $x=50$

3단계 그런데 $0<x<24$이므로 $x=4$

따라서 도로의 폭은 4 m이다.

3 1단계 (1) 근과 계수의 관계에 의해

$$\alpha+\beta=-\frac{-8}{2}=4,\ \alpha\beta=-\frac{3}{2}$$

2단계 (2) $$\frac{1}{\alpha^2}+\frac{1}{\beta^2}=\frac{\alpha^2+\beta^2}{\alpha^2\beta^2}=\frac{(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta}{(\alpha\beta)^2}$$

$$=\frac{4^2-2\times\left(-\frac{3}{2}\right)}{\left(-\frac{3}{2}\right)^2}=\frac{76}{9}$$

단계	채점요소	배점
1	$\alpha+\beta$, $\alpha\beta$의 값 구하기	2점
2	$\frac{1}{\alpha^2}+\frac{1}{\beta^2}$의 값 구하기	3점

4 1단계 갑은 상수항을 바르게 보았다.

$(x+4)(x-7)=0$, $x^2-3x-28=0$

따라서 처음 이차방정식의 상수항은 -28이다.

2단계 을은 x의 계수를 바르게 보았다.

(두 근의 합)$=(-3+\sqrt{2})+(-3-\sqrt{2})=-6$,

(두 근의 곱)$=(-3+\sqrt{2})(-3-\sqrt{2})=7$

이므로

$x^2+6x+7=0$

따라서 처음 이차방정식의 x의 계수는 6이다.

3단계 따라서 처음 이차방정식은 $x^2+6x-28=0$

$\therefore x=-3\pm\sqrt{37}$

단계	채점요소	배점
1	처음 이차방정식의 상수항 구하기	2점
2	처음 이차방정식의 x의 계수 구하기	2점
3	이차방정식의 올바른 두 근 구하기	2점

5 1단계 색칠한 단면의 높이를 x cm라 하면 가로의 길이는 $(20-2x)$ cm이므로

$x(20-2x)=50$

2단계 $x^2-10x+25=0$

$(x-5)^2=0$

$\therefore x=5$ (중근)

3단계 따라서 색칠한 단면의 높이는 5 cm이다.

단계	채점요소	배점
1	색칠한 단면의 높이를 x로 놓고 방정식 세우기	3점
2	방정식 풀기	2점
3	색칠한 단면의 높이 구하기	1점

6 1단계 이차방정식 $Ax^2-2x+3=0$이 중근을 가지므로

$(-1)^2-A\times3=0 \qquad \therefore A=\frac{1}{3}$

2단계 $A=\frac{1}{3}$을 이차방정식 $x^2-Ax-2=0$에 대입하면

$x^2-\frac{1}{3}x-2=0$

$\therefore \alpha+\beta=\frac{1}{3},\ \alpha\beta=-2$

3단계 따라서 $\frac{1}{3}$, -2를 두 근으로 하고 x^2의 계수가 3인 이차방정식은 $3\left(x-\frac{1}{3}\right)(x+2)=0$

$(3x-1)(x+2)=0 \qquad \therefore 3x^2+5x-2=0$

단계	채점요소	배점
1	A의 값 구하기	2점
2	$\alpha+\beta$, $\alpha\beta$의 값 구하기	2점
3	이차방정식 구하기	2점

생활 속의 수학

본문 166쪽

1 화단의 한 변의 길이를 x m라 하면

$12\times10-x^2=104$

$x^2=16 \qquad \therefore x=\pm4$

그런데 $x>0$이므로 $x=4$

따라서 화단의 한 변의 길이는 4 m이다. 답 4 m

2 정사각형 모양의 조각 천을 붙인 부분의

(가로의 길이)$=3$ m 30 cm-15 cm-15 cm

$=3$ m$=300$ cm

(세로의 길이)$=2$ m 30 cm-15 cm-15 cm

$=2$ m$=200$ cm

이때 정사각형 모양의 조각 천의 한 변의 길이를 x cm라 하면 $150\times x^2=200\times300 \qquad \therefore x=\pm20$

그런데 $x>0$이므로 $x=20$

따라서 조각 천의 한 변의 길이는 20 cm이다.

답 20 cm

Ⅳ 이차함수

1 이차함수와 그 그래프

01 이차함수와 $y=ax^2$의 그래프

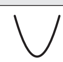
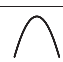
개념원리 확인하기 본문 172쪽

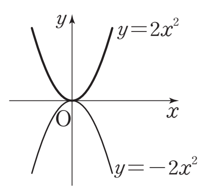
01 (1) ○ (2) × (3) ○ (4) × (5) ○ (6) ×

02 풀이 참조 **03** (1) ㄱ, ㄹ (2) ㄷ (3) ㄴ, ㄹ

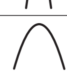
04 (1) 1 (2) 0

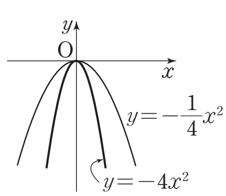
02 (1)

이차함수	그래프의 모양	꼭짓점의 좌표	축의 방정식
$y=2x^2$		$(0,\ 0)$	$x=0$
$y=-2x^2$		$(0,\ 0)$	$x=0$



(2)

이차함수	그래프의 모양	꼭짓점의 좌표	축의 방정식
$y=-4x^2$		$(0,\ 0)$	$x=0$
$y=-\frac{1}{4}x^2$		$(0,\ 0)$	$x=0$



04 (1) $f(0)=0+1=1$ (2) $f(1)=-1+1=0$

핵심문제 익히기 (확인문제) 본문 173~176쪽

1 ①, ③ **2** ㄷ **3** (1) 1 (2) 5

4 (1) 5 (2) -3 **5** ② **6** ⑤

7 ① **8** ① **9** $\frac{1}{4}$ **10** $y=-x^2$

1 ① $y=3x^2-3(x-1)^2$
$=3x^2-3(x^2-2x+1)$
$=6x-3$
$\therefore$ 일차함수
③ $y=x^2(x+1)=x^3+x^2$
$\therefore$ 이차함수가 아니다.

2 ㄱ. $x\times y=100$이므로
$y=\frac{100}{x}$
$\therefore$ 이차함수가 아니다.
ㄴ. $y=(2\pi\times x)\times 7=14\pi x$
$\therefore$ 일차함수
ㄷ. $y=x^2+(x+2)^2$
$=x^2+x^2+4x+4$
$=2x^2+4x+4$
$\therefore$ 이차함수

3 (1) $f(-1)=1$이므로
$f(-1)=2\times(-1)^2-a\times(-1)-2$
$=1$
$2+a-2=1$
$\therefore a=1$
(2) $f(-2)=6$이므로
$-3\times(-2)^2-a\times(-2)+4=6$
$-12+2a+4=6$
$\therefore a=7$
$\therefore f(x)=-3x^2-7x+4$
$f(-3)=b$이므로
$-3\times(-3)^2-7\times(-3)+4=b$
$-27+21+4=b$
$\therefore b=-2$
$\therefore a+b=7+(-2)$
$=5$

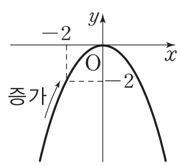
4 (1) $x=-1$, $y=k$를 $y=5x^2$에 대입하면
$k=5\times(-1)^2=5$
(2) $x=2$, $y=-6$을 $y=ax^2$에 대입하면
$-6=4a$
$\therefore a=-\frac{3}{2}$
따라서 $y=-\frac{3}{2}x^2$의 그래프가 점 $(-1,\ b)$를 지나므로

$$b=-\frac{3}{2}\times(-1)^2=-\frac{3}{2}$$

$$\therefore\ a+b=-\frac{3}{2}+\left(-\frac{3}{2}\right)=-3$$

5 ② $\frac{1}{4}\times(-2)^2=1\neq-1$

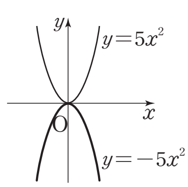
6 이차함수 $y=-\frac{1}{2}x^2$의 그래프는 다음 그림과 같다.



⑤ $x<0$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.

7 이차함수 $y=ax^2$의 그래프는 $a<0$일 때 위로 볼록하므로 ①, ③, ⑤의 그래프가 위로 볼록하다.
이 중 포물선의 폭이 가장 좁은 것은 a의 절댓값이 가장 큰 ①이다.

8 이차함수 $y=-5x^2$과 $y=5x^2$의 그래프는 x축에 대하여 서로 대칭이다.



9 이차함수 $y=-\frac{1}{4}x^2$의 그래프와 x축에 대하여 대칭인 그래프는 $y=\frac{1}{4}x^2$의 그래프이고 이 그래프가 점 $(-1,\ k)$를 지나므로

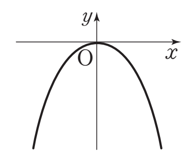
$$k=\frac{1}{4}\times(-1)^2=\frac{1}{4}$$

10 꼭짓점이 원점이고 축이 y축인 포물선이므로 구하는 이차함수의 식을 $y=ax^2(a\neq0)$으로 놓을 수 있다.
이 포물선이 점 $(-2,\ -4)$를 지나므로
$x=-2$, $y=-4$를 $y=ax^2$에 대입하면
$-4=a\times(-2)^2\qquad\therefore\ a=-1$
따라서 구하는 이차함수의 식은
$y=-x^2$

이런 문제가 시험에 나온다 본문 177쪽

01 (1) $(0,\ 0)$ (2) $x=0$ (3) $y=\frac{2}{3}x^2$ (4) $x>0$ **02** ③
03 ㄱ과 ㅂ, ㄷ과 ㅁ **04** ② **05** 4
06 -3 **07** ㉠, ㉢

01 이차함수 $y=-\frac{2}{3}x^2$의 그래프를 그리면 다음 그림과 같다.



02 이차함수 $y=ax^2$의 그래프는 $a<0$일 때 위로 볼록하므로 ②, ③, ④의 그래프가 위로 볼록하다. 이 중 폭이 가장 넓은 것은 a의 절댓값이 가장 작은 ③이다.

04 $y=3x^2-5-kx(1-x)$
$=3x^2-5-kx+kx^2$
$=(3+k)x^2-kx-5$
이 식이 이차함수가 되기 위해서는
$3+k\neq0\qquad\therefore\ k\neq-3$

05 원점을 꼭짓점으로 하고 y축을 축으로 하는 이차함수의 그래프이므로 이차함수의 식을 $y=ax^2(a\neq0)$으로 놓는다.
이 그래프가 점 $(1,\ 1)$을 지나므로
$1=a\qquad\therefore\ y=x^2$
따라서 $y=x^2$의 그래프가 점 $(k,\ 16)$을 지나므로
$16=k^2\qquad\therefore\ k=\pm4$
그런데 k는 양수이므로 $k=4$

06 이차함수 $y=ax^2$의 그래프가 점 $(6,\ -12)$를 지나므로
$-12=a\times6^2\qquad\therefore\ a=-\frac{1}{3}$
따라서 이차함수 $y=-\frac{1}{3}x^2$의 그래프가 점 $(3,\ b)$를 지나므로
$b=-\frac{1}{3}\times3^2=-3$

07 이차함수 $y=ax^2$의 그래프에서 ㉠, ㉡은 a의 값이 양수이고, ㉢, ㉣은 a의 값이 음수이다.
또, a의 절댓값이 클수록 그래프의 폭이 좁아지므로 a의 값이 가장 큰 것은 ㉠, 가장 작은 것은 ㉢이다.

02 이차함수 $y=ax^2+q$의 그래프

개념원리 **확인하기**

본문 179쪽

01 풀이 참조

02 (1) ① $-2x^2$, y, 3 ② 0, 3, $x=0$

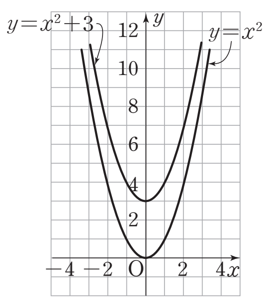
(2) ① $\frac{1}{5}x^2-2$ ② 0, -2, $x=0$

03 (1) $y=3x^2-1$, 풀이 참조

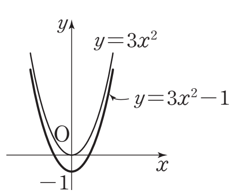
(2) $y=-x^2+5$, 풀이 참조

01

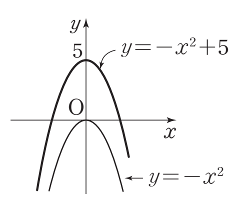
x	$\cdots$	-3	-2	-1	0	1	2	3	$\cdots$
$y=x^2$	$\cdots$	9	4	1	0	1	4	9	$\cdots$
$y=x^2+3$	$\cdots$	12	7	4	3	4	7	12	$\cdots$



03 (1)



(2)



핵심문제 **익히기** (확인문제)

본문 180~181쪽

1 (1) -5 (2) 3 **2** (1) 1 (2) $(0,\ -1)$ **3** ④ **4** $\frac{3}{4}$

1 (1) 이차함수 $y=-\frac{1}{2}x^2$의 그래프를 y축의 방향으로 k만큼 평행이동한 그래프를 나타내는 이차함수의 식은

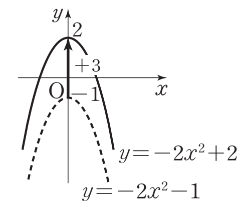
$y=-\frac{1}{2}x^2+k$

이 그래프는 점 $(-2,\ -7)$을 지나므로

$-7=-\frac{1}{2}\times(-2)^2+k$

$\therefore k=-5$

(2) 이차함수 $y=-2x^2+2$의 그래프는 $y=-2x^2-1$의 그래프를 y축의 방향으로 3만큼 평행이동한 것이다.



2 (1) $y=-x^2$의 그래프를 y축의 방향으로 5만큼 평행이동한 그래프를 나타내는 이차함수의 식은

$y=-x^2+5$

이 그래프가 점 $(2,\ k)$를 지나므로

$k=-4+5$ $\therefore k=1$

(2) $x=-2$, $y=-5$를 $y=ax^2+q$에 대입하면

$-5=4a+q$ …… ㉠

$x=1$, $y=-2$를 $y=ax^2+q$에 대입하면

$-2=a+q$ …… ㉡

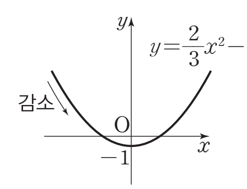
㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$a=-1$, $q=-1$

$\therefore y=-x^2-1$

따라서 이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(0,\ -1)$이다.

3 ④ 이차함수 $y=\frac{2}{3}x^2-1$의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 $x<0$일 때 x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.



4 꼭짓점의 좌표가 $(0,\ 2)$이므로 $q=2$

$\therefore y=ax^2+2$

이 그래프가 점 $(4,\ 8)$을 지나므로

$8=a\times4^2+2$

$\therefore a=\frac{3}{8}$

$\therefore aq=\frac{3}{8}\times2=\frac{3}{4}$

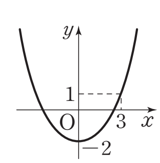
이런 문제가 **시험**에 나온다

본문 182쪽

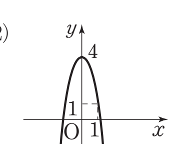
01 풀이 참조 **02** ② **03** $(0,\ -2)$ **04** $y=x^2+2$

05 ② **06** (1) 4 (2) 8

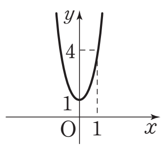
01 (1)



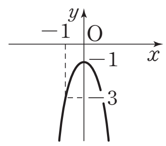
(2)



(3)



(4)



02 ① 꼭짓점의 좌표는 $(0,\ -3)$이다.
③ 점 $(2,\ -1)$을 지난다.
④ 축의 방정식은 $x=0$이다.
⑤ $y=\frac{1}{2}x^2$의 그래프를 y축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 것이다.

03 이차함수 $y=\frac{2}{5}x^2+2$의 그래프를 y축의 방향으로 -4만큼 평행이동한 그래프를 나타내는 이차함수의 식은

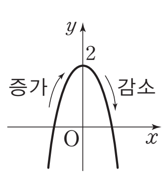
$y=\frac{2}{5}x^2+2+(-4)$

$\quad=\frac{2}{5}x^2-2$

따라서 꼭짓점의 좌표는 $(0,\ -2)$이다.

04 주어진 그래프는 꼭짓점의 좌표가 $(0,\ 2)$인 포물선이므로
$y=ax^2+2$
이 포물선은 점 $(2,\ 6)$을 지나므로
$6=a\times 2^2+2 \qquad \therefore a=1$
$\therefore y=x^2+2$

05 이차함수 $y=-3x^2+2$의 그래프는 다음 그림과 같으므로 $x<0$일 때는 x의 값이 증가하면 y의 값도 증가하고, $x>0$일 때는 x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.



06 (1) 이차함수 $y=-\frac{1}{3}x^2$의 그래프를 y축의 방향으로 m만큼 평행이동한 그래프를 나타내는 이차함수의 식은

$y=-\frac{1}{3}x^2+m$

이 그래프가 점 $(3,\ 1)$을 지나므로

$1=-\frac{1}{3}\times 3^2+m \qquad \therefore m=4$

(2) 이차함수 $y=-3x^2-2$의 그래프를 y축의 방향으로 m만큼 평행이동한 그래프를 나타내는 이차함수의 식은
$y=-3x^2-2+m$
이 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(0,\ 6)$이므로
$-2+m=6 \qquad \therefore m=8$

03 이차함수 $y=a(x-p)^2$의 그래프

본문 184쪽

개념원리 확인하기

01 풀이 참조

02 (1) ① $3x^2$, x, 1 ② 1, 0, $x=1$

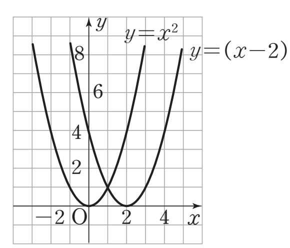
(2) ① $-\frac{1}{3}(x+2)^2$ ② -2, 0, $x=-2$

03 (1) $y=-\frac{1}{2}(x+3)^2$, 풀이 참조

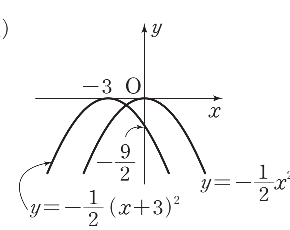
(2) $y=3\left(x-\frac{1}{2}\right)^2$, 풀이 참조

01

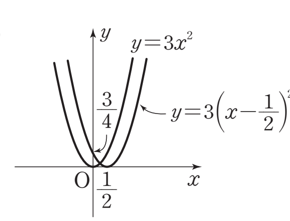
x	$\cdots$	-3	-2	-1	0	1	2	3	$\cdots$
$y=x^2$	$\cdots$	9	4	1	0	1	4	9	$\cdots$
$y=(x-2)^2$	$\cdots$	25	16	9	4	1	0	1	$\cdots$



03 (1)



(2)

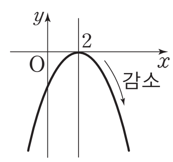


핵심문제 익히기 (확인문제) 본문 185~186쪽

1 (1) $y=-\frac{2}{3}(x-2)^2$ (2) $(2,\ 0)$ (3) $x=2$ (4) $x>2$

2 (1) -12 (2) -2 **3** ⑤ **4** -2

1 (4) 이차함수 $y=-\frac{2}{3}(x-2)^2$의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 $x>2$일 때 x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.



2 (1) 이차함수 $y=-\frac{1}{3}x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 -4만큼 평행이동한 그래프를 나타내는 이차함수의 식은

$y=-\frac{1}{3}(x+4)^2$

이 그래프가 점 $(2,\ k)$를 지나므로

$k=-\frac{1}{3}(2+4)^2=-12$

(2) 이차함수 $y=a(x-2)^2$의 그래프를 x축의 방향으로 3만큼 평행이동한 그래프를 나타내는 이차함수의 식은

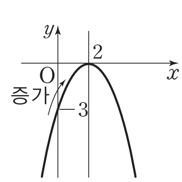
$y=a(x-3-2)^2=a(x-5)^2$

이 그래프가 점 $(4,\ -2)$를 지나므로

$-2=a(4-5)^2$ $\therefore a=-2$

3 ② $x=0$을 대입하였을 때 y의 값은 $y=-3$이므로 y축과의 교점의 좌표는 $(0,\ -3)$이다.

⑤ 이차함수 $y=-\frac{3}{4}(x-2)^2$의 그래프는 다음 그림과 같으므로 x의 값이 증가할 때 y의 값도 증가하는 x의 값의 범위는 $x<2$이다.



4 꼭짓점의 좌표가 $(-4,\ 0)$이므로 $p=4$

$y=a(x+4)^2$의 그래프가 점 $(0,\ -8)$을 지나므로

$-8=16a$ $\therefore a=-\frac{1}{2}$

$\therefore ap=\left(-\frac{1}{2}\right)\times 4=-2$

이런 문제가 시험에 나온다 본문 187쪽

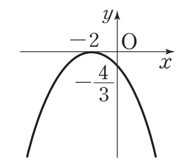
01 풀이 참조 **02** ⑤ **03** ⑤

04 (1) -2 (2) 2 (3) -2 **05** $\frac{3}{25}$

06 $y=\frac{1}{4}(x+2)^2$

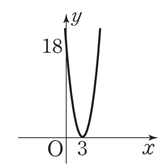
01 (1) 꼭짓점의 좌표 : $(-2,\ 0)$

축의 방정식 : $x=-2$



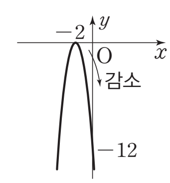
(2) 꼭짓점의 좌표 : $(3,\ 0)$

축의 방정식 : $x=3$



03 $y=-3(x+2)^2$의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

⑤ x의 값이 증가할 때 y의 값은 감소하는 x의 값의 범위는 $x>-2$이다.



04 (1) 이차함수 $y=-\frac{1}{2}x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 1만큼 평행이동한 그래프를 나타내는 이차함수의 식은

$y=-\frac{1}{2}(x-1)^2$

이 그래프가 점 $(-1,\ m)$을 지나므로

$m=-\frac{1}{2}(-1-1)^2$ $\therefore m=-2$

(2) 이차함수 $y=-2(x-3)^2$의 그래프를 x축의 방향으로 p만큼 평행이동한 그래프를 나타내는 이차함수의 식은 $y=-2(x-p-3)^2$

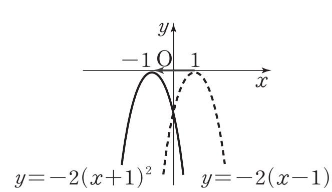
이 그래프가 점 $(3,\ -8)$을 지나므로

$-8=-2(3-p-3)^2$

$p^2=4$ $\therefore p=\pm 2$

그런데 $p>0$이므로 $p=2$

(3) 이차함수 $y=-2(x+1)^2$의 그래프는 $y=-2(x-1)^2$의 그래프를 x축의 방향으로 $-1-1=-2$만큼 평행이동한 것이다.



05 이차함수 $y=a(x-p)^2$의 그래프에서 축이 직선 $x=-3$이므로 $p=-3$

$y=a(x+3)^2$의 그래프가 점 $(2,\ -1)$을 지나므로

$-1=a(2+3)^2 \qquad \therefore\ a=-\dfrac{1}{25}$

$\therefore\ ap=\left(-\dfrac{1}{25}\right)\times(-3)=\dfrac{3}{25}$

06 꼭짓점의 좌표가 $(-2,\ 0)$이므로 그래프를 나타내는 이차함수의 식은

$y=a(x+2)^2$

이 그래프가 점 $(0,\ 1)$을 지나므로

$1=a\times 2^2 \qquad \therefore\ a=\dfrac{1}{4}$

$\therefore\ y=\dfrac{1}{4}(x+2)^2$

04 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프

개념원리 확인하기

본문 190쪽

01 (1) $y=2(x+5)^2+3$ (2) $-2,\ -5$ (3) $2,\ -4$

02 풀이 참조 **03** $1,\ 2,\ 0,\ 5,\ 3,\ y=3(x+1)^2+2$

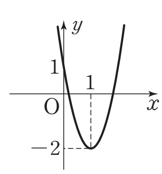
02 (1) $y=3(x-1)^2-2$

꼭짓점의 좌표 : $(1,\ -2)$

축의 방정식 : $x=1$

y축과의 교점의 좌표 : $x=0$을 대입하면

$y=3(0-1)^2-2=1$이므로 $(0,\ 1)$



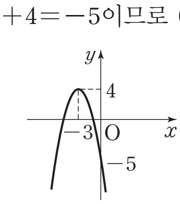
(2) $y=-(x+3)^2+4$

꼭짓점의 좌표 : $(-3,\ 4)$

축의 방정식 : $x=-3$

y축과의 교점의 좌표 : $x=0$을 대입하면

$y=-(0+3)^2+4=-5$이므로 $(0,\ -5)$



핵심문제 익히기 (확인문제)

본문 191~193쪽

1 (1) $y=-3(x-2)^2-5$, 꼭짓점의 좌표 : $(2,\ -5)$,

축의 방정식 : $x=2$, y축과의 교점의 좌표 : $(0,\ -17)$

(2) $y=\dfrac{1}{2}(x+1)^2+3$, 꼭짓점의 좌표 : $(-1,\ 3)$,

축의 방정식 : $x=-1$, y축과의 교점의 좌표 : $\left(0,\ \dfrac{7}{2}\right)$

(3) $y=-\dfrac{1}{2}(x+1)^2-5$, 꼭짓점의 좌표 : $(-1,\ -5)$,

축의 방정식 : $x=-1$,

y축과의 교점의 좌표 : $\left(0,\ -\dfrac{11}{2}\right)$

2 -2 **3** ④ **4** 1

5 (1) -9 (2) $y=-(x+1)^2+4$

6 (1) $a>0,\ p<0,\ q<0$ (2) $a<0,\ p>0,\ q<0$

1 (3) x 대신 $x-2$를, y 대신 $y+1$을 대입하면 구하는 이차함수의 식은

$y+1=-\dfrac{1}{2}(x-2+3)^2-4$

$\therefore\ y=-\dfrac{1}{2}(x+1)^2-5$

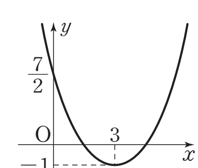
2 $y=2(x-4)^2+3$의 그래프를 x축의 방향으로 -3만큼, y축의 방향으로 -5만큼 평행이동한 그래프를 나타내는 이차함수의 식은

$y=2(x+3-4)^2+3-5=2(x-1)^2-2$

이 그래프가 점 $(1,\ k)$를 지나므로

$k=2(1-1)^2-2=-2$

3 이차함수 $y=\dfrac{1}{2}(x-3)^2-1$의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



① 꼭짓점의 좌표는 $(3,\ -1)$이다.

② $x=0$을 대입하면

$y=\dfrac{1}{2}(0-3)^2-1=\dfrac{7}{2}$이므로

y축과의 교점의 좌표는 $\left(0,\ \dfrac{7}{2}\right)$이다.

③ x축에 대하여 대칭인 그래프를 나타내는 이차함수의 식은

$-y=\dfrac{1}{2}(x-3)^2-1$

$\therefore\ y=-\dfrac{1}{2}(x-3)^2+1$

⑤ $x>3$일 때 x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.

4 이차함수 $y=-3(x-1)^2+2$의 그래프를 x축에 대하여 대칭이동한 그래프를 나타내는 이차함수의 식은
$-y=-3(x-1)^2+2$
$\therefore y=3(x-1)^2-2$
이 그래프를 다시 y축에 대하여 대칭이동한 그래프를 나타내는 이차함수의 식은
$y=3(-x-1)^2-2$
$\therefore y=3(x+1)^2-2$
이때 이 그래프가 점 $(-2, k)$를 지나므로
$k=3(-2+1)^2-2=1$

5 (1) 이차함수 $y=\frac{1}{2}(x-p)^2+q$의 그래프는 직선 $x=-1$을 축으로 하므로
$p=-1$
$\therefore y=\frac{1}{2}(x+1)^2+q$
이 그래프가 점 $(3, 0)$을 지나므로
$0=\frac{1}{2}(3+1)^2+q \qquad \therefore q=-8$
$\therefore p+q=-1-8=-9$
(2) 꼭짓점의 좌표가 $(-1, 4)$이므로 이차함수의 식을
$y=a(x+1)^2+4$
로 놓으면 이 그래프가 점 $(0, 3)$을 지나므로
$3=a+4 \qquad \therefore a=-1$
$\therefore y=-(x+1)^2+4$

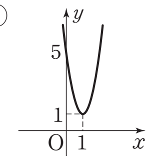
6 (1) 그래프가 아래로 볼록하므로 $a>0$
꼭짓점 (p, q)가 제 3 사분면 위에 있으므로
$p<0,\ q<0$
(2) 그래프가 위로 볼록하므로 $a<0$
꼭짓점 (p, q)가 제 4 사분면 위에 있으므로
$p>0,\ q<0$

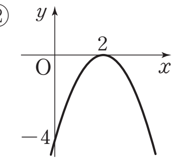
이런 문제가 시험에 나온다 본문 194~195쪽

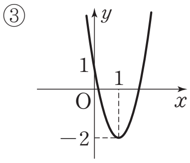
01 ②	**02** ④	**03** ②	**04** ②
05 $x>5$	**06** -4	**07** ④	**08** 12
09 $y=3(x+1)^2+3$	**10** 1	**11** ③	
12 ④			

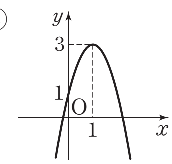
01 이차함수 $y=\frac{1}{3}(x+2)^2-1$의 그래프는 아래로 볼록하며 꼭짓점의 좌표가 $(-2, -1)$이고, $x=0$일 때
$y=\frac{1}{3}\times2^2-1=\frac{1}{3}$이므로 y절편이 $\frac{1}{3}$인 포물선이다.

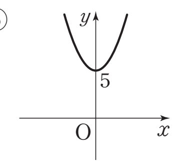
02 각각의 이차함수의 그래프를 그려 보면 다음과 같다.

①


②


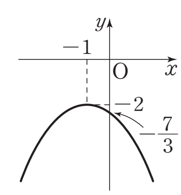
③


④


⑤


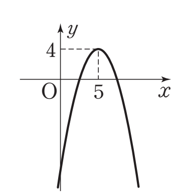
따라서 모든 사분면을 지나는 그래프는 ④이다.

03 ① 직선 $x=-1$을 축으로 하는 위로 볼록한 포물선이다.
③ $y=-\frac{1}{3}(x+1)^2-2$에 $x=0$을 대입하면
$y=-\frac{1}{3}(0+1)^2-2=-\frac{7}{3}$
따라서 y축과 점 $\left(0, -\frac{7}{3}\right)$에서 만난다.
④ $x>-1$일 때 x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.
⑤ 이차함수 $y=-\frac{1}{3}(x+1)^2-2$의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 제 3, 4 사분면을 지난다.



04 평행이동하여 $y=2(x-3)^2-5$의 그래프와 완전히 포개어지려면 x^2의 계수가 2이어야 한다.

05 $y=-\frac{2}{3}(x-3)^2+4$의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼 평행이동한 식은
$y=-\frac{2}{3}(x-2-3)^2+4$
$\therefore y=-\frac{2}{3}(x-5)^2+4$
따라서 이차함수
$y=-\frac{2}{3}(x-5)^2+4$의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 x의 값이 증가할 때 y의 값이 감소하는 x의 값의 범위는 $x>5$이다.



06 직선 $x=-3$을 축으로 하므로
$p=-3$ $\quad\therefore y=a(x+3)^2+2$
이 그래프가 점 $(-2,\ 1)$을 지나므로
$1=a+2$ $\quad\therefore a=-1$
$\therefore a+p=-1-3=-4$

07 $y=\frac{1}{2}(x+3)^2-1$의 그래프를 x축에 대하여 대칭이동한 그래프를 나타내는 이차함수의 식은 y 대신 $-y$를 대입하여 구한다.
즉, $-y=\frac{1}{2}(x+3)^2-1$이므로
$y=-\frac{1}{2}(x+3)^2+1$

08 이차함수 $y=-3(x+2)^2+4$의 그래프를 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 n만큼 평행이동한 그래프를 나타내는 이차함수의 식은
$y-n=-3(x-m+2)^2+4$
$\therefore y=-3(x-m+2)^2+4+n$
이 식이 $y=-3(x-2)^2-4$와 같으므로
$-m+2=-2,\ 4+n=-4$
$\therefore m=4,\ n=-8$
$\therefore m-n=12$

09 꼭짓점의 좌표가 $(-1,\ 3)$이므로 이차함수의 식을
$y=a(x+1)^2+3$
으로 놓으면 이 그래프가 점 $(0,\ 6)$을 지나므로
$6=a+3$ $\quad\therefore\ a=3$
$\therefore\ y=3(x+1)^2+3$

10 이차함수 $y=-\frac{2}{3}x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 -2만큼, y축의 방향으로 5만큼 평행이동한 그래프가 나타내는 이차함수의 식은
$y=-\frac{2}{3}(x+2)^2+5$
이 그래프를 x축에 대하여 대칭이동한 그래프가 나타내는 이차함수의 식은
$-y=-\frac{2}{3}(x+2)^2+5$
$\therefore y=\frac{2}{3}(x+2)^2-5$
이때 이 그래프가 점 $(1,\ k)$를 지나므로
$k=6-5=1$

11 그래프가 위로 볼록하므로 $a<0$
$y=a(x+p)^2-q$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-p,\ -q)$이고 주어진 그래프에서 꼭짓점이 제 3 사분면 위에 있으므로
$-p<0,\ -q<0$
$\therefore p>0,\ q>0$

12 그래프가 아래로 볼록하므로 $a>0$
$y=a(x-p)^2+q$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(p,\ q)$이고 주어진 그래프에서 꼭짓점이 제3사분면 위에 있으므로 $p<0,\ q<0$
따라서 $y=p(x-a)^2+q$의 그래프에서 $p<0$이므로 위로 볼록한 그래프이고, $a>0,\ q<0$이므로 꼭짓점 $(a,\ q)$는 제4사분면 위에 있다.
따라서 구하는 그래프는 ④이다.

1 Step (기본문제)

본문 196~197쪽

01 ②	**02** ④	**03** ③	**04** ⑤	**05** ②
06 ④	**07** ③	**08** ②	**09** -1	**10** -4
11 ㉣	**12** ⑤			

01 ① $y=3x+4$ ⇨ 일차함수
② $y=x^2+4x-4x=x^2$ ⇨ 이차함수
③ $y=x(x^2-1)=x^3-x$ ⇨ 이차함수가 아니다.
④ $y=x^2-(x^2+x-6)=-x+6$ ⇨ 일차함수
⑤ $y=x^2+4x+4-(x^2-2x+1)=6x+3$
⇨ 일차함수

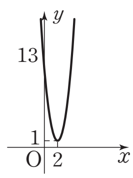
02 이차함수의 그래프는 x^2의 계수의 절댓값이 작을수록 폭이 넓어진다.
따라서 폭이 가장 넓은 것은 ④이다.

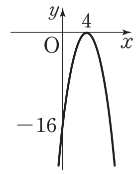
03 $f(x)=3x^2-2x+a$이므로
$f(-2)=3\times(-2)^2-2\times(-2)+a$
$15=12+4+a$ $\quad\therefore a=-1$
따라서 $f(x)=3x^2-2x-1$이므로
$f(3)=3\times3^2-2\times3-1$
$=27-6-1=20$

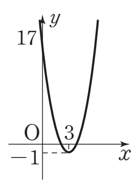
04 축이 y축이려면 이차함수가 $y=ax^2\ (a\neq0)$ 또는 $y=ax^2+q\ (a\neq0)$ 꼴이어야 한다.
⑤ $y=2(x-1)^2$의 그래프의 축은 직선 $x=1$이다.

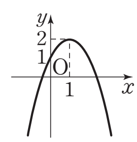
05 이차함수 $y=-2(x-3)^2+5$의 그래프를 평행이동하여 포갤 수 있는 것은 x^2의 계수가 -2인 이차함수의 그래프이다.

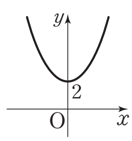
06 각각의 이차함수의 그래프를 그려 보면 다음과 같다.

①


②


③


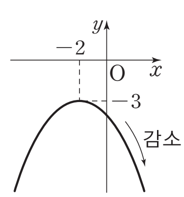
④


⑤


따라서 모든 사분면을 지나는 그래프는 ④이다.

07 ② 꼭짓점의 좌표가 $(-2,\ -3)$이므로 제3사분면 위에 있다.

③ $y=-\frac{1}{4}(x+2)^2-3$의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 $x>-2$일 때 x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.



④ x축에 대하여 대칭인 그래프를 나타내는 이차함수의 식은 y 대신 $-y$를 대입하여 구한다.

즉, $-y=-\frac{1}{4}(x+2)^2-3$이므로

$y=\frac{1}{4}(x+2)^2+3$

⑤ $y=-\frac{1}{4}x^2$에 x 대신 $x+2$, y 대신 $y+3$을 대입하면

$y+3=-\frac{1}{4}(x+2)^2$

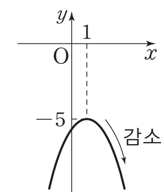
$\therefore y=-\frac{1}{4}(x+2)^2-3$

08 이차함수 $y=-\frac{2}{3}(x-4)^2-5$의 그래프를 x축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 그래프를 나타내는 이차함수의 식은

$y=-\frac{2}{3}(x+3-4)^2-5$

$=-\frac{2}{3}(x-1)^2-5$

이므로 그래프는 오른쪽 그림과 같다. 따라서 x의 값이 증가할 때 y의 값은 감소하는 x의 값의 범위는 $x>1$이다.



09 이차함수 $y=-\frac{1}{2}x^2+3$의 그래프를 x축의 방향으로 -1만큼, y축의 방향으로 -2만큼 평행이동하면

$y=-\frac{1}{2}(x+1)^2+3-2$

$\therefore y=-\frac{1}{2}(x+1)^2+1$

이 그래프가 점 $(-3,\ k)$를 지나므로

$k=-\frac{1}{2}(-3+1)^2+1$

$=-1$

10 이차함수 $y=-\frac{1}{3}(x-p)^2+q$의 그래프를 y축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=-\frac{1}{3}(x-p)^2+q-3$

이 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(-2,\ -1)$이므로

$p=-2,\ q-3=-1$에서 $q=2$

$\therefore y=-\frac{1}{3}(x+2)^2-1$

이 그래프가 점 $(1,\ a)$를 지나므로

$a=-\frac{1}{3}(1+2)^2-1=-4$

$\therefore a+p+q=-4-2+2=-4$

11 이차함수 $y=-ax^2+q$에서 $a>0$, 즉 $-a<0$이므로 그래프는 위로 볼록한 포물선이다.
또, 꼭짓점의 좌표는 $(0,\ q)$이고, $q<0$이므로 구하는 그래프는 ㉣이다.

12 그래프가 아래로 볼록하므로 $a>0$
꼭짓점 $(-p,\ q)$가 제4사분면 위에 있으므로
$-p>0,\ q<0$ $\quad\therefore p<0,\ q<0$

① $ap<0$ ② $aq<0$
③ $pq>0$ ④ $apq>0$
⑤ $-p>0,\ -q>0$이므로 $a-p-q>0$

2 Step (발전문제)

본문 198~199쪽

01 ④	**02** 2	**03** ㉣	**04** ④	**05** -6
06 -2	**07** ②	**08** $-\frac{5}{4}<a<0$		**09** ④
10 ④	**11** -1	**12** 27	**13** $\frac{3}{2}$	

01 직선 $x=-3$을 축으로 하고 꼭짓점의 y좌표가 -7이므로

$p=-3,\ q=-7$

$\therefore y=a(x+3)^2-7$

이 그래프가 점 $(0,\ 2)$를 지나므로

$2=a\times 3^2-7 \qquad \therefore a=1$

$\therefore a+p-q=1+(-3)-(-7)=5$

02 이차함수 $y=-2x^2+1$의 그래프를 x축의 방향으로 k만큼, y축의 방향으로 $k+1$만큼 평행이동한 그래프를 나타내는 이차함수의 식은

$y=-2(x-k)^2+1+k+1$

$\therefore y=-2(x-k)^2+k+2$

이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(k,\ k+2)$이고 이 점이 직선 $y=-2x+8$ 위에 있으므로

$k+2=-2k+8,\ 3k=6$

$\therefore k=2$

03 $y=ax^2$의 그래프는 $-1<a<0$이므로 위로 볼록하고, 이차함수 $y=-x^2$의 그래프보다 폭이 넓다.

따라서 $y=ax^2$의 그래프는 ㉣이다.

04 이차함수 $y=ax^2$의 그래프는 a의 절댓값이 클수록 그래프의 폭이 좁아진다.

$\therefore \frac{1}{4}<a<1$

05 이차함수 $y=a(x-3)^2$의 그래프와 x축에 대하여 대칭인 그래프를 나타내는 이차함수의 식은

$y=-a(x-3)^2$

이 그래프를 x축의 방향으로 -5만큼 평행이동하면

$y=-a(x+5-3)^2=-a(x+2)^2$

이 그래프가 점 $(-1,\ 6)$을 지나므로

$6=-a \qquad \therefore a=-6$

06 주어진 그림의 그래프의 꼭짓점은 $(3,\ 2)$이므로 주어진 그림의 그래프와 x축에 대하여 대칭인 그래프의 꼭짓점은 $(3,\ -2)$이다.

즉, $p=3,\ q=-2$이므로

$\therefore y=a(x-3)^2-2$

이 그래프가 점 $(1,\ 10)$을 지나므로

$10=a(1-3)^2-2,\ 4a=12$

$\therefore a=3$

$\therefore a-p+q=3-3-2=-2$

07 주어진 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(1,\ 0)$이므로 주어진 그래프가 나타내는 이차함수의 식을

$y=a(x-1)^2$

으로 놓으면 이 그래프가 점 $\left(0,\ -\frac{1}{2}\right)$을 지나므로

$-\frac{1}{2}=a\times(-1)^2 \qquad \therefore a=-\frac{1}{2}$

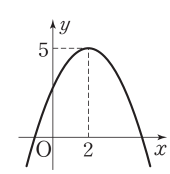
$\therefore y=-\frac{1}{2}(x-1)^2$

이 그래프와 y축에 대하여 대칭인 그래프를 나타내는 이차함수의 식은

$y=-\frac{1}{2}(-x-1)^2$

$\therefore y=-\frac{1}{2}(x+1)^2$

08 꼭짓점의 좌표가 $(2,\ 5)$이므로 모든 사분면을 지나기 위해서는 위로 볼록한 포물선이어야 한다.



$\therefore a<0 \qquad \cdots\cdots$ ㉠

또, (y축과의 교점의 y좌표)>0이어야 하므로

$4a+5>0$

$\therefore a>-\frac{5}{4} \qquad \cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서 $-\frac{5}{4}<a<0$

09 $\overline{AB}=6$이므로 $\overline{AP}=3$

점 A, B의 y좌표를 p라 하면 점 A의 좌표는 $(-3,\ p)$이므로

$p=\frac{2}{3}\times(-3)^2-2=4$

따라서 $\overline{OP}$의 길이는 4이다.

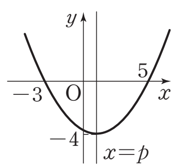
10 일차함수 $y=ax+b$의 그래프가 오른쪽 아래로 향하고, y축과 만나는 점이 x축보다 아랫부분에 있으므로

$a<0,\ b<0$

즉, $y=a(x+b)^2$의 그래프에서

(i) $a<0$이므로 위로 볼록
(ii) 꼭짓점의 좌표가 $(-b,\ 0)$이고 $-b>0$이므로 꼭짓점은 x축 양의 부분 위에 있다.
따라서 $y=a(x+b)^2$의 그래프로 알맞은 것은 ④이다.

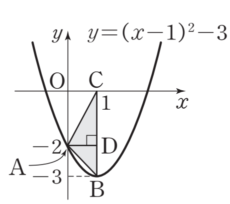
11 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프의 꼭짓점은 $(p,\ q)$이고 꼭짓점이 직선 $y=-4$ 위에 있으므로 꼭짓점의 y좌표는 -4이다.
$\therefore q=-4$
$y=a(x-p)^2-4$의 그래프가 다음 그림과 같이 x축과 두 점 $(-3,\ 0)$, $(5,\ 0)$에서 만나고 직선 $x=p$에 대하여 대칭이므로



$p=\dfrac{-3+5}{2}=1$
$\therefore y=a(x-1)^2-4$
이 그래프가 점 $(5,\ 0)$을 지나므로 $0=16a-4$
$\therefore a=\dfrac{1}{4}$
$\therefore apq=\dfrac{1}{4}\times1\times(-4)=-1$

12 이차함수 $y=x^2+c$의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(0,\ -9)$이므로 $c=-9$
이차함수 $y=a(x-b)^2$의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(3,\ 0)$이므로 $b=3$
따라서 이차함수 $y=a(x-3)^2$의 그래프가 점 $(0,\ -9)$를 지나므로
$-9=a\times(-3)^2 \qquad \therefore a=-1$
$\therefore abc=(-1)\times3\times(-9)$
$\qquad\quad =27$

13 점 B는 꼭짓점이므로 $B(1,\ -3)$
축의 방정식은 $x=1$이므로 $C(1,\ 0)$
점 A는 y축과의 교점이므로 $x=0$을 대입하면
$y=(-1)^2-3=-2$
$\therefore\ A(0,\ -2)$
오른쪽 그림과 같이 점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 D라 하면 $\overline{BC}=3$, $\overline{AD}=1$이므로



$\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times3\times1$
$\qquad\quad =\dfrac{3}{2}$

3 Step (실력UP) 본문 200쪽

01 $-2<a<-\dfrac{3}{4}$ **02** 3 **03** 4 **04** $\dfrac{4}{3}$
05 4 **06** 6

01 이차함수 $y=ax^2$의 그래프의 폭은 이차함수 $y=2x^2$의 그래프보다 넓으므로 a의 절댓값은 2보다 작다.
또, 이차함수 $y=-\dfrac{3}{4}x^2$의 그래프보다 폭이 좁으므로 a의 절댓값은 $\left|-\dfrac{3}{4}\right|=\dfrac{3}{4}$보다 크다.
그런데 이차함수 $y=ax^2$의 그래프는 위로 볼록하므로 $a<0$
따라서 조건을 만족하는 a의 값의 범위는
$-2<a<-\dfrac{3}{4}$

02 $A(a,\ 1)$, $B(b,\ 4)$라 하고 두 점의 좌표를 $y=x^2$에 각각 대입하면
$1=a^2$, $4=b^2$
이때 $a<0$, $b>0$이므로
$a=-1$, $b=2$
$\therefore\ A(-1,\ 1)$, $B(2,\ 4)$
$x=-1$, $y=1$을 $y=mx+n$에 대입하면
$1=-m+n \quad \cdots\cdots$ ㉠
$x=2$, $y=4$를 $y=mx+n$에 대입하면
$4=2m+n \quad \cdots\cdots$ ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $m=1$, $n=2$
$\therefore\ m+n=3$

03 이차함수의 그래프의 축 $x=p$는 꼭짓점 A를 지나고 y축과 평행한 직선이므로 점 A의 x좌표는
$p=\dfrac{-1+3}{2}=1$
$\triangle ABC$의 넓이가 8이고 점 A의 y좌표는 q이므로
$\dfrac{1}{2}\times4\times q=8 \qquad \therefore q=4 \qquad \therefore A(1,\ 4)$
따라서 $y=a(x-1)^2+4$의 그래프가 점 $(-1,\ 0)$을 지나므로
$0=a(-1-1)^2+4 \qquad \therefore a=-1$
$\therefore a+p+q=-1+1+4=4$

04 점 D의 x좌표를 a라 하면 $D\left(a,\ \dfrac{1}{2}a^2\right)$ (단, $a>0$)

그런데 이차함수 $y=\frac{1}{2}x^2$의 그래프는 y축에 대하여 대칭이므로 $A\left(-a,\ \frac{1}{2}a^2\right)$

또, $y=-x^2$에 $x=a$를 대입하면

$y=-a^2 \qquad \therefore C(a,\ -a^2)$

□ABCD가 정사각형이므로

$\overline{AD}=\overline{CD}$

$a-(-a)=\frac{1}{2}a^2-(-a^2)$

$2a=\frac{3}{2}a^2,\ 3a^2-4a=0,\ a(3a-4)=0$

$\therefore a=0$ 또는 $a=\frac{4}{3}$

그런데 $a>0$이므로 $a=\frac{4}{3}$

05 점 A의 좌표를 $(-a,\ a^2-2)$ (단, $a>0$)라 하면

$B(a,\ a^2-2),\ C(a,\ -a^2+2),\ D(-a,\ -a^2+2)$이므로

$\overline{AB}=2a,\ \overline{BC}=-2a^2+4$

이때 □ABCD는 정사각형이므로 $\overline{AB}=\overline{BC}$에서

$2a=-2a^2+4,\ a^2+a-2=0$

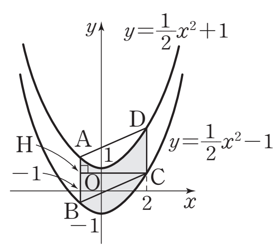
$(a+2)(a-1)=0 \qquad \therefore a=-2$ 또는 $a=1$

그런데 $a>0$이므로 $a=1$

따라서 □ABCD의 한 변의 길이는 $2a=2\times1=2$이므로

$\square ABCD=2^2=4$

06 색칠한 부분의 넓이는 평행사변형 ABCD의 넓이와 같다.



점 A의 좌표는 $\left(-1,\ \frac{3}{2}\right)$, 점 B의 좌표는 $\left(-1,\ -\frac{1}{2}\right)$이므로

$\overline{AB}=\frac{3}{2}-\left(-\frac{1}{2}\right)=2$

점 C에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\overline{CH}=2-(-1)=3$

$\therefore$ (구하는 넓이)$=\square ABCD$

$=\overline{AB}\times\overline{CH}$

$=2\times3=6$

서술형 대비 문제

본문 201~202쪽

1 2	**2** 제1, 2사분면	**3** (0, −2)
4 −2	**5** 5	**6** 5

1 1단계 $y=\frac{3}{4}(x-2)^2-3$의 그래프를 x축의 방향으로 -4만큼, y축의 방향으로 -7만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=\frac{3}{4}(x+4-2)^2-3-7$

$=\frac{3}{4}(x+2)^2-10$

2단계 이 그래프가 점 $(a,\ 2)$를 지나므로

$2=\frac{3}{4}(a+2)^2-10$

$(a+2)^2=16,\ a+2=\pm4$

$\therefore a=2$ 또는 $a=-6$

그런데 $a>0$이므로 $a=2$

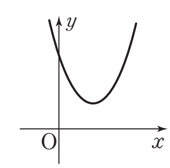
2 1단계 그래프의 모양이 위로 볼록하므로 $a<0$

꼭짓점 $(-p,\ q)$가 제1사분면 위에 있으므로

$-p>0,\ q>0$

$\therefore p<0,\ q>0$

2단계 $y=-p(x-q)^2-a$의 그래프는 $-p>0$이므로 아래로 볼록하고, $q>0,\ -a>0$이므로 꼭짓점 $(q,\ -a)$는 제1사분면 위에 있다. 따라서



이 그래프가 지나는 사분면은 제1, 2사분면이다.

3 1단계 이차함수 $y=ax^2+q$의 그래프가 두 점 $(1,\ -4)$, $(-2,\ -10)$을 지나므로

$-4=a+q \qquad \cdots\cdots$ ㉠

$-10=4a+q \qquad \cdots\cdots$ ㉡

2단계 ㉠−㉡을 하면 $-3a=6 \qquad \therefore a=-2$

$a=-2$를 ㉠에 대입하면

$-4=-2+q \qquad \therefore q=-2$

3단계 $\therefore y=-2x^2-2$

따라서 꼭짓점의 좌표는 $(0,\ -2)$이다.

단계	채점요소	배점
1	그래프가 지나는 점을 대입하여 식 세우기	3점
2	$a,\ q$의 값 구하기	2점
3	꼭짓점의 좌표 구하기	1점

4 1단계 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(-3,\ 3)$이므로

$-p=-3,\ q=3 \qquad \therefore p=3,\ q=3$

2단계 $\therefore y=a(x+3)^2+3$

이 그래프가 점 $(0,\ 1)$을 지나므로

$1=9a+3 \qquad \therefore a=-\dfrac{2}{9}$

3단계 $\therefore apq=\left(-\dfrac{2}{9}\right)\times3\times3=-2$

단계	채점요소	배점
1	p, q의 값 구하기	2점
2	a의 값 구하기	2점
3	apq의 값 구하기	2점

5 1단계 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프와 x축에 대하여 대칭인 그래프를 나타내는 이차함수의 식은

$-y=a(x-p)^2+q$

$\therefore y=-a(x-p)^2-q$

그런데 $y=-a(x-p)^2-q$의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(3,\ -5)$이므로

$p=3,\ -q=-5 \qquad \therefore p=3,\ q=5$

2단계 이때 $y=a(x-3)^2+5$의 그래프가 점 $(4,\ 2)$를 지나므로

$2=a(4-3)^2+5 \qquad \therefore a=-3$

3단계 $\therefore a+p+q=-3+3+5=5$

단계	채점요소	배점
1	p, q의 값 구하기	3점
2	a의 값 구하기	2점
3	$a+p+q$의 값 구하기	1점

6 1단계 이차함수 $y=(x-a)^2+b$의 그래프의 꼭짓점 $(a,\ b)$가 직선 $y=2x-4$ 위에 있으므로

$b=2a-4 \qquad \cdots\cdots$ ㉠

또, 이차함수 $y=(x-a)^2+b$의 그래프가 점 $(1,\ 6)$을 지나므로

$6=(1-a)^2+b \qquad \cdots\cdots$ ㉡

2단계 ㉠을 ㉡에 대입하면

$6=(1-a)^2+2a-4,\ a^2=9$

$\therefore a=3\ (\because a>0)$

$a=3$을 ㉠에 대입하면

$b=2\times3-4=2$

3단계 $\therefore a+b=5$

단계	채점요소	배점
1	a, b에 대한 식 세우기	3점
2	a, b의 값 구하기	3점
3	$a+b$의 값 구하기	1점

2 이차함수의 그래프와 활용

01 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프 (1)

본문 205쪽

개념원리 확인하기

01 풀이 참조

02 (1) ① $(1,\ -1)$ ② $x=1$ ③ $(0,\ 2)$ ④ 풀이 참조

(2) ① $(-3,\ 2)$ ② $x=-3$ ③ $(0,\ -1)$

④ 풀이 참조

01 (1) $y=2x^2-8x+3$

$=2(x^2-4x)+3$

$=2(x^2-4x+4-4)+3$

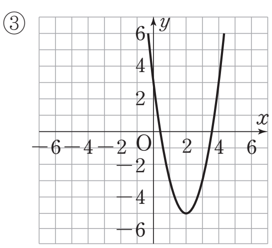
$=2(x^2-4x+4)-8+3$

$=2(x-2)^2-5$

① 꼭짓점의 좌표 : $(2,\ -5)$

② y축과의 교점의 좌표 : $(0,\ 3)$

③



(2) $y=-\dfrac{1}{2}x^2+3x+1$

$=-\dfrac{1}{2}(x^2-6x)+1$

$=-\dfrac{1}{2}(x^2-6x+9-9)+1$

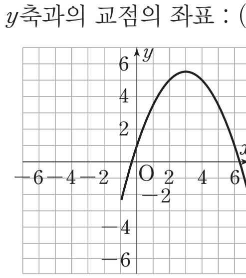
$=-\dfrac{1}{2}(x^2-6x+9)+\dfrac{9}{2}+1$

$=-\dfrac{1}{2}(x-3)^2+\dfrac{11}{2}$

① 꼭짓점의 좌표 : $\left(3,\ \dfrac{11}{2}\right)$

② y축과의 교점의 좌표 : $(0,\ 1)$

③

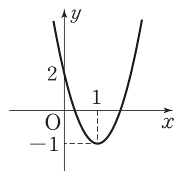


02 (1) $y=3x^2-6x+2$

$=3(x^2-2x)+2$

$=3(x^2-2x+1-1)+2$
$=3(x^2-2x+1)-3+2$
$=3(x-1)^2-1$

④



(2) $y=-\frac{1}{3}x^2-2x-1$

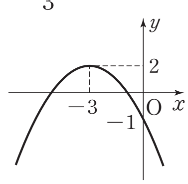
$=-\frac{1}{3}(x^2+6x)-1$

$=-\frac{1}{3}(x^2+6x+9-9)-1$

$=-\frac{1}{3}(x^2+6x+9)+3-1$

$=-\frac{1}{3}(x+3)^2+2$

④



핵심문제 익히기 (확인문제) 본문 206~207쪽

1 (1) (1, 1) (2) 3 **2** (−6, 7)
3 ⑤ **4** 3

1 (1) $y=-3x^2+kx-2$의 그래프가 점 $(-1,\ -11)$을 지나므로

$-11=-3\times(-1)^2-k-2$

$\therefore k=6$

$\therefore y=-3x^2+6x-2$
$=-3(x^2-2x)-2$
$=-3(x^2-2x+1-1)-2$
$=-3(x-1)^2+1$

∴ 꼭짓점의 좌표 : (1, 1)

(2) $y=-\frac{1}{2}x^2+ax+1$

$=-\frac{1}{2}(x^2-2ax)+1$

$=-\frac{1}{2}(x^2-2ax+a^2-a^2)+1$

$=-\frac{1}{2}(x-a)^2+\frac{a^2}{2}+1$

따라서 축의 방정식이 $x=a$이므로 $a=3$

2 $y=-\frac{1}{3}x^2-2x=-\frac{1}{3}(x^2+6x)$

$=-\frac{1}{3}(x^2+6x+9-9)$

$=-\frac{1}{3}(x+3)^2+3$

이 그래프를 x축의 방향으로 −3만큼, y축의 방향으로 4만큼 평행이동한 그래프를 나타내는 이차함수의 식은

$y=-\frac{1}{3}(x+3+3)^2+3+4$

$=-\frac{1}{3}(x+6)^2+7$

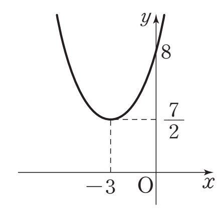
∴ 꼭짓점의 좌표 : (−6, 7)

3 $y=\frac{1}{2}x^2+3x+8$

$=\frac{1}{2}(x^2+6x)+8$

$=\frac{1}{2}(x^2+6x+9-9)+8$

$=\frac{1}{2}(x+3)^2+\frac{7}{2}$



이 이차함수의 그래프를 그리면 위의 그림과 같다.
① y축과의 교점의 y좌표는 8이다.
② 그래프가 아래로 볼록하고 꼭짓점이 x축보다 위쪽에 있으므로 x축과 만나지 않는다.
③ 제1, 2사분면을 지난다.
④ $y=\frac{1}{2}x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 −3만큼, y축의 방향으로 $\frac{7}{2}$만큼 평행이동한 것이다.

4 $y=-\frac{1}{2}x^2+ax+1$

$=-\frac{1}{2}(x^2-2ax)+1$

$=-\frac{1}{2}(x^2-2ax+a^2-a^2)+1$

$=-\frac{1}{2}(x-a)^2+\frac{1}{2}a^2+1$

축의 방정식이 $x=3$이므로 $a=3$

이런 문제가 시험에 나온다 본문 208~209쪽

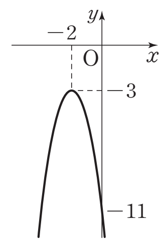
01 ③ **02** ③ **03** ② **04** ③
05 ② **06** ② **07** ④ **08** 7
09 1 **10** −1 **11** (1) 6 (2) −5
12 $a=-1,\ c=3$

01 이차함수의 그래프를 평행이동하여 완전히 포개어지려

면 그래프의 모양과 폭이 같아야 하므로 x^2의 계수가 같아야 한다.

02 위로 볼록한 것은 ③, ④, ⑤이고, 이 중 x^2의 계수의 절댓값이 작을수록 폭이 넓어지므로 폭이 가장 넓은 것은 ③이다.

03 $y=-2x^2-8x-11$
$=-2(x^2+4x)-11$
$=-2(x^2+4x+4-4)-11$
$=-2(x+2)^2-3$
이 그래프를 그리면 오른쪽 그림과 같다.

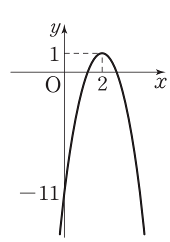


따라서 x의 값이 증가하면 y의 값도 증가하는 x의 값의 범위는 $x<-2$이다.

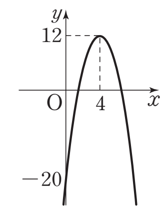
04 $y=-\dfrac{3}{2}x^2-3x-\dfrac{7}{2}$
$=-\dfrac{3}{2}(x^2+2x)-\dfrac{7}{2}$
$=-\dfrac{3}{2}(x^2+2x+1-1)-\dfrac{7}{2}$
$=-\dfrac{3}{2}(x+1)^2-2$
∴ 꼭짓점의 좌표 : $(-1,\ -2)$

05 $y=\dfrac{2}{3}x^2-4x+2$
$=\dfrac{2}{3}(x^2-6x)+2$
$=\dfrac{2}{3}(x^2-6x+9-9)+2$
$=\dfrac{2}{3}(x-3)^2-4$
따라서 구하는 그래프는 꼭짓점의 좌표가 $(3,\ -4)$이고 y축과의 교점의 좌표가 $(0,\ 2)$인 ②이다.

06 $y=-3x^2+12x-11$
$=-3(x^2-4x)-11$
$=-3(x^2-4x+4-4)-11$
$=-3(x-2)^2+1$
이 그래프를 그리면 오른쪽 그림과 같으므로 제 2 사분면을 지나지 않는다.



07 $y=-2x^2+16x-20$
$=-2(x^2-8x)-20$
$=-2(x^2-8x+16-16)-20$
$=-2(x-4)^2+12$
이 그래프를 그리면 오른쪽 그림과 같다.



④ $y=-2x^2+16x-20$의 그래프와 x축에 대하여 대칭인 그래프를 나타내는 이차함수의 식은 y 대신 $-y$를 대입하면
$-y=-2x^2+16x-20$
∴ $y=2x^2-16x+20$

08 $y=2x^2-2x+\dfrac{3}{2}$
$=2(x^2-x)+\dfrac{3}{2}$
$=2\left(x^2-x+\dfrac{1}{4}-\dfrac{1}{4}\right)+\dfrac{3}{2}$
$=2\left(x-\dfrac{1}{2}\right)^2+1$
∴ 꼭짓점의 좌표 : $\left(\dfrac{1}{2},\ 1\right)$
따라서 이차함수 $y=-8x^2+ax+b$의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $\left(\dfrac{1}{2},\ 1\right)$이므로
$-8x^2+ax+b=-8\left(x-\dfrac{1}{2}\right)^2+1$에서
$-8x^2+ax+b=-8x^2+8x-1$
∴ $a=8,\ b=-1$
∴ $a+b=8-1=7$

09 $y=-\dfrac{1}{2}x^2+2px+1$
$=-\dfrac{1}{2}(x^2-4px)+1$
$=-\dfrac{1}{2}(x^2-4px+4p^2-4p^2)+1$
$=-\dfrac{1}{2}(x-2p)^2+2p^2+1$
따라서 축의 방정식이 $x=2p$이므로
$2p=2$ ∴ $p=1$

10 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(1,\ -3)$이므로
$y=a(x-1)^2-3$
점 $(-1,\ 5)$를 지나므로
$5=4a-3$ ∴ $a=2$
따라서 $y=2(x-1)^2-3=2x^2-4x-1$이므로
$b=-4,\ c=-1$
∴ $a+b-c=2-4+1=-1$

11 (1) $y=-2x^2+4x=-2(x^2-2x)$

$=-2(x^2-2x+1-1)$

$=-2(x-1)^2+2$

이 그래프를 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 n만큼 평행이동한 그래프를 나타내는 이차함수의 식은

$y=-2(x-m-1)^2+2+n$ ...... ㉠

한편, $y=-2x^2-8x+3$

$=-2(x^2+4x)+3$

$=-2(x^2+4x+4-4)+3$

$=-2(x+2)^2+11$ ...... ㉡

㉠, ㉡에서 $-m-1=2,\ 2+n=11$

$\therefore\ m=-3,\ n=9$

$\therefore\ m+n=-3+9=6$

(2) $y=\frac{1}{3}x^2+2x-4$

$=\frac{1}{3}(x^2+6x+9-9)-4$

$=\frac{1}{3}(x+3)^2-7$

이 그래프를 x축의 방향으로 3만큼, y축의 방향으로 -1만큼 평행이동하면

$y=\frac{1}{3}(x-3+3)^2-7-1=\frac{1}{3}x^2-8$

이 그래프가 점 $(3,\ n)$을 지나므로

$n=\frac{1}{3}\times 3^2-8=-5$

12 그래프에서 y절편이 3이므로 $c=3$

$\therefore\ y=ax^2-2x+3$

이 그래프는 점 $(1,\ 0)$을 지나므로

$0=a-2+3$

$\therefore\ a=-1$

02 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프(2)

개념원리 확인하기

본문 212쪽

01 (1) $-2,\ 3,\ -2,\ 0,\ 3,\ 0$ (2) $-6,\ 0,\ -6$

02 (1) ① 아래로 볼록, $>$ ② 오른쪽, 다르다, $<$

③ 위, $>$

(2) ① 위로 볼록, $<$ ② 왼쪽, 같다, $<$

③ 아래, $<$

01 (1) $x^2-x-6=0,\ (x+2)(x-3)=0$

$\therefore\ x=-2$ 또는 $x=3$

$\therefore\ \mathrm{A}(-2,\ 0),\ \mathrm{B}(3,\ 0)$

(2) $y=x^2-x-6$에 $x=0$을 대입하면

$y=-6$

$\therefore\ \mathrm{C}(0,\ -6)$

핵심문제 익히기 (확인문제)

본문 213~215쪽

1 (1) $\frac{7}{2}$ (2) $(-14,\ 0)$ **2** 3 **3** $\frac{17}{8}$

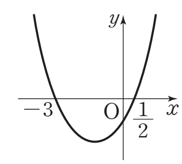
4 (1) $k<-4$ (2) $k<2$

5 (1) $a>0,\ b>0,\ c>0$ (2) $a<0,\ b>0,\ c>0$

(3) $a<0,\ b<0,\ c<0$ (4) $a>0,\ b<0,\ c<0$

6 제4사분면

1 (1) $y=2x^2+5x-3$에 $y=0$을 대입하면



$0=2x^2+5x-3$

$(x+3)(2x-1)=0$

$\therefore\ x=-3$ 또는 $x=\frac{1}{2}$

따라서 $\mathrm{A}(-3,\ 0),\ \mathrm{B}\left(\frac{1}{2},\ 0\right)$ 또는 $\mathrm{A}\left(\frac{1}{2},\ 0\right)$, $\mathrm{B}(-3,\ 0)$이므로

$\overline{\mathrm{AB}}=\frac{1}{2}-(-3)=\frac{7}{2}$

(2) $y=ax^2-3x+7$에 $x=2,\ y=0$을 대입하면

$0=a\times 2^2-3\times 2+7$

$0=4a-6+7$ $\therefore\ a=-\frac{1}{4}$

$\therefore\ y=-\frac{1}{4}x^2-3x+7$ ...... ㉠

㉠에 $y=0$을 대입하면

$0=-\frac{1}{4}x^2-3x+7$

$x^2+12x-28=0$

$(x+14)(x-2)=0$

$\therefore\ x=-14$ 또는 $x=2$

따라서 다른 한 점의 좌표는 $(-14,\ 0)$이다.

2 $y=-x^2+x+2$에 $y=0$을 대입하면

$0=-x^2+x+2$에서 $x^2-x-2=0$

$(x+1)(x-2)=0$

$\therefore\ x=-1$ 또는 $x=2$

따라서 $\mathrm{A}(-1,\ 0),\ \mathrm{B}(2,\ 0)$이므로

$\overline{AB}=2-(-1)=3$

또, $y=-x^2+x+2$에 $x=0$을 대입하면 $y=2$이므로 C$(0, 2)$

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times3\times2=3$

3 $y=2x^2+3x+a-1$

$=2\left(x+\frac{3}{4}\right)^2+a-\frac{17}{8}$

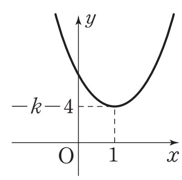
$\therefore$ 꼭짓점의 좌표 : $\left(-\frac{3}{4},\ a-\frac{17}{8}\right)$

이 그래프가 x축에 접하려면

$a-\frac{17}{8}=0 \qquad \therefore a=\frac{17}{8}$

4 (1) $y=2x^2-4x-k-2$

$=2(x-1)^2-k-4$



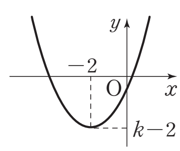
이 그래프가 x축과 만나지 않으려면

$-k-4>0$

$\therefore k<-4$

(2) $y=\frac{1}{2}x^2+2x+k$

$=\frac{1}{2}(x+2)^2+k-2$



이 그래프가 x축과 서로 다른 두 점에서 만나려면

$k-2<0 \qquad \therefore k<2$

5 (1) 그래프가 아래로 볼록하므로 $a>0$

축이 y축의 왼쪽에 있으므로 a와 b의 부호는 같다.

$\therefore b>0$

y축과의 교점이 x축보다 위쪽에 있으므로 $c>0$

(2) 그래프가 위로 볼록하므로 $a<0$

축이 y축의 오른쪽에 있으므로 a와 b의 부호는 다르다.

$\therefore b>0$

y축과의 교점이 x축보다 위쪽에 있으므로 $c>0$

(3) 그래프가 위로 볼록하므로 $a<0$

축이 y축의 왼쪽에 있으므로 a와 b의 부호는 같다.

$\therefore b<0$

y축과의 교점이 x축보다 아래쪽에 있으므로 $c<0$

(4) 그래프가 아래로 볼록하므로 $a>0$

축이 y축의 오른쪽에 있으므로 a와 b의 부호는 다르다.

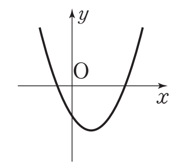
$\therefore b<0$

y축과의 교점이 x축보다 아래쪽에 있으므로 $c<0$

6 이차함수 $y=ax^2+bx+c$에서 $a>0$이므로 그래프는 아래로 볼록하고 $b<0$에서 a와 b의 부호가 다르므로 그래프의 축은 y축의 오른쪽에 있다.

또, $c<0$이므로 그래프와 y축과의 교점은 x축보다 아래쪽에 있다.

따라서 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 꼭짓점은 제4사분면 위에 있다.



이런 문제가 시험에 나온다 본문 216쪽

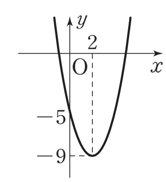
01 ① **02** 3 **03** (1) $\frac{9}{2}$ (2) $k\le10$

04 제4사분면 **05** 12 **06** -5

07 ⑤

01 ① $y=x^2-4x-5$

$=(x-2)^2-9$



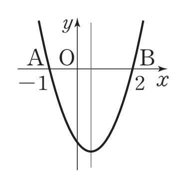
이 그래프는 꼭짓점의 좌표가 $(2,\ -9)$이고 아래로 볼록하므로 x축과 두 점에서 만난다.

02 $y=x^2-ax-2$에 $x=-1$, $y=0$을 대입하면

$0=(-1)^2-a\times(-1)-2$

$0=1+a-2 \qquad \therefore a=1$

$\therefore y=x^2-x-2 \qquad \cdots\cdots$ ㉠



㉠에 $y=0$을 대입하면 $0=x^2-x-2$

$(x+1)(x-2)=0$

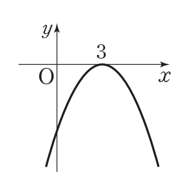
$\therefore x=-1$ 또는 $x=2$

따라서 B$(2,\ 0)$이므로

$\overline{AB}=2-(-1)=3$

03 (1) $y=-\frac{1}{2}x^2+3x-k$

$=-\frac{1}{2}(x-3)^2+\frac{9}{2}-k$

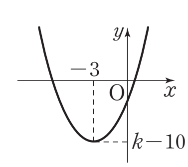


이 그래프의 꼭짓점 $\left(3,\ \frac{9}{2}-k\right)$가 x축 위에 있으려면

$\frac{9}{2}-k=0 \qquad \therefore k=\frac{9}{2}$

(2) $y=x^2+6x-1+k$

$=(x+3)^2+k-10$



이 그래프가 x축과 만나려면

$k-10\le 0$

$\therefore k\le 10$

04 주어진 그래프가 위로 볼록하므로 $a<0$

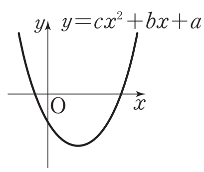
축이 y축의 왼쪽에 있으므로 a와 b는 같은 부호이다.

$\therefore b<0$

y축과의 교점이 x축보다 위쪽에 있으므로 $c>0$

즉, 이차함수 $y=cx^2+bx+a$에서 $c>0$이므로 그래프는 아래로 볼록하고, c와 b의 부호가 다르므로 그래프의 축은 y축의 오른쪽에 있고, $a<0$이므로 그래프와 y축과의 교점은 x축보다 아래쪽에 있다.

따라서 이차함수 $y=cx^2+bx+a$의 그래프는 아래 그림과 같으므로 꼭짓점은 제4사분면 위에 있다.



05 $y=-\frac{1}{4}x^2+bx+3$의 그래프는 점 B$(-6,\ 0)$을 지나므로

$0=-\frac{1}{4}\times(-6)^2+b\times(-6)+3$

$0=-9-6b+3 \qquad \therefore b=-1$

$\therefore y=-\frac{1}{4}x^2-x+3$

$\quad =-\frac{1}{4}(x+2)^2+4$

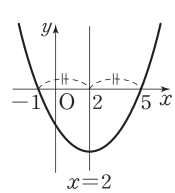
따라서 이 그래프의 꼭짓점 A의 좌표는 A$(-2,\ 4)$이다.

$\therefore \triangle ABO=\frac{1}{2}\times 6\times 4=12$

06 $y=x^2-4x+a$

$\quad =(x-2)^2+a-4$

이 그래프의 축의 방정식이 $x=2$이고 x축과 만나는 두 점 사이의 거리가 6이므로 x축과 만나는 두 점은 $(-1,\ 0)$, $(5,\ 0)$이다.



따라서 $y=x^2-4x+a$의 그래프가 점 $(-1,\ 0)$을 지나므로

$0=1+4+a$

$\therefore a=-5$

▶ 다른풀이

$y=x^2-4x+a$에 $y=0$을 대입하면

$0=x^2-4x+a \qquad \therefore x=2\pm\sqrt{4-a}$

그런데 x축과 만나는 두 점 사이의 거리가 6이므로

$(2+\sqrt{4-a})-(2-\sqrt{4-a})=6$

$2\sqrt{4-a}=6,\ \sqrt{4-a}=3$

양변을 제곱하면

$4-a=9 \qquad \therefore a=-5$

07 그래프가 위로 볼록하므로 $a<0$ …… ㉠

축이 y축의 오른쪽에 있으므로 a와 b의 부호는 다르다.

$\therefore b>0$ …… ㉡

y축과의 교점이 x축보다 위쪽에 있으므로

$c>0$ …… ㉢

① ㉠, ㉡에서 $ab<0$

② ㉠, ㉢에서 $ac<0$

③ ㉡, ㉢에서 $bc>0$

④ $x=1$일 때, y의 값은 양수이므로

$\quad a+b+c>0$

⑤ $x=-2$일 때, y의 값은 음수이므로

$\quad 4a-2b+c<0$

03 이차함수의 식 구하기

개념원리 확인하기

본문 218쪽

01 3, 11, 1, 3, 2, $y=2(x+1)^2+3$

02 -3, 2, 12, 0, -2, $y=-2x^2-2x+12$

03 $0=4a+2b+c$, $-2=a+b+c$, $4=c$,

4, -10, 4, $y=4x^2-10x+4$

핵심문제 익히기 (확인문제)

본문 219~220쪽

1 $y=-(x+2)^2+3$

2 (1) $y=-2(x+2)^2+3$ (2) 4

3 (1) $y=3x^2-2x+1$ (2) $y=-x^2-2x+3$

4 (1) $y=-x^2-2x+3$ (2) $y=3x^2+3x-6$

1 꼭짓점의 좌표가 $(-2,\ 3)$이므로 이차함수의 식을

$y=a(x+2)^2+3$

으로 놓으면 y절편이 -1이므로 점 $(0,\ -1)$을 지난다.

$-1=4a+3 \qquad \therefore a=-1$
$\therefore y=-(x+2)^2+3$

2 (1) 직선 $x=-2$를 축으로 하므로 이차함수의 식을
$y=a(x+2)^2+q$
로 놓으면 두 점 $(0,\ -5)$, $(-1,\ 1)$을 지나므로
$-5=4a+q$, $1=a+q$
위의 두 식을 연립하여 풀면
$a=-2$, $q=3$
$\therefore y=-2(x+2)^2+3$
(2) 직선 $x=1$을 축으로 하므로 이차함수의 식을
$y=a(x-1)^2+q$
로 놓으면 두 점 $(0,\ 3)$, $(3,\ 0)$을 지나므로
$3=a+q$, $0=4a+q$
위의 두 식을 연립하여 풀면
$a=-1$, $q=4$
$\therefore y=-(x-1)^2+4=-x^2+2x+3$
$\therefore a+b+c=-1+2+3=4$

03 (1) 이차함수의 식을 $y=ax^2+bx+c$로 놓고
$x=0$, $y=1$을 대입하면 $1=c$
$x=1$, $y=2$를 대입하면 $2=a+b+c$
$x=-1$, $y=6$을 대입하면 $6=a-b+c$
$\therefore a=3$, $b=-2$, $c=1$
$\therefore y=3x^2-2x+1$
(2) 이차함수의 식을 $y=ax^2+bx+c$로 놓고
$x=-2$, $y=3$을 대입하면 $3=4a-2b+c$
$x=0$, $y=3$을 대입하면 $3=c$
$x=1$, $y=0$을 대입하면 $0=a+b+c$
$\therefore a=-1$, $b=-2$, $c=3$
$\therefore y=-x^2-2x+3$

4 (1) 그래프가 x축과 두 점 $(-3,\ 0)$, $(1,\ 0)$에서 만나므로 이차함수의 식을
$y=a(x+3)(x-1)$
로 놓으면 점 $(2,\ -5)$를 지나므로
$-5=5a \qquad \therefore a=-1$
$\therefore y=-(x+3)(x-1)=-x^2-2x+3$
(2) 그래프의 x절편이 -2, 1이므로 이차함수의 식을
$y=a(x+2)(x-1)$
로 놓으면 y절편이 -6이므로 점 $(0,\ -6)$을 지난다.
$-6=-2a \qquad \therefore a=3$
$\therefore y=3(x+2)(x-1)=3x^2+3x-6$

▶ 참고
x절편이 a이면 ⇨ x축과 점 $(a,\ 0)$에서 만난다.
y절편이 b이면 ⇨ y축과 점 $(0,\ b)$에서 만난다.

이런 문제가 시험에 나온다 본문 221쪽

01 (1) $y=-\frac{1}{2}x^2+2$ (2) $y=-\frac{5}{4}(x+2)^2$
(3) $y=-(x-2)^2+5$ (4) $y=-\frac{3}{5}x^2-\frac{12}{5}x+3$
02 (1) $y=5(x+1)^2-2$ (2) $y=(x+4)^2-5$
(3) $y=-x^2+2x+8$ (4) $y=-x^2-2x+8$
03 ③ **04** -10 **05** $y=\frac{3}{2}(x-1)^2-6$

01 (1) 꼭짓점의 좌표가 $(0,\ 2)$이므로 이차함수의 식을
$y=ax^2+2$
로 놓으면 점 $(2,\ 0)$을 지나므로
$0=4a+2 \qquad \therefore a=-\frac{1}{2}$
$\therefore y=-\frac{1}{2}x^2+2$
(2) 꼭짓점의 좌표가 $(-2,\ 0)$이므로 이차함수의 식을
$y=a(x+2)^2$
으로 놓으면 점 $(0,\ -5)$를 지나므로
$-5=4a \qquad \therefore a=-\frac{5}{4}$
$\therefore y=-\frac{5}{4}(x+2)^2$
(3) 꼭짓점의 좌표가 $(2,\ 5)$이므로 이차함수의 식을
$y=a(x-2)^2+5$
로 놓으면 점 $(0,\ 1)$을 지나므로
$1=4a+5 \qquad \therefore a=-1$
$\therefore y=-(x-2)^2+5$
(4) 그래프가 세 점 $(0,\ 3)$, $(-4,\ 3)$, $(1,\ 0)$을 지나므로 이차함수의 식을 $y=ax^2+bx+c$로 놓고
$x=0$, $y=3$을 대입하면
$c=3 \qquad \cdots\cdots$ ㉠
$x=-4$, $y=3$을 대입하면
$3=16a-4b+c \qquad \cdots\cdots$ ㉡
$x=1$, $y=0$을 대입하면
$0=a+b+c \qquad \cdots\cdots$ ㉢
㉠, ㉡, ㉢을 연립하여 풀면
$a=-\frac{3}{5}$, $b=-\frac{12}{5}$, $c=3$
$\therefore y=-\frac{3}{5}x^2-\frac{12}{5}x+3$

02 (1) 꼭짓점의 좌표가 $(-1,\ -2)$이므로 이차함수의 식을
$y=a(x+1)^2-2$
로 놓으면 y축과의 교점의 y좌표가 3이므로 점 $(0,\ 3)$을 지난다.

$3=a-2 \qquad \therefore a=5$

$\therefore y=5(x+1)^2-2$

(2) 축의 방정식이 $x=-4$이므로 이차함수의 식을

$y=a(x+4)^2+q$

로 놓으면 두 점 $(-2, -1)$, $(1, 20)$을 지나므로

$-1=4a+q$, $20=25a+q$

위의 두 식을 연립하여 풀면

$a=1$, $q=-5$

$\therefore y=(x+4)^2-5$

(3) x축과의 두 교점의 x좌표가 -2, 4이므로 이차함수의 식을

$y=a(x+2)(x-4)$

로 놓으면 y축과의 교점의 y좌표가 8이므로 점 $(0, 8)$을 지난다.

$8=-8a \qquad \therefore a=-1$

$\therefore y=-(x+2)(x-4)$

$\quad =-x^2+2x+8$

(4) 이차함수의 식을 $y=ax^2+bx+c$로 놓고

$x=0$, $y=8$을 대입하면 $8=c$

$x=2$, $y=0$을 대입하면 $0=4a+2b+c$

$x=-1$, $y=9$를 대입하면 $9=a-b+c$

$\therefore a=-1$, $b=-2$, $c=8$

$\therefore y=-x^2-2x+8$

03 이차함수의 식을 $y=ax^2+bx+c$로 놓고

$x=-1$, $y=10$을 대입하면

$10=a-b+c$ …… ㉠

$x=1$, $y=-2$를 대입하면

$-2=a+b+c$ …… ㉡

$x=2$, $y=-5$를 대입하면

$-5=4a+2b+c$ …… ㉢

㉠, ㉡, ㉢을 연립하여 풀면

$a=1$, $b=-6$, $c=3$

$\therefore y=x^2-6x+3$

04 그래프의 축의 방정식이 $x=-2$이므로 이차함수의 식을

$y=a(x+2)^2+q$

로 놓으면 두 점 $(0, 0)$, $(-3, 6)$을 지나므로

$0=4a+q$, $6=a+q$

위의 두 식을 연립하여 풀면

$a=-2$, $q=8$

$\therefore y=-2(x+2)^2+8$

$\quad =-2x^2-8x$

따라서 $a=-2$, $b=-8$, $c=0$이므로

$a+b+c=-2-8+0=-10$

05 그래프가 x축과 두 점 $(-1, 0)$, $(3, 0)$에서 만나므로 축의 방정식은

$x=\dfrac{-1+3}{2}=1$

따라서 꼭짓점의 좌표가 $(1, -6)$이므로 이차함수의 식을

$y=a(x-1)^2-6$

으로 놓으면 점 $(3, 0)$을 지나므로

$0=4a-6 \qquad \therefore a=\dfrac{3}{2}$

$\therefore y=\dfrac{3}{2}(x-1)^2-6$

04 이차함수의 최댓값과 최솟값

개념원리 확인하기

본문 223쪽

01 (1) ① $(1, -5)$ ② 없다. ③ -5

(2) ① $(2, 6)$ ② 6 ③ 없다.

02 ②

03 (1) 3, 3, 0, 위, 3, 0, 없다

(2) $\dfrac{3}{2}$, $-\dfrac{3}{2}$, $-\dfrac{3}{2}$, 아래, $-\dfrac{3}{2}$, $-\dfrac{3}{2}$, 없다

02 ① 최솟값 : 없다, 최댓값 : 2

② 최솟값 : -2, 최댓값 : 없다.

③ 최솟값 : 없다, 최댓값 : 0

④ 최솟값 : 2, 최댓값 : 없다.

⑤ 최솟값 : 없다, 최댓값 : -2

핵심문제 익히기 (확인문제)

본문 224쪽

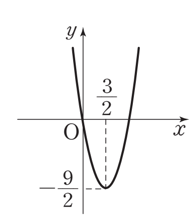
1 (1) $x=\dfrac{3}{2}$일 때, 최솟값 $-\dfrac{9}{2}$ (2) $x=-2$일 때, 최댓값 5

2 (1) 3 (2) $-\dfrac{3}{2}$ (3) -7

1 (1) $y=2x^2-6x$

$\quad =2\left(x-\dfrac{3}{2}\right)^2-\dfrac{9}{2}$

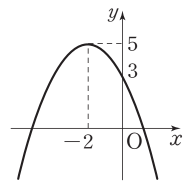
따라서 $x=\dfrac{3}{2}$일 때 최솟값 $-\dfrac{9}{2}$를 갖는다.



(2) $y=-\frac{1}{2}x^2-2x+3$

$=-\frac{1}{2}(x+2)^2+5$

따라서 $x=-2$일 때 최댓값 5를 갖는다.



2 (1) $y=-2x^2+4x+k$

$=-2(x-1)^2+k+2$

최댓값이 5이므로

$k+2=5$ $\therefore k=3$

(2) 이차함수 $y=\frac{1}{2}x^2+ax+b$는 $x=2$일 때 최솟값 $-\frac{3}{2}$을 가지므로

$y=\frac{1}{2}(x-2)^2-\frac{3}{2}$

$=\frac{1}{2}x^2-2x+\frac{1}{2}$

따라서 $a=-2$, $b=\frac{1}{2}$이므로

$a+b=-2+\frac{1}{2}=-\frac{3}{2}$

(3) 이차함수 $y=-2x^2+ax+b$는 $x=-\frac{1}{2}$일 때 최댓값 4를 가지므로

$y=-2\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+4$

$=-2x^2-2x+\frac{7}{2}$

따라서 $a=-2$, $b=\frac{7}{2}$이므로

$ab=-2\times\frac{7}{2}=-7$

이런 문제가 시험에 나온다 본문 225쪽

01 ④	**02** -8	**03** ⑤
04 (1) $\frac{1}{2}$ (2) $\frac{8}{3}$ (3) 8		**05** (1) 1 (2) -6 (3) -2

01 ① $y=-2x^2-3$에서 $x=0$일 때 최댓값 -3

② $y=-3x^2+6x-6=-3(x-1)^2-3$에서 $x=1$일 때 최댓값 -3

③ $y=-(x+5)^2-3$에서 $x=-5$일 때 최댓값 -3

④ $y=-x^2+4x-3=-(x-2)^2+1$에서 $x=2$일 때 최댓값 1

⑤ $y=-\frac{1}{2}x^2+2x-5=-\frac{1}{2}(x-2)^2-3$에서 $x=2$일 때 최댓값 -3

따라서 최댓값이 나머지 넷과 다른 하나는 ④이다.

02 $y=3x^2+12x$

$=3(x+2)^2-12$

이므로 $x=-2$일 때 최솟값 -12를 갖는다.

$\therefore m=-12$

또, $y=-\frac{1}{3}x^2+2x+1$

$=-\frac{1}{3}(x-3)^2+4$

이므로 $x=3$일 때 최댓값 4를 갖는다.

$\therefore M=4$

$\therefore m+M=-12+4=-8$

03 이차함수 $y=\frac{1}{2}x^2+kx+k$는 $x=2$일 때 최솟값 q를 가지므로

$y=\frac{1}{2}(x-2)^2+q=\frac{1}{2}x^2-2x+2+q$

따라서 $k=-2$, $k=2+q$이므로 $q=-4$

$\therefore kq=-2\times(-4)=8$

04 (1) 이차함수 $y=-2x^2+ax+b$는 $x=\frac{1}{2}$일 때 최댓값 -1을 가지므로

$y=-2\left(x-\frac{1}{2}\right)^2-1$

$=-2x^2+2x-\frac{3}{2}$

따라서 $a=2$, $b=-\frac{3}{2}$이므로

$a+b=2-\frac{3}{2}=\frac{1}{2}$

(2) 이차함수 $y=ax^2+bx+c$는 $x=-3$에서 최솟값 -4를 가지므로

$y=a(x+3)^2-4$

이 그래프가 점 $(0, 2)$를 지나므로

$2=9a-4$ $\therefore a=\frac{2}{3}$

$\therefore y=\frac{2}{3}(x+3)^2-4$

$=\frac{2}{3}x^2+4x+2$

따라서 $a=\frac{2}{3}$, $b=4$, $c=2$이므로

$a+b-c=\frac{2}{3}+4-2=\frac{8}{3}$

(3) x축과 두 점 $(-1,\ 0)$, $(3,\ 0)$에서 만나므로

$y=a(x+1)(x-3)$ ⋯⋯ ㉠

축의 방정식은 $x=\frac{-1+3}{2}=1$이므로 $x=1$일 때

최댓값 8을 갖는다.

㉠에 $x=1$, $y=8$을 대입하면

$8=-4a$ $\quad\therefore a=-2$

$\therefore y=-2(x+1)(x-3)$

$\quad=-2x^2+4x+6$

따라서 $a=-2$, $b=4$, $c=6$이므로

$a+b+c=-2+4+6=8$

▶ 다른풀이

(3) $y=a(x+1)(x-3)$

$\quad=a(x^2-2x-3)$

$\quad=a(x-1)^2-4a$

최댓값이 8이므로

$-4a=8$ $\quad\therefore a=-2$

$\therefore y=-2(x+1)(x-3)$

$\quad=-2x^2+4x+6$

따라서 $a=-2$, $b=4$, $c=6$이므로

$a+b+c=-2+4+6=8$

05 (1) $y=x^2-2ax-a=(x-a)^2-a^2-a$

최솟값이 -2이므로 $-a^2-a=-2$에서

$a^2+a-2=0$

$(a+2)(a-1)=0$

$\therefore\ a=-2$ 또는 $a=1$

그런데 $a>0$이므로 $a=1$

(2) $y=-3x^2+ax-1$

$\quad=-3\left(x-\frac{1}{6}a\right)^2+\frac{1}{12}a^2-1$

최댓값이 2이므로 $\frac{1}{12}a^2-1=2$에서

$a^2=36$

$\therefore a=-6$ 또는 $a=6$

그런데 $a<0$이므로 $a=-6$

(3) $y=\frac{1}{2}ax^2+ax=\frac{1}{2}a(x+1)^2-\frac{1}{2}a$

이 이차함수가 최댓값을 가지므로 $a<0$이고 $x=-1$

일 때 최댓값 $-\frac{1}{2}a$를 갖는다.

한편, $y=x^2+4x+5=(x+2)^2+1$이므로 이 이차함수는 $x=-2$일 때 최솟값 1을 갖는다.

따라서 $-\frac{1}{2}a=1$이므로 $a=-2$

05 이차함수의 활용

개념원리 확인하기

본문 227쪽

01 ① $x+16$ ② $x(x+16)$

③ x^2+16x, 8, 64, -8, -64, -8, 8, -64

02 ① $10-x$ ② $x(10-x)$

③ $-x^2+10x$, 5, 25, 5, 25, 5, 25

핵심문제 익히기 (확인문제)

본문 228~229쪽

1 -4, 4 **2** 200 m^2 **3** 9 **4** 50π cm^2

1 두 수를 x, $x+8$이라 하고 두 수의 곱을 y라 하면

$y=x(x+8)$

$\quad=x^2+8x$

$\quad=(x+4)^2-16$

이므로 $x=-4$일 때 y는 최솟값 -16을 갖는다.

따라서 구하는 두 수는 -4, 4이다.

2 세로의 길이를 x m라 하면 가로의 길이는 $(40-2x)$ m이고, 울타리 내부의 넓이를 y m^{2}라 하면

$y=x(40-2x)$

$\quad=-2x^2+40x$

$\quad=-2(x-10)^2+200$

이므로 $x=10$일 때 y는 최댓값 200을 갖는다.

따라서 울타리 내부의 넓이의 최댓값은 200 m^{2}이다.

3 $y=30x-5x^2$

$\quad=-5(x-3)^2+45$

이므로 $x=3$일 때 y는 최댓값 45를 갖는다.

따라서 최고 높이에 도달할 때까지 걸린 시간은 3초 후이므로 $a=3$

다시 지면에 떨어졌을 때는 $y=0$이므로

$0=30x-5x^2$

$x^2-6x=0$, $x(x-6)=0$

$\therefore x=0$ 또는 $x=6$

그런데 $x>0$이므로 $x=6$

따라서 지면에 떨어질 때까지 걸린 시간은 6초이므로

$b=6$

$\therefore a+b=3+6=9$

4 작은 원의 반지름의 길이를 x cm라 하면 큰 원의 반지름의 길이는 $(10-x)$ cm이고, 두 원의 넓이의 합을 y cm^{2}라 하면

$y=\pi x^2+\pi(10-x)^2$
$\quad=2\pi x^2-20\pi x+100\pi$
$\quad=2\pi(x-5)^2+50\pi$

이므로 $x=5$일 때 y는 최솟값 50π를 갖는다.
따라서 두 원의 넓이의 합의 최솟값은 50π cm^{2}이다.

이런 문제가 시험에 나온다 본문 230쪽

01 25 m^2 **02** 10 cm **03** 3초 **04** 10 cm
05 (1) 50 (2) 두 수 : -9, 9, 최솟값 : -81
06 최댓값 : 8, P$(2, 4)$

01 닭장의 가로의 길이를 x m라 하면 세로의 길이는 $(10-x)$ m이고, 닭장의 넓이를 y m^{2}라 하면

$y=x(10-x)$
$\quad=-x^2+10x$
$\quad=-(x-5)^2+25$

이므로 $x=5$일 때 y는 최댓값 25를 갖는다.
따라서 닭장의 넓이의 최댓값은 25 m^{2}이다.

02 물받이의 높이, 즉 단면인 직사각형의 세로의 길이를 x cm라 하면 가로의 길이는 $(40-2x)$ cm이다.
이때 단면의 넓이를 y cm^{2}라 하면

$y=x(40-2x)$
$\quad=-2x^2+40x$
$\quad=-2(x-10)^2+200$

즉, $x=10$일 때 y는 최댓값 200을 갖는다.
따라서 단면의 넓이가 최대가 되도록 하는 물받이의 높이는 10 cm이다.

03 $y=-5x^2+30x=-5(x-3)^2+45$
즉, $x=3$일 때 y는 최댓값 45를 갖는다.
따라서 로켓은 3초 후에 가장 높이 올라간다.

04 $\overline{AP}=x$ cm라 하면 $\overline{BP}=(20-x)$ cm이고, 두 정사각형의 넓이의 합을 y cm^{2}라 하면

$y=x^2+(20-x)^2$
$\quad=2x^2-40x+400$
$\quad=2(x-10)^2+200$

이므로 $x=10$일 때 y는 최솟값 200을 갖는다.
따라서 $\overline{AP}=10$ cm일 때 두 정사각형의 넓이의 합은 최소가 된다.

05 (1) $x+y=10$에서 $y=10-x$를 $2xy$에 대입하면

$2xy=2x(10-x)$
$\quad=-2x^2+20x$
$\quad=-2(x-5)^2+50$

따라서 $x=5$일 때 $2xy$는 최댓값 50을 갖는다.

(2) 두 수를 x, $x-18$이라 하고 두 수의 곱을 y라 하면

$y=x(x-18)$
$\quad=x^2-18x$
$\quad=(x-9)^2-81$

따라서 $x=9$일 때 y는 최솟값 -81을 갖는다.
이때 두 수는 -9와 9이다.

06 점 P의 좌표를 $(x, -2x+8)$이라 하고 □OQPR의 넓이를 y라 하면

$y=x(-2x+8)$
$\quad=-2x^2+8x$
$\quad=-2(x-2)^2+8$

이므로 $x=2$일 때 y는 최댓값 8을 갖는다.
따라서 □OQPR의 넓이의 최댓값은 8이고 그때의 점 P의 좌표는 $(2, 4)$이다.

1 Step (기본문제) 본문 231~233쪽

01 ④ **02** -2, 16 **03** ④ **04** 3 **05** 5
06 ③ **07** ④ **08** ③ **09** 3
10 $-\frac{1}{2}<k<0$ **11** ④ **12** 5
13 (1) -50 (2) -3 **14** $y=-4(x-2)^2+3$
15 $(2, -1)$ **16** ① **17** 8
18 3 cm **19** 6

01 ① $y=-x^2+4x+1=-(x-2)^2+5$
$\therefore$ 꼭짓점 : $(2, 5)$

② $y=\frac{1}{2}x^2-2x+7=\frac{1}{2}(x-2)^2+5$
$\therefore$ 꼭짓점 : $(2, 5)$

③ $y=-\frac{1}{2}x^2+2x+3=-\frac{1}{2}(x-2)^2+5$
$\therefore$ 꼭짓점 : $(2, 5)$

④ $y=2x^2-8x+11=2(x-2)^2+3$

$\therefore$ 꼭짓점 : $(2,\ 3)$

⑤ $y=-3x^2+12x-7=-3(x-2)^2+5$

$\therefore$ 꼭짓점 : $(2,\ 5)$

따라서 꼭짓점의 좌표가 나머지 넷과 다른 하나는 ④이다.

02 $y=-\frac{1}{3}x^2+2px+4$

$=-\frac{1}{3}(x-3p)^2+3p^2+4$

따라서 축의 방정식은 $x=3p$이므로

$3p=-6 \qquad \therefore p=-2$

이때 꼭짓점의 y좌표는

$3p^2+4=3\times(-2)^2+4=16$

03 ① $y=x^2-4x+2=(x-2)^2-2$

$x=2$일 때 최솟값 -2를 갖는다.

② $y=\frac{1}{2}(x-3)^2-2$

$x=3$일 때 최솟값 -2를 갖는다.

③ $y=\frac{1}{4}x^2+x=\frac{1}{4}(x+2)^2-1$

$x=-2$일 때 최솟값 -1을 갖는다.

④ $y=\frac{3}{2}x^2+3x-4=\frac{3}{2}(x+1)^2-\frac{11}{2}$

$x=-1$일 때 최솟값 $-\frac{11}{2}$을 갖는다.

⑤ $y=3(x+2)^2+1$은 $x=-2$일 때 최솟값 1을 갖는다.

따라서 최솟값이 가장 작은 것은 ④이다.

04 $y=2x^2-4x=2(x-1)^2-2$

이므로 꼭짓점의 좌표는 $(1,\ -2)$이다.

이때 꼭짓점의 좌표가 $(1,\ -2)$이고 x^2의 계수가 $-\frac{1}{3}$인 그래프를 나타내는 이차함수의 식은

$y=-\frac{1}{3}(x-1)^2-2$

$=-\frac{1}{3}x^2+\frac{2}{3}x-\frac{7}{3}$

따라서 $a=\frac{2}{3}$, $b=-\frac{7}{3}$이므로

$a-b=\frac{2}{3}-\left(-\frac{7}{3}\right)=3$

05 $y=2x^2-12x+4k$

$=2(x-3)^2+4k-18$

이므로 $x=3$일 때 최솟값 $4k-18$을 갖는다.

또, $y=-\frac{5}{2}x^2-5x+k-\frac{11}{2}$

$=-\frac{5}{2}(x+1)^2+k-3$

이므로 $x=-1$일 때 최댓값 $k-3$을 갖는다.

두 이차함수의 최솟값과 최댓값이 같으므로

$4k-18=k-3$

$\therefore k=5$

06 꼭짓점의 좌표가 $(1,\ -4)$이므로 이차함수의 식을

$y=a(x-1)^2-4$

로 놓으면 y축과의 교점의 y좌표가 -3이므로

점 $(0,\ -3)$을 지난다.

$-3=a-4 \qquad \therefore a=1$

$\therefore y=(x-1)^2-4$

ㄷ. $x=1$일 때 최솟값 -4를 갖는다.

ㅁ. 이차함수의 식은 $y=(x-1)^2-4$

따라서 보기 중 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄹ이다.

07 $y=2x^2+ax-6$에 $x=-1$, $y=0$을 대입하면

$0=2-a-6 \qquad \therefore a=-4$

$\therefore y=2x^2-4x-6 \qquad \cdots\cdots$ ㉠

㉠에 $y=0$을 대입하면

$0=2x^2-4x-6$에서 $x^2-2x-3=0$

$(x+1)(x-3)=0$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=3$

따라서 다른 한 점의 좌표는 $(3,\ 0)$이다.

08 ① $y=-3x^2+2$의 그래프는 꼭짓점의 좌표가 $(0,\ 2)$이고 위로 볼록하므로 x축과 두 점에서 만난다.

② $y=x^2-6x+7=(x-3)^2-2$

이 그래프는 꼭짓점의 좌표가 $(3,\ -2)$이고 아래로 볼록하므로 x축과 두 점에서 만난다.

③ $y=-4x^2+2x-1=-4\left(x-\frac{1}{4}\right)^2-\frac{3}{4}$

이 그래프는 꼭짓점의 좌표가 $\left(\frac{1}{4},\ -\frac{3}{4}\right)$이고 위로 볼록하므로 x축과 만나지 않는다.

④ $y=\frac{1}{6}x^2-\frac{1}{3}x-2=\frac{1}{6}(x-1)^2-\frac{13}{6}$

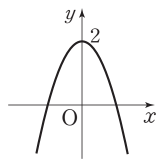
이 그래프는 꼭짓점의 좌표가 $\left(1,\ -\frac{13}{6}\right)$이고 아래로 볼록하므로 x축과 두 점에서 만난다.

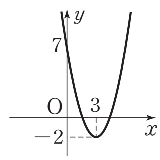
⑤ $y=-x^2-6x-8=-(x+3)^2+1$

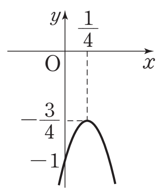
이 그래프는 꼭짓점의 좌표가 $(-3,\ 1)$이고 위로 볼록하므로 x축과 두 점에서 만난다.

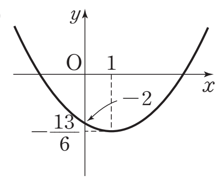
따라서 x축과 만나지 않는 그래프는 ③이다.

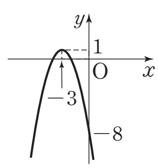
▶ 참고

①


②


③


④


⑤


이차함수의 그래프가 x축과 만나지 않으려면 x^2의 계수의 부호와 꼭짓점의 y좌표의 부호가 같아야 한다.

09 $y=\frac{1}{2}x^2-px-4$

$=\frac{1}{2}(x-p)^2-\frac{1}{2}p^2-4$

에서 축의 방정식은 $x=p$

이때 그래프가 증가, 감소하는 범위가 $x=3$을 기준으로 변하므로 축의 방정식은 $x=3$　　$\therefore p=3$

10 $y=x^2-6kx+9k^2+6k+3$

$=(x-3k)^2+6k+3$

이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(3k,\ 6k+3)$이고 제2사분면 위에 있으므로

$3k<0$, $6k+3>0$에서

$k<0$, $k>-\frac{1}{2}$

$\therefore -\frac{1}{2}<k<0$

11 $y=-x^2+2ax$

$=-(x-a)^2+a^2$

따라서 $x=a$일 때 최댓값 a^2을 갖는다.

즉, $a^2=36$이므로

$a=-6$ 또는 $a=6$

그런데 $a>0$이므로 $a=6$

12 $y=-\frac{1}{2}x^2+2x+k$

$=-\frac{1}{2}(x-2)^2+2+k$

따라서 $x=2$에서 최댓값 $2+k$를 가지므로

$p=2$, $2+k=5$　　$\therefore k=3$

$\therefore p+k=2+3=5$

13 (1) $y=3x^2+12x+8$

$=3(x+2)^2-4$

이 그래프를 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 n만큼 평행이동한 그래프를 나타내는 이차함수의 식은

$y=3(x-m+2)^2-4+n$　　…… ㉠

한편, $y=3x^2-18x+13$

$=3(x-3)^2-14$　　…… ㉡

㉠, ㉡에서 $-m+2=-3$, $-4+n=-14$

$\therefore m=5$, $n=-10$

$\therefore mn=5\times(-10)=-50$

(2) $y=\frac{1}{3}x^2-2x+1=\frac{1}{3}(x-3)^2-2$

이 그래프를 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 -1만큼 평행이동하면

$y=\frac{1}{3}(x-2-3)^2-2-1$

$\therefore y=\frac{1}{3}(x-5)^2-3$

따라서 $x=5$일 때 최솟값 -3을 갖는다.

14 $x=2$일 때 최댓값 3을 가지므로 이차함수의 식을

$y=a(x-2)^2+3$

으로 놓으면 점 $(1,\ -1)$을 지나므로

$-1=a+3$　　$\therefore a=-4$

$\therefore y=-4(x-2)^2+3$

15 이차함수의 식을 $y=ax^2+bx+c$로 놓고

$x=-1$, $y=8$을 대입하면

$8=a-b+c$

$x=1$, $y=0$을 대입하면

$0=a+b+c$

$x=0$, $y=3$을 대입하면

$3=c$

$\therefore a=1$, $b=-4$, $c=3$

$\therefore y=x^2-4x+3$

$=(x-2)^2-1$

따라서 꼭짓점의 좌표는 $(2,\ -1)$이다.

16 y절편이 2이므로 $b=2$

이때 $y=-\frac{1}{4}x^2+ax+2$의 그래프가 점 $(-4,\ 0)$을 지나므로

$0=-\frac{1}{4}\times(-4)^2+a\times(-4)+2$

$0=-4-4a+2 \qquad \therefore a=-\frac{1}{2}$

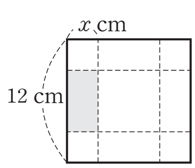
$\therefore y=-\frac{1}{4}x^2-\frac{1}{2}x+2$

$\quad =-\frac{1}{4}(x+1)^2+\frac{9}{4}$

따라서 꼭짓점의 좌표는 $\left(-1,\ \frac{9}{4}\right)$이다.

17 축의 방정식이 $x=2$이므로 점 B의 좌표는 $(4,\ 0)$이다.
이때 $y=-x^2+ax+b$의 그래프는 x절편이 0, 4이므로
$y=-x(x-4)$
$\ =-x^2+4x$
$\ =-(x-2)^2+4$
따라서 점 A의 좌표는 $(2,\ 4)$이다.
$\therefore \triangle AOB=\frac{1}{2}\times4\times4=8$

18 잘라 낸 정사각형의 한 변의 길이를 x cm, 색칠한 부분의 넓이를 y cm^{2}라 하면



$y=x(12-2x)$
$\ =-2x^2+12x$
$\ =-2(x-3)^2+18$
즉 $x=3$일 때 최댓값 18을 갖는다.
따라서 잘라 낸 정사각형의 한 변의 길이는 3 cm이다.

19 $y=-\frac{3}{4}x^2+3x$

$\quad =-\frac{3}{4}(x-2)^2+3$

이므로 꼭짓점의 좌표는 A$(2,\ 3)$이다.

$y=-\frac{3}{4}x^2+3x$에 $y=0$을 대입하면

$0=-\frac{3}{4}x^2+3x$에서 $x^2-4x=0$

$x(x-4)=0$
$\therefore x=0$ 또는 $x=4$
$\therefore$ O$(0,\ 0)$, B$(4,\ 0)$
$\therefore \triangle AOB=\frac{1}{2}\times4\times3=6$

2 Step (발전문제)

본문 234~236쪽

01 ①	**02** ②	**03** ③		
04 (1) 6초 (2) $\frac{5}{2}$초, $\frac{245}{4}$ m			**05** ⑤	**06** -6
07 ①	**08** ④	**09** (1) $\frac{10}{3}$ (2) 2 (3) -14		
10 2	**11** (1) -4 (2) $\frac{1}{6}$		**12** $2+\sqrt{2}$	
13 ④	**14** 2	**15** 4 cm	**16** 23	
17 (1) $a\le-\frac{5}{4}$ (2) $a\ge\frac{3}{4}$			**18** ①	**19** $\frac{3}{2}$

01 $y=-\frac{2}{3}x^2+4x+k$

$\quad =-\frac{2}{3}(x-3)^2+6+k$

이 그래프는 꼭짓점의 좌표가 $(3,\ 6+k)$이므로 x축에 접하려면 꼭짓점의 y좌표가 0이어야 한다.
즉, $6+k=0 \qquad \therefore k=-6$

02 그래프가 직선 $x=1$을 축으로 하므로 이차함수의 식을
$y=a(x-1)^2+q$
로 놓으면 두 점 $(3,\ 0)$, $(0,\ -3)$을 지나므로
$0=4a+q,\ -3=a+q$
위의 두 식을 연립하여 풀면
$a=1,\ q=-4$
$\therefore y=(x-1)^2-4=x^2-2x-3$
따라서 $a=1,\ b=-2,\ c=-3$이므로
$a+b+c=-4$

▶ 다른풀이
직선 $x=1$을 축으로 하고 x축과 만나는 한 점의 좌표가 $(3,\ 0)$이므로 x축과 만나는 다른 한 점의 좌표는 $(-1,\ 0)$이다.
이차함수의 식을
$y=a(x+1)(x-3)$
으로 놓으면 그래프가 점 $(0,\ -3)$을 지나므로
$-3=-3a \qquad \therefore a=1$
$\therefore y=(x+1)(x-3)=x^2-2x-3$
따라서 $a=1,\ b=-2,\ c=-3$이므로
$a+b+c=1-2-3=-4$

03 $y=-\frac{1}{2}x^2+x+a-1$

$\quad =-\frac{1}{2}(x-1)^2+a-\frac{1}{2}$

이 그래프는 위로 볼록하고 꼭짓점의 좌표가

$\left(1,\ a-\dfrac{1}{2}\right)$이므로 이 그래프가 x축과 만나지 않으려면

$a-\dfrac{1}{2}<0 \qquad \therefore a<\dfrac{1}{2}$

04 (1) 물체가 지면에 떨어질 때의 높이는 0이므로

$0=-5t^2+25t+30$에서 $t^2-5t-6=0$

$(t+1)(t-6)=0$

$\therefore t=-1$ 또는 $t=6$

그런데 $t>0$이므로 $t=6$

따라서 다시 지면에 떨어지는 것은 6초 후이다.

(2) $y=-5t^2+25t+30$

$=-5\left(t-\dfrac{5}{2}\right)^2+\dfrac{245}{4}$

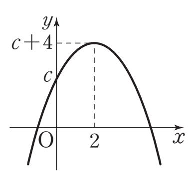
이므로 $t=\dfrac{5}{2}$일 때 y는 최댓값 $\dfrac{245}{4}$를 갖는다.

따라서 최고 높이에 도달할 때까지 걸린 시간은 $\dfrac{5}{2}$초이고 그때의 높이는 $\dfrac{245}{4}$ m이다.

05 $y=-x^2+4x+c$

$=-(x-2)^2+c+4$

따라서 $y=-x^2+4x+c$의 그래프가 모든 사분면을 지나려면 오른쪽 그림과 같이 (y축과의 교점의 좌표)>0이어야 하므로 $c>0$이다.



06 $y=\dfrac{1}{2}x^2-4x+5$의 그래프를 x축에 대하여 대칭이동한 그래프의 식은

$y=-\dfrac{1}{2}x^2+4x-5$

$=-\dfrac{1}{2}(x-4)^2+3$

이고 이 그래프를 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 n만큼 평행이동하면

$y=-\dfrac{1}{2}(x-m-4)^2+3+n$

$-m-4=-1,\ 3+n=6$이므로

$m=-3,\ n=3$

$\therefore m-n=-3-3=-6$

07 $y=2x^2-4x+k=2(x-1)^2+k-2$의 그래프의 축의 방정식은 $x=1$이고 x축과 만나는 두 점 사이의 거리가 6이므로 x축과 만나는 두 점의 좌표는 $(-2,\ 0)$, $(4,\ 0)$이다.

따라서 $x=-2,\ y=0$을 $y=2x^2-4x+k$에 대입하면

$0=2\times(-2)^2-4\times(-2)+k$

$\therefore k=-16$

08 주어진 그래프에서 $a<0$이고 축이 y축의 오른쪽에 있으므로 a와 b는 서로 다른 부호이다.

$\therefore b>0$

y축과의 교점이 x축보다 위쪽에 있으므로 $c>0$

$\therefore ac<0,\ bc>0$

따라서 $y=acx^2-bcx+bc$의 그래프는 위로 볼록하며 $-bc<0$이므로 축이 y축의 왼쪽에 있고 y절편은 양수이므로 ④이다.

09 (1) x축과 두 점 $(-1,\ 0)$, $(5,\ 0)$에서 만나는 이차함수의 그래프의 축의 방정식은

$x=\dfrac{-1+5}{2}=2$

이때 최댓값이 6이므로 이차함수의 식을

$y=a(x-2)^2+6$

으로 놓으면 점 $(-1,\ 0)$을 지나므로

$0=9a+6 \qquad \therefore a=-\dfrac{2}{3}$

$\therefore y=-\dfrac{2}{3}(x-2)^2+6$

$=-\dfrac{2}{3}x^2+\dfrac{8}{3}x+\dfrac{10}{3}$

따라서 y절편은 $\dfrac{10}{3}$이다.

(2) 직선 $x=2$를 축으로 하므로 이차함수의 식을

$y=a(x-2)^2+q$

로 놓으면 두 점 $(0,\ -1)$, $(3,\ 2)$를 지나므로

$-1=4a+q,\ 2=a+q$

위의 두 식을 연립하여 풀면

$a=-1,\ q=3$

$\therefore y=-(x-2)^2+3$

$=-x^2+4x-1$

따라서 $a=-1,\ b=4,\ c=-1$이므로

$a+b+c=2$

(3) 이차함수의 식을 $y=ax^2+bx+c\,(a<0)$로 놓고

$x=3,\ y=k$를 대입하면

$9a+3b+c=k \qquad \cdots\cdots$ ㉠

$x=-1,\ y=k$를 대입하면

$a-b+c=k \qquad \cdots\cdots$ ㉡

$x=0,\ y=1$을 대입하면 $c=1$

㉠$-$㉡을 하면 $8a+4b=0$

$\therefore b=-2a$

이때 $y=ax^2-2ax+1$

$=a(x-1)^2-a+1$

최댓값이 6이므로 $-a+1=6$

$\therefore a=-5$

따라서 $a=-5$, $b=10$, $c=1$이므로

㉡에서 $k=-5-10+1=-14$

10 $y=-2x^2-8x+k$

$=-2(x+2)^2+k+8$

이므로 꼭짓점의 좌표는 $(-2, k+8)$이다.

이때 $\overline{BC}=2$이므로 $B(-3, 0)$, $C(-1, 0)$이다.

$y=-2(x+2)^2+k+8$의 그래프가 점 $C(-1, 0)$을 지나므로

$0=-2+k+8$ $\quad\therefore k=-6$

$\therefore y=-2(x+2)^2+2$

따라서 꼭짓점의 좌표는 $A(-2, 2)$이므로

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times2\times2=2$

11 (1) $y=-x^2-4kx-8k=-(x+2k)^2+4k^2-8k$

$x=-2k$일 때 최댓값 $4k^2-8k$를 가지므로

$M=4k^2-8k=4(k-1)^2-4$

따라서 $k=1$일 때 M은 최솟값 -4를 갖는다.

(2) $y=\frac{3}{2}x^2+3kx+k$

$=\frac{3}{2}(x+k)^2-\frac{3}{2}k^2+k$

$x=-k$일 때 최솟값 $-\frac{3}{2}k^2+k$를 가지므로

$m=-\frac{3}{2}k^2+k$

$=-\frac{3}{2}\left(k-\frac{1}{3}\right)^2+\frac{1}{6}$

따라서 $k=\frac{1}{3}$일 때 m은 최댓값 $\frac{1}{6}$을 갖는다.

12 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(2, 6)$이므로 이차함수의 식을 $y=a(x-2)^2+6$으로 놓으면 그래프가 점 $(0, 4)$를 지나므로

$4=4a+6$ $\quad\therefore a=-\frac{1}{2}$

$\therefore y=-\frac{1}{2}(x-2)^2+6$

$=-\frac{1}{2}x^2+2x+4$

이때 점 $P(\alpha, 5)$가 그래프 위의 점이므로

$5=-\frac{1}{2}\alpha^2+2\alpha+4$

$\alpha^2-4\alpha+2=0$

$\therefore \alpha=-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-1\times2}=2\pm\sqrt{2}$

그런데 $\alpha>2$이므로 $\alpha=2+\sqrt{2}$

13 $x+y=4$에서 $y=4-x$

$y=4-x$를 x^2+y^2-xy에 대입하면

$x^2+y^2-xy=x^2+(4-x)^2-x(4-x)$

$=3x^2-12x+16$

$=3(x-2)^2+4$

따라서 $x=2$, $y=2$일 때 최솟값 4를 갖는다.

14 점 P의 좌표를 $(x, -4x+8)$이라 하고, $\triangle PRQ$의 넓이를 y라 하면

$y=\frac{1}{2}x(-4x+8)$

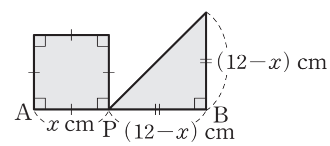
$=-2x^2+4x$

$=-2(x-1)^2+2$

이므로 $x=1$일 때 y는 최댓값 2를 갖는다.

따라서 $\triangle PRQ$의 넓이의 최댓값은 2이다.

15



$\overline{AP}=x$ cm라 하면 $\overline{BP}=(12-x)$ cm이고 두 도형의 넓이의 합을 y cm^{2}라 하면

$y=x^2+\frac{1}{2}(12-x)^2$

$=\frac{3}{2}x^2-12x+72$

$=\frac{3}{2}(x-4)^2+48$

이므로 $x=4$일 때 y는 최솟값 48을 갖는다.

따라서 $\overline{AP}=4$ cm일 때 두 도형의 넓이의 합은 최소가 된다.

16 이차함수 $y=x^2-2ax+b$의 그래프가 점 $(3, 4)$를 지나므로

$4=9-6a+b$

$\therefore b=6a-5$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠

한편, $y=x^2-2ax+b$

$=(x-a)^2+b-a^2$

꼭짓점 $(a, b-a^2)$이 직선 $y=2x-5$ 위에 있으므로

$b-a^2=2a-5$ $\quad\cdots\cdots$ ㉡

㉠을 ㉡에 대입하면

$6a-5-a^2=2a-5$

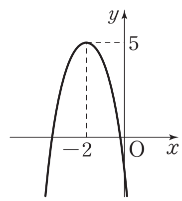
$a^2-4a=0$, $a(a-4)=0$

$\therefore a=0$ 또는 $a=4$

그런데 $a>0$이므로 $a=4$

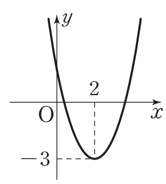
㉠에서 $b=6\times4-5=19$
$\therefore a+b=4+19=23$

17 (1) $x=-2$일 때 최댓값 5를 가지므로



$y=a(x+2)^2+5$
$=ax^2+4ax+4a+5$
이 이차함수는 최댓값을 가지므로
$a<0$ ...... ㉠
그런데 이 그래프가 제1사분면을 지나지 않으므로
(y절편)$=4a+5\le0$
$\therefore a\le-\frac{5}{4}$ ...... ㉡
㉠, ㉡에서 $a\le-\frac{5}{4}$

(2) $x=2$일 때 최솟값 -3을 가지므로



$y=a(x-2)^2-3$
$=ax^2-4ax+4a-3$
이 이차함수는 최솟값을 가지므로
$a>0$ ...... ㉠
그런데 이 그래프가 제3사분면을 지나지 않으므로
(y절편)$=4a-3\ge0$
$\therefore a\ge\frac{3}{4}$ ...... ㉡
㉠, ㉡에서 $a\ge\frac{3}{4}$

18 ① 그래프에서 $x=-1$일 때, y의 값은 0보다 작으므로
$a-b+c<0$
② 그래프에서 $x=1$일 때, y의 값은 0보다 크므로
$a+b+c>0$
③ 위로 볼록하므로 $a<0$
축이 y축의 오른쪽에 있으므로 a와 b는 서로 다른 부호이다. $\therefore b>0$
원점을 지나므로 $c=0$
④ $a<0$, $b>0$, $c=0$이므로 $abc=0$
⑤ 그래프에서 $x=4$일 때, y의 값은 0보다 작으므로
$16a+4b+c<0$

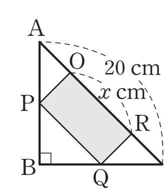
19 $\mathrm{P}\left(a,\ \frac{2}{3}a^2+3a+5\right)$, $\mathrm{Q}(a,\ a+2)$라 하고, $\overline{\mathrm{PQ}}$의 길이를 y라 하면
$y=\left(\frac{2}{3}a^2+3a+5\right)-(a+2)$
$=\frac{2}{3}a^2+2a+3$
$=\frac{2}{3}\left(a+\frac{3}{2}\right)^2+\frac{3}{2}$
따라서 $\overline{\mathrm{PQ}}$의 길이의 최솟값은 $\frac{3}{2}$이다.

3 Step (실력UP) 본문 237쪽

01 $y=x+2$ **02** 50 cm^2 **03** 48 **04** 6 **05** 34

01 그래프에서 꼭짓점의 좌표가 $(1,\ 5)$이므로 이차함수의 식을
$y=a(x-1)^2+5$
로 놓으면 그래프가 점 $(0,\ 4)$를 지나므로
$4=a+5$ $\therefore a=-1$
$\therefore y=-(x-1)^2+5$
점 A의 x좌표가 2이므로 y좌표는
$y=-1+5=4$ $\therefore \mathrm{A}(2,\ 4)$
점 B의 y좌표가 1이므로 x좌표는
$1=-(x-1)^2+5$에서
$(x-1)^2=4$, $x-1=\pm2$
$\therefore x=-1$ 또는 $x=3$
그런데 점 B는 제2사분면 위의 점이므로 $x=-1$
$\therefore \mathrm{B}(-1,\ 1)$
따라서 두 점 $\mathrm{A}(2,\ 4)$, $\mathrm{B}(-1,\ 1)$을 지나는 직선의 방정식을 구하면
$y=x+2$

02 △APO, △RQC는 직각이등변삼각형이고 □OPQR는 직사각형이므로



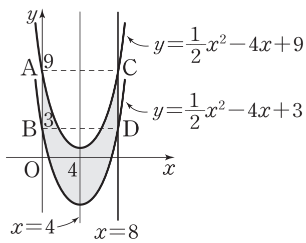
$\overline{\mathrm{AO}}=\overline{\mathrm{OP}}=\overline{\mathrm{QR}}=\overline{\mathrm{CR}}$
$\overline{\mathrm{OR}}=x$ cm라 하면
$\overline{\mathrm{OP}}=\left(10-\frac{1}{2}x\right)$ cm
$\therefore$ □OPQR$=\overline{\mathrm{OP}}\times\overline{\mathrm{OR}}$
$=\left(10-\frac{1}{2}x\right)\times x$
$=-\frac{1}{2}x^2+10x$
$=-\frac{1}{2}(x-10)^2+50$
따라서 $x=10$일 때 y는 최댓값 50을 가지므로
□OPQR의 넓이의 최댓값은 50 cm^2이다.

03 $y=\frac{1}{2}x^2-4x+3=\frac{1}{2}(x-4)^2-5$

$y=\frac{1}{2}x^2-4x+9=\frac{1}{2}(x-4)^2+1$

이므로 두 그래프의 축은 직선 $x=4$로 같다.

$y=\frac{1}{2}x^2-4x+3$의 그래프를 y축의 방향으로 6만큼 평행이동하면 $y=\frac{1}{2}x^2-4x+9$의 그래프와 포개어진다.



$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)$=\square$ABDC

$=8\times 6$

$=48$

04 $y=-x^2+2x+8$

$=-(x-1)^2+9$

이므로 A$(1, 9)$

또, x절편을 구하면

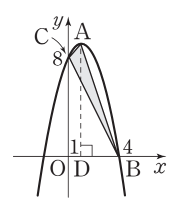
$0=-x^2+2x+8$에서

$x^2-2x-8=0$

$(x+2)(x-4)=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=4$

$\therefore$ B$(4, 0)$



한편, C$(0, 8)$이고 꼭짓점 A에서 x축에 내린 수선의 발을 D라 하면 D$(1, 0)$이다.

$\therefore \triangle$ACB$=(\square$ACOD$+\triangle$ADB$)-\triangle$COB

$=\left\{\frac{1}{2}\times(8+9)\times 1+\frac{1}{2}\times 3\times 9\right\}-\frac{1}{2}\times 4\times 8$

$=\frac{17}{2}+\frac{27}{2}-16=6$

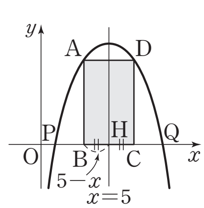
05 축은 포물선이 x축과 만나는 두 점을 이은 선분의 중점을 지난다.

즉, 축의 방정식이 $x=5$이고 $\overline{\text{PQ}}=8$이므로 P$(1, 0)$, Q$(9, 0)$이다.

따라서 이차함수의 식은

$y=-(x-1)(x-9)$

$=-x^2+10x-9$



한편, 직선 $x=5$와 x축이 만나는 점을 H라 하고, 점 B의 좌표를 B$(x, 0)$이라 하면

$\overline{\text{BH}}=5-x$

$\therefore \overline{\text{BC}}=2\overline{\text{BH}}=2(5-x)=-2x+10$

이때 점 A의 좌표는 $(x, -x^2+10x-9)$이므로

($\square$ABCD의 둘레의 길이)

$=2(\overline{\text{AB}}+\overline{\text{BC}})$

$=2\{(-x^2+10x-9)+(-2x+10)\}$

$=-2x^2+16x+2$

$=-2(x-4)^2+34$

따라서 $x=4$일 때 최댓값 34를 가지므로 $\square$ABCD의 둘레의 길이의 최댓값은 34이다.

서술형 대비 문제

본문 238~239쪽

1 -10	**2** 64	**3** 2	**4** 4
5 125원	**6** 3		

1 1단계 축의 방정식이 $x=-2$이므로 이차함수의 식을 $y=a(x+2)^2+q\ (a<0)$로 놓으면

그래프가 두 점 $(-3, 6)$, $(0, 0)$을 지나므로

$6=a+q$, $0=4a+q$

위의 두 식을 연립하여 풀면

$a=-2$, $q=8$

$\therefore y=-2(x+2)^2+8$

2단계 그래프가 점 $(1, k)$를 지나므로

$k=-2\times 9+8=-10$

2 1단계 $y=x^2+ax+b$의 그래프가 두 점 $(-3, 0)$, $(0, -15)$를 지나므로

$9-3a+b=0$, $-15=b$

$\therefore a=-2$, $b=-15$

2단계 $y=x^2-2x-15=(x-1)^2-16$이므로

C$(1, -16)$

또, $y=x^2-2x-15$에 $y=0$을 대입하면

$0=x^2-2x-15$, $(x+3)(x-5)=0$

$\therefore x=-3$ 또는 $x=5$

$\therefore$ B$(5, 0)$

3단계 $\therefore \triangle$ABC$=\frac{1}{2}\times(3+5)\times 16=64$

3 1단계 $y=2x^2-8x+3=2(x-2)^2-5$

이 그래프를 x축의 방향으로 -1만큼, y축의 방향으로 -8만큼 평행이동한 그래프를 나타내는 이차함수의 식은

$y=2(x+1-2)^2-5-8$

$\therefore y=2(x-1)^2-13$

2단계 한편, 이차함수 $y=2(x-1)^2-13$의 그래프가 점 $(k,\ 19)$를 지나므로

$19=2(k-1)^2-13,\ 2(k-1)^2=32$

$(k-1)^2=16 \qquad \therefore k-1=\pm4$

$\therefore k=-3$ 또는 $k=5$

3단계 따라서 모든 k의 값의 합은

$-3+5=2$

단계	채점요소	배점
1	평행이동한 이차함수의 식 구하기	3점
2	k의 값 구하기	2점
3	모든 k의 값의 합 구하기	1점

4 1단계 $y=-\frac{1}{2}x^2+bx+c$는 $x=2$일 때 최댓값 3을 가지므로

$y=-\frac{1}{2}(x-2)^2+3=-\frac{1}{2}x^2+2x+1$

$\therefore b=2,\ c=1$

2단계 또, $y=-\frac{1}{2}x^2+2x+1$에 $x=0$을 대입하면

$y=1$

따라서 이 그래프는 y축과 점 $(0,\ 1)$에서 만난다.

$\therefore d=1$

3단계 $\therefore b+c+d=2+1+1=4$

단계	채점요소	배점
1	$b,\ c$의 값 구하기	3점
2	d의 값 구하기	2점
3	$b+c+d$의 값 구하기	1점

5 1단계 상품의 가격을 x원씩 올리면 상품 한 개의 판매 가격은 $(100+x)$원이 되고 판매량은 $(300-2x)$개가 된다.

상품의 총 판매 금액을 y원이라 하면

2단계 $y=(100+x)(300-2x)$

$=-2x^2+100x+30000$

$=-2(x-25)^2+31250$

이므로 $x=25$일 때 y는 최댓값 31250을 갖는다.

3단계 따라서 총 판매 금액이 최대가 되도록 하려면 상품 한 개의 판매 가격은 $100+25=125$(원)으로 해야 한다.

단계	채점요소	배점
1	상품 한 개의 판매 가격과 총 판매 금액을 미지수로 나타내기	2점
2	이차함수의 최댓값 구하기	3점
3	총 판매 금액이 최대일 때의 상품 한 개의 판매 가격 구하기	2점

6 1단계 주어진 그래프의 y절편이 3이므로

$n=3$

2단계 $\therefore y=-x^2+mx+3$

또, 이 그래프는 점 $(3,\ 0)$을 지나므로

$0=-9+3m+3 \qquad \therefore m=2$

3단계 따라서 주어진 그래프를 나타내는 이차함수의 식은

$y=-x^2+2x+3=-(x-1)^2+4$

이므로 축의 방정식은 $x=1$

$\therefore \mathrm{C}(1,\ 0)$

4단계 $\therefore \triangle\mathrm{ACB}=\frac{1}{2}\times2\times3=3$

단계	채점요소	배점
1	n의 값 구하기	2점
2	m의 값 구하기	2점
3	점 C의 좌표 구하기	2점
4	$\triangle$ACB의 넓이 구하기	2점

생활 속의 수학

본문 240쪽

1 공을 떨어뜨린 지 x초 후에 공이 움직인 거리를 y m라 하면

$y=4.9x^2$

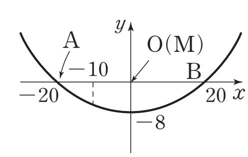
$y=90$이므로 $90=4.9x^2$

$\therefore x=\frac{30}{7}\ (\because x>0)$

따라서 공을 떨어뜨린 지 $\frac{30}{7}$초 후에 땅에 닿는다.

답 $\frac{30}{7}$초

2 강의 중앙 M을 원점으로 하고 직선 AB를 x축으로 하여 강의 단면을 좌표평면 위에 그래프로 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



이때 꼭짓점의 좌표가 $(0,\ -8)$이므로 이차함수의 식을 $y=ax^2-8$로 놓으면 그래프가 점 $(20,\ 0)$을 지나므로

$0=400a-8 \qquad \therefore a=\frac{1}{50}$

$\therefore y=\frac{1}{50}x^2-8$

강의 중앙 M에서 A지점의 방향으로 10 m 떨어진 곳에 해당하는 점의 x좌표는 -10이므로 $x=-10$을 대입하면

$y=\frac{1}{50}\times(-10)^2-8=-6$

따라서 구하는 물의 깊이는 6 m이다. 답 6 m