수학 (상)

정답과 풀이

빠른 정답

1 다항식

01 다항식의 연산 6쪽~25쪽

001 (1) $2x^2-x+1$ (2) $3x^3+x^2-5x+2$
(3) $-x^2+(3y+1)x+2y^2-5$

002 (1) $2+x-3x^2$ (2) $4-5x+2x^2+x^3$
(3) $-2y-yx+3x^2+x^3$

003 (1) $-2x-5$ (2) $3x-y+1$
(3) $-2x+3y+3$ (4) $-x+5y$
(5) $6x+3$ (6) $-3a+5$

004 (1) $3x^2+2x+6$ (2) $5x^3-3x^2+3x+3$
(3) x^2+2x+8 (4) $4x^3+2x^2-x+2$

005 (1) $-3x^2+4x-5$ (2) $-x^2+8x-11$
(3) $5x^2-1$ (4) $-4x^2-3x+5$

006 (1) $-7x^2-11xy+y^2$ (2) $7x^2+12xy-3y^2$
(3) $5x^2+8xy-y^2$

007 (1) $-x^2-4x+8$ (2) $4x^2+19x-26$
(3) $-8x^2-11x-2$

008 ①

009 (1) $-2x^2+2xy-4y^2$, $-x^2+xy-2y^2$
(2) $x^2-xy+3y^2$ (3) $-5xy+7y^2$

010 $x^2-xy-3y^2$

011 (1) x^{14} (2) $18x^5y^{10}$ (3) $-24x^4y^4$ (4) $20x^3y^5$
(5) $2a^{11}b^6$ (6) $-72a^7b^{14}$ (7) $\frac{8}{9}a^{12}b^5$

012 (1) $a^2b^2-2a^2b^3+ab^4$ (2) $2a^2+3ab-2b^2$
(3) $3a^2-9a^2b+8ab-6ab^2+4b^2$ (4) $6x^3-5x^2+4x-1$
(5) $2x^3-3x^2y-3xy^2+2y^3$ (6) $x^4-2x^3-x^2-6x-12$

013 (1) 1 (2) -10 (3) 13 (4) 5

014 $a=\sqrt{3}$, $b=-\sqrt{3}$

015 (1) $4x^2+12x+9$ (2) $4x^2+xy+\frac{1}{16}y^2$
(3) $4x^2-12xy+9y^2$ (4) $x^2-x+\frac{1}{4}$
(5) x^2-4y^2 (6) $-9x^2+y^2$
(7) $x^2+2xy-8y^2$ (8) $4x^2+5xy-6y^2$

016 (1) $x^3+6x^2+12x+8$ (2) $27x^3+27x^2+9x+1$
(3) $8x^3+36x^2y+54xy^2+27y^3$ (4) $27x^3+9x^2y+xy^2+\frac{1}{27}y^3$
(5) $x^3-12x^2+48x-64$ (6) $27x^3-54x^2+36x-8$
(7) $x^3-6x^2y+12xy^2-8y^3$ (8) $27x^3-27x^2y+9xy^2-y^3$

017 (1) 1, 1, 1 (2) $27x^3+1$ (3) $8a^3+27b^3$ (4) 2, 2, 8
(5) $8x^3-1$ (6) $8a^3-b^3$

018 ④

019 (1) 2, $2ab$, 2, 2 (2) $3c$, $3c$, $3c$, $9c^2$, $12bc$, $6ca$
(3) $a^2+b^2+c^2+2ab-2bc-2ca$
(4) $x^2+y^2+4z^2+2xy-4yz-4zx$
(5) $9x^2+4y^2+z^2-12xy-4yz+6zx$
(6) $x^2+9y^2+4z^2-6xy+12yz-4zx$

020 (1) abc, ab^2, b^2c, abc, bc^2 (2) $2c$, $2c$, $2c$, $6abc$
(3) $a^3+b^3-c^3+3abc$ (4) $x^3+y^3-6xy+8$
(5) $x^3+y^3+3xy-1$

021 (1) $2x^3$, x^2, $2x^3$, $4x^2$ (2) $a^2+b^2-c^2-2ab$
(3) $-x^2-2xy-y^2+9$

022 ⑤

023 (1) 10, 25, 10, 35 (2) $x^4-2x^3-11x^2+12x$
(3) $x^4+2x^3-13x^2-14x+24$

024 ④

025 (1) $a^2+b^2=6$, $(a-b)^2=8$ (2) $a^2+b^2=5$, $(a-b)^2=1$
(3) $a^2+b^2=29$, $(a+b)^2=33$ (4) $a^2+b^2=10$, $(a+b)^2=16$

026 (1) $a+b$, 4, 40 (2) 80 (3) 7

027 (1) 2, 2, 2, $x+y$, 3, 9 (2) 14 (3) 95

028 -7

029 (1) $a-b$, 3, 36 (2) 14 (3) -100

030 (1) 2, 2, 1, $x-y$, -3, -36 (2) -14 (3) -52

031 20

032 (1) 1, $x+y$, 1, 52 (2) $28\sqrt{2}$ (3) 20
(4) $10\sqrt{2}$

033 $12\sqrt{3}$

034 (1) 2 (2) 5 (3) 21 (4) 11
(5) 5 (6) 20

035 (1) 3, 3, 18 (2) -2 (3) $\frac{65}{8}$ (4) 3, 3, 76
(5) 36 (6) -140

036 $7+8\sqrt{5}$

037 (1) ① 3, 3, 7 ② 18 (2) ① 14 ② 52
(3) ① 23 ② 110

038 (1) ① 1, 1, 3 ② 4 (2) ① 11 ② 36
(3) ① 6 ② 14

039 -1

040 (1) $ab+bc+ca$, 2, 5 (2) 11 (3) 6
(4) 8 (5) 2

041 (1) ① -1 ② -1, 8 (2) ① 7 ② 32
(3) ① 5 ② 0 (4) ① 14 ② 34

042 26

043 (1) 200, 39951 (2) 999902
(3) 2^4, 2^8, 255 (4) $\frac{255}{128}$

044 18

045 (1) $4b^2+2b$ (2) $2xy-5$
(3) $-b^2+2ab-3$ (4) $4ac-3b+8c^2$
(5) $6x-3y-12$ (6) $\frac{4a^2}{b}-12$

046 (1) $2x-7$, 10
(2) $-x^2+2x+5=(x+2)(-x+4)-3$
(3) $x^3+3x^2-x+2=(x-1)(x^2+4x+3)+5$
(4) $2x^3-3x^2+x-3=(x-2)(2x^2+x+3)+3$

047 (1) 1, $-2x^2-x-2$, $-4x+4$, $2x-1$, $-4x+4$
(2) $x^3-3x^2+x-3=(x^2-2x-1)(x-1)-4$
(3) $2x^3+x^2-x+1=(x^2+1)(2x+1)-3x$

048 5

049 (1) $x+2$, $3x-1$, $3x-1$, $2x$, 1 (2) $2x^3+4x^2-1$
(3) $2x^3+x^2-x-1$

050 x^2+4x+4

051 (1) 2, 3, 4, -3, -2, x^2-3x-3, -2
(2) 몫: $2x^2-3x+7$, 나머지: -16
(3) 몫: $5x^3+9x^2+8x+6$, 나머지: 7

052 (1) $1, 4, 1, 5, 2x^2+2x+1, 5$
(2) 몫: $4x^2-5x+5$, 나머지: -3
(3) 몫: $3x^2-6x+10$, 나머지: -20
(4) 몫: x^3-x^2-2x+1, 나머지: 2

053 10

054 (1) $x^2-2, 3, x^2-2, -3$ (2) 몫: x^2+x, 나머지: 1
(3) 몫: $\frac{1}{2}x^2-x+1$, 나머지: -3

055 (1) $\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}Q(x), R$ (2) 몫: $\frac{1}{3}Q(x)$, 나머지: R
(3) 몫: $\frac{1}{2}Q(x)$, 나머지: R

056 ④
057 $14x^3-25x^2+9x+13$
058 $8x^3-16x^2+6x+7$
059 x^3+11x^2-6x+5
060 x^3+6x^2-3x+2
061 $-2x^2-7xy-2y^2$
062 $-2x^3+7x^2-5x+10$
063 $-x^3+5x^2+2x-1$
064 a^8-1
065 $27x^3-108x^2y+144xy^2-64y^3$
066 x^3-27
067 $x^2+4y^2-4xy+2x-4y+1$
068 $x^3+y^3+8z^3-6xyz$
069 3
070 3
071 -5
072 3
073 9
074 -15
075 $12\sqrt{3}$
076 76
077 52
078 3
079 $\sqrt{5}$
080 -4
081 7
082 -14
083 -4
084 38
085 8
086 $m=3, n=16$
087 $m=8, n=32$
088 5
089 몫: $2x+5$, 나머지: $x-14$
090 몫: $-2x+1$, 나머지: x
091 몫: $2x^2-x-5$, 나머지: -8
092 몫: x^2-7x+7, 나머지: -4
093 몫: x^2-3x+1, 나머지: 0
094 몫: $4Q(x)$, 나머지: R

02 항등식과 나머지정리 26쪽~35쪽

095 (1) × (2) ○ (3) ○ (4) ×
096 ③
097 $0, 0, 0$
098 $0, 0, 0$
099 (1) $a=1, b=5, c=1$ (2) $a=1, b=0, c=-3$
(3) $a=2, b=-5, c=-3$ (4) $a=2, b=-3, c=2$
(5) $a=3, b=-2, c=-3$
100 (1) $a=2, b=3$ (2) $a=5, b=2$
(3) $a=1, b=3, c=3$ (4) $a=-7, b=2, c=-3$
101 2
102 (1) $2c, 2a, -1, 6$ (2) $a=-1, b=1, c=0$
(3) $a=-1, b=-6, c=2$ (4) $a=6, b=2, c=1$
103 2
104 (1) $x+3, 3, 4, 7, 3, 4, 7$ (2) $a=4, b=2, c=-6$
(3) $a=0, b=-5, c=3$ (4) $a=-1, b=3, c=4$
105 (1) $0, 0, 1, 1$ (2) $x=1, y=-2$
(3) $x=-13, y=-7$ (4) $x=-3, y=0$
106 10
107 (1) ① 1 ② 31 ③ 528 (2) ① 1 ② 1023 ③ 512
108 1023
109 (1) 4 (2) -10 (3) 26 (4) -38
(5) $-\frac{2}{3}$ (6) $-\frac{32}{9}$
110 (1) $\frac{1}{2}, -\frac{9}{4}$ (2) $\frac{1}{4}$ (3) $-\frac{55}{32}$ (4) $-\frac{9}{32}$
(5) $\frac{5}{4}$ (6) $-\frac{13}{4}$
111 8
112 (1) $4, 4, 1$ (2) 4 (3) -3 (4) 3
(5) -2 (6) $\frac{1}{2}$
113 (1) $1, 1, 2, 2, 1, -2, 2$ (2) $a=-4, b=-3$
(3) $a=3, b=2$ (4) $a=-1, b=0$
114 25
115 (1) $3, 1, 3, 1, -1, 2, -x+2$ (2) $2x-1$ (3) $x+3$
116 (1) $2x-1$ (2) $4x+1$ (3) $8x+9$
117 $5x+1$
118 (1) $0, 0, 2$ (2) -10 (3) $-\frac{17}{2}$ (4) $\frac{15}{2}$
119 12
120 (1) $0, 0, 0, 3, 0, 1, -1, 2$ (2) $a=-11, b=12$
(3) $a=-1, b=2$ (4) $a=-5, b=6$
(5) $a=-8, b=0$
121 4
122 $a=1, b=-3, c=-2$
123 $a=3, b=-1, c=-2$
124 $a=-1, b=3, c=1$
125 $a=1, b=3, c=1$
126 $a=0, b=-3, c=-2$
127 $a=5, b=5, c=-8$
128 $a=3, b=0, c=4$
129 $x=-6, y=-3$
130 $x=2, y=2$
131 -6
132 -4
133 5
134 $a=-1, b=4$
135 5
136 $-8x-11$
137 $2x-3$
138 -1
139 -36
140 $a=-\frac{7}{3}, b=\frac{4}{3}$
141 $a=-2, b=-1$

03 인수분해 36쪽~48쪽

142 (1) $3ab(1-2a+5ab)$ (2) $(a+b)(a+b+2)$
(3) $y(x+1)(y+1)$ (4) $(a-b)(x-y)$
(5) $(a+1)(b+1)$ (6) $(a-1)(b-1)$
(7) $-(a-b)(b-c)$ (8) $(x-y)(x+2y)$
143 (1) $(x+3)^2$ (2) $(x-4)^2$ (3) $(5a-1)^2$ (4) $(2x+3y)^2$
(5) $(5x-3y)^2$ (6) $(2a+7b)^2$ (7) $\left(x+\frac{1}{3}\right)^2$ (8) $\left(x-\frac{5}{2}y\right)^2$
(9) $ab(2x-by)^2$
144 (1) $(x+3)(x-3)$ (2) $(a+2b)(a-2b)$
(3) $(3a+4b)(3a-4b)$ (4) $xy(x+y)(x-y)$
(5) $(a+b-c)(a-b+c)$ (6) $(a+b+c)(a+b-c)$
(7) $(a-b)(a+b)(a^2+b^2)$ (8) $(x-y)(x+y+z)$
(9) $(x+y)(x-y)(y-z)$

145 (1) $(x+1)(x+3)$ (2) $(x-2)(x-4)$
(3) $(a+3b)(a+7b)$ (4) $(x-2y)(x-4y)$
(5) $(a+4b)(a-5b)$ (6) $(4x-1)(x+1)$
(7) $(3x-y)(x+4y)$ (8) $(5a+2b)(a-2b)$

146 (1) 1, 1, 1, 1 (2) $(a+3)^3$ (3) $(2a+1)^3$ (4) $(x+2y)^3$
(5) $(x+4y)^3$ (6) $(3x+y)^3$

147 6

148 (1) 3, 3, 3, 3 (2) $(x-5)^3$ (3) $(2x-1)^3$ (4) $(3x-1)^3$
(5) $(2x-3y)^3$ (6) $(4x-y)^3$ (7) $(3x-4y)^3$

149 -4

150 (1) 2, 2, a^2-2a+4 (2) $(a+3)(a^2-3a+9)$
(3) $2(a+5)(a^2-5a+25)$ (4) $(x+2y)(x^2-2xy+4y^2)$
(5) $(x+4y)(x^2-4xy+16y^2)$ (6) $(3x+y)(9x^2-3xy+y^2)$
(7) $(2x+3y)(4x^2-6xy+9y^2)$ (8) $(4x+3y)(16x^2-12xy+9y^2)$
(9) $a(2a+1)(4a^2-2a+1)$ (10) $x^2y(3x+2y)(9x^2-6xy+4y^2)$

151 (1) 1, 1, a^2+a+1 (2) $(a-2)(a^2+2a+4)$
(3) $(a-4)(a^2+4a+16)$ (4) $(x-3y)(x^2+3xy+9y^2)$
(5) $(3x-2y)(9x^2+6xy+4y^2)$ (6) $(2x-5y)(4x^2+10xy+25y^2)$
(7) $x^2(x-2y)(x^2+2xy+4y^2)$ (8) $x^2y(2x-3y)(4x^2+6xy+9y^2)$

152 ⑤

153 (1) $-2y$, x, $2y$ (2) $(x+y+3z)^2$
(3) $(x-y-z)^2$ (4) $(2x-2y+z)^2$
(5) -1, -1, 1 (6) $(a+b-3)^2$
(7) $(a+2b-1)^2$

154 (1) $2b$, c, $2ab$, $2bc$, ca
(2) $(a+b-c)(a^2+b^2+c^2-ab+bc+ca)$
(3) $(a-b-3c)(a^2+b^2+9c^2+ab-3bc+3ca)$
(4) $(a+2b-3c)(a^2+4b^2+9c^2-2ab+6bc+3ca)$
(5) 1, xy, y
(6) $(x+2y+2)(x^2+4y^2-2xy-2x-4y+4)$
(7) $(x+y-3)(x^2+y^2-xy+3x+3y+9)$
(8) $(x-3y+4)(x^2+9y^2+3xy-4x+12y+16)$

155 (1) 2, 2 (2) $(2x-y+1)(2x-y-5)$
(3) $(x-1)(x+2)(x^2+x+4)$ (4) $(x^2+x-3)(x^2+x-4)$

156 3

157 (1) 12, 12, 12, $x-1$, 12 (2) $(x-1)(x+2)(x^2+x-4)$
(3) $(x^2+5x+2)(x^2+5x+8)$ (4) $(x^2+4x-1)^2$

158 -3

159 (1) 4, 4, 2 (2) $(x^2-2)(x^2-3)$
(3) $(x+2)(x-2)(x+3)(x-3)$
(4) $(x+1)(x-1)(3x^2+4)$ (5) $(x+2)(x-2)(2x^2+9)$

160 (1) $2x$, $2x$, $2x$, $2x$, $2x$ (2) $(x^2+4x+8)(x^2-4x+8)$
(3) $2x$, $2x$, $2x$, $2x$, $2x$ (4) $(x^2+3x-5)(x^2-3x-5)$
(5) $(x^2+3x-1)(x^2-3x-1)$

161 18

162 (1) $a-c$, $a+b-c$ (2) $(a-2c)(a-b+2c)$
(3) $(a+b)(a-b)(a+c)$ (4) $(a-b)(a+b-c)$
(5) $(a+b)(a-b)(b-c)$ (6) $(x-y)(x-y+2z)$

163 (1) $y-3$, $y+1$, $(y+1)x$, $2x+y+1$
(2) $(x+y+2)(2x-y-3)$ (3) $(x+y-4)(2x-y-3)$
(4) $(x-2y+2)(x+y-1)$ (5) $(x+y+2)(x-2y+3)$

164 2

165 (1) $x-1$, $x-1$, $x-1$, $x-1$, 3 (2) $(x+1)^2(x-3)$
(3) $(x-1)(x-2)(x+3)$ (4) $(x-2)(x+2)(x-3)$
(5) $(x-1)(x+3)(2x-1)$ (6) $(x+1)(x-4)(2x+1)$

166 -3

167 (1) $x+1$, -1, -2, $x+1$, $x-2$, $x+1$, $x-2$, $x+1$, 2, $x+1$
(2) $(x-1)(x+1)(x-2)(x-3)$
(3) $(x-1)(x+2)(x+3)(x-4)$

168 -6

169 (1) 0, 0, 이등변 (2) $a=b$인 이등변삼각형
(3) 빗변의 길이가 a인 직각삼각형 (4) 빗변의 길이가 b인 직각삼각형
(5) $a=c$인 이등변삼각형 (6) 빗변의 길이가 c인 직각삼각형
(7) $b=c$인 이등변삼각형

170 빗변의 길이가 a인 직각삼각형

171 (1) x^2-x+1, $x+1$, 1, 1000 (2) 499
(3) $\frac{1}{150}$ (4) 26

172 $\left(x-\frac{1}{5}\right)^2$ **173** $(4x+y)(4x-y)$

174 $(x+2)(5x-9)$ **175** $(4a+b)^3$

176 $(a-3b)^3$ **177** $(2x+5y)(4x^2-10xy+25y^2)$

178 $(4x-y)(16x^2+4xy+y^2)$ **179** $(x+2y-z)^2$

180 $(2x+3y-1)(4x^2+9y^2-6xy+2x+3y+1)$

181 $(x-2y-1)(x-2y+5)$ **182** $(x^2-2x-2)(x^2-2x+4)$

183 $(x^2+3x-3)(x^2+3x+5)$ **184** $(x-1)(x+1)(x^2+5)$

185 $(x^2-x+2)(x^2+x+2)$ **186** $(x^2-2xy-y^2)(x^2+2xy-y^2)$

187 $(3a-c)(3a+b+c)$ **188** $(a-2)(3a+b+1)$

189 $(x-2y+1)(x+3y+1)$ **190** $(x-y+2)(x+2y-1)$

191 $(x+1)(x-2)(x-5)$ **192** $(x+1)(x-3)(2x-1)$

193 $(x-1)^2(x+2)$ **194** $(x-1)(x+2)(x-2)(x+3)$

195 $b=c$인 이등변삼각형 **196** 정삼각형

197 80 **198** 8

2 방정식과 부등식

01 복소수 50쪽~62쪽

001 (1) $\sqrt{2}i$ (2) i (3) $3i$ (4) $3\sqrt{3}i$
(5) $\sqrt{-1}$, i (6) $-5i$ (7) $-6\sqrt{2}i$ (8) $-11i$

002 (1) $a=3$, $b=4$ (2) $a=2$, $b=\sqrt{3}$
(3) $a=4$, $b=1$ (4) $a=2$, $b=-3$
(5) $a=\sqrt{5}$, $b=-2$ (6) $a=7$, $b=0$
(7) $a=0$, $b=-9$ (8) $a=1+\sqrt{7}$, $b=0$

003 ②

004 (1) $3i^2$, 0, $3-\sqrt{2}$, i^2-1 (2) $-i$, $\sqrt{4}i$
(3) $3+2i$, $\sqrt{2}+2i$, $1-4i$

005 ③

006 (1) 7, 1, 11, -1 (2) $x=-1$, $y=-1$
(3) $x=3$, $y=1$ (4) $x=2$, $y=-3$
(5) $x=4$, $y=1$ (6) $x=-2$, $y=1$

007 0

008 (1) $3+4i$ (2) $-2-3i$ (3) $-1-2i$ (4) i
(5) -2 (6) $5i$

009 (1) $x=-1$, $y=3$ (2) $x=1$, $y=4$
(3) $x=3$, $y=-1$

010 (1) $4-2i$ (2) $3+i$ (3) $25+14i$ (4) 6 (5) $1-2i$ (6) $4-4i$ (7) $3+4i$

011 -4

012 (1) $-12+15i$ (2) $-1+5i$ (3) $4+7i$ (4) 61 (5) $1+4\sqrt{3}i$

013 25

014 (1) $2,\ i,\ \frac{1}{5},\ \frac{3}{5}$ (2) $2-i$ (3) $-1+2i$ (4) $\frac{3}{5}+\frac{1}{5}i$ (5) $\frac{1}{2}+\frac{3}{2}i$ (6) $\sqrt{2}+i$

015 5

016 (1) $\frac{4}{5}$ (2) 6 (3) $\frac{6}{5}$ (4) $8i$ (5) 4 (6) -11

017 -5

018 (1) $x=-2$ 또는 $x=2$ (2) $x=-2$ 또는 $x=1$

019 (1) 0, 허수부분, -2 (2) $x=1$ (3) $x=1$

020 (1) $2x+y,\ 2x+y,\ 2,\ -1$ (2) $x=2,\ y=-3$ (3) $x=3,\ y=2$ (4) $x=-1,\ y=-1$ (5) $x=1,\ y=3$

021 4

022 (1) 6 (2) 13 (3) 10

023 (1) 20 (2) 10 (3) $\frac{4}{5}$

024 $-\frac{8}{5}$

025 (1) $2a-b,\ 2a-b,\ 3,\ 3,\ 3+3i$ (2) $1-2i$ (3) $1-2i$ (4) i (5) $-2+2i$ (6) $-\frac{2}{5}+2i$ (7) $2+i$

026 11

027 (1) $2,\ -1,\ -1$ (2) -1 (3) 1 (4) $-i$ (5) -1 (6) $-i$ (7) i

028 (1) 0 (2) $-1+i$ (3) 1 (4) 0 (5) 0 (6) $2-2i$

029 -100

030 (1) -1 (2) -1 (3) $-i$ (4) -1 (5) $i-1$ (6) $1-i$

031 0

032 (1) $\pm\sqrt{3}i$ (2) $\pm 2i$ (3) $\pm 2\sqrt{2}i$ (4) $\pm\frac{\sqrt{2}}{2}i$ (5) $\pm\frac{\sqrt{3}}{2}i$ (6) $\pm\frac{1}{3}i$

033 $x=\pm 3i$

034 (1) $2\sqrt{2},\ 1+\sqrt{2}$ (2) $7i$ (3) $4\sqrt{3}i$ (4) $4i$ (5) $2\sqrt{2}i$ (6) $\sqrt{2}i$ (7) $2\sqrt{3}i$

035 ④

036 (1) $\sqrt{3},\ \sqrt{6}i$ (2) $9i$ (3) $-6\sqrt{2}$ (4) $\sqrt{5}i$ (5) $2i$ (6) $-2i$ (7) 2 (8) $-\sqrt{6}i$

037 ③

038 (1) $-4\sqrt{3}i$ (2) $-2\sqrt{2}i$ (3) $-\frac{9}{2}+\frac{9}{2}i$ (4) $\frac{1}{5}-\frac{3}{5}i$ (5) $-\frac{1}{3}-\frac{5\sqrt{2}}{6}i$ (6) $-\frac{4}{7}-\frac{5\sqrt{3}}{7}i$

039 $x=-4,\ y=-2$

040 (1) $-a+b$ (2) ab (3) $-a-b$

041 (1) $a+b$ (2) $-ab$ (3) $a-b$

042 ③, ⑤

043 $-1+13i$

044 $13-12i$

045 $5+14i$

046 $-\frac{1}{2}+\frac{3}{2}i$

047 $x=2$

048 $x=-\frac{3}{2}$ 또는 $x=1$

049 $x=2$

050 $x=1$

051 $x=2,\ y=-1$

052 $x=2,\ y=4$

053 $x=-1,\ y=-2$

054 $x=1,\ y=5$

055 i

056 $1+2i$

057 $-4+3i$

058 $i-1$

059 $50-50i$

060 0

061 $11\sqrt{2}i$

062 $4+\sqrt{3}i$

063 $\frac{2}{3}+\frac{\sqrt{2}}{3}i$

064 $-2a$

065 $-2b$

02 이차방정식

63쪽~77쪽

066 (1) $a+1$, 무수히 많다

(2) $a\neq-2,\ a\neq 2$일 때, $x=\frac{1}{a-2}$

$a=-2$일 때, 해는 무수히 많다.

$a=2$일 때, 해는 없다.

(3) $a\neq 2$일 때, $x=a+2$

$a=2$일 때, 해는 무수히 많다.

(4) $a\neq 0,\ a\neq -1$일 때, $x=\frac{1}{a}$

$a=0$일 때, 해는 없다.

$a=-1$일 때, 해는 무수히 많다.

067 (1) $x=0$ (2) $x=1$ (3) $x=-1$ 또는 $x=3$ (4) $x=-4$ 또는 $x=1$ (5) $x=\frac{1}{3}$ 또는 $x=7$

068 (1) $x=-1$ 또는 $x=2$ (2) $x=-1$ 또는 $x=\frac{1}{2}$ (3) $x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=\frac{4}{3}$ (4) $x=4$ 또는 $x=6$ (5) $x=-2$ 또는 $x=1$

069 (1) $x=\frac{-5+\sqrt{41}}{4}$ (2) $x=1\pm\sqrt{3}$ (3) $x=\frac{2\pm\sqrt{6}}{2}$ (4) $x=-\sqrt{2}\pm\sqrt{3}$ (5) $x=-1\pm i$ (6) $x=1\pm 2\sqrt{2}i$ (7) $x=1\pm\sqrt{2}i$

070 $x=\frac{-5\pm\sqrt{3}i}{2}$

071 (1) $x=-6$ 또는 $x=6$ (2) $x=-1$ 또는 $x=1$ (3) $x=-3$ 또는 $x=1$ (4) $x=1-\sqrt{2}$ 또는 $x=1$

072 -4

073 (1) $k=-1$ (2) $k=-2$ (3) $k=-1$ 또는 $k=4$ (4) $k=\frac{3}{2}$ 또는 $k=-1$

074 5

075 (1) $a=\sqrt{x^2-2x+2},\ b=\sqrt{2}x$ (2) $x=-1\pm\sqrt{3}$ (3) $-1+\sqrt{3}$

076 $(8-4\sqrt{2})$ cm

077 (1) $x-6$ (2) $x:6=6:(x-6)$ (3) $3+3\sqrt{5}$

078 $1+\sqrt{5}$

079 서로 다른 두 실근, 중근, 서로 다른 두 허근

080 b'^2-ac

081 (1) 서로 다른 두 실근 (2) 서로 다른 두 실근
(3) 중근 (4) 중근
(5) 서로 다른 두 허근 (6) 서로 다른 두 허근

082 ②

083 (1) $k<\frac{9}{4}$ (2) $k<4$ (3) $k<2$

084 (1) $k=-9$ (2) $k=3$ 또는 $k=-5$
(3) $k=1$ 또는 $k=5$

085 (1) $k<-4$ (2) $k>\frac{1}{4}$ (3) $k<2$

086 (1) $k\le -1$ (2) $k\le -4$

087 -12

088 (1) $\pm 2, 2, 2$ (2) $-\frac{1}{8}<k<1$ 또는 $k>1$
(3) $k=-2$ (4) $k=3$ (5) $k<-1$

089 -1

090 (1) $k-a, k^2+b+1, 0, -2a, a^2-b-1, 0, -1$
(2) $a=1, b=-\frac{1}{4}$ (3) $a=3, b=9$

091 $\frac{1}{4}$

092 (1) $0, -4$ (2) $a=-2$ 또는 $a=2$
(3) $a=5$ (4) $a=2$ (5) $a=4$

093 $x=-3$

094 (1) $\alpha+\beta=4, \alpha\beta=7$ (2) $\alpha+\beta=-3, \alpha\beta=1$
(3) $\alpha+\beta=\frac{3}{2}, \alpha\beta=\frac{5}{2}$ (4) $\alpha+\beta=-1, \alpha\beta=-\frac{1}{3}$
(5) $\alpha+\beta=-2\sqrt{2}, \alpha\beta=1$ (6) $\alpha+\beta=2\sqrt{3}, \alpha\beta=-6$
(7) $\alpha+\beta=0, \alpha\beta=4$ (8) $\alpha+\beta=\frac{3}{2}, \alpha\beta=0$

095 (1) $\frac{1}{5}$ (2) 21 (3) $-\frac{11}{5}$ (4) -55

096 (1) -5 (2) 0 (3) 11

097 $\frac{10}{3}$

098 (1) $0, 0, 3, 2, 2$ (2) 11 (3) 34

099 26

100 (1) $3, -6, 3, -6, 3, \frac{9}{2}, -27$ (2) $a=5, b=12$
(3) $a=-3, b=0$

101 -6

102 (1) $\frac{1}{3}, 1, \frac{1}{3}, 3$ (2) $k=1$ 또는 $k=4$
(3) $k=4$ 또는 $k=9$ (4) $k=25$

103 (1) $-5, 1, -8, 4$ (2) $k=-3$ 또는 $k=7$
(3) $k=2$ 또는 $k=4$ (4) $k=-2$ 또는 $k=12$

104 (1) $x^2+x-6=0$ (2) $x^2-x-20=0$
(3) $x^2-\frac{5}{6}x+\frac{1}{6}=0$ (4) $x^2-2x-1=0$
(5) $x^2-2\sqrt{3}x+2=0$ (6) $x^2+4x+1=0$
(7) $x^2-2x+2=0$ (8) $x^2+5=0$

105 (1) $x^2-4x+12=0$ (2) $x^2-5x+6=0$
(3) $x^2-\frac{2}{3}x+\frac{1}{3}=0$ (4) $x^2+2=0$
(5) $x^2+2x+9=0$ (6) $x^2+8=0$

106 $4x^2+2x+1=0$

107 (1) $\sqrt{3}i, \sqrt{3}i, \sqrt{3}i, \sqrt{3}i, \sqrt{3}i$ (2) $(x-1-2i)(x-1+2i)$
(3) $(x-2-\sqrt{2}i)(x-2+\sqrt{2}i)$ (4) $3\left(x+\frac{1-\sqrt{13}}{6}\right)\left(x+\frac{1+\sqrt{13}}{6}\right)$

108 ③

109 (1) $1-\sqrt{3}, 1-\sqrt{3}, -2, 1-\sqrt{3}, -2$
(2) $a=-3, b=7$ (3) $a=2, b=1$
(4) $a=-\frac{1}{4}, b=-\frac{1}{2}$

110 (1) $a=-2, b=5$ (2) $a=3, b=10$
(3) $a=-2, b=2$ (4) $a=1, b=\frac{1}{2}$
(5) $a=-\frac{1}{4}, b=-\frac{3}{2}$

111 $\frac{4}{5}$

112 $x=2$ 또는 $x=4$

113 $x=1\pm 2\sqrt{2}i$

114 $x=1-2\sqrt{2}$ 또는 $x=1$

115 $k=1$

116 $k=0$ 또는 $k=-1$

117 서로 다른 두 실근

118 중근

119 서로 다른 두 허근

120 $k>-1$

121 $k=1$ 또는 $k=5$

122 $k>2$

123 $a=3, b=9$

124 $a=1, b=-1$

125 24

126 $a=1$ 또는 $a=-3$

127 -18

128 20

129 76

130 44

131 $x^2-5x+10=0$

132 $x^2-\frac{1}{2}x+\frac{1}{6}=0$

133 $x^2+3x+36=0$

134 $x^2+5x+40=0$

135 $(x-2-3i)(x-2+3i)$

136 $2\left(x-\frac{3+\sqrt{15}i}{4}\right)\left(x-\frac{3-\sqrt{15}i}{4}\right)$

137 $a=-2, b=-4$

138 $a=-4, b=5$

03 이차방정식과 이차함수

78쪽~97쪽

139 (1) $(-1, -4), x=-1$ (2) $(2, 3), x=2$
(3) $(1, 3), x=1$ (4) $(2, 3), x=2$

140 풀이 참조

141 (1) $y=\frac{1}{9}x^2+2$ (2) $y=(x-1)^2+4$
(3) $y=-2(x+1)^2-3$ (4) $y=-(x+2)^2+1$
(5) $y=-\frac{2}{3}(x-3)^2+7$

142 (1) $y=x^2-x-2$ (2) $y=\frac{1}{2}x^2-2x+\frac{3}{2}$
(3) $y=-\frac{1}{2}x^2+\frac{9}{2}$ (4) $y=x^2-4x$
(5) $y=2x^2-5x+3$ (6) $y=-x^2+3x+5$

143 (1) $a>0, b<0, c>0$ (2) $a>0, b>0, c<0$
(3) $a<0, b>0, c>0$ (4) $a<0, b<0, c<0$

144 (1) × (2) ○ (3) × (4) ×
(5) ○ (6) ×

145 ㄴ, ㄷ, ㄹ, ㅂ

146 (1) $0, 5$ (2) $1, 4$ (3) -3 (4) $1, 7$
(5) $\frac{1}{2}$ (6) $-2, 3$ (7) $1-\sqrt{2}, 1+\sqrt{2}$

147 (1) $-a, b, -4, 3$ (2) $a=-2, b=-8$
(3) $a=2, b=-3$

148 -3

149 (1) $4\alpha\beta$, $4k$, -3 (2) -6 (3) -4 (4) -5

150 $\frac{1}{2}$

151 (1) 서로 다른 두 점에서 만난다. (2) 서로 다른 두 점에서 만난다. (3) 한 점에서 만난다. (4) 만나지 않는다. (5) 만나지 않는다.

152 (1) $4k$, $<$ (2) $k<1$ (3) $k>\frac{7}{4}$ (4) $k<1$

153 14

154 (1) $k=\pm2\sqrt{6}$ (2) $k=-1$ 또는 $k=3$ (3) $k=4$

155 (1) $k>9$ (2) $k>\frac{13}{4}$ (3) $k>-3$

156 1

157 (1) 서로 다른 두 점에서 만난다. (2) 한 점에서 만난다. (3) 만나지 않는다.

158 (1) $k>\frac{7}{4}$ (2) $k<\frac{1}{8}$ (3) $k>-3$

159 (1) $k=-2$ (2) $k=-1$ (3) $k=1$ 또는 $k=9$

160 (1) $k<\frac{7}{8}$ (2) $k>1$ (3) $k<1$

161 (1) $k\geq1$ (2) $k\leq1$ (3) $k\geq1$

162 (1) 0, 0, 0, -1 (2) $m=2$, $n=-1$ (3) $m=-1$, $n=-\frac{1}{4}$

163 $a=-1$, $b=2$

164 (1) $m+3$, $-n-1$, -7, 4 (2) $m=1$, $n=5$ (3) $m=-2$, $n=4$ (4) $m=2$, $n=1$

165 (1) $a=-1$, $b=5$ (2) $a=1$, $b=3$ (3) $a=3$, $b=-2$

166 $a=6$, 나머지 한 교점의 x좌표: 2

167 (1) 최댓값: 2, 최솟값: 없다. (2) 최댓값: 없다., 최솟값: -3 (3) 최댓값: 없다., 최솟값: -1 (4) 최댓값: 2, 최솟값: 없다.

168 (1) 1, 1, 1, -1 (2) $x=2$일 때 최솟값은 5 (3) $x=3$일 때 최댓값은 9 (4) $x=2$일 때 최댓값은 -1 (5) $x=2$일 때 최댓값은 3

169 -3

170 (1) $2a^2$, $2a^2$, a^2, 1, 1 (2) 3 (3) 3 (4) $\frac{2}{3}$

171 (1) -4, $4+b$, 2, -2 (2) $a=7$, $b=-3$ (3) $a=\frac{3}{2}$, $b=1$ (4) $a=3$, $b=6$

172 20

173 (1) 5, -4, -3, 5, -4 (2) 최댓값: 6, 최솟값: -3 (3) 최댓값: 4, 최솟값: $\frac{7}{4}$ (4) -2, 6, 6, -2 (5) 최댓값: 5, 최솟값: -1 (6) 최댓값:4, 최솟값: 1

174 -4

175 (1) 1, 3, 1 (2) 13 (3) 2 (4) 1

176 1

177 (1) 2, 5, 1, 0 (2) $a=5$, $b=-3$ (3) $a=2$, $b=3$ (4) $a=1$, $b=11$

178 5

179 (1) 1, 3, 4, 4, 3, 3, 7 (2) 10 (3) -1

180 5

181 (1) 3, 5, -4, 4, -1, -1, -11 (2) 2 (3) $-\frac{5}{4}$ (4) 2

182 (1) $\geq$, 2 (2) 3

183 (1) -4 (2) -7

184 (1) 3, 8, 8 (2) 최댓값: 5, 최솟값: -4 (3) 최댓값: 33, 최솟값: -3

185 80

186 (i) 세로의 길이: $(30-x)$ m, $0<x<30$ (ii) 225 m^2

187 32 m^2

188 (i) 0, 4 (ii) $\overline{AB}=4-2a$, $\overline{AD}=-a^2+4a$ (iii) 10

189 20

190 (i) 입장료: $10(100+x)$, 하루 입장객 수: $10(200-x)$ (ii) 225만 원

191 4,000원

192 (1) $\frac{31}{4}$ m (2) $\frac{19}{4}$ m

193 45 m

194 (1) $a>0$ (2) $b<0$ (3) $c<0$ (4) $a+b+c<0$ (5) $a-b+c=0$

195 (1) $a<0$ (2) $b<0$ (3) $c=0$ (4) $a-b+c>0$ (5) $b^2-4ac>0$

196 $a=-1$, $b=-2$

197 $a=-3$, $b=10$

198 $k=-2$

199 $k=\pm2$

200 (1) $k<\frac{9}{2}$ (2) $k=\frac{9}{2}$ (3) $k>\frac{9}{2}$

201 (1) $k<-2$ (2) $k=-2$ (3) $k>-2$

202 $m=0$, $n=-2$

203 $m=6$, $n=-9$

204 $a=-1$, $b=2$

205 $a=-1$, $b=3$

206 $x=1$일 때 최댓값은 3

207 $x=2$일 때 최솟값은 1

208 3

209 $a=-2$, $b=-3$

210 최댓값: 6, 최솟값: -3

211 최댓값: 4, 최솟값: -5

212 최댓값: 4, 최솟값: -4

213 3

214 16

215 9

216 -3

217 $a=1$, $b=-1$

218 최댓값: 18, 최솟값: 2

219 52

220 최댓값: 750만 원, 최솟값: 270만 원

04 삼차방정식과 사차방정식

98쪽~109쪽

221 (1) $x=1$ 또는 $x=\frac{-1\pm\sqrt{3}i}{2}$ (2) $x=-3$ 또는 $x=\frac{3\pm3\sqrt{3}i}{2}$ (3) $x=0$ 또는 $x=\pm2i$ (4) $x=0$ 또는 $x=-3$ 또는 $x=3$ (5) $x=0$ 또는 $x=-2$ 또는 $x=1$ (6) $x=-4$ 또는 $x=-1$ 또는 $x=1$

222 (1) 1, 1, 1, 1, 1, 1 (2) $x=1$ 또는 $x=\frac{1\pm\sqrt{5}}{2}$ (3) $x=2$ 또는 $x=-1\pm i$ (4) $x=1$ 또는 $x=4$ 또는 $x=-2$ (5) $x=1$ 또는 $x=\frac{-3\pm\sqrt{7}i}{2}$ (6) $x=1$ 또는 $x=2$ 또는 $x=3$ (7) $x=-1$ 또는 $x=2$ 또는 $x=3$ (8) $x=-1$ 또는 $x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=3$ (9) $x=-1$ 또는 $x=\frac{1}{3}$ 또는 $x=2$

223 -1

224 (1) $0,\ 0,\ 8$ (2) 4 (3) 3 (4) -8

225 $a=-3,\ b=0$

226 (1) $0,\ 0,\ 3,\ 3,\ x^2+2x-3,\ 1,\ 3,\ 1,\ 3,\ 1,\ -3,\ 1,\ -3$
(2) $-3,\ 4$ (3) $-1,\ 3$ (4) $-1,\ 5$

227 (1) $-1,\ 2,\ -1,\ 2,\ 1,\ 2,\ 1,\ 2,\ -1,\ 2$
(2) $x=\pm1$ 또는 $x=2$ 또는 $x=-3$
(3) $x=1$ 또는 $x=2$ 또는 $x=3$ 또는 $x=4$
(4) $x=\pm1$ 또는 $x=\dfrac{5\pm\sqrt{37}}{2}$
(5) $x=-1$ 또는 $x=2$ 또는 $x=\dfrac{-1\pm\sqrt{3}i}{2}$
(6) $x=\pm2$ 또는 $x=-1\pm\sqrt{3}i$

228 0

229 (1) $a=-2,\ b=-8$ (2) $a=2,\ b=-2$
(3) $a=0,\ b=10$

230 -2

231 (1) $x^2-4x,\ 3,\ 5,\ 3,\ 5$
(2) $x=-2$ 또는 $x=1$ 또는 $x=-4$ 또는 $x=3$
(3) $x=\dfrac{-1\pm\sqrt{3}i}{2}$ 또는 $x=-2$ 또는 $x=1$
(4) $x=-2\pm\sqrt{2}$ 또는 $x=-2\pm2\sqrt{2}$

232 (1) $x^2+x,\ 2,\ 6,\ 6,\ 6,\ 6,\ 6,\ -3,\ -3$
(2) $x=-4\pm\sqrt{6}$ 또는 $x=-6$ 또는 $x=-2$
(3) $x=\dfrac{5\pm\sqrt{13}}{2}$ 또는 $x=\dfrac{5\pm\sqrt{3}i}{2}$

233 -3

234 (1) $\pm1,\ \pm2$ (2) $x=\pm2$ 또는 $x=\pm\sqrt{6}i$
(3) $x=\pm\sqrt{3}i$ 또는 $x=\pm\sqrt{5}$ (4) $x=\pm i$ 또는 $x=\pm3$

235 -3

236 (1) $\sqrt{7}i,\ \sqrt{7}i$ (2) $x=\dfrac{-1\pm\sqrt{3}i}{2}$ 또는 $x=\dfrac{1\pm\sqrt{3}i}{2}$
(3) $x=-1\pm\sqrt{2}$ 또는 $x=1\pm\sqrt{2}$
(4) $x=-2\pm2i$ 또는 $x=2\pm2i$

237 $2\sqrt{3}$

238 $\alpha+\beta+\gamma,\ \alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha,\ \alpha\beta\gamma,\ -\dfrac{b}{a},\ \dfrac{c}{a},\ -\dfrac{d}{a}$

239 (1) $\alpha+\beta+\gamma=3,\ \alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=3,\ \alpha\beta\gamma=-1$
(2) $\alpha+\beta+\gamma=2,\ \alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=\dfrac{5}{2},\ \alpha\beta\gamma=1$
(3) $\alpha+\beta+\gamma=0,\ \alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=2,\ \alpha\beta\gamma=\dfrac{1}{3}$

240 (1) $-\dfrac{3}{5}$ (2) $-\dfrac{2}{5}$ (3) 1 (4) -2
(5) -25 (6) 29

241 -1

242 (1) $14,\ 24$ (2) $x^3-5x^2+2x+8=0$
(3) $x^3+2x^2-3x=0$ (4) $x^3+8x^2+19x+12=0$
(5) $x^3-6x^2-\dfrac{1}{4}x+\dfrac{3}{2}=0$

243 (1) $x^3-2x^2+4x+2=0$ (2) $x^3-x^2+3x-5=0$
(3) $x^3-2x^2-x-\dfrac{1}{2}=0$ (4) $x^3-4x^2-4x-4=0$
(5) $x^3+7x^2+27x+5=0$

244 $x^3-2x+1=0$

245 (1) $1-\sqrt{2},\ 1-\sqrt{2},\ 1-\sqrt{2},\ 1-\sqrt{2},\ 1-\sqrt{2},\ 5,\ 1-\sqrt{2},\ 3$
(2) $a=-3,\ b=0$ (3) $a=-5,\ b=4$

246 (1) $a=4,\ b=-2$ (2) $a=-3,\ b=5$
(3) $a=-4,\ b=4$

247 6

248 (1) 1 (2) 0 (3) 1 (4) -1
(5) 1 (6) -1

249 0

250 (1) 1 (2) 0 (3) 1 (4) -1
(5) 0 (6) 1

251 -2

252 $x=-2$ 또는 $x=1\pm\sqrt{3}i$

253 $x=\pm2$ 또는 $x=3$

254 $x=-2$ 또는 $x=1\pm2i$

255 $x=\pm1$ 또는 $x=1\pm\sqrt{5}$

256 $x=1$ 또는 $x=-2$ 또는 $x=\pm\sqrt{2}i$

257 $x=\pm1$ 또는 $x=2$ 또는 $x=4$

258 $x=-2\pm\sqrt{2}$ 또는 $x=-2\pm\sqrt{15}$

259 $x=\pm i$ 또는 $x=\pm2$

260 $x=-1\pm\sqrt{2}i$ 또는 $x=1\pm\sqrt{2}i$

261 $a=-5$, 나머지 두 근은 $-2,\ 3$

262 $a=6$, 나머지 두 근은 $2,\ 3$

263 $a=0$, 나머지 두 근은 $1\pm2i$

264 -2

265 9

266 $x^3-x^2-2x-1=0$

267 $x^3+\dfrac{1}{3}x^2-\dfrac{2}{3}x-\dfrac{1}{3}=0$

268 $a=0,\ b=2$

269 $a=-15,\ b=-25$

270 $a=-1,\ b=2$

271 0

272 0

273 1

274 -1

275 0

276 -1

277 1

05 여러 가지 방정식 110쪽~118쪽

278 (1) $x=4,\ y=-1$ (2) $x=3,\ y=1$
(3) $x=5,\ y=2$

279 (1) $x=3,\ y=1$ (2) $x=3,\ y=4$
(3) $x=3,\ y=4$

280 (1) $1,\ 1,\ 2,\ 1,\ 2$ (2) $\begin{cases} x=-5 \\ y=3 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-3 \\ y=1 \end{cases}$
(3) $\begin{cases} x=-1 \\ y=-3 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=5 \\ y=9 \end{cases}$ (4) $\begin{cases} x=-5 \\ y=-7 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=3 \\ y=1 \end{cases}$
(5) $\begin{cases} x=-1 \\ y=1 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-2 \\ y=0 \end{cases}$ (6) $\begin{cases} x=-3 \\ y=-2 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=3 \\ y=1 \end{cases}$
(7) $\begin{cases} x=-7 \\ y=-3 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases}$

281 10

282 (1) $\pm4,\ \mp\sqrt{5}i,\ 4,\ -4,\ -\sqrt{5}i,\ \sqrt{5}i$
(2) $\begin{cases} x=\sqrt{3} \\ y=\sqrt{3} \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-\sqrt{3} \\ y=-\sqrt{3} \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=3 \\ y=-3 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-3 \\ y=3 \end{cases}$
(3) $\begin{cases} x=3\sqrt{10} \\ y=\sqrt{10} \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-3\sqrt{10} \\ y=-\sqrt{10} \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=5\sqrt{2} \\ y=-5\sqrt{2} \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-5\sqrt{2} \\ y=5\sqrt{2} \end{cases}$
(4) $\begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-1 \\ y=-1 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=2 \\ y=4 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-2 \\ y=-4 \end{cases}$
(5) $\begin{cases} x=2\sqrt{2}i \\ y=2\sqrt{2}i \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-2\sqrt{2}i \\ y=-2\sqrt{2}i \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=1 \\ y=-2 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-1 \\ y=2 \end{cases}$
(6) $\begin{cases} x=2 \\ y=3 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-2 \\ y=-3 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=1 \\ y=-2 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-1 \\ y=2 \end{cases}$

283 8

284 (1) $3x$, $3x$, ± 3, ± 2, 3, -3, 2, -2

(2) $\begin{cases} x=3 \\ y=1 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-3 \\ y=-1 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-1 \\ y=-2 \end{cases}$

(3) $\begin{cases} x=3 \\ y=1 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-3 \\ y=-1 \end{cases}$

285 (1) 2, 5, 2, 5

(2) $\begin{cases} x=-3 \\ y=-5 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=2 \\ y=0 \end{cases}$

(3) $\begin{cases} x=-1 \\ y=1 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-2 \\ y=0 \end{cases}$

(4) $\begin{cases} x=2 \\ y=-1 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=3 \\ y=1 \end{cases}$

286 (1) 2, 4, 4, 2

(2) $\begin{cases} x=-1 \\ y=-3 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-3 \\ y=-1 \end{cases}$

(3) $\begin{cases} x=-3 \\ y=5 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=5 \\ y=-3 \end{cases}$

(4) $\begin{cases} x=-6 \\ y=1 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=1 \\ y=-6 \end{cases}$

287 (1) 3, -2, -3, 2, 3, -2, -3, 2

(2) $\begin{cases} x=-2 \\ y=4 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=4 \\ y=-2 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=2 \\ y=-4 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-4 \\ y=2 \end{cases}$

(3) $\begin{cases} x=-2 \\ y=-1 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} y=-1 \\ x=-2 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-1 \\ y=2 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=2 \\ y=-1 \end{cases}$

288 5

289 14, 100, 8, 8, 8

290 192 (cm^2)

291 2500, xy, -20, 14, 48, 48

292 9 cm

293 $x=50$, $y=20$

294 (1) 3, 3, -1, 3, 3, 0, 6, 4

(2) $\begin{cases} x=0 \\ y=-5 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=1 \\ y=-6 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=3 \\ y=-2 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=4 \\ y=-3 \end{cases}$

(3) $\begin{cases} x=-2 \\ y=1 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=2 \\ y=-3 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=4 \\ y=7 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=8 \\ y=3 \end{cases}$

295 15

296 (1) $3y$, $3y$, 1 (2) $x=2$, $y=3$ (3) $x=\frac{1}{2}$, $y=1$

297 36

298 (1) 2, -1 (2) $x=3$, $y=1$ (3) $x=\frac{1}{3}$, $y=\frac{1}{2}$

299 0

300 $\begin{cases} x=1 \\ y=-2 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=2 \\ y=-1 \end{cases}$

301 $\begin{cases} x=1 \\ y=-1 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=3 \\ y=-5 \end{cases}$

302 $\begin{cases} x=-6 \\ y=10 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=2 \\ y=2 \end{cases}$

303 $\begin{cases} x=3 \\ y=-1 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-7 \\ y=4 \end{cases}$

304 $\begin{cases} x=\sqrt{7} \\ y=-\sqrt{7} \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-\sqrt{7} \\ y=\sqrt{7} \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-1 \\ y=-2 \end{cases}$

305 $\begin{cases} x=2\sqrt{2} \\ y=-\sqrt{2} \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-2\sqrt{2} \\ y=\sqrt{2} \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=2\sqrt{2} \\ y=2\sqrt{2} \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-2\sqrt{2} \\ y=-2\sqrt{2} \end{cases}$

306 $\begin{cases} x=1 \\ y=-2 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-1 \\ y=2 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=2 \\ y=3 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-2 \\ y=-3 \end{cases}$

307 $\begin{cases} x=\sqrt{5} \\ y=-\sqrt{5} \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-\sqrt{5} \\ y=\sqrt{5} \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=2\sqrt{2} \\ y=\sqrt{2} \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-2\sqrt{2} \\ y=-\sqrt{2} \end{cases}$

308 $\begin{cases} x=4 \\ y=0 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-4 \\ y=0 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=1 \\ y=-5 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-1 \\ y=5 \end{cases}$

309 $\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-2 \\ y=-1 \end{cases}$

310 $\begin{cases} x=-1 \\ y=0 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=\frac{1}{2} \\ y=\frac{3}{4} \end{cases}$

311 $\begin{cases} x=\frac{1}{2} \\ y=\frac{1}{2} \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=2 \\ y=-1 \end{cases}$

312 $\begin{cases} x=-3 \\ y=6 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=6 \\ y=-3 \end{cases}$

313 $\begin{cases} x=\sqrt{5} \\ y=-\sqrt{5} \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-\sqrt{5} \\ y=\sqrt{5} \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-3 \\ y=1 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=1 \\ y=-3 \end{cases}$

314 $\begin{cases} x=-1 \\ y=2 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=2 \\ y=-1 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-2 \\ y=1 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=1 \\ y=-2 \end{cases}$

315 가로의 길이: 8 cm, 세로의 길이: 6 cm

316 9 cm, 12 cm

317 $\begin{cases} x=4 \\ y=6 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=5 \\ y=2 \end{cases}$

318 $\begin{cases} x=-2 \\ y=-1 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases}$

319 $x=3$, $y=-1$

320 $x=3$, $y=2$

06 연립일차부등식

119쪽~127쪽

321 (1) × (2) ○ (3) × (4) ×

322 ②

323 (1) $x>-3$ (2) $x\le 2$ (3) $x>-1$ (4) $x\ge -7$
(5) $x>-2$

324 (1) $>$, $<$, 없다
(2) (i) $a>1$일 때, $x<a+1$
(ii) $a<1$일 때, $x>a+1$
(iii) $a=1$일 때, 해는 없다.
(3) $\ge$, $\le$, 모든 실수
(4) (i) $a>-1$일 때, $x\le 2(a-1)$
(ii) $a<-1$일 때, $x\ge 2(a-1)$
(iii) $a=-1$일 때, 해는 모든 실수이다.

325 1

326 (1) -3, -3, 3 (2) $-\frac{5}{2}<x\le 4$
(3) $x<\frac{5}{2}$ (4) $x>-1$

327 2

328 (1) $1<x\le 3$ (2) $x>1$ (3) $8<x<12$ (4) $x\ge -1$

329 12

330 (1) 4, $-6<x\le 4$ (2) $x>5$
(3) $0\le x<1$ (4) $-\frac{2}{3}\le x<3$

331 6

332 (1) 1, 2 (2) 9 (3) -14 (4) -5

333 (1) 해는 없다. (2) 해는 없다.
(3) 해는 없다. (4) $x=2$
(5) $x=0$

334 (1) $a+4$, 1, -3 (2) $a<-10$ (3) $a<-\frac{10}{3}$ (4) $a\geq 13$

335 (1) 4, 6 (2) $a\geq 1$ (3) $a\leq 7$ (4) $a>6$

336 (1) -1, 0, -4, -3 (2) $\frac{2}{3}\leq a<1$ (3) $1<a\leq 2$ (4) $4<a\leq 7$

337 (1) $-2<x<8$ (2) $x<-1$ 또는 $x>2$ (3) $x<5$ 또는 $x>7$ (4) $1\leq x\leq 4$ (5) $x\leq -4$ 또는 $x\geq 2$

338 4

339 (1) (i) $x<-2$ (ii) $-2\leq x<3$ (iii) $x<3$ (2) $-1<x<5$ (3) $x>2$ (4) $x\leq -\frac{2}{3}$

340 (1) (i) $-4<x<-3$ (ii) $-3\leq x<0$ (iii) $0\leq x<1$ (iv) $-4<x<1$ (2) $x<-\frac{5}{2}$ 또는 $x>\frac{7}{2}$ (3) $-4\leq x\leq 3$

341 14

342 ×

343 ×

344 ○

345 (i) $a>3$일 때, $x>\frac{a+2}{a-3}$ (ii) $a<3$일 때, $x<\frac{a+2}{a-3}$ (iii) $a=3$일 때, 해는 없다.

346 (i) $a>2$일 때, $x\geq a+2$ (ii) $a<2$일 때, $x\leq a+2$ (iii) $a=2$일 때, 해는 모든 실수이다.

347 해는 없다.

348 $x=3$

349 $-4<x\leq 13$

350 $x\geq 5$

351 $a=4$

352 $a=\frac{1}{2}$

353 $a<10$

354 $a\leq 7$

355 $3<a\leq 5$

356 $2<x<8$

357 $x\leq -\frac{2}{3}$ 또는 $x\geq 2$

358 1

359 2

360 $-1<x<1$

361 $-1<x<3$

362 $x>\frac{1}{2}$

07 이차부등식과 연립이차부등식 128쪽~140쪽

363 (1) 1, 2, $-$, $-$, $+$, $+$, $+$, $+$, 1, 2, -1, 2 (2) $x\leq -4$ 또는 $x\geq 2$

364 (1) $x<-1$ 또는 $x>2$ (2) $-1\leq x\leq 2$

365 (1) $x<1$ 또는 $x>4$ (2) $1\leq x\leq 4$

366 (1) ① 1, 6 ② $x<1$ 또는 $x>6$ (2) ① $-1\leq x\leq 3$ ② $x\leq -1$ 또는 $x\geq 3$

367 (1) ① $x<b$ 또는 $x>d$ ② $b\leq x\leq d$ (2) ① $x\leq 0$ 또는 $x\geq b$ ② $0<x<b$

368 $x<-1$ 또는 $-1<x<5$

369 (1) 3, 3 (2) $-3<x<1$ (3) $x<0$ 또는 $x>1$ (4) $x\leq -5$ 또는 $x\geq -3$ (5) $1\leq x\leq 2$ (6) $-6<x<3$ (7) $x\leq -2$ 또는 $x\geq \frac{1}{3}$ (8) $x<-\sqrt{6}$ 또는 $x>\sqrt{6}$ (9) $-2\leq x\leq 1$ (10) $x\leq -2$ 또는 $x\geq 6$

370 5

371 (1) 3, 3 (2) 해는 없다. (3) $x\neq\sqrt{2}$인 모든 실수 (4) 해는 없다. (5) 모든 실수 (6) 모든 실수 (7) $x=\frac{1}{2}$ (8) $x\neq -8$인 모든 실수 (9) 해는 없다. (10) $x=\frac{3}{2}$

372 ②

373 (1) 2, 1, 모든 실수 (2) 모든 실수 (3) 해는 없다. (4) 해는 없다. (5) 모든 실수 (6) 모든 실수 (7) 해는 없다. (8) 모든 실수 (9) 해는 없다. (10) 해는 없다.

374 ③

375 (1) 5, 6 (2) $x^2-x-2<0$ (3) $x^2+6x+8<0$ (4) $x^2+2x-3\leq 0$ (5) $x^2-6x+5>0$ (6) $x^2-5x-14>0$ (7) $x^2+7x+12>0$ (8) $x^2+3x-10\geq 0$

376 (1) $<$, $<$, $<$, -2, 4 (2) $a=2$, $b=-12$ (3) $a=1$, $b=-8$ (4) $a=-1$, $b=5$

377 $x<2$ 또는 $x>3$

378 (1) $<$, $>$ (2) $k>-\frac{3}{4}$ (3) $-1<k<2$ (4) $-2<k<6$

379 9

380 (1) (i) 항상 성립한다. (ii) $-3<k<0$ (iii) $-3<k\leq 0$ (2) $\frac{1}{3}\leq k\leq 2$ (3) $1\leq k\leq 2$ (4) $-1\leq k<2$

381 -3

382 (1) (i) $x<-1$ 또는 $x>2$ (ii) $1\leq x\leq 4$ (iii) $2<x\leq 4$ (2) $1\leq x\leq 3$ (3) $x\leq -3$ 또는 $x>4$

383 5

384 (1) $4\leq x\leq 5$ (2) $-3<x<1$ 또는 $2<x<6$ (3) $-4<x\leq -3$ (4) $0\leq x<\frac{1}{2}$

385 2

386 (1) $\geq$ (2) $k>3$ (3) $-1\leq k\leq 4$

387 5

388 (1) $\leq$, $<$ (2) $6<a\leq 7$ (3) $5\leq a<6$

389 -2

390 (1) (i) $-1<x<4$ (ii) $x<k-3$ 또는 $x>k+3$ (iii) $1\leq k\leq 2$ (2) $0<k<1$ (3) $1\leq k\leq 3$

391 2

392 (1) -2, 2, 0, 3, 2, 3 (2) $-1<k<2$ (3) $1<k<2$ (4) $0<k<1$

393 (1) (i) $-4<x<0$ (ii) $0\leq x<4$ (iii) $-4<x<4$ (2) $-2\leq x\leq 2$ (3) $-3<x<3$ (4) $-4\leq x\leq 4$

394 (1) $0<x<3$ (2) $-1<x\leq 4$ (3) $2\leq x\leq 6$ (4) $-2\leq x<3$

395 3

396 (1) $2<x<6$ 또는 $x>8$ (2) $x<2$ 또는 $6<x<8$

397 (1) $a<x<c$ (2) $x<a$ 또는 $c<x<d$ 또는 $x>d$

398 $x<-1$ 또는 $x>5$

399 $-1\leq x\leq 4$

400 $x=\sqrt{3}$

401 해는 없다.

402 $a=-11$, $b=12$

403 $a=-2$, $b=-2$

404 $a=2$, $b=-15$

405 $1<k<3$

406 $-4\leq k\leq 2$

407 $0\leq k<4$

408 $-4<k\leq -1$

409 $3<x\leq 5$

410 $4<x\leq 5$

411 $a\geq 5$

412 $4<a\leq 5$

413 $0\leq a\leq 1$

414 $-2<x<1$ 또는 $1<x<2$

415 $-5\leq x<-4$ 또는 $8<x\leq 9$

3 도형의 방정식

01 평면좌표

142쪽~156쪽

001 (1) 5 (2) 3 (3) $5\sqrt{2}$ (4) $3\sqrt{2}-1$

002 (1) 5 또는 1 (2) 7 또는 -3 (3) 1 또는 -13

003 $x_2, y_1, y_2-y_1, y_2-y_1, y_2-y_1, y_2-y_1$

004 (1) $\sqrt{10}$ (2) 10

005 (1) 11 (2) 8 (3) 5 (4) $4\sqrt{2}$ (5) $5\sqrt{2}$ (6) $\sqrt{10}$ (7) $\sqrt{13}$ (8) $6\sqrt{2}$

006 (1) $12, 6, 6$ (2) 3 (3) 4 (4) 8

007 -1

008 (1) $0, -1, -5, 2, 34, 8, 8, 0$ (2) $(5, 0)$ (3) $(-1, 0)$

009 (1) $(0, 3)$ (2) $(0, 2)$ (3) $(0, 2)$

010 (1) $a+1, a+1, a+1, 2, 6, \frac{3}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}$ (2) $(-3, 5)$ (3) $(6, 12)$

011 $\frac{3\sqrt{5}}{2}$

012 (1) ① 5 ② $2\sqrt{5}$ ③ 5 ④ $\overline{AB}=\overline{CA}$인 이등변삼각형
(2) ① $3\sqrt{2}$ ② $5\sqrt{2}$ ③ $4\sqrt{2}$ ④ $\angle A=90°$인 직각삼각형
(3) ① 5 ② $5\sqrt{2}$ ③ 5 ④ $\angle A=90°$인 직각이등변삼각형

013 (1) 5 (2) 9

014 (1) -5 (2) 1

015 $a=\sqrt{3}, b=\sqrt{3}$

016 (1) $2\sqrt{13}$ (2) $4\sqrt{5}$ (3) $5\sqrt{2}$

017 (1) $4\sqrt{2}$ (2) $6\sqrt{2}$ (3) 5

018 (1) $-1, 5, 5$ (2) $3\sqrt{5}$

019 (1) $5\sqrt{2}$ (2) $2\sqrt{5}$

020 (1) $3, 3, 3, 3, 3, 3$ (2) 최솟값: 16, P의 좌표: $(2, 1)$
(3) 최솟값: 10, P의 좌표: $(1, 3)$

021 7

022 (1) 3 (2) 3 (3) 1

023 (1) 4 (2) 3 (3) 2

024 $x-x_1, x-x_1, mx_2+nx_1, my_2+ny_1$

025 (1) $4, 1, 3, 9, 3, 7, 3, 7$ (2) $(4, 0)$ (3) $(1, 0)$ (4) $\left(-\frac{7}{2}, -2\right)$ (5) $(8, 0)$ (6) $(1, 2)$ (7) $(7, 2)$ (8) $(-2, -2)$

026 $-\frac{3}{2}$

027 (1) 5 (2) $\frac{1}{2}$ (3) $-\frac{5}{2}$

028 (1) $\left(\frac{3}{2}, \frac{13}{2}\right)$ (2) $\left(-\frac{5}{2}, \frac{1}{2}\right)$ (3) $\left(\frac{5}{2}, -\frac{9}{2}\right)$

029 (1) 3 (2) 2 (3) 3

030 (1) 11 (2) 8 (3) -4

031 $x-x_1, x-x_1, mx_2-nx_1, my_2-ny_1$

032 (1) $4, 1, 7, 10, 3, 17, 7, 17$ (2) $(10, 3)$ (3) $(-7, -16)$ (4) $(-8, -8)$ (5) $(32, 24)$ (6) $(13, -34)$ (7) $(31, 26)$ (8) $(-26, 46)$

033 8

034 $(-13, -6)$

035 $3\sqrt{2}$

036 $4\sqrt{2}$

037 $7\sqrt{5}$

038 (1) $1, -2, \frac{2}{3}, -1, 4, \frac{4}{5}, \frac{2}{3}, \frac{4}{5}$ (2) $\frac{4}{9}<t<\frac{3}{4}$ (3) $\frac{3}{10}<t<\frac{1}{3}$

039 (1) $\frac{5}{7}$ (2) $\frac{2}{5}$ (3) $\frac{1}{2}$

040 (1) $\frac{5}{8}$ (2) $\frac{1}{3}$ (3) $\frac{4}{7}$

041 (1) $a=1, b=4$ (2) $a=1, b=0$

042 (1) $a=1, b=-2$ (2) $a=3, b=6$

043 3

044 (1) 내분, $6, -2, 8, 4$ (2) $\left(\frac{13}{2}, \frac{7}{2}\right)$

045 (1) $\left(\frac{17}{5}, 5\right)$ (2) $\left(0, \frac{5}{3}\right)$ (3) $\left(3, \frac{2}{3}\right)$

046 -3

047 $\frac{x_2+x_3}{2}, x_1, x_1+x_2+x_3, \frac{y_2+y_3}{2}, y_1, y_1+y_2+y_3, x_1+x_2+x_3,$
$y_1+y_2+y_3$

048 (1) $(1, 3)$ (2) $(2, -2)$ (3) $(2, -2)$ (4) $(1, 2)$ (5) $(-1, 3)$

049 (1) $(3, -2)$ (2) $(2, -7)$ (3) $(6, -8)$

050 $a=3, b=2$

051 4

052 $5\sqrt{2}$

053 13

054 6

055 5

056 $(-2, 0)$

057 $\left(0, -\frac{3}{2}\right)$

058 $\left(\frac{2}{3}, 0\right)$

059 $\angle A=90°$인 직각이등변삼각형

060 $\overline{AB}=\overline{CA}$인 이등변삼각형

061 $P(1, 4), Q(5, 8)$

062 $P\left(\frac{5}{4}, \frac{15}{4}\right), Q\left(\frac{7}{2}, \frac{3}{2}\right)$

063 $P\left(1, -\frac{7}{4}\right), Q(-14, -13)$

064 $\frac{1}{4}<t<\frac{1}{2}$

065 $\frac{1}{4}$

066 $\frac{1}{2}$

067 $\frac{1}{3}$

068 $\left(-\frac{7}{3}, \frac{8}{3}\right)$

069 $\left(\frac{7}{2}, \frac{7}{2}\right)$

070 $a=2, b=1$

071 $a=\frac{7}{3}, b=5$

072 $\left(-\frac{2}{3}, 3\right)$

02 직선의 방정식

157쪽~175쪽

073 풀이 참조

074 (1) $y=3x-3$ (2) $y=\frac{1}{2}x-1$ (3) $y=2x-4$ (4) $y=-2x-7$ (5) $y=x-3$ (6) $y=\sqrt{3}x+2+\sqrt{3}$

075 $y=-2x-1$

076 (1) (i) $\frac{1}{3}$ (ii) $y=\frac{1}{3}x+\frac{7}{3}$ (2) $y=2x-7$ (3) $y=\frac{1}{4}x-\frac{9}{2}$ (4) $y=\frac{3}{2}x$ (5) $y=-\frac{1}{2}x-1$ (6) $y=-3x-11$

077 (1) 4 (2) $x=3$ (3) $x=-2$ (4) $y=1$ (5) $y=3$ (6) $y=-4$

078 $\frac{3}{2}$

079 b, a, b

080 (1) $\frac{x}{2}+\frac{y}{4}=1$ (2) $\frac{x}{3}-\frac{y}{2}=1$ (3) $\frac{x}{3}-\frac{y}{6}=-1$

081 3

082 (1) (ⅰ) $\frac{2}{3}$ (ⅱ) $\frac{k}{k+3}$ (ⅲ) 6 (2) 8 (3) 4

083 3

084 (1) (ⅰ) $(3, -1)$ (ⅱ) $y=-2x+5$
(2) $y=x+2$ (3) $y=\frac{2}{3}x+\frac{8}{3}$ (4) $y=\frac{7}{3}x-4$

085 (1) 3, 3, $\frac{3}{2}$ (2) $\frac{2}{3}$ (3) 2

086 $-\frac{1}{6}$

087 풀이 참조

088 풀이 참조

089 ②

090 (1) 2 (2) $\frac{4}{3}$ (3) 6 (4) -2

091 (1) $y=2x+1$ (2) $y=-3x-5$
(3) $y=\frac{2}{3}x-\frac{13}{3}$ (4) $y=2x+5$

092 0

093 (1) -2 (2) -3 (3) $\frac{1}{4}$ (4) 6
(5) 1

094 9

095 (1) $y=-\frac{1}{4}x+\frac{1}{4}$ (2) $y=2x+3$
(3) $y=\frac{1}{3}x+1$ (4) $y=-2x$ (5) $y=-3x+5$

096 $\mathrm{H}(2, 1)$

097 (1) ① -1 ② 3 ③ 0 또는 -2
(2) ① -1 ② 2 ③ 0 또는 -3
(3) ① 3 ② -5 ③ $\frac{5}{4}$

098 (1) (ⅰ) -2 (ⅱ) -2 (2) $a=\frac{1}{3}$, $b=-1$
(3) $a=4$, $b=-2$

099 10

100 (1) (ⅰ) $(4, 3)$ (ⅱ) -1 (ⅲ) $y=-x+7$
(2) $y=-\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$ (3) $y=\frac{3}{2}x+\frac{5}{2}$
(4) $y=\frac{1}{3}x-1$ (5) $y=3x+3$ (6) $y=-3x$ (7) $y=\frac{1}{3}x$

101 0

102 (1) $1, -1, 1, -1$ (2) $(-5, 2)$
(3) $(1, -2)$ (4) $(-7, 12)$

103 (1) $\frac{3}{4}, \frac{3}{4}, 3$ (2) $x-y+1=0$
(3) $4x+y-7=0$

104 $-\frac{7}{2}$

105 (1) 1, 1, 3, 1 (2) $13x-26y-12=0$

106 (1) $2x+y=0$ (2) $3x+4y-14=0$

107 (1) 1 (2) 4 (3) $3\sqrt{5}$ (4) 2
(5) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ (6) $2\sqrt{10}$

108 (1) $\frac{9}{5}$ (2) $\sqrt{13}$

109 (1) 5 또는 -7 (2) 4 또는 -9

110 7

111 (1) -1, $5\sqrt{2}$, $5\sqrt{2}$, $5\sqrt{2}$
(2) $y=-\frac{3}{4}x+1$ 또는 $y=-\frac{3}{4}x-4$
(3) $y=-x+\sqrt{2}$ 또는 $y=-x-\sqrt{2}$
(4) $y=\frac{3}{4}x-\frac{1}{2}$ 또는 $y=\frac{3}{4}x-3$

112 (1) -2, 2, 최소, 0, $\sqrt{2}$ (2) $2\sqrt{2}$ (3) $\sqrt{5}$

113 $-6\sqrt{2}$

114 (1) 2 (2) $\sqrt{5}$ (3) $\frac{4\sqrt{5}}{5}$ (4) 1

115 (1) $-8, -8, 4, 4, 1, 1, \frac{2}{5}$ (2) $k=2$, $d=\sqrt{5}$
(3) $k=-2$, $d=\frac{\sqrt{5}}{5}$

116 4

117 (1) (ⅰ) $3\sqrt{2}$ (ⅱ) $x+y-10=0$ (ⅲ) $5\sqrt{2}$ (ⅳ) 15
(2) $\frac{13}{2}$ (3) 18

118 (1) 8, 16, 2 (2) $x+y-1=0$
(3) $2x-y+5=0$

119 (1) $2x-y+1$, 2, y (2) $x=\frac{1}{2}$ 또는 $y=\frac{3}{2}$
(3) $x-y+4=0$ 또는 $x+y=0$

120 $x+y=0$

121 (1) $2x-y$, $2x-y$, $2x-y$, $x-y=0$
(2) $x+3y-1=0$ 또는 $3x-y+3=0$
(3) $x-2y+1=0$ 또는 $2x+y+2=0$
(4) $x-y+2=0$ 또는 $x+y=0$
(5) $x-7y-1=0$ 또는 $7x+y+3=0$
(6) $x+7y-20=0$ 또는 $7x-y+10=0$

122 10

123 $y=2x+4$

124 $y=\sqrt{3}x+2$

125 $y=-2x+8$

126 $x=-3$

127 $\frac{x}{2}+\frac{y}{3}=1$

128 $\frac{5}{2}$

129 2

130 $y=\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}$

131 $y=x-1$

132 $y=-2x+2$

133 $y=-\frac{3}{2}x+8$

134 $a=3$, $b=-6$

135 17

136 12

137 $y=-2x-3$

138 $y=-x+4$

139 $(-2, -6)$

140 $5x-y=0$

141 $2x+y-3=0$

142 $\sqrt{10}$

143 $\frac{5}{3}$ 또는 3

144 $y=-2x-3$ 또는 $y=-2x+7$

145 $y=3x+6$ 또는 $y=3x-14$

146 $\sqrt{17}$

147 17 또는 -9

148 $\frac{3}{2}$

149 8

150 $3x-y+2=0$

151 $x-y+7=0$ 또는 $x+y-1=0$

152 $x+y+1=0$ 또는 $2x-2y+3=0$

03 원의 방정식

176쪽~194쪽

153 (1) $\mathrm{C}(0, 0)$, $r=4$ (2) $\mathrm{C}(-1, 0)$, $r=1$
(3) $\mathrm{C}(0, -2)$, $r=2$ (4) $\mathrm{C}(-1, 2)$, $r=3$
(5) $\mathrm{C}(3, 4)$, $r=5$ (6) $\mathrm{C}(1, -1)$, $r=\sqrt{5}$
(7) $\mathrm{C}(-2, -3)$, $r=2\sqrt{3}$

154 (1) $x^2+y^2=25$ (2) $(x-1)^2+y^2=4$
(3) $(x+2)^2+y^2=3$ (4) $x^2+(y+1)^2=2$
(5) $(x-1)^2+(y-2)^2=9$ (6) $(x+2)^2+(y-3)^2=16$
(7) $(x+1)^2+(y+2)^2=25$

155 -4

156 (1) $(x-1)^2+y^2=2$ (2) $x^2+(y+3)^2=5$
(3) $(x-1)^2+(y-3)^2=5$ (4) $(x+1)^2+(y-3)^2=10$
(5) $(x-2)^2+(y+4)^2=10$

157 (1) $(x-2)^2+(y-1)^2=2$ (2) $(x-2)^2+(y+1)^2=10$
(3) $(x-2)^2+(y-4)^2=9$ (4) $(x+1)^2+y^2=20$

158 17

159 (1) $C(-3, 0)$, $r=4$ (2) $C(0, -2)$, $r=2$
(3) $C(-2, 1)$, $r=1$ (4) $C(-2, 3)$, $r=4$

160 $\sqrt{5}$

161 (1) $>$, $<$ (2) $a>-3$ (3) $a<5$ (4) $a<6$

162 4

163 (1) $x^2+y^2-5x+4y=0$ (2) $x^2+y^2-3x-y=0$
(3) $x^2+y^2-x-y-2=0$ (4) $x^2+y^2-8x-8y+7=0$

164 6

165 (1) $(x-2)^2+(y-3)^2=9$ (2) $(x+3)^2+(y-2)^2=4$
(3) $(x+4)^2+(y+2)^2=4$

166 (1) $\sqrt{3}$ (2) $\sqrt{2}$ (3) 6

167 (1) $(x-1)^2+(y+1)^2=1$ (2) $(x-3)^2+(y+2)^2=9$
(3) $(x+2)^2+(y-1)^2=4$

168 (1) $\sqrt{5}$ (2) 1 (3) $\sqrt{2}$

169 8

170 (1) $(x+3)^2+(y-3)^2=9$ (2) $(x+1)^2+(y+1)^2=1$

171 (1) $4a^2+b-8$, 1, 8 (2) $a=3$, $b=1$ (3) $a=2$, $b=7$

172 (1) (i) $(x-r)^2+(y-r)^2=r^2$ (ii) $(1, 1)$, $(5, 5)$ (iii) $4\sqrt{2}$
(2) $8\sqrt{2}$ (3) $12\sqrt{2}$

173 10π

174 (1) $-\frac{1}{3}$, $-\frac{1}{3}$, 3, 4 (2) $x^2+y^2-9x-12y-10=0$
(3) $x^2+y^2-6x-12y+32=0$ (4) $x^2+y^2-y-20=0$

175 (1) $2x+2y-1=0$ (2) $4x-4y-1=0$
(3) $8x-y=0$

176 (1) $y=-4x+2$ (2) $y=-\frac{1}{3}x+\frac{11}{3}$

177 (1) (i) $4x+3y-10=0$ (ii) 2 (iii) $2\sqrt{6}$
(2) $2\sqrt{3}$ (3) $\frac{6\sqrt{5}}{5}$

178 (1) $k=-6$ 또는 $k=-14$ (2) $k=-4$ 또는 $k=4$
(3) $k=-11$ 또는 $k=5$

179 4

180 (1) $>$, 서로 다른 두 점에서 (2) 만나지 않는다.
(3) 한 점에서 만난다. (4) 서로 다른 두 점에서 만난다.

181 (1) (i) $5x^2+4kx+k^2-5=0$ (ii) $-5<k<5$
(2) $-3\sqrt{2}<k<3\sqrt{2}$ (3) $0<k<10$

182 $m<\frac{3}{4}$

183 (1) $k=\pm\sqrt{2}$ (2) $k=\pm 2\sqrt{10}$ (3) $k=1$ 또는 $k=5$

184 (1) $k<-2$ 또는 $k>2$ (2) $k<-2\sqrt{5}$ 또는 $k>2\sqrt{5}$
(3) $k<0$ 또는 $k>4$

185 (1) (i) $\frac{|k|}{5}$ (ii) $-10<k<10$ (2) $0<k<4$ (3) $-9<k<1$

186 5

187 (1) $k=\pm 2\sqrt{2}$ (2) $k=\pm 10$ (3) $k=2$ 또는 $k=-8$

188 (1) $k<-2$ 또는 $k>2$ (2) $k<-15$ 또는 $k>15$
(3) $k<-3$ 또는 $k>1$

189 (1) (i) $\sqrt{5}$ (ii) $2\sqrt{5}$ (iii) $4\sqrt{5}$ (2) $\frac{2\sqrt{55}}{5}$ (3) $2\sqrt{15}$

190 (1) (i) $\sqrt{2}$ (ii) $\sqrt{2}$ (iii) 2 (2) $\frac{3}{4}$ (3) 1

191 11

192 (1) (i) 5 (ii) 4 (2) 5 (3) $\sqrt{13}$

193 $2\sqrt{14}$

194 (1) 1, 1, 1 (2) 최댓값 : $\sqrt{2}+1$, 최솟값 : $\sqrt{2}-1$
(3) 최댓값 : $\frac{11}{5}$, 최솟값 : $\frac{1}{5}$

195 1

196 r, r, $\pm r\sqrt{m^2+1}$, $mx\pm r\sqrt{m^2+1}$

197 (1) $\sqrt{5}$, 5 (2) $y=3x\pm 2\sqrt{10}$
(3) $y=-x\pm 3\sqrt{2}$ (4) $y=\sqrt{3}x\pm 2$

198 (1) $\sqrt{2}$, 2, -1, $-x-1$ (2) $y=x+3$ 또는 $y=x-5$
(3) $y=-2x+9$ 또는 $y=-2x-1$

199 $y=2x\pm 2\sqrt{5}$

200 (1) 1, 3, 3 (2) $x-y-4=0$
(3) $x=-2$ (4) $x+y-2=0$
(5) $2x+y-5=0$

201 7

202 (1) $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{2}$, -1, $\frac{1}{2}$, 1 (2) $y=3x+8$ (3) $y=-2x+5$

203 25

204 (1) (i) $mx-y-3m-1=0$ (ii) $m=0$ 또는 $m=-\frac{3}{4}$
(iii) $y=-1$ 또는 $3x+4y-5=0$
(2) (i) $x_1x+y_1y=4$ (ii) $x_1=\pm\sqrt{3}$, $y_1=1$
(iii) $\sqrt{3}x+y-4=0$ 또는 $\sqrt{3}x-y+4=0$
(3) $x+7y+10=0$ 또는 $x-y+2=0$
(4) $y=-2$ 또는 $4x-3y-10=0$
(5) $y=5$ 또는 $12x-5y+1=0$
(6) $x-2y-2=0$ 또는 $2x+y+1=0$

205 4

206 (1) 2, 4, 2, 4, 1, 2, 2 (2) $\left(x+\frac{3}{2}\right)^2+(y-1)^2=3$
(3) $(x-3)^2+y^2=\frac{9}{4}$

207 $(x-3)^2+(y-2)^2=1$

208 (1) 2, 4, 4, 6, 27 (2) $x^2+y^2-8y=0$
(3) $x^2+y^2-10x-10y+30=0$

209 8π

210 $C(2, -3)$, $r=3$

211 $C(1, 0)$, $r=2$

212 $C(-3, 1)$, $r=4$

213 $a<-2$ 또는 $a>2$

214 $-3<a<3$

215 $(x-1)^2+(y+1)^2=29$

216 $(x-3)^2+(y-2)^2=8$

217 $x^2+y^2+3x-y=0$

218 $(x-3)^2+(y-2)^2=4$

219 $(x-1)^2+(y-1)^2=1$ 또는 $(x-5)^2+(y-5)^2=25$

220 3

221 2

222 $a=3$, $b=4$

223 $x^2+y^2-8x+26y-44=0$

224 $\frac{\sqrt{14}}{2}$

225 $-9\pm 2\sqrt{3}$

226 $-\sqrt{10}<k<\sqrt{10}$

227 $k<0$

228 $\pm 5\sqrt{5}$

229 $k<0$ 또는 $k>8$

230 $\frac{8\sqrt{5}}{5}$

231 $3\sqrt{2}$

232 2

233 5

234 최댓값 : $6\sqrt{2}+6$, 최솟값 : $6\sqrt{2}-6$

235 최댓값 : $\frac{18}{5}$, 최솟값 : $\frac{8}{5}$

236 $y=\sqrt{2}x\pm2\sqrt{3}$

237 $y=2x-4\pm3\sqrt{5}$

238 $x-\sqrt{2}y-3=0$

239 $y=-\frac{1}{3}x+3$

240 $2x-11y+25=0$ 또는 $2x-y-5=0$

241 $y=2$ 또는 $4x-3y+6=0$

242 $x^2+(y+1)^2=1$

243 $x^2+y^2-10x+21=0$

04 도형의 이동

195쪽~208쪽

244 (1) $(6, 0)$ (2) $(1, -3)$ (3) $(4, -5)$ (4) $(-1, -4)$

245 (1) $(1, 4)$ (2) $(-2, 8)$ (3) $(5, 1)$ (4) $(-5, 2)$

246 (1) (i) $m=-4$, $n=-2$ (ii) $(-3, -2)$
(2) $(0, -1)$ (3) $(5, 0)$ (4) $(-4, 5)$

247 $(1, 6)$

248 (1) $3x+y-1=0$ (2) $x+y-5=0$
(3) $2x-y+9=0$ (4) $y=3x+5$

249 (1) $x+2y-7=0$ (2) $x-2y+7=0$
(3) $3x+4y-8=0$ (4) $y=3x+10$

250 (1) (i) $m=3$, $n=-2$ (ii) $4x-3y-36=0$
(2) $2x+5y-8=0$ (3) $3x-y+7=0$
(4) $y=2x-3$

251 25

252 (1) $(x+2)^2+(y-2)^2=2$ (2) $x^2+y^2=4$
(3) $x^2+(y-1)^2=5$ (4) $y=x^2+1$

253 (1) $(x-5)^2+(y+3)^2=6$ (2) $(x-2)^2+(y+2)^2=9$
(3) $(x-3)^2+(y+8)^2=4$ (4) $y=2x^2-10$

254 (1) $a=1$, $b=2$ (2) $a=1$, $b=1$ (3) $a=5$, $b=5$

255 (1) $a=3$, $b=-8$ (2) $a=-2$, $b=-5$

256 -1

257 (1) x축: $(4, -1)$, y축: $(-4, 1)$, 원점: $(-4, -1)$
직선 $y=x$: $(1, 4)$, 직선 $y=-x$: $(-1, -4)$
(2) x축: $(2, 5)$, y축: $(-2, -5)$, 원점: $(-2, 5)$
직선 $y=x$: $(-5, 2)$, 직선 $y=-x$: $(5, -2)$

258 (1) $(-2, 3)$ (2) $(-6, -7)$ (3) $(2, 1)$

259 (1) $2\sqrt{13}$ (2) $2\sqrt{5}$ (3) 4 (4) $7\sqrt{2}$

260 4

261 (1) ① $x+2y+1=0$ ② $x+2y-1=0$ ③ $x-2y-1=0$
④ $2x-y-1=0$ ⑤ $2x-y+1=0$
(2) ① $2x-y-5=0$ ② $2x-y+5=0$ ③ $2x+y+5=0$
④ $x+2y-5=0$ ⑤ $x+2y+5=0$

262 10

263 (1) ① $(x+3)^2+(y-1)^2=9$ ② $(x-3)^2+(y+1)^2=9$
③ $(x-3)^2+(y-1)^2=9$ ④ $(x+1)^2+(y+3)^2=9$
⑤ $(x-1)^2+(y-3)^2=9$
(2) ① $(x-1)^2+(y+1)^2=1$ ② $(x+1)^2+(y-1)^2=1$
③ $(x+1)^2+(y+1)^2=1$ ④ $(x-1)^2+(y-1)^2=1$
⑤ $(x+1)^2+(y+1)^2=1$
(3) ① $(x+2)^2+(y+1)^2=1$ ② $(x-2)^2+(y-1)^2=1$
③ $(x-2)^2+(y+1)^2=1$ ④ $(x-1)^2+(y+2)^2=1$
⑤ $(x+1)^2+(y-2)^2=1$
(4) ① $y=-(x-2)^2+2$ ② $y=(x+2)^2-2$
③ $y=-(x+2)^2+2$ ④ $x=(y-2)^2-2$
⑤ $x=-(y+2)^2+2$

264 (1) $x-2y-3=0$ (2) $x+2y-3=0$
(3) $(x-1)^2+(y-2)^2=1$ (4) $(x-3)^2+(y-2)^2=4$

265 $\frac{1}{8}$

266 (1) $x-3y-9=0$ (2) $x-3y-5=0$
(3) 다르다.

267 (1) $(x+2)^2+(y+4)^2=2$ (2) $(x-1)^2+(y-4)^2=6$

268 (1) $a=3$, $b=-6$ (2) $a=1$, $b=-2$
(3) $a=-4$, $b=6$ (4) $a=3$, $b=2$

269 2

270 (1) (i) $y=mx-2m$ (ii) $y=-mx+2m-2$ (iii) $y=-4x+8$
(2) $y=-x+2$ (3) $y=x-5$

271 -4

272 풀이 참조

273 풀이 참조

274 풀이 참조

275 (1) 6 (2) 3 (3) 2

276 1

277 (1) $k=1$ 또는 $k=-3$ (2) $k=3$ 또는 $k=-7$
(3) $k=\frac{25}{4}$ 또는 $k=-\frac{1}{4}$

278 $\frac{8}{5}$

279 (1) 3, -2, 4, -9, 4, -9 (2) $(5, 2)$ (3) $(2, -5)$

280 $(x-3)^2+(y+8)^2=4$

281 (1) (i) $2a-b=-4$ (ii) $a+2b=3$ (iii) $(-1, 2)$
(2) $(0, -1)$ (3) $(2, -5)$

282 (1) (i) 중심의 좌표: $(2, -3)$, 반지름의 길이 : 2 (ii) $(-1, 0)$
(iii) $(x+1)^2+y^2=4$
(2) $\left(x+\frac{1}{5}\right)^2+\left(y+\frac{2}{5}\right)^2=4$ (3) $(x-5)^2+(y+3)^2=6$

283 2

284 (1) (i) $(1, -2)$ (ii) $2\sqrt{10}$ (2) $2\sqrt{5}$ (3) $\sqrt{10}$

285 (1) $4\sqrt{2}$ (2) $2\sqrt{10}$ (3) $2\sqrt{17}$

286 $\left(-\frac{1}{4}, 0\right)$

287 (1) (i) $\mathrm{A}'(3, -2)$, $\mathrm{B}'(-1, 4)$ (ii) $2\sqrt{13}$
(2) 10 (3) 10

288 20

289 $a=-3$, $b=-2$

290 $a=5$, $b=-5$

291 $a=3$, $b=-2$

292 $a=-3$, $b=-2$

293 $(-3, -2)$

294 $4\sqrt{5}$

295 11

296 1

297 $(x+3)^2+(y-3)^2=1$

298 $y=2x+6$

299 8

300 4

301 $a=3$ 또는 $a=-1$

302 $a=2$, $b=-1$

303 $a=2$, $b=0$

304 $a=2$, $b=5$

305 $\sqrt{26}$

306 $\sqrt{58}$

1
다항식

01 다항식의 연산 6쪽~22쪽

001 (1) $2x^2-x+1$

(2) $3x^3+x^2-5x+2$

(3) $-x^2+(3y+1)x+2y^2-5$

002 (1) $2+x-3x^2$

(2) $4-5x+2x^2+x^3$

(3) $-2y-yx+3x^2+x^3$

003 (1) $-2x-5$

(2) $3x-y+1$

(3) $x+4y+1-(y+3x-2)=x+4y+1-y-3x+2$
$=-2x+3y+3$

(4) $(2x-y+3)-3(x-2y+1)=2x-y+3-3x+6y-3$
$=-x+5y$

(5) $4x+5-\{x-3(x-2)-4\}$
$=4x+5-(x-3x+6-4)$
$=4x+5-(-2x+2)$
$=4x+5+2x-2$
$=6x+3$

(6) $3-a+2\left[a-4-\frac{1}{2}\{a-4+3(a-2)\}\right]$
$=3-a+2\left\{a-4-\frac{1}{2}(a-4+3a-6)\right\}$
$=3-a+2\left\{a-4-\frac{1}{2}(4a-10)\right\}$
$=3-a+2(a-4-2a+5)$
$=3-a+2(-a+1)$
$=3-a-2a+2=-3a+5$

004 (1) $3x^2+2x+6$

(2) $5x^3-3x^2+3x+3$

(3) $(2x^2+x+6)-(x^2-x-2)=2x^2+x+6-x^2+x+2$
$=x^2+2x+8$

(4) $(x^3-2x^2-5)-(-3x^3-4x^2+x-7)$
$=x^3-2x^2-5+3x^3+4x^2-x+7$
$=4x^3+2x^2-x+2$

005 (1) $A-2B=(x^2+2x-3)-2(2x^2-x+1)$
$=x^2+2x-3-4x^2+2x-2$
$=-3x^2+4x-5$

(2) $A+2(A-B)=3A-2B$
$=3(x^2+2x-3)-2(2x^2-x+1)$
$=3x^2+6x-9-4x^2+2x-2$
$=-x^2+8x-11$

(3) $3A+2(B-A)=A+2B$
$=(x^2+2x-3)+2(2x^2-x+1)$
$=x^2+2x-3+4x^2-2x+2$
$=5x^2-1$

(4) $(A+2B)-(3A+3B)=-2A-B$
$=-2(x^2+2x-3)-(2x^2-x+1)$
$=-2x^2-4x+6-2x^2+x-1$
$=-4x^2-3x+5$

006 (1) $B-(2A+4B)$
$=-2A-3B$
$=-2(-x^2-2xy+y^2)-3(3x^2+5xy-y^2)$
$=2x^2+4xy-2y^2-9x^2-15xy+3y^2$
$=-7x^2-11xy+y^2$

(2) $2(A-2B)-3(A-2B)$
$=-A+2B$
$=-(-x^2-2xy+y^2)+2(3x^2+5xy-y^2)$
$=x^2+2xy-y^2+6x^2+10xy-2y^2$
$=7x^2+12xy-3y^2$

(3) $-(4B+A)+2(A+3B)$
$=A+2B$
$=(-x^2-2xy+y^2)+2(3x^2+5xy-y^2)$
$=-x^2-2xy+y^2+6x^2+10xy-2y^2$
$=5x^2+8xy-y^2$

007 (1) $A+B-C$
$=(x^2+3x-1)+(-3x^2-5x+2)-(-x^2+2x-7)$
$=(x^2+3x-1)+(-3x^2-5x+2)+(x^2-2x+7)$
$=-x^2-4x+8$

(2) $A-2B+3C$
$=(x^2+3x-1)-2(-3x^2-5x+2)+3(-x^2+2x-7)$
$=(x^2+3x-1)+(6x^2+10x-4)+(-3x^2+6x-21)$
$=4x^2+19x-26$

(3) $2B-(A-C)$
$=-A+2B+C$
$=-(x^2+3x-1)+2(-3x^2-5x+2)+(-x^2+2x-7)$
$=(-x^2-3x+1)+(-6x^2-10x+4)+(-x^2+2x-7)$
$=-8x^2-11x-2$

008 $4A-3(A+B)=A-3B$
$=(2x^2-xy+y^2)-3(x^2-xy-y^2)$
$=2x^2-xy+y^2-3x^2+3xy+3y^2$
$=-x^2+2xy+4y^2$

009 (1) $-2x^2+2xy-4y^2$, $-x^2+xy-2y^2$

(2) $A-3X=-B$에서

$3X=A+B$

$=(-x^2+2xy+6y^2)+(4x^2-5xy+3y^2)$

$=3x^2-3xy+9y^2$

$\therefore X=\frac{1}{3}(3x^2-3xy+9y^2)=x^2-xy+3y^2$

(3) $X+3(A-B)=2A$에서

$X=2A-3(A-B)$

$=-A+3B$

$=-(3x^2+2xy-4y^2)+3(x^2-xy+y^2)$

$=-3x^2-2xy+4y^2+3x^2-3xy+3y^2$

$=-5xy+7y^2$

010 $A-2(X+B)=-3A$에서

$A-2X-2B=-3A$, $2X=4A-2B$

$\therefore X=2A-B$

$=2(x^2-xy-2y^2)-(x^2-xy-y^2)$

$=2x^2-2xy-4y^2-x^2+xy+y^2$

$=x^2-xy-3y^2$

011 (1) $(x^2)^4\times(x^2)^3=x^8\times x^6=x^{14}$

(2) $18x^5y^{10}$

(3) $(-3xy)\times(2xy)^3=(-3xy)\times 8x^3y^3=-24x^4y^4$

(4) $5xy^3\times(-2xy)^2=5xy^3\times 4x^2y^2=20x^3y^5$

(5) $(-a^2b)^4\times 2a^3b^2=a^8b^4\times 2a^3b^2=2a^{11}b^6$

(6) $(-2ab^2)^3\times(3a^2b^4)^2=(-8a^3b^6)\times 9a^4b^8=-72a^7b^{14}$

(7) $(2a^2b)^3\times\left(-\frac{1}{3}a^3b\right)^2=8a^6b^3\times\left(\frac{1}{9}a^6b^2\right)=\frac{8}{9}a^{12}b^5$

012 (1) $a^2b^2-2a^2b^3+ab^4$

(2) $(a+2b)(2a-b)=2a^2-ab+4ab-2b^2$

$=2a^2+3ab-2b^2$

(3) $(3a+2b)(a-3ab+2b)$

$=3a^2-9a^2b+6ab+2ab-6ab^2+4b^2$

$=3a^2-9a^2b+8ab-6ab^2+4b^2$

(4) $(2x^2-x+1)(3x-1)=6x^3-2x^2-3x^2+x+3x-1$

$=6x^3-5x^2+4x-1$

(5) $(2x^2+xy-y^2)(x-2y)$

$=2x^3-4x^2y+x^2y-2xy^2-xy^2+2y^3$

$=2x^3-3x^2y-3xy^2+2y^3$

(6) $(x^2+3)(x^2-2x-4)=x^4-2x^3-4x^2+3x^2-6x-12$

$=x^4-2x^3-x^2-6x-12$

013 (1) 1

(2) $(x-2y)(3x^2-4xy+y^2)$의 전개식에서

x^2y항은 $-4x^2y-6x^2y=-10x^2y$

따라서 x^2y의 계수는 -10

(3) $(3x^2-x+2)^2=(3x^2-x+2)(3x^2-x+2)$의 전개식에서

x^2항은 $6x^2+x^2+6x^2=13x^2$

따라서 x^2의 계수는 13

(4) $(x^3+6x^2y+12xy^2+8y^3)(x-y)$의 전개식에서

x^3y항은 $-x^3y+6x^3y=5x^3y$

따라서 x^3y의 계수는 5

014 $(x^3+ax^2+3)(x^2+x+b)$의 전개식에서

x^2항은 $abx^2+3x^2=(ab+3)x^2$

이때, x^2의 계수가 0이므로 $ab+3=0$ ······ ㉠

또, x^3항은 $bx^3+ax^3=(a+b)x^3$

x^3의 계수가 0이므로 $a+b=0$ $\therefore b=-a$

이를 ㉠에 대입하여 정리하면

$a^2=3$ $\therefore a=\sqrt{3}$ ($\because a>0$)

$b=-a$에서 $b=-\sqrt{3}$

015 (1) $4x^2+12x+9$

(2) $4x^2+xy+\frac{1}{16}y^2$

(3) $4x^2-12xy+9y^2$

(4) $x^2-x+\frac{1}{4}$

(5) x^2-4y^2

(6) $(3x+y)(-3x+y)=-(3x+y)(3x-y)$

$=-(9x^2-y^2)$

$=-9x^2+y^2$

(7) $(x-2y)(x+4y)=x^2+(-2+4)xy-8y^2$

$=x^2+2xy-8y^2$

(8) $(4x-3y)(x+2y)=4x^2+\{4\cdot2+(-3)\cdot1\}xy-6y^2$

$=4x^2+5xy-6y^2$

016 (1) $(x+2)^3=x^3+3\cdot x^2\cdot 2+3\cdot x\cdot 2^2+2^3$

$=x^3+6x^2+12x+8$

(2) $(3x+1)^3=(3x)^3+3\cdot(3x)^2\cdot 1+3\cdot 3x\cdot 1^2+1^3$

$=27x^3+27x^2+9x+1$

(3) $(2x+3y)^3=(2x)^3+3\cdot(2x)^2\cdot 3y+3\cdot 2x\cdot(3y)^2+(3y)^3$

$=8x^3+36x^2y+54xy^2+27y^3$

(4) $\left(3x+\frac{1}{3}y\right)^3$

$=(3x)^3+3\cdot(3x)^2\cdot\frac{1}{3}y+3\cdot 3x\cdot\left(\frac{1}{3}y\right)^2+\left(\frac{1}{3}y\right)^3$

$=27x^3+9x^2y+xy^2+\frac{1}{27}y^3$

(5) $(x-4)^3=x^3+3\cdot x^2\cdot(-4)+3\cdot x\cdot(-4)^2+(-4)^3$

$=x^3-12x^2+48x-64$

(6) $(3x-2)^3$

$=(3x)^3+3\cdot(3x)^2\cdot(-2)+3\cdot 3x\cdot(-2)^2+(-2)^3$

$=27x^3-54x^2+36x-8$

(7) $(x-2y)^3=x^3+3\cdot x^2\cdot(-2y)+3\cdot x\cdot(-2y)^2+(-2y)^3$
$=x^3-6x^2y+12xy^2-8y^3$

(8) $(3x-y)^3$
$=(3x)^3+3\cdot(3x)^2\cdot(-y)+3\cdot 3x\cdot(-y)^2+(-y)^3$
$=27x^3-27x^2y+9xy^2-y^3$

017 (1) 1, 1, 1

(2) $(3x+1)(9x^2-3x+1)=(3x+1)\{(3x)^2-3x\cdot 1+1^2\}$
$=(3x)^3+1^3$
$=27x^3+1$

(3) $(2a+3b)(4a^2-6ab+9b^2)$
$=(2a+3b)\{(2a)^2-2a\cdot 3b+(3b)^2\}$
$=(2a)^3+(3b)^3=8a^3+27b^3$

(4) 2, 2, 8

(5) $(2x-1)(4x^2+2x+1)=(2x)^3-1^3=8x^3-1$

(6) $(2a-b)(4a^2+2ab+b^2)=(2a)^3-b^3=8a^3-b^3$

018 ③ $(2x-3y)^3$
$=(2x)^3+3\cdot(2x)^2\cdot(-3y)+3\cdot 2x\cdot(-3y)^2+(-3y)^3$
$=8x^3-36x^2y+54xy^2-27y^3$

④ $(x+4y)(x^2-4xy+16y^2)=x^3+(4y)^3=x^3+64y^3$

⑤ $(x-2y)(x^2+2xy+4y^2)=x^3-(2y)^3=x^3-8y^3$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

019 (1) 2, $2ab$, 2, 2

(2) $3c$, $3c$, $3c$, $9c^2$, $12bc$, $6ca$

(3) $(a+b-c)^2=\{a+b+(-c)\}^2$
$=a^2+b^2+c^2+2ab-2bc-2ca$

(4) $(x+y-2z)^2=\{x+y+(-2z)\}^2$
$=x^2+y^2+4z^2+2xy-4yz-4zx$

(5) $(3x-2y+z)^2=\{3x+(-2y)+z\}^2$
$=9x^2+4y^2+z^2-12xy-4yz+6zx$

(6) $(x-3y-2z)^2=\{x+(-3y)+(-2z)\}^2$
$=x^2+9y^2+4z^2-6xy+12yz-4zx$

020 (1) abc, ab^2, b^2c, abc, bc^2

(2) $2c$, $2c$, $2c$, $6abc$

(3) $(a+b-c)(a^2+b^2+c^2-ab+bc+ca)$
$=a^3+b^3+(-c)^3-3\cdot a\cdot b\cdot(-c)$
$=a^3+b^3-c^3+3abc$

(4) $(x+y+2)(x^2+y^2-xy-2x-2y+4)$
$=(x+y+2)(x^2+y^2+2^2-xy-2y-2x)$
$=x^3+y^3+2^3-3\cdot x\cdot y\cdot 2$
$=x^3+y^3-6xy+8$

(5) $(x+y-1)(x^2+y^2-xy+x+y+1)$
$=x^3+y^3+(-1)^3-3\cdot x\cdot y\cdot(-1)$
$=x^3+y^3+3xy-1$

021 (1) $2x^3$, x^2, $2x^3$, $4x^2$

(2) $(a-b+c)(a-b-c)$에서 $a-b=t$로 치환하면
$(a-b+c)(a-b-c)=(t+c)(t-c)$
$=t^2-c^2$
$=(a-b)^2-c^2$
$=a^2+b^2-c^2-2ab$

(3) $(-x-y+3)(x+y+3)=-(x+y-3)(x+y+3)$에서
$x+y=t$로 치환하면
$-(x+y-3)(x+y+3)=-(t-3)(t+3)$
$=-t^2+9$
$=-(x+y)^2+9$
$=-(x^2+2xy+y^2)+9$
$=-x^2-2xy-y^2+9$

022 $(x^2+2x+4)(x^2-2x+4)$에서 $x^2+4=t$로 치환하면
$(x^2+2x+4)(x^2-2x+4)=(t+2x)(t-2x)$
$=t^2-4x^2$
$=(x^2+4)^2-4x^2$
$=(x^4+8x^2+16)-4x^2$
$=x^4+4x^2+16$

023 (1) 10, 25, 10, 35

(2) $x(x-1)(x+3)(x-4)$
$=(x^2-x)(x^2-x-12)$
$=t(t-12)$ ← $x^2-x=t$로 치환
$=t^2-12t$
$=(x^2-x)^2-12(x^2-x)$ ← $t=x^2-x$를 대입
$=x^4-2x^3+x^2-12x^2+12x$
$=x^4-2x^3-11x^2+12x$

(3) $(x-1)(x+2)(x-3)(x+4)$
$=(x^2+x-2)(x^2+x-12)$
$=(t-2)(t-12)$ ← $x^2+x=t$로 치환
$=t^2-14t+24$
$=(x^2+x)^2-14(x^2+x)+24$ ← $t=x^2+x$를 대입
$=x^4+2x^3+x^2-14x^2-14x+24$
$=x^4+2x^3-13x^2-14x+24$

024 $(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)$
$=\{(x-1)(x-4)\}\{(x-2)(x-3)\}$
$=(x^2-5x+4)(x^2-5x+6)$
이때, $x^2-5x+1=0$에서 $x^2-5x=-1$이므로
(주어진 식)$=(-1+4)(-1+6)$
$=15$

025 (1) $a^2+b^2=(a+b)^2-2ab=2^2-2\cdot(-1)=6$

$(a-b)^2=(a+b)^2-4ab=2^2-4\cdot(-1)=8$

(2) $a^2+b^2=(a+b)^2-2ab=(-3)^2-2\cdot2=5$

$(a-b)^2=(a+b)^2-4ab=(-3)^2-4\cdot2=1$

(3) $a^2+b^2=(a-b)^2+2ab=5^2+2\cdot2=29$

$(a+b)^2=(a-b)^2+4ab=5^2+4\cdot2=33$

(4) $a^2+b^2=(a-b)^2+2ab=(-2)^2+2\cdot3=10$

$(a+b)^2=(a-b)^2+4ab=(-2)^2+4\cdot3=16$

026 (1) $a+b$, 4, 40

(2) $a^3+b^3=(a+b)^3-3ab(a+b)$

$=5^3-3\cdot3\cdot5=80$

(3) $a^3+b^3=(a+b)^3-3ab(a+b)$

$=1^3-3\cdot(-2)\cdot1=7$

027 (1) 2, 2, 2, $x+y$, 3, 9

(2) $x^2+y^2=(x+y)^2-2xy$이므로

$6=2^2-2xy \qquad \therefore xy=-1$

$\therefore x^3+y^3=(x+y)^3-3xy(x+y)$

$=2^3-3\cdot(-1)\cdot2=14$

(3) $x^2+y^2=(x+y)^2-2xy$이므로

$21=5^2-2xy \qquad \therefore xy=2$

$\therefore x^3+y^3=(x+y)^3-3xy(x+y)$

$=5^3-3\cdot2\cdot5=95$

028 $(x-y)^2=(x+y)^2-4xy$이므로

$9=(-1)^2-4xy \qquad \therefore xy=-2$

$\therefore x^3+y^3=(x+y)^3-3xy(x+y)$

$=(-1)^3-3\cdot(-2)\cdot(-1)=-7$

029 (1) $a-b$, 3, 36

(2) $a^3-b^3=(a-b)^3+3ab(a-b)$

$=(-1)^3+3\cdot(-5)\cdot(-1)=14$

(3) $a^3-b^3=(a-b)^3+3ab(a-b)$

$=(-4)^3+3\cdot3\cdot(-4)$

$=-100$

030 (1) 2, 2, 1, $x-y$, -3, -36

(2) $x^2+y^2=(x-y)^2+2xy$이므로

$6=(-2)^2+2xy \qquad \therefore xy=1$

$\therefore x^3-y^3=(x-y)^3+3xy(x-y)$

$=(-2)^3+3\cdot1\cdot(-2)=-14$

(3) $x^2+y^2=(x-y)^2+2xy$이므로

$14=(-4)^2+2xy \qquad \therefore xy=-1$

$\therefore x^3-y^3=(x-y)^3+3xy(x-y)$

$=(-4)^3+3\cdot(-1)\cdot(-4)=-52$

031 $(a+b)^2=(a-b)^2+4ab$이므로

$12=2^2+4ab \qquad \therefore ab=2$

$\therefore a^3-b^3=(a-b)^3+3ab(a-b)=2^3+3\cdot2\cdot2=20$

032 (1) 1, $x+y$, 1, 52

(2) $x+y=2\sqrt{2}$, $xy=-2$이므로

$x^3+y^3=(x+y)^3-3xy(x+y)$

$=(2\sqrt{2})^3-3\cdot(-2)\cdot2\sqrt{2}=28\sqrt{2}$

(3) $x-y=2$, $xy=2$이므로

$x^3-y^3=(x-y)^3+3xy(x-y)$

$=2^3+3\cdot2\cdot2=20$

(4) $x-y=2\sqrt{2}$, $xy=-1$이므로

$x^3-y^3=(x-y)^3+3xy(x-y)$

$=(2\sqrt{2})^3+3\cdot(-1)\cdot2\sqrt{2}=10\sqrt{2}$

033 $a^2b^2=4$에서 $ab=2$ ($\because$ $a>0$, $b>0$)

이때, $a^2+b^2=8$이고 $a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$이므로

$8=(a+b)^2-2\cdot2$, $(a+b)^2=12$

$\therefore a+b=2\sqrt{3}$ ($\because$ $a>0$, $b>0$)

$\therefore a^3+b^3=(a+b)^3-3ab(a+b)$

$=(2\sqrt{3})^3-3\cdot2\cdot2\sqrt{3}=12\sqrt{3}$

034 (1) $a^2+\dfrac{1}{a^2}=\left(a+\dfrac{1}{a}\right)^2-2=2^2-2=2$

(2) $\left(a-\dfrac{1}{a}\right)^2=\left(a+\dfrac{1}{a}\right)^2-4=3^2-4=5$

(3) $\left(a-\dfrac{1}{a}\right)^2=\left(a+\dfrac{1}{a}\right)^2-4=(-5)^2-4=21$

(4) $a^2+\dfrac{1}{a^2}=\left(a-\dfrac{1}{a}\right)^2+2=(-3)^2+2=11$

(5) $\left(a+\dfrac{1}{a}\right)^2=\left(a-\dfrac{1}{a}\right)^2+4=1^2+4=5$

(6) $\left(a+\dfrac{1}{a}\right)^2=\left(a-\dfrac{1}{a}\right)^2+4=4^2+4=20$

035 (1) 3, 3, 18

(2) $a^3+\dfrac{1}{a^3}=\left(a+\dfrac{1}{a}\right)^3-3\left(a+\dfrac{1}{a}\right)$

$=(-2)^3-3\cdot(-2)=-2$

(3) $a^3+\dfrac{1}{a^3}=\left(a+\dfrac{1}{a}\right)^3-3\left(a+\dfrac{1}{a}\right)$

$=\left(\dfrac{5}{2}\right)^3-3\cdot\dfrac{5}{2}=\dfrac{65}{8}$

(4) 3, 3, 76

(5) $a^3-\dfrac{1}{a^3}=\left(a-\dfrac{1}{a}\right)^3+3\left(a-\dfrac{1}{a}\right)$

$=3^3+3\cdot3=36$

(6) $a^3-\dfrac{1}{a^3}=\left(a-\dfrac{1}{a}\right)^3+3\left(a-\dfrac{1}{a}\right)$

$=(-5)^3+3\cdot(-5)=-140$

036 $a=x^2+\frac{1}{x^2}=\left(x-\frac{1}{x}\right)^2+2=(\sqrt{5})^2+2=7$

$b=x^3-\frac{1}{x^3}=\left(x-\frac{1}{x}\right)^3+3\left(x-\frac{1}{x}\right)$

$=(\sqrt{5})^3+3\cdot\sqrt{5}=8\sqrt{5}$

$\therefore a+b=7+8\sqrt{5}$

037 (1) ① 3, 3, 7

② $x+\frac{1}{x}=3$이므로

$x^3+\frac{1}{x^3}=\left(x+\frac{1}{x}\right)^3-3\left(x+\frac{1}{x}\right)$

$=3^3-3\cdot3=18$

(2) $x\neq0$이므로 $x^2-4x+1=0$의 양변을 x로 나누면

$x-4+\frac{1}{x}=0 \qquad \therefore x+\frac{1}{x}=4$

① $x^2+\frac{1}{x^2}=\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-2=4^2-2=14$

② $x^3+\frac{1}{x^3}=\left(x+\frac{1}{x}\right)^3-3\left(x+\frac{1}{x}\right)$

$=4^3-3\cdot4=52$

(3) $x\neq0$이므로 $x^2-5x+1=0$의 양변을 x로 나누면

$x-5+\frac{1}{x}=0 \qquad \therefore x+\frac{1}{x}=5$

① $x^2+\frac{1}{x^2}=\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-2=5^2-2=23$

② $x^3+\frac{1}{x^3}=\left(x+\frac{1}{x}\right)^3-3\left(x+\frac{1}{x}\right)$

$=5^3-3\cdot5=110$

038 (1) ① 1, 1, 3

② $x-\frac{1}{x}=1$이므로

$x^3-\frac{1}{x^3}=\left(x-\frac{1}{x}\right)^3+3\left(x-\frac{1}{x}\right)$

$=1^3+3\cdot1=4$

(2) $x\neq0$이므로 $x^2-3x-1=0$의 양변을 x로 나누면

$x-3-\frac{1}{x}=0 \qquad \therefore x-\frac{1}{x}=3$

① $x^2+\frac{1}{x^2}=\left(x-\frac{1}{x}\right)^2+2=3^2+2=11$

② $x^3-\frac{1}{x^3}=\left(x-\frac{1}{x}\right)^3+3\left(x-\frac{1}{x}\right)$

$=3^3+3\cdot3=36$

(3) $x\neq0$이므로 $x^2-2x-1=0$의 양변을 x로 나누면

$x-2-\frac{1}{x}=0 \qquad \therefore x-\frac{1}{x}=2$

① $x^2+\frac{1}{x^2}=\left(x-\frac{1}{x}\right)^2+2=2^2+2=6$

② $x^3-\frac{1}{x^3}=\left(x-\frac{1}{x}\right)^3+3\left(x-\frac{1}{x}\right)$

$=2^3+3\cdot2=14$

039 $x\neq0$이므로 $x^2+x-1=0$의 양변을 x로 나누면

$x+1-\frac{1}{x}=0 \qquad \therefore x-\frac{1}{x}=-1$

$\therefore x^3+2x^2+3x-\frac{3}{x}+\frac{2}{x^2}-\frac{1}{x^3}$

$=\left(x^3-\frac{1}{x^3}\right)+2\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)+3\left(x-\frac{1}{x}\right)$

$=\left\{\left(x-\frac{1}{x}\right)^3+3\left(x-\frac{1}{x}\right)\right\}+2\left\{\left(x-\frac{1}{x}\right)^2+2\right\}+3\left(x-\frac{1}{x}\right)$

$=\{(-1)^3+3\cdot(-1)\}+2\{(-1)^2+2\}+3\cdot(-1)$

$=-4+6-3=-1$

040 (1) $ab+bc+ca$, 2, 5

(2) $a^2+b^2+c^2=(a+b+c)^2-2(ab+bc+ca)$

$=3^2-2\cdot(-1)=11$

(3) $a^2+b^2+c^2=(a+b+c)^2-2(ab+bc+ca)$

$=(-2)^2-2\cdot(-1)=6$

(4) $a^2+b^2+c^2=(a+b+c)^2-2(ab+bc+ca)$

$=2^2-2\cdot(-2)=8$

(5) $a^2+b^2+c^2=(a+b+c)^2-2(ab+bc+ca)$

$=(\sqrt{6})^2-2\cdot2=2$

041 (1) ① $a^2+b^2+c^2=(a+b+c)^2-2(ab+bc+ca)$에서

$6=2^2-2(ab+bc+ca) \qquad \therefore ab+bc+ca=-1$

② -1, 8

(2) ① $a^2+b^2+c^2=(a+b+c)^2-2(ab+bc+ca)$에서

$11=5^2-2(ab+bc+ca) \qquad \therefore ab+bc+ca=7$

② $a^3+b^3+c^3$

$=(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)+3abc$

$=5(11-7)+3\cdot4=32$

(3) ① $a^2+b^2+c^2=(a+b+c)^2-2(ab+bc+ca)$

$=3^2-2\cdot2=5$

② $a^3+b^3+c^3$

$=(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)+3abc$

$=3(5-2)+3\cdot(-3)=0$

(4) ① $a^2+b^2+c^2=(a+b+c)^2-2(ab+bc+ca)$

$=4^2-2\cdot1=14$

② $a^3+b^3+c^3$

$=(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)+3abc$

$=4(14-1)+3\cdot(-6)=34$

042 $a^2+b^2+c^2=(a+b+c)^2-2(ab+bc+ca)$

$=2^2-2\cdot(-3)=10$

$\therefore a^3+b^3+c^3-3abc=(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$

$=2\{10-(-3)\}=26$

043 (1) 200, 39951

(2) $100=a$로 놓으면

$101\times(10000-100+1)-99$

$=(a+1)(a^2-a+1)-(a-1)$

$=(a^3+1)-(a-1)=a^3-a+2$

$=100^3-100+2=999902$

(3) 2^4, 2^8, 255

(4) 주어진 식에 $2\left(1-\dfrac{1}{2}\right)=1$을 곱하면

$2\left(1-\dfrac{1}{2}\right)\left(1+\dfrac{1}{2}\right)\left(1+\dfrac{1}{2^2}\right)\left(1+\dfrac{1}{2^4}\right)$

$=2\left(1-\dfrac{1}{2^2}\right)\left(1+\dfrac{1}{2^2}\right)\left(1+\dfrac{1}{2^4}\right)$

$=2\left(1-\dfrac{1}{2^4}\right)\left(1+\dfrac{1}{2^4}\right)=2\left(1-\dfrac{1}{2^8}\right)$

$=2\cdot\dfrac{2^8-1}{2^8}=\dfrac{255}{128}$

044 주어진 식에 $\dfrac{1}{2}(3-1)$을 곱하면

$\underbrace{\dfrac{1}{2}(3-1)}(3+1)(3^2+1)(3^4+1)(3^8+1)$ $\quad \dfrac{1}{2}(3-1)=1$

$=\dfrac{1}{2}(3^2-1)(3^2+1)(3^4+1)(3^8+1)$

$=\dfrac{1}{2}(3^4-1)(3^4+1)(3^8+1)$

$=\dfrac{1}{2}(3^8-1)(3^8+1)=\dfrac{3^{16}-1}{2}$

따라서 $a=2$, $b=16$이므로 $a+b=18$

045 (1) $4b^2+2b$

(2) $2xy-5$

(3) $-b^2+2ab-3$

(4) $4ac-3b+8c^2$

(5) $(4xy+xy^2-2x^2y)\div\left(-\dfrac{1}{3}xy\right)$

$=(4xy+xy^2-2x^2y)\times\left(-\dfrac{3}{xy}\right)=6x-3y-12$

(6) $(a^4b^3-3a^2b^4)\div\left(-\dfrac{1}{2}ab^2\right)^2=(a^4b^3-3a^2b^4)\div\left(\dfrac{1}{4}a^2b^4\right)$

$=(a^4b^3-3a^2b^4)\times\dfrac{4}{a^2b^4}$

$=\dfrac{4a^2}{b}-12$

046 (1) $2x-7$, 10

(2)
$$
\begin{array}{r|l}
 & -x+4 \\ \hline
x+2 & -x^2+2x+5 \\
 & -x^2-2x \\ \hline
 & \quad\ \ 4x+5 \\
 & \quad\ \ 4x+8 \\ \hline
 & \qquad\ \ -3
\end{array}
$$

$\therefore -x^2+2x+5=(x+2)(-x+4)-3$

(3)
$$
\begin{array}{r|l}
 & x^2+4x+3 \\ \hline
x-1 & x^3+3x^2-x+2 \\
 & x^3-x^2 \\ \hline
 & \quad 4x^2-x+2 \\
 & \quad 4x^2-4x \\ \hline
 & \qquad\quad 3x+2 \\
 & \qquad\quad 3x-3 \\ \hline
 & \qquad\qquad 5
\end{array}
$$

$\therefore x^3+3x^2-x+2=(x-1)(x^2+4x+3)+5$

(4)
$$
\begin{array}{r|l}
 & 2x^2+x+3 \\ \hline
x-2 & 2x^3-3x^2+x-3 \\
 & 2x^3-4x^2 \\ \hline
 & \qquad x^2+x-3 \\
 & \qquad x^2-2x \\ \hline
 & \qquad\quad 3x-3 \\
 & \qquad\quad 3x-6 \\ \hline
 & \qquad\qquad 3
\end{array}
$$

$\therefore 2x^3-3x^2+x-3=(x-2)(2x^2+x+3)+3$

047 (1) 1, $-2x^2-x-2$, $-4x+4$, $2x-1$, $-4x+4$

(2)
$$
\begin{array}{r|l}
 & x-1 \\ \hline
x^2-2x-1 & x^3-3x^2+x-3 \\
 & x^3-2x^2-x \\ \hline
 & \quad -x^2+2x-3 \\
 & \quad -x^2+2x+1 \\ \hline
 & \qquad\qquad -4
\end{array}
$$

$\therefore x^3-3x^2+x-3=(x^2-2x-1)(x-1)-4$

(3)
$$
\begin{array}{r|l}
 & 2x+1 \\ \hline
x^2+1 & 2x^3+x^2-x+1 \\
 & 2x^3\quad +2x \\ \hline
 & \quad x^2-3x+1 \\
 & \quad x^2\quad\ \ +1 \\ \hline
 & \quad\ \ -3x
\end{array}
$$

$\therefore 2x^3+x^2-x+1=(x^2+1)(2x+1)-3x$

048
$$
\begin{array}{r|l}
 & 4x+5 \\ \hline
x^2-x+1 & 4x^3+x^2-3x+3 \\
 & 4x^3-4x^2+4x \\ \hline
 & \quad 5x^2-7x+3 \\
 & \quad 5x^2-5x+5 \\ \hline
 & \qquad\ -2x-2
\end{array}
$$

따라서 $Q(x)=4x+5$, $R(x)=-2x-2$이므로

$Q(1)+R(1)=9-4=5$

049 (1) $x+2$, $3x-1$, $3x-1$, $2x$, 1

(2) $A=(x^2+x-2)(2x+2)+2x+3$

$=2x^3+2x^2+2x^2+2x-4x-4+2x+3$

$=2x^3+4x^2-1$

(3) $A=(x^2+1)(2x+1)-3x-2$

$=2x^3+x^2+2x+1-3x-2$

$=2x^3+x^2-x-1$

050 $x^3+3x^2-8=A(x-1)-4$에서

$A(x-1)=x^3+3x^2-4$

$\therefore\ A=(x^3+3x^2-4)\div(x-1)$

$=x^2+4x+4$

$$\begin{array}{r|l}
 & x^2+4x+4 \\ \hline
x-1 & x^3+3x^2\qquad\quad -4 \\
 & x^3-\ x^2 \\ \hline
 & \qquad 4x^2\qquad -4 \\
 & \qquad 4x^2-4x \\ \hline
 & \qquad\qquad 4x-4 \\
 & \qquad\qquad 4x-4 \\ \hline
 & \qquad\qquad\qquad 0
\end{array}$$

051 (1) 2, 3, 4, -3, -2

$\therefore$ 몫 : x^2-3x-3, 나머지 : -2

(2)
$$\begin{array}{r|rrrr}
-3 & 2 & 3 & -2 & 5 \\
 & & -6 & 9 & -21 \\ \hline
 & 2 & -3 & 7 & \boxed{-16}
\end{array}$$

$\therefore$ 몫 : $2x^2-3x+7$, 나머지 : -16

(3)
$$\begin{array}{r|rrrrr}
1 & 5 & 4 & -1 & -2 & 1 \\
 & & 5 & 9 & 8 & 6 \\ \hline
 & 5 & 9 & 8 & 6 & \boxed{7}
\end{array}$$

$\therefore$ 몫 : $5x^3+9x^2+8x+6$, 나머지 : 7

052 (1) 1, 4, 1, 5

$\therefore$ 몫 : $2x^2+2x+1$, 나머지 : 5

(2)
$$\begin{array}{r|rrrr}
-1 & 4 & -1 & 0 & 2 \\
 & & -4 & 5 & -5 \\ \hline
 & 4 & -5 & 5 & \boxed{-3}
\end{array}$$

$\therefore$ 몫 : $4x^2-5x+5$, 나머지 : -3

(3)
$$\begin{array}{r|rrrr}
-2 & 3 & 0 & -2 & 0 \\
 & & -6 & 12 & -20 \\ \hline
 & 3 & -6 & 10 & \boxed{-20}
\end{array}$$

$\therefore$ 몫 : $3x^2-6x+10$, 나머지 : -20

(4)
$$\begin{array}{r|rrrrr}
2 & 1 & -3 & 0 & 5 & 0 \\
 & & 2 & -2 & -4 & 2 \\ \hline
 & 1 & -1 & -2 & 1 & \boxed{2}
\end{array}$$

$\therefore$ 몫 : x^3-x^2-2x+1, 나머지 : 2

053
$$\begin{array}{r|rrrr}
1 & 4 & 0 & 3 & -6 \\
 & & 4 & 4 & 7 \\ \hline
 & 4 & 4 & 7 & \boxed{1}
\end{array}$$

$\therefore\ a+b+c+d=1+4+4+1=10$

054 (1) x^2-2, 3

$\therefore$ 몫 : x^2-2, 나머지 : -3

(2)
$$\begin{array}{r|rrrr}
\frac{1}{3} & 3 & 2 & -1 & 1 \\
 & & 1 & 1 & 0 \\ \hline
 & 3 & 3 & 0 & \boxed{1}
\end{array}$$

$3x^3+2x^2-x+1=\left(x-\frac{1}{3}\right)(3x^2+3x)+1$

$=3\left(x-\frac{1}{3}\right)(x^2+x)+1$

$=(3x-1)(x^2+x)+1$

$\therefore$ 몫 : x^2+x, 나머지 : 1

(3)
$$\begin{array}{r|rrrr}
-2 & 1 & 0 & -2 & 1 \\
 & & -2 & 4 & -4 \\ \hline
 & 1 & -2 & 2 & \boxed{-3}
\end{array}$$

$x^3-2x+1=(x+2)(x^2-2x+2)-3$

$=2(x+2)\left(\frac{1}{2}x^2-x+1\right)-3$

$=(2x+4)\left(\frac{1}{2}x^2-x+1\right)-3$

$\therefore$ 몫 : $\frac{1}{2}x^2-x+1$, 나머지 : -3

055 (1) $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{2}$ $\quad\therefore$ 몫 : $\frac{1}{2}Q(x)$, 나머지 : R

(2) $f(x)=\left(x+\frac{2}{3}\right)Q(x)+R=\frac{1}{3}(3x+2)Q(x)+R$

$=(3x+2)\cdot\frac{1}{3}Q(x)+R$

$\therefore$ 몫 : $\frac{1}{3}Q(x)$, 나머지 : R

(3) $f(x)=\left(x-\frac{3}{2}\right)Q(x)+R=\frac{1}{2}(2x-3)Q(x)+R$

$=(2x-3)\cdot\frac{1}{2}Q(x)+R$

$\therefore$ 몫 : $\frac{1}{2}Q(x)$, 나머지 : R

056 $f(x)=(5x-2)Q(x)+R=5\left(x-\frac{2}{5}\right)Q(x)+R$

$=\left(x-\frac{2}{5}\right)\cdot 5Q(x)+R$

$\therefore$ 몫 : $5Q(x)$, 나머지 : R

더블클릭 23쪽~25쪽

057 $2A+3B=2(4x^3-2x^2+5)+3(2x^3-7x^2+3x+1)$

$=8x^3-4x^2+10+6x^3-21x^2+9x+3$

$=14x^3-25x^2+9x+13$

058 $3A-2(A-B)=3A-2A+2B$

$=A+2B$

$=(4x^3-2x^2+5)+2(2x^3-7x^2+3x+1)$

$=4x^3-2x^2+5+4x^3-14x^2+6x+2$

$=8x^3-16x^2+6x+7$

059 $A-2B+C$
$=(4x^3-2x^2+5)-2(2x^3-7x^2+3x+1)+(x^3-x^2+2)$
$=4x^3-2x^2+5-4x^3+14x^2-6x-2+x^3-x^2+2$
$=x^3+11x^2-6x+5$

060 $(A+C)-(B+2C)$
$=A+C-B-2C$
$=A-B-C$
$=(4x^3-2x^2+5)-(2x^3-7x^2+3x+1)-(x^3-x^2+2)$
$=4x^3-2x^2+5-2x^3+7x^2-3x-1-x^3+x^2-2$
$=x^3+6x^2-3x+2$

061 $3A+X=B$에서
$X=-3A+B$
$=-3(x^2+2xy-y^2)+(x^2-xy-5y^2)$
$=-3x^2-6xy+3y^2+x^2-xy-5y^2$
$=-2x^2-7xy-2y^2$

062 $3(X+2A)=B$에서 $3X+6A=B$이므로
$3X=-6A+B$
$=-6(x^3-3x^2+x-4)+(3x^2-9x+6)$
$=-6x^3+18x^2-6x+24+3x^2-9x+6$
$=-6x^3+21x^2-15x+30$
$\therefore X=-2x^3+7x^2-5x+10$

063 $A+4(X+C)=2B$에서 $A+4X+4C=2B$이므로
$4X=-A+2B-4C$
$=-(2x^3-4x^2+6)+2(5x^3-2x+1)-4(3x^3-4x^2-3x)$
$=-2x^3+4x^2-6+10x^3-4x+2-12x^3+16x^2+12x$
$=-4x^3+20x^2+8x-4$
$\therefore X=-x^3+5x^2+2x-1$

064 $(a-1)(a+1)(a^2+1)(a^4+1)=(a^2-1)(a^2+1)(a^4+1)$
$=(a^4-1)(a^4+1)$
$=a^8-1$

065 $27x^3-108x^2y+144xy^2-64y^3$

066 $(x-3)(x^2+3x+9)=x^3-3^3=x^3-27$

067 $x^2+4y^2-4xy+2x-4y+1$

068 $(x+y+2z)(x^2+y^2+4z^2-xy-2yz-2zx)$
$=x^3+y^3+(2z)^3-3\cdot x\cdot y\cdot 2z$
$=x^3+y^3+8z^3-6xyz$

069 $(x^3+3x^2-x+4)(-2x^2+2x-5)$의 전개식에서
x^3항은 $-5x^3+6x^3+2x^3=3x^3$
따라서 x^3의 계수는 3

070 $(1+x+x^2+x^3)^2=(1+x+x^2+x^3)(1+x+x^2+x^3)$의 전개식에서 x^2항은 $x^2+x^2+x^2=3x^2$
따라서 x^2의 계수는 3

071 $(x-2y)^3(x+y)=(x^3-6x^2y+12xy^2-8y^3)(x+y)$의 전개식에서 x^3y항은 $x^3y-6x^3y=-5x^3y$
따라서 x^3y의 계수는 -5

072 $a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$에서
$5=(-1)^2-2ab \qquad \therefore ab=-2$
$a^2+b^2=(a-b)^2+2ab$에서
$5=(a-b)^2+2\cdot(-2)$, $(a-b)^2=9$
$\therefore a-b=3$ ($\because a>b$)

073 $a-b=3$, $ab=-2$이므로
$a^3-b^3=(a-b)^3+3ab(a-b)$
$=3^3+3\cdot(-2)\cdot 3=9$

074 $a+b=-1$, $a-b=3$, $a^2+b^2=5$이므로
$a^4-b^4=(a^2-b^2)(a^2+b^2)$
$=(a-b)(a+b)(a^2+b^2)$
$=3\cdot(-1)\cdot 5=-15$

075 $a+b=2\sqrt{3}$, $ab=2$이므로
$a^3+b^3=(a+b)^3-3ab(a+b)$
$=(2\sqrt{3})^3-3\cdot 2\cdot 2\sqrt{3}=12\sqrt{3}$

076 $a-b=4$, $ab=1$이므로
$a^3-b^3=(a-b)^3+3ab(a-b)$
$=4^3+3\cdot 1\cdot 4=76$

077 $a+b=4$, $ab=1$이므로
$$\frac{b^2}{a}+\frac{a^2}{b}=\frac{a^3+b^3}{ab}=\frac{(a+b)^3-3ab(a+b)}{ab}$$
$$=\frac{4^3-3\cdot 1\cdot 4}{1}=52$$

078 $x^2+\frac{1}{x^2}=\left(x-\frac{1}{x}\right)^2+2=(-1)^2+2=3$

079 $\left(x+\frac{1}{x}\right)^2=\left(x-\frac{1}{x}\right)^2+4=(-1)^2+4=5$
$\therefore x+\frac{1}{x}=\sqrt{5}$ ($\because 0<x<1$)

080 $x^3-\dfrac{1}{x^3}=\left(x-\dfrac{1}{x}\right)^3+3\left(x-\dfrac{1}{x}\right)$

$\qquad=(-1)^3+3\cdot(-1)=-4$

081 $x\neq0$이므로 $x^2+3x+1=0$의 양변을 x로 나누면

$x+3+\dfrac{1}{x}=0 \qquad \therefore\ x+\dfrac{1}{x}=-3$

$\therefore\ x^2+\dfrac{1}{x^2}=\left(x+\dfrac{1}{x}\right)^2-2=(-3)^2-2=7$

082 $x+\dfrac{1}{x}=-3$이므로

$x^3+x^2+x+\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{x^2}+\dfrac{1}{x^3}$

$=\left(x^3+\dfrac{1}{x^3}\right)+\left(x^2+\dfrac{1}{x^2}\right)+\left(x+\dfrac{1}{x}\right)$

$=\left\{\left(x+\dfrac{1}{x}\right)^3-3\left(x+\dfrac{1}{x}\right)\right\}+\left\{\left(x+\dfrac{1}{x}\right)^2-2\right\}+\left(x+\dfrac{1}{x}\right)$

$=\{(-3)^3-3\cdot(-3)\}+\{(-3)^2-2\}+(-3)$

$=-18+7-3=-14$

083 $a^2+b^2+c^2=(a+b+c)^2-2(ab+bc+ca)$에서

$12=2^2-2(ab+bc+ca) \qquad \therefore\ ab+bc+ca=-4$

084 $a^3+b^3+c^3=(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)+3abc$

$\qquad=2\{12-(-4)\}+3\cdot2=38$

085 $(ab+bc+ca)^2=a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2+2abc(a+b+c)$에서

$(-4)^2=a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2+2\cdot2\cdot2$

$\therefore\ a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2=8$

086 주어진 식의 좌변에 $\dfrac{1}{3}(2^2-1)$을 곱하면

$\dfrac{1}{3}(2^2-1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)$

$=\dfrac{1}{3}(2^4-1)(2^4+1)(2^8+1)$

$=\dfrac{1}{3}(2^8-1)(2^8+1)=\dfrac{2^{16}-1}{3}$

$\therefore\ m=3,\ n=16$

087 주어진 식의 좌변에 $\dfrac{1}{8}(9-1)$을 곱하면

$\dfrac{1}{8}(9-1)(9+1)(9^2+1)(9^4+1)(9^8+1)$

$=\dfrac{1}{8}(9^2-1)(9^2+1)(9^4+1)(9^8+1)$

$=\dfrac{1}{8}(9^4-1)(9^4+1)(9^8+1)$

$=\dfrac{1}{8}(9^8-1)(9^8+1)$

$=\dfrac{1}{8}(9^{16}-1)=\dfrac{3^{32}-1}{8}$

$\therefore\ m=8,\ n=32$

088 (모든 모서리의 길이의 합)$=4(a+b+c)=40$에서

$a+b+c=10$

또, (겉넓이)$=2(ab+bc+ca)=75$이므로

$a^2+b^2+c^2=(a+b+c)^2-2(ab+bc+ca)$

$\qquad=10^2-75=25$

$\therefore$ (대각선의 길이)$=\sqrt{a^2+b^2+c^2}=\sqrt{25}=5$

089

$$\begin{array}{r|rrrr}
 & 2x & +5 & & \\
\hline
x^2-2x+3 & 2x^3 & +x^2 & -3x & +1 \\
 & 2x^3 & -4x^2 & +6x & \\
\hline
 & & 5x^2 & -9x & +1 \\
 & & 5x^2 & -10x & +15 \\
\hline
 & & & x & -14
\end{array}$$

$\therefore$ 몫 : $2x+5$, 나머지 : $x-14$

090

$$\begin{array}{r|rrrr}
 & -2x & +1 & & \\
\hline
x^2+1 & -2x^3 & +x^2 & -x & +1 \\
 & -2x^3 & & -2x & \\
\hline
 & & x^2 & +x & +1 \\
 & & x^2 & & +1 \\
\hline
 & & & x &
\end{array}$$

$\therefore$ 몫 : $-2x+1$, 나머지 : x

091

$$\begin{array}{r|rrrr}
2 & 2 & -5 & -3 & 2 \\
 & & 4 & -2 & -10 \\
\hline
 & 2 & -1 & -5 & \boxed{-8}
\end{array}$$

$\therefore$ 몫 : $2x^2-x-5$, 나머지 : -8

092

$$\begin{array}{r|rrrr}
-1 & 1 & -6 & 0 & 3 \\
 & & -1 & 7 & -7 \\
\hline
 & 1 & -7 & 7 & \boxed{-4}
\end{array}$$

$\therefore$ 몫 : x^2-7x+7, 나머지 : -4

093

$$\begin{array}{r|rrrr}
\frac{1}{2} & 2 & -7 & 5 & -1 \\
 & & 1 & -3 & 1 \\
\hline
 & 2 & -6 & 2 & \boxed{0}
\end{array}$$

$2x^3-7x^2+5x-1=\left(x-\dfrac{1}{2}\right)(2x^2-6x+2)$

$\qquad=(2x-1)(x^2-3x+1)$

$\therefore$ 몫 : x^2-3x+1, 나머지 : 0

094 $f(x)=(4x+3)Q(x)+R$

$\qquad=4\left(x+\dfrac{3}{4}\right)Q(x)+R$

$\qquad=\left(x+\dfrac{3}{4}\right)\cdot4Q(x)+R$

$\therefore$ 몫 : $4Q(x)$, 나머지 : R

02 항등식과 나머지정리

26쪽~33쪽

095 (1) × (2) ◯ (3) ◯ (4) ×

096 ③ $2x-1=2(x-2)+3$

097 0, 0, 0

098 0, 0, 0

099 (1) $a=1$, $b=5$, $c=1$

(2) $a=1$, $b=0$, $c=-3$

(3) $a=2$, $b+1=-4$, $c=-3$ $\therefore a=2$, $b=-5$, $c=-3$

(4) $a=2$, $b-3=-6$, $c=2$ $\therefore a=2$, $b=-3$, $c=2$

(5) $a=1-b$, $2=-b$, $c=-3$ $\therefore a=3$, $b=-2$, $c=-3$

100 (1) $a-2=0$, $b=3$ $\therefore a=2$, $b=3$

(2) $a-b=3$, $a+b=7$

두 식을 연립하여 풀면 $a=5$, $b=2$

(3) $x^2+2x+3=ax^2-(a-b)x+c$이므로

$a=1$, $a-b=-2$, $c=3$

$\therefore a=1$, $b=3$, $c=3$

(4) $x^3+ax+6=x^3+(b-2)x^2+(-2b+c)x-2c$이므로

$b-2=0$, $-2b+c=a$, $-2c=6$

$\therefore a=-7$, $b=2$, $c=-3$

101 $3x+7=ax+2a-b$이므로

$a=3$, $2a-b=7$

따라서 $a=3$, $b=-1$이므로 $a+b=2$

102 (1) $2c$, $2a$, -1, 6

(2) 양변에 $x=0$을 대입하면 $2=-2a$

양변에 $x=1$을 대입하면 $3=3b$

양변에 $x=-2$를 대입하면 $0=6c$

$\therefore a=-1$, $b=1$, $c=0$

(3) 양변에 $x=0$을 대입하면 $-6=b$

양변에 $x=-1$을 대입하면 $-4=-2c$

양변에 $x=-3$을 대입하면 $6=6a-2b$

$\therefore a=-1$, $b=-6$, $c=2$

(4) 양변에 $x=0$을 대입하면 $1=c$

양변에 $x=1$을 대입하면 $4-a=-b$

양변에 $x=2$를 대입하면 $13-2a=c$

$\therefore a=6$, $b=2$, $c=1$

103 양변에 $x=1$을 대입하면 $0=1-a+b$

양변에 $x=2$를 대입하면 $1=b$

따라서 $a=2$, $b=1$이므로 $ab=2$

104 (1) $x+3$, 3, 4, 7, 3, 4, 7

(2) $x^3+ax^2+bx+c=(x^2+3x-4)(x+1)+3x-2$

$=x^3+4x^2+2x-6$

이 식이 x에 대한 항등식이므로

$a=4$, $b=2$, $c=-6$

(3) $2x^3+ax^2+bx+c=(x-2)(2x^2+4x+3)+9$

$=2x^3-5x+3$

이 식이 x에 대한 항등식이므로

$a=0$, $b=-5$, $c=3$

(4) $2x^3+ax^2+bx+c=(x^2-x+1)(2x+1)+2x+3$

$=2x^3-x^2+3x+4$

이 식이 x에 대한 항등식이므로

$a=-1$, $b=3$, $c=4$

105 (1) 0, 0, 1, 1

(2) 주어진 등식을 k에 대하여 정리하면

$(x+3y+5)k+(3x-y-5)=0$

이 식이 k에 대한 항등식이므로

$x+3y+5=0$ …… ㉠

$3x-y-5=0$ …… ㉡

㉠$+3\times$㉡을 하면 $x=1$ …… ㉢

㉢을 ㉠에 대입하면 $y=-2$

(3) 주어진 등식을 k에 대하여 정리하면

$(x-2y-1)k+(2x-3y+5)=0$

이 식이 k에 대한 항등식이므로

$x-2y-1=0$ …… ㉠

$2x-3y+5=0$ …… ㉡

㉡$-2\times$㉠을 하면 $y=-7$ …… ㉢

㉢을 ㉠에 대입하면 $x=-13$

(4) 주어진 등식을 k에 대하여 정리하면

$(2x+3y+6)k+(3x-y+9)=0$

이 식이 k에 대한 항등식이므로

$2x+3y+6=0$ …… ㉠

$3x-y+9=0$ …… ㉡

㉠$+3\times$㉡을 하면 $x=-3$ …… ㉢

㉢을 ㉠에 대입하면 $y=0$

106 주어진 등식을 k에 대하여 정리하면

$(x-y+2)k+(-2x+3y-3)=0$

이 식이 k에 대한 항등식이므로

$x-y+2=0$ …… ㉠

$-2x+3y-3=0$ …… ㉡

$3\times$㉠$+$㉡을 하면 $x=-3$ …… ㉢

㉢을 ㉠에 대입하면 $y=-1$

$\therefore x^2+y^2=10$

107 (1) ① 양변에 $x=0$을 대입하면 $a_0=1$

② 양변에 $x=1$을 대입하면

$2^5=a_0+a_1+a_2+\cdots+a_{10}$

$\therefore a_0+a_1+a_2+\cdots+a_{10}=32$ ...... ㉠

이때, $a_0=1$이므로 $a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{10}=31$

③ 양변에 $x=-1$을 대입하면

$4^5=a_0-a_1+a_2-\cdots+a_{10}$

$\therefore a_0-a_1+a_2-\cdots+a_{10}=2^{10}$ ...... ㉡

㉠과 ㉡을 변끼리 더하면

$2a_0+2a_2+\cdots+2a_{10}=1056$

$\therefore a_0+a_2+a_4+\cdots+a_{10}=528$

(2) ① 양변에 $x=0$을 대입하면 $a_0=1$

② 양변에 $x=1$을 대입하면

$2^{10}=a_0+a_1+a_2+\cdots+a_{10}$

$\therefore a_0+a_1+a_2+\cdots+a_{10}=1024$ ...... ㉠

이때, $a_0=1$이므로 $a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{10}=1023$

③ 양변에 $x=-1$을 대입하면

$0=a_0-a_1+a_2-\cdots+a_{10}$

$\therefore a_0-a_1+a_2-\cdots+a_{10}=0$ ...... ㉡

㉠과 ㉡을 변끼리 빼면

$2a_1+2a_3+\cdots+2a_9=1024$

$\therefore a_1+a_3+\cdots+a_9=512$

108 양변에 $x=1$을 대입하면 $a_0=2$

양변에 $x=2$를 대입하면

$2^{10}+1=a_0+a_1+a_2+\cdots+a_{10}$

$\therefore a_0+a_1+a_2+\cdots+a_{10}=1025$

이때, $a_0=2$이므로 $a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{10}=1023$

109 (1) $f(1)=3-1+4-2=4$

(2) $f(-1)=3\cdot(-1)^3-(-1)^2+4\cdot(-1)-2=-10$

(3) $f(2)=3\cdot 2^3-2^2+4\cdot 2-2=26$

(4) $f(-2)=3\cdot(-2)^3-(-2)^2+4\cdot(-2)-2=-38$

(5) $f\left(\frac{1}{3}\right)=3\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^3-\left(\frac{1}{3}\right)^2+4\cdot\frac{1}{3}-2=-\frac{2}{3}$

(6) $f\left(-\frac{1}{3}\right)=3\cdot\left(-\frac{1}{3}\right)^3-\left(-\frac{1}{3}\right)^2+4\cdot\left(-\frac{1}{3}\right)-2=-\frac{32}{9}$

110 (1) $\frac{1}{2}$, $-\frac{9}{4}$

(2) $f\left(-\frac{1}{2}\right)=2\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)^3-3\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)-1=\frac{1}{4}$

(3) $f\left(\frac{1}{4}\right)=2\cdot\left(\frac{1}{4}\right)^3-3\cdot\frac{1}{4}-1=-\frac{55}{32}$

(4) $f\left(-\frac{1}{4}\right)=2\cdot\left(-\frac{1}{4}\right)^3-3\cdot\left(-\frac{1}{4}\right)-1=-\frac{9}{32}$

(5) $f\left(\frac{3}{2}\right)=2\cdot\left(\frac{3}{2}\right)^3-3\cdot\frac{3}{2}-1=\frac{5}{4}$

(6) $f\left(-\frac{3}{2}\right)=2\cdot\left(-\frac{3}{2}\right)^3-3\cdot\left(-\frac{3}{2}\right)-1=-\frac{13}{4}$

111 다항식 $f(x)=x^3+2x^2-3x+1$을 $x-1$로 나누었을 때의 나머지는 $f(1)$이고, $2x-1$로 나누었을 때의 나머지는 $f\left(\frac{1}{2}\right)$이므로

$a=f(1)=1+2-3+1=1$

$b=f\left(\frac{1}{2}\right)=\left(\frac{1}{2}\right)^3+2\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2-3\cdot\frac{1}{2}+1=\frac{1}{8}$

$\therefore \frac{a}{b}=8$

112 (1) 4, 4, 1

(2) $f(-1)=-3$에서

$(-1)^3+a\cdot(-1)^2+4\cdot(-1)-2=-3$ $\quad\therefore a=4$

(3) $f(2)=2$에서

$2^3+a\cdot 2^2+4\cdot 2-2=2$ $\quad\therefore a=-3$

(4) $f(-2)=-6$에서

$(-2)^3+a\cdot(-2)^2+4\cdot(-2)-2=-6$ $\quad\therefore a=3$

(5) $f\left(\frac{1}{2}\right)=-\frac{3}{8}$에서

$\left(\frac{1}{2}\right)^3+a\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2+4\cdot\frac{1}{2}-2=-\frac{3}{8}$ $\quad\therefore a=-2$

(6) $f\left(-\frac{1}{2}\right)=-4$에서

$\left(-\frac{1}{2}\right)^3+a\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)^2+4\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)-2=-4$ $\quad\therefore a=\frac{1}{2}$

113 (1) 1, 1, 2, 2, 1, -2, 2

(2) 다항식 $f(x)=x^2+ax-b$를

$x+1$로 나누었을 때의 나머지가 8이므로

$f(-1)=1-a-b=8$에서 $a+b=-7$ ...... ㉠

또, $x-4$로 나누었을 때의 나머지가 3이므로

$f(4)=16+4a-b=3$에서 $4a-b=-13$ ...... ㉡

㉠+㉡을 하면 $5a=-20$ $\quad\therefore a=-4$

이것을 ㉠에 대입하면 $b=-3$

(3) 다항식 $f(x)=x^3+ax^2+bx-1$을

$x-1$로 나누었을 때의 나머지가 5이므로

$f(1)=1+a+b-1=5$에서 $a+b=5$ ...... ㉠

또, $x+3$으로 나누었을 때의 나머지가 -7이므로

$f(-3)=-27+9a-3b-1=-7$에서

$3a-b=7$ ...... ㉡

㉠+㉡을 하면 $4a=12$ $\quad\therefore a=3$

이것을 ㉠에 대입하면 $b=2$

(4) 다항식 $f(x)=x^3-ax^2+bx-1$을

$x+2$로 나누었을 때의 나머지가 -5이므로

$f(-2)=-8-4a-2b-1=-5$에서

$2a+b=-2$ ...... ㉠

또, $x-2$로 나누었을 때의 나머지가 11이므로

$f(2)=8-4a+2b-1=11$에서 $2a-b=-2$ ...... ㉡

㉠+㉡을 하면 $4a=-4$ $\quad\therefore a=-1$

이것을 ㉠에 대입하면 $b=0$

114 다항식 $f(x)=x^3-(a+3)x+5$를 $x-2$로 나누었을 때의 나머지와 $x-4$로 나누었을 때의 나머지가 같으므로

$f(2)=f(4)$에서 $8-2(a+3)+5=64-4(a+3)+5$

$2a=50 \quad \therefore a=25$

115 (1) 3, 1, 3, 1, -1, 2, $-x+2$

(2) 다항식 $f(x)$를 $(x-1)(x-2)$로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $ax+b$ (a, b는 상수)라 하면

$f(x)=(x-1)(x-2)Q(x)+ax+b$

$f(1)=1$에서 $a+b=1$ ...... ㉠

$f(2)=3$에서 $2a+b=3$ ...... ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=2$, $b=-1$

따라서 구하는 나머지는 $2x-1$이다.

(3) 다항식 $f(x)$를 $(x+2)(x-4)$로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $ax+b$ (a, b는 상수)라 하면

$f(x)=(x+2)(x-4)Q(x)+ax+b$

$f(-2)=1$에서 $-2a+b=1$ ...... ㉠

$f(4)=7$에서 $4a+b=7$ ...... ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=1$, $b=3$

따라서 구하는 나머지는 $x+3$이다.

116 (1) 다항식 $f(x)$를 x^2-x-2로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $ax+b$ (a, b는 상수)라 하면

$f(x)=(x^2-x-2)Q(x)+ax+b$

$\quad=(x+1)(x-2)Q(x)+ax+b$

$f(-1)=-3$에서 $-a+b=-3$ ...... ㉠

$f(2)=3$에서 $2a+b=3$ ...... ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=2$, $b=-1$

따라서 구하는 나머지는 $2x-1$이다.

(2) 다항식 $f(x)$를 x^2-4x+3으로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $ax+b$ (a, b는 상수)라 하면

$f(x)=(x^2-4x+3)Q(x)+ax+b$

$\quad=(x-1)(x-3)Q(x)+ax+b$

$f(1)=5$에서 $a+b=5$ ...... ㉠

$f(3)=13$에서 $3a+b=13$ ...... ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=4$, $b=1$

따라서 구하는 나머지는 $4x+1$이다.

(3) 다항식 $f(x)$를 x^2+3x+2로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $ax+b$ (a, b는 상수)라 하면

$f(x)=(x^2+3x+2)Q(x)+ax+b$

$\quad=(x+1)(x+2)Q(x)+ax+b$

$f(-1)=1$에서 $-a+b=1$ ...... ㉠

$f(-2)=-7$에서 $-2a+b=-7$ ...... ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=8$, $b=9$

따라서 구하는 나머지는 $8x+9$이다.

117 $f(x)$를 x^2-x-2로 나누었을 때의 몫을 $Q_1(x)$라 하면

$f(x)=(x^2-x-2)Q_1(x)+x+9$

$\quad=(x+1)(x-2)Q_1(x)+x+9$

$\therefore f(2)=2+9=11$

또, $f(x)$를 x^2+5x+6으로 나누었을 때의 몫을 $Q_2(x)$라 하면

$f(x)=(x^2+5x+6)Q_2(x)+2x-5$

$\quad=(x+2)(x+3)Q_2(x)+2x-5$

$\therefore f(-2)=2\cdot(-2)-5=-9$

$f(x)$를 x^2-4로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $ax+b$ (a, b는 상수)라 하면

$f(x)=(x^2-4)Q(x)+ax+b$

$\quad=(x-2)(x+2)Q(x)+ax+b$

이때, $f(2)=11$, $f(-2)=-9$이므로

$f(2)=2a+b=11$ ...... ㉠

$f(-2)=-2a+b=-9$ ...... ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=5$, $b=1$

따라서 구하는 나머지는 $5x+1$이다.

118 (1) 0, 0, 2

(2) $f(-2)=0$이므로

$2\cdot(-2)^3+a\cdot(-2)-4=0 \quad \therefore a=-10$

(3) $f\left(-\frac{1}{2}\right)=0$이므로

$2\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)^3+a\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)-4=0 \quad \therefore a=-\frac{17}{2}$

(4) $f\left(\frac{1}{2}\right)=0$이므로

$2\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3+a\cdot\left(\frac{1}{2}\right)-4=0 \quad \therefore a=\frac{15}{2}$

119 다항식 $f(x)=x^3+ax^2+bx+9$가 $x-3$으로 나누어떨어지므로

$f(3)=0$에서 $9a+3b+36=0$

$\therefore 3a+b=-12$ ...... ㉠

$x+2$로 나누면 나머지가 5이므로

$f(-2)=5$에서 $4a-2b+1=5$

$\therefore 2a-b=2$ ...... ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=-2$, $b=-6 \quad \therefore ab=12$

120 (1) 0, 0, 0, 3, 0, 1, -1, 2

(2) $f(1)=0$, $f(4)=0$이므로

$f(1)=1-2+a+b=0$에서 $a+b=1$ ...... ㉠

$f(4)=64-32+4a+b=0$에서 $4a+b=-32$ ...... ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=-11$, $b=12$

(3) $f(-1)=0$, $f(2)=0$이므로

$f(-1)=-1-2-a+b=0$에서 $-a+b=3$ ...... ㉠

$f(2)=8-8+2a+b=0$에서 $2a+b=0$ ...... ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=-1$, $b=2$

(4) $f(1)=0$, $f(3)=0$이므로

$f(1)=1-2+a+b=0$에서 $a+b=1$ …… ㉠

$f(3)=27-18+3a+b=0$에서 $3a+b=-9$ …… ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=-5$, $b=6$

(5) $f(-2)=0$, $f(4)=0$이므로

$f(-2)=-8-8-2a+b=0$에서 $-2a+b=16$ …… ㉠

$f(4)=64-32+4a+b=0$에서 $4a+b=-32$ …… ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=-8$, $b=0$

121 $f(x)=x^3-3x^2+ax+b$가 $x^2-x-2=(x+1)(x-2)$로 나누어떨어지므로

$f(-1)=0$, $f(2)=0$

$f(-1)=-1-3-a+b=0$에서 $-a+b=4$ …… ㉠

$f(2)=8-12+2a+b=0$에서 $2a+b=4$ …… ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=0$, $b=4$

$\therefore a+b=4$

더블클릭

34쪽~35쪽

122 주어진 등식의 좌변을 전개하여 정리하면

$2x^2-5x-3=(a+1)x^2+(b-2)x+c-1$

이 식이 x에 대한 항등식이므로

$a+1=2$, $b-2=-5$, $c-1=-3$

$\therefore a=1$, $b=-3$, $c=-2$

123 주어진 등식의 좌변을 전개하여 정리하면

$ax^2+(2-a)x-2=3x^2+bx+c$

이 식이 x에 대한 항등식이므로

$a=3$, $2-a=b$, $-2=c$

$\therefore a=3$, $b=-1$, $c=-2$

124 양변에 $x=0$을 대입하면 $1=-a$

양변에 $x=1$을 대입하면 $6=2b$

양변에 $x=-1$을 대입하면 $2=2c$

$\therefore a=-1$, $b=3$, $c=1$

125 양변에 $x=1$을 대입하면 $c=1$

양변에 $x=2$를 대입하면

$b+c=4$ $\quad\therefore b=3$

양변에 $x=0$을 대입하면

$2a-b+c=0$ $\quad\therefore a=1$

126 $2x^3+ax^2+bx+c=(x^2-2x-1)(2x+4)+7x+2$

이 등식의 우변을 전개하여 정리하면

$2x^3+ax^2+bx+c=2x^3-3x-2$

이 식이 x에 대한 항등식이므로

$a=0$, $b=-3$, $c=-2$

127 $x^3+ax^2+bx+c=(x+1)(x^2+4x+1)-9$

이 등식의 우변을 전개하여 정리하면

$x^3+ax^2+bx+c=x^3+5x^2+5x-8$

이 식이 x에 대한 항등식이므로

$a=5$, $b=5$, $c=-8$

128 $2x^3+ax^2+bx+c=(x^2+x+2)(2x+1)-5x+2$

이 등식의 우변을 전개하여 정리하면

$2x^3+ax^2+bx+c=2x^3+3x^2+4$

이 식이 x에 대한 항등식이므로

$a=3$, $b=0$, $c=4$

129 주어진 등식을 k에 대하여 정리하면

$(x-2y)k+(-x+3y+3)=0$

이 식이 k에 대한 항등식이므로

$x-2y=0$ …… ㉠

$-x+3y+3=0$ …… ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$x=-6$, $y=-3$

130 주어진 등식을 k에 대하여 정리하면

$(x+2y-6)k+(-2x+3y-2)=0$

이 식이 k에 대한 항등식이므로

$x+2y-6=0$ …… ㉠

$-2x+3y-2=0$ …… ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$x=2$, $y=2$

131 다항식 $f(x)=x^3-4x^2-3x+8$을 $x-2$로 나누었을 때의 나머지는 $f(2)$이므로

$f(2)=2^3-4\cdot2^2-3\cdot2+8=-6$

132 다항식 $f(x)=-2x^3-x^2+4x-2$를 $2x+1$로 나누었을 때의 나머지는 $f\left(-\frac{1}{2}\right)$이므로

$f\left(-\frac{1}{2}\right)=-2\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)^3-\left(-\frac{1}{2}\right)^2+4\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)-2=-4$

133 다항식 $f(x)=x^3+2x^2-4x-a$를 $x-2$로 나누었을 때의 나머지가 3이므로 $f(2)=3$에서

$2^3+2\cdot2^2-4\cdot2-a=3$ $\quad\therefore a=5$

134 다항식 $f(x)=4x^3+ax+b$를

$x+1$로 나누었을 때의 나머지가 1이므로

$f(-1)=1$에서 $-4-a+b=1$ $\quad\therefore -a+b=5$ …… ㉠

또, $2x-1$로 나누었을 때의 나머지가 4이므로

$f\left(\frac{1}{2}\right)=4$에서 $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}a+b=4$ $\quad\therefore a+2b=7$ …… ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$a=-1$, $b=4$

135 다항식 $f(x)=x^3+ax^2+2x+1$을 $x+2$로 나누었을 때의 나머지와 $x-1$로 나누었을 때의 나머지가 같으므로

$f(-2)=f(1)$에서

$(-2)^3+a\cdot(-2)^2+2\cdot(-2)+1=1+a+2+1$

$3a=15 \quad \therefore a=5$

136 다항식 $f(x)$를 $(x+1)(x+2)$로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $ax+b$ (a, b는 상수)라 하면

$f(x)=(x+1)(x+2)Q(x)+ax+b$

$f(-1)=-3$에서 $-a+b=-3$ …… ㉠

$f(-2)=5$에서 $-2a+b=5$ …… ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=-8$, $b=-11$

따라서 구하는 나머지는 $-8x-11$

137 다항식 $f(x)$를 x^2-5x+6으로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $ax+b$ (a, b는 상수)라 하면

$f(x)=(x^2-5x+6)Q(x)+ax+b$

$=(x-2)(x-3)Q(x)+ax+b$

$f(2)=1$에서 $2a+b=1$ …… ㉠

$f(3)=3$에서 $3a+b=3$ …… ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=2$, $b=-3$

따라서 구하는 나머지는 $2x-3$

138 $f(x)=ax^3-2x^2+x+2$가 $x-1$로 나누어떨어지려면

$f(1)=0$이어야 하므로

$a-2+1+2=0 \quad \therefore a=-1$

139 $f(x)=x^3+5x^2+ax-a$가 $x-3$으로 나누어떨어지려면

$f(3)=0$이어야 하므로

$3^3+5\cdot 3^2+3a-a=0 \quad \therefore a=-36$

140 $f(x)=x^3+ax^2+b$가 $x-1$, $x-2$로 각각 나누어떨어지려면

$f(1)=0$, $f(2)=0$이어야 하므로

$f(1)=1+a+b=0$에서 $a+b=-1$ …… ㉠

$f(2)=8+4a+b=0$에서 $4a+b=-8$ …… ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=-\frac{7}{3}$, $b=\frac{4}{3}$

141 $f(x)=-x^3+ax^2-bx+2$가

$x^2+3x+2=(x+1)(x+2)$로 나누어떨어지려면

$f(-1)=0$, $f(-2)=0$이어야 한다.

$f(-1)=1+a+b+2=0$에서 $a+b=-3$ …… ㉠

$f(-2)=8+4a+2b+2=0$에서 $2a+b=-5$ …… ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=-2$, $b=-1$

03 인수분해

36쪽~46쪽

142 (1) $3ab(1-2a+5ab)$ (2) $(a+b)(a+b+2)$

(3) $y(x+1)(y+1)$ (4) $(a-b)(x-y)$

(5) $(a+1)(b+1)$ (6) $(a-1)(b-1)$

(7) $(a-b)c+b(b-a)=(a-b)(c-b)$

$=-(a-b)(b-c)$

(8) $(x-y)^2-3y(y-x)=(x-y)\{(x-y)+3y\}$

$=(x-y)(x+2y)$

143 (1) $(x+3)^2$ (2) $(x-4)^2$

(3) $(5a-1)^2$ (4) $(2x+3y)^2$

(5) $(5x-3y)^2$ (6) $(2a+7b)^2$

(7) $\left(x+\frac{1}{3}\right)^2$ (8) $\left(x-\frac{5}{2}y\right)^2$

(9) $4abx^2-4ab^2xy+ab^3y^2=ab(4x^2-4bxy+b^2y^2)$

$=ab(2x-by)^2$

144 (1) $(x+3)(x-3)$

(2) $(a+2b)(a-2b)$

(3) $(3a+4b)(3a-4b)$

(4) $xy(x+y)(x-y)$

(5) $(a+b-c)(a-b+c)$

(6) $(a+b+c)(a+b-c)$

(7) $a^4-b^4=(a^2-b^2)(a^2+b^2)$

$=(a-b)(a+b)(a^2+b^2)$

(8) $x^2-y^2+xz-yz=(x+y)(x-y)+z(x-y)$

$=(x-y)(x+y+z)$

(9) $x^2y+y^2z-y^3-x^2z=x^2(y-z)-y^2(y-z)$

$=(y-z)(x^2-y^2)$

$=(x+y)(x-y)(y-z)$

145 (1) $(x+1)(x+3)$ (2) $(x-2)(x-4)$

(3) $(a+3b)(a+7b)$ (4) $(x-2y)(x-4y)$

(5) $(a+4b)(a-5b)$ (6) $(4x-1)(x+1)$

(7) $(3x-y)(x+4y)$ (8) $(5a+2b)(a-2b)$

146 (1) 1, 1, 1, 1

(2) $a^3+9a^2+27a+27$

$=a^3+3\cdot a^2\cdot 3+3\cdot a\cdot 3^2+3^3=(a+3)^3$

(3) $8a^3+12a^2+6a+1$

$=(2a)^3+3\cdot(2a)^2\cdot 1+3\cdot 2a\cdot 1^2+1^3=(2a+1)^3$

(4) $x^3+6x^2y+12xy^2+8y^3$

$=x^3+3\cdot x^2\cdot 2y+3\cdot x\cdot(2y)^2+(2y)^3=(x+2y)^3$

(5) $x^3+12x^2y+48xy^2+64y^3$

$=x^3+3\cdot x^2\cdot 4y+3\cdot x\cdot(4y)^2+(4y)^3=(x+4y)^3$

(6) $27x^3+27x^2y+9xy^2+y^3$

$=(3x)^3+3\cdot(3x)^2\cdot y+3\cdot 3x\cdot y^2+y^3=(3x+y)^3$

147 $8x^3+36x^2+54x+27$

$=(2x)^3+3\cdot(2x)^2\cdot 3+3\cdot 2x\cdot 3^2+3^3$

$=(2x+3)^3$

따라서 $a=2$, $b=3$이므로 $ab=6$

148 (1) 3, 3, 3, 3

(2) $x^3-15x^2+75x-125$

$=x^3-3\cdot x^2\cdot 5+3\cdot x\cdot 5^2-5^3=(x-5)^3$

(3) $8x^3-12x^2+6x-1$

$=(2x)^3-3\cdot(2x)^2\cdot 1+3\cdot 2x\cdot 1^2-1^3=(2x-1)^3$

(4) $27x^3-27x^2+9x-1$

$=(3x)^3-3\cdot(3x)^2\cdot 1+3\cdot 3x\cdot 1^2-1^3=(3x-1)^3$

(5) $8x^3-36x^2y+54xy^2-27y^3$

$=(2x)^3-3\cdot(2x)^2\cdot 3y+3\cdot 2x\cdot(3y)^2-(3y)^3$

$=(2x-3y)^3$

(6) $64x^3-48x^2y+12xy^2-y^3$

$=(4x)^3-3\cdot(4x)^2\cdot y+3\cdot 4x\cdot y^2-y^3=(4x-y)^3$

(7) $27x^3-108x^2y+144xy^2-64y^3$

$=(3x)^3-3\cdot(3x)^2\cdot 4y+3\cdot 3x\cdot(4y)^2-(4y)^3$

$=(3x-4y)^3$

149 $x^3-12x^2+48x-64$

$=x^3-3\cdot x^2\cdot 4+3\cdot x\cdot 4^2-4^3=(x-4)^3$

따라서 $a=1$, $b=-4$이므로 $\dfrac{b}{a}=-4$

150 (1) 2, 2, a^2-2a+4

(2) $a^3+27=a^3+3^3$

$=(a+3)(a^2-3a+9)$

(3) $2a^3+250=2(a^3+125)$

$=2(a+5)(a^2-5a+25)$

(4) $x^3+8y^3=x^3+(2y)^3$

$=(x+2y)(x^2-2xy+4y^2)$

(5) $x^3+64y^3=x^3+(4y)^3$

$=(x+4y)(x^2-4xy+16y^2)$

(6) $27x^3+y^3=(3x)^3+y^3$

$=(3x+y)(9x^2-3xy+y^2)$

(7) $8x^3+27y^3=(2x)^3+(3y)^3$

$=(2x+3y)(4x^2-6xy+9y^2)$

(8) $64x^3+27y^3=(4x)^3+(3y)^3$

$=(4x+3y)(16x^2-12xy+9y^2)$

(9) $8a^4+a=a(8a^3+1)$

$=a(2a+1)(4a^2-2a+1)$

(10) $27x^5y+8x^2y^4=x^2y(27x^3+8y^3)$

$=x^2y(3x+2y)(9x^2-6xy+4y^2)$

151 (1) 1, 1, a^2+a+1

(2) $a^3-8=a^3-2^3=(a-2)(a^2+2a+4)$

(3) $a^3-64=a^3-4^3=(a-4)(a^2+4a+16)$

(4) $x^3-27y^3=x^3-(3y)^3$

$=(x-3y)(x^2+3xy+9y^2)$

(5) $27x^3-8y^3=(3x)^3-(2y)^3$

$=(3x-2y)(9x^2+6xy+4y^2)$

(6) $8x^3-125y^3=(2x)^3-(5y)^3$

$=(2x-5y)(4x^2+10xy+25y^2)$

(7) $x^5-8x^2y^3=x^2(x^3-8y^3)$

$=x^2(x-2y)(x^2+2xy+4y^2)$

(8) $8x^5y-27x^2y^4=x^2y(8x^3-27y^3)$

$=x^2y(2x-3y)(4x^2+6xy+9y^2)$

152 ① $a^2-4=(a+2)(a-2)$

② $a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$

③ $27x^3-1=(3x-1)(9x^2+3x+1)$

④ $a^3+3a^2b+3ab^2+b^3=(a+b)^3$

153 (1) $-2y$, x, $2y$

(2) $x^2+y^2+9z^2+2xy+6yz+6zx$

$=x^2+y^2+(3z)^2+2\cdot x\cdot y+2\cdot y\cdot 3z+2\cdot 3z\cdot x$

$=(x+y+3z)^2$

(3) $x^2+y^2+z^2-2xy+2yz-2zx$

$=x^2+(-y)^2+(-z)^2$

$\quad+2\cdot x\cdot(-y)+2\cdot(-y)\cdot(-z)+2\cdot(-z)\cdot x$

$=(x-y-z)^2$

(4) $4x^2+4y^2+z^2-8xy-4yz+4zx$

$=(2x)^2+(-2y)^2+z^2$

$\quad+2\cdot 2x\cdot(-2y)+2\cdot(-2y)\cdot z+2\cdot z\cdot 2x$

$=(2x-2y+z)^2$

(5) -1, -1, 1

(6) $a^2+b^2+2ab-6a-6b+9$

$=a^2+b^2+9+2ab-6b-6a$

$=a^2+b^2+(-3)^2+2\cdot a\cdot b+2\cdot b\cdot(-3)+2\cdot(-3)\cdot a$

$=(a+b-3)^2$

(7) $a^2+4b^2+4ab-2a-4b+1$

$=a^2+4b^2+1+4ab-4b-2a$

$=a^2+(2b)^2+(-1)^2+2\cdot a\cdot 2b+2\cdot 2b\cdot(-1)+2\cdot(-1)\cdot a$

$=(a+2b-1)^2$

154 (1) $2b$, c, $2ab$, $2bc$, ca

(2) $a^3+b^3-c^3+3abc$

$=a^3+b^3+(-c)^3-3\cdot a\cdot b\cdot(-c)$

$=(a+b-c)(a^2+b^2+c^2-ab+bc+ca)$

(3) $a^3-b^3-27c^3-9abc$

$=a^3+(-b)^3+(-3c)^3-3\cdot a\cdot(-b)\cdot(-3c)$

$=(a-b-3c)(a^2+b^2+9c^2+ab-3bc+3ca)$

(4) $a^3+8b^3-27c^3+18abc$

$=a^3+(2b)^3+(-3c)^3-3\cdot a\cdot 2b\cdot(-3c)$

$=(a+2b-3c)(a^2+4b^2+9c^2-2ab+6bc+3ca)$

(5) 1, xy, y

(6) $x^3+8y^3-12xy+8$

$=x^3+(2y)^3+2^3-3\cdot x\cdot 2y\cdot 2$

$=(x+2y+2)(x^2+4y^2-2xy-2x-4y+4)$

(7) $x^3+y^3+9xy-27$

$=x^3+y^3+(-3)^3-3\cdot x\cdot y\cdot(-3)$

$=(x+y-3)(x^2+y^2-xy+3x+3y+9)$

(8) $x^3-27y^3+36xy+64$

$=x^3+(-3y)^3+4^3-3\cdot x\cdot(-3y)\cdot 4$

$=(x-3y+4)(x^2+9y^2+3xy-4x+12y+16)$

155 (1) 2, 2

(2) $(2x-y)(2x-y-4)-5$

$=t(t-4)-5$ ← $2x-y=t$로 치환

$=t^2-4t-5$

$=(t+1)(t-5)$

$=(2x-y+1)(2x-y-5)$ ← $t=2x-y$ 대입

(3) $(x^2+x-1)(x^2+x+3)-5$

$=(t-1)(t+3)-5$ ← $x^2+x=t$로 치환

$=t^2+2t-8$

$=(t-2)(t+4)$

$=(x^2+x-2)(x^2+x+4)$ ← $t=x^2+x$ 대입

$=(x-1)(x+2)(x^2+x+4)$

(4) $(x^2+x)^2-7x^2-7x+12$

$=(x^2+x)^2-7(x^2+x)+12$

$=t^2-7t+12$ ← $x^2+x=t$로 치환

$=(t-3)(t-4)$

$=(x^2+x-3)(x^2+x-4)$ ← $t=x^2+x$ 대입

주의 치환된 문자로 인수분해한 후에는 치환하기 전의 문자로 되돌려 놓았을 때, 각각의 인수가 다시 인수분해되는지 꼭 확인하도록 한다.

156 $(x^2-3x)^2-2x^2+6x-3$

$=(x^2-3x)^2-2(x^2-3x)-3$

$=t^2-2t-3$ ← $x^2-3x=t$로 치환

$=(t+1)(t-3)$

$=(x^2-3x+1)(x^2-3x-3)$ ← $t=x^2-3x$ 대입

따라서 $a=1$, $b=3$이므로 $ab=3$

157 (1) 12, 12, 12, $x-1$, 12

(2) $x(x+1)(x-2)(x+3)+8$

$=\{x(x+1)\}\{(x-2)(x+3)\}+8$

$=(x^2+x)(x^2+x-6)+8$

$=t(t-6)+8$ ← $x^2+x=t$로 치환

$=t^2-6t+8$

$=(t-2)(t-4)$

$=(x^2+x-2)(x^2+x-4)$ ← $t=x^2+x$ 대입

$=(x-1)(x+2)(x^2+x-4)$

(3) $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)-8$

$=\{(x+1)(x+4)\}\{(x+2)(x+3)\}-8$

$=(x^2+5x+4)(x^2+5x+6)-8$

$=(t+4)(t+6)-8$ ← $x^2+5x=t$로 치환

$=t^2+10t+16$

$=(t+2)(t+8)$

$=(x^2+5x+2)(x^2+5x+8)$ ← $t=x^2+5x$ 대입

(4) $(x-1)(x+1)(x+3)(x+5)+16$

$=\{(x-1)(x+5)\}\{(x+1)(x+3)\}+16$

$=(x^2+4x-5)(x^2+4x+3)+16$

$=(t-5)(t+3)+16$ ← $x^2+4x=t$로 치환

$=t^2-2t+1$

$=(t-1)^2$

$=(x^2+4x-1)^2$ ← $t=x^2+4x$ 대입

158 $(x-1)(x-3)(x+2)(x+4)+21$

$=\{(x-1)(x+2)\}\{(x-3)(x+4)\}+21$

$=(x^2+x-2)(x^2+x-12)+21$

$=(t-2)(t-12)+21$ ← $x^2+x=t$로 치환

$=t^2-14t+45$

$=(t-5)(t-9)$

$=(x^2+x-5)(x^2+x-9)$ ← $t=x^2+x$ 대입

따라서 $a=1$, $b=-5$, $c=1$이므로

$a+b+c=-3$

159 (1) 4, 4, 2

(2) $x^4-5x^2+6=X^2-5X+6$ ← $x^2=X$로 치환

$=(X-2)(X-3)$

$=(x^2-2)(x^2-3)$ ← $X=x^2$ 대입

(3) $x^4-13x^2+36=X^2-13X+36$ ← $x^2=X$로 치환

$=(X-4)(X-9)$

$=(x^2-4)(x^2-9)$ ← $X=x^2$ 대입

$=(x+2)(x-2)(x+3)(x-3)$

(4) $3x^4+x^2-4=3X^2+X-4$ ← $x^2=X$로 치환

$=(X-1)(3X+4)$

$=(x^2-1)(3x^2+4)$ ← $X=x^2$ 대입

$=(x+1)(x-1)(3x^2+4)$

(5) $2x^4+x^2-36=2X^2+X-36$ ← $x^2=X$로 치환

$=(X-4)(2X+9)$

$=(x^2-4)(2x^2+9)$ ← $X=x^2$ 대입

$=(x+2)(x-2)(2x^2+9)$

참고 인수분해에서 특별한 조건이 없으면 인수분해는 유리수의 범위까지 인수분해한다.

160 (1) $2x$, $2x$, $2x$, $2x$, $2x$

(2) $x^4+64=(x^4+16x^2+64)-16x^2$ ← $16x^2$ 더하고 빼기

$=(x^2+8)^2-(4x)^2$ ← A^2-B^2 꼴로 변형

$=(x^2+4x+8)(x^2-4x+8)$

(3) $2x$, $2x$, $2x$, $2x$, $2x$

(4) x^4-19x^2+25

$=(x^4-10x^2+25)-9x^2$ ← $-19x^2$을 $-10x^2$과 $-9x^2$으로 분리하기

$=(x^2-5)^2-(3x)^2$ ← A^2-B^2 꼴로 변형

$=(x^2-5+3x)(x^2-5-3x)$

$=(x^2+3x-5)(x^2-3x-5)$

(5) x^4-11x^2+1

$=(x^4-2x^2+1)-9x^2$ ← $-11x^2$을 $-2x^2$과 $-9x^2$으로 분리하기

$=(x^2-1)^2-(3x)^2$ ← A^2-B^2 꼴로 변형

$=(x^2-1+3x)(x^2-1-3x)$

$=(x^2+3x-1)(x^2-3x-1)$

161 $x^4-3x^2+9=(x^4+6x^2+9)-9x^2$ ← $9x^2$ 더하고 빼기

$=(x^2+3)^2-(3x)^2$ ← A^2-B^2 꼴로 변형

$=(x^2+3x+3)(x^2-3x+3)$

따라서 $a=3$, $b=3$, $c=-3$, $d=3$이므로

$ad-bc=18$

162 (1) $a-c$, $a+b-c$

(2) $a^2-ab+2bc-4c^2=-(a-2c)b+a^2-4c^2$

$=-(a-2c)b+(a+2c)(a-2c)$

$=(a-2c)(a-b+2c)$

(3) $a^3-ab^2-b^2c+a^2c=(a^2-b^2)c+a^3-ab^2$

$=(a^2-b^2)c+a(a^2-b^2)$

$=(a^2-b^2)(c+a)$

$=(a+b)(a-b)(a+c)$

(4) $a^2-ac-b^2+bc=-(a-b)c+(a^2-b^2)$

$=-(a-b)c+(a+b)(a-b)$

$=(a-b)(a+b-c)$

(5) $a^2b+b^2c-b^3-a^2c=-(a^2-b^2)c+b(a^2-b^2)$

$=(a^2-b^2)(b-c)$

$=(a+b)(a-b)(b-c)$

(6) $x^2+y^2-2yz+2zx-2xy=2(x-y)z+x^2-2xy+y^2$

$=2(x-y)z+(x-y)^2$

$=(x-y)(x-y+2z)$

163 (1) $y-3$, $y+1$, $(y+1)x$, $2x+y+1$

(2) $2x^2+xy-y^2+x-5y-6$

$=2x^2+(y+1)x-(y^2+5y+6)$

$=2x^2+(y+1)x-(y+2)(y+3)$

$$\begin{array}{cccccl} x & \times & y+2 & \to & 2(y+2)x & \\ 2x & & -(y+3) & \to & -(y+3)x & + \\ \hline & & & & (y+1)x & \end{array}$$

$=(x+y+2)\{2x-(y+3)\}$

$=(x+y+2)(2x-y-3)$

(3) $2x^2+xy-y^2-11x+y+12$

$=2x^2+(y-11)x-(y^2-y-12)$

$=2x^2+(y-11)x-(y+3)(y-4)$

$$\begin{array}{cccccl} x & \times & y-4 & \to & 2(y-4)x & \\ 2x & & -(y+3) & \to & -(y+3)x & + \\ \hline & & & & (y-11)x & \end{array}$$

$=(x+y-4)\{2x-(y+3)\}$

$=(x+y-4)(2x-y-3)$

(4) $x^2-xy-2y^2+x+4y-2$

$=x^2-(y-1)x-2(y^2-2y+1)$

$=x^2-(y-1)x-2(y-1)^2$

$$\begin{array}{cccccl} x & \times & -2(y-1) & \to & -2(y-1)x & \\ x & & y-1 & \to & (y-1)x & + \\ \hline & & & & -(y-1)x & \end{array}$$

$=\{x-2(y-1)\}(x+y-1)$

$=(x-2y+2)(x+y-1)$

(5) $x^2-xy-2y^2+5x-y+6$

$=x^2-(y-5)x-(2y^2+y-6)$

$=x^2-(y-5)x-(y+2)(2y-3)$

$$\begin{array}{cccccl} x & \times & y+2 & \to & (y+2)x & \\ x & & -(2y-3) & \to & -(2y-3)x & + \\ \hline & & & & -(y-5)x & \end{array}$$

$=(x+y+2)\{x-(2y-3)\}$

$=(x+y+2)(x-2y+3)$

164 $x^2+4xy+3y^2-x-5y-2$

$=x^2+(4y-1)x+3y^2-5y-2$

$=x^2+(4y-1)x+(y-2)(3y+1)$

$$\begin{array}{cccccl} x & \times & y-2 & \to & (y-2)x & \\ x & & 3y+1 & \to & (3y+1)x & + \\ \hline & & & & (4y-1)x & \end{array}$$

$=(x+y-2)(x+3y+1)$

따라서 $a=1$, $b=-2$, $c=3$이므로

$a+b+c=2$

165 (1) $x-1$, $x-1$, $x-1$, $x-1$, 3

(2) $f(x)=x^3-x^2-5x-3$으로 놓으면 $f(-1)=0$이므로

$$\begin{array}{r|rrrr} -1 & 1 & -1 & -5 & -3 \\ & & -1 & 2 & 3 \\ \hline & 1 & -2 & -3 & \boxed{0} \end{array}$$

$f(x)=(x+1)(x^2-2x-3)$

$=(x+1)(x+1)(x-3)$

$=(x+1)^2(x-3)$

(3) $f(x)=x^3-7x+6$으로 놓으면 $f(1)=0$이므로

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & 0 & -7 & 6 \\ & & 1 & 1 & -6 \\ \hline & 1 & 1 & -6 & \boxed{0} \end{array}$$

$f(x)=(x-1)(x^2+x-6)$
$\quad=(x-1)(x-2)(x+3)$

(4) $f(x)=x^3-3x^2-4x+12$로 놓으면 $f(2)=0$이므로

$$\begin{array}{r|rrrr} 2 & 1 & -3 & -4 & 12 \\ & & 2 & -2 & -12 \\ \hline & 1 & -1 & -6 & \boxed{0} \end{array}$$

$f(x)=(x-2)(x^2-x-6)$
$\quad=(x-2)(x+2)(x-3)$

(5) $f(x)=2x^3+3x^2-8x+3$으로 놓으면 $f(1)=0$이므로

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 2 & 3 & -8 & 3 \\ & & 2 & 5 & -3 \\ \hline & 2 & 5 & -3 & \boxed{0} \end{array}$$

$f(x)=(x-1)(2x^2+5x-3)$
$\quad=(x-1)(x+3)(2x-1)$

(6) $f(x)=2x^3-5x^2-11x-4$로 놓으면 $f(-1)=0$이므로

$$\begin{array}{r|rrrr} -1 & 2 & -5 & -11 & -4 \\ & & -2 & 7 & 4 \\ \hline & 2 & -7 & -4 & \boxed{0} \end{array}$$

$f(x)=(x+1)(2x^2-7x-4)$
$\quad=(x+1)(x-4)(2x+1)$

166 $f(x)=2x^3-3x^2-x+1$로 놓으면 $f\left(\frac{1}{2}\right)=0$이므로

$$\begin{array}{r|rrrr} \frac{1}{2} & 2 & -3 & -1 & 1 \\ & & 1 & -1 & -1 \\ \hline & 2 & -2 & -2 & \boxed{0} \end{array}$$

$f(x)=\left(x-\frac{1}{2}\right)(2x^2-2x-2)$
$\quad=(2x-1)(x^2-x-1)$

따라서 $a=-1$, $b=-1$, $c=-1$이므로 $a+b+c=-3$

167 (1) $x+1$, -1, -2, $x+1$, $x-2$, $x+1$, $x-2$, $x+1$, 2, $x+1$

(2) $f(x)=x^4-5x^3+5x^2+5x-6$으로 놓으면
$f(1)=0$, $f(-1)=0$이므로

$$\begin{array}{r|rrrrr} 1 & 1 & -5 & 5 & 5 & -6 \\ & & 1 & -4 & 1 & 6 \\ \hline -1 & 1 & -4 & 1 & 6 & \boxed{0} \\ & & -1 & 5 & -6 & \\ \hline & 1 & -5 & 6 & \boxed{0} & \end{array}$$

$f(x)=(x-1)(x+1)(x^2-5x+6)$
$\quad=(x-1)(x+1)(x-2)(x-3)$

(3) $f(x)=x^4-15x^2-10x+24$로 놓으면
$f(1)=0$, $f(-2)=0$이므로

$$\begin{array}{r|rrrrr} 1 & 1 & 0 & -15 & -10 & 24 \\ & & 1 & 1 & -14 & -24 \\ \hline -2 & 1 & 1 & -14 & -24 & \boxed{0} \\ & & -2 & 2 & 24 & \\ \hline & 1 & -1 & -12 & \boxed{0} & \end{array}$$

$f(x)=(x-1)(x+2)(x^2-x-12)$
$\quad=(x-1)(x+2)(x+3)(x-4)$

168 $2x^4-5x^3-5x^2+ax+3=(x-1)(x+1)f(x)$ ...... ㉠

㉠의 양변에 $x=1$을 대입하면
$2-5-5+a+3=0 \quad \therefore a=5$
$P(x)=2x^4-5x^3-5x^2+5x+3$으로 놓으면
$P(1)=0$, $P(-1)=0$이므로

$$\begin{array}{r|rrrrr} 1 & 2 & -5 & -5 & 5 & 3 \\ & & 2 & -3 & -8 & -3 \\ \hline -1 & 2 & -3 & -8 & -3 & \boxed{0} \\ & & -2 & 5 & 3 & \\ \hline & 2 & -5 & -3 & \boxed{0} & \end{array}$$

$P(x)=(x-1)(x+1)(2x^2-5x-3)$
따라서 $f(x)=2x^2-5x-3$이므로 $f(1)=-6$

169 (1) 0, 0, 이등변

(2) $a^2-2ab-ac+bc+b^2=-(a-b)c+a^2-2ab+b^2$
$\quad=-(a-b)c+(a-b)^2$
$\quad=(a-b)(a-b-c)$

즉, $(a-b)(a-b-c)=0$
이때, $\underline{a<b+c}$이므로 $a-b-c\neq 0$
$a-b=0 \quad \therefore a=b$
따라서 $a=b$인 이등변삼각형이다.

(3) $a^2b+a^2c-b^3-c^3-b^2c-bc^2$
$=(b+c)a^2-(b^3+c^3)-bc(b+c)$
$=(b+c)a^2-(b+c)(b^2-bc+c^2)-bc(b+c)$
$=(b+c)\{a^2-(b^2-bc+c^2)-bc\}$
$=(b+c)(a^2-b^2-c^2)$
즉, $(b+c)(a^2-b^2-c^2)=0$
이때, $b+c>0$이므로
$a^2-b^2-c^2=0 \quad \therefore b^2+c^2=a^2$
따라서 빗변의 길이가 a인 직각삼각형이다.

(4) $a^4+a^2c^2+b^2c^2-b^4=(a^2+b^2)c^2+a^4-b^4$
$\quad=(a^2+b^2)c^2+(a^2+b^2)(a^2-b^2)$
$\quad=(a^2+b^2)(c^2+a^2-b^2)$

즉, $(a^2+b^2)(c^2+a^2-b^2)=0$
이때, $a^2+b^2>0$이므로
$c^2+a^2-b^2=0 \quad \therefore a^2+c^2=b^2$
따라서 빗변의 길이가 b인 직각삼각형이다.

(5) $ab(a+b)-bc(b+c)-ca(c-a)$
$=a^2b+ab^2-b^2c-bc^2-c^2a+ca^2$
$=(b+c)a^2+(b^2-c^2)a-b^2c-bc^2$
$=(b+c)a^2+(b+c)(b-c)a-bc(b+c)$
$=(b+c)\{a^2+(b-c)a-bc\}$
$=(b+c)(a+b)(a-c)$
즉, $(b+c)(a+b)(a-c)=0$
이때, $b+c>0$, $a+b>0$이므로
$a-c=0 \quad \therefore a=c$
따라서 $a=c$인 이등변삼각형이다.

(6) $b^2(a^2+b^2)-c^2(c^2-a^2)=a^2b^2+b^4-c^4+c^2a^2$
$=a^2(b^2+c^2)+b^4-c^4$
$=a^2(b^2+c^2)+(b^2+c^2)(b^2-c^2)$
$=(b^2+c^2)(a^2+b^2-c^2)$
즉, $(b^2+c^2)(a^2+b^2-c^2)=0$
이때, $b^2+c^2>0$이므로 $a^2+b^2-c^2=0$ $\quad\therefore a^2+b^2=c^2$
따라서 빗변의 길이가 c인 직각삼각형이다.

(7) $(b-c)a^2+(c+a)b^2-(a+b)c^2$
$=a^2b-ca^2+b^2c+ab^2-c^2a-bc^2$
$=(b-c)a^2+(b^2-c^2)a+b^2c-bc^2$
$=(b-c)a^2+(b+c)(b-c)a+bc(b-c)$
$=(b-c)\{a^2+(b+c)a+bc\}$
$=(b-c)(a+b)(a+c)$
즉, $(b-c)(a+b)(a+c)=0$
이때, $a+b>0$, $a+c>0$이므로 $b-c=0$ $\quad\therefore b=c$
따라서 $b=c$인 이등변삼각형이다.

170 $a^2(a+b)-a(b^2+c^2)-bc^2-b^3$
$=a^3+a^2b-ab^2-ac^2-bc^2-b^3$
$=-c^2(a+b)+a^2(a+b)-b^2(a+b)$
$=(a+b)(a^2-b^2-c^2)$
즉, $(a+b)(a^2-b^2-c^2)=0$
이때, $a+b>0$이므로 $a^2-b^2-c^2=0$ $\quad\therefore a^2=b^2+c^2$
따라서 빗변의 길이가 a인 직각삼각형이다.

171 (1) x^2-x+1, $x+1$, 1, 1000
(2) $500=x$로 놓으면
$$\frac{500^3-1}{501\times500+1}=\frac{x^3-1}{(x+1)x+1}=\frac{(x-1)(x^2+x+1)}{x^2+x+1}=x-1=500-1=499$$
(3) $151=x$로 놓으면
$$\frac{152\times151+1}{151^3-1}=\frac{(x+1)x+1}{x^3-1}=\frac{x^2+x+1}{(x-1)(x^2+x+1)}=\frac{1}{x-1}=\frac{1}{151-1}=\frac{1}{150}$$
(4) $29=x$로 놓으면
$$\frac{27^2-1}{29^2-1}\times\frac{29^3+1}{29^2-29+1}$$
$$=\frac{(x-2)^2-1}{x^2-1}\times\frac{x^3+1}{x^2-x+1}$$
$$=\frac{x^2-4x+3}{x^2-1}\times\frac{(x+1)(x^2-x+1)}{x^2-x+1}$$
$$=\frac{(x-1)(x-3)}{(x-1)(x+1)}\times(x+1)$$
$$=x-3=29-3=26$$

더블클릭
47쪽~48쪽

172 $\left(x-\frac{1}{5}\right)^2$ **173** $(4x+y)(4x-y)$

174 $(x+2)(5x-9)$

175 $64a^3+48a^2b+12ab^2+b^3$
$=(4a)^3+3\cdot(4a)^2\cdot b+3\cdot4a\cdot b^2+b^3=(4a+b)^3$

176 $a^3-9a^2b+27ab^2-27b^3$
$=a^3-3\cdot a^2\cdot3b+3\cdot a\cdot(3b)^2-(3b)^3=(a-3b)^3$

177 $8x^3+125y^3=(2x)^3+(5y)^3=(2x+5y)(4x^2-10xy+25y^2)$

178 $64x^3-y^3=(4x)^3-y^3=(4x-y)(16x^2+4xy+y^2)$

179 $x^2+4y^2+z^2+4xy-4yz-2zx$
$=x^2+(2y)^2+(-z)^2+2\cdot x\cdot2y+2\cdot2y\cdot(-z)+2\cdot(-z)\cdot x$
$=(x+2y-z)^2$

180 $8x^3+27y^3+18xy-1$
$=8x^3+27y^3-1+18xy$
$=(2x)^3+(3y)^3+(-1)^3-3\cdot2x\cdot3y\cdot(-1)$
$=(2x+3y-1)(4x^2+9y^2-6xy+2x+3y+1)$

181 $(x-2y+3)(x-2y+1)-8$
$=(t+3)(t+1)-8$ ← $x-2y=t$로 치환
$=t^2+4t-5$
$=(t-1)(t+5)$
$=(x-2y-1)(x-2y+5)$ ← $t=x-2y$ 대입

182 $(x^2-2x-1)(x^2-2x+3)-5$
$=(t-1)(t+3)-5$ ← $x^2-2x=t$로 치환
$=t^2+2t-8$
$=(t-2)(t+4)$
$=(x^2-2x-2)(x^2-2x+4)$ ← $t=x^2-2x$ 대입

183 $x(x+1)(x+2)(x+3)-15$
$=\{x(x+3)\}\{(x+1)(x+2)\}-15$
$=(x^2+3x)(x^2+3x+2)-15$
$=t(t+2)-15$ ← $x^2+3x=t$로 치환
$=t^2+2t-15$
$=(t-3)(t+5)$
$=(x^2+3x-3)(x^2+3x+5)$ ← $t=x^2+3x$ 대입

184 $x^4+4x^2-5=X^2+4X-5$ ← $x^2=X$로 치환
$=(X-1)(X+5)$
$=(x^2-1)(x^2+5)$ ← $X=x^2$ 대입
$=(x-1)(x+1)(x^2+5)$

185 $x^4+3x^2+4=(x^4+4x^2+4)-x^2$ ← x^2 더하고 빼기

$=(x^2+2)^2-x^2$ ← A^2-B^2 꼴로 변형

$=(x^2-x+2)(x^2+x+2)$

186 $x^4-6x^2y^2+y^4=(x^4-2x^2y^2+y^4)-4x^2y^2$

$=(x^2-y^2)^2-(2xy)^2$

$=(x^2-2xy-y^2)(x^2+2xy-y^2)$

187 $9a^2+3ab-bc-c^2=(3a-c)b+9a^2-c^2$

$=(3a-c)b+(3a-c)(3a+c)$

$=(3a-c)(3a+b+c)$

188 $3a^2+ab-5a-2b-2=(a-2)b+3a^2-5a-2$

$=(a-2)b+(a-2)(3a+1)$

$=(a-2)(3a+b+1)$

189 $x^2-6y^2+xy+2x+y+1$

$=x^2+(y+2)x-(6y^2-y-1)$

$=x^2+(y+2)x-(2y-1)(3y+1)$

$$\begin{array}{ccccc} x & \searrow\!\!\!\!\nearrow & -(2y-1) & \rightarrow & -(2y-1)x \\ x & & 3y+1 & \rightarrow & (3y+1)x \;(+ \\ \hline & & & & (y+2)x \end{array}$$

$=\{x-(2y-1)\}(x+3y+1)$

$=(x-2y+1)(x+3y+1)$

190 $x^2+xy-2y^2+x+5y-2$

$=x^2+(y+1)x-(2y^2-5y+2)$

$=x^2+(y+1)x-(y-2)(2y-1)$

$$\begin{array}{ccccc} x & \searrow\!\!\!\!\nearrow & -(y-2) & \rightarrow & -(y-2)x \\ x & & 2y-1 & \rightarrow & (2y-1)x \;(+ \\ \hline & & & & (y+1)x \end{array}$$

$=\{x-(y-2)\}(x+2y-1)$

$=(x-y+2)(x+2y-1)$

191 $f(x)=x^3-6x^2+3x+10$으로 놓으면 $f(-1)=0$이므로

$$\begin{array}{r|rrrr} -1 & 1 & -6 & 3 & 10 \\ & & -1 & 7 & -10 \\ \hline & 1 & -7 & 10 & \boxed{0} \end{array}$$

$f(x)=(x+1)(x^2-7x+10)$

$=(x+1)(x-2)(x-5)$

192 $f(x)=2x^3-5x^2-4x+3$으로 놓으면 $f(-1)=0$이므로

$$\begin{array}{r|rrrr} -1 & 2 & -5 & -4 & 3 \\ & & -2 & 7 & -3 \\ \hline & 2 & -7 & 3 & \boxed{0} \end{array}$$

$f(x)=(x+1)(2x^2-7x+3)$

$=(x+1)(x-3)(2x-1)$

193 $f(x)=x^3-3x+2$로 놓으면 $f(1)=0$이므로

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & 0 & -3 & 2 \\ & & 1 & 1 & -2 \\ \hline & 1 & 1 & -2 & \boxed{0} \end{array}$$

$f(x)=(x-1)(x^2+x-2)$

$=(x-1)(x-1)(x+2)$

$=(x-1)^2(x+2)$

194 $f(x)=x^4+2x^3-7x^2-8x+12$로 놓으면 $f(1)=0,\ f(-2)=0$이므로

$$\begin{array}{r|rrrrr} 1 & 1 & 2 & -7 & -8 & 12 \\ & & 1 & 3 & -4 & -12 \\ \hline -2 & 1 & 3 & -4 & -12 & \boxed{0} \\ & & -2 & -2 & 12 & \\ \hline & 1 & 1 & -6 & \boxed{0} & \end{array}$$

$f(x)=(x-1)(x+2)(x^2+x-6)$

$=(x-1)(x+2)(x-2)(x+3)$

195 $b^2-ab-c^2+ac=-(b-c)a+b^2-c^2$

$=-(b-c)a+(b-c)(b+c)$

$=(b-c)(b+c-a)$

즉, $(b-c)(b+c-a)=0$

이때, $b+c>a$이므로 $b-c=0$ $\quad\therefore b=c$

따라서 $b=c$인 이등변삼각형이다.

196 $a^3+b^3+c^3-3abc$

$=(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$

$=(a+b+c)\left\{\frac{1}{2}(2a^2+2b^2+2c^2-2ab-2bc-2ca)\right\}$

$=\frac{1}{2}(a+b+c)\{(a^2-2ab+b^2)+(b^2-2bc+c^2)+(c^2-2ca+a^2)\}$

$=\frac{1}{2}(a+b+c)\{(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2\}$

즉, $\frac{1}{2}(a+b+c)\{(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2\}=0$

이때, $a+b+c>0$이므로

$(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2=0$ $\quad\therefore a=b=c$

따라서 정삼각형이다.

197 $81=x$로 놓으면

$\frac{81^3-1}{82\times81+1}=\frac{x^3-1}{(x+1)x+1}=\frac{x^3-1}{x^2+x+1}$

$=\frac{(x-1)(x^2+x+1)}{x^2+x+1}$

$=x-1=81-1=80$

198 $45=x,\ 37=y$로 놓으면

$\frac{45^3-37^3}{45^2+37\times82}=\frac{x^3-y^3}{x^2+y(x+y)}$

$=\frac{(x-y)(x^2+xy+y^2)}{x^2+xy+y^2}$

$=x-y=45-37=8$

2
방정식과 부등식

01 복소수 50쪽~60쪽

001 (1) $\sqrt{2}i$ (2) i
(3) $3i$ (4) $3\sqrt{3}i$
(5) $\sqrt{-1}$, i (6) $-5i$
(7) $-6\sqrt{2}i$ (8) $-11i$

002 (1) $a=3$, $b=4$ (2) $a=2$, $b=\sqrt{3}$
(3) $a=4$, $b=1$ (4) $a=2$, $b=-3$
(5) $a=\sqrt{5}$, $b=-2$ (6) $a=7$, $b=0$
(7) $a=0$, $b=-9$ (8) $a=1+\sqrt{7}$, $b=0$

003 $\frac{3-\sqrt{2}i}{4}=\frac{3}{4}-\frac{\sqrt{2}}{4}i$이므로 $a=\frac{3}{4}$, $b=-\frac{\sqrt{2}}{4}$

004 (1) $3i^2$, 0, $3-\sqrt{2}$, i^2-1
(2) $-i$, $\sqrt{4}i$
(3) $3+2i$, $\sqrt{2}+2i$, $1-4i$

005 ③

006 (1) 7, 1, 11, -1
(2) $x+y=-2$, $2y=-2$ $\quad\therefore x=-1$, $y=-1$
(3) $x+2y=5$, $-2x+y=-5$ $\quad\therefore x=3$, $y=1$
(4) $x-2=0$, $2y+6=0$ $\quad\therefore x=2$, $y=-3$
(5) $4-x=0$, $y-1=0$ $\quad\therefore x=4$, $y=1$
(6) $x+y+1=0$, $x-y+3=0$ $\quad\therefore x=-2$, $y=1$

007 $x+y=-1$, $x-y+2=3$에서
$x=0$, $y=-1$이므로 $xy=0$

008 (1) $3+4i$ (2) $-2-3i$
(3) $-1-2i$ (4) i
(5) -2 (6) $5i$

009 (1) $\overline{2+4i}=2-4i$이므로 $(x+y)+(x-y)i=2-4i$에서
$x+y=2$, $x-y=-4$ $\quad\therefore x=-1$, $y=3$
(2) $\overline{6-3i}=6+3i$이므로 $(2x+y)+(-x+y)i=6+3i$에서
$2x+y=6$, $-x+y=3$ $\quad\therefore x=1$, $y=4$
(3) $\overline{x+yi}=x-yi$이므로 $x-yi=3+(x+2y)i$에서
$x=3$, $-y=x+2y$ $\quad\therefore x=3$, $y=-1$

010 (1) $(2-3i)+(2+i)=(2+2)+(-3+1)i$
$=4-2i$
(2) $(-1+3i)+(4-2i)=(-1+4)+(3-2)i$
$=3+i$
(3) $(5+2i)+4(5+3i)=5+2i+20+12i$
$=(5+20)+(2+12)i$
$=25+14i$
(4) $(3+4i)+(3-4i)=(3+3)+(4-4)i$
$=6$
(5) $(2+i)-(1+3i)=(2-1)+(1-3)i$
$=1-2i$
(6) $(3-2i)-(-1+2i)=\{3-(-1)\}+(-2-2)i$
$=4-4i$
(7) $(1+i)-(-2-3i)=\{1-(-2)\}+\{1-(-3)\}i$
$=3+4i$

011 $(1+3i)-(\overline{2+i})=(1+3i)-(2-i)$
$=(1-2)+\{3-(-1)\}i$
$=-1+4i$
따라서 $a=-1$, $b=4$이므로 $ab=-4$

012 (1) $3i(5+4i)=15i+12i^2$
$=-12+15i$
(2) $(1+i)(2+3i)=2+3i+2i+3i^2$
$=2+5i-3=-1+5i$
(3) $(2-3i)(-1+2i)=-2+4i+3i-6i^2$
$=-2+7i-(-6)=4+7i$
(4) $(5+6i)(5-6i)=5^2-(6i)^2=25-36i^2$
$=25-(-36)=61$
(5) $(2+\sqrt{3}i)^2=2^2+2\cdot2\cdot\sqrt{3}i+(\sqrt{3}i)^2=4+4\sqrt{3}i+3i^2$
$=4+4\sqrt{3}i-3=1+4\sqrt{3}i$

013 $(1+2i)(2-i)=2-i+4i-2i^2$
$=2+3i-(-2)=4+3i$
따라서 $a=4$, $b=3$이므로 $a^2+b^2=25$

014 (1) 2, i, $\frac{1}{5}$, $\frac{3}{5}$
(2) $\frac{4+3i}{1+2i}=\frac{(4+3i)(1-2i)}{(1+2i)(1-2i)}$
$=\frac{4-8i+3i-6i^2}{1-4i^2}=\frac{10-5i}{5}=2-i$
(3) $\frac{1+3i}{1-i}=\frac{(1+3i)(1+i)}{(1-i)(1+i)}$
$=\frac{1+i+3i+3i^2}{1-i^2}=\frac{-2+4i}{2}=-1+2i$
(4) $\frac{1-i}{1-2i}=\frac{(1-i)(1+2i)}{(1-2i)(1+2i)}$
$=\frac{1+2i-i-2i^2}{1-4i^2}=\frac{3+i}{5}=\frac{3}{5}+\frac{1}{5}i$

(5) $\dfrac{5i}{3+i}=\dfrac{5i(3-i)}{(3+i)(3-i)}$

$=\dfrac{15i-5i^2}{9-i^2}=\dfrac{5+15i}{10}=\dfrac{1}{2}+\dfrac{3}{2}i$

(6) $\dfrac{3}{\sqrt{2}-i}=\dfrac{3(\sqrt{2}+i)}{(\sqrt{2}-i)(\sqrt{2}+i)}$

$=\dfrac{3\sqrt{2}+3i}{2-i^2}=\dfrac{3\sqrt{2}+3i}{3}=\sqrt{2}+i$

015 $\dfrac{3+i}{1+i}=\dfrac{(3+i)(1-i)}{(1+i)(1-i)}$

$=\dfrac{3-3i+i-i^2}{1-i^2}=\dfrac{4-2i}{2}=2-i$

이므로

$(3+4i)\left(\dfrac{3+i}{1+i}\right)+(-1-3i)\left(\dfrac{3+i}{1+i}\right)$

$=(3+4i)(2-i)+(-1-3i)(2-i)$

$=(2-i)\{(3+4i)+(-1-3i)\}$

$=(2-i)(2+i)$

$=4-i^2=5$

016 $x+y=(2+i)+(2-i)=4$,

$x-y=(2+i)-(2-i)=2i$,

$xy=(2+i)(2-i)=4-i^2=5$이므로

(1) $\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=\dfrac{x+y}{xy}=\dfrac{4}{5}$

(2) $x^2+y^2=(x+y)^2-2xy=4^2-2\cdot5=6$

(3) $\dfrac{x}{y}+\dfrac{y}{x}=\dfrac{x^2+y^2}{xy}=\dfrac{6}{5}$

(4) $x^2-y^2=(x+y)(x-y)=4\cdot2i=8i$

(5) $x^3+y^3=(x+y)^3-3xy(x+y)=4^3-3\cdot5\cdot4=4$

(6) $x^3+y^3-3xy=4-3\cdot5=-11$

017 $x+y=\dfrac{1-\sqrt{7}i}{2}+\dfrac{1+\sqrt{7}i}{2}=\dfrac{2}{2}=1$,

$xy=\dfrac{1-\sqrt{7}i}{2}\cdot\dfrac{1+\sqrt{7}i}{2}=\dfrac{1-7i^2}{4}=\dfrac{8}{4}=2$이므로

$x^3+y^3=(x+y)^3-3xy(x+y)$

$=1^3-3\cdot2\cdot1=-5$

018 (1) $z=(1-i)x^2-3x+2+4i$

$=(x^2-3x+2)-(x^2-4)i$

z가 실수가 되려면

$x^2-4=0$, $(x+2)(x-2)=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=2$

(2) $z=(1+i)x^2-(4-i)x+3-2i$

$=(x^2-4x+3)+(x^2+x-2)i$

z가 실수가 되려면

$x^2+x-2=0$, $(x+2)(x-1)=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=1$

019 (1) 0, 허수부분, -2

(2) $z=(1+i)x^2-(3+i)x+2(1-i)$

$=(x^2-3x+2)+(x^2-x-2)i$

z가 순허수가 되려면

$x^2-3x+2=0$ …… ㉠

$x^2-x-2\neq0$ …… ㉡

㉠에서 $(x-1)(x-2)=0$ $\quad\therefore x=1$ 또는 $x=2$

㉡에서 $(x+1)(x-2)\neq0$ $\quad\therefore x\neq-1,\ x\neq2$

따라서 구하는 x의 값은 $x=1$

(3) $z=(1+2i)x^2+2(1+3i)x-3$

$=(x^2+2x-3)+(2x^2+6x)i$

z가 순허수가 되려면

$x^2+2x-3=0$ …… ㉠

$2x^2+6x\neq0$ …… ㉡

㉠에서 $(x-1)(x+3)=0$ $\quad\therefore x=1$ 또는 $x=-3$

㉡에서 $2x(x+3)\neq0$ $\quad\therefore x\neq0,\ x\neq-3$

따라서 구하는 x의 값은 $x=1$

020 (1) $2x+y$, $2x+y$, 2, -1

(2) $(5+3i)x+(1-i)y=7+9i$에서

$(5x+y)+(3x-y)i=7+9i$

복소수가 서로 같을 조건에 의해

$5x+y=7$, $3x-y=9$

위의 두 식을 연립하여 풀면 $x=2$, $y=-3$

(3) $(3-2i)(x+yi)=13$에서

$(3x+2y)+(-2x+3y)i=13$

복소수가 서로 같을 조건에 의해

$3x+2y=13$, $-2x+3y=0$

위의 두 식을 연립하여 풀면 $x=3$, $y=2$

(4) $(2+i)(x-yi)=-3+i$에서

$(2x+y)+(x-2y)i=-3+i$

복소수가 서로 같을 조건에 의해

$2x+y=-3$, $x-2y=1$

위의 두 식을 연립하여 풀면 $x=-1$, $y=-1$

(5) $\dfrac{x}{1-i}+\dfrac{y}{1+i}=2-i$에서

$\dfrac{x}{1-i}+\dfrac{y}{1+i}=\dfrac{x(1+i)+y(1-i)}{(1-i)(1+i)}$

$=\dfrac{(x+y)+(x-y)i}{2}$

이므로 $\dfrac{x+y}{2}+\dfrac{x-y}{2}i=2-i$에서 복소수가 서로 같을 조건에 의해

$\dfrac{x+y}{2}=2$, $\dfrac{x-y}{2}=-1$

$\therefore x+y=4$, $x-y=-2$

위의 두 식을 연립하여 풀면 $x=1$, $y=3$

021 $(x+2i)(1-i)=5+yi$에서
$(x+2)+(-x+2)i=5+yi$
복소수가 서로 같을 조건에 의해
$x+2=5,\ -x+2=y$
따라서 $x=3,\ y=-1$이므로 $x-y=4$

022 $z=3+2i,\ \overline{z}=3-2i$이므로
(1) $z+\overline{z}=(3+2i)+(3-2i)=6$
(2) $z\overline{z}=(3+2i)(3-2i)=9-4i^2=13$
(3) $z^2+\overline{z}^2=(z+\overline{z})^2-2z\overline{z}=6^2-2\cdot 13=10$

023 $z=2-i,\ \overline{z}=2+i$이므로
$z+\overline{z}=(2-i)+(2+i)=4$
$z\overline{z}=(2-i)(2+i)=4-i^2=5$
(1) $z\overline{z}(z+\overline{z})=5\cdot 4=20$
(2) $(z+1)(\overline{z}+1)=z\overline{z}+z+\overline{z}+1=5+4+1=10$
(3) $\dfrac{1}{z}+\dfrac{1}{\overline{z}}=\dfrac{z+\overline{z}}{z\overline{z}}=\dfrac{4}{5}$

024 $z=1+3i,\ \overline{z}=1-3i$이므로
$z+\overline{z}=(1+3i)+(1-3i)=2$
$z\overline{z}=(1+3i)(1-3i)=1-9i^2=10$
$z^2+\overline{z}^2=(z+\overline{z})^2-2z\overline{z}=2^2-2\cdot 10=-16$
$\therefore \dfrac{\overline{z}}{z}+\dfrac{z}{\overline{z}}=\dfrac{z^2+\overline{z}^2}{z\overline{z}}=\dfrac{-16}{10}=-\dfrac{8}{5}$

025 (1) $2a-b,\ 2a-b,\ 3,\ 3,\ 3+3i$
(2) $z=a+bi$ ($a,\ b$는 실수)로 놓으면 $\overline{z}=a-bi$이므로
$5(a+bi)+2(a-bi)=7-6i$
$7a+3bi=7-6i$
복소수가 서로 같을 조건에 의해
$7a=7,\ 3b=-6$이므로 $a=1,\ b=-2$
$\therefore z=1-2i$
(3) $z=a+bi$ ($a,\ b$는 실수)로 놓으면 $\overline{z}=a-bi$이므로
$3i(a+bi)+2(a-bi)=8+7i$
$(2a-3b)+(3a-2b)i=8+7i$
복소수가 서로 같을 조건에 의해
$2a-3b=8,\ 3a-2b=7$
두 식을 연립하여 풀면 $a=1,\ b=-2$
$\therefore z=1-2i$
(4) $z=a+bi$ ($a,\ b$는 실수)로 놓으면 $\overline{z}=a-bi$이므로
$(1+i)(a+bi)+3i(a-bi)=2+i$
$(a+2b)+(4a+b)i=2+i$
복소수가 서로 같을 조건에 의해
$a+2b=2,\ 4a+b=1$
두 식을 연립하여 풀면 $a=0,\ b=1$
$\therefore z=i$
(5) $z=a+bi$ ($a,\ b$는 실수)로 놓으면 $\overline{z}=a-bi$이므로
$(1-i)(a+bi)+3i(a-bi)=6-2i$
$(a+4b)+(2a+b)i=6-2i$
복소수가 서로 같을 조건에 의해
$a+4b=6,\ 2a+b=-2$
두 식을 연립하여 풀면 $a=-2,\ b=2$
$\therefore z=-2+2i$
(6) $z=a+bi$ ($a,\ b$는 실수)로 놓으면 $\overline{z}=a-bi$이므로
$(2-i)(a+bi)+(3+i)(a-bi)=2-2i$
$(5a+2b)-bi=2-2i$
복소수가 서로 같을 조건에 의해
$5a+2b=2,\ -b=-2$
두 식을 연립하여 풀면 $a=-\dfrac{2}{5},\ b=2$
$\therefore z=-\dfrac{2}{5}+2i$
(7) $z=a+bi$ ($a,\ b$는 실수)로 놓으면 $\overline{z}=a-bi$이므로
$(1+i)(a+bi)+2(1-i)(a-bi)=3-3i$
$(3a-3b)+(-a-b)i=3-3i$
복소수가 서로 같을 조건에 의해
$3a-3b=3,\ -a-b=-3$
즉, $a-b=1,\ a+b=3$
두 식을 연립하여 풀면 $a=2,\ b=1$
$\therefore z=2+i$

026 $z=a+bi$ ($a,\ b$는 실수)로 놓으면 $\overline{z}=a-bi$이므로
$(2+i)(a-bi)+2i(a+bi)=1-2i$
$(2a-b)+(3a-2b)i=1-2i$
복소수가 서로 같을 조건에 의해
$2a-b=1,\ 3a-2b=-2$
두 식을 연립하여 풀면 $a=4,\ b=7$
따라서 복소수 z의 실수부분과 허수부분의 합은 $a+b=11$

027 (1) $2,\ -1,\ -1$
(2) $i^{22}=i^{4\cdot 5+2}=(i^4)^5\cdot i^2=1\cdot(-1)=-1$
(3) $i^{100}=i^{4\cdot 25}=(i^4)^{25}=1$
(4) $(-i)^9=-i^9=-i^{4\cdot 2+1}=-(i^4)^2\cdot i$
$=-1\cdot i=-i$
(5) $(-i)^{50}=i^{50}=i^{4\cdot 12+2}=(i^4)^{12}\cdot i^2$
$=1\cdot(-1)=-1$
(6) $\dfrac{1}{i}=\dfrac{1\cdot i}{i^2}=\dfrac{i}{-1}=-i$이므로
$\left(\dfrac{1}{i}\right)^{13}=(-i)^{13}=-i^{13}=-i^{4\cdot 3+1}=-(i^4)^3\cdot i$
$=-1\cdot i=-i$
(7) $\left(\dfrac{1}{i}\right)^{19}=(-i)^{19}=-i^{19}=-i^{4\cdot 4+3}=-(i^4)^4\cdot i^3$
$=-1\cdot(-i)=i$

028 (1) $i+i^2+i^3+i^4=i+(-1)+(-i)+1$
$=0$

(2) $i+i^2+i^3+i^4+\cdots+i^{50}$
$=(i+i^2+i^3+i^4)+\cdots+(i^{45}+i^{46}+i^{47}+i^{48})+i^{49}+i^{50}$
$=(i-1-i+1)+\cdots+(i-1-i+1)+i-1$
$=-1+i$

(3) $1+i+i^2+i^3+\cdots+i^{100}$
$=(1+i+i^2+i^3)+\cdots+(i^{96}+i^{97}+i^{98}+i^{99})+i^{100}$
$=(1+i-1-i)+\cdots+(1+i-1-i)+1$
$=1$

(4) $\frac{1}{i}+\frac{1}{i^2}+\frac{1}{i^3}+\frac{1}{i^4}=\frac{1}{i}-1-\frac{1}{i}+1=0$

(5) $\frac{1}{i}+\frac{1}{i^2}+\frac{1}{i^3}+\frac{1}{i^4}+\cdots+\frac{1}{i^{100}}$
$=\left(\frac{1}{i}+\frac{1}{i^2}+\frac{1}{i^3}+\frac{1}{i^4}\right)+\cdots+\left(\frac{1}{i^{97}}+\frac{1}{i^{98}}+\frac{1}{i^{99}}+\frac{1}{i^{100}}\right)$
$=\left(\frac{1}{i}-1-\frac{1}{i}+1\right)+\cdots+\left(\frac{1}{i}-1-\frac{1}{i}+1\right)$
$=0$

(6) $i+2i^2+3i^3+4i^4=i-2-3i+4$
$=2-2i$

029 $i+2i^2+3i^3+4i^4+\cdots+20i^{20}$
$=(i+2i^2+3i^3+4i^4)+\cdots+(17i^{17}+18i^{18}+19i^{19}+20i^{20})$
$=(i-2-3i+4)+\cdots+(17i-18-19i+20)$
$=(2-2i)+\cdots+(2-2i)$
$=5(2-2i)=10-10i$
따라서 $a=10$, $b=-10$이므로
$ab=-100$

030 $\frac{1+i}{1-i}=\frac{(1+i)^2}{(1-i)(1+i)}=\frac{2i}{2}=i$,
$\frac{1-i}{1+i}=\frac{(1-i)^2}{(1+i)(1-i)}=\frac{-2i}{2}=-i$이므로

(1) $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^6=i^6=i^4\cdot i^2=-1$

(2) $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{102}=i^{102}=(i^4)^{25}\cdot i^2=-1$

(3) $\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^5=(-i)^5=-i^5=-i^4\cdot i=-i$

(4) $\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{106}=(-i)^{106}=i^{106}=(i^4)^{26}\cdot i^2=-1$

(5) $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{25}+\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{30}=i^{25}+(-i)^{30}=(i^4)^6\cdot i+(i^4)^7\cdot i^2$
$=i+i^2=i-1$

(6) $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{40}-\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{51}=i^{40}-(-i)^{51}=(i^4)^{10}+(i^4)^{12}\cdot i^3$
$=1+(-i)=1-i$

참고
- n이 짝수이면 $(-i)^n=i^n$
- n이 홀수이면 $(-i)^n=-i^n$

031 $\frac{1+i}{1-i}=\frac{(1+i)^2}{(1-i)(1+i)}=\frac{2i}{2}=i$,
$\frac{1-i}{1+i}=\frac{(1-i)^2}{(1+i)(1-i)}=\frac{-2i}{2}=-i$이므로
$\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{1028}+\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{1029}=i^{1028}+(-i)^{1029}$
$=i^{1028}-i^{1029}$
$=(i^4)^{257}-(i^4)^{257}\cdot i$
$=1-i$
따라서 $a=1$, $b=-1$이므로 $a+b=0$

032 (1) $\pm\sqrt{3}i$ (2) $\pm\sqrt{4}i=\pm2i$
(3) $\pm\sqrt{8}i=\pm2\sqrt{2}i$ (4) $\pm\sqrt{\frac{1}{2}}i=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}i$
(5) $\pm\sqrt{\frac{3}{4}}i=\pm\frac{\sqrt{3}}{2}i$ (6) $\pm\sqrt{\frac{1}{9}}i=\pm\frac{1}{3}i$

033 -9의 제곱근은 $\pm\sqrt{9}i=\pm3i$이므로
$x^2=-9$의 해는 $x=\pm3i$

034 (1) $2\sqrt{2}$, $1+\sqrt{2}$
(2) $\sqrt{-9}+\sqrt{-16}=3i+4i=7i$
(3) $\sqrt{-3}+\sqrt{-27}=\sqrt{3}i+3\sqrt{3}i=4\sqrt{3}i$
(4) $\sqrt{-25}-\sqrt{-1}=5i-i=4i$
(5) $\sqrt{-32}-\sqrt{-8}=4\sqrt{2}i-2\sqrt{2}i=2\sqrt{2}i$
(6) $3\sqrt{-2}-\sqrt{-8}=3\sqrt{2}i-2\sqrt{2}i=\sqrt{2}i$
(7) $4\sqrt{-12}-2\sqrt{-27}=4\cdot2\sqrt{3}i-2\cdot3\sqrt{3}i$
$=8\sqrt{3}i-6\sqrt{3}i=2\sqrt{3}i$

035 ① $\sqrt{-2}+\sqrt{-8}=\sqrt{2}i+2\sqrt{2}i=3\sqrt{2}i$
② $\sqrt{-4}-\sqrt{-25}=2i-5i=-3i$
③ $\sqrt{-7}-\sqrt{-49}=\sqrt{7}i-7i=(\sqrt{7}-7)i$
④ $\sqrt{(-2)^2}+(\sqrt{-3})^2=|-2|+(\sqrt{3}i)^2$
$=2+(-3)=-1$
⑤ $2\sqrt{-25}-3\sqrt{-9}+5\sqrt{-36}=2\cdot5i-3\cdot3i+5\cdot6i$
$=10i-9i+30i=31i$
따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

036 (1) $\sqrt{3}$, $\sqrt{6}i$
(2) $\sqrt{-3}\sqrt{27}=\sqrt{3}i\cdot3\sqrt{3}=9i$
(3) $\sqrt{-8}\sqrt{-9}=2\sqrt{2}i\cdot3i=-6\sqrt{2}$
(4) $\frac{\sqrt{-10}}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{10}i}{\sqrt{2}}=\sqrt{5}i$
(5) $\frac{\sqrt{-8}}{\sqrt{2}}=\frac{2\sqrt{2}i}{\sqrt{2}}=2i$
(6) $-2i$
(7) $\frac{\sqrt{-8}}{\sqrt{-2}}=\frac{2\sqrt{2}i}{\sqrt{2}i}=2$
(8) $\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{-3}}=\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{3}i}=\frac{3\sqrt{2}\cdot\sqrt{3}i}{3i^2}=-\sqrt{6}i$

037 ㄱ. $\sqrt{-4}\sqrt{-4}=2i\cdot 2i=-4$

ㄴ. $\sqrt{3}\sqrt{-2}=\sqrt{3}\cdot\sqrt{2}i=\sqrt{6}i$

ㄷ. $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{-5}}=\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}i}=\dfrac{\sqrt{2}i}{\sqrt{5}i^2}=-\sqrt{\dfrac{2}{5}}i$

ㄹ. $\dfrac{\sqrt{-15}}{\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{15}i}{\sqrt{3}}=\sqrt{5}i$

따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄹ이다.

038 (1) $3\sqrt{-12}-\sqrt{-48}-6\sqrt{-3}=3\cdot 2\sqrt{3}i-4\sqrt{3}i-6\sqrt{3}i$

$=-4\sqrt{3}i$

(2) $\sqrt{-2}-\sqrt{-8}-\sqrt{-3}\sqrt{6}-\dfrac{\sqrt{16}}{\sqrt{-2}}$

$=\sqrt{2}i-2\sqrt{2}i-\sqrt{3}i\cdot\sqrt{6}-\dfrac{4}{\sqrt{2}i}$

$=\sqrt{2}i-2\sqrt{2}i-3\sqrt{2}i+2\sqrt{2}i$

$=-2\sqrt{2}i$

(3) $\sqrt{4}\sqrt{-9}+\sqrt{-4}\sqrt{-9}+\dfrac{\sqrt{9}}{\sqrt{-4}}+\dfrac{\sqrt{-9}}{\sqrt{-4}}$

$=2\cdot 3i+2i\cdot 3i+\dfrac{3}{2i}+\dfrac{3i}{2i}$

$=6i-6-\dfrac{3}{2}i+\dfrac{3}{2}=-\dfrac{9}{2}+\dfrac{9}{2}i$

(4) $\dfrac{1-\sqrt{-1}}{2+\sqrt{-1}}=\dfrac{1-i}{2+i}=\dfrac{(1-i)(2-i)}{(2+i)(2-i)}$

$=\dfrac{2-i-2i+i^2}{4-i^2}$

$=\dfrac{1-3i}{5}=\dfrac{1}{5}-\dfrac{3}{5}i$

(5) $\dfrac{1-\sqrt{-8}}{2+\sqrt{-2}}=\dfrac{1-2\sqrt{2}i}{2+\sqrt{2}i}$

$=\dfrac{(1-2\sqrt{2}i)(2-\sqrt{2}i)}{(2+\sqrt{2}i)(2-\sqrt{2}i)}$

$=\dfrac{2-\sqrt{2}i-4\sqrt{2}i+4i^2}{4-2i^2}$

$=\dfrac{-2-5\sqrt{2}i}{6}=-\dfrac{1}{3}-\dfrac{5\sqrt{2}}{6}i$

(6) $\dfrac{1-\sqrt{-12}}{2+\sqrt{-3}}=\dfrac{1-2\sqrt{3}i}{2+\sqrt{3}i}=\dfrac{(1-2\sqrt{3}i)(2-\sqrt{3}i)}{(2+\sqrt{3}i)(2-\sqrt{3}i)}$

$=\dfrac{2-\sqrt{3}i-4\sqrt{3}i+6i^2}{4-3i^2}$

$=\dfrac{-4-5\sqrt{3}i}{7}=-\dfrac{4}{7}-\dfrac{5\sqrt{3}}{7}i$

039 $\dfrac{10-\sqrt{-16}}{\sqrt{-4}}=\dfrac{10-4i}{2i}=\dfrac{(5-2i)\cdot i}{i^2}$

$=-(5i-2i^2)$

$=-2-5i$

즉, $(x-y)+(x+y+1)i=-2-5i$이므로

복소수가 서로 같을 조건에 의해

$x-y=-2$, $x+y+1=-5$

$\therefore x=-4,\ y=-2$

040 $\sqrt{a}\sqrt{b}=-\sqrt{ab}$일 때, $a<0$, $b<0$이므로

(1) $|a|-|b|=(-a)-(-b)=-a+b$

(2) $\sqrt{a^2}\sqrt{b^2}=(-a)\cdot(-b)=ab$

(3) $|a+b|=-(a+b)=-a-b$

041 $\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=-\sqrt{\dfrac{a}{b}}$일 때, $a>0$, $b<0$이므로

(1) $|a|-|b|=a-(-b)=a+b$

(2) $\sqrt{a^2}\sqrt{b^2}=a\cdot(-b)=-ab$

(3) $|b-a|=-(b-a)=a-b$

042 $\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=-\sqrt{\dfrac{a}{b}}$일 때, $a>0$, $b<0$이므로

① $a+b$의 부호를 알 수 없다.

② $a-b>0$

③ $-b>0$이므로

$|a-b|=|a+(-b)|=|a|+|-b|=|a|+|b|$

④ $ab<0$이므로 $|ab|=-ab$

따라서 주어진 보기 중 옳은 것은 ③, ⑤이다.

더블클릭

61쪽~62쪽

043 $(-3+8i)+(2+5i)=(-3+2)+(8+5)i=-1+13i$

044 $(2-7i)-(5i-11)=\{2-(-11)\}+(-7-5)i=13-12i$

045 $(3-2i)(-1+4i)=-3+12i+2i-8i^2=5+14i$

046 $\dfrac{1+2i}{1-i}=\dfrac{(1+2i)(1+i)}{(1-i)(1+i)}=\dfrac{1+i+2i+2i^2}{1-i^2}$

$=\dfrac{-1+3i}{2}=-\dfrac{1}{2}+\dfrac{3}{2}i$

047 $x(1-i)+2(-4+i)=(x-8)+(-x+2)i$

실수가 되려면

$-x+2=0 \qquad \therefore x=2$

048 $(1-2i)x^2-(3+i)x-4+3i$

$=(x^2-3x-4)-(2x^2+x-3)i$

실수가 되려면

$2x^2+x-3=0$, $(2x+3)(x-1)=0$

$\therefore x=-\dfrac{3}{2}$ 또는 $x=1$

049 $x(3-i)+2(-3+2i)=(3x-6)+(-x+4)i$

순허수가 되려면

$3x-6=0$, $-x+4\neq 0 \qquad \therefore x=2,\ x\neq 4$

따라서 구하는 x의 값은 $x=2$

050 $(1-i)x^2+(2-i)x-3+6i=(x^2+2x-3)-(x^2+x-6)i$

순허수가 되려면

$x^2+2x-3=0$ ……㉠, $x^2+x-6\neq 0$ ……㉡

㉠에서 $(x+3)(x-1)=0$ $\therefore x=-3$ 또는 $x=1$

㉡에서 $(x+3)(x-2)\neq 0$ $\therefore x\neq -3,\ x\neq 2$

따라서 구하는 x의 값은 $x=1$

051 $(1+2i)x+(1-i)y=1+5i$에서

$(x+y)+(2x-y)i=1+5i$

복소수가 서로 같을 조건에 의해

$x+y=1,\ 2x-y=5$이므로 $x=2,\ y=-1$

052 $(x+2i)(3-i)=8+yi$에서

$(3x+2)+(-x+6)i=8+yi$

복소수가 서로 같을 조건에 의해

$3x+2=8,\ -x+6=y$이므로 $x=2,\ y=4$

053 $(1-2i)(x-yi)=\overline{3-4i}$에서

$(x-2y)+(-2x-y)i=3+4i$

복소수가 서로 같을 조건에 의해

$x-2y=3,\ -2x-y=4$이므로 $x=-1,\ y=-2$

054 $\dfrac{x}{1-2i}+\dfrac{y}{1+2i}=\dfrac{10}{3+4i}$에서

$$\frac{x}{1-2i}+\frac{y}{1+2i}=\frac{x(1+2i)+y(1-2i)}{(1-2i)(1+2i)}=\frac{(x+y)+(2x-2y)i}{5}$$

$$\frac{10}{3+4i}=\frac{10(3-4i)}{(3+4i)(3-4i)}=\frac{10(3-4i)}{25}=\frac{6-8i}{5}$$

복소수가 서로 같을 조건에 의해

$x+y=6,\ 2x-2y=-8$이므로 $x=1,\ y=5$

055 $z=a+bi$ (a, b는 실수)로 놓으면 $\bar{z}=a-bi$이므로

$2i(a-bi)+(a+bi)=2+i$

$(a+2b)+(2a+b)i=2+i$

복소수가 서로 같을 조건에 의해

$a+2b=2,\ 2a+b=1$이므로 $a=0,\ b=1$

$\therefore z=i$

056 $z=a+bi$ (a, b는 실수)로 놓으면 $\bar{z}=a-bi$이므로

$(1+i)(a-bi)+3i(a+bi)=-3+2i$

$(a-2b)+(4a-b)i=-3+2i$

복소수가 서로 같을 조건에 의해

$a-2b=-3,\ 4a-b=2$이므로 $a=1,\ b=2$

$\therefore z=1+2i$

057 $z=a+bi$ (a, b는 실수)로 놓으면 $\bar{z}=a-bi$이므로

$(1-i)(a+bi)+3i(a-bi)=8-5i$

$(a+4b)+(2a+b)i=8-5i$

복소수가 서로 같을 조건에 의해

$a+4b=8,\ 2a+b=-5$이므로 $a=-4,\ b=3$

$\therefore z=-4+3i$

058 $i+i^2+i^3+\cdots+i^{30}$

$=(i+i^2+i^3+i^4)+\cdots+(i^{25}+i^{26}+i^{27}+i^{28})+i^{29}+i^{30}$

$=(i-1-i+1)+\cdots+(i-1-i+1)+i-1$

$=i-1$

059 $i+2i^2+3i^3+\cdots+100i^{100}$

$=(i+2i^2+3i^3+4i^4)+\cdots+(97i^{97}+98i^{98}+99i^{99}+100i^{100})$

$=(i-2-3i+4)+\cdots+(97i-98-99i+100)$

$=(2-2i)+\cdots+(2-2i)$

$=25(2-2i)=50-50i$

060 $\dfrac{1-i}{1+i}=\dfrac{(1-i)^2}{(1+i)(1-i)}=\dfrac{-2i}{2}=-i$,

$\dfrac{1+i}{1-i}=\dfrac{(1+i)^2}{(1-i)(1+i)}=\dfrac{2i}{2}=i$이므로

$$\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{20}-\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{40}=(-i)^{20}-i^{40}=i^{20}-i^{40}=(i^4)^5-(i^4)^{10}=1-1=0$$

061 $2\sqrt{-8}-\sqrt{-18}+2\sqrt{-50}=2\cdot 2\sqrt{2}i-3\sqrt{2}i+2\cdot 5\sqrt{2}i$

$=4\sqrt{2}i-3\sqrt{2}i+10\sqrt{2}i$

$=11\sqrt{2}i$

062 $\sqrt{-12}-\sqrt{-8}\sqrt{-2}+\dfrac{\sqrt{15}}{\sqrt{-5}}=2\sqrt{3}i-2\sqrt{2}i\cdot\sqrt{2}i+\dfrac{\sqrt{15}}{\sqrt{5}i}$

$=2\sqrt{3}i+4+\dfrac{\sqrt{3}i}{i^2}$

$=2\sqrt{3}i+4-\sqrt{3}i$

$=4+\sqrt{3}i$

063 $\dfrac{1-\sqrt{-2}}{2+\sqrt{-2}}+\dfrac{3+\sqrt{-2}}{2-\sqrt{-2}}$

$=\dfrac{1-\sqrt{2}i}{2+\sqrt{2}i}+\dfrac{3+\sqrt{2}i}{2-\sqrt{2}i}$

$=\dfrac{(1-\sqrt{2}i)(2-\sqrt{2}i)+(3+\sqrt{2}i)(2+\sqrt{2}i)}{(2+\sqrt{2}i)(2-\sqrt{2}i)}$

$=\dfrac{-3\sqrt{2}i+(4+5\sqrt{2}i)}{4-2i^2}$

$=\dfrac{4+2\sqrt{2}i}{6}=\dfrac{2}{3}+\dfrac{\sqrt{2}}{3}i$

064 $\sqrt{a}\sqrt{b}=-\sqrt{ab}$일 때, $a<0,\ b<0$이므로

$|a|-|b|+\sqrt{(a+b)^2}=-a-(-b)-(a+b)=-2a$

065 $\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=-\sqrt{\dfrac{a}{b}}$일 때, $a>0,\ b<0$이므로

$|a-b|-|a|+|b|=a-b-a+(-b)=-2b$

066 (1) $a+1$, 무수히 많다

(2) $(a^2-4)x=a+2$에서 $(a+2)(a-2)x=a+2$

(i) $a\neq-2$, $a\neq2$일 때, $x=\dfrac{a+2}{(a+2)(a-2)}=\dfrac{1}{a-2}$

(ii) $a=-2$일 때, $0\cdot x=0$이므로 해는 무수히 많다.

(iii) $a=2$일 때, $0\cdot x=4$이므로 해는 없다.

(3) $a(x-a)=2(x-2)$에서

$(a-2)x=a^2-4$ $\quad\therefore (a-2)x=(a+2)(a-2)$

(i) $a\neq2$일 때, $x=\dfrac{(a+2)(a-2)}{a-2}=a+2$

(ii) $a=2$일 때, $0\cdot x=0$이므로 해는 무수히 많다.

(4) $a(ax-1)=-ax+1$에서

$(a^2+a)x=a+1$ $\quad\therefore a(a+1)x=a+1$

(i) $a\neq0$, $a\neq-1$일 때, $x=\dfrac{a+1}{a(a+1)}=\dfrac{1}{a}$

(ii) $a=0$일 때, $0\cdot x=1$이므로 해는 없다.

(iii) $a=-1$일 때, $0\cdot x=0$이므로 해는 무수히 많다.

067 (1) $|x-1|=2x+1$에서

(i) $x<1$일 때, $-x+1=2x+1$, $3x=0$ $\quad\therefore x=0$

(ii) $x\geq1$일 때, $x-1=2x+1$ $\quad\therefore x=-2$

그런데 $x\geq1$이므로 해는 없다.

(i), (ii)에서 $x=0$

(2) $|x+1|=3x-1$에서

(i) $x<-1$일 때, $-x-1=3x-1$, $4x=0$ $\quad\therefore x=0$

그런데 $x<-1$이므로 해는 없다.

(ii) $x\geq-1$일 때, $x+1=3x-1$, $2x=2$ $\quad\therefore x=1$

(i), (ii)에서 $x=1$

(3) $|x|+|x-2|=4$에서

(i) $x<0$일 때, $-x-x+2=4$, $-2x=2$ $\quad\therefore x=-1$

(ii) $0\leq x<2$일 때, $x-x+2=4$

따라서 $0\cdot x=2$이므로 해는 없다.

(iii) $x\geq2$일 때, $x+x-2=4$, $2x=6$ $\quad\therefore x=3$

(i), (ii), (iii)에서 $x=-1$ 또는 $x=3$

(4) $|x+1|+|x+2|=5$에서

(i) $x<-2$일 때,

$-x-1-x-2=5$, $2x=-8$ $\quad\therefore x=-4$

(ii) $-2\leq x<-1$일 때, $-x-1+x+2=5$

따라서 $0\cdot x=4$이므로 해는 없다.

(iii) $x\geq-1$일 때, $x+1+x+2=5$, $2x=2$ $\quad\therefore x=1$

(i), (ii), (iii)에서 $x=-4$ 또는 $x=1$

(5) $|1-x|+|3-x|=x+3$에서

(i) $x<1$일 때, $1-x+3-x=x+3$, $3x=1$ $\quad\therefore x=\dfrac{1}{3}$

(ii) $1\leq x<3$일 때, $-1+x+3-x=x+3$ $\quad\therefore x=-1$

그런데 $1\leq x<3$이므로 해는 없다.

(iii) $x\geq3$일 때, $-1+x-3+x=x+3$ $\quad\therefore x=7$

(i), (ii), (iii)에서 $x=\dfrac{1}{3}$ 또는 $x=7$

068 (1) $(x+1)(x-2)=0$ $\quad\therefore x=-1$ 또는 $x=2$

(2) $(x+1)(2x-1)=0$ $\quad\therefore x=-1$ 또는 $x=\dfrac{1}{2}$

(3) $(2x+1)(3x-4)=0$ $\quad\therefore x=-\dfrac{1}{2}$ 또는 $x=\dfrac{4}{3}$

(4) $\dfrac{1}{2}x^2-5x+12=0$에서 $x^2-10x+24=0$

$(x-4)(x-6)=0$ $\quad\therefore x=4$ 또는 $x=6$

(5) $x(x+3)=2(x-3)+8$에서

$x^2+3x=2x+2$, $x^2+x-2=0$

$(x-1)(x+2)=0$ $\quad\therefore x=-2$ 또는 $x=1$

069 (1) $x=\dfrac{-5\pm\sqrt{5^2-4\cdot2\cdot(-2)}}{2\cdot2}=\dfrac{-5\pm\sqrt{41}}{4}$

(2) $x=-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-1\cdot(-2)}=1\pm\sqrt{3}$

(3) $\dfrac{1}{2}x^2-x-\dfrac{1}{4}=0$에서 $2x^2-4x-1=0$

$\therefore x=\dfrac{-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-2\cdot(-1)}}{2}=\dfrac{2\pm\sqrt{6}}{2}$

(4) $x=-\sqrt{2}\pm\sqrt{(\sqrt{2})^2-1\cdot(-1)}=-\sqrt{2}\pm\sqrt{3}$

(5) $x=-1\pm\sqrt{1^2-1\cdot2}=-1\pm\sqrt{-1}=-1\pm i$

(6) $x=-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-1\cdot9}=1\pm\sqrt{-8}=1\pm2\sqrt{2}i$

(7) $0.1x^2-0.2x+0.3=0$에서 $x^2-2x+3=0$

$\therefore x=1\pm\sqrt{(-1)^2-1\cdot3}=1\pm\sqrt{-2}=1\pm\sqrt{2}i$

070 $(x+3)^2-5=x-3$에서 $x^2+5x+7=0$

$\therefore x=\dfrac{-5\pm\sqrt{5^2-4\cdot1\cdot7}}{2\cdot1}=\dfrac{-5\pm\sqrt{-3}}{2}=\dfrac{-5\pm\sqrt{3}i}{2}$

071 (1) (i) $x<0$일 때, $x^2+5x-6=0$

$(x-1)(x+6)=0$ $\quad\therefore x=-6\ (\because x<0)$

(ii) $x\geq0$일 때, $x^2-5x-6=0$

$(x+1)(x-6)=0$ $\quad\therefore x=6\ (\because x\geq0)$

(i), (ii)에서 $x=-6$ 또는 $x=6$

다른 풀이

$x^2=|x|^2$이므로 $|x|^2-5|x|-6=0$

$(|x|+1)(|x|-6)=0$ $\quad\therefore |x|=6\ (\because |x|\geq0)$

$\therefore x=-6$ 또는 $x=6$

(2) (i) $x<0$일 때, $x^2-2x-3=0$

$(x+1)(x-3)=0$ $\quad\therefore x=-1\ (\because x<0)$

(ii) $x\geq0$일 때, $x^2+2x-3=0$

$(x-1)(x+3)=0$ $\quad\therefore x=1\ (\because x\geq0)$

(i), (ii)에서 $x=-1$ 또는 $x=1$

(3) (i) $x<1$일 때, $x^2-2(-x+1)-1=0$, $x^2+2x-3=0$

$(x-1)(x+3)=0 \qquad \therefore x=-3\ (\because x<1)$

(ii) $x\ge1$일 때, $x^2-2(x-1)-1=0$, $x^2-2x+1=0$

$(x-1)^2=0 \qquad \therefore x=1$

(i), (ii)에서 $x=-3$ 또는 $x=1$

(4) (i) $x<\frac{1}{2}$일 때, $x^2-(2x-1)=2$, $x^2-2x-1=0$

$\therefore x=-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-1\cdot(-1)}=1\pm\sqrt{2}$

그런데 $x<\frac{1}{2}$이므로 $x=1-\sqrt{2}$

(ii) $x\ge\frac{1}{2}$일 때, $x^2+(2x-1)=2$, $x^2+2x-3=0$

$(x-1)(x+3)=0 \qquad \therefore x=1\left(\because x\ge\frac{1}{2}\right)$

(i), (ii)에서 $x=1-\sqrt{2}$ 또는 $x=1$

072 (i) $x<-2$일 때, $x^2+x-2=-x-2$, $x^2+2x=0$

$x(x+2)=0 \qquad \therefore x=0$ 또는 $x=-2$

그런데 $x<-2$이므로 해는 없다.

(ii) $-2\le x<0$일 때, $x^2+x-2=x+2$, $x^2-4=0$

$(x+2)(x-2)=0 \qquad \therefore x=-2\ (\because -2\le x<0)$

(iii) $x\ge0$일 때, $x^2-x-2=x+2$, $x^2-2x-4=0$

$\therefore x=-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-1\cdot(-4)}=1\pm\sqrt{5}$

그런데 $x\ge0$이므로 $x=1+\sqrt{5}$

(i), (ii), (iii)에서 $x=-2$ 또는 $x=1+\sqrt{5}$

따라서 $A=-2+1+\sqrt{5}=-1+\sqrt{5}$이므로

$-A(1+\sqrt{5})=-(-1+\sqrt{5})(1+\sqrt{5})$

$=(1-\sqrt{5})(1+\sqrt{5})=1-5=-4$

073 (1) 이차방정식 $x^2+kx-3k-3=0$의 한 근이 1이므로

$1+k-3k-3=0$

$-2k=2 \qquad \therefore k=-1$

(2) 이차방정식 $x^2-(k+2)x+3k+2=0$의 한 근이 -2이므로

$(-2)^2-(k+2)\cdot(-2)+3k+2=0$

$5k=-10 \qquad \therefore k=-2$

(3) 이차방정식 $x^2-kx-k^2-5=0$의 한 근이 -3이므로

$(-3)^2-k\cdot(-3)-k^2-5=0$, $k^2-3k-4=0$

$(k+1)(k-4)=0 \qquad \therefore k=-1$ 또는 $k=4$

(4) 이차방정식 $x^2-kx+4k^2-10=0$의 한 근이 2이므로

$4-2k+4k^2-10=0$, $2k^2-k-3=0$

$(2k-3)(k+1)=0 \qquad \therefore k=\frac{3}{2}$ 또는 $k=-1$

074 이차방정식 $x^2-mx-10m-2=0$의 한 근이 -3이므로

$(-3)^2-m\cdot(-3)-10m-2=0$

$7m=7 \qquad \therefore m=1$

$m=1$을 주어진 방정식에 대입하면

$x^2-x-12=0$, $(x-4)(x+3)=0$

$\therefore x=4$ 또는 $x=-3$

따라서 다른 한 근인 $\alpha=4$이다.

$\therefore m+\alpha=1+4=5$

075 (1) 직각삼각형 ABP에서

$1^2+(1-x)^2=a^2$, $a^2=x^2-2x+2$

$\therefore a=\sqrt{x^2-2x+2}\ (\because a>0)$

직각삼각형 PQD에서

$x^2+x^2=b^2$, $b^2=2x^2$

$\therefore b=\sqrt{2x^2}=\sqrt{2}x\ (\because b>0)$

(2) $a=b$이므로 $\sqrt{x^2-2x+2}=\sqrt{2}x$

$x^2-2x+2=2x^2$, $x^2+2x-2=0$

$\therefore x=-1\pm\sqrt{1^2-1\cdot(-2)}=-1\pm\sqrt{3}$

(3) $0<x<1$이므로 $x=-1+\sqrt{3}$

076 큰 정사각형의 한 변의 길이를 x cm라 하면

작은 정사각형의 한 변의 길이는

$\frac{16-4x}{4}=4-x$ (cm)

두 정사각형의 넓이의 비가 1 : 2이므로

$(4-x)^2 : x^2=1:2$에서 $x^2=2(x-4)^2$

$x^2=2x^2-16x+32$, $x^2-16x+32=0$

$\therefore x=-(-8)\pm\sqrt{(-8)^2-32}=8\pm4\sqrt{2}$

이때, $0<x<4$이므로 큰 정사각형의 한 변의 길이는

$(8-4\sqrt{2})$ cm이다.

077 (1) $\overline{DE}=x-6$

(2) $\overline{AD}:\overline{AB}=\overline{DC}:\overline{DE}$이므로

$x:6=6:(x-6)$

(3) $x(x-6)=36$, $x^2-6x-36=0$

$\therefore x=-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-1\cdot(-36)}=3\pm3\sqrt{5}$

그런데 $x>6$이므로 $x=3+3\sqrt{5}$

078 $\overline{AB}=\overline{CD}=\overline{CG}=x+2$,

$\overline{AE}=\overline{AB}-\overline{EB}=\overline{AB}-\overline{BG}=(x+2)-x=2$

$\overline{AB}:\overline{BC}=\overline{AE}:\overline{EF}$이므로

$(x+2):(2x+2)=2:x$

$2(2x+2)=x(x+2)$, $x^2-2x-4=0$

$\therefore x=-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-1\cdot(-4)}=1\pm\sqrt{5}$

그런데 $x>0$이므로 $x=1+\sqrt{5}$

079 서로 다른 두 실근, 중근, 서로 다른 두 허근

080 b'^2-ac

081 각 이차방정식의 판별식을 D라 하자.

(1) $\frac{D}{4}=3^2-1\cdot6=3>0 \qquad \therefore$ 서로 다른 두 실근

(2) $D=(-5)^2-4\cdot2\cdot3=1>0 \qquad \therefore$ 서로 다른 두 실근

(3) $\frac{D}{4}=6^2-9\cdot4=0 \qquad \therefore$ 중근

(4) $\frac{D}{4}=(-\sqrt{10})^2-2\cdot5=0 \qquad \therefore$ 중근

(5) $D=1^2-4\cdot1\cdot4=-15<0 \qquad \therefore$ 서로 다른 두 허근

(6) $D=(-5)^2-4\cdot3\cdot4=-23<0 \qquad \therefore$ 서로 다른 두 허근

082 각 이차방정식의 판별식을 D라 하자.

ㄱ. $D=5^2-4\cdot2\cdot6=-23<0$ $\therefore$ 서로 다른 두 허근

ㄴ. $D=(-5)^2-4\cdot1\cdot(-2)=33>0$ $\therefore$ 서로 다른 두 실근

ㄷ. $D=(-3)^2-4\cdot2\cdot4=-23<0$ $\therefore$ 서로 다른 두 허근

ㄹ. $\frac{D}{4}=(-2)^2-4\cdot1=0$ $\therefore$ 중근

따라서 서로 다른 두 허근을 갖는 이차방정식은 ㄱ, ㄷ이다.

083 각 이차방정식의 판별식을 D라 하자.

(1) $D=(-3)^2-4\cdot1\cdot k=-4k+9>0$ $\therefore k<\frac{9}{4}$

(2) $\frac{D}{4}=2^2-1\cdot k=-k+4>0$ $\therefore k<4$

(3) $\frac{D}{4}=(-3)^2-3(k+1)=-3k+6>0$ $\therefore k<2$

084 각 이차방정식의 판별식을 D라 하자.

(1) $\frac{D}{4}=3^2-1\cdot(-k)=9+k=0$ $\therefore k=-9$

(2) $D=(k+1)^2-4\cdot4\cdot1=0$

$k^2+2k-15=0,\ (k-3)(k+5)=0$

$\therefore k=3$ 또는 $k=-5$

(3) $D=(k-1)^2-4\cdot1\cdot(k-1)=0$

$k^2-6k+5=0,\ (k-1)(k-5)=0$

$\therefore k=1$ 또는 $k=5$

085 각 이차방정식의 판별식을 D라 하자.

(1) $\frac{D}{4}=2^2-1\cdot(-k)=k+4<0$ $\therefore k<-4$

(2) $D=(2k-1)^2-4\cdot1\cdot k^2=-4k+1<0$ $\therefore k>\frac{1}{4}$

(3) $\frac{D}{4}=(k+1)^2-1\cdot(k^2+5)=2k-4<0$ $\therefore k<2$

086 각 이차방정식의 판별식을 D라 하자.

(1) $\frac{D}{4}=(-2)^2-1\cdot(k+5)=-k-1\ge0$ $\therefore k\le-1$

(2) $\frac{D}{4}=k^2-1\cdot(k^2+k+4)=-k-4\ge0$ $\therefore k\le-4$

087 $x^2+kx+k+3=0$의 판별식을 D라 하면

$D=k^2-4\cdot1\cdot(k+3)=0$

$k^2-4k-12=0,\ (k+2)(k-6)=0$

$\therefore k=-2$ 또는 $k=6$

따라서 주어진 이차방정식이 중근을 갖도록 하는 실수 k의 값들의 곱은 -12이다.

088 각 이차방정식의 판별식을 D라 하자.

(1) $\pm2,\ 2,\ 2$

(2) (ⅰ) $(1-k)x^2+3x+2=0$이 이차방정식이므로

$1-k\ne0$ $\therefore k\ne1$

(ⅱ) 서로 다른 두 실근을 가지므로

$D=3^2-4\cdot(1-k)\cdot2=8k+1>0$ $\therefore k>-\frac{1}{8}$

(ⅰ), (ⅱ)에서 $-\frac{1}{8}<k<1$ 또는 $k>1$

(3) (ⅰ) $kx^2+2kx-2=0$이 이차방정식이므로 $k\ne0$

(ⅱ) 중근을 가지므로

$\frac{D}{4}=k^2-k\cdot(-2)=0,\ k^2+2k=0,\ k(k+2)=0$

$\therefore k=0$ 또는 $k=-2$

(ⅰ), (ⅱ)에서 $k=-2$

(4) (ⅰ) $(k^2-1)x^2+2(k+1)x+2=0$이 이차방정식이므로

$k^2-1\ne0,\ (k+1)(k-1)\ne0$ $\therefore k\ne\pm1$

(ⅱ) 중근을 가지므로

$\frac{D}{4}=(k+1)^2-(k^2-1)\cdot2=0,\ k^2-2k-3=0$

$(k+1)(k-3)=0$ $\therefore k=-1$ 또는 $k=3$

(ⅰ), (ⅱ)에서 $k=3$

(5) (ⅰ) $kx^2-2(k-1)x+k-3=0$이 이차방정식이므로 $k\ne0$

(ⅱ) 서로 다른 두 허근을 가지므로

$\frac{D}{4}=(k-1)^2-k(k-3)=k+1<0$ $\therefore k<-1$

(ⅰ), (ⅱ)에서 $k<-1$

089 (ⅰ) $kx^2-2(k-1)x+k+3=0$이 이차방정식이므로 $k\ne0$

(ⅱ) 서로 다른 두 실근을 가지므로 판별식을 D라 하면

$\frac{D}{4}=(k-1)^2-k(k+3)=-5k+1>0$ $\therefore k<\frac{1}{5}$

(ⅰ), (ⅱ)에서 $k<0$ 또는 $0<k<\frac{1}{5}$

따라서 주어진 이차방정식이 서로 다른 두 실근을 갖도록 하는 정수 k의 최댓값은 -1이다.

090 (1) $k-a,\ k^2+b+1,\ 0,\ -2a,\ a^2-b-1,\ 0,\ -1$

(2) $x^2+(2k-1)x+k^2-ak-b=0$의 판별식을 D라 하면

$D=(2k-1)^2-4\cdot1\cdot(k^2-ak-b)=0$

$(4a-4)k+4b+1=0$

이 식이 k의 값에 관계없이 항상 성립하므로

$4a-4=0,\ 4b+1=0$ $\therefore a=1,\ b=-\frac{1}{4}$

(3) $x^2+2(k+a)x+k^2+6k+b=0$의 판별식을 D라 하면

$\frac{D}{4}=(k+a)^2-1\cdot(k^2+6k+b)=0$

$(2a-6)k+a^2-b=0$

이 식이 k의 값에 관계없이 항상 성립하므로

$2a-6=0,\ a^2-b=0$ $\therefore a=3,\ b=9$

091 $x^2+(2k+m)x+k^2+k+n=0$의 판별식을 D라 하면

$D=(2k+m)^2-4\cdot 1\cdot(k^2+k+n)=0$

$(4m-4)k+m^2-4n=0$

이 식이 k의 값에 관계없이 항상 성립하므로

$4m-4=0,\ m^2-4n=0$

따라서 $m=1,\ n=\frac{1}{4}$이므로 $mn=\frac{1}{4}$

092 (1) $0,\ -4$

(2) 이차방정식 $ax^2+4x+a=0$의 판별식을 D라 하면

$\frac{D}{4}=2^2-a\cdot a=0$

$a^2-4=0,\ (a+2)(a-2)=0 \qquad \therefore a=-2$ 또는 $a=2$

(3) 이차방정식 $ax^2-4ax+3a+5=0$의 판별식을 D라 하면

$\frac{D}{4}=(-2a)^2-a(3a+5)=0$

$a^2-5a=0,\ a(a-5)=0 \qquad \therefore a=0$ 또는 $a=5$

그런데 $a\neq 0$이므로 $a=5$

(4) 이차방정식 $x^2+4ax+a^2+6a=0$의 판별식을 D라 하면

$\frac{D}{4}=(2a)^2-1\cdot(a^2+6a)=0$

$3a^2-6a=0,\ 3a(a-2)=0 \qquad \therefore a=0$ 또는 $a=2$

그런데 $a\neq 0$이므로 $a=2$

(5) 이차방정식 $x^2-(a+2)x+(2a+1)=0$의 판별식을 D라 하면

$D=\{-(a+2)\}^2-4\cdot 1\cdot(2a+1)=0$

$a^2-4a=0,\ a(a-4)=0 \qquad \therefore a=0$ 또는 $a=4$

그런데 $a\neq 0$이므로 $a=4$

093 이차방정식 $x^2+(a-6)x-2(a-4)=0$의 판별식을 D라 하면

$D=(a-6)^2-4\cdot 1\cdot\{-2(a-4)\}=0$

$a^2-4a+4=0,\ (a-2)^2=0 \qquad \therefore a=2$

$a=2$를 $x^2+(a+4)x+3(a+1)=0$에 대입하면

$x^2+6x+9=0,\ (x+3)^2=0 \qquad \therefore x=-3$

094 (1) $\alpha+\beta=-\frac{-4}{1}=4,\ \alpha\beta=\frac{7}{1}=7$

(2) $\alpha+\beta=-\frac{3}{1}=-3,\ \alpha\beta=\frac{1}{1}=1$

(3) $\alpha+\beta=-\frac{-3}{2}=\frac{3}{2},\ \alpha\beta=\frac{5}{2}$

(4) $\alpha+\beta=-\frac{3}{3}=-1,\ \alpha\beta=\frac{-1}{3}=-\frac{1}{3}$

(5) $\alpha+\beta=-\frac{2\sqrt{2}}{1}=-2\sqrt{2},\ \alpha\beta=\frac{1}{1}=1$

(6) $\alpha+\beta=-\frac{-2\sqrt{3}}{1}=2\sqrt{3},\ \alpha\beta=\frac{-6}{1}=-6$

(7) $\alpha+\beta=-\frac{0}{1}=0,\ \alpha\beta=\frac{4}{1}=4$

(8) $\alpha+\beta=-\frac{-3}{2}=\frac{3}{2},\ \alpha\beta=\frac{0}{2}=0$

095 근과 계수의 관계에 의해 $\alpha+\beta=-1,\ \alpha\beta=-5$

(1) $\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}=\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}=\frac{-1}{-5}=\frac{1}{5}$

(2) $(\alpha-\beta)^2=(\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta$

$=(-1)^2-4\cdot(-5)=21$

(3) $\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta=(-1)^2-2\cdot(-5)=11$이므로

$\frac{\beta}{\alpha}+\frac{\alpha}{\beta}=\frac{\alpha^2+\beta^2}{\alpha\beta}=\frac{11}{-5}=-\frac{11}{5}$

(4) $\alpha^3\beta+\alpha\beta^3=\alpha\beta(\alpha^2+\beta^2)$

$=(-5)\cdot 11=-55$

096 근과 계수의 관계에 의해 $\alpha+\beta=2,\ \alpha\beta=-\frac{1}{2}$

(1) $(2\alpha-1)(2\beta-1)=4\alpha\beta-2(\alpha+\beta)+1$

$=4\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)-2\cdot 2+1=-5$

(2) $\frac{1}{\alpha-1}+\frac{1}{\beta-1}=\frac{\alpha+\beta-2}{\alpha\beta-(\alpha+\beta)+1}$

$=\frac{2-2}{-\frac{1}{2}-2+1}=0$

(3) $\alpha^3+\beta^3=(\alpha+\beta)^3-3\alpha\beta(\alpha+\beta)$

$=2^3-3\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)\cdot 2=11$

097 근과 계수의 관계에 의해 $\alpha+\beta=-2,\ \alpha\beta=\frac{1}{3}$

$\therefore \left(\alpha+\frac{1}{\beta^2}\right)\left(\beta+\frac{1}{\alpha^2}\right)=\alpha\beta+\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}+\frac{1}{\alpha^2\beta^2}$

$=\alpha\beta+\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}+\frac{1}{(\alpha\beta)^2}$

$=\frac{1}{3}+\frac{-2}{\frac{1}{3}}+\frac{1}{\left(\frac{1}{3}\right)^2}$

$=\frac{1}{3}-6+9=\frac{10}{3}$

참고

$\frac{-2}{\frac{1}{3}}=-2\div\frac{1}{3}=-2\times 3=-6$

098 이차방정식 $x^2-2x+3=0$의 두 근이 $\alpha,\ \beta$이므로

$\alpha^2-2\alpha+3=0,\ \beta^2-2\beta+3=0$

한편, 근과 계수의 관계에 의해 $\alpha+\beta=2,\ \alpha\beta=3$

(1) $0,\ 0,\ 3,\ 2,\ 2$

(2) $\alpha^2-3\alpha+1=(\alpha^2-2\alpha+3)-\alpha-2=-\alpha-2$

$\beta^2-3\beta+1=(\beta^2-2\beta+3)-\beta-2=-\beta-2$

$\therefore (\alpha^2-3\alpha+1)(\beta^2-3\beta+1)=(-\alpha-2)(-\beta-2)$

$=\alpha\beta+2(\alpha+\beta)+4$

$=3+2\cdot 2+4=11$

(3) $\alpha^2+\alpha+4=(\alpha^2-2\alpha+3)+3\alpha+1=3\alpha+1$

$\beta^2+\beta+4=(\beta^2-2\beta+3)+3\beta+1=3\beta+1$

$\therefore (\alpha^2+\alpha+4)(\beta^2+\beta+4)=(3\alpha+1)(3\beta+1)$

$=9\alpha\beta+3(\alpha+\beta)+1$

$=9\cdot 3+3\cdot 2+1=34$

099 이차방정식 $x^2-x+6=0$의 두 근이 α, β이므로

$\alpha^2-\alpha+6=0$, $\beta^2-\beta+6=0$에서

$2-2\alpha+\alpha^2=(\alpha^2-\alpha+6)-\alpha-4=-\alpha-4$

$2-2\beta+\beta^2=(\beta^2-\beta+6)-\beta-4=-\beta-4$

한편, 근과 계수의 관계에 의해

$\alpha+\beta=1$, $\alpha\beta=6$

$$\begin{aligned}\therefore (2-2\alpha+\alpha^2)(2-2\beta+\beta^2)&=(-\alpha-4)(-\beta-4)\\&=\alpha\beta+4(\alpha+\beta)+16\\&=6+4\cdot1+16\\&=26\end{aligned}$$

100 (1) 3, -6, 3, -6, 3, $\frac{9}{2}$, -27

(2) 이차방정식 $x^2-ax+6=0$의 두 근이 α, β이므로

$\alpha+\beta=a$, $\alpha\beta=6$ ...... ㉠

또, 이차방정식 $x^2-7x+b=0$의 두 근이 $\alpha+1$, $\beta+1$이므로

$(\alpha+1)+(\beta+1)=7$, $(\alpha+1)(\beta+1)=b$

$\therefore \alpha+\beta+2=7$, $\alpha\beta+\alpha+\beta+1=b$ ...... ㉡

㉠을 ㉡에 대입하면

$a+2=7$, $6+a+1=b$

$\therefore a=5$, $b=12$

(3) 이차방정식 $x^2-2x+a=0$의 두 근이 α, β이므로

$\alpha+\beta=2$, $\alpha\beta=a$ ...... ㉠

또, 이차방정식 $x^2+bx-4=0$의 두 근이 $\alpha-1$, $\beta-1$이므로

$(\alpha-1)+(\beta-1)=-b$, $(\alpha-1)(\beta-1)=-4$

$\therefore \alpha+\beta-2=-b$, $\alpha\beta-(\alpha+\beta)+1=-4$ ...... ㉡

㉠을 ㉡에 대입하면

$2-2=-b$, $a-2+1=-4$

$\therefore a=-3$, $b=0$

101 이차방정식 $x^2+ax+12=0$의 두 근이 α, β이므로

$\alpha+\beta=-a$, $\alpha\beta=12$ ...... ㉠

또, 이차방정식 $x^2+bx-36=0$의 두 근이 $\alpha+\beta$, $\alpha\beta$이므로

$(\alpha+\beta)+\alpha\beta=-b$, $(\alpha+\beta)\cdot\alpha\beta=-36$ ...... ㉡

㉠을 ㉡에 대입하면

$-a+12=-b$, $(-a)\cdot 12=-36$

따라서 $a=3$, $b=-9$이므로 $a+b=-6$

102 (1) $\frac{1}{3}$, 1, $\frac{1}{3}$, 3

(2) 두 근의 비가 $2:1$이므로 두 근을 2α, $\alpha(\alpha\neq0)$로 놓으면

$2\alpha+\alpha=k+2$ $\quad\therefore k=3\alpha-2$ ...... ㉠

$2\alpha\cdot\alpha=2k$ $\quad\therefore \alpha^2=k$ ...... ㉡

㉠을 ㉡에 대입하면 $\alpha^2=3\alpha-2$이므로

$\alpha^2-3\alpha+2=0$, $(\alpha-1)(\alpha-2)=0$

$\therefore \alpha=1$ 또는 $\alpha=2$

이것을 ㉠에 대입하면 $k=1$ 또는 $k=4$

(3) 두 근의 비가 $1:4$이므로 두 근을 α, $4\alpha(\alpha\neq0)$로 놓으면

$\alpha+4\alpha=-(k+6)$ $\quad\therefore k=-5\alpha-6$ ...... ㉠

$\alpha\cdot4\alpha=4k$ $\quad\therefore \alpha^2=k$ ...... ㉡

㉠을 ㉡에 대입하면 $\alpha^2=-5\alpha-6$이므로

$\alpha^2+5\alpha+6=0$, $(\alpha+2)(\alpha+3)=0$

$\therefore \alpha=-2$ 또는 $\alpha=-3$

이것을 ㉠에 대입하면 $k=4$ 또는 $k=9$

(4) 두 근의 비가 $2:3$이므로 두 근을 2α, $3\alpha(\alpha\neq0)$로 놓으면

$2\alpha+3\alpha=k$ $\quad\therefore k=5\alpha$ ...... ㉠

$2\alpha\cdot3\alpha=6k$ $\quad\therefore \alpha^2=k$ ...... ㉡

㉠을 ㉡에 대입하면 $\alpha^2=5\alpha$이므로

$\alpha^2-5\alpha=0$, $\alpha(\alpha-5)=0$ $\quad\therefore \alpha=5$ ($\because \alpha\neq0$)

이것을 ㉠에 대입하면 $k=25$

103 (1) -5, 1, -8, 4

(2) 두 근의 차가 1이므로 두 근을 α, $\alpha+1$로 놓으면

$\alpha+(\alpha+1)=k$ $\quad\therefore k=2\alpha+1$ ...... ㉠

$\alpha(\alpha+1)=k+5$ ...... ㉡

㉠을 ㉡에 대입하면 $\alpha(\alpha+1)=(2\alpha+1)+5$이므로

$\alpha^2-\alpha-6=0$, $(\alpha+2)(\alpha-3)=0$

$\therefore \alpha=-2$ 또는 $\alpha=3$

이것을 ㉠에 대입하면 $k=-3$ 또는 $k=7$

(3) 두 근의 차가 3이므로 두 근을 α, $\alpha+3$으로 놓으면

$\alpha+(\alpha+3)=-(k-1)$ $\quad\therefore k=-2\alpha-2$ ...... ㉠

$\alpha(\alpha+3)=k-4$ ...... ㉡

㉠을 ㉡에 대입하면 $\alpha(\alpha+3)=(-2\alpha-2)-4$이므로

$\alpha^2+5\alpha+6=0$, $(\alpha+2)(\alpha+3)=0$

$\therefore \alpha=-2$ 또는 $\alpha=-3$

이것을 ㉠에 대입하면 $k=2$ 또는 $k=4$

(4) 두 근의 차가 5이므로 두 근을 α, $\alpha+5$로 놓으면

$\alpha+(\alpha+5)=k-1$ $\quad\therefore k=2\alpha+6$ ...... ㉠

$\alpha(\alpha+5)=2k$ ...... ㉡

㉠을 ㉡에 대입하면 $\alpha(\alpha+5)=2(2\alpha+6)$이므로

$\alpha^2+\alpha-12=0$, $(\alpha+4)(\alpha-3)=0$

$\therefore \alpha=-4$ 또는 $\alpha=3$

이것을 ㉠에 대입하면 $k=-2$ 또는 $k=12$

104 (1) (두 근의 합)$=2+(-3)=-1$

(두 근의 곱)$=2\cdot(-3)=-6$

$\therefore x^2+x-6=0$

(2) (두 근의 합)$=-4+5=1$

(두 근의 곱)$=(-4)\cdot5=-20$

$\therefore x^2-x-20=0$

(3) (두 근의 합)$=\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=\frac{5}{6}$

(두 근의 곱)$=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}=\frac{1}{6}$

$\therefore x^2-\frac{5}{6}x+\frac{1}{6}=0$

(4) (두 근의 합)$=(1+\sqrt{2})+(1-\sqrt{2})=2$

(두 근의 곱)$=(1+\sqrt{2})(1-\sqrt{2})=-1$

$\therefore x^2-2x-1=0$

(5) (두 근의 합)$=(\sqrt{3}+1)+(\sqrt{3}-1)=2\sqrt{3}$

(두 근의 곱)$=(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)=2$

$\therefore x^2-2\sqrt{3}x+2=0$

(6) (두 근의 합)$=(-2+\sqrt{3})+(-2-\sqrt{3})=-4$

(두 근의 곱)$=(-2+\sqrt{3})(-2-\sqrt{3})=1$

$\therefore x^2+4x+1=0$

(7) (두 근의 합)$=(1+i)+(1-i)=2$

(두 근의 곱)$=(1+i)(1-i)=2$

$\therefore x^2-2x+2=0$

(8) (두 근의 합)$=\sqrt{5}i+(-\sqrt{5}i)=0$

(두 근의 곱)$=\sqrt{5}i\cdot(-\sqrt{5}i)=5$

$\therefore x^2+5=0$

105 이차방정식 $x^2-2x+3=0$의 두 근이 α, β이므로

$\alpha+\beta=2$, $\alpha\beta=3$

(1) (두 근의 합)$=2\alpha+2\beta=2(\alpha+\beta)=2\cdot2=4$

(두 근의 곱)$=2\alpha\cdot2\beta=4\alpha\beta=4\cdot3=12$

$\therefore x^2-4x+12=0$

(2) (두 근의 합)$=(\alpha+\beta)+\alpha\beta=2+3=5$

(두 근의 곱)$=(\alpha+\beta)\cdot\alpha\beta=2\cdot3=6$

$\therefore x^2-5x+6=0$

(3) (두 근의 합)$=\dfrac{1}{\alpha}+\dfrac{1}{\beta}=\dfrac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}=\dfrac{2}{3}$

(두 근의 곱)$=\dfrac{1}{\alpha}\cdot\dfrac{1}{\beta}=\dfrac{1}{\alpha\beta}=\dfrac{1}{3}$

$\therefore x^2-\dfrac{2}{3}x+\dfrac{1}{3}=0$

(4) (두 근의 합)$=(\alpha-1)+(\beta-1)=\alpha+\beta-2$

$=2-2=0$

(두 근의 곱)$=(\alpha-1)(\beta-1)=\alpha\beta-(\alpha+\beta)+1$

$=3-2+1=2$

$\therefore x^2+2=0$

(5) (두 근의 합)$=\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta$

$=2^2-2\cdot3=-2$

(두 근의 곱)$=\alpha^2\beta^2=(\alpha\beta)^2=3^2=9$

$\therefore x^2+2x+9=0$

(6) (두 근의 합)$=(\alpha^2+1)+(\beta^2+1)=\alpha^2+\beta^2+2$

$=-2+2=0$

(두 근의 곱)$=(\alpha^2+1)(\beta^2+1)=\alpha^2\beta^2+\alpha^2+\beta^2+1$

$=9+(-2)+1=8$

$\therefore x^2+8=0$

106 근과 계수의 관계에 의해 $\alpha+\beta=-2$, $\alpha\beta=4$이므로

(두 근의 합)$=\dfrac{1}{\alpha}+\dfrac{1}{\beta}=\dfrac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}=\dfrac{-2}{4}=-\dfrac{1}{2}$

(두 근의 곱)$=\dfrac{1}{\alpha}\cdot\dfrac{1}{\beta}=\dfrac{1}{\alpha\beta}=\dfrac{1}{4}$

따라서 구하는 이차방정식은

$4\left(x^2+\dfrac{1}{2}x+\dfrac{1}{4}\right)=0\qquad\therefore 4x^2+2x+1=0$

107 (1) $\sqrt{3}i$, $\sqrt{3}i$, $\sqrt{3}i$, $\sqrt{3}i$, $\sqrt{3}i$

(2) 이차방정식 $x^2-2x+5=0$의 근은

$x=-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-1\cdot5}=1\pm2i$

$\therefore x^2-2x+5=\{x-(1+2i)\}\{x-(1-2i)\}$

$=(x-1-2i)(x-1+2i)$

(3) 이차방정식 $x^2-4x+6=0$의 근은

$x=-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-1\cdot6}=2\pm\sqrt{2}i$

$\therefore x^2-4x+6=\{x-(2+\sqrt{2}i)\}\{x-(2-\sqrt{2}i)\}$

$=(x-2-\sqrt{2}i)(x-2+\sqrt{2}i)$

(4) 이차방정식 $3x^2+x-1=0$의 근은

$x=\dfrac{-1\pm\sqrt{1^2-4\cdot3\cdot(-1)}}{2\cdot3}=\dfrac{-1\pm\sqrt{13}}{6}$

$\therefore 3x^2+x-1=3\left(x-\dfrac{-1+\sqrt{13}}{6}\right)\left(x-\dfrac{-1-\sqrt{13}}{6}\right)$

$=3\left(x+\dfrac{1-\sqrt{13}}{6}\right)\left(x+\dfrac{1+\sqrt{13}}{6}\right)$

108 이차방정식 $3x^2-6x+6=0$, 즉 $x^2-2x+2=0$의 근은

$x=-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-1\cdot2}=1\pm i$

$\therefore 3x^2-6x+6=3(x^2-2x+2)$

$=3\{x-(1+i)\}\{x-(1-i)\}$

$=3(x-1-i)(x-1+i)$

109 (1) $1-\sqrt{3}$, $1-\sqrt{3}$, -2, $1-\sqrt{3}$, -2

다른 풀이

이차방정식 $x^2+ax+b=0$의 한 근이 $1+\sqrt{3}$이므로

$(1+\sqrt{3})^2+a(1+\sqrt{3})+b=0$

$1+2\sqrt{3}+3+a+a\sqrt{3}+b=0$

$(a+2)\sqrt{3}+a+b+4=0$

따라서 $a+2=0$, $a+b+4=0$이므로 $a=-2$, $b=-2$

(2) 계수가 유리수이고 한 근이 $3+\sqrt{2}$이므로

다른 한 근은 $3-\sqrt{2}$이다. 근과 계수의 관계에 의해

$(3+\sqrt{2})+(3-\sqrt{2})=-2a\qquad\therefore a=-3$

$(3+\sqrt{2})(3-\sqrt{2})=b\qquad\therefore b=7$

(3) 계수가 유리수이고 한 근이 $\sqrt{2}-1$, 즉 $-1+\sqrt{2}$이므로

다른 한 근은 $-1-\sqrt{2}$이다. 근과 계수의 관계에 의해

$(-1+\sqrt{2})+(-1-\sqrt{2})=-a\qquad\therefore a=2$

$(-1+\sqrt{2})(-1-\sqrt{2})=-b\qquad\therefore b=1$

(4) 계수가 유리수이고 한 근이 $2-\sqrt{2}$이므로 다른 한 근은 $2+\sqrt{2}$이다. 근과 계수의 관계에 의해

$(2-\sqrt{2})+(2+\sqrt{2})=-\frac{1}{a}$ $\quad\therefore a=-\frac{1}{4}$

$(2-\sqrt{2})(2+\sqrt{2})=\frac{b}{a}$, $b=2a$ $\quad\therefore b=-\frac{1}{2}$

110 (1) 계수가 실수이고 한 근이 $1+2i$이므로 다른 한 근은 $1-2i$이다. 근과 계수의 관계에 의해

$(1+2i)+(1-2i)=-a$ $\quad\therefore a=-2$

$(1+2i)(1-2i)=b$ $\quad\therefore b=5$

다른 풀이

이차방정식 $x^2+ax+b=0$의 한 근이 $1+2i$이므로

$(1+2i)^2+a(1+2i)+b=0$

$1+4i-4+a+2ai+b=0$

$(a+b-3)+(2a+4)i=0$

따라서 $a+b-3=0$, $2a+4=0$이므로 $a=-2$, $b=5$

(2) 계수가 실수이고 한 근이 $3-i$이므로 다른 한 근은 $3+i$이다. 근과 계수의 관계에 의해

$(3-i)+(3+i)=2a$ $\quad\therefore a=3$

$(3-i)(3+i)=b$ $\quad\therefore b=10$

(3) 계수가 실수이고 한 근이 $\frac{2}{1-i}=\frac{2(1+i)}{(1-i)(1+i)}=1+i$이므로 다른 한 근은 $1-i$이다. 근과 계수의 관계에 의해

$(1+i)+(1-i)=-a$ $\quad\therefore a=-2$

$(1+i)(1-i)=b$ $\quad\therefore b=2$

(4) 계수가 실수이고 한 근이 $\frac{1}{1+i}=\frac{1-i}{(1+i)(1-i)}=\frac{1-i}{2}$이므로 다른 한 근은 $\frac{1+i}{2}$이다. 근과 계수의 관계에 의해

$\frac{1-i}{2}+\frac{1+i}{2}=a$ $\quad\therefore a=1$

$\frac{1-i}{2}\cdot\frac{1+i}{2}=b$ $\quad\therefore b=\frac{1}{2}$

(5) 계수가 실수이고 한 근이 $2+\sqrt{2}i$이므로 다른 한 근은 $2-\sqrt{2}i$이다. 근과 계수의 관계에 의해

$(2+\sqrt{2}i)+(2-\sqrt{2}i)=-\frac{1}{a}$ $\quad\therefore a=-\frac{1}{4}$

$(2+\sqrt{2}i)(2-\sqrt{2}i)=\frac{b}{a}$, $b=6a$ $\quad\therefore b=-\frac{3}{2}$

111 계수가 실수이고 한 근이

$\frac{5i}{1-2i}=\frac{5i(1+2i)}{(1-2i)(1+2i)}=i(1+2i)=-2+i$

이므로 다른 한 근은 $-2-i$이다. 근과 계수의 관계에 의해

$(-2+i)+(-2-i)=-a$ $\quad\therefore a=4$

$(-2+i)(-2-i)=b$ $\quad\therefore b=5$

$\therefore \frac{a}{b}=\frac{4}{5}$

더블클릭

76쪽~77쪽

112 $(x-2)(x-4)=0$ $\quad\therefore x=2$ 또는 $x=4$

113 $x=-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-1\cdot 9}=1\pm\sqrt{-8}=1\pm 2\sqrt{2}i$

114 (i) $x<-1$일 때,

$x^2-2(x+1)-5=0$, $x^2-2x-7=0$

$\therefore x=-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-1\cdot(-7)}=1\pm 2\sqrt{2}$

그런데 $x<-1$이므로 $x=1-2\sqrt{2}$

(ii) $x\geq -1$일 때,

$x^2+2(x+1)-5=0$, $x^2+2x-3=0$

$(x-1)(x+3)=0$ $\quad\therefore x=1\ (\because x\geq -1)$

(i), (ii)에서 $x=1-2\sqrt{2}$ 또는 $x=1$

115 이차방정식 $x^2-kx-10k-2=0$의 한 근이 -3이므로

$(-3)^2-k\cdot(-3)-10k-2=0$

$-7k+7=0$ $\quad\therefore k=1$

116 이차방정식 $x^2-(k-1)x+k^2=0$의 한 근이 -1이므로

$(-1)^2-(k-1)\cdot(-1)+k^2=0$

$k^2+k=0$, $k(k+1)=0$ $\quad\therefore k=0$ 또는 $k=-1$

117 이차방정식 $x^2-4x-1=0$의 판별식을 D라 하면

$\frac{D}{4}=(-2)^2-1\cdot(-1)=5>0$ $\quad\therefore$ 서로 다른 두 실근

118 이차방정식 $3x^2+4\sqrt{3}x+4=0$의 판별식을 D라 하면

$\frac{D}{4}=(2\sqrt{3})^2-3\cdot 4=0$ $\quad\therefore$ 중근

119 이차방정식 $x^2-x+2=0$의 판별식을 D라 하면

$D=(-1)^2-4\cdot 1\cdot 2=-7<0$ $\quad\therefore$ 서로 다른 두 허근

120 이차방정식 $x^2-2(k+2)x+k^2=0$이 서로 다른 두 실근을 가지므로 판별식을 D라 하면

$\frac{D}{4}=(k+2)^2-1\cdot k^2=4k+4>0$ $\quad\therefore k>-1$

121 이차방정식 $x^2-(k-1)x+k-1=0$이 중근을 가지므로 판별식을 D라 하면

$D=(k-1)^2-4\cdot 1\cdot(k-1)=0$

$k^2-6k+5=0$, $(k-1)(k-5)=0$ $\quad\therefore k=1$ 또는 $k=5$

122 이차방정식 $x^2+2(k-4)x+k^2=0$이 서로 다른 두 허근을 가지므로 판별식을 D라 하면

$\frac{D}{4}=(k-4)^2-1\cdot k^2=-8k+16<0$ $\quad\therefore k>2$

123 $x^2-2(a+k)x+k^2+6k+b=0$의 판별식을 D라 하면

$\frac{D}{4}=(a+k)^2-1\cdot(k^2+6k+b)=0$

$(2a-6)k+a^2-b=0$

이 식이 k의 값에 관계없이 항상 성립하므로

$2a-6=0,\ a^2-b=0 \quad \therefore a=3,\ b=9$

124 $x^2+2(a-k)x+k^2-2k-b=0$의 판별식을 D라 하면

$\frac{D}{4}=(a-k)^2-1\cdot(k^2-2k-b)=0$

$(-2a+2)k+a^2+b=0$

이 식이 k의 값에 관계없이 항상 성립하므로

$-2a+2=0,\ a^2+b=0 \quad \therefore a=1,\ b=-1$

125 이차방정식 $x^2-8x+a-8=0$의 판별식을 D라 하면

$\frac{D}{4}=(-4)^2-1\cdot(a-8)=0$

$-a+24=0 \quad \therefore a=24$

126 이차방정식 $x^2+(a+5)x+2a+7=0$의 판별식을 D라 하면

$D=(a+5)^2-4\cdot1\cdot(2a+7)=0$

$a^2+2a-3=0,\ (a-1)(a+3)=0$

$\therefore a=1$ 또는 $a=-3$

127 $\alpha+\beta=4,\ \alpha\beta=-1$이므로

$$\frac{\beta}{\alpha}+\frac{\alpha}{\beta}=\frac{\alpha^2+\beta^2}{\alpha\beta}=\frac{(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta}{\alpha\beta}=\frac{4^2-2\cdot(-1)}{-1}=-18$$

128 $\alpha+\beta=4,\ \alpha\beta=-1$이므로

$(\alpha-\beta)^2=(\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta$

$=4^2-4\cdot(-1)=20$

129 $\alpha+\beta=4,\ \alpha\beta=-1$이므로

$\alpha^3+\beta^3=(\alpha+\beta)^3-3\alpha\beta(\alpha+\beta)$

$=4^3-3\cdot(-1)\cdot4=76$

130 이차방정식 $x^2-4x-1=0$의 두 근이 $\alpha,\ \beta$이므로

$\alpha^2-4\alpha-1=0,\ \beta^2-4\beta-1=0$에서

$\alpha^2-2\alpha+3=(\alpha^2-4\alpha-1)+2\alpha+4=2\alpha+4$

$\beta^2-2\beta+3=(\beta^2-4\beta-1)+2\beta+4=2\beta+4$

이때, $\alpha+\beta=4,\ \alpha\beta=-1$이므로

$$\begin{aligned}(\alpha^2-2\alpha+3)(\beta^2-2\beta+3)&=(2\alpha+4)(2\beta+4)\\&=4\alpha\beta+8(\alpha+\beta)+16\\&=4\cdot(-1)+8\cdot4+16\\&=44\end{aligned}$$

131 $\alpha+\beta=3,\ \alpha\beta=6$이므로

(두 근의 합)$=(\alpha+1)+(\beta+1)=\alpha+\beta+2$

$=3+2=5$

(두 근의 곱)$=(\alpha+1)(\beta+1)=\alpha\beta+\alpha+\beta+1$

$=6+3+1=10$

따라서 구하는 이차방정식은 $x^2-5x+10=0$

132 $\alpha+\beta=3,\ \alpha\beta=6$이므로

(두 근의 합)$=\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}=\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$

(두 근의 곱)$=\frac{1}{\alpha}\cdot\frac{1}{\beta}=\frac{1}{\alpha\beta}=\frac{1}{6}$

따라서 구하는 이차방정식은 $x^2-\frac{1}{2}x+\frac{1}{6}=0$

133 $\alpha+\beta=3,\ \alpha\beta=6$이므로

(두 근의 합)$=\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta=3^2-2\cdot6=-3$

(두 근의 곱)$=\alpha^2\beta^2=6^2=36$

따라서 구하는 이차방정식은 $x^2+3x+36=0$

134 $\alpha+\beta=3,\ \alpha\beta=6$이므로

(두 근의 합)$=(\alpha^2-1)+(\beta^2-1)=\alpha^2+\beta^2-2$

$=(-3)-2=-5$

(두 근의 곱)$=(\alpha^2-1)(\beta^2-1)=\alpha^2\beta^2-(\alpha^2+\beta^2)+1$

$=6^2-(-3)+1=40$

따라서 구하는 이차방정식은 $x^2+5x+40=0$

135 이차방정식 $x^2-4x+13=0$의 근은

$x=-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-1\cdot13}=2\pm3i$

$\therefore x^2-4x+13=\{x-(2+3i)\}\{x-(2-3i)\}$

$=(x-2-3i)(x-2+3i)$

136 이차방정식 $2x^2-3x+3=0$의 근은

$x=\frac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-4\cdot2\cdot3}}{2\cdot2}=\frac{3\pm\sqrt{15}i}{4}$

$\therefore 2x^2-3x+3=2\left(x-\frac{3+\sqrt{15}i}{4}\right)\left(x-\frac{3-\sqrt{15}i}{4}\right)$

137 계수가 유리수이고 한 근이 $1-\sqrt{5}$이므로

다른 한 근은 $1+\sqrt{5}$이다. 근과 계수의 관계에 의해

$(1-\sqrt{5})+(1+\sqrt{5})=-a \quad \therefore a=-2$

$(1-\sqrt{5})(1+\sqrt{5})=b \quad \therefore b=-4$

138 계수가 실수이고 한 근이 $\frac{5}{2+i}=\frac{5(2-i)}{(2+i)(2-i)}=2-i$이므로

다른 한 근은 $2+i$이다. 근과 계수의 관계에 의해

$(2-i)+(2+i)=-a \quad \therefore a=-4$

$(2-i)(2+i)=b \quad \therefore b=5$

03 이차방정식과 이차함수 78쪽~94쪽

139 (1) $y=x^2+2x-3$

$=(x^2+2x+1-1)-3$

$=(x+1)^2-4$

따라서 꼭짓점의 좌표는 $(-1,\ -4)$이고, 축의 방정식은 $x=-1$이다.

(2) $y=-x^2+4x-1$

$=-(x^2-4x+4-4)-1$

$=-(x-2)^2+3$

따라서 꼭짓점의 좌표는 $(2,\ 3)$이고, 축의 방정식은 $x=2$이다.

(3) $y=2x^2-4x+5$

$=2(x^2-2x+1-1)+5$

$=2(x-1)^2+3$

따라서 꼭짓점의 좌표는 $(1,\ 3)$이고, 축의 방정식은 $x=1$이다.

(4) $y=-\frac{1}{2}x^2+2x+1$

$=-\frac{1}{2}(x^2-4x+4-4)+1$

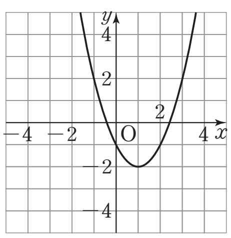
$=-\frac{1}{2}(x-2)^2+3$

따라서 꼭짓점의 좌표는 $(2,\ 3)$이고, 축의 방정식은 $x=2$이다.

140 (1) $y=x^2-2x-1$

$=(x^2-2x+1-1)-1$

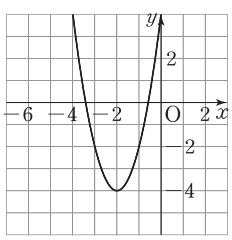
$=(x-1)^2-2$



(2) $y=2x^2+8x+4$

$=2(x^2+4x+4-4)+4$

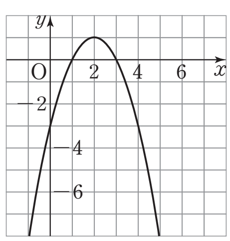
$=2(x+2)^2-4$



(3) $y=-x^2+4x-3$

$=-(x^2-4x+4-4)-3$

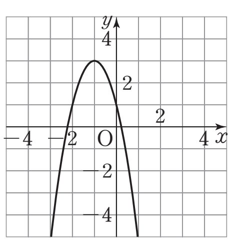
$=-(x-2)^2+1$



(4) $y=-2x^2-4x+1$

$=-2(x^2+2x+1-1)+1$

$=-2(x+1)^2+3$



141 (1) 꼭짓점의 좌표가 $(0,\ 2)$인 이차함수의 식은

$y=ax^2+2$

그래프가 점 $(3,\ 3)$을 지나므로

$3=9a+2 \qquad \therefore a=\frac{1}{9}$

$\therefore y=\frac{1}{9}x^2+2$

(2) 꼭짓점의 좌표가 $(1,\ 4)$인 이차함수의 식은

$y=a(x-1)^2+4$

그래프가 점 $(2,\ 5)$를 지나므로

$5=a+4 \qquad \therefore a=1$

$\therefore y=(x-1)^2+4$

(3) 꼭짓점의 좌표가 $(-1,\ -3)$인 이차함수의 식은

$y=a(x+1)^2-3$

그래프가 점 $(-2,\ -5)$를 지나므로

$-5=a-3 \qquad \therefore a=-2$

$\therefore y=-2(x+1)^2-3$

(4) 꼭짓점의 좌표가 $(-2,\ 1)$인 이차함수의 식은

$y=a(x+2)^2+1$

그래프가 점 $(0,\ -3)$을 지나므로

$-3=4a+1 \qquad \therefore a=-1$

$\therefore y=-(x+2)^2+1$

(5) 꼭짓점의 좌표가 $(3,\ 7)$인 이차함수의 식은

$y=a(x-3)^2+7$

그래프가 점 $(6,\ 1)$을 지나므로

$1=9a+7 \qquad \therefore a=-\frac{2}{3}$

$\therefore y=-\frac{2}{3}(x-3)^2+7$

142 (1) x축과 두 점 $(-1,\ 0)$, $(2,\ 0)$에서 만나는 이차함수의 식은

$y=a(x+1)(x-2)$

그래프가 점 $(3,\ 4)$를 지나므로

$4a=4 \qquad \therefore a=1$

$\therefore y=(x+1)(x-2)=x^2-x-2$

(2) x축과 두 점 $(1,\ 0)$, $(3,\ 0)$에서 만나는 이차함수의 식은

$y=a(x-1)(x-3)$

그래프가 점 $(-1,\ 4)$를 지나므로

$8a=4 \qquad \therefore a=\frac{1}{2}$

$\therefore y=\frac{1}{2}(x-1)(x-3)=\frac{1}{2}x^2-2x+\frac{3}{2}$

(3) x축과 두 점 $(-3,\ 0)$, $(3,\ 0)$에서 만나는 이차함수의 식은

$y=a(x+3)(x-3)$

그래프가 점 $(5,\ -8)$을 지나므로

$16a=-8 \qquad \therefore a=-\frac{1}{2}$

$\therefore y=-\frac{1}{2}(x+3)(x-3)=-\frac{1}{2}x^2+\frac{9}{2}$

(4) 점 $(0, 0)$을 지나는 이차함수의 식은
$y=ax^2+bx$
그래프가 두 점 $(1, -3)$, $(2, -4)$를 지나므로
$a+b=-3$, $4a+2b=-4$
따라서 $a+b=-3$, $2a+b=-2$이므로 $a=1$, $b=-4$
$\therefore y=x^2-4x$

(5) 점 $(0, 3)$을 지나는 이차함수의 식은
$y=ax^2+bx+3$
그래프가 두 점 $(-1, 10)$, $(2, 1)$을 지나므로
$a-b+3=10$, $4a+2b+3=1$
따라서 $a-b=7$, $2a+b=-1$이므로 $a=2$, $b=-5$
$\therefore y=2x^2-5x+3$

(6) 점 $(0, 5)$를 지나는 이차함수의 식은
$y=ax^2+bx+5$
그래프가 두 점 $(-1, 1)$, $(2, 7)$을 지나므로
$a-b+5=1$, $4a+2b+5=7$
$a-b=-4$, $2a+b=1$이므로 $a=-1$, $b=3$
$\therefore y=-x^2+3x+5$

143 (1) 그래프가 아래로 볼록하므로 $a>0$
축이 y축의 오른쪽에 있으므로 $ab<0$ $\quad\therefore b<0$
y절편이 x축의 위쪽에 있으므로 $c>0$

(2) 그래프가 아래로 볼록하므로 $a>0$
축이 y축의 왼쪽에 있으므로 $ab>0$ $\quad\therefore b>0$
y절편이 x축의 아래쪽에 있으므로 $c<0$

(3) 그래프가 위로 볼록하므로 $a<0$
축이 y축의 오른쪽에 있으므로 $ab<0$ $\quad\therefore b>0$
y절편이 x축의 위쪽에 있으므로 $c>0$

(4) 그래프가 위로 볼록하므로 $a<0$
축이 y축의 왼쪽에 있으므로 $ab>0$ $\quad\therefore b<0$
y절편이 x축의 아래쪽에 있으므로 $c<0$

144 (1) × 그래프가 아래로 볼록하므로 $a>0$
축이 y축의 오른쪽에 있으므로 $ab<0$ $\quad\therefore b<0$

(2) ○ y절편이 x축의 아래쪽에 있으므로 $c<0$ $\quad\therefore ac<0$

$f(x)=ax^2+bx+c$로 놓으면

(3) × $f(1)=a+b+c$이고, $f(1)<0$이므로
$a+b+c<0$

(4) × $f(-1)=a-b+c$이고, $f(-1)=0$이므로
$a-b+c=0$

(5) ○ $f(2)=4a+2b+c$이고, $f(2)=0$이므로
$4a+2b+c=0$

(6) × $f\left(-\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{4}a-\frac{1}{2}b+c$이고, $f\left(-\frac{1}{2}\right)<0$이므로
$\frac{1}{4}(a-2b+4c)<0$ $\quad\therefore a-2b+4c<0$

145 ㄱ. 그래프가 아래로 볼록하므로 $a>0$
ㄴ. 축이 y축의 오른쪽에 있으므로 $ab<0$ $\quad\therefore b<0$
ㄷ. y절편이 x축의 위쪽에 있으므로 $c>0$
$f(x)=ax^2+bx+c$로 놓으면
ㄹ. $f(1)=a+b+c$이고, $f(1)=0$이므로
$a+b+c=0$
ㅁ. $f(-1)=a-b+c$이고, $f(-1)>0$이므로
$a-b+c>0$
ㅂ. $f(2)=4a+2b+c$이고, $f(2)>0$이므로
$4a+2b+c>0$
따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ, ㄹ, ㅂ이다.

146 (1) 이차방정식 $x^2-5x=0$에서
$x(x-5)=0$ $\quad\therefore x=0$ 또는 $x=5$
따라서 주어진 이차함수의 그래프와 x축의 교점의 x좌표는 0, 5이다.

(2) 이차방정식 $x^2-5x+4=0$에서
$(x-1)(x-4)=0$ $\quad\therefore x=1$ 또는 $x=4$
따라서 주어진 이차함수의 그래프와 x축의 교점의 x좌표는 1, 4이다.

(3) 이차방정식 $x^2+6x+9=0$에서
$(x+3)^2=0$ $\quad\therefore x=-3$
따라서 주어진 이차함수의 그래프와 x축의 교점의 x좌표는 -3이다.

(4) 이차방정식 $x^2-8x+7=0$에서
$(x-1)(x-7)=0$ $\quad\therefore x=1$ 또는 $x=7$
따라서 주어진 이차함수의 그래프와 x축의 교점의 x좌표는 1, 7이다.

(5) 이차방정식 $-4x^2+4x-1=0$에서
$4x^2-4x+1=0$, $(2x-1)^2=0$ $\quad\therefore x=\frac{1}{2}$
따라서 주어진 이차함수의 그래프와 x축의 교점의 x좌표는 $\frac{1}{2}$이다.

(6) 이차방정식 $-x^2+x+6=0$에서
$x^2-x-6=0$, $(x+2)(x-3)=0$ $\quad\therefore x=-2$ 또는 $x=3$
따라서 주어진 이차함수의 그래프와 x축의 교점의 x좌표는 -2, 3이다.

(7) 이차방정식 $-x^2+2x+1=0$에서
$x^2-2x-1=0$ $\quad\therefore x=1\pm\sqrt{2}$
따라서 주어진 이차함수의 그래프와 x축의 교점의 x좌표는 $1-\sqrt{2}$, $1+\sqrt{2}$이다.

147 (1) $-a$, b, -4, 3

다른 풀이
x축과 두 점 $(1, 0)$, $(3, 0)$에서 만나고 x^2의 계수가 1이므로
$y=(x-1)(x-3)=x^2-4x+3$ $\quad\therefore a=-4$, $b=3$

(2) 이차함수 $y=x^2+ax+b$의 그래프가 x축과 두 점 $(-2, 0)$, $(4, 0)$에서 만나므로 이차방정식 $x^2+ax+b=0$의 두 근이 -2, 4이다.
$-2+4=-a$, $(-2)\cdot 4=b$ $\quad\therefore a=-2$, $b=-8$

(3) 이차함수 $y=-x^2+ax-b$의 그래프가 x축과 두 점 $(-1, 0)$, $(3, 0)$에서 만나므로 이차방정식 $-x^2+ax-b=0$, 즉 $x^2-ax+b=0$의 두 근이 -1, 3이다.

$-1+3=a$, $(-1)\cdot 3=b$

$\therefore\ a=2,\ b=-3$

148 이차함수 $y=x^2+ax-6$의 그래프가 x축과 두 점 $(-2, 0)$, $(b, 0)$에서 만나므로 이차방정식 $x^2+ax-6=0$의 두 근이 -2, b이다.

$-2+b=-a$, $(-2)\cdot b=-6$

$\therefore\ a=-1,\ b=3$

따라서 구하는 값은 $ab=-3$

149 (1) $4\alpha\beta$, $4k$, -3

(2) 이차방정식 $x^2+x+k=0$의 두 근을 α, β라 하면

$\alpha+\beta=-1$, $\alpha\beta=k$

$|\alpha-\beta|=5$에서 $(\alpha-\beta)^2=25$이고,

$(\alpha-\beta)^2=(\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta$이므로

$25=(-1)^2-4k \qquad \therefore\ k=-6$

(3) 이차방정식 $x^2-2x+k=0$의 두 근을 α, β라 하면

$\alpha+\beta=2$, $\alpha\beta=k$

$|\alpha-\beta|=2\sqrt{5}$에서 $(\alpha-\beta)^2=20$이고,

$(\alpha-\beta)^2=(\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta$이므로

$20=2^2-4k \qquad \therefore\ k=-4$

(4) 이차방정식 $x^2-6x+k=0$의 두 근을 α, β라 하면

$\alpha+\beta=6$, $\alpha\beta=k$

$|\alpha-\beta|=2\sqrt{14}$에서 $(\alpha-\beta)^2=56$이고,

$(\alpha-\beta)^2=(\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta$이므로

$56=6^2-4k \qquad \therefore\ k=-5$

150 이차방정식 $2x^2-4kx+k=0$의 두 근을 α, β라 하면

$\alpha+\beta=2k$, $\alpha\beta=\dfrac{k}{2}$

$|\alpha-\beta|=2$에서 $(\alpha-\beta)^2=4$이고,

$(\alpha-\beta)^2=(\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta$이므로

$4=(2k)^2-2k \qquad \therefore\ 2k^2-k-2=0$

이때, $2k^2-k-2=0$을 만족하는 모든 k의 값의 합은

근과 계수의 관계에 의해 $\dfrac{1}{2}$

151 (1) 이차방정식 $x^2+2x-1=0$의 판별식을 D라 하면

$\dfrac{D}{4}=1^2-1\cdot(-1)=2>0$

따라서 이차함수 $y=x^2+2x-1$의 그래프는 x축과 서로 다른 두 점에서 만난다.

(2) 이차방정식 $-x^2+5x-3=0$의 판별식을 D라 하면

$D=5^2-4\cdot(-1)\cdot(-3)=13>0$

따라서 이차함수 $y=-x^2+5x-3$의 그래프는 x축과 서로 다른 두 점에서 만난다.

(3) 이차방정식 $\dfrac{1}{2}x^2-2x+2=0$의 판별식을 D라 하면

$\dfrac{D}{4}=(-1)^2-\dfrac{1}{2}\cdot 2=0$

따라서 이차함수 $y=\dfrac{1}{2}x^2-2x+2$의 그래프는 x축과 한 점에서 만난다.

(4) 이차방정식 $x^2-6x+10=0$의 판별식을 D라 하면

$\dfrac{D}{4}=(-3)^2-1\cdot 10=-1<0$

따라서 이차함수 $y=x^2-6x+10$의 그래프는 x축과 만나지 않는다.

(5) 이차방정식 $-2x^2+x-1=0$의 판별식을 D라 하면

$D=1^2-4\cdot(-2)\cdot(-1)=-7<0$

따라서 이차함수 $y=-2x^2+x-1$의 그래프는 x축과 만나지 않는다.

152 (1) $4k$, $<$

(2) $x^2+2x+k=0$의 판별식을 D라 하면

$\dfrac{D}{4}=1^2-1\cdot k=1-k>0$

$\therefore\ k<1$

(3) $x^2-3x+4-k=0$의 판별식을 D라 하면

$D=(-3)^2-4\cdot 1\cdot(4-k)=-7+4k>0$

$\therefore\ k>\dfrac{7}{4}$

(4) $x^2+2(2-k)x+k^2=0$의 판별식을 D라 하면

$\dfrac{D}{4}=(2-k)^2-1\cdot k^2=-4k+4>0$

$\therefore\ k<1$

153 $x^2+4x+a-11=0$의 판별식을 D라 하면

$\dfrac{D}{4}=2^2-1\cdot(a-11)=-a+15>0$

$\therefore\ a<15$

따라서 자연수 a의 최댓값은 14이다.

154 (1) 이차함수 $y=3x^2+kx+2$의 그래프가 x축과 한 점에서 만나므로 이차방정식 $3x^2+kx+2=0$이 중근을 갖는다.

$3x^2+kx+2=0$의 판별식을 D라 하면

$D=k^2-4\cdot 3\cdot 2=k^2-24=0$

$(k-2\sqrt{6})(k+2\sqrt{6})=0 \qquad \therefore\ k=\pm 2\sqrt{6}$

(2) $x^2-2(k-1)x+4=0$의 판별식을 D라 하면

$\dfrac{D}{4}=(k-1)^2-1\cdot 4=k^2-2k-3=0$

$(k+1)(k-3)=0 \qquad \therefore\ k=-1$ 또는 $k=3$

(3) $2x^2+kx+k-2=0$의 판별식을 D라 하면

$D=k^2-4\cdot 2\cdot(k-2)=k^2-8k+16=0$

$(k-4)^2=0 \qquad \therefore\ k=4$

155 (1) 이차함수 $y=x^2-6x+k$의 그래프가 x축과 만나지 않으므로 이차방정식 $x^2-6x+k=0$이 서로 다른 두 허근을 갖는다.
$x^2-6x+k=0$의 판별식을 D라 하면
$\frac{D}{4}=(-3)^2-1\cdot k=9-k<0 \quad \therefore k>9$
(2) $-x^2+x-k+3=0$의 판별식을 D라 하면
$D=1^2-4\cdot(-1)\cdot(-k+3)=-4k+13<0 \quad \therefore k>\frac{13}{4}$
(3) $x^2+2kx+k^2+k+3=0$의 판별식을 D라 하면
$\frac{D}{4}=k^2-1\cdot(k^2+k+3)=-k-3<0 \quad \therefore k>-3$

156 이차함수 $y=x^2-2ax+a+3$의 그래프가 x축과 접하려면 이차방정식 $x^2-2ax+a+3=0$이 중근을 가져야 한다.
$x^2-2ax+a+3=0$의 판별식을 D라 하면
$\frac{D}{4}=(-a)^2-1\cdot(a+3)=a^2-a-3=0$
이때, $a^2-a-3=0$을 만족시키는 모든 실수 a의 값의 합은 근과 계수의 관계에 의해 1

157 (1) $2x^2-3x-1=x+2$에서 $2x^2-4x-3=0$
이 이차방정식의 판별식을 D라 하면
$\frac{D}{4}=(-2)^2-2\cdot(-3)=10>0$
따라서 이차함수 $y=2x^2-3x-1$의 그래프와 직선 $y=x+2$는 서로 다른 두 점에서 만난다.
(2) $x^2-4x+5=2x-4$에서 $x^2-6x+9=0$
이 이차방정식의 판별식을 D라 하면
$\frac{D}{4}=(-3)^2-1\cdot 9=0$
따라서 이차함수 $y=x^2-4x+5$의 그래프와 직선 $y=2x-4$는 한 점에서 만난다.
(3) $3x^2-2x+1=-3x$에서 $3x^2+x+1=0$
이 이차방정식의 판별식을 D라 하면
$D=1^2-4\cdot 3\cdot 1=-11<0$
따라서 이차함수 $y=3x^2-2x+1$의 그래프와 직선 $y=-3x$는 만나지 않는다.

158 (1) $x^2-2x+4=x+k$에서 $x^2-3x+4-k=0$
이 이차방정식의 판별식을 D라 하면
$D=(-3)^2-4\cdot 1\cdot(4-k)=4k-7>0 \quad \therefore k>\frac{7}{4}$
(2) $2x^2-x+1=2x-k$에서 $2x^2-3x+k+1=0$
이 이차방정식의 판별식을 D라 하면
$D=(-3)^2-4\cdot 2\cdot(k+1)=1-8k>0 \quad \therefore k<\frac{1}{8}$
(3) $-x^2+3x+5=x-2k$에서 $x^2-2x-2k-5=0$
이 이차방정식의 판별식을 D라 하면
$\frac{D}{4}=(-1)^2-1\cdot(-2k-5)=2k+6>0 \quad \therefore k>-3$

159 (1) $x^2-1=2x+k$에서 $x^2-2x-k-1=0$
이 이차방정식의 판별식을 D라 하면
$\frac{D}{4}=(-1)^2-1\cdot(-k-1)=k+2=0 \quad \therefore k=-2$
(2) $-x^2-2x+k=2x+3$에서 $x^2+4x+3-k=0$
이 이차방정식의 판별식을 D라 하면
$\frac{D}{4}=2^2-1\cdot(3-k)=k+1=0 \quad \therefore k=-1$
(3) $2x^2+kx+1=5x-1$에서 $2x^2+(k-5)x+2=0$
이 이차방정식의 판별식을 D라 하면
$D=(k-5)^2-4\cdot 2\cdot 2=k^2-10k+9=0$
$(k-1)(k-9)=0 \quad \therefore k=1$ 또는 $k=9$

160 (1) $x^2-2x+4=x+2k$에서 $x^2-3x+4-2k=0$
이 이차방정식의 판별식을 D라 하면
$D=(-3)^2-4\cdot 1\cdot(4-2k)=8k-7<0 \quad \therefore k<\frac{7}{8}$
(2) $x^2-3x+1=x-3k$에서 $x^2-4x+3k+1=0$
이 이차방정식의 판별식을 D라 하면
$\frac{D}{4}=(-2)^2-1\cdot(3k+1)=-3k+3<0 \quad \therefore k>1$
(3) $4x^2-3x+2=x+k$에서 $4x^2-4x+2-k=0$
이 이차방정식의 판별식을 D라 하면
$\frac{D}{4}=(-2)^2-4\cdot(2-k)=4k-4<0 \quad \therefore k<1$

161 (1) $x^2-x+2=x+k$에서
$x^2-2x+2-k=0$
이 이차방정식의 판별식을 D라 하면
$\frac{D}{4}=(-1)^2-1\cdot(2-k)=k-1\geq 0 \quad \therefore k\geq 1$
(2) $x^2+2kx+k^2=2x+1$에서
$x^2+2(k-1)x+k^2-1=0$
이 이차방정식의 판별식을 D라 하면
$\frac{D}{4}=(k-1)^2-1\cdot(k^2-1)=-2k+2\geq 0 \quad \therefore k\leq 1$
(3) $x^2+3kx-k=kx-k^2-1$에서
$x^2+2kx+k^2-k+1=0$
이 이차방정식의 판별식을 D라 하면
$\frac{D}{4}=k^2-1\cdot(k^2-k+1)=k-1\geq 0 \quad \therefore k\geq 1$

162 (1) 0, 0, 0, -1
(2) 이차방정식 $x^2-2kx+k^2+2k=mx+n$
즉, $x^2-(2k+m)x+k^2+2k-n=0$의 판별식을 D라 하면
$D=\{-(2k+m)\}^2-4\cdot 1\cdot(k^2+2k-n)=0$
$4k^2+4mk+m^2-4k^2-8k+4n=0$
$\therefore (4m-8)k+m^2+4n=0$
위 식은 k에 대한 항등식이므로
$4m-8=0,\ m^2+4n=0 \quad \therefore m=2,\ n=-1$

(3) 이차방정식 $x^2+2kx+k^2+k=mx+n$

즉, $x^2+(2k-m)x+k^2+k-n=0$의 판별식을 D라 하면

$D=(2k-m)^2-4\cdot1\cdot(k^2+k-n)=0$

$4k^2-4mk+m^2-4k^2-4k+4n=0$

$\therefore\ (-4m-4)k+m^2+4n=0$

위 식은 k에 대한 항등식이므로

$-4m-4=0,\ m^2+4n=0 \qquad \therefore\ m=-1,\ n=-\frac{1}{4}$

163 이차방정식 $x^2+2(a+k)x+k^2-2k+b=1$

즉, $x^2+2(a+k)x+k^2-2k+b-1=0$의 판별식을 D라 하면

$\frac{D}{4}=(a+k)^2-1\cdot(k^2-2k+b-1)=0$

$a^2+2ak+k^2-k^2+2k-b+1=0$

$\therefore\ (2a+2)k+a^2-b+1=0$

위 식은 k에 대한 항등식이므로

$2a+2=0,\ a^2-b+1=0 \qquad \therefore\ a=-1,\ b=2$

164 (1) $m+3,\ -n-1,\ -7,\ 4$

(2) 이차방정식 $x^2-1=mx+n$

즉, $x^2-mx-n-1=0$의 두 근이 $-2,\ 3$이므로

근과 계수의 관계에 의해

$(-2)+3=m,\ (-2)\cdot3=-n-1$

$\therefore\ m=1,\ n=5$

(3) 이차방정식 $x^2-4x+2=mx+n$

즉, $x^2-(m+4)x-n+2=0$의 두 근이 $1-\sqrt{3},\ 1+\sqrt{3}$이므로

근과 계수의 관계에 의해

$(1-\sqrt{3})+(1+\sqrt{3})=m+4,\ (1-\sqrt{3})(1+\sqrt{3})=-n+2$

$\therefore\ m=-2,\ n=4$

(4) 이차방정식 $x^2-2x+3=mx+n$

즉, $x^2-(m+2)x-n+3=0$의 두 근이 $2-\sqrt{2},\ 2+\sqrt{2}$이므로

근과 계수의 관계에 의해

$(2-\sqrt{2})+(2+\sqrt{2})=m+2,\ (2-\sqrt{2})(2+\sqrt{2})=-n+3$

$\therefore\ m=2,\ n=1$

165 (1) 이차함수 $y=x^2+ax+2$의 그래프와 직선 $y=x+b$의 두 교점의 x좌표가 $-1,\ 3$이므로 이차방정식 $x^2+ax+2=x+b$, 즉 $x^2+(a-1)x+2-b=0$의 두 실근이 $-1,\ 3$이다.

근과 계수의 관계에 의해

$(-1)+3=-(a-1),\ (-1)\cdot3=2-b$

$\therefore\ a=-1,\ b=5$

(2) 이차함수 $y=x^2+ax-1$의 그래프와 직선 $y=x+b$의 두 교점의 x좌표가 $-2,\ 2$이므로 이차방정식 $x^2+ax-1=x+b$, 즉 $x^2+(a-1)x-1-b=0$의 두 실근이 $-2,\ 2$이다.

근과 계수의 관계에 의해

$(-2)+2=-(a-1),\ (-2)\cdot2=-1-b$

$\therefore\ a=1,\ b=3$

(3) 이차함수 $y=-x^2+a$의 그래프와 직선 $y=bx+1$의 두 교점의 x좌표가 $1-\sqrt{3},\ 1+\sqrt{3}$이므로 이차방정식 $-x^2+a=bx+1$, 즉 $x^2+bx+1-a=0$의 두 실근이 $1-\sqrt{3},\ 1+\sqrt{3}$이다.

근과 계수의 관계에 의해

$(1-\sqrt{3})+(1+\sqrt{3})=-b,\ (1-\sqrt{3})(1+\sqrt{3})=1-a$

$\therefore\ a=3,\ b=-2$

166 이차함수 $y=x^2+2x$의 그래프와 직선 $y=x+a$의 한 교점의 x좌표가 -3이므로 이차방정식 $x^2+2x=x+a$, 즉 $x^2+x-a=0$의 한 실근이 -3이다.

$x=-3$을 $x^2+x-a=0$에 대입하면

$(-3)^2+(-3)-a=0 \qquad \therefore\ a=6$

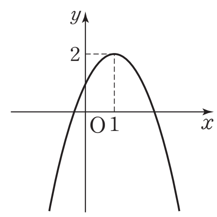
$a=6$을 $x^2+x-a=0$에 대입하면

$x^2+x-6=0,\ (x-2)(x+3)=0$

$\therefore\ x=2$ 또는 $x=-3$

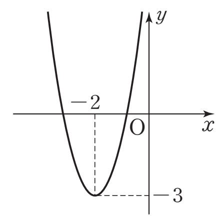
따라서 이차방정식 $x^2+x-6=0$의 다른 실근이 2이므로 나머지 한 교점의 x좌표는 2이다.

167 (1) $y=-(x-1)^2+2$



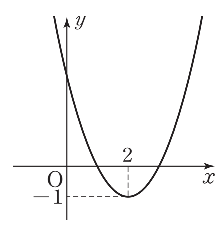
최댓값은 2이고, 최솟값은 없다.

(2) $y=2(x+2)^2-3$



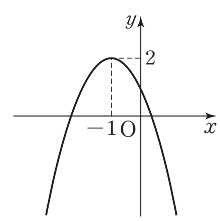
최솟값은 -3이고, 최댓값은 없다.

(3) $y=x^2-4x+3$
$\quad=(x-2)^2-1$



최솟값은 -1이고, 최댓값은 없다.

(4) $y=-x^2-2x+1$
$\quad=-(x+1)^2+2$



최댓값은 2이고, 최솟값은 없다.

168 (1) $1,\ 1,\ 1,\ -1$

(2) $y=2x^2-8x+13=2(x-2)^2+5$

따라서 $x=2$일 때, 최솟값은 5이다.

(3) $y=-x^2+6x=-(x-3)^2+9$

따라서 $x=3$일 때, 최댓값은 9이다.

(4) $y=-x^2+4x-5=-(x-2)^2-1$

따라서 $x=2$일 때, 최댓값은 -1이다.

(5) $y=-2x^2+8x-5=-2(x-2)^2+3$

따라서 $x=2$일 때, 최댓값은 3이다.

169 $y=3x^2+6x+1=3(x+1)^2-2$

따라서 $x=-1$일 때, 최솟값 -2를 가지므로

$a=-1,\ b=-2$

$\therefore\ a+b=-3$

170 (1) $2a^2,\ 2a^2,\ a^2,\ 1,\ 1$

(2) $y=-x^2+2ax+2a+2$

$=-(x-a)^2+a^2+2a+2$

이 이차함수의 최댓값이 17이므로

$a^2+2a+2=17,\ a^2+2a-15=0$

$(a+5)(a-3)=0\qquad \therefore\ a=3\ (\because\ a>0)$

(3) $y=x^2-2ax+2a^2-a$

$=(x-a)^2+a^2-a$

이 이차함수의 최솟값이 6이므로

$a^2-a=6,\ a^2-a-6=0$

$(a+2)(a-3)=0\qquad \therefore\ a=3\ (\because\ a>0)$

(4) $y=2x^2-2ax-a^2+a-1$

$=2\left(x-\frac{1}{2}a\right)^2-\frac{3}{2}a^2+a-1$

이 이차함수의 최솟값이 -1이므로

$-\frac{3}{2}a^2+a-1=-1,\ 3a^2-2a=0$

$a(3a-2)=0\qquad \therefore\ a=\frac{2}{3}\ (\because\ a>0)$

171 (1) $-4,\ 4+b,\ 2,\ -2$

다른 풀이

$y=x^2-2ax+2=(x-a)^2-a^2+2$

이 이차함수는 $x=a$에서 최솟값 $-a^2+2$를 가지므로

$a=2,\ -a^2+2=b$

$\therefore\ a=2,\ b=-2$

(2) 이차항의 계수가 1이고, $x=b$에서 최솟값 -2를 가지는 이차함수의 식은

$y=(x-b)^2-2=x^2-2bx+b^2-2$

즉, $x^2+6x+a=x^2-2bx+b^2-2$이므로

$6=-2b,\ a=b^2-2$

$\therefore\ a=7,\ b=-3$

(3) 이차항의 계수가 $-\frac{1}{2}$이고, $x=b$에서 최댓값 2를 가지는 이차함수의 식은

$y=-\frac{1}{2}(x-b)^2+2=-\frac{1}{2}x^2+bx-\frac{1}{2}b^2+2$

즉, $-\frac{1}{2}x^2+x+a=-\frac{1}{2}x^2+bx-\frac{1}{2}b^2+2$이므로

$1=b,\ a=-\frac{1}{2}b^2+2$

$\therefore\ a=\frac{3}{2},\ b=1$

(4) 이차항의 계수가 a이고, $x=1$에서 최솟값 3을 가지는 이차함수의 식은

$y=a(x-1)^2+3=ax^2-2ax+a+3$

즉, $ax^2-6x+b=ax^2-2ax+a+3$이므로

$-6=-2a,\ b=a+3\qquad \therefore\ a=3,\ b=6$

172 $y=x^2-6x+k=(x-3)^2-9+k$

이 이차함수의 최솟값이 5이므로

$-9+k=5\qquad \therefore\ k=14$

$k=14$를 $y=x^2+(k-4)x+a$에 대입하면

$y=x^2+10x+a=(x+5)^2-25+a$

이 이차함수의 최솟값이 -5이므로

$-25+a=-5\qquad \therefore\ a=20$

173 (1) $5,\ -4,\ -3,\ 5,\ -4$

(2) $f(x)=-x^2+4x+2$

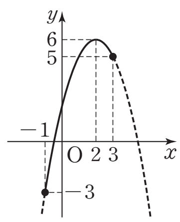
$=-(x-2)^2+6$

이때, 꼭짓점의 x좌표 2는 x의 값의 범위에 포함되고,

$f(-1)=-3,\ f(2)=6,$

$f(3)=5$이므로 $-1\le x\le 3$에서

$y=f(x)$의 최댓값은 6, 최솟값은 -3이다.



(3) $f(x)=x^2-x+2$

$=\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{7}{4}$

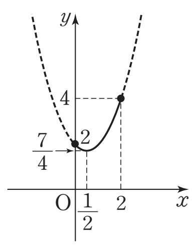
이때, 꼭짓점의 x좌표 $\frac{1}{2}$은

x의 값의 범위에 포함되고,

$f(0)=2,\ f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{7}{4},$

$f(2)=4$이므로 $0\le x\le 2$에서

$y=f(x)$의 최댓값은 4, 최솟값은 $\frac{7}{4}$이다.



(4) $-2,\ 6,\ 6,\ -2$

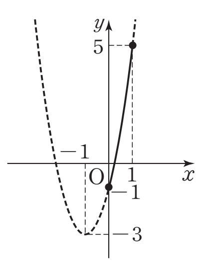
(5) $f(x)=2x^2+4x-1$

$=2(x+1)^2-3$

이때, 꼭짓점의 x좌표 -1은 x의 값의 범위에 포함되지 않고,

$f(0)=-1,\ f(1)=5$이므로

$0\le x\le 1$에서 $y=f(x)$의 최댓값은 5, 최솟값은 -1이다.



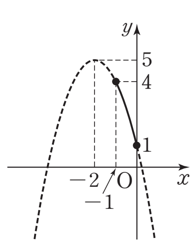
(6) $f(x)=-x^2-4x+1$

$=-(x+2)^2+5$

이때, 꼭짓점의 x좌표 -2는 x의 값의 범위에 포함되지 않고,

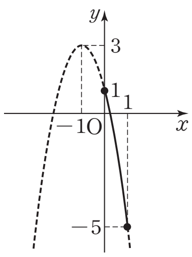
$f(-1)=4,\ f(0)=1$이므로

$-1\le x\le 0$에서 $y=f(x)$의 최댓값은 4, 최솟값은 1이다.



174 $f(x)=-2x^2-4x+1$

$=-2(x+1)^2+3$



이때, 꼭짓점의 x좌표 -1은 x의 값의 범위에 포함되지 않고,

$f(0)=1$, $f(1)=-5$이므로

$0\le x\le 1$에서 $y=f(x)$의 최댓값은 1, 최솟값은 -5이다.

따라서 $M=1$, $m=-5$이므로

$M+m=-4$

175 (1) 1, 3, 1

(2) $y=\frac{1}{2}x^2-4x+k=\frac{1}{2}(x-4)^2+k-8$

이때, 꼭짓점의 x좌표 4는 x의 값의 범위에 속하므로

$x=4$에서 최솟값 $k-8$을 갖는다.

따라서 $k-8=5$이므로 $k=13$

(3) $y=-x^2+x+k=-\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+k+\frac{1}{4}$

이때, 꼭짓점의 x좌표 $\frac{1}{2}$은 x의 값의 범위에 속하므로

$x=\frac{1}{2}$에서 최댓값 $k+\frac{1}{4}$을 가지고, $x=-2$에서

최솟값 $-6+k$를 갖는다.

따라서 $-6+k=-4$이므로 $k=2$

(4) $y=2x^2+8x+k=2(x+2)^2-8+k$

이때, 꼭짓점의 x좌표 -2는 x의 값의 범위에 속하므로

$x=-2$에서 최솟값 $k-8$을 가지고, $x=1$에서 최댓값

$10+k$를 갖는다.

따라서 $10+k=11$이므로 $k=1$

176 $y=x^2-6ax+7=(x-3a)^2-9a^2+7$

이때, $\frac{1}{3}<a<\frac{4}{3}$에서 $1<3a<4$이므로 꼭짓점의 x좌표 $3a$는

주어진 범위에 속한다.

즉, $x=3a$에서 최솟값 $-9a^2+7$을 가지므로

$-9a^2+7=-2$, $a^2-1=0$

$(a+1)(a-1)=0$ $\quad\therefore a=1\left(\because \frac{1}{3}<a<\frac{4}{3}\right)$

177 (1) 2, 5, 1, 0

(2) $y=ax^2-2ax+b$

$=a(x-1)^2-a+b$

이때, $a>0$이고 꼭짓점의 x좌표 1은 x의 값의 범위에 속하지 않으므로

$x=-1$에서 최댓값 $3a+b$, $x=0$에서 최솟값 b를 갖는다.

따라서 $3a+b=12$, $b=-3$이므로

$a=5$, $b=-3$

(3) $y=-ax^2+2ax+b=-a(x-1)^2+a+b$

이때, $-a<0$이고 꼭짓점의 x좌표 1은 x의 값의 범위에 속하므로

$x=1$에서 최댓값 $a+b$, $x=3$에서 최솟값 $-3a+b$를 갖는다.

따라서 $a+b=5$, $-3a+b=-3$이므로

$a=2$, $b=3$

(4) $y=-ax^2+6ax-b$

$=-a(x-3)^2+9a-b$

이때, $-a<0$이고 꼭짓점의 x좌표 3은 x의 값의 범위에 속하지 않으므로

$x=2$에서 최댓값 $8a-b$, $x=1$에서 최솟값 $5a-b$를 갖는다.

따라서 $8a-b=-3$, $5a-b=-6$이므로

$a=1$, $b=11$

178 $y=-ax^2+8ax-8a-2b$

$=-a(x-4)^2+8a-2b$

이때, $-a<0$이고 꼭짓점의 x좌표 4는 x의 값의 범위에 속하지 않으므로

$x=5$에서 최댓값 $7a-2b$, $x=6$에서 최솟값 $4a-2b$를 갖는다.

따라서 $7a-2b=8$, $4a-2b=2$이므로

$a=2$, $b=3$ $\quad\therefore a+b=5$

179 (1) 1, 3, 4, 4, 3, 3, 7

(2) $f(x)=x^2-4x+a=(x-2)^2+a-4$

이때, 꼭짓점의 x좌표 2는 x의 값의 범위에 속하므로

$x=2$에서 최솟값 $a-4$를 갖는다.

따라서 $a-4=1$이므로 $a=5$

$\therefore f(x)=x^2-4x+5$

한편, $y=f(x)$는 $x=-1$에서 최댓값을 가지므로 구하는 최댓값은 $f(-1)=10$

(3) $f(x)=-\frac{1}{2}x^2+2x+2a+1=-\frac{1}{2}(x-2)^2+2a+3$

이때, 꼭짓점의 x좌표 2는 x의 값의 범위에 속하므로

$x=2$에서 최댓값 $2a+3$, $x=0$에서 최솟값 $2a+1$을 갖는다.

주어진 조건에서 최솟값이 -3이므로

$2a+1=-3$ $\quad\therefore a=-2$

따라서 구하는 $y=f(x)$의 최댓값은

$2a+3=2\cdot(-2)+3=-1$

180 $f(x)=x^2-4x+k-2=(x-2)^2+k-6$

이때, 꼭짓점의 x좌표 2는 x의 값의 범위에 속하므로

$x=2$에서 최솟값 $k-6$을 갖는다.

따라서 $k-6=-5$이므로 $k=1$

$\therefore f(x)=x^2-4x-1$

한편, $y=f(x)$는 $x=-1$에서 최댓값을 가지므로

$M=f(-1)=(-1)^2-4\cdot(-1)-1=4$

$\therefore k+M=5$

181 (1) $3,\ 5,\ -4,\ 4,\ -1,\ -1,\ -11$

(2) $f(x)=4x^2+8x+a$

$=4(x+1)^2+a-4$

이때, 꼭짓점의 x좌표 -1은 x의 값의 범위에 속하므로

$x=-1$에서 최솟값 $a-4$, $x=1$에서 최댓값 $a+12$를 갖는다.

주어진 조건에서 최댓값이 18이므로

$a+12=18 \qquad \therefore a=6$

따라서 구하는 $y=f(x)$의 최솟값은

$a-4=6-4=2$

(3) $f(x)=x^2+3x+a$

$=\left(x+\frac{3}{2}\right)^2+a-\frac{9}{4}$

이때, 꼭짓점의 x좌표 $-\frac{3}{2}$은 x의 값의 범위에 속하므로

$x=-\frac{3}{2}$에서 최솟값 $a-\frac{9}{4}$, $x=1$에서 최댓값 $a+4$를 갖는다.

주어진 조건에서 최댓값이 5이므로

$a+4=5 \qquad \therefore a=1$

따라서 구하는 $y=f(x)$의 최솟값은

$a-\frac{9}{4}=1-\frac{9}{4}=-\frac{5}{4}$

(4) $f(x)=x^2-2x+a-2$

$=(x-1)^2+a-3$

이때, 꼭짓점의 x좌표 1은 x의 값의 범위에 속하므로

$x=1$에서 최솟값 $a-3$, $x=3$에서 최댓값 $a+1$을 갖는다.

주어진 조건에서 최댓값이 6이므로

$a+1=6 \qquad \therefore a=5$

따라서 구하는 $y=f(x)$의 최솟값은

$a-3=5-3=2$

182 (1) $\geq,\ 2$

(2) $y=-(x^2-4x+5)^2+6(x^2-4x)+24$에서

$x^2-4x+5=t$로 놓으면

$t=(x-2)^2+1$이므로 $t\geq 1$ …… ㉠

이때, 주어진 함수는

$y=-t^2+6(t-5)+24=-t^2+6t-6$

$=-(t-3)^2+3$

따라서 ㉠의 범위에서 주어진 함수의 최댓값은 3이다.

주의

주어진 함수식을 t에 대한 식으로 나타내었으므로 정의역은 t에 대한 범위로 나타내야 한다.

183 (1) $y=(x^2-2x+3)^2-6(x^2-2x+3)+5$에서

$x^2-2x+3=t$로 놓으면

$t=(x-1)^2+2$이므로 $t\geq 2$ …… ㉠

이때, 주어진 함수는

$y=t^2-6t+5=(t-3)^2-4$

따라서 ㉠의 범위에서 주어진 함수의 최솟값은 -4이다.

(2) $y=(x^2-6x+7)^2+2(x^2-6x)+8$에서

$x^2-6x+7=t$로 놓으면

$t=(x-3)^2-2$이므로 $t\geq -2$ …… ㉠

이때, 주어진 함수는

$y=t^2+2(t-7)+8=t^2+2t-6$

$=(t+1)^2-7$

따라서 ㉠의 범위에서 주어진 함수의 최솟값은 -7이다.

184 (1) $3,\ 8,\ 8$

(2) $y=-(x^2-2x+2)^2+4(x^2-2x+2)+1$에서

$x^2-2x+2=t$로 놓으면

$t=(x-1)^2+1$이므로

$-1\leq x\leq 2$에서 $1\leq t\leq 5$ …… ㉠

이때, 주어진 함수는

$y=-t^2+4t+1=-(t-2)^2+5$이므로

㉠의 범위에서 $-4\leq y\leq 5$

따라서 주어진 함수의 최댓값은 5, 최솟값은 -4이다.

(3) $y=(x^2-2x)^2-4(x^2-2x)+1$에서

$x^2-2x=t$로 놓으면

$t=(x-1)^2-1$이므로

$-2\leq x\leq 2$에서 $-1\leq t\leq 8$ …… ㉠

이때, 주어진 함수는

$y=t^2-4t+1=(t-2)^2-3$이므로

㉠의 범위에서 $-3\leq y\leq 33$

따라서 주어진 함수의 최댓값은 33, 최솟값은 -3이다.

185 $y=(x^2-2x-1)^2+4(x^2-2x-1)+3$에서

$x^2-2x-1=t$로 놓으면

$t=(x-1)^2-2$이므로

$2\leq x\leq 4$에서 $-1\leq t\leq 7$ …… ㉠

이때, 주어진 함수는

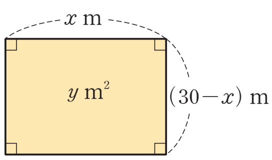
$y=t^2+4t+3=(t+2)^2-1$이므로

㉠의 범위에서 $0\leq y\leq 80$

따라서 $M=80$, $m=0$이므로

$M+m=80$

186 (i) 오른쪽 그림에서 가로의 길이를 x m라 하면 세로의 길이는 $(30-x)$ m이다.



이때, 길이는 양수이므로

$x>0,\ 30-x>0$

$\therefore 0<x<30$

(ii) 울타리 안의 넓이를 y m^{2}라 하면

$y=x(30-x)=-x^2+30x$

$=-(x-15)^2+225\ (0<x<30)$

$x=15$일 때 y의 최댓값은 225이다.

즉, 울타리 안의 넓이의 최댓값은 225 m^{2}이다.

187 가로의 길이를 x m라 하면 세로의 길이는 $\frac{1}{2}(16-x)$ m이다.

이때, 길이는 양수이므로

$x>0$, $\frac{1}{2}(16-x)>0$ $\quad\therefore 0<x<16$

밧줄로 표시되는 꽃밭의 넓이를 y m²라 하면

$y=x\cdot\frac{1}{2}(16-x)=\frac{1}{2}(-x^2+16x)$

$=-\frac{1}{2}(x-8)^2+32\ (0<x<16)$

따라서 $x=8$일 때 꽃밭의 넓이의 최댓값은 32 m²이다.

다른 풀이

세로의 길이를 x m라 하면 가로의 길이는 $(16-2x)$ m이다.

이때, 길이는 양수이므로

$x>0$, $16-2x>0$ $\quad\therefore 0<x<8$

꽃밭의 넓이를 y m²라 하면

$y=x(16-2x)=-2x^2+16x$

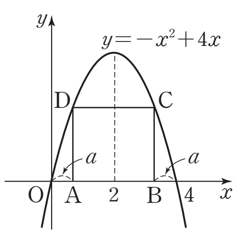
$=-2(x-4)^2+32\ (0<x<8)$

따라서 $x=4$일 때 꽃밭의 넓이의 최댓값은 32 m²이다.

188 (i) 이차함수 $y=-x^2+4x$의 그래프와 x축의 교점의 x좌표는

$-x^2+4x=0$에서 $-x(x-4)=0$

$\therefore x=0$ 또는 $x=4$



(ii) 점 $A(a, 0)$ $(0<a<2)$이라 하면

$B(4-a, 0)$, $D(a, -a^2+4a)$

이므로

$\overline{AB}=4-2a$, $\overline{AD}=-a^2+4a$

(iii) 직사각형 ABCD의 둘레의 길이는

$2\{(4-2a)+(-a^2+4a)\}=-2a^2+4a+8$

$=-2(a-1)^2+10$

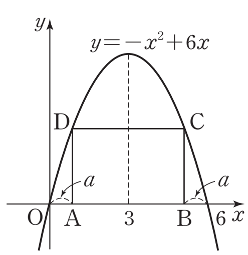
이때, $0<a<2$이므로 $a=1$일 때 최댓값 10을 갖는다.

따라서 직사각형 ABCD의 둘레의 길이의 최댓값은 10이다.

189 이차함수 $y=-x^2+6x$의 그래프와 x축의 교점의 x좌표는

$-x^2+6x=0$에서 $-x(x-6)=0$

$\therefore x=0$ 또는 $x=6$



점 $A(a, 0)$ $(0<a<3)$이라 하면

$B(6-a, 0)$, $D(a, -a^2+6a)$

이므로

$\overline{AB}=6-2a$, $\overline{AD}=-a^2+6a$

직사각형 ABCD의 둘레의 길이는

$2\{(6-2a)+(-a^2+6a)\}=-2a^2+8a+12$

$=-2(a-2)^2+20$

이때, $0<a<3$이므로 $a=2$일 때 최댓값 20을 갖는다.

따라서 직사각형 ABCD의 둘레의 길이의 최댓값은 20이다.

190 (i) 현재 입장료가 1000원이므로 x % 인상한 입장료는

$1000\left(1+\frac{x}{100}\right)=10(100+x)$

입장료를 x % 인상했을 때 $\frac{x}{2}$ % 감소한 하루 입장객 수는

$2000\left(1-\frac{x}{200}\right)=10(200-x)$

(ii) 이 공원의 하루 입장료 수입을 y라 하면

$y=100(100+x)(200-x)$

$=100(-x^2+100x+20000)$

$=100\{-(x-50)^2+22500\}$

이때, $0\le x\le 100$이므로 $x=50$일 때 최댓값은 2250000이다.

따라서 이 공원의 하루 입장료 수입의 최댓값은 2,250,000원, 즉 225만 원이다.

191 현재 빵 한 개의 가격이 2000원이므로 x % 인상한 가격은

$2000\left(1+\frac{x}{100}\right)=20(100+x)$

빵 한 개의 가격을 x % 인상했을 때 $\frac{x}{3}$ % 감소한 하루 판매량은

$300\left(1-\frac{x}{300}\right)=300-x$

이 빵집의 하루 매출액을 y라 하면

$y=20(100+x)(300-x)$

$=20(-x^2+200x+30000)$

$=20\{-(x-100)^2+40000\}$

이때, $0\le x\le 100$이므로 $x=100$일 때 최댓값은 800000이다.

따라서 이 빵집의 하루 매출액이 최대가 되게 하는 빵 한 개의 가격은 $20(100+100)=4{,}000$원이다.

192 $y=-3t^2+9t+1$

$=-3\left(t-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{31}{4}$

(1) $t=\frac{3}{2}$일 때 y의 최댓값은 $\frac{31}{4}$이므로

공이 가장 높은 곳에 있을 때의 높이는 $\frac{31}{4}$ m이다.

(2) $1\le t\le 2.5$의 범위에서 $t=2.5$일 때 최솟값이 $\frac{19}{4}$이므로 공을 던진 후 1초부터 2.5초까지 공이 가장 낮은 곳에 있을 때의 높이는 $\frac{19}{4}$ m이다.

193 폭죽은 발사 후 2초가 지나면 터지므로 $0\le t\le 2$

$y=-20t^2+60t$

$=-20\left(t-\frac{3}{2}\right)^2+45$

$0\le t\le 2$의 범위에서 $t=\frac{3}{2}$일 때 y의 최댓값은 45이므로

폭죽은 최대 45 m까지 올라간다.

194 (1) 그래프가 아래로 볼록하므로 $a>0$
(2) 축이 y축의 오른쪽에 있으므로 $ab<0$ $\quad\therefore b<0$
(3) y절편이 x축의 아래쪽에 있으므로 $c<0$
$f(x)=ax^2+bx+c$로 놓으면
(4) $f(1)=a+b+c$이고, $f(1)<0$이므로 $a+b+c<0$
(5) $f(-1)=a-b+c$이고, $f(-1)=0$이므로 $a-b+c=0$

195 (1) 그래프가 위로 볼록하므로 $a<0$
(2) 축이 y축의 왼쪽에 있으므로 $ab>0$ $\quad\therefore b<0$
(3) y절편이 0이므로 $c=0$
$f(x)=ax^2+bx+c$로 놓으면
(4) $f(-1)=a-b+c$이고, $f(-1)>0$이므로 $a-b+c>0$
(5) 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$의 판별식을 D라 하면 이차함수 $y=f(x)$의 그래프가 x축과 서로 다른 두 점에서 만나므로 $D=b^2-4ac>0$

196 이차방정식 $x^2+ax+b=0$의 두 근이 -1, 2이므로
$-1+2=-a$, $(-1)\cdot 2=b$
$\therefore a=-1, b=-2$

197 이차방정식 $-x^2-ax+b=0$, 즉 $x^2+ax-b=0$의 두 근이 -2, 5이므로
$-2+5=-a$, $(-2)\cdot 5=-b$
$\therefore a=-3, b=10$

198 이차방정식 $x^2+x+k=0$의 두 근을 α, β라 하면
$\alpha+\beta=-1$, $\alpha\beta=k$
두 교점 사이의 거리가 3이므로
$|\alpha-\beta|=3$에서 $(\alpha-\beta)^2=9$이고,
$(\alpha-\beta)^2=(\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta$이므로
$9=1-4k$ $\quad\therefore k=-2$

199 이차방정식 $x^2-kx-2=0$의 두 근을 α, β라 하면
$\alpha+\beta=k$, $\alpha\beta=-2$
두 교점 사이의 거리가 $2\sqrt{3}$이므로
$|\alpha-\beta|=2\sqrt{3}$에서 $(\alpha-\beta)^2=12$이고,
$(\alpha-\beta)^2=(\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta$이므로
$12=k^2+8$, $k^2-4=0$ $\quad\therefore k=\pm 2$

200 $2x^2-6x+k=0$의 판별식을 D라 하면
$\dfrac{D}{4}=(-3)^2-2\cdot k=9-2k$
(1) $\dfrac{D}{4}=9-2k>0$ $\quad\therefore k<\dfrac{9}{2}$
(2) $\dfrac{D}{4}=9-2k=0$ $\quad\therefore k=\dfrac{9}{2}$
(3) $\dfrac{D}{4}=9-2k<0$ $\quad\therefore k>\dfrac{9}{2}$

201 $x^2+2kx+k^2=2x-5$에서
$x^2+2(k-1)x+k^2+5=0$
이 이차방정식의 판별식을 D라 하면
$\dfrac{D}{4}=(k-1)^2-1\cdot(k^2+5)=-2k-4$
(1) $\dfrac{D}{4}=-2k-4>0$ $\quad\therefore k<-2$
(2) $\dfrac{D}{4}=-2k-4=0$ $\quad\therefore k=-2$
(3) $\dfrac{D}{4}=-2k-4<0$ $\quad\therefore k>-2$

202 이차방정식 $x^2-2kx+k^2-2=mx+n$
즉, $x^2-(2k+m)x+k^2-n-2=0$의 판별식을 D라 하면
$D=(2k+m)^2-4\cdot 1\cdot(k^2-n-2)=0$
$\therefore 4mk+m^2+4n+8=0$
위 식은 k에 대한 항등식이므로
$4m=0$, $m^2+4n+8=0$ $\quad\therefore m=0, n=-2$

203 이차방정식 $x^2-2kx+k^2+6k=mx+n$
즉, $x^2-(2k+m)x+k^2+6k-n=0$의 판별식을 D라 하면
$D=(2k+m)^2-4\cdot 1\cdot(k^2+6k-n)=0$
$\therefore (4m-24)k+m^2+4n=0$
위 식은 k에 대한 항등식이므로
$4m-24=0$, $m^2+4n=0$ $\quad\therefore m=6, n=-9$

204 이차방정식 $x^2-3x+1=ax+b$, 즉 $x^2-(a+3)x-b+1=0$의 한 근이 $1-\sqrt{2}$이므로 다른 한 근은 $1+\sqrt{2}$이다.
a, b가 유리수이므로 켤레근의 성질을 이용!
근과 계수의 관계에 의해
$(1-\sqrt{2})+(1+\sqrt{2})=a+3$, $(1-\sqrt{2})(1+\sqrt{2})=-b+1$
$\therefore a=-1, b=2$

205 이차함수 $y=x^2+ax-3$의 그래프와 직선 $y=-2x+b$의 두 교점의 x좌표가 -3, 2이므로 이차방정식 $x^2+ax-3=-2x+b$, 즉 $x^2+(a+2)x-3-b=0$의 두 근이 -3, 2이다.
근과 계수의 관계에 의해
$(-3)+2=-(a+2)$, $(-3)\cdot 2=-3-b$
$\therefore a=-1, b=3$

206 $y=-2x^2+4x+1$
$=-2(x-1)^2+3$
따라서 $x=1$일 때 최댓값은 3이다.

207 $y=\dfrac{1}{2}x^2-2x+3$
$=\dfrac{1}{2}(x-2)^2+1$
따라서 $x=2$일 때 최솟값은 1이다.

208 $y=-x^2+2ax+2a+1$
$=-(x-a)^2+a^2+2a+1$
이 이차함수의 최댓값이 16이므로
$a^2+2a+1=16$, $a^2+2a-15=0$
$(a+5)(a-3)=0 \qquad \therefore\ a=3\ (\because\ a>0)$

209 $y=\frac{1}{2}x^2+ax-1$
$=\frac{1}{2}(x+a)^2-\frac{1}{2}a^2-1$
$x=2$에서 최솟값 b를 가지므로
$-a=2$, $-\frac{1}{2}a^2-1=b \qquad \therefore\ a=-2,\ b=-3$

210 $f(x)=x^2-4x+1=(x-2)^2-3$
이때, 꼭짓점의 x좌표 2는 x의 값의 범위에 포함되고,
$f(-1)=6$, $f(2)=-3$, $f(4)=1$이므로 $-1\le x\le 4$에서
$y=f(x)$의 최댓값은 6, 최솟값은 -3이다.

211 $f(x)=-x^2-2x+3=-(x+1)^2+4$
이때, 꼭짓점의 x좌표 -1은 x의 값의 범위에 포함되고,
$f(-2)=3$, $f(-1)=4$, $f(2)=-5$이므로 $-2\le x\le 2$에서
$y=f(x)$의 최댓값은 4, 최솟값은 -5이다.

212 $y=x^2-2x-4=(x-1)^2-5$
이때, 꼭짓점의 x좌표 1은 x의 값의 범위에 포함되지 않고,
$f(2)=-4$, $f(4)=4$이므로 $2\le x\le 4$에서 $y=f(x)$의 최댓값은
4, 최솟값은 -4이다.

213 $y=-x^2+6x+k$
$=-(x-3)^2+k+9$
꼭짓점의 x좌표 3이 x의 값의 범위에 속하므로
$x=3$에서 최댓값 $k+9$를 갖는다.
따라서 $k+9=12$이므로 $k=3$

214 $y=x^2+8x+k$
$=(x+4)^2+k-16$
꼭짓점의 x좌표 -4가 x의 값의 범위에 속하므로
$x=-4$에서 최솟값 $k-16$을 갖는다.
따라서 $k-16=0$이므로 $k=16$

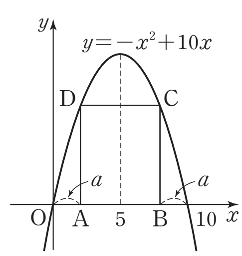
215 $y=x^2-4x+k=(x-2)^2+k-4$
꼭짓점의 x좌표 2가 x의 값의 범위에 속하므로
$x=2$에서 최솟값 $k-4$를 갖는다.
따라서 $k-4=5$이므로 $k=9$
한편, $x=0$에서 최댓값 k를 가지므로 구하는 최댓값은 9

216 $y=-x^2-6x+k$
$=-(x+3)^2+k+9$
꼭짓점의 x좌표 -3은 x의 값의 범위에 속하지 않으므로
$x=-2$에서 최댓값 $k+8$, $x=1$에서 최솟값 $k-7$을 갖는다.
최댓값이 12이므로 $k+8=12 \qquad \therefore\ k=4$
따라서 구하는 최솟값은
$k-7=4-7=-3$

217 $y=ax^2-4ax+b$
$=a(x-2)^2-4a+b$
이때, $a>0$이고 꼭짓점의 x좌표 2가 x의 값의 범위에 속하므로
$x=-1$에서 최댓값 $5a+b$, $x=2$에서 최솟값 $-4a+b$를 갖는다.
따라서 $5a+b=4$, $-4a+b=-5$이므로
$a=1$, $b=-1$

218 $y=(x^2+4x+1)^2-2(x^2+4x+1)+3$에서
$x^2+4x+1=t$로 놓으면
$t=(x+2)^2-3$이므로
$-3\le x\le 0$에서 $-3\le t\le 1 \qquad \cdots\cdots$ ㉠
이때 주어진 함수는
$y=t^2-2t+3=(t-1)^2+2$이므로
㉠의 범위에서 $2\le y\le 18$
따라서 주어진 함수의 최댓값은 18, 최솟값은 2이다.

219 이차함수 $y=-x^2+10x$의 그래프와 x축의 교점의 x좌표는
$-x^2+10x=0$에서 $-x(x-10)=0$
$\therefore\ x=0$ 또는 $x=10$
점 $\mathrm{A}(a,\ 0)\ (0<a<5)$이라 하면
$\mathrm{B}(10-a,\ 0)$, $\mathrm{D}(a,\ -a^2+10a)$
이므로



$\overline{\mathrm{AB}}=10-2a$, $\overline{\mathrm{AD}}=-a^2+10a$
직사각형 ABCD의 둘레의 길이는
$2\{(10-2a)+(-a^2+10a)\}=-2a^2+16a+20$
$=-2(a-4)^2+52$
이때, $0<a<5$이므로 $a=4$일 때 최댓값 52를 갖는다.
따라서 직사각형 ABCD의 둘레의 길이의 최댓값은 52이다.

220 판매 가격이 4만 원 이상, 9만 원 이하이므로
$4\le x\le 9$
$y=-30x^2+300x$
$=-30(x-5)^2+750$
이때, $4\le x\le 9$이므로 $x=5$일 때 최댓값 750,
$x=9$일 때 최솟값 270을 갖는다.
따라서 판매 수익의 최댓값과 최솟값은 각각 750만 원, 270만 원
이다.

04 삼차방정식과 사차방정식 98쪽~107쪽

221 (1) $x^3-1=0$에서 $(x-1)(x^2+x+1)=0$

$\therefore x=1$ 또는 $x=\dfrac{-1\pm\sqrt{3}i}{2}$

(2) $x^3+27=0$에서 $(x+3)(x^2-3x+9)=0$

$\therefore x=-3$ 또는 $x=\dfrac{3\pm3\sqrt{3}i}{2}$

(3) $x^3+4x=0$에서 $x(x^2+4)=0$

$\therefore x=0$ 또는 $x=\pm2i$

(4) $x^3-9x=0$에서 $x(x^2-9)=0$

$x(x+3)(x-3)=0$ $\quad\therefore x=0$ 또는 $x=-3$ 또는 $x=3$

(5) $x^3+x^2-2x=0$에서 $x(x^2+x-2)=0$

$x(x+2)(x-1)=0$ $\quad\therefore x=0$ 또는 $x=-2$ 또는 $x=1$

(6) $x^3+4x^2-x-4=0$에서 $x^2(x+4)-(x+4)=0$

$(x+4)(x^2-1)=0$, $(x+4)(x+1)(x-1)=0$

$\therefore x=-4$ 또는 $x=-1$ 또는 $x=1$

222 (1) 1, 1, 1, 1, 1, 1

(2) $f(x)=x^3-2x^2+1$로 놓으면

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & -2 & 0 & 1 \\ & & 1 & -1 & -1 \\ \hline & 1 & -1 & -1 & \boxed{0} \end{array}$$

$f(1)=0$이므로

$f(x)=(x-1)(x^2-x-1)$

즉, $(x-1)(x^2-x-1)=0$이므로

$x=1$ 또는 $x=\dfrac{1\pm\sqrt{5}}{2}$

(3) $f(x)=x^3-2x-4$로 놓으면

$$\begin{array}{r|rrrr} 2 & 1 & 0 & -2 & -4 \\ & & 2 & 4 & 4 \\ \hline & 1 & 2 & 2 & \boxed{0} \end{array}$$

$f(2)=0$이므로

$f(x)=(x-2)(x^2+2x+2)$

즉, $(x-2)(x^2+2x+2)=0$이므로

$x=2$ 또는 $x=-1\pm i$

(4) $f(x)=x^3-3x^2-6x+8$로 놓으면

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & -3 & -6 & 8 \\ & & 1 & -2 & -8 \\ \hline & 1 & -2 & -8 & \boxed{0} \end{array}$$

$f(1)=0$이므로

$f(x)=(x-1)(x^2-2x-8)$

$\quad=(x-1)(x-4)(x+2)$

즉, $(x-1)(x-4)(x+2)=0$이므로

$x=1$ 또는 $x=4$ 또는 $x=-2$

(5) $f(x)=x^3+2x^2+x-4$로 놓으면

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & 2 & 1 & -4 \\ & & 1 & 3 & 4 \\ \hline & 1 & 3 & 4 & \boxed{0} \end{array}$$

$f(1)=0$이므로

$f(x)=(x-1)(x^2+3x+4)$

즉, $(x-1)(x^2+3x+4)=0$이므로

$x=1$ 또는 $x=\dfrac{-3\pm\sqrt{7}i}{2}$

(6) $f(x)=x^3-6x^2+11x-6$으로 놓으면

$f(1)=0$이므로

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & -6 & 11 & -6 \\ & & 1 & -5 & 6 \\ \hline & 1 & -5 & 6 & \boxed{0} \end{array}$$

$f(x)=(x-1)(x^2-5x+6)$

$\quad=(x-1)(x-2)(x-3)$

즉, $(x-1)(x-2)(x-3)=0$이므로

$x=1$ 또는 $x=2$ 또는 $x=3$

(7) $f(x)=x^3-4x^2+x+6$으로 놓으면 $f(-1)=0$이므로

$$\begin{array}{r|rrrr} -1 & 1 & -4 & 1 & 6 \\ & & -1 & 5 & -6 \\ \hline & 1 & -5 & 6 & \boxed{0} \end{array}$$

$f(x)=(x+1)(x^2-5x+6)$

$\quad=(x+1)(x-2)(x-3)$

즉, $(x+1)(x-2)(x-3)=0$이므로

$x=-1$ 또는 $x=2$ 또는 $x=3$

(8) $f(x)=2x^3-3x^2-8x-3$으로 놓으면 $f(-1)=0$이므로

$$\begin{array}{r|rrrr} -1 & 2 & -3 & -8 & -3 \\ & & -2 & 5 & 3 \\ \hline & 2 & -5 & -3 & \boxed{0} \end{array}$$

$f(x)=(x+1)(2x^2-5x-3)$

$\quad=(x+1)(2x+1)(x-3)$

즉, $(x+1)(2x+1)(x-3)=0$이므로

$x=-1$ 또는 $x=-\dfrac{1}{2}$ 또는 $x=3$

(9) $f(x)=3x^3-4x^2-5x+2$로 놓으면 $f(-1)=0$이므로

$$\begin{array}{r|rrrr} -1 & 3 & -4 & -5 & 2 \\ & & -3 & 7 & -2 \\ \hline & 3 & -7 & 2 & \boxed{0} \end{array}$$

$f(x)=(x+1)(3x^2-7x+2)$

$\quad=(x+1)(3x-1)(x-2)$

즉, $(x+1)(3x-1)(x-2)=0$이므로

$x=-1$ 또는 $x=\dfrac{1}{3}$ 또는 $x=2$

223 $f(x)=2x^3+5x^2-x-6$으로 놓으면

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 2 & 5 & -1 & -6 \\ & & 2 & 7 & 6 \\ \hline & 2 & 7 & 6 & \boxed{0} \end{array}$$

$f(1)=0$이므로

$f(x)=(x-1)(2x^2+7x+6)$

$\quad=(x-1)(2x+3)(x+2)$

즉, $(x-1)(2x+3)(x+2)=0$이므로

$x=1$ 또는 $x=-\dfrac{3}{2}$ 또는 $x=-2$

따라서 가장 큰 근과 가장 작은 근의 합은 $1+(-2)=-1$

224 (1) 0, 0, 8

(2) $f(x)=x^3-ax^2+x+6$으로 놓으면 $f(-1)=0$이므로

$-1-a-1+6=0$ $\quad\therefore a=4$

(3) $f(x)=x^3+2x^2+ax+6$으로 놓으면 $f(-2)=0$이므로

$-8+8-2a+6=0$ $\quad\therefore a=3$

(4) $f(x)=2x^3-3x^2+ax-3$으로 놓으면 $f(-1)=0$이므로

$-2-3-a-3=0$ $\quad\therefore a=-8$

225 $f(x)=x^3+ax^2+2x+b$로 놓으면

$f(1)=0$, $f(2)=0$이므로

$1+a+2+b=0$, $8+4a+4+b=0$

즉, $a+b=-3$, $4a+b=-12$이므로

$a=-3$, $b=0$

226 (1) 0, 0, 3, 3, x^2+2x-3, 1, 3, 1, 3, 1, -3, 1, -3

(2) $f(x)=x^3+ax^2-13x-12$로 놓으면

$f(-1)=0$이므로

$-1+a+13-12=0$ $\quad\therefore a=0$

즉, $f(x)=x^3-13x-12$이고,
$f(-1)=0$이므로

$$\begin{array}{r|rrrr} -1 & 1 & 0 & -13 & -12 \\ & & -1 & 1 & 12 \\ \hline & 1 & -1 & -12 & \boxed{0} \end{array}$$

$f(x)=(x+1)(x^2-x-12)$
$\quad=(x+1)(x-4)(x+3)$
즉, $(x+1)(x-4)(x+3)=0$이므로
$x=-1$ 또는 $x=4$ 또는 $x=-3$
따라서 나머지 두 근은 $4,\ -3$이다.

(3) $f(x)=x^3-4x^2+ax+6$으로 놓으면 $f(2)=0$이므로
$8-16+2a+6=0 \qquad \therefore a=1$
즉, $f(x)=x^3-4x^2+x+6$이고,
$f(2)=0$이므로

$$\begin{array}{r|rrrr} 2 & 1 & -4 & 1 & 6 \\ & & 2 & -4 & -6 \\ \hline & 1 & -2 & -3 & \boxed{0} \end{array}$$

$f(x)=(x-2)(x^2-2x-3)$
$\quad=(x-2)(x+1)(x-3)$
즉, $(x-2)(x+1)(x-3)=0$이므로
$x=2$ 또는 $x=-1$ 또는 $x=3$
따라서 나머지 두 근은 $-1,\ 3$이다.

(4) $f(x)=x^3+ax^2-x+5$로 놓으면 $f(1)=0$이므로
$1+a-1+5=0 \qquad \therefore a=-5$
즉, $f(x)=x^3-5x^2-x+5$이고,
$f(1)=0$이므로

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & -5 & -1 & 5 \\ & & 1 & -4 & -5 \\ \hline & 1 & -4 & -5 & \boxed{0} \end{array}$$

$f(x)=(x-1)(x^2-4x-5)$
$\quad=(x-1)(x+1)(x-5)$
즉, $(x-1)(x+1)(x-5)=0$이므로
$x=1$ 또는 $x=-1$ 또는 $x=5$
따라서 나머지 두 근은 $-1,\ 5$이다.

227 (1) $-1,\ 2,\ -1,\ 2,\ 1,\ 2,\ 1,\ 2,\ -1,\ 2$

(2) $f(x)=x^4+x^3-7x^2-x+6$으로 놓으면
$f(1)=0,\ f(2)=0$이므로

$$\begin{array}{r|rrrrr} 1 & 1 & 1 & -7 & -1 & 6 \\ & & 1 & 2 & -5 & -6 \\ \hline 2 & 1 & 2 & -5 & -6 & \boxed{0} \\ & & 2 & 8 & 6 & \\ \hline & 1 & 4 & 3 & \boxed{0} & \end{array}$$

$f(x)=(x-1)(x-2)(x^2+4x+3)$
$\quad=(x-1)(x-2)(x+1)(x+3)$
즉, $(x-1)(x-2)(x+1)(x+3)=0$이므로
$x=\pm1$ 또는 $x=2$ 또는 $x=-3$

(3) $f(x)=x^4-10x^3+35x^2-50x+24$로 놓으면
$f(1)=0,\ f(2)=0$이므로

$$\begin{array}{r|rrrrr} 1 & 1 & -10 & 35 & -50 & 24 \\ & & 1 & -9 & 26 & -24 \\ \hline 2 & 1 & -9 & 26 & -24 & \boxed{0} \\ & & 2 & -14 & 24 & \\ \hline & 1 & -7 & 12 & \boxed{0} & \end{array}$$

$f(x)=(x-1)(x-2)(x^2-7x+12)$
$\quad=(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)$
즉, $(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)=0$이므로
$x=1$ 또는 $x=2$ 또는 $x=3$ 또는 $x=4$

(4) $f(x)=x^4-5x^3-4x^2+5x+3$으로 놓으면
$f(-1)=0,\ f(1)=0$이므로

$$\begin{array}{r|rrrrr} -1 & 1 & -5 & -4 & 5 & 3 \\ & & -1 & 6 & -2 & -3 \\ \hline 1 & 1 & -6 & 2 & 3 & \boxed{0} \\ & & 1 & -5 & -3 & \\ \hline & 1 & -5 & -3 & \boxed{0} & \end{array}$$

$f(x)=(x+1)(x-1)(x^2-5x-3)$
즉, $(x+1)(x-1)(x^2-5x-3)=0$이므로
$x=\pm1$ 또는 $x=\dfrac{5\pm\sqrt{37}}{2}$

(5) $f(x)=x^4-2x^2-3x-2$로 놓으면
$f(-1)=0,\ f(2)=0$이므로

$$\begin{array}{r|rrrrr} -1 & 1 & 0 & -2 & -3 & -2 \\ & & -1 & 1 & 1 & 2 \\ \hline 2 & 1 & -1 & -1 & -2 & \boxed{0} \\ & & 2 & 2 & 2 & \\ \hline & 1 & 1 & 1 & \boxed{0} & \end{array}$$

$f(x)=(x+1)(x-2)(x^2+x+1)$
즉, $(x+1)(x-2)(x^2+x+1)=0$이므로
$x=-1$ 또는 $x=2$ 또는 $x=\dfrac{-1\pm\sqrt{3}i}{2}$

(6) $f(x)=x^4+2x^3-8x-16$으로 놓으면
$f(2)=0,\ f(-2)=0$이므로

$$\begin{array}{r|rrrrr} 2 & 1 & 2 & 0 & -8 & -16 \\ & & 2 & 8 & 16 & 16 \\ \hline -2 & 1 & 4 & 8 & 8 & \boxed{0} \\ & & -2 & -4 & -8 & \\ \hline & 1 & 2 & 4 & \boxed{0} & \end{array}$$

$f(x)=(x-2)(x+2)(x^2+2x+4)$
즉, $(x-2)(x+2)(x^2+2x+4)=0$이므로
$x=\pm2$ 또는 $x=-1\pm\sqrt{3}i$

228 $f(x)=x^4-2x^3+3x^2+2x-4$로 놓으면
$f(-1)=0,\ f(1)=0$이므로

$$\begin{array}{r|rrrrr} -1 & 1 & -2 & 3 & 2 & -4 \\ & & -1 & 3 & -6 & 4 \\ \hline 1 & 1 & -3 & 6 & -4 & \boxed{0} \\ & & 1 & -2 & 4 & \\ \hline & 1 & -2 & 4 & \boxed{0} & \end{array}$$

$f(x)=(x+1)(x-1)(x^2-2x+4)$
즉, $(x+1)(x-1)(x^2-2x+4)=0$이므로
$x=\pm1$ 또는 $x=1\pm\sqrt{3}i$
따라서 구하는 모든 실근의 합은 $(-1)+1=0$

229 (1) $f(x)=x^4-3x^3+ax^2+12x+b$로 놓으면
$f(1)=0,\ f(2)=0$이므로
$1-3+a+12+b=0,\ 16-24+4a+24+b=0$
즉, $a+b=-10,\ 4a+b=-16$이므로
$a=-2,\ b=-8$

(2) $f(x)=x^4+ax^3+ax^2+bx-3$으로 놓으면
$f(1)=0$, $f(-1)=0$이므로
$1+a+a+b-3=0$, $1-a+a-b-3=0$
즉, $2a+b=2$, $-b=2$이므로
$a=2$, $b=-2$

(3) $f(x)=x^4+ax^3-5x^2+bx-6$으로 놓으면
$f(1)=0$, $f(-3)=0$이므로
$1+a-5+b-6=0$, $81-27a-45-3b-6=0$
즉, $a+b=10$, $9a+b=10$이므로
$a=0$, $b=10$

230 $f(x)=x^4-x^3-2x^2+6x+a$로 놓으면 $f(1)=0$이므로
$1-1-2+6+a=0 \qquad \therefore a=-4$
즉, $f(x)=x^4-x^3-2x^2+6x-4$이고,
$f(1)=0$, $f(-2)=0$이므로

$$\begin{array}{r|rrrrr} 1 & 1 & -1 & -2 & 6 & -4 \\ & & 1 & 0 & -2 & 4 \\ \hline -2 & 1 & 0 & -2 & 4 & \boxed{0} \\ & & -2 & 4 & -4 & \\ \hline & 1 & -2 & 2 & \boxed{0} & \end{array}$$

$f(x)=(x-1)(x+2)(x^2-2x+2)$
즉, $(x-1)(x+2)(x^2-2x+2)=0$이므로
$x=1$ 또는 $x=-2$ 또는 $x=1\pm i$
따라서 $\alpha=1+i$, $\beta=1-i$ 또는 $\alpha=1-i$, $\beta=1+i$이므로
$a+\alpha+\beta=(-4)+2=-2$

231 (1) x^2-4x, 3, 5, 3, 5
(2) $(x^2+x)^2-14(x^2+x)+24=0$에서
$x^2+x=t$로 놓으면 $t^2-14t+24=0$
$(t-2)(t-12)=0 \qquad \therefore t=2$ 또는 $t=12$
(i) $t=2$, 즉 $x^2+x=2$일 때
$x^2+x-2=0$, $(x+2)(x-1)=0$
$\therefore x=-2$ 또는 $x=1$
(ii) $t=12$, 즉 $x^2+x=12$일 때
$x^2+x-12=0$, $(x+4)(x-3)=0$
$\therefore x=-4$ 또는 $x=3$
따라서 방정식의 근은
$x=-2$ 또는 $x=1$ 또는 $x=-4$ 또는 $x=3$

(3) $(x^2+x)^2-(x^2+x)-2=0$에서
$x^2+x=t$로 놓으면 $t^2-t-2=0$
$(t+1)(t-2)=0 \qquad \therefore t=-1$ 또는 $t=2$
(i) $t=-1$, 즉 $x^2+x=-1$일 때
$x^2+x+1=0 \qquad \therefore x=\frac{-1\pm\sqrt{3}i}{2}$
(ii) $t=2$, 즉 $x^2+x=2$일 때
$x^2+x-2=0$, $(x+2)(x-1)=0 \quad \therefore x=-2$ 또는 $x=1$
따라서 방정식의 근은
$x=\frac{-1\pm\sqrt{3}i}{2}$ 또는 $x=-2$ 또는 $x=1$

(4) $(x^2+4x)^2-2(x^2+4x+3)-2=0$에서
$x^2+4x=t$로 놓으면
$t^2-2(t+3)-2=0$, $t^2-2t-8=0$
$(t+2)(t-4)=0 \qquad \therefore t=-2$ 또는 $t=4$
(i) $t=-2$, 즉 $x^2+4x=-2$일 때
$x^2+4x+2=0 \qquad \therefore x=-2\pm\sqrt{2}$
(ii) $t=4$, 즉 $x^2+4x=4$일 때
$x^2+4x-4=0 \qquad \therefore x=-2\pm2\sqrt{2}$
따라서 방정식의 근은
$x=-2\pm\sqrt{2}$ 또는 $x=-2\pm2\sqrt{2}$

232 (1) x^2+x, 2, 6, 6, 6, 6, 6, -3, -3
(2) $(x+1)(x+3)(x+5)(x+7)+15=0$에서
$\{(x+1)(x+7)\}\{(x+3)(x+5)\}+15=0$
$(x^2+8x+7)(x^2+8x+15)+15=0 \qquad \cdots\cdots$ ㉠
$x^2+8x=t$로 놓으면 ㉠은
$(t+7)(t+15)+15=0$, $t^2+22t+120=0$
$(t+10)(t+12)=0 \qquad \therefore t=-10$ 또는 $t=-12$
(i) $t=-10$, 즉 $x^2+8x=-10$일 때
$x^2+8x+10=0 \qquad \therefore x=-4\pm\sqrt{6}$
(ii) $t=-12$, 즉 $x^2+8x=-12$일 때
$x^2+8x+12=0 \qquad \therefore x=-6$ 또는 $x=-2$
따라서 방정식의 근은
$x=-4\pm\sqrt{6}$ 또는 $x=-6$ 또는 $x=-2$

(3) $(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)-3=0$에서
$\{(x-1)(x-4)\}\{(x-2)(x-3)\}-3=0$
$(x^2-5x+4)(x^2-5x+6)-3=0 \qquad \cdots\cdots$ ㉠
$x^2-5x=t$로 놓으면 ㉠은
$(t+4)(t+6)-3=0$, $t^2+10t+21=0$
$(t+3)(t+7)=0 \qquad \therefore t=-3$ 또는 $t=-7$
(i) $t=-3$, 즉 $x^2-5x=-3$일 때
$x^2-5x+3=0 \qquad \therefore x=\frac{5\pm\sqrt{13}}{2}$
(ii) $t=-7$, 즉 $x^2-5x=-7$일 때
$x^2-5x+7=0 \qquad \therefore x=\frac{5\pm\sqrt{3}i}{2}$
따라서 방정식의 근은
$x=\frac{5\pm\sqrt{13}}{2}$ 또는 $x=\frac{5\pm\sqrt{3}i}{2}$

233 $x(x+1)(x+2)(x+3)=3$에서
$\{x(x+3)\}\{(x+1)(x+2)\}=3$
$(x^2+3x)(x^2+3x+2)=3 \qquad \cdots\cdots$ ㉠
$x^2+3x=t$로 놓으면 ㉠은
$t(t+2)=3$, $t^2+2t-3=0$
$(t-1)(t+3)=0 \qquad \therefore t=1$ 또는 $t=-3$
(i) $t=1$, 즉 $x^2+3x=1$일 때
$x^2+3x-1=0 \qquad \therefore x=\frac{-3\pm\sqrt{13}}{2}$

(ii) $t=-3$, 즉 $x^2+3x=-3$일 때

$x^2+3x+3=0 \qquad \therefore x=\dfrac{-3\pm\sqrt{3}i}{2}$

이때, $\alpha=\dfrac{-3+\sqrt{3}i}{2}$, $\beta=\dfrac{-3-\sqrt{3}i}{2}$라 하면

$(\alpha-\beta)^2=\left\{\dfrac{(-3+\sqrt{3}i)-(-3-\sqrt{3}i)}{2}\right\}^2$

$=(\sqrt{3}i)^2=-3$

234 (1) ±1, ±2

(2) $x^4+2x^2-24=0$에서 $x^2=t$로 놓으면

$t^2+2t-24=0$, $(t-4)(t+6)=0 \qquad \therefore t=4$ 또는 $t=-6$

즉, $x^2=4$ 또는 $x^2=-6$이므로

$x=\pm2$ 또는 $x=\pm\sqrt{6}i$

(3) $x^4-2x^2-15=0$에서 $x^2=t$로 놓으면

$t^2-2t-15=0$, $(t+3)(t-5)=0 \qquad \therefore t=-3$ 또는 $t=5$

즉, $x^2=-3$ 또는 $x^2=5$이므로

$x=\pm\sqrt{3}i$ 또는 $x=\pm\sqrt{5}$

(4) $x^4-8x^2-9=0$에서 $x^2=t$로 놓으면

$t^2-8t-9=0$, $(t+1)(t-9)=0 \qquad \therefore t=-1$ 또는 $t=9$

즉, $x^2=-1$ 또는 $x^2=9$이므로

$x=\pm i$ 또는 $x=\pm3$

235 $x^4-x^2-6=0$에서 $x^2=t$로 놓으면

$t^2-t-6=0$, $(t+2)(t-3)=0 \qquad \therefore t=-2$ 또는 $t=3$

즉, $x^2=-2$ 또는 $x^2=3$이므로

$x=\pm\sqrt{2}i$ 또는 $x=\pm\sqrt{3}$

따라서 구하는 모든 실근의 곱은

$\sqrt{3}\cdot(-\sqrt{3})=-3$

236 (1) $\sqrt{7}i$, $\sqrt{7}i$

(2) $x^4+x^2+1=0$에서

$(x^4+2x^2+1)-x^2=0$, $(x^2+1)^2-x^2=0$

$(x^2+x+1)(x^2-x+1)=0$

즉, $x^2+x+1=0$ 또는 $x^2-x+1=0$이므로

$x=\dfrac{-1\pm\sqrt{3}i}{2}$ 또는 $x=\dfrac{1\pm\sqrt{3}i}{2}$

(3) $x^4-6x^2+1=0$에서

$(x^4-2x^2+1)-4x^2=0$, $(x^2-1)^2-(2x)^2=0$

$(x^2+2x-1)(x^2-2x-1)=0$

즉, $x^2+2x-1=0$ 또는 $x^2-2x-1=0$이므로

$x=-1\pm\sqrt{2}$ 또는 $x=1\pm\sqrt{2}$

(4) $x^4+64=0$에서

$(x^4+16x^2+64)-16x^2=0$, $(x^2+8)^2-(4x)^2=0$

$(x^2+4x+8)(x^2-4x+8)=0$

즉, $x^2+4x+8=0$ 또는 $x^2-4x+8=0$이므로

$x=-2\pm2i$ 또는 $x=2\pm2i$

237 $x^4-8x^2+4=0$에서

$(x^4-4x^2+4)-4x^2=0$, $(x^2-2)^2-(2x)^2=0$

$(x^2+2x-2)(x^2-2x-2)=0$

즉, $x^2+2x-2=0$ 또는 $x^2-2x-2=0$이므로

$x=-1\pm\sqrt{3}$ 또는 $x=1\pm\sqrt{3}$

따라서 양수인 근의 합은

$(-1+\sqrt{3})+(1+\sqrt{3})=2\sqrt{3}$

238 $\alpha+\beta+\gamma$, $\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha$, $\alpha\beta\gamma$, $-\dfrac{b}{a}$, $\dfrac{c}{a}$, $-\dfrac{d}{a}$

239 (1) $\alpha+\beta+\gamma=3$, $\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=3$, $\alpha\beta\gamma=-1$

(2) $\alpha+\beta+\gamma=2$, $\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=\dfrac{5}{2}$, $\alpha\beta\gamma=1$

(3) $\alpha+\beta+\gamma=0$, $\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=2$, $\alpha\beta\gamma=\dfrac{1}{3}$

240 $x^3-2x^2+3x+5=0$의 세 근이 α, β, γ이므로

삼차방정식의 근과 계수의 관계에 의해

$\alpha+\beta+\gamma=2$, $\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=3$, $\alpha\beta\gamma=-5$

(1) $\dfrac{1}{\alpha}+\dfrac{1}{\beta}+\dfrac{1}{\gamma}=\dfrac{\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha}{\alpha\beta\gamma}=-\dfrac{3}{5}$

(2) $\dfrac{1}{\alpha\beta}+\dfrac{1}{\beta\gamma}+\dfrac{1}{\gamma\alpha}=\dfrac{\alpha+\beta+\gamma}{\alpha\beta\gamma}=-\dfrac{2}{5}$

(3) $(1+\alpha)(1+\beta)(1+\gamma)$

$=1+(\alpha+\beta+\gamma)+(\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha)+\alpha\beta\gamma$

$=1+2+3+(-5)=1$

(4) $\alpha^2+\beta^2+\gamma^2=(\alpha+\beta+\gamma)^2-2(\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha)$

$=2^2-2\cdot3=-2$

(5) $\alpha^3+\beta^3+\gamma^3$

$=(\alpha+\beta+\gamma)(\alpha^2+\beta^2+\gamma^2-\alpha\beta-\beta\gamma-\gamma\alpha)+3\alpha\beta\gamma$

$=2\cdot(-2-3)+3\cdot(-5)=-25$

(6) $\alpha^2\beta^2+\beta^2\gamma^2+\gamma^2\alpha^2$

$=(\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha)^2-2(\alpha\beta^2\gamma+\alpha\beta\gamma^2+\alpha^2\beta\gamma)$

$=(\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha)^2-2\alpha\beta\gamma(\alpha+\beta+\gamma)$

$=3^2-2\cdot(-5)\cdot2=29$

241 $x^3-x^2-3x+2=0$의 세 근이 α, β, γ이므로

삼차방정식의 근과 계수의 관계에 의해

$\alpha+\beta+\gamma=1$, $\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=-3$, $\alpha\beta\gamma=-2$

$\therefore (\alpha+\beta)(\beta+\gamma)(\gamma+\alpha)$

$=(1-\gamma)(1-\alpha)(1-\beta)$

$=1-(\alpha+\beta+\gamma)+(\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha)-\alpha\beta\gamma$

$=1-1+(-3)-(-2)=-1$

다른 풀이

$x^3-x^2-3x+2=0$의 세 근이 α, β, γ이므로

$x^3-x^2-3x+2=(x-\alpha)(x-\beta)(x-\gamma)$

위 식의 양변에 $x=1$을 대입하면

$1-1-3+2=(1-\alpha)(1-\beta)(1-\gamma)$

$\therefore (1-\alpha)(1-\beta)(1-\gamma)=-1$

242 (1) 14, 24

(2) (세 근의 합)$=-1+2+4=5$

(두 근끼리의 곱의 합)$=-1\cdot2+2\cdot4+4\cdot(-1)=2$

(세 근의 곱)$=-1\cdot2\cdot4=-8$

$\therefore\ x^3-5x^2+2x+8=0$

(3) (세 근의 합)$=0+1-3=-2$

(두 근끼리의 곱의 합)$=0\cdot1+1\cdot(-3)-3\cdot0=-3$

(세 근의 곱)$=0\cdot1\cdot(-3)=0$

$\therefore\ x^3+2x^2-3x=0$

(4) (세 근의 합)$=-1-3-4=-8$

(두 근끼리의 곱의 합)$=-1\cdot(-3)-3\cdot(-4)-4\cdot(-1)$
$=19$

(세 근의 곱)$=-1\cdot(-3)\cdot(-4)=-12$

$\therefore\ x^3+8x^2+19x+12=0$

(5) (세 근의 합)$=\frac{1}{2}-\frac{1}{2}+6=6$

(두 근끼리의 곱의 합)$=\frac{1}{2}\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)-\frac{1}{2}\cdot6+6\cdot\frac{1}{2}=-\frac{1}{4}$

(세 근의 곱)$=\frac{1}{2}\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)\cdot6=-\frac{3}{2}$

$\therefore\ x^3-6x^2-\frac{1}{4}x+\frac{3}{2}=0$

243 $x^3+2x^2+4x-2=0$의 세 근이 α, β, γ이므로
삼차방정식의 근과 계수의 관계에 의해
$\alpha+\beta+\gamma=-2$, $\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=4$, $\alpha\beta\gamma=2$

(1) $(-\alpha)+(-\beta)+(-\gamma)=-(\alpha+\beta+\gamma)=2$

$(-\alpha)\cdot(-\beta)+(-\beta)\cdot(-\gamma)+(-\gamma)\cdot(-\alpha)$
$=\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=4$

$(-\alpha)\cdot(-\beta)\cdot(-\gamma)=-\alpha\beta\gamma=-2$

$\therefore\ x^3-2x^2+4x+2=0$

(2) $(\alpha+1)+(\beta+1)+(\gamma+1)=\alpha+\beta+\gamma+3$
$=-2+3=1$

$(\alpha+1)(\beta+1)+(\beta+1)(\gamma+1)+(\gamma+1)(\alpha+1)$
$=(\alpha\beta+\alpha+\beta+1)+(\beta\gamma+\beta+\gamma+1)+(\gamma\alpha+\gamma+\alpha+1)$
$=(\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha)+2(\alpha+\beta+\gamma)+3$
$=4+2\cdot(-2)+3=3$

$(\alpha+1)(\beta+1)(\gamma+1)$
$=\alpha\beta\gamma+(\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha)+(\alpha+\beta+\gamma)+1$
$=2+4+(-2)+1=5$

$\therefore\ x^3-x^2+3x-5=0$

(3) $\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}+\frac{1}{\gamma}=\frac{\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha}{\alpha\beta\gamma}=\frac{4}{2}=2$

$\frac{1}{\alpha}\cdot\frac{1}{\beta}+\frac{1}{\beta}\cdot\frac{1}{\gamma}+\frac{1}{\gamma}\cdot\frac{1}{\alpha}=\frac{\alpha+\beta+\gamma}{\alpha\beta\gamma}=\frac{-2}{2}=-1$

$\frac{1}{\alpha}\cdot\frac{1}{\beta}\cdot\frac{1}{\gamma}=\frac{1}{\alpha\beta\gamma}=\frac{1}{2}$

$\therefore\ x^3-2x^2-x-\frac{1}{2}=0$

(4) $\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=4$

$\alpha\beta\cdot\beta\gamma+\beta\gamma\cdot\gamma\alpha+\gamma\alpha\cdot\alpha\beta=\alpha\beta\gamma(\alpha+\beta+\gamma)$
$=2\cdot(-2)=-4$

$\alpha\beta\cdot\beta\gamma\cdot\gamma\alpha=(\alpha\beta\gamma)^2=2^2=4$

$\therefore\ x^3-4x^2-4x-4=0$

(5) $(2\alpha-1)+(2\beta-1)+(2\gamma-1)=2(\alpha+\beta+\gamma)-3$
$=2\cdot(-2)-3=-7$

$(2\alpha-1)(2\beta-1)+(2\beta-1)(2\gamma-1)+(2\gamma-1)(2\alpha-1)$
$=(4\alpha\beta-2\alpha-2\beta+1)+(4\beta\gamma-2\beta-2\gamma+1)$
$+(4\gamma\alpha-2\gamma-2\alpha+1)$
$=4(\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha)-4(\alpha+\beta+\gamma)+3$
$=4\cdot4-4\cdot(-2)+3=27$

$(2\alpha-1)(2\beta-1)(2\gamma-1)$
$=8\alpha\beta\gamma-4(\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha)+2(\alpha+\beta+\gamma)-1$
$=8\cdot2-4\cdot4+2\cdot(-2)-1=-5$

$\therefore\ x^3+7x^2+27x+5=0$

244 $x^3-2x-1=0$의 세 근이 α, β, γ이므로
삼차방정식의 근과 계수의 관계에 의해
$\alpha+\beta+\gamma=0$, $\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=-2$, $\alpha\beta\gamma=1$
이때, $\alpha+\beta=-\gamma$, $\beta+\gamma=-\alpha$, $\gamma+\alpha=-\beta$이므로

$(\alpha+\beta)+(\beta+\gamma)+(\gamma+\alpha)=-\gamma-\alpha-\beta$
$=-(\alpha+\beta+\gamma)=0$

$(\alpha+\beta)(\beta+\gamma)+(\beta+\gamma)(\gamma+\alpha)+(\gamma+\alpha)(\alpha+\beta)$
$=(-\gamma)\cdot(-\alpha)+(-\alpha)\cdot(-\beta)+(-\beta)\cdot(-\gamma)$
$=\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=-2$

$(\alpha+\beta)(\beta+\gamma)(\gamma+\alpha)=(-\gamma)\cdot(-\alpha)\cdot(-\beta)$
$=-\alpha\beta\gamma=-1$

$\therefore\ x^3-2x+1=0$

245 (1) $1-\sqrt{2}$, $1-\sqrt{2}$, $1-\sqrt{2}$, $1-\sqrt{2}$, $1-\sqrt{2}$, 5, $1-\sqrt{2}$, 3

(2) 계수가 모두 유리수이므로 $1-\sqrt{3}$이 근이면 $1+\sqrt{3}$도 근이다.
나머지 한 근을 α라 하면
삼차방정식의 근과 계수의 관계에 의해
$\alpha(1-\sqrt{3})(1+\sqrt{3})=-2$, $-2\alpha=-2$ $\quad\therefore\ \alpha=1$
따라서 세 근이 1, $1-\sqrt{3}$, $1+\sqrt{3}$이므로
$-a=1+(1-\sqrt{3})+(1+\sqrt{3})$에서 $a=-3$
$b=1\cdot(1-\sqrt{3})+(1-\sqrt{3})(1+\sqrt{3})+1\cdot(1+\sqrt{3})$에서 $b=0$

(3) 계수가 모두 유리수이므로 $3+\sqrt{5}$가 근이면 $3-\sqrt{5}$도 근이다.
나머지 한 근을 α라 하면
삼차방정식의 근과 계수의 관계에 의해
$\alpha(3+\sqrt{5})+(3+\sqrt{5})(3-\sqrt{5})+\alpha(3-\sqrt{5})=-2$
$6\alpha+4=-2$ $\quad\therefore\ \alpha=-1$
따라서 세 근이 -1, $3+\sqrt{5}$, $3-\sqrt{5}$이므로
$-a=-1+(3+\sqrt{5})+(3-\sqrt{5})$에서 $a=-5$
$-b=-1\cdot(3+\sqrt{5})(3-\sqrt{5})$에서 $b=4$

246 (1) 계수가 모두 실수이므로 $1+i$가 근이면 $1-i$도 근이다.
나머지 한 근을 α라 하면
삼차방정식의 근과 계수의 관계에 의해
$\alpha+(1+i)+(1-i)=3 \qquad \therefore \alpha=1$
따라서 세 근이 $1,\ 1+i,\ 1-i$이므로
$a=1\cdot(1+i)+(1+i)(1-i)+1\cdot(1-i)$에서
$a=4$
$-b=1\cdot(1+i)(1-i)$에서
$b=-2$

(2) 계수가 모두 실수이므로 $1+\sqrt{2}i$가 근이면 $1-\sqrt{2}i$도 근이다.
나머지 한 근을 α라 하면
삼차방정식의 근과 계수의 관계에 의해
$\alpha(1+\sqrt{2}i)(1-\sqrt{2}i)=3,\ 3\alpha=3 \qquad \therefore \alpha=1$
따라서 세 근이 $1,\ 1+\sqrt{2}i,\ 1-\sqrt{2}i$이므로
$-a=1+(1+\sqrt{2}i)+(1-\sqrt{2}i)$에서
$a=-3$
$b=1\cdot(1+\sqrt{2}i)+(1+\sqrt{2}i)(1-\sqrt{2}i)+1\cdot(1-\sqrt{2}i)$에서
$b=5$

(3) 계수가 모두 실수이므로 $1-i$가 근이면 $1+i$도 근이다.
나머지 한 근을 α라 하면
삼차방정식의 근과 계수의 관계에 의해
$\alpha(1-i)+(1-i)(1+i)+\alpha(1+i)=6$
$2\alpha+2=6 \qquad \therefore \alpha=2$
따라서 세 근이 $2,\ 1-i,\ 1+i$이므로
$-a=2+(1-i)+(1+i)$에서
$a=-4$
$b=2(1-i)(1+i)$에서
$b=4$

247 계수가 모두 실수이므로 $\dfrac{2}{1-i}=1+i$가 근이면 $1-i$도 근이다.
또, 나머지 한 근이 α이므로
삼차방정식의 근과 계수의 관계에 의해
$\alpha(1+i)(1-i)=6,\ 2\alpha=6 \qquad \therefore \alpha=3$
따라서 세 근이 $3,\ 1+i,\ 1-i$이므로
$-a=3+(1+i)+(1-i)$에서 $a=-5$
$b=3(1+i)+(1+i)(1-i)+3(1-i)$에서 $b=8$
$\therefore a+b+\alpha=-5+8+3=6$

248 $x^3=1$에서 $x^3-1=0,\ (x-1)(x^2+x+1)=0$
ω는 $x^2+x+1=0$의 한 허근이므로
$\omega^3=1,\ \omega^2+\omega+1=0$
(1) $\omega^9=(\omega^3)^3=1^3=1$
(2) $\omega+\omega^3+\omega^5=\omega+\omega^3+\omega^3\cdot\omega^2=1+\omega+\omega^2=0$
(3) $1+\omega+\omega^2+\omega^3+\cdots+\omega^{12}$
$=(1+\omega+\omega^2)+\omega^3(1+\omega+\omega^2)+\cdots+\omega^{12}$
$=\omega^{12}=(\omega^3)^4=1$
(4) $\omega+\dfrac{1}{\omega}=\dfrac{\omega^2+1}{\omega}=\dfrac{-\omega}{\omega}=-1$

$x^2+x+1=0$의 두 근이 $\omega,\ \overline{\omega}$이므로 근과 계수의 관계에 의해
$\omega+\overline{\omega}=-1,\ \omega\overline{\omega}=1$
(5) $\dfrac{1}{1-\omega}+\dfrac{1}{1-\overline{\omega}}=\dfrac{1-\overline{\omega}+1-\omega}{(1-\omega)(1-\overline{\omega})}=\dfrac{2-(\omega+\overline{\omega})}{1-(\omega+\overline{\omega})+\omega\overline{\omega}}$
$=\dfrac{2-(-1)}{1-(-1)+1}=1$
(6) $\dfrac{1}{\omega^2}+\dfrac{1}{\overline{\omega}^2}=\dfrac{\omega^2+\overline{\omega}^2}{\omega^2\overline{\omega}^2}=\dfrac{(\omega+\overline{\omega})^2-2\omega\overline{\omega}}{1^2}$
$=(-1)^2-2=-1$

249 $x^3-1=0$에서 $(x-1)(x^2+x+1)=0$
ω는 $x^2+x+1=0$의 한 허근이므로
$\omega^3=1,\ \omega^2+\omega+1=0$
이때, $1+\dfrac{1}{\omega}+\dfrac{1}{\omega^2}=\dfrac{\omega^2+\omega+1}{\omega^2}=0$이므로
$1+\dfrac{1}{\omega}+\dfrac{1}{\omega^2}+\dfrac{1}{\omega^3}+\cdots+\dfrac{1}{\omega^8}$
$=\left(1+\dfrac{1}{\omega}+\dfrac{1}{\omega^2}\right)+\dfrac{1}{\omega^3}\left(1+\dfrac{1}{\omega}+\dfrac{1}{\omega^2}\right)+\dfrac{1}{\omega^6}\left(1+\dfrac{1}{\omega}+\dfrac{1}{\omega^2}\right)$
$=0$

250 $x^3=-1$에서 $x^3+1=0,\ (x+1)(x^2-x+1)=0$
ω는 $x^2-x+1=0$의 한 허근이므로
$\omega^3=-1,\ \omega^2-\omega+1=0$
(1) $\omega^{18}=(\omega^3)^6=(-1)^6=1$
(2) $\omega^3-(\omega^2-\omega)=\omega(\omega^2-\omega+1)=0$
(3) $1-\omega+\omega^2-\omega^3+\omega^4-\omega^5+\omega^6$
$=(1-\omega+\omega^2)-\omega^3(1-\omega+\omega^2)+\omega^6$
$=\omega^6=(\omega^3)^2=(-1)^2=1$
(4) $-\omega-\dfrac{1}{\omega}=-\dfrac{\omega^2+1}{\omega}=-\dfrac{\omega}{\omega}=-1$
(5) $\dfrac{1-\omega}{\omega^2}+\dfrac{1+\omega^2}{\omega}=\dfrac{-\omega^2}{\omega^2}+\dfrac{\omega}{\omega}=(-1)+1=0$
(6) $x^2-x+1=0$의 두 근이 $\omega,\ \overline{\omega}$이므로 근과 계수의 관계에 의해
$\omega+\overline{\omega}=1,\ \omega\overline{\omega}=1$
$\dfrac{1}{1+\omega}+\dfrac{1}{1+\overline{\omega}}=\dfrac{1+\omega+1+\overline{\omega}}{(1+\omega)(1+\overline{\omega})}$
$=\dfrac{2+(\omega+\overline{\omega})}{1+(\omega+\overline{\omega})+\omega\overline{\omega}}=\dfrac{2+1}{1+1+1}=1$

251 $x^3+1=0$에서 $(x+1)(x^2-x+1)=0$
$x^2-x+1=0$의 두 허근이 $\omega,\ \overline{\omega}$이므로
$\omega^2-\omega+1=0,\ \overline{\omega}^2-\overline{\omega}+1=0$
또, 근과 계수의 관계에 의해
$\omega+\overline{\omega}=1,\ \omega\overline{\omega}=1$
$\therefore \dfrac{\overline{\omega}-1}{\omega}+\dfrac{\omega-1}{\overline{\omega}}=\dfrac{\overline{\omega}^2-\overline{\omega}+\omega^2-\omega}{\omega\overline{\omega}}=\dfrac{(-1)+(-1)}{1}=-2$

다른 풀이
$\omega+\overline{\omega}=1$에서 $\overline{\omega}-1=-\omega,\ \omega-1=-\overline{\omega}$
$\therefore \dfrac{\overline{\omega}-1}{\omega}+\dfrac{\omega-1}{\overline{\omega}}=\dfrac{-\omega}{\omega}+\dfrac{-\overline{\omega}}{\overline{\omega}}=-1-1=-2$

252 $x^3+8=0$에서 $(x+2)(x^2-2x+4)=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=1\pm\sqrt{3}i$

253 $f(x)=x^3-3x^2-4x+12$로 놓으면

$$\begin{array}{r|rrrr} 2 & 1 & -3 & -4 & 12 \\ & & 2 & -2 & -12 \\ \hline & 1 & -1 & -6 & \boxed{0} \end{array}$$

$f(2)=0$이므로

$f(x)=(x-2)(x^2-x-6)$

$\quad=(x-2)(x+2)(x-3)$

즉, $(x-2)(x+2)(x-3)=0$이므로

$x=\pm2$ 또는 $x=3$

254 $f(x)=x^3+x+10$으로 놓으면

$$\begin{array}{r|rrrr} -2 & 1 & 0 & 1 & 10 \\ & & -2 & 4 & -10 \\ \hline & 1 & -2 & 5 & \boxed{0} \end{array}$$

$f(-2)=0$이므로

$f(x)=(x+2)(x^2-2x+5)$

즉, $(x+2)(x^2-2x+5)=0$이므로

$x=-2$ 또는 $x=1\pm2i$

255 $f(x)=x^4-2x^3-5x^2+2x+4$로 놓으면

$f(1)=0,\ f(-1)=0$이므로

$$\begin{array}{r|rrrrr} 1 & 1 & -2 & -5 & 2 & 4 \\ & & 1 & -1 & -6 & -4 \\ \hline -1 & 1 & -1 & -6 & -4 & \boxed{0} \\ & & -1 & 2 & 4 & \\ \hline & 1 & -2 & -4 & \boxed{0} & \end{array}$$

$f(x)=(x-1)(x+1)(x^2-2x-4)$

즉, $(x-1)(x+1)(x^2-2x-4)=0$이므로

$x=\pm1$ 또는 $x=1\pm\sqrt{5}$

256 $f(x)=x^4+x^3+2x-4$로 놓으면

$f(1)=0,\ f(-2)=0$이므로

$$\begin{array}{r|rrrrr} 1 & 1 & 1 & 0 & 2 & -4 \\ & & 1 & 2 & 2 & 4 \\ \hline -2 & 1 & 2 & 2 & 4 & \boxed{0} \\ & & -2 & 0 & -4 & \\ \hline & 1 & 0 & 2 & \boxed{0} & \end{array}$$

$f(x)=(x-1)(x+2)(x^2+2)$

즉, $(x-1)(x+2)(x^2+2)=0$이므로

$x=1$ 또는 $x=-2$ 또는 $x=\pm\sqrt{2}i$

257 $(x^2-3x)^2-2(x^2-3x)-8=0$에서 $x^2-3x=t$로 놓으면

$t^2-2t-8=0,\ (t+2)(t-4)=0$

$\therefore t=-2$ 또는 $t=4$

(i) $t=-2$, 즉 $x^2-3x=-2$일 때

$x^2-3x+2=0,\ (x-1)(x-2)=0$

$\therefore x=1$ 또는 $x=2$

(ii) $t=4$, 즉 $x^2-3x=4$일 때

$x^2-3x-4=0,\ (x+1)(x-4)=0$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=4$

따라서 방정식의 근은

$x=\pm1$ 또는 $x=2$ 또는 $x=4$

258 $(x+1)(x-2)(x+3)(x+6)+14=0$에서

$\{(x+1)(x+3)\}\{(x-2)(x+6)\}+14=0$

$(x^2+4x+3)(x^2+4x-12)+14=0$ …… ㉠

$x^2+4x=t$로 놓으면 ㉠은

$(t+3)(t-12)+14=0,\ t^2-9t-22=0$

$(t+2)(t-11)=0$ $\quad\therefore t=-2$ 또는 $t=11$

(i) $t=-2$, 즉 $x^2+4x=-2$일 때

$x^2+4x+2=0$ $\quad\therefore x=-2\pm\sqrt{2}$

(ii) $t=11$, 즉 $x^2+4x=11$일 때

$x^2+4x-11=0$ $\quad\therefore x=-2\pm\sqrt{15}$

따라서 방정식의 근은

$x=-2\pm\sqrt{2}$ 또는 $x=-2\pm\sqrt{15}$

259 $x^4-3x^2-4=0$에서 $x^2=t$로 놓으면

$t^2-3t-4=0,\ (t+1)(t-4)=0$

$\therefore t=-1$ 또는 $t=4$

즉, $x^2=-1$ 또는 $x^2=4$이므로

$x=\pm i$ 또는 $x=\pm2$

260 $x^4+2x^2+9=0$에서

$(x^4+6x^2+9)-4x^2=0,\ (x^2+3)^2-(2x)^2=0$

$(x^2+2x+3)(x^2-2x+3)=0$

즉, $x^2+2x+3=0$ 또는 $x^2-2x+3=0$이므로

$x=-1\pm\sqrt{2}i$ 또는 $x=1\pm\sqrt{2}i$

261 $f(x)=x^3-2x^2+ax+6$으로 놓으면

$f(1)=0$이므로

$1-2+a+6=0$ $\quad\therefore a=-5$

즉, $f(x)=x^3-2x^2-5x+6$이고,

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & -2 & -5 & 6 \\ & & 1 & -1 & -6 \\ \hline & 1 & -1 & -6 & \boxed{0} \end{array}$$

$f(1)=0$이므로

$f(x)=(x-1)(x^2-x-6)$

$\quad=(x-1)(x+2)(x-3)$

즉, $(x-1)(x+2)(x-3)=0$이므로

$x=1$ 또는 $x=-2$ 또는 $x=3$

따라서 나머지 두 근은 -2, 3이다.

262 $f(x)=x^3-4x^2+x+a$로 놓으면

$f(-1)=0$이므로

$-1-4-1+a=0$ $\quad\therefore a=6$

즉, $f(x)=x^3-4x^2+x+6$이고,

$$\begin{array}{r|rrrr} -1 & 1 & -4 & 1 & 6 \\ & & -1 & 5 & -6 \\ \hline & 1 & -5 & 6 & \boxed{0} \end{array}$$

$f(-1)=0$이므로

$f(x)=(x+1)(x^2-5x+6)$

$\quad=(x+1)(x-2)(x-3)$

즉, $(x+1)(x-2)(x-3)=0$이므로

$x=-1$ 또는 $x=2$ 또는 $x=3$

따라서 나머지 두 근은 2, 3이다.

263 $f(x)=x^3+ax^2+x+10$으로 놓으면

$f(-2)=0$이므로

$-8+4a-2+10=0 \qquad \therefore a=0$

즉, $f(x)=x^3+x+10$이고,

$f(-2)=0$이므로

$$\begin{array}{r|rrrr} -2 & 1 & 0 & 1 & 10 \\ & & -2 & 4 & -10 \\ \hline & 1 & -2 & 5 & \boxed{0} \end{array}$$

$f(x)=(x+2)(x^2-2x+5)$

즉, $(x+2)(x^2-2x+5)=0$이므로

$x=-2$ 또는 $x=1\pm2i$

따라서 나머지 두 근은 $1\pm2i$이다.

[264~265]

$x^3+3x-2=0$에서 세 근이 α, β, γ이므로

삼차방정식의 근과 계수의 관계에 의해

$\alpha+\beta+\gamma=0, \alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=3, \alpha\beta\gamma=2$

264 $(\alpha-1)(\beta-1)(\gamma-1)$

$=\alpha\beta\gamma-(\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha)+(\alpha+\beta+\gamma)-1$

$=2-3+0-1=-2$

265 $\alpha^2\beta^2+\beta^2\gamma^2+\gamma^2\alpha^2=(\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha)^2-2\alpha\beta\gamma(\alpha+\beta+\gamma)$

$=3^2-2\cdot2\cdot0=9$

[266~267]

$x^3+2x^2-x-3=0$에서 세 근이 α, β, γ이므로

삼차방정식의 근과 계수의 관계에 의해

$\alpha+\beta+\gamma=-2, \alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=-1, \alpha\beta\gamma=3$

266 $(\alpha+1)+(\beta+1)+(\gamma+1)=\alpha+\beta+\gamma+3$

$=-2+3=1$

$(\alpha+1)(\beta+1)+(\beta+1)(\gamma+1)+(\gamma+1)(\alpha+1)$

$=(\alpha\beta+\alpha+\beta+1)+(\beta\gamma+\beta+\gamma+1)+(\gamma\alpha+\gamma+\alpha+1)$

$=(\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha)+2(\alpha+\beta+\gamma)+3$

$=-1+2\cdot(-2)+3=-2$

$(\alpha+1)(\beta+1)(\gamma+1)$

$=\alpha\beta\gamma+(\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha)+(\alpha+\beta+\gamma)+1$

$=3+(-1)+(-2)+1=1$

$\therefore x^3-x^2-2x-1=0$

267 $\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}+\frac{1}{\gamma}=\frac{\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha}{\alpha\beta\gamma}=\frac{-1}{3}=-\frac{1}{3}$

$\frac{1}{\alpha}\cdot\frac{1}{\beta}+\frac{1}{\beta}\cdot\frac{1}{\gamma}+\frac{1}{\gamma}\cdot\frac{1}{\alpha}=\frac{\alpha+\beta+\gamma}{\alpha\beta\gamma}=\frac{-2}{3}=-\frac{2}{3}$

$\frac{1}{\alpha}\cdot\frac{1}{\beta}\cdot\frac{1}{\gamma}=\frac{1}{\alpha\beta\gamma}=\frac{1}{3}$

$\therefore x^3+\frac{1}{3}x^2-\frac{2}{3}x-\frac{1}{3}=0$

268 계수가 모두 실수이므로 $1+i$가 근이면 $1-i$도 근이다.

나머지 한 근을 α라 하면

삼차방정식의 근과 계수의 관계에 의해

$\alpha+(1+i)+(1-i)=1 \qquad \therefore \alpha=-1$

따라서 세 근이 $-1, 1+i, 1-i$이므로

$a=-1\cdot(1+i)+(1+i)(1-i)-1\cdot(1-i)$에서 $a=0$

$-b=-1\cdot(1+i)(1-i)$에서 $b=2$

269 계수가 모두 실수이므로 $2+i$가 근이면 $2-i$도 근이다.

나머지 한 근을 α라 하면

삼차방정식의 근과 계수의 관계에 의해

$\alpha+(2+i)+(2-i)=-1 \qquad \therefore \alpha=-5$

따라서 세 근이 $-5, 2+i, 2-i$이므로

$a=-5(2+i)+(2+i)(2-i)-5(2-i)$에서 $a=-15$

$b=-5(2+i)(2-i)$에서 $b=-25$

270 계수가 모두 실수이므로 $1+\sqrt{3}i$가 근이면 $1-\sqrt{3}i$도 근이다.

나머지 한 근을 α라 하면

삼차방정식의 근과 계수의 관계에 의해

$\alpha(1+\sqrt{3}i)(1-\sqrt{3}i)=-4 \qquad \therefore \alpha=-1$

따라서 세 근이 $-1, 1+\sqrt{3}i, 1-\sqrt{3}i$이므로

$-a=-1+(1+\sqrt{3}i)+(1-\sqrt{3}i)$에서 $a=-1$

$b=-1\cdot(1+\sqrt{3}i)+(1+\sqrt{3}i)(1-\sqrt{3}i)-1\cdot(1-\sqrt{3}i)$에서

$b=2$

[271~274]

$x^3=1$에서 $x^3-1=0, (x-1)(x^2+x+1)=0$

ω는 $x^2+x+1=0$의 한 허근이므로

$\omega^3=1, \omega^2+\omega+1=0$

271 $\omega+\omega^2+\omega^3=\omega(1+\omega+\omega^2)=0$

272 $\omega^4+\omega^2+1=\omega^3\cdot\omega+\omega^2+1=\omega^2+\omega+1=0$

273 $(1+\omega)(1+\omega^2)=1+\omega^2+\omega+\omega^3$

$=(1+\omega+\omega^2)+\omega^3=1$

274 $\omega^{10}+\frac{1}{\omega^{10}}=(\omega^3)^3\cdot\omega+\frac{1}{(\omega^3)^3\cdot\omega}=\omega+\frac{1}{\omega}$

$=\frac{\omega^2+1}{\omega}=\frac{-\omega}{\omega}=-1$

[275~277]

$x^3+1=0$에서 $(x+1)(x^2-x+1)=0$

ω는 $x^2-x+1=0$의 한 허근이므로

$\omega^3=-1, \omega^2-\omega+1=0$

275 $\omega^{10}-\omega^5+1=(\omega^3)^3\cdot\omega-\omega^3\cdot\omega^2+1$

$=\omega^2-\omega+1=0$

276 $\omega^2+\frac{1}{\omega^2}=\frac{\omega^4+1}{\omega^2}=\frac{-\omega+1}{\omega^2}=\frac{-\omega^2}{\omega^2}=-1$

277 $(1-\omega)(1+\omega^2)=1+\omega^2-\omega-\omega^3$

$=(\omega^2-\omega+1)-\omega^3=1$

278 (1) $\begin{cases} x+y=3 & \cdots\cdots ㉠ \\ 2x-y=9 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠+㉡을 하면 $3x=12$ $\quad \therefore x=4$

이것을 ㉠에 대입하면 $y=-1$

따라서 주어진 연립방정식의 해는 $x=4$, $y=-1$

(2) $\begin{cases} x-2y=1 & \cdots\cdots ㉠ \\ 2x+3y=9 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

2×㉠−㉡을 하면 $-7y=-7$ $\quad \therefore y=1$

이것을 ㉠에 대입하면 $x=3$

따라서 주어진 연립방정식의 해는 $x=3$, $y=1$

(3) $\begin{cases} 3x-4y=7 & \cdots\cdots ㉠ \\ 5x-6y=13 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

3×㉠−2×㉡을 하면 $-x=-5$ $\quad \therefore x=5$

이것을 ㉠에 대입하면 $y=2$

따라서 주어진 연립방정식의 해는 $x=5$, $y=2$

279 (1) $\begin{cases} 3x-y=8 & \cdots\cdots ㉠ \\ y=-x+4 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉡을 ㉠에 대입하면 $4x-4=8$ $\quad \therefore x=3$

이것을 ㉡에 대입하면 $y=1$

따라서 주어진 연립방정식의 해는 $x=3$, $y=1$

(2) $\begin{cases} x-y=-1 & \cdots\cdots ㉠ \\ 5x+y=19 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠을 y에 대하여 정리하면 $y=x+1$ $\quad \cdots\cdots ㉢$

㉢을 ㉡에 대입하면 $6x+1=19$ $\quad \therefore x=3$

이것을 ㉢에 대입하면 $y=4$

따라서 주어진 연립방정식의 해는 $x=3$, $y=4$

(3) $\begin{cases} 2x+y=10 & \cdots\cdots ㉠ \\ -3x+2y=-1 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠을 y에 대하여 정리하면 $y=-2x+10$ $\cdots\cdots ㉢$

㉢을 ㉡에 대입하면 $-7x+20=-1$ $\quad \therefore x=3$

이것을 ㉢에 대입하면 $y=4$

따라서 주어진 연립방정식의 해는 $x=3$, $y=4$

280 (1) 1, 1, 2, 1, 2

(2) $\begin{cases} x+y=-2 & \cdots\cdots ㉠ \\ x^2-2y^2=7 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠을 y에 대하여 정리하면 $y=-x-2$ $\quad \cdots\cdots ㉢$

㉢을 ㉡에 대입하면 $x^2-2(-x-2)^2=7$

$x^2+8x+15=0$, $(x+5)(x+3)=0$

$\therefore x=-5$ 또는 $x=-3$

㉢에서 $x=-5$이면 $y=3$, $x=-3$이면 $y=1$

따라서 주어진 연립방정식의 해는

$\begin{cases} x=-5 \\ y=3 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-3 \\ y=1 \end{cases}$

(3) $\begin{cases} 2x-y=1 & \cdots\cdots ㉠ \\ 3x^2-y^2=-6 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠에서 $y=2x-1$, 이를 ㉡에 대입하면

$3x^2-(2x-1)^2=-6$, $x^2-4x-5=0$

$(x+1)(x-5)=0$ $\quad \therefore x=-1$ 또는 $x=5$

㉠에서 $x=-1$이면 $y=-3$, $x=5$이면 $y=9$

따라서 주어진 연립방정식의 해는 $\begin{cases} x=-1 \\ y=-3 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=5 \\ y=9 \end{cases}$

(4) $\begin{cases} x-y=2 & \cdots\cdots ㉠ \\ x^2+xy-y^2=11 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠에서 $y=x-2$, 이를 ㉡에 대입하면

$x^2+x(x-2)-(x-2)^2=11$, $x^2+2x-15=0$

$(x+5)(x-3)=0$ $\quad \therefore x=-5$ 또는 $x=3$

㉠에서 $x=-5$이면 $y=-7$, $x=3$이면 $y=1$

따라서 주어진 연립방정식의 해는 $\begin{cases} x=-5 \\ y=-7 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=3 \\ y=1 \end{cases}$

(5) $\begin{cases} x-y=-2 & \cdots\cdots ㉠ \\ x^2-xy+2y^2=4 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠에서 $y=x+2$, 이를 ㉡에 대입하면

$x^2-x(x+2)+2(x+2)^2=4$, $x^2+3x+2=0$

$(x+1)(x+2)=0$ $\quad \therefore x=-1$ 또는 $x=-2$

㉠에서 $x=-1$이면 $y=1$, $x=-2$이면 $y=0$

따라서 주어진 연립방정식의 해는 $\begin{cases} x=-1 \\ y=1 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-2 \\ y=0 \end{cases}$

(6) $\begin{cases} x-2y=1 & \cdots\cdots ㉠ \\ x^2-xy+y^2=7 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠에서 $x=2y+1$, 이를 ㉡에 대입하면

$(2y+1)^2-(2y+1)y+y^2=7$, $y^2+y-2=0$

$(y+2)(y-1)=0$ $\quad \therefore y=-2$ 또는 $y=1$

㉠에서 $y=-2$이면 $x=-3$, $y=1$이면 $x=3$

따라서 주어진 연립방정식의 해는 $\begin{cases} x=-3 \\ y=-2 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=3 \\ y=1 \end{cases}$

(7) $\begin{cases} x-2y=-1 & \cdots\cdots ㉠ \\ x^2-2xy-y^2=-2 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠에서 $x=2y-1$, 이를 ㉡에 대입하면

$(2y-1)^2-2(2y-1)y-y^2=-2$, $y^2+2y-3=0$

$(y-1)(y+3)=0$ $\quad \therefore y=-3$ 또는 $y=1$

㉠에서 $y=-3$이면 $x=-7$, $y=1$이면 $x=1$

따라서 주어진 연립방정식의 해는 $\begin{cases} x=-7 \\ y=-3 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases}$

281 $\begin{cases} x-y+2=0 & \cdots\cdots ㉠ \\ x^2+3x-y-1=0 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠을 y에 대하여 정리하면 $y=x+2$ $\quad \cdots\cdots ㉢$

㉢을 ㉡에 대입하면 $x^2+3x-(x+2)-1=0$

$x^2+2x-3=0$, $(x+3)(x-1)=0$

$\therefore x=-3$ 또는 $x=1$

㉢에서 $x=-3$이면 $y=-1$, $x=1$이면 $y=3$

따라서 $\alpha=-3$, $\beta=-1$ 또는 $\alpha=1$, $\beta=3$이므로 $\alpha^2+\beta^2=10$

282 (1) ± 4, $\mp\sqrt{5}i$, 4, -4, $-\sqrt{5}i$, $\sqrt{5}i$

(2) $\begin{cases} x^2-y^2=0 & \cdots\cdots ㉠ \\ 3x^2+xy-y^2=9 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠에서 $(x-y)(x+y)=0 \quad \therefore x=y$ 또는 $x=-y$

(ⅰ) $x=y$를 ㉡에 대입하면

$3y^2+y^2-y^2=9,\ y^2=3 \quad \therefore y=\pm\sqrt{3}$

$x=y$이므로 $y=\pm\sqrt{3},\ x=\pm\sqrt{3}$ (복호동순)

(ⅱ) $x=-y$를 ㉡에 대입하면

$3y^2-y^2-y^2=9,\ y^2=9 \quad \therefore y=\pm 3$

$x=-y$이므로 $y=\pm 3,\ x=\mp 3$ (복호동순)

따라서 주어진 연립방정식의 해는

$\begin{cases} x=\sqrt{3} \\ y=\sqrt{3} \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-\sqrt{3} \\ y=-\sqrt{3} \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=3 \\ y=-3 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-3 \\ y=3 \end{cases}$

(3) $\begin{cases} x^2-2xy-3y^2=0 & \cdots\cdots ㉠ \\ x^2+y^2=100 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠에서 $(x-3y)(x+y)=0 \quad \therefore x=3y$ 또는 $x=-y$

(ⅰ) $x=3y$를 ㉡에 대입하면

$9y^2+y^2=100,\ y^2=10 \quad \therefore y=\pm\sqrt{10}$

$x=3y$이므로 $y=\pm\sqrt{10},\ x=\pm 3\sqrt{10}$ (복호동순)

(ⅱ) $x=-y$를 ㉡에 대입하면

$y^2+y^2=100,\ y^2=50 \quad \therefore y=\pm 5\sqrt{2}$

$x=-y$이므로 $y=\pm 5\sqrt{2},\ x=\mp 5\sqrt{2}$ (복호동순)

따라서 주어진 연립방정식의 해는

$\begin{cases} x=3\sqrt{10} \\ y=\sqrt{10} \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-3\sqrt{10} \\ y=-\sqrt{10} \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=5\sqrt{2} \\ y=-5\sqrt{2} \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-5\sqrt{2} \\ y=5\sqrt{2} \end{cases}$

(4) $\begin{cases} 2x^2-3xy+y^2=0 & \cdots\cdots ㉠ \\ 5x^2-y^2=4 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠에서 $(x-y)(2x-y)=0 \quad \therefore y=x$ 또는 $y=2x$

(ⅰ) $y=x$를 ㉡에 대입하면

$5x^2-x^2=4,\ x^2=1 \quad \therefore x=\pm 1$

$y=x$이므로 $x=\pm 1,\ y=\pm 1$ (복호동순)

(ⅱ) $y=2x$를 ㉡에 대입하면

$5x^2-4x^2=4,\ x^2=4 \quad \therefore x=\pm 2$

$y=2x$이므로 $x=\pm 2,\ y=\pm 4$ (복호동순)

따라서 주어진 연립방정식의 해는

$\begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-1 \\ y=-1 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=2 \\ y=4 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-2 \\ y=-4 \end{cases}$

(5) $\begin{cases} 2x^2-xy-y^2=0 & \cdots\cdots ㉠ \\ 2x^2-5xy+y^2=16 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠에서 $(x-y)(2x+y)=0 \quad \therefore y=x$ 또는 $y=-2x$

(ⅰ) $y=x$를 ㉡에 대입하면

$2x^2-5x^2+x^2=16,\ x^2=-8 \quad \therefore x=\pm 2\sqrt{2}i$

$y=x$이므로 $x=\pm 2\sqrt{2}i,\ y=\pm 2\sqrt{2}i$ (복호동순)

(ⅱ) $y=-2x$를 ㉡에 대입하면

$2x^2+10x^2+4x^2=16,\ x^2=1 \quad \therefore x=\pm 1$

$y=-2x$이므로 $x=\pm 1,\ y=\mp 2$ (복호동순)

따라서 주어진 연립방정식의 해는

$\begin{cases} x=2\sqrt{2}i \\ y=2\sqrt{2}i \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-2\sqrt{2}i \\ y=-2\sqrt{2}i \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=1 \\ y=-2 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-1 \\ y=2 \end{cases}$

(6) $\begin{cases} 6x^2-xy-2y^2=0 & \cdots\cdots ㉠ \\ x^2-xy+y^2=7 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠에서 $(3x-2y)(2x+y)=0$

$\therefore y=\dfrac{3}{2}x$ 또는 $y=-2x$

(ⅰ) $y=\dfrac{3}{2}x$를 ㉡에 대입하면

$x^2-\dfrac{3}{2}x^2+\dfrac{9}{4}x^2=7,\ x^2=4 \quad \therefore x=\pm 2$

$y=\dfrac{3}{2}x$이므로 $x=\pm 2,\ y=\pm 3$ (복호동순)

(ⅱ) $y=-2x$를 ㉡에 대입하면

$x^2+2x^2+4x^2=7,\ x^2=1 \quad \therefore x=\pm 1$

$y=-2x$이므로 $x=\pm 1,\ y=\mp 2$ (복호동순)

따라서 주어진 연립방정식의 해는

$\begin{cases} x=2 \\ y=3 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-2 \\ y=-3 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=1 \\ y=-2 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-1 \\ y=2 \end{cases}$

283 $\begin{cases} x^2-y^2=0 & \cdots\cdots ㉠ \\ x^2-xy+y^2=16 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠에서 $(x-y)(x+y)=0$

$\therefore x=y$ 또는 $x=-y$

(ⅰ) $x=y$를 ㉡에 대입하면

$y^2-y^2+y^2=16,\ y^2=16 \quad \therefore y=\pm 4$

$x=y$이므로 $y=\pm 4,\ x=\pm 4$ (복호동순)

(ⅱ) $x=-y$를 ㉡에 대입하면

$y^2+y^2+y^2=16,\ y^2=\dfrac{16}{3} \quad \therefore y=\pm\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$

$x=-y$이므로 $y=\pm\dfrac{4\sqrt{3}}{3},\ x=\mp\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$ (복호동순)

주어진 연립방정식의 해 중 x, y가 모두 양의 실수인 것은 $x=4$, $y=4$이므로

$x+y=4+4=8$

284 (1) $3x$, $3x$, ± 3, ± 2, 3, -3, 2, -2

(2) $\begin{cases} x^2-2xy+2y^2=5 & \cdots\cdots ㉠ \\ 4x^2-11xy+7y^2=10 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

$2\times$㉠$-$㉡을 하면 $-2x^2+7xy-3y^2=0$

$2x^2-7xy+3y^2=0,\ (x-3y)(2x-y)=0$

$\therefore y=\dfrac{1}{3}x$ 또는 $y=2x$

(ⅰ) $y=\dfrac{1}{3}x$를 ㉠에 대입하면

$x^2-\dfrac{2}{3}x^2+\dfrac{2}{9}x^2=5,\ x^2=9 \quad \therefore x=\pm 3$

$y=\dfrac{1}{3}x$이므로 $x=\pm 3,\ y=\pm 1$ (복호동순)

(ⅱ) $y=2x$를 ㉠에 대입하면

$x^2-4x^2+8x^2=5,\ x^2=1 \quad \therefore x=\pm 1$

$y=2x$이므로 $x=\pm 1,\ y=\pm 2$ (복호동순)

따라서 주어진 연립방정식의 해는

$\begin{cases} x=3 \\ y=1 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-3 \\ y=-1 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-1 \\ y=-2 \end{cases}$

(3) $\begin{cases} x^2-xy=6 & \cdots\cdots ㉠ \\ y^2-xy=-2 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$+3\times$㉡을 하면 $x^2-4xy+3y^2=0$

$(x-y)(x-3y)=0 \qquad \therefore x=y$ 또는 $x=3y$

(i) $x=y$를 ㉠에 대입하면

$y^2-y^2=6$

이때, $0\neq6$이므로 해가 없다.

(ii) $x=3y$를 ㉠에 대입하면

$9y^2-3y^2=6,\ y^2=1 \qquad \therefore y=\pm1$

$x=3y$이므로 $y=\pm1,\ x=\pm3$ (복호동순)

따라서 주어진 연립방정식의 해는

$\begin{cases} x=3 \\ y=1 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-3 \\ y=-1 \end{cases}$

285 (1) 2, 5, 2, 5

(2) $\begin{cases} 3x^2+5y-2x=8 & \cdots\cdots ㉠ \\ x^2+2y-x=2 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$-3\times$㉡을 하면 $x-y=2$

$\therefore y=x-2 \qquad \cdots\cdots ㉢$

㉢을 ㉡에 대입하면 $x^2+2(x-2)-x=2$

$x^2+x-6=0,\ (x+3)(x-2)=0$

$\therefore x=-3$ 또는 $x=2$

㉢에서 $x=-3$이면 $y=-5$, $x=2$이면 $y=0$

따라서 주어진 연립방정식의 해는

$\begin{cases} x=-3 \\ y=-5 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=2 \\ y=0 \end{cases}$

(3) $\begin{cases} x^2+y^2+2x=0 & \cdots\cdots ㉠ \\ x^2+y^2+x+y=2 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$-$㉡을 하면 $x-y=-2$

$\therefore y=x+2 \qquad \cdots\cdots ㉢$

㉢을 ㉠에 대입하면 $x^2+(x+2)^2+2x=0$

$x^2+3x+2=0,\ (x+1)(x+2)=0$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=-2$

㉢에서 $x=-1$이면 $y=1$, $x=-2$이면 $y=0$

따라서 주어진 연립방정식의 해는

$\begin{cases} x=-1 \\ y=1 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-2 \\ y=0 \end{cases}$

(4) $\begin{cases} x^2+y^2-7x+y=-10 & \cdots\cdots ㉠ \\ x^2+y^2-x-2y=5 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$-$㉡을 하면 $-6x+3y=-15$

$\therefore y=2x-5 \qquad \cdots\cdots ㉢$

㉢을 ㉠에 대입하면 $x^2+(2x-5)^2-7x+(2x-5)=-10$

$x^2-5x+6=0,\ (x-2)(x-3)=0$

$\therefore x=2$ 또는 $x=3$

㉢에서 $x=2$이면 $y=-1$, $x=3$이면 $y=1$

따라서 주어진 연립방정식의 해는

$\begin{cases} x=2 \\ y=-1 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=3 \\ y=1 \end{cases}$

286 (1) 2, 4, 4, 2

다른 풀이

$\begin{cases} x+y=6 & \cdots\cdots ㉠ \\ xy=8 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠을 y에 대하여 정리하면

$y=-x+6 \quad \cdots\cdots ㉢$

㉢을 ㉡에 대입하면

$x(-x+6)=8,\ x^2-6x+8=0$

$(x-2)(x-4)=0 \qquad \therefore x=2$ 또는 $x=4$

㉢에서 $x=2$이면 $y=4$, $x=4$이면 $y=2$

따라서 주어진 연립방정식의 해는

$\begin{cases} x=2 \\ y=4 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=4 \\ y=2 \end{cases}$

(2) $\begin{cases} x+y=-4 \\ xy=3 \end{cases}$에서 x, y는 $t^2+4t+3=0$의 두 근이고,

$(t+1)(t+3)=0 \qquad \therefore t=-1$ 또는 $t=-3$

따라서 주어진 연립방정식의 해는

$\begin{cases} x=-1 \\ y=-3 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-3 \\ y=-1 \end{cases}$

(3) $\begin{cases} x+y=2 \\ xy=-15 \end{cases}$에서 x, y는 $t^2-2t-15=0$의 두 근이고,

$(t+3)(t-5)=0 \qquad \therefore t=-3$ 또는 $t=5$

따라서 주어진 연립방정식의 해는

$\begin{cases} x=-3 \\ y=5 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=5 \\ y=-3 \end{cases}$

(4) $\begin{cases} x+y=-5 \\ xy=-6 \end{cases}$에서 x, y는 $t^2+5t-6=0$의 두 근이고,

$(t+6)(t-1)=0 \qquad \therefore t=-6$ 또는 $t=1$

따라서 주어진 연립방정식의 해는

$\begin{cases} x=-6 \\ y=1 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=1 \\ y=-6 \end{cases}$

287 (1) 3, -2, -3, 2, 3, -2, -3, 2

(2) $\begin{cases} x^2+y^2+xy=12 \\ xy=-8 \end{cases}$에서 $x+y=p$, $xy=q$라 하면

$\begin{cases} p^2-q=12 & \cdots\cdots ㉠ \\ q=-8 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉡을 ㉠에 대입하여 정리하면 $p^2=4 \qquad \therefore p=\pm2$

(i) $p=2$, $q=-8$이면 x, y는 $t^2-2t-8=0$의 두 근이다.

$(t+2)(t-4)=0$에서 $t=-2$ 또는 $t=4$

$\therefore \begin{cases} x=-2 \\ y=4 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=4 \\ y=-2 \end{cases}$

(ii) $p=-2$, $q=-8$이면 x, y는 $t^2+2t-8=0$의 두 근이다.

$(t-2)(t+4)=0$에서 $t=2$ 또는 $t=-4$

$\therefore \begin{cases} x=2 \\ y=-4 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-4 \\ y=2 \end{cases}$

따라서 주어진 연립방정식의 해는

$\begin{cases} x=-2 \\ y=4 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=4 \\ y=-2 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=2 \\ y=-4 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-4 \\ y=2 \end{cases}$

(3) $\begin{cases} x+y+xy=-1 \\ x^2+y^2=5 \end{cases}$에서 $x+y=p$, $xy=q$라 하면

$\begin{cases} p+q=-1 & \cdots\cdots ㉠ \\ p^2-2q=5 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠에서 $q=-p-1$ $\cdots\cdots$ ㉢

㉢을 ㉡에 대입하여 정리하면 $p^2+2p-3=0$

$(p+3)(p-1)=0$ $\quad\therefore p=-3$ 또는 $p=1$

㉢에서 $p=-3$이면 $q=2$, $p=1$이면 $q=-2$

(i) $p=-3$, $q=2$이면 x, y는 $t^2+3t+2=0$의 두 근이다.

$(t+2)(t+1)=0$에서 $t=-2$ 또는 $t=-1$

$\therefore \begin{cases} x=-2 \\ y=-1 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-1 \\ y=-2 \end{cases}$

(ii) $p=1$, $q=-2$이면 x, y는 $t^2-t-2=0$의 두 근이다.

$(t+1)(t-2)=0$에서 $t=-1$ 또는 $t=2$

$\therefore \begin{cases} x=-1 \\ y=2 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=2 \\ y=-1 \end{cases}$

따라서 주어진 연립방정식의 해는

$\begin{cases} x=-2 \\ y=-1 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-1 \\ y=-2 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-1 \\ y=2 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=2 \\ y=-1 \end{cases}$

288 $\begin{cases} x+y-xy=1 \\ x^2+xy+y^2=13 \end{cases}$에서 $x+y=p$, $xy=q$라 하면

$\begin{cases} p-q=1 & \cdots\cdots ㉠ \\ p^2-q=13 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠에서 $q=p-1$ $\cdots\cdots$ ㉢

㉢을 ㉡에 대입하여 정리하면 $p^2-p-12=0$

$(p+3)(p-4)=0$ $\quad\therefore p=-3$ 또는 $p=4$

㉢에서 $p=-3$이면 $q=-4$, $p=4$이면 $q=3$

(i) $p=-3$, $q=-4$이면 x, y는 $t^2+3t-4=0$의 두 근이다.

$(t+4)(t-1)=0$에서 $t=-4$ 또는 $t=1$

$\therefore \begin{cases} x=-4 \\ y=1 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=1 \\ y=-4 \end{cases}$

(ii) $p=4$, $q=3$이면 x, y는 $t^2-4t+3=0$의 두 근이다.

$(t-1)(t-3)=0$에서 $t=1$ 또는 $t=3$

$\therefore \begin{cases} x=1 \\ y=3 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=3 \\ y=1 \end{cases}$

(i), (ii)에서 $|x-y|$의 최댓값은 5이다.

289 14, 100, 8, 8, 8

290 직사각형의 가로의 길이를 x cm, 세로의 길이를 y cm라 하면 직사각형의 둘레의 길이가 56 cm이므로

$2(x+y)=56$ $\quad\therefore x+y=28$ $\cdots\cdots$ ㉠

대각선의 길이가 20 cm이므로

$x^2+y^2=20^2$ $\quad\therefore x^2+y^2=400$ $\cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$x=12$, $y=16$ 또는 $x=16$, $y=12$

따라서 직사각형의 넓이는

$12\cdot16=192\,(\text{cm}^2)$

291 2500, xy, -20, 14, 48, 48

292 처음 직사각형의 가로의 길이를 x cm, 세로의 길이를 y cm라 하면 대각선의 길이가 15 cm이므로

$x^2+y^2=15^2$ $\quad\therefore x^2+y^2=225$ $\cdots\cdots$ ㉠

직사각형의 가로와 세로의 길이를 각각 2 cm씩 늘렸더니 직사각형의 넓이가 처음보다 46 cm²만큼 커졌으므로

$(x+2)(y+2)=xy+46$

$\therefore x+y=21$ $\cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$x=12$, $y=9$ ($\because x>y$)

따라서 처음 직사각형의 세로의 길이는 9 cm이다.

293 처음 철사의 길이가 280 cm이므로

$4x+4y=280$ $\quad\therefore x+y=70$ $\cdots\cdots$ ㉠

두 정사각형의 넓이의 합이 2900 cm²이므로

$x^2+y^2=2900$ $\cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$x=50$, $y=20$ ($\because x>y$)

294 (1) 3, 3, -1, 3, 3, 0, 6, 4

(2) $xy+4x-2y-10=0$에서

$x(y+4)-2(y+4)-2=0$ $\quad\therefore (x-2)(y+4)=2$

이때, x, y가 정수이므로 $x-2$, $y+4$의 값은 다음 표와 같다.

$x-2$	-2	-1	1	2
$y+4$	-1	-2	2	1

$\therefore \begin{cases} x=0 \\ y=-5 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=1 \\ y=-6 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=3 \\ y=-2 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=4 \\ y=-3 \end{cases}$

(3) $xy-2x-3y+1=0$에서

$x(y-2)-3(y-2)-5=0$ $\quad\therefore (x-3)(y-2)=5$

이때, x, y가 정수이므로 $x-3$, $y-2$의 값은 다음 표와 같다.

$x-3$	-5	-1	1	5
$y-2$	-1	-5	5	1

$\therefore \begin{cases} x=-2 \\ y=1 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=2 \\ y=-3 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=4 \\ y=7 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=8 \\ y=3 \end{cases}$

295 $xy-4x-3y+5=0$에서

$x(y-4)-3(y-4)-7=0$ $\quad\therefore (x-3)(y-4)=7$

이때, x, y가 자연수이므로 $x-3$, $y-4$의 값은 다음 표와 같다.

$x-3$	1	7
$y-4$	7	1

$\therefore \begin{cases} x=4 \\ y=11 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=10 \\ y=5 \end{cases}$

따라서 $x+y$의 값은 15이다.

주의

$x-3=-1$, $y-4=-7$일 때와 $x-3=-7$, $y-4=-1$일 때의 x, y의 값은 자연수가 아니다.

296 (1) $3y$, $3y$, 1

(2) $x^2+y^2-4x-6y+13=0$에서
$(x^2-4x+4)+(y^2-6y+9)=0$
$\therefore (x-2)^2+(y-3)^2=0$
이때, x, y가 실수이므로
$x-2=0$, $y-3=0$ $\therefore x=2$, $y=3$

(3) $4x^2-4xy+2y^2-2y+1=0$에서
$(4x^2-4xy+y^2)+(y^2-2y+1)=0$
$\therefore (2x-y)^2+(y-1)^2=0$
이때, x, y가 실수이므로
$2x-y=0$, $y-1=0$ $\therefore x=\frac{1}{2}$, $y=1$

297 $x^2-8xy+17y^2-6y+9=0$에서
$(x^2-8xy+16y^2)+(y^2-6y+9)=0$
$\therefore (x-4y)^2+(y-3)^2=0$
이때, x, y가 실수이므로
$x-4y=0$, $y-3=0$ $\therefore x=12$, $y=3$
$\therefore xy=36$

298 (1) 2, -1

(2) 주어진 방정식을 x에 대하여 내림차순으로 정리하면
$x^2-2(y+2)x+2y^2+2y+5=0$ ······ ㉠
이때, x가 실수이므로 ㉠의 판별식을 D라 하면
$\frac{D}{4}=(y+2)^2-(2y^2+2y+5)\ge0$, $-y^2+2y-1\ge0$
$y^2-2y+1\le0$ $\therefore (y-1)^2\le0$
y는 실수이므로 $y=1$이고, 이것을 ㉠에 대입하면
$x^2-6x+9=0$, $(x-3)^2=0$ $\therefore x=3$

(3) 주어진 방정식을 x에 대하여 내림차순으로 정리하면
$9x^2-3(2y+1)x+4y^2-2y+1=0$ ······ ㉠
이때, x가 실수이므로 ㉠의 판별식을 D라 하면
$D=9(2y+1)^2-4\cdot9(4y^2-2y+1)\ge0$
$-12y^2+12y-3\ge0$, $4y^2-4y+1\le0$
$\therefore (2y-1)^2\le0$
y는 실수이므로 $y=\frac{1}{2}$이고, 이것을 ㉠에 대입하면
$9x^2-6x+1=0$, $(3x-1)^2=0$ $\therefore x=\frac{1}{3}$

299 주어진 방정식을 x에 대하여 내림차순으로 정리하면
$x^2-2(y-2)x+2y^2-6y+5=0$ ······ ㉠
이때, x가 실수이므로 ㉠의 판별식을 D라 하면
$\frac{D}{4}=(y-2)^2-(2y^2-6y+5)\ge0$, $-y^2+2y-1\ge0$,
$y^2-2y+1\le0$ $\therefore (y-1)^2\le0$
y는 실수이므로 $y=1$이고, 이것을 ㉠에 대입하면
$x^2+2x+1=0$, $(x+1)^2=0$ $\therefore x=-1$
$\therefore x+y=0$

더블클릭

117쪽~118쪽

300 $\begin{cases} x-y=3 & \cdots\cdots ㉠ \\ x^2+y^2=5 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$
㉠을 y에 대하여 정리하면 $y=x-3$ ······ ㉢
㉢을 ㉡에 대입하면 $x^2+(x-3)^2=5$
$x^2-3x+2=0$, $(x-1)(x-2)=0$
$\therefore x=1$ 또는 $x=2$
㉢에서 $x=1$이면 $y=-2$, $x=2$이면 $y=-1$
따라서 주어진 연립방정식의 해는
$\begin{cases} x=1 \\ y=-2 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=2 \\ y=-1 \end{cases}$

301 $\begin{cases} 2x+y=1 & \cdots\cdots ㉠ \\ 3x^2-y^2=2 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$
㉠을 y에 대하여 정리하면 $y=1-2x$ ······ ㉢
㉢을 ㉡에 대입하면 $3x^2-(1-2x)^2=2$
$x^2-4x+3=0$, $(x-1)(x-3)=0$
$\therefore x=1$ 또는 $x=3$
㉢에서 $x=1$이면 $y=-1$, $x=3$이면 $y=-5$
따라서 주어진 연립방정식의 해는
$\begin{cases} x=1 \\ y=-1 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=3 \\ y=-5 \end{cases}$

302 $\begin{cases} x+y=4 & \cdots\cdots ㉠ \\ x^2-xy-y^2=-4 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$
㉠을 y에 대하여 정리하면 $y=4-x$ ······ ㉢
㉢을 ㉡에 대입하면 $x^2-x(4-x)-(4-x)^2=-4$
$x^2+4x-12=0$, $(x+6)(x-2)=0$
$\therefore x=-6$ 또는 $x=2$
㉢에서 $x=-6$이면 $y=10$, $x=2$이면 $y=2$
따라서 주어진 연립방정식의 해는
$\begin{cases} x=-6 \\ y=10 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=2 \\ y=2 \end{cases}$

303 $\begin{cases} x+2y=1 & \cdots\cdots ㉠ \\ x^2+xy-y^2=5 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$
㉠을 x에 대하여 정리하면 $x=1-2y$ ······ ㉢
㉢을 ㉡에 대입하면 $(1-2y)^2+(1-2y)y-y^2=5$
$y^2-3y-4=0$, $(y+1)(y-4)=0$
$\therefore y=-1$ 또는 $y=4$
㉢에서 $y=-1$이면 $x=3$, $y=4$이면 $x=-7$
따라서 주어진 연립방정식의 해는
$\begin{cases} x=3 \\ y=-1 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-7 \\ y=4 \end{cases}$

304 $\begin{cases} 2x^2+xy-y^2=0 & \cdots\cdots ㉠ \\ x^2+xy+y^2=7 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$
㉠에서 $(x+y)(2x-y)=0$
$\therefore y=-x$ 또는 $y=2x$

(ⅰ) $y=-x$를 ㉡에 대입하면

$x^2-x^2+x^2=7,\ x^2=7 \qquad \therefore\ x=\pm\sqrt{7}$

$y=-x$이므로 $x=\pm\sqrt{7},\ y=\mp\sqrt{7}$ (복호동순)

(ⅱ) $y=2x$를 ㉡에 대입하면

$x^2+2x^2+4x^2=7,\ x^2=1 \qquad \therefore\ x=\pm1$

$y=2x$이므로 $x=\pm1,\ y=\pm2$ (복호동순)

따라서 주어진 연립방정식의 해는

$\begin{cases} x=\sqrt{7} \\ y=-\sqrt{7} \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-\sqrt{7} \\ y=\sqrt{7} \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-1 \\ y=-2 \end{cases}$

305 $\begin{cases} x^2+xy-2y^2=0 & \cdots\cdots ㉠ \\ x^2-xy+2y^2=16 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠에서 $(x+2y)(x-y)=0 \qquad \therefore\ x=-2y$ 또는 $x=y$

(ⅰ) $x=-2y$를 ㉡에 대입하면

$4y^2+2y^2+2y^2=16,\ y^2=2 \qquad \therefore\ y=\pm\sqrt{2}$

$x=-2y$이므로 $y=\pm\sqrt{2},\ x=\mp2\sqrt{2}$ (복호동순)

(ⅱ) $x=y$를 ㉡에 대입하면

$y^2-y^2+2y^2=16,\ y^2=8 \qquad \therefore\ y=\pm2\sqrt{2}$

$x=y$이므로 $y=\pm2\sqrt{2},\ x=\pm2\sqrt{2}$ (복호동순)

따라서 주어진 연립방정식의 해는

$\begin{cases} x=2\sqrt{2} \\ y=-\sqrt{2} \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-2\sqrt{2} \\ y=\sqrt{2} \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=2\sqrt{2} \\ y=2\sqrt{2} \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-2\sqrt{2} \\ y=-2\sqrt{2} \end{cases}$

306 $\begin{cases} 6x^2-xy-2y^2=0 & \cdots\cdots ㉠ \\ 4x^2+xy-4y^2=-14 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠에서 $(2x+y)(3x-2y)=0 \qquad \therefore\ y=-2x$ 또는 $y=\frac{3}{2}x$

(ⅰ) $y=-2x$를 ㉡에 대입하면

$4x^2-2x^2-16x^2=-14,\ x^2=1 \qquad \therefore\ x=\pm1$

$y=-2x$이므로 $x=\pm1,\ y=\mp2$ (복호동순)

(ⅱ) $y=\frac{3}{2}x$를 ㉡에 대입하면

$4x^2+\frac{3}{2}x^2-9x^2=-14,\ x^2=4 \qquad \therefore\ x=\pm2$

$y=\frac{3}{2}x$이므로 $x=\pm2,\ y=\pm3$ (복호동순)

따라서 주어진 연립방정식의 해는

$\begin{cases} x=1 \\ y=-2 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-1 \\ y=2 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=2 \\ y=3 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-2 \\ y=-3 \end{cases}$

307 $\begin{cases} x^2-xy-2y^2=0 & \cdots\cdots ㉠ \\ x^2+y^2=10 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠에서 $(x+y)(x-2y)=0 \qquad \therefore\ x=-y$ 또는 $x=2y$

(ⅰ) $x=-y$를 ㉡에 대입하면

$y^2+y^2=10,\ y^2=5 \qquad \therefore\ y=\pm\sqrt{5}$

$x=-y$이므로 $y=\pm\sqrt{5},\ x=\mp\sqrt{5}$ (복호동순)

(ⅱ) $x=2y$를 ㉡에 대입하면

$4y^2+y^2=10,\ y^2=2 \qquad \therefore\ y=\pm\sqrt{2}$

$x=2y$이므로 $y=\pm\sqrt{2},\ x=\pm2\sqrt{2}$ (복호동순)

따라서 주어진 연립방정식의 해는

$\begin{cases} x=\sqrt{5} \\ y=-\sqrt{5} \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-\sqrt{5} \\ y=\sqrt{5} \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=2\sqrt{2} \\ y=\sqrt{2} \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-2\sqrt{2} \\ y=-\sqrt{2} \end{cases}$

308 $\begin{cases} 3x^2+xy+2y^2=48 & \cdots\cdots ㉠ \\ x^2+2xy+y^2=16 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$-3\times$㉡을 하면 $-5xy-y^2=0$

$y(5x+y)=0 \qquad \therefore\ y=0$ 또는 $y=-5x$

(ⅰ) $y=0$을 ㉠에 대입하면

$3x^2=48,\ x^2=16 \qquad \therefore\ x=\pm4$

(ⅱ) $y=-5x$를 ㉠에 대입하면

$3x^2-5x^2+50x^2=48,\ x^2=1 \qquad \therefore\ x=\pm1$

$y=-5x$이므로 $x=\pm1,\ y=\mp5$ (복호동순)

따라서 주어진 연립방정식의 해는

$\begin{cases} x=4 \\ y=0 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-4 \\ y=0 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=1 \\ y=-5 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-1 \\ y=5 \end{cases}$

309 $\begin{cases} x^2+2xy-3y^2=5 & \cdots\cdots ㉠ \\ 2x^2-3xy+y^2=3 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

$3\times$㉠$-5\times$㉡을 하면 $-7x^2+21xy-14y^2=0$

$(x-y)(x-2y)=0 \qquad \therefore\ x=y$ 또는 $x=2y$

(ⅰ) $x=y$를 ㉠에 대입하면 $y^2+2y^2-3y^2=5$

이때, $0\neq5$이므로 해가 없다.

(ⅱ) $x=2y$를 ㉠에 대입하면

$4y^2+4y^2-3y^2=5,\ y^2=1 \qquad \therefore\ y=\pm1$

$x=2y$이므로 $y=\pm1,\ x=\pm2$ (복호동순)

따라서 주어진 연립방정식의 해는

$\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-2 \\ y=-1 \end{cases}$

310 $\begin{cases} 3x^2+2x-y=1 & \cdots\cdots ㉠ \\ x^2-x+3y=2 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$-3\times$㉡을 하면 $5x-10y=-5 \qquad \therefore\ x=2y-1 \qquad \cdots\cdots ㉢$

㉢을 ㉡에 대입하면 $(2y-1)^2-(2y-1)+3y=2$

$4y^2-3y=0,\ y(4y-3)=0 \qquad \therefore\ y=0$ 또는 $y=\frac{3}{4}$

㉢에서 $y=0$이면 $x=-1$, $y=\frac{3}{4}$이면 $x=\frac{1}{2}$

따라서 주어진 연립방정식의 해는

$\begin{cases} x=-1 \\ y=0 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=\frac{1}{2} \\ y=\frac{3}{4} \end{cases}$

311 $\begin{cases} x^2+y^2-2x+y=0 & \cdots\cdots ㉠ \\ 2x^2+2y^2-5x+y=-1 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

$2\times$㉠$-$㉡을 하면 $x+y=1 \qquad \therefore\ y=1-x \qquad \cdots\cdots ㉢$

㉢을 ㉠에 대입하면 $x^2+(1-x)^2-2x+(1-x)=0$

$2x^2-5x+2=0,\ (2x-1)(x-2)=0 \qquad \therefore\ x=\frac{1}{2}$ 또는 $x=2$

㉢에서 $x=\frac{1}{2}$이면 $y=\frac{1}{2}$, $x=2$이면 $y=-1$

따라서 주어진 연립방정식의 해는

$\begin{cases} x=\frac{1}{2} \\ y=\frac{1}{2} \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=2 \\ y=-1 \end{cases}$

312 $\begin{cases} x+y=3 \\ xy=-18 \end{cases}$에서 x, y는 $t^2-3t-18=0$의 두 근이고,

$(t+3)(t-6)=0$ $\quad\therefore t=-3$ 또는 $t=6$

따라서 주어진 연립방정식의 해는

$\begin{cases} x=-3 \\ y=6 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=6 \\ y=-3 \end{cases}$

313 $\begin{cases} x+y+xy=-5 \\ x^2+y^2=10 \end{cases}$에서 $x+y=p$, $xy=q$라 하면

$\begin{cases} p+q=-5 \\ p^2-2q=10 \end{cases}$이고, 이 연립방정식을 풀면

$\begin{cases} p=0 \\ q=-5 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} p=-2 \\ q=-3 \end{cases}$

(i) $p=0$, $q=-5$이면 x, y는 $t^2-5=0$의 두 근이다.

$t^2=5$에서 $t=\pm\sqrt{5}$

$\therefore \begin{cases} x=\sqrt{5} \\ y=-\sqrt{5} \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-\sqrt{5} \\ y=\sqrt{5} \end{cases}$

(ii) $p=-2$, $q=-3$이면 x, y는 $t^2+2t-3=0$의 두 근이다.

$(t+3)(t-1)=0$에서 $t=-3$ 또는 $t=1$

$\therefore \begin{cases} x=-3 \\ y=1 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=1 \\ y=-3 \end{cases}$

따라서 주어진 연립방정식의 해는

$\begin{cases} x=\sqrt{5} \\ y=-\sqrt{5} \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-\sqrt{5} \\ y=\sqrt{5} \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-3 \\ y=1 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=1 \\ y=-3 \end{cases}$

314 $\begin{cases} x^2+y^2+xy=3 \\ x^2+y^2=5 \end{cases}$에서 $x+y=p$, $xy=q$라 하면

$\begin{cases} p^2-q=3 \\ p^2-2q=5 \end{cases}$이고, 이 연립방정식을 풀면

$\begin{cases} p=1 \\ q=-2 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} p=-1 \\ q=-2 \end{cases}$

(i) $p=1$, $q=-2$이면 x, y는 $t^2-t-2=0$의 두 근이다.

$(t+1)(t-2)=0$에서 $t=-1$ 또는 $t=2$

$\therefore \begin{cases} x=-1 \\ y=2 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=2 \\ y=-1 \end{cases}$

(ii) $p=-1$, $q=-2$이면 x, y는 $t^2+t-2=0$의 두 근이다.

$(t+2)(t-1)=0$에서 $t=-2$ 또는 $t=1$

$\therefore \begin{cases} x=-2 \\ y=1 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=1 \\ y=-2 \end{cases}$

따라서 주어진 연립방정식의 해는

$\begin{cases} x=-1 \\ y=2 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=2 \\ y=-1 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-2 \\ y=1 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=1 \\ y=-2 \end{cases}$

315 처음 직사각형의 가로의 길이를 x cm, 세로의 길이를 y cm $(x>y)$라 하면 대각선의 길이가 10 cm이므로

$x^2+y^2=10^2$ $\quad\therefore x^2+y^2=100$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠

직사각형의 가로와 세로의 길이를 각각 2 cm씩 늘렸더니 직사각형의 넓이가 처음보다 32 cm^2 만큼 커졌으므로

$(x+2)(y+2)=xy+32$ $\quad\therefore x+y=14$ $\quad\cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=8$, $y=6$ $(\because x>y)$

따라서 처음 직사각형의 가로의 길이는 8 cm, 세로의 길이는 6 cm이다.

316 직각삼각형의 나머지 두 변의 길이를 각각 x cm, y cm라 하면 빗변의 길이가 15 cm이므로

$x^2+y^2=15^2$ $\quad\therefore x^2+y^2=225$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠

내접원의 반지름의 길이가 3 cm이므로

$\frac{1}{2}\cdot 15\cdot 3+\frac{1}{2}\cdot x\cdot 3+\frac{1}{2}\cdot y\cdot 3=\frac{1}{2}xy$

$\therefore 3x+3y-xy+45=0$ $\quad\cdots\cdots$ ㉡

이때, $x+y=p$, $xy=q$라 하면

㉠에서 $p^2-2q=225$

㉡에서 $3p-q+45=0$

두 식을 연립하면 $p=21$, $q=108$ $(\because p>0)$

$p=21$, $q=108$이면 x, y는 $t^2-21t+108=0$의 두 근이다.

$(t-12)(t-9)=0$에서 $t=12$ 또는 $t=9$

$\therefore \begin{cases} x=12 \\ y=9 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=9 \\ y=12 \end{cases}$

따라서 직각삼각형의 빗변이 아닌 다른 두 변의 길이는 각각 12 cm, 9 cm이다.

317 $xy+2x-3y-14=0$에서

$x(y+2)-3(y+2)-8=0$ $\quad\therefore (x-3)(y+2)=8$

이때, x, y가 자연수이므로 $x-3$, $y+2$의 값은 다음 표와 같다.

$x-3$	1	2
$y+2$	8	4

$\therefore \begin{cases} x=4 \\ y=6 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=5 \\ y=2 \end{cases}$

318 $6xy+4x-3y-7=0$에서

$2x(3y+2)-(3y+2)-5=0$ $\quad\therefore (2x-1)(3y+2)=5$

이때, x, y가 정수이므로 $2x-1$, $3y+2$의 값은 다음 표와 같다.

$2x-1$	-5	-1	1	5
$3y+2$	-1	-5	5	1

$\therefore \begin{cases} x=-2 \\ y=-1 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases}$

주의

$3y+2=-5$, $3y+2=1$일 때의 y의 값은 정수가 아니다.

319 $x^2+y^2-6x+2y=-10$에서

$(x^2-6x+9)+(y^2+2y+1)=0$

$\therefore (x-3)^2+(y+1)^2=0$

이때, x, y가 실수이므로

$x-3=0$, $y+1=0$ $\quad\therefore x=3$, $y=-1$

320 주어진 방정식을 x에 대하여 내림차순으로 정리하면

$x^2-2(2y-1)x+5y^2-8y+5=0$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠

이때, x가 실수이므로 ㉠의 판별식을 D라 하면

$\frac{D}{4}=(2y-1)^2-(5y^2-8y+5)\geq 0$, $-y^2+4y-4\geq 0$

$y^2-4y+4\leq 0$ $\quad\therefore (y-2)^2\leq 0$

y는 실수이므로 $y=2$

이것을 ㉠에 대입하면

$x^2-6x+9=0$, $(x-3)^2=0$ $\quad\therefore x=3$

06 연립일차부등식

119쪽~125쪽

321 (1) × (2) ○ (3) × (4) ×

322 ㄱ. $a<0$이므로 $a<b$의 양변에 a를 곱하면 $a^2>ab$

ㄴ. $ab>0$이므로 $a<b$의 양변을 ab로 나누면 $\frac{1}{b}<\frac{1}{a}$

ㄷ. $a=-2$, $b=-1$이면 $a^2=4$, $b^2=1$이므로 $a^2>b^2$

따라서 항상 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다.

323 (1) $2x-1<5x+8$ $\quad\therefore x>-3$

(2) $4x-4\le-2x+8$ $\quad\therefore x\le2$

(3) $10-5x>-7x+8$ $\quad\therefore x>-1$

(4) $x-1\le2x+6$ $\quad\therefore x\ge-7$

(5) $2(x+2)-6<3x$, $2x-2<3x$ $\quad\therefore x>-2$

324 (1) $>$, $<$, 없다

(2) $ax+1<x+a^2$에서

$(a-1)x<a^2-1$ $\quad\therefore (a-1)x<(a+1)(a-1)$

(ⅰ) $a>1$일 때, $x<a+1$

(ⅱ) $a<1$일 때, $x>a+1$

(ⅲ) $a=1$일 때, $0\cdot x<0$이므로 해는 없다.

(3) $\ge$, $\le$, 모든 실수

(4) $ax+2\le2a^2-x$에서

$(a+1)x\le2a^2-2$

$\therefore (a+1)x\le2(a+1)(a-1)$

(ⅰ) $a>-1$일 때, $x\le2(a-1)$

(ⅱ) $a<-1$일 때, $x\ge2(a-1)$

(ⅲ) $a=-1$일 때, $0\cdot x\le0$이므로 해는 모든 실수이다.

325 $ax+a>x+b$에서

$(a-1)x>b-a$

이때, 부등식의 해가 존재하지 않으려면

$a-1=0$, $b-a\ge0$이어야 하므로 $a=1$, $b\ge1$

따라서 정수 b의 최솟값은 1이다.

326 (1) -3, -3, 3

(2) $2x+7>2$에서 $2x>-5$ $\quad\therefore x>-\frac{5}{2}$

$x-6\ge3x-14$에서 $-2x\ge-8$ $\quad\therefore x\le4$

따라서 주어진 연립부등식의 해는 $-\frac{5}{2}<x\le4$

(3) $3x+2<x+8$에서 $2x<6$ $\quad\therefore x<3$

$9-5x>-x-1$에서 $-4x>-10$ $\quad\therefore x<\frac{5}{2}$

따라서 주어진 연립부등식의 해는 $x<\frac{5}{2}$

(4) $1-2x<3x+16$에서 $-5x<15$ $\quad\therefore x>-3$

$4x+5>2x+3$에서 $2x>-2$ $\quad\therefore x>-1$

따라서 주어진 연립부등식의 해는 $x>-1$

327 $4x>6x+2$에서 $-2x>2$ $\quad\therefore x<-1$

$2x-5\le4x+1$에서 $-2x\le6$ $\quad\therefore x\ge-3$

따라서 주어진 연립부등식의 해는 $-3\le x<-1$이므로

정수 x는 -3, -2의 2개이다.

328 (1) $2(x-1)\le4$에서

$2x-2\le4$, $2x\le6$ $\quad\therefore x\le3$

$10-3(x+2)<x$에서

$10-3x-6<x$, $-4x<-4$ $\quad\therefore x>1$

따라서 주어진 연립부등식의 해는 $1<x\le3$

(2) $3-2(3x+1)\le3x+10$에서

$3-6x-2\le3x+10$, $-9x\le9$ $\quad\therefore x\ge-1$

$x+3>4(2-x)$에서

$x+3>8-4x$, $5x>5$ $\quad\therefore x>1$

따라서 주어진 연립부등식의 해는 $x>1$

(3) $\frac{1}{3}x-1<\frac{1}{4}x$에서

$4x-12<3x$ $\quad\therefore x<12$

$\frac{x-1}{7}<\frac{x-5}{3}$에서

$3x-3<7x-35$, $-4x<-32$ $\quad\therefore x>8$

따라서 주어진 연립부등식의 해는 $8<x<12$

(4) $0.3x-0.4\le0.5x$에서

$3x-4\le5x$, $-2x\le4$ $\quad\therefore x\ge-2$

$0.2x+1\ge-0.1x+0.7$에서

$2x+10\ge-x+7$, $3x\ge-3$ $\quad\therefore x\ge-1$

따라서 주어진 연립부등식의 해는 $x\ge-1$

329 $0.3x+1.1>0.5x$에서

$3x+11>5x$, $-2x>-11$ $\quad\therefore x<\frac{11}{2}$

$\frac{x+1}{2}-\frac{x-3}{4}\ge2$에서

$2(x+1)-(x-3)\ge8$, $2x+2-x+3\ge8$ $\quad\therefore x\ge3$

따라서 주어진 연립부등식의 해는 $3\le x<\frac{11}{2}$이므로

구하는 정수 x의 합은 $3+4+5=12$

330 (1) 4, $-6<x\le4$

(2) $\begin{cases} 2x<3x-5 & \cdots\cdots ㉠ \\ 3x-5\le8x+5 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠에서 $-x<-5$ $\quad\therefore x>5$

㉡에서 $-5x\le10$ $\quad\therefore x\ge-2$

따라서 주어진 연립부등식의 해는 $x>5$

(3) $\begin{cases} 2(x-3)<x-5 & \cdots\cdots ㉠ \\ x-5\le3x-5 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠에서 $2x-6<x-5$ $\quad\therefore x<1$

㉡에서 $-2x\le0$ $\quad\therefore x\ge0$

따라서 주어진 연립부등식의 해는 $0\le x<1$

(4) $\begin{cases} -\frac{1}{2}x \le x+1 & \cdots\cdots ㉠ \\ x+1 < 2(5-x) & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠에서 $-x \le 2x+2$, $-3x \le 2$ $\quad \therefore x \ge -\frac{2}{3}$

㉡에서 $x+1 < 10-2x$, $3x < 9$ $\quad \therefore x < 3$

따라서 주어진 연립부등식의 해는 $-\frac{2}{3} \le x < 3$

331 $\begin{cases} 3x-(x+4) \le 3x+2 & \cdots\cdots ㉠ \\ 3x+2 < 3(2-x)-1 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠에서 $3x-x-4 \le 3x+2$, $-x \le 6$ $\quad \therefore x \ge -6$

㉡에서 $3x+2 < 6-3x-1$, $6x < 3$ $\quad \therefore x < \frac{1}{2}$

따라서 주어진 연립부등식의 해는 $-6 \le x < \frac{1}{2}$이므로

$a=0$, $b=-6$ $\quad \therefore a-b=6$

332 (1) 1, 2

(2) $1-2x < 3x+11$에서

$-5x < 10$ $\quad \therefore x > -2$

$4x+3 < 2x+a$에서

$2x < a-3$ $\quad \therefore x < \frac{a-3}{2}$

주어진 연립부등식의 해가 $-2 < x < 3$이므로

$\frac{a-3}{2} = 3$, $a-3=6$ $\quad \therefore a=9$

(3) $3x-a > 5x+2$에서

$-2x > a+2$ $\quad \therefore x < -\frac{a+2}{2}$

$2x+3 < 3x-1$에서

$-x < -4$ $\quad \therefore x > 4$

주어진 연립부등식의 해가 $4 < x < 6$이므로

$-\frac{a+2}{2} = 6$, $a+2=-12$ $\quad \therefore a=-14$

(4) $4x \le 6x+2$에서

$-2x \le 2$ $\quad \therefore x \ge -1$

$2x-a \ge 4x+1$에서

$-2x \ge a+1$ $\quad \therefore x \le -\frac{a+1}{2}$

주어진 연립부등식의 해가 $-1 \le x \le 2$이므로

$-\frac{a+1}{2} = 2$, $a+1=-4$ $\quad \therefore a=-5$

333 (1) $6-2x \le x$에서

$-3x \le -6$ $\quad \therefore x \ge 2$

$4x-3 \le 5-(x+3)$에서

$4x-3 \le 5-x-3$, $5x \le 5$ $\quad \therefore x \le 1$

따라서 주어진 연립부등식의 해는 없다.

(2) $3(1+x) \le 3-x$에서

$3+3x \le 3-x$, $4x \le 0$ $\quad \therefore x \le 0$

$x < 5x$에서 $-4x < 0$ $\quad \therefore x > 0$

따라서 주어진 연립부등식의 해는 없다.

(3) $2(3-x) < 4x$에서

$6-2x < 4x$, $-6x < -6$ $\quad \therefore x > 1$

$1-4x < -3(2x-1)$에서

$1-4x < -6x+3$, $2x < 2$ $\quad \therefore x < 1$

따라서 주어진 연립부등식의 해는 없다.

(4) $-3(x-2) \ge 2x-4$에서

$-3x+6 \ge 2x-4$, $-5x \ge -10$ $\quad \therefore x \le 2$

$7-2x \le 2x-1$에서

$-4x \le -8$ $\quad \therefore x \ge 2$

따라서 주어진 연립부등식의 해는 $x=2$

(5) $4(x-1) \ge -(x+4)$에서

$4x-4 \ge -x-4$, $5x \ge 0$ $\quad \therefore x \ge 0$

$-\frac{x-2}{2}+2 \ge 0.5x+3$에서

$-5x+10+20 \ge 5x+30$, $-10x \ge 0$ $\quad \therefore x \le 0$

따라서 주어진 연립부등식의 해는 $x=0$

334 (1) $a+4$, 1, -3

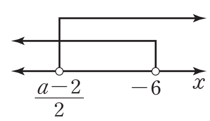
(2) $a-2 < 2x$에서

$x > \frac{a-2}{2}$

$3x+4 < 2(x-1)$에서

$3x+4 < 2x-2$ $\quad \therefore x < -6$

주어진 연립부등식이 해를 가지려면 오른쪽 그림에서



$\frac{a-2}{2} < -6$ $\quad \therefore a < -10$

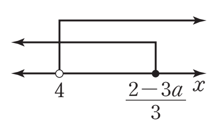
(3) $3(x+a) \le 2$에서

$3x+3a \le 2$, $3x \le 2-3a$ $\quad \therefore x \le \frac{2-3a}{3}$

$2x+3 < 3x-1$에서

$-x < -4$ $\quad \therefore x > 4$

주어진 연립부등식이 해를 가지려면 오른쪽 그림에서



$\frac{2-3a}{3} > 4$, $2-3a > 12$,

$-3a > 10$ $\quad \therefore a < -\frac{10}{3}$

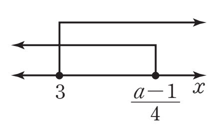
(4) $x \le 3(x-2)$에서

$x \le 3x-6$, $-2x \le -6$ $\quad \therefore x \ge 3$

$4x+1 \le a$에서

$4x \le a-1$ $\quad \therefore x \le \frac{a-1}{4}$

주어진 연립부등식이 해를 가지려면 오른쪽 그림에서



$\frac{a-1}{4} \ge 3$, $a-1 \ge 12$ $\quad \therefore a \ge 13$

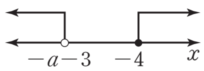
335 (1) $4,\ 6$

(2) $5x+6\ge 4x+2$에서 $x\ge -4$

$2x-a>3(x+1)$에서

$2x-a>3x+3,\ -x>a+3\qquad \therefore\ x<-a-3$

주어진 연립부등식이 해를 갖지 않으려면 오른쪽 그림에서



$-a-3\le -4,\ -a\le -1\quad \therefore\ a\ge 1$

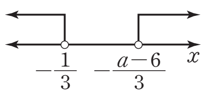
(3) $6-2x<x+a$에서

$-3x<a-6\qquad \therefore\ x>-\dfrac{a-6}{3}$

$4x-1<-(2x+3)$에서

$4x-1<-2x-3,\ 6x<-2\qquad \therefore\ x<-\dfrac{1}{3}$

주어진 연립부등식이 해를 갖지 않으려면 오른쪽 그림에서



$-\dfrac{a-6}{3}\ge -\dfrac{1}{3},\ a-6\le 1\qquad \therefore\ a\le 7$

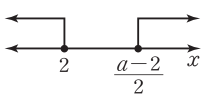
(4) $2(x+1)\ge a$에서

$2x+2\ge a,\ 2x\ge a-2\qquad \therefore\ x\ge \dfrac{a-2}{2}$

$3x+2\le 2(x+2)$에서

$3x+2\le 2x+4\qquad \therefore\ x\le 2$

주어진 연립부등식이 해를 갖지 않으려면 오른쪽 그림에서



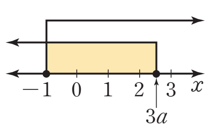
$\dfrac{a-2}{2}>2,\ a-2>4\qquad \therefore\ a>6$

336 (1) $-1,\ 0,\ -4,\ -3$

(2) $4-3x\le 5-2x$에서 $-x\le 1\qquad \therefore\ x\ge -1$

$x-3a\le 0$에서 $x\le 3a$

주어진 연립부등식을 만족시키는 정수 x의 개수가 4개이려면 오른쪽 그림에서



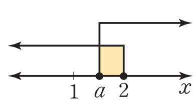
$2\le 3a<3\qquad \therefore\ \dfrac{2}{3}\le a<1$

(3) $4(x-1)-3\le 1$에서

$4x-4-3\le 1,\ 4x\le 8\qquad \therefore\ x\le 2$

$x-a\ge 0$에서 $x\ge a$

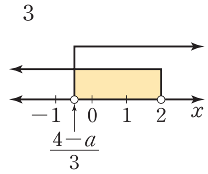
주어진 연립부등식을 만족시키는 정수 x의 개수가 1개이려면 오른쪽 그림에서 $1<a\le 2$



(4) $x+7>2x+5$에서 $-x>-2\qquad \therefore\ x<2$

$3x+a>4$에서 $3x>4-a\qquad \therefore\ x>\dfrac{4-a}{3}$

주어진 연립부등식을 만족시키는 정수 x의 개수가 2개이려면 오른쪽 그림에서



$-1\le \dfrac{4-a}{3}<0\qquad \therefore\ 4<a\le 7$

337 (1) $|x-3|<5$에서

$-5<x-3<5\qquad \therefore\ -2<x<8$

(2) $|2x-1|>3$에서

$2x-1<-3$ 또는 $2x-1>3\qquad \therefore\ x<-1$ 또는 $x>2$

(3) $|6-x|>1$에서

$6-x<-1$ 또는 $6-x>1\qquad \therefore\ x<5$ 또는 $x>7$

(4) $|2x-5|\le 3$에서

$-3\le 2x-5\le 3\qquad \therefore\ 1\le x\le 4$

(5) $|x+1|\ge 3$에서

$x+1\le -3$ 또는 $x+1\ge 3\qquad \therefore\ x\le -4$ 또는 $x\ge 2$

338 $|2x+3|\le k+1$에서

$-k-1\le 2x+3\le k+1\qquad \therefore\ \dfrac{-k-4}{2}\le x\le \dfrac{k-2}{2}$

이때, 주어진 부등식의 해가 $-4\le x\le 1$이므로

$\dfrac{-k-4}{2}=-4,\ \dfrac{k-2}{2}=1\qquad \therefore\ k=4$

339 (1) $|x+2|>3x-4$에서

(i) $x<-2$일 때, $-x-2>3x-4\qquad \therefore\ x<\dfrac{1}{2}$

그런데 $x<-2$이므로 $x<-2$

(ii) $x\ge -2$일 때, $x+2>3x-4\qquad \therefore\ x<3$

그런데 $x\ge -2$이므로 $-2\le x<3$

(iii) (i), (ii)에서 $x<3$

(2) $|2x-1|<x+4$에서

(i) $x<\dfrac{1}{2}$일 때, $-2x+1<x+4\qquad \therefore\ x>-1$

그런데 $x<\dfrac{1}{2}$이므로 $-1<x<\dfrac{1}{2}$

(ii) $x\ge \dfrac{1}{2}$일 때, $2x-1<x+4\qquad \therefore\ x<5$

그런데 $x\ge \dfrac{1}{2}$이므로 $\dfrac{1}{2}\le x<5$

(i), (ii)에서 $-1<x<5$

(3) $|x+1|<2x-1$에서

(i) $x<-1$일 때, $-x-1<2x-1\qquad \therefore\ x>0$

그런데 $x<-1$이므로 해는 없다.

(ii) $x\ge -1$일 때, $x+1<2x-1\qquad \therefore\ x>2$

그런데 $x\ge -1$이므로 $x>2$

(i), (ii)에서 $x>2$

(4) $|x-1|\ge 2x+3$에서

(i) $x<1$일 때, $-x+1\ge 2x+3\qquad \therefore\ x\le -\dfrac{2}{3}$

그런데 $x<1$이므로 $x\le -\dfrac{2}{3}$

(ii) $x\ge 1$일 때, $x-1\ge 2x+3\qquad \therefore\ x\le -4$

그런데 $x\ge 1$이므로 해는 없다.

(i), (ii)에서 $x\le -\dfrac{2}{3}$

340 (1) $|x|+|x+3|<5$에서

(ⅰ) $x<-3$일 때, $-x-x-3<5$ $\therefore x>-4$

그런데 $x<-3$이므로 $-4<x<-3$

(ⅱ) $-3\le x<0$일 때, $-x+x+3<5$에서 $3<5$

이 부등식은 항상 성립하므로 $-3\le x<0$

(ⅲ) $x\ge 0$일 때, $x+x+3<5$ $\therefore x<1$

그런데 $x\ge 0$이므로 $0\le x<1$

(ⅳ) (ⅰ), (ⅱ), (ⅲ)에서 $-4<x<1$

(2) $|x+2|+|x-3|>6$에서

(ⅰ) $x<-2$일 때, $-x-2-x+3>6$ $\therefore x<-\frac{5}{2}$

그런데 $x<-2$이므로 $x<-\frac{5}{2}$

(ⅱ) $-2\le x<3$일 때, $x+2-x+3>6$에서 $5>6$

이 부등식은 항상 성립하지 않으므로 해는 없다.

(ⅲ) $x\ge 3$일 때, $x+2+x-3>6$ $\therefore x>\frac{7}{2}$

그런데 $x\ge 3$이므로 $x>\frac{7}{2}$

(ⅰ), (ⅱ), (ⅲ)에서 $x<-\frac{5}{2}$ 또는 $x>\frac{7}{2}$

(3) $|x-1|+|x+2|\le 7$에서

(ⅰ) $x<-2$일 때, $-x+1-x-2\le 7$ $\therefore x\ge -4$

그런데 $x<-2$이므로 $-4\le x<-2$

(ⅱ) $-2\le x<1$일 때, $-x+1+x+2\le 7$에서 $3\le 7$

이 부등식은 항상 만족하므로 $-2\le x<1$

(ⅲ) $x\ge 1$일 때, $x-1+x+2\le 7$ $\therefore x\le 3$

그런데 $x\ge 1$이므로 $1\le x\le 3$

(ⅰ), (ⅱ), (ⅲ)에서 $-4\le x\le 3$

341 $3|x-2|-2|x+1|<6$에서

(ⅰ) $x<-1$일 때,

$-3(x-2)+2(x+1)<6$

$-3x+6+2x+2<6$ $\therefore x>2$

그런데 $x<-1$이므로 해는 없다.

(ⅱ) $-1\le x<2$일 때,

$-3(x-2)-2(x+1)<6$

$-3x+6-2x-2<6$ $\therefore x>-\frac{2}{5}$

그런데 $-1\le x<2$이므로 $-\frac{2}{5}<x<2$

(ⅲ) $x\ge 2$일 때,

$3(x-2)-2(x+1)<6$

$3x-6-2x-2<6$ $\therefore x<14$

그런데 $x\ge 2$이므로 $2\le x<14$

(ⅰ), (ⅱ), (ⅲ)에서 $-\frac{2}{5}<x<14$

따라서 주어진 부등식을 만족시키는 정수 x는 0, 1, ⋯, 13의 14개이다.

더블클릭

126쪽~127쪽

342 ×

343 ×

344 ○

345 $ax-2>3x+a$에서

$(a-3)x>a+2$

(ⅰ) $a>3$일 때, $x>\frac{a+2}{a-3}$

(ⅱ) $a<3$일 때, $x<\frac{a+2}{a-3}$

(ⅲ) $a=3$일 때, $0\cdot x>5$이므로 해는 없다.

346 $ax+4\ge 2x+a^2$에서

$(a-2)x\ge a^2-4$ $\therefore (a-2)x\ge (a+2)(a-2)$

(ⅰ) $a>2$일 때, $x\ge a+2$

(ⅱ) $a<2$일 때, $x\le a+2$

(ⅲ) $a=2$일 때, $0\cdot x\ge 0$이므로 해는 모든 실수이다.

347 $2x>4x-(3x-5)$에서

$2x>4x-3x+5$ $\therefore x>5$

$x+1\ge 2(x-1)$에서

$x+1\ge 2x-2$, $-x\ge -3$ $\therefore x\le 3$

따라서 주어진 연립부등식의 해는 없다.

348 $2(x+1)\le x+5$에서

$2x+2\le x+5$ $\therefore x\le 3$

$x-2\ge \frac{1}{3}x$에서

$3x-6\ge x$, $2x\ge 6$ $\therefore x\ge 3$

따라서 주어진 연립부등식의 해는 $x=3$

349 $0.6x-1\le 0.4x+1.6$에서

$6x-10\le 4x+16$, $2x\le 26$ $\therefore x\le 13$

$\frac{2x+1}{2}>\frac{x-2}{4}-2$에서

$4x+2>x-2-8$, $3x>-12$ $\therefore x>-4$

따라서 주어진 연립부등식의 해는 $-4<x\le 13$

350 $2(x+2)\le 3x-1<4(2x+1)+5$에서

$$\begin{cases} 2(x+2)\le 3x-1 & \cdots\cdots ㉠ \\ 3x-1<4(2x+1)+5 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠에서 $2x+4\le 3x-1$ $\therefore x\ge 5$

㉡에서 $3x-1<8x+4+5$, $-5x<10$ $\therefore x>-2$

따라서 주어진 연립부등식의 해는 $x\ge 5$

351 $-2x+3<5x-4$에서

$-7x<-7 \qquad \therefore x>1$

$3a-x\geq 2x+3$에서

$-3x\geq 3-3a \qquad \therefore x\leq a-1$

주어진 연립부등식의 해가 $1<x\leq 3$이므로

$a-1=3 \qquad \therefore a=4$

352 $-5x+4\geq x-8$에서

$-6x\geq -12 \qquad \therefore x\leq 2$

$3x-2a\geq 2x+1$에서 $x\geq 2a+1$

주어진 연립부등식의 해가 $x=2$이므로

$2a+1=2 \qquad \therefore a=\frac{1}{2}$

353 $3x-a>x-2$에서

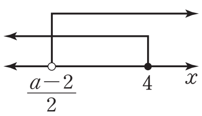
$2x>a-2 \qquad \therefore x>\frac{a-2}{2}$

$2x-4\leq 16-3x$에서

$5x\leq 20 \qquad \therefore x\leq 4$

주어진 연립부등식이 해를 가지려면

오른쪽 그림에서



$\frac{a-2}{2}<4,\ a-2<8 \qquad \therefore a<10$

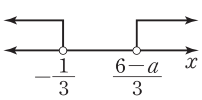
354 $5-(x+a)<2x-1<-4x-3$에서

$\begin{cases} 5-(x+a)<2x-1 & \cdots\cdots ㉠ \\ 2x-1<-4x-3 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠에서 $5-x-a<2x-1,\ -3x<a-6 \qquad \therefore x>\frac{6-a}{3}$

㉡에서 $6x<-2 \qquad \therefore x<-\frac{1}{3}$

주어진 연립부등식이 해를 갖지 않으려면 오른쪽 그림에서



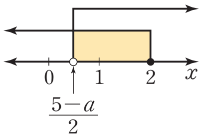
$\frac{6-a}{3}\geq -\frac{1}{3},\ 6-a\geq -1 \qquad \therefore a\leq 7$

355 $3x+5\leq 2x+7$에서 $x\leq 2$

$2x+a>5$에서

$2x>5-a \qquad \therefore x>\frac{5-a}{2}$

주어진 연립부등식을 만족시키는 정수 x의 개수가 2개이려면 오른쪽 그림에서



$0\leq\frac{5-a}{2}<1,\ 0\leq 5-a<2$

$-5\leq -a<-3 \qquad \therefore 3<a\leq 5$

356 $|5-x|<3$에서

$-3<5-x<3,\ -8<-x<-2 \qquad \therefore 2<x<8$

357 $|3x-2|\geq 4$에서

$3x-2\leq -4$ 또는 $3x-2\geq 4 \qquad \therefore x\leq -\frac{2}{3}$ 또는 $x\geq 2$

358 $|x-a|\leq 3$에서

$-3\leq x-a\leq 3 \qquad \therefore a-3\leq x\leq a+3$

이때, 주어진 부등식의 해가 $-2\leq x\leq 4$이므로

$a-3=-2,\ a+3=4 \qquad \therefore a=1$

359 $\left|\frac{1}{3}x-1\right|>a$에서

$\frac{1}{3}x-1<-a$ 또는 $\frac{1}{3}x-1>a$

$\therefore x<3-3a$ 또는 $x>3a+3$

이때, 주어진 부등식의 해가 $x<-3$ 또는 $x>9$이므로

$3-3a=-3,\ 3a+3=9 \qquad \therefore a=2$

360 $|2x+1|<x+2$에서

(i) $x<-\frac{1}{2}$일 때, $-2x-1<x+2 \qquad \therefore x>-1$

그런데 $x<-\frac{1}{2}$이므로 $-1<x<-\frac{1}{2}$

(ii) $x\geq -\frac{1}{2}$일 때, $2x+1<x+2 \qquad \therefore x<1$

그런데 $x\geq -\frac{1}{2}$이므로 $-\frac{1}{2}\leq x<1$

(i), (ii)에서 $-1<x<1$

361 $|x|+|x-2|<4$에서

(i) $x<0$일 때, $-x-x+2<4 \qquad \therefore x>-1$

그런데 $x<0$이므로 $-1<x<0$

(ii) $0\leq x<2$일 때, $x-x+2<4$에서 $2<4$

이 부등식은 항상 성립하므로 $0\leq x<2$

(iii) $x\geq 2$일 때, $x+x-2<4 \qquad \therefore x<3$

그런데 $x\geq 2$이므로 $2\leq x<3$

(i), (ii), (iii)에서 $-1<x<3$

362 $|x+1|-|x-2|>0$에서

(i) $x<-1$일 때, $-x-1+x-2>0$에서 $-3>0$

이 부등식은 항상 성립하지 않으므로 해는 없다.

(ii) $-1\leq x<2$일 때, $x+1+x-2>0,\ 2x>1 \qquad \therefore x>\frac{1}{2}$

그런데 $-1\leq x<2$이므로 $\frac{1}{2}<x<2$

(iii) $x\geq 2$일 때, $x+1-x+2>0$에서 $3>0$

이 부등식은 항상 성립하므로 $x\geq 2$

(i), (ii), (iii)에서 $x>\frac{1}{2}$

363 (1) 1, 2, $-$, $-$, $+$, $+$, $+$, $+$, 1, 2, -1, 2

(2) $x^2+2x-8=(x+4)(x-2)$

x의 값의 범위	$x+4$	$x-2$	$(x+4)(x-2)$
$x<-4$	$-$	$-$	$+$
$x=-4$	0	$-$	0
$-4<x<2$	$+$	$-$	$-$
$x=2$	$+$	0	0
$x>2$	$+$	$+$	$+$

이차부등식 $x^2+2x-8\ge 0$의 해는

$(x+4)(x-2)$의 부호가 0보다 크거나 같은 x의 값의 범위이므로

$x\le -4$ 또는 $x\ge 2$

364 (1) $y=x^2-x-2$의 그래프가 x축보다 위쪽에 있는 x의 값의 범위는

$x<-1$ 또는 $x>2$

(2) $y=x^2-x-2$의 그래프가 x축보다 아래쪽에 있거나 x축과 만나는 x의 값의 범위는

$-1\le x\le 2$

365 (1) $y=ax^2+bx+c$의 그래프가 x축보다 아래쪽에 있는 x의 값의 범위는

$x<1$ 또는 $x>4$

(2) $y=ax^2+bx+c$의 그래프가 x축보다 위쪽에 있거나 x축과 만나는 x의 값의 범위는

$1\le x\le 4$

366 (1) ① 1, 6

② $y=f(x)$의 그래프가 $y=g(x)$의 그래프보다 아래쪽에 있는 x의 값의 범위는

$x<1$ 또는 $x>6$

(2) ① $y=f(x)$의 그래프가 $y=g(x)$의 그래프보다 위쪽에 있거나 $y=g(x)$의 그래프와 만나는 x의 값의 범위는

$-1\le x\le 3$

② $y=f(x)$의 그래프가 $y=g(x)$의 그래프보다 아래쪽에 있거나 $y=g(x)$의 그래프와 만나는 x의 값의 범위는

$x\le -1$ 또는 $x\ge 3$

367 (1) ① $y=f(x)$의 그래프가 $y=g(x)$의 그래프보다 위쪽에 있는 x의 값의 범위는

$x<b$ 또는 $x>d$

② $y=f(x)$의 그래프가 $y=g(x)$의 그래프보다 아래쪽에 있거나 $y=g(x)$의 그래프와 만나는 x의 값의 범위는

$b\le x\le d$

(2) ① $y=f(x)$의 그래프가 $y=g(x)$의 그래프보다 위쪽에 있거나 $y=g(x)$의 그래프와 만나는 x의 값의 범위는

$x\le 0$ 또는 $x\ge b$

② $y=f(x)$의 그래프가 $y=g(x)$의 그래프보다 아래쪽에 있는 x의 값의 범위는

$0<x<b$

368 부등식 $f(x)g(x)>0$의 해는

$f(x)>0$, $g(x)>0$ 또는 $f(x)<0$, $g(x)<0$

(i) $f(x)>0$, $g(x)>0$을 만족시키는 x의 값의 범위는

$f(x)>0$에서 $-1<x<5$ …… ㉠

$g(x)>0$에서 $x>-1$ …… ㉡

㉠, ㉡의 공통 범위는 $-1<x<5$

(ii) $f(x)<0$, $g(x)<0$을 만족시키는 x의 값의 범위는

$f(x)<0$에서 $x<-1$ 또는 $x>5$ …… ㉢

$g(x)<0$에서 $x<-1$ …… ㉣

㉢, ㉣의 공통 범위는 $x<-1$

(i), (ii)에서 구하는 부등식의 해는

$x<-1$ 또는 $-1<x<5$

참고

부등식 $f(x)g(x)<0$의 해는

$f(x)>0$, $g(x)<0$ 또는 $f(x)<0$, $g(x)>0$

369 (1) 3, 3

(2) $x^2+2x-3<0$에서

$(x+3)(x-1)<0$ $\quad\therefore -3<x<1$

(3) $x^2-x>0$에서

$x(x-1)>0$ $\quad\therefore x<0$ 또는 $x>1$

(4) $x^2+8x+15\ge 0$에서

$(x+3)(x+5)\ge 0$ $\quad\therefore x\le -5$ 또는 $x\ge -3$

(5) $x^2-3x+2\le 0$에서

$(x-1)(x-2)\le 0$ $\quad\therefore 1\le x\le 2$

(6) $-x^2-3x+18>0$에서 $x^2+3x-18<0$

$(x+6)(x-3)<0$ $\quad\therefore -6<x<3$

(7) $-3x^2-5x+2\le 0$에서 $3x^2+5x-2\ge 0$

$(x+2)(3x-1)\ge 0$ $\quad\therefore x\le -2$ 또는 $x\ge \frac{1}{3}$

(8) $6-x^2<0$에서 $x^2-6>0$

$(x+\sqrt{6})(x-\sqrt{6})>0$ $\quad\therefore x<-\sqrt{6}$ 또는 $x>\sqrt{6}$

(9) $2-x^2\ge x$에서 $-x^2-x+2\ge 0$

$x^2+x-2\le 0$, $(x+2)(x-1)\le 0$ $\quad\therefore -2\le x\le 1$

(10) $x^2-12\ge 4x$에서 $x^2-4x-12\ge 0$

$(x+2)(x-6)\ge 0$ $\quad\therefore x\le -2$ 또는 $x\ge 6$

370 $x^2-4x\le 0$에서

$x(x-4)\le 0$ $\quad\therefore 0\le x\le 4$ …… ㉠

$|x-a|\le 2b$에서 $-2b\le x-a\le 2b$

$\therefore a-2b\le x\le a+2b$ …… ㉡

㉠, ㉡이 서로 같으므로

$a-2b=0$, $a+2b=4$ $\quad\therefore a=2$, $b=1$

$\therefore a^2+b^2=5$

371 (1) 3, 3

(2) $x^2+2x+1<0$에서 $(x+1)^2<0$
따라서 부등식의 해는 없다.

(3) $x^2-2\sqrt{2}x+2>0$에서 $(x-\sqrt{2})^2>0$
따라서 부등식의 해는 $x\neq\sqrt{2}$인 모든 실수이다.

(4) $x^2-8x+16<0$에서 $(x-4)^2<0$
따라서 부등식의 해는 없다.

(5) $x^2+2\sqrt{5}x+5\geq 0$에서 $(x+\sqrt{5})^2\geq 0$
따라서 부등식의 해는 모든 실수이다.

(6) $-x^2+10x-25\leq 0$에서
$x^2-10x+25\geq 0$, $(x-5)^2\geq 0$
따라서 부등식의 해는 모든 실수이다.

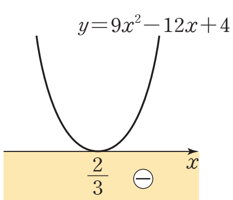
(7) $-4x^2+4x-1\geq 0$에서
$4x^2-4x+1\leq 0$, $(2x-1)^2\leq 0$
따라서 부등식의 해는 $x=\frac{1}{2}$이다.

(8) $16x+x^2>-64$에서
$x^2+16x+64>0$, $(x+8)^2>0$
따라서 부등식의 해는 $x\neq-8$인 모든 실수이다.

(9) $x(x-3)<3x-9$에서 $x^2-3x<3x-9$
$x^2-6x+9<0$, $(x-3)^2<0$
따라서 부등식의 해는 없다.

(10) $4x^2\leq 3(4x-3)$에서 $4x^2\leq 12x-9$
$4x^2-12x+9\leq 0$, $(2x-3)^2\leq 0$
따라서 부등식의 해는 $x=\frac{3}{2}$이다.

372 이차함수 $y=9x^2-12x+4$,
즉 $y=(3x-2)^2$의 그래프는
오른쪽 그림과 같으므로
이차부등식 $9x^2-12x+4<0$의
해는 없다.



373 (1) 2, 1, 모든 실수

(2) $x^2+4x+7>0$에서 $(x+2)^2+3>0$
따라서 부등식의 해는 모든 실수이다.

(3) $x^2-x+2<0$에서 $\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{7}{4}<0$
따라서 부등식의 해는 없다.

(4) $x^2+3x+9\leq 0$에서 $\left(x+\frac{3}{2}\right)^2+\frac{27}{4}\leq 0$
따라서 부등식의 해는 없다.

(5) $x^2-2x+8\geq 0$에서 $(x-1)^2+7\geq 0$
따라서 부등식의 해는 모든 실수이다.

(6) $-x^2+3x-4<0$에서
$x^2-3x+4>0$, $\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{7}{4}>0$
따라서 부등식의 해는 모든 실수이다.

(7) $-x^2-2x-2>0$에서
$x^2+2x+2<0$, $(x+1)^2+1<0$
따라서 부등식의 해는 없다.

(8) $2x^2-4x+3\geq 0$에서
$2(x^2-2x+1)+1\geq 0$ $\quad\therefore 2(x-1)^2+1\geq 0$
따라서 부등식의 해는 모든 실수이다.

(9) $4x^2+12x+11\leq 0$에서
$4\left(x^2+3x+\frac{9}{4}\right)+2\leq 0$ $\quad\therefore 4\left(x+\frac{3}{2}\right)^2+2\leq 0$
따라서 부등식의 해는 없다.

(10) $-2x^2\geq 3-2x$에서
$-2x^2+2x-3\geq 0$, $2x^2-2x+3\leq 0$
$2\left(x^2-x+\frac{1}{4}\right)+\frac{5}{2}\leq 0$ $\quad\therefore 2\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{5}{2}\leq 0$
따라서 부등식의 해는 없다.

374 ㄱ. $3x^2-6x+4\leq 0$에서 $3(x-1)^2+1\leq 0$
따라서 부등식의 해는 없다.

ㄴ. $x^2-4x+4\leq 0$에서
$(x-2)^2\leq 0$ $\quad\therefore x=2$

ㄷ. $x^2-2x-3<0$에서
$(x+1)(x-3)<0$ $\quad\therefore -1<x<3$

ㄹ. $x^2-3x+3<0$에서 $\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{3}{4}<0$
따라서 부등식의 해는 없다.

375 (1) 5, 6

(2) $(x+1)(x-2)<0$에서 $x^2-x-2<0$

(3) $(x+4)(x+2)<0$에서 $x^2+6x+8<0$

(4) $(x+3)(x-1)\leq 0$에서 $x^2+2x-3\leq 0$

(5) $(x-1)(x-5)>0$에서 $x^2-6x+5>0$

(6) $(x+2)(x-7)>0$에서 $x^2-5x-14>0$

(7) $(x+4)(x+3)>0$에서 $x^2+7x+12>0$

(8) $(x+5)(x-2)\geq 0$에서 $x^2+3x-10\geq 0$

376 (1) $<$, $<$, $<$, -2, 4

(2) 해가 $-2\leq x\leq 3$이고 x^2의 계수가 2인 이차부등식은
$2(x+2)(x-3)\leq 0$
$\therefore 2x^2-2x-12\leq 0$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠
㉠이 $2x^2-ax+b\leq 0$과 일치하므로
$-2=-a$, $-12=b$ $\quad\therefore a=2$, $b=-12$

(3) 해가 $x<-2$ 또는 $x>4$이고 x^2의 계수가 1인 이차부등식은
$(x+2)(x-4)>0$
$\therefore x^2-2x-8>0$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠
㉠과 주어진 이차부등식의 부등호의 방향이 같으므로 $a>0$
㉠의 양변에 a를 곱하면 $ax^2-2ax-8a>0$
이 부등식이 $ax^2-2x+b>0$과 일치하므로
$-2a=-2$, $-8a=b$ $\quad\therefore a=1$, $b=-8$

(4) 해가 $\frac{1}{3} \le x \le \frac{1}{2}$이고 x^2의 계수가 1인 이차부등식은

$\left(x-\frac{1}{3}\right)\left(x-\frac{1}{2}\right) \le 0$, $x^2-\frac{5}{6}x+\frac{1}{6} \le 0$

$\therefore\ 6x^2-5x+1 \le 0$ …… ㉠

㉠과 주어진 이차부등식의 부등호의 방향이 다르므로 $a<0$

㉠의 양변에 a를 곱하면 $6ax^2-5ax+a \ge 0$

이 부등식이 $6ax^2+bx-1 \ge 0$과 일치하므로

$-5a=b$, $a=-1$ $\quad \therefore\ a=-1$, $b=5$

377 해가 $-2<x<3$이고 x^2의 계수가 1인 이차부등식은

$(x+2)(x-3)<0$ $\quad \therefore\ x^2-x-6<0$ …… ㉠

㉠과 $x^2+ax+b<0$이 일치하므로 $a=-1$, $b=-6$

이것을 $ax^2+5x+b<0$에 대입하면

$-x^2+5x-6<0$, $x^2-5x+6>0$

$(x-2)(x-3)>0$ $\quad \therefore\ x<2$ 또는 $x>3$

378 (1) $<$, $>$

(2) $x^2-3x+k+3=0$의 판별식을 D라 하면

$D=(-3)^2-4\cdot1\cdot(k+3)<0$

$-4k-3<0$ $\quad \therefore\ k>-\frac{3}{4}$

(3) $x^2+2kx+k+2=0$의 판별식을 D라 하면

$\frac{D}{4}=k^2-1\cdot(k+2)<0$, $k^2-k-2<0$

$(k+1)(k-2)<0$ $\quad \therefore\ -1<k<2$

(4) $x^2+kx+k+3=0$의 판별식을 D라 하면

$D=k^2-4\cdot(k+3)<0$, $k^2-4k-12<0$

$(k+2)(k-6)<0$ $\quad \therefore\ -2<k<6$

379 $x^2+3ax+2a(a+1)=0$의 판별식을 D라 하면

$D=(3a)^2-4\cdot1\cdot2a(a+1) \le 0$

$a^2-8a \le 0$, $a(a-8) \le 0$ $\quad \therefore\ 0 \le a \le 8$

따라서 정수 a의 개수는 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8의 9개이다.

380 (1) (ⅰ) $k=0$일 때, $-3<0$이므로 항상 성립한다.

(ⅱ) $k \ne 0$일 때, $k<0$이어야 한다.

이때, $kx^2+2kx-3=0$의 판별식을 D라 하면

$\frac{D}{4}=k^2-k\cdot(-3)<0$, $k^2+3k<0$

$k(k+3)<0$ $\quad \therefore\ -3<k<0$

(ⅲ) (ⅰ), (ⅱ)에서 $-3<k \le 0$

(2) (ⅰ) $k=2$일 때, $-5 \le 0$이므로 항상 성립한다.

(ⅱ) $k \ne 2$일 때, $k-2<0$, 즉 $k<2$이어야 한다.

이때, $(k-2)x^2+2(k-2)x-2k-1=0$의 판별식을 D라 하면

$\frac{D}{4}=(k-2)^2-(k-2)(-2k-1) \le 0$

$(k-2)(3k-1) \le 0$ $\quad \therefore\ \frac{1}{3} \le k<2$ ($\because\ k \ne 2$)

(ⅰ), (ⅱ)에서 $\frac{1}{3} \le k \le 2$

(3) (ⅰ) $k=1$일 때, $1 \ge 0$이므로 항상 성립한다.

(ⅱ) $k \ne 1$일 때, $k-1>0$, 즉 $k>1$이어야 한다.

이때, $(k-1)x^2-2(k-1)x+1=0$의 판별식을 D라 하면

$\frac{D}{4}=(k-1)^2-(k-1)\cdot1 \le 0$

$(k-1)(k-2) \le 0$ $\quad \therefore\ 1<k \le 2$ ($\because\ k \ne 1$)

(ⅰ), (ⅱ)에서 $1 \le k \le 2$

(4) (ⅰ) $k=-1$일 때, $3>0$이므로 항상 성립한다.

(ⅱ) $k \ne -1$일 때, $k+1>0$, 즉 $k>-1$이어야 한다.

이때, $(k+1)x^2+2(k+1)x+3=0$의 판별식을 D라 하면

$\frac{D}{4}=(k+1)^2-(k+1)\cdot3<0$

$(k+1)(k-2)<0$ $\quad \therefore\ -1<k<2$

(ⅰ), (ⅱ)에서 $-1 \le k<2$

381 (ⅰ) $a=-2$일 때, $3>0$이므로 항상 성립한다.

(ⅱ) $a \ne -2$일 때, $a+2>0$, 즉 $a>-2$이어야 한다.

이때, $(a+2)x^2-2(a+2)x+3=0$의 판별식을 D라 하면

$\frac{D}{4}=(a+2)^2-(a+2)\cdot3<0$

$(a+2)(a-1)<0$ $\quad \therefore\ -2<a<1$

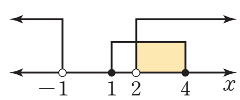
(ⅰ), (ⅱ)에서 $-2 \le a<1$

따라서 정수 a의 값의 합은 $-2+(-1)+0=-3$

382 (1) (ⅰ) $(x+1)(x-2)>0$에서 $x<-1$ 또는 $x>2$

(ⅱ) $(x-1)(x-4) \le 0$에서 $1 \le x \le 4$

(ⅲ) (ⅰ), (ⅱ)에서 공통 범위를 구하면 $2<x \le 4$



(2) $x^2-6x+5 \le 0$에서

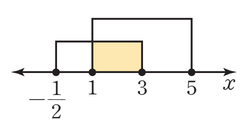
$(x-1)(x-5) \le 0$ $\quad \therefore\ 1 \le x \le 5$ …… ㉠

$2x^2-5x-3 \le 0$에서

$(x-3)(2x+1) \le 0$ $\quad \therefore\ -\frac{1}{2} \le x \le 3$ …… ㉡

㉠, ㉡의 공통 범위를 구하면

$1 \le x \le 3$



(3) $x^2+x-6 \ge 0$에서

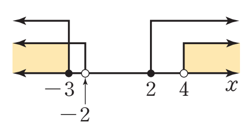
$(x+3)(x-2) \ge 0$ $\quad \therefore\ x \le -3$ 또는 $x \ge 2$ …… ㉠

$x^2-2x-8>0$에서

$(x+2)(x-4)>0$ $\quad \therefore\ x<-2$ 또는 $x>4$ …… ㉡

㉠, ㉡의 공통 범위를 구하면

$x \le -3$ 또는 $x>4$



383 $3x^2-8x-16<0$에서

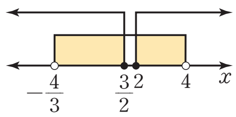
$(x-4)(3x+4)<0$ $\quad \therefore\ -\frac{4}{3}<x<4$ …… ㉠

$-2x^2+7x-6 \le 0$에서 $2x^2-7x+6 \ge 0$

$(2x-3)(x-2) \ge 0$ $\quad \therefore\ x \le \frac{3}{2}$ 또는 $x \ge 2$ …… ㉡

㉠, ㉡의 공통 범위를 구하면

$-\frac{4}{3}<x\le\frac{3}{2}$ 또는 $2\le x<4$



따라서 주어진 연립부등식을 만족시키는 정수 x의 값의 합은 $-1+0+1+2+3=5$

384 (1) $\begin{cases} 2x+3<x^2 & \cdots\cdots ㉠ \\ x^2\le 9x-20 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠에서 $x^2-2x-3>0$, $(x+1)(x-3)>0$

$\therefore$ $x<-1$ 또는 $x>3$

㉡에서 $x^2-9x+20\le0$, $(x-4)(x-5)\le0$ $\quad\therefore$ $4\le x\le5$

따라서 연립부등식의 해는 $4\le x\le5$

(2) $\begin{cases} -1<x^2-3x+1 & \cdots\cdots ㉠ \\ x^2-3x+1<19 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠에서 $x^2-3x+2>0$, $(x-1)(x-2)>0$

$\therefore$ $x<1$ 또는 $x>2$

㉡에서 $x^2-3x-18<0$, $(x+3)(x-6)<0$

$\therefore$ $-3<x<6$

따라서 연립부등식의 해는 $-3<x<1$ 또는 $2<x<6$

(3) $\begin{cases} x-1\le x^2+3x-4 & \cdots\cdots ㉠ \\ x^2+3x-4<0 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠에서 $x^2+2x-3\ge0$, $(x+3)(x-1)\ge0$

$\therefore$ $x\le-3$ 또는 $x\ge1$

㉡에서 $(x+4)(x-1)<0$ $\quad\therefore$ $-4<x<1$

따라서 연립부등식의 해는 $-4<x\le-3$

(4) $\begin{cases} 3x^2-4x\le x^2 & \cdots\cdots ㉠ \\ x^2<1-3x^2 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠에서 $2x^2-4x\le0$, $2x(x-2)\le0$ $\quad\therefore$ $0\le x\le2$

㉡에서 $4x^2-1<0$, $(2x+1)(2x-1)<0$ $\quad\therefore$ $-\frac{1}{2}<x<\frac{1}{2}$

따라서 연립부등식의 해는 $0\le x<\frac{1}{2}$

385 $\begin{cases} 3x-4\le 3x^2+x-5 & \cdots\cdots ㉠ \\ 3x^2+x-5<x^2+1 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠에서 $3x^2-2x-1\ge0$, $(3x+1)(x-1)\ge0$

$\therefore$ $x\le-\frac{1}{3}$ 또는 $x\ge1$

㉡에서 $2x^2+x-6<0$, $(2x-3)(x+2)<0$ $\quad\therefore$ $-2<x<\frac{3}{2}$

따라서 연립부등식의 해는 $-2<x\le-\frac{1}{3}$ 또는 $1\le x<\frac{3}{2}$이므로

구하는 정수 x의 개수는 -1, 1의 2개이다.

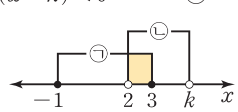
386 (1) $\ge$

(2) $x^2-2x-3\le0$에서

$(x+1)(x-3)\le0$ $\quad\therefore$ $-1\le x\le3$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠

$x^2-(k+2)x+2k<0$에서 $(x-2)(x-k)<0$ $\quad\cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡의 공통 범위가 $2<x\le3$이므로 오른쪽 그림에서 $k>3$



(3) $x^2-3x-4>0$에서

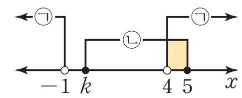
$(x+1)(x-4)>0$ $\quad\therefore$ $x<-1$ 또는 $x>4$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠

$x^2-(k+5)x+5k\le0$에서

$(x-5)(x-k)\le0$ $\quad\cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡의 공통 범위가 $4<x\le5$이므로 오른쪽 그림에서

$-1\le k\le4$



387 $x^2-2x\ge0$에서

$x(x-2)\ge0$ $\quad\therefore$ $x\le0$ 또는 $x\ge2$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠

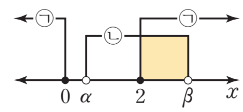
$x^2-4x+a<0$의 해를 $\alpha<x<\beta$ (단, $\alpha<\beta$) $\quad\cdots\cdots$ ㉡

라 하면 ㉠, ㉡의 공통 범위가

$b\le x<3$이므로

오른쪽 그림에서

$b=2$, $\beta=3$



이차방정식 $x^2-4x+a=0$의 근이 α, 3이므로

근과 계수의 관계에 의하여

$\alpha+3=4$, $3\alpha=a$ $\quad\therefore$ $\alpha=1$, $a=3$

따라서 $a=3$, $b=2$이므로 $a+b=5$

388 (1) $\le$, $<$

(2) $x^2-4x-12\ge0$에서

$(x+2)(x-6)\ge0$ $\quad\therefore$ $x\le-2$ 또는 $x\ge6$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠

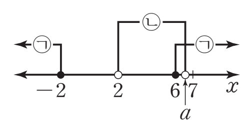
$x^2-(a+2)x+2a<0$에서

$(x-2)(x-a)<0$ $\quad\cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡의 공통 범위에 속하는

정수가 6뿐이므로

오른쪽 그림에서 $6<a\le7$



(3) $2x(x-3)>x^2-2x$에서

$x^2-4x>0$ $\quad\therefore$ $x<0$ 또는 $x>4$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠

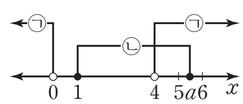
$x^2-(a+1)x+a\le0$에서

$(x-1)(x-a)\le0$ $\quad\cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡의 공통 범위에 속하는

정수가 5뿐이므로

오른쪽 그림에서 $5\le a<6$



389 $x^2-x-2>0$에서

$(x+1)(x-2)>0$ $\quad\therefore$ $x<-1$ 또는 $x>2$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠

$2x^2+(5+2a)x+5a<0$에서

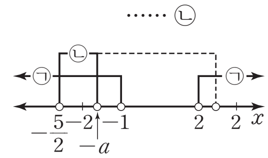
$(2x+5)(x+a)<0$ $\quad\cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡의 공통 범위에 속하는

정수가 -2뿐이므로

오른쪽 그림에서

$-2<-a\le3$ $\quad\therefore$ $-3\le a<2$



따라서 $M=1$, $m=-3$이므로

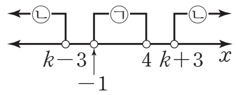
$M+m=-2$

390 (1) (i) $x^2-3x-4<0$에서

$(x+1)(x-4)<0 \quad \therefore -1<x<4 \quad \cdots\cdots$ ㉠

(ii) $x<k-3$ 또는 $x>k+3 \quad \cdots\cdots$ ㉡

(iii) ㉠, ㉡의 공통 범위에 속하는 해가 없으므로 오른쪽 그림에서 $k-3\le -1$, $k+3\ge 4$



$k\le 2$, $k\ge 1 \quad \therefore 1\le k\le 2$

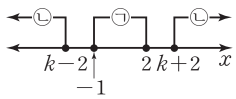
(2) $x^2-x-2\le 0$에서

$(x+1)(x-2)\le 0 \quad \therefore -1\le x\le 2 \quad \cdots\cdots$ ㉠

$\{x-(k-2)\}\{x-(k+2)\}\ge 0$에서

$x\le k-2$ 또는 $x\ge k+2 \quad \cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡의 공통 범위에 속하는 해가 없으므로 오른쪽 그림에서



$k-2<-1$, $k+2>2$

$k<1$, $k>0 \quad \therefore 0<k<1$

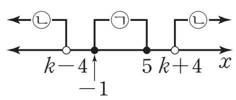
(3) $x^2-4x-5\le 0$에서

$(x+1)(x-5)\le 0 \quad \therefore -1\le x\le 5 \quad \cdots\cdots$ ㉠

$\{x-(k+4)\}\{x-(k-4)\}>0$에서

$x<k-4$ 또는 $x>k+4 \quad \cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡의 공통 범위에 속하는 해가 없으므로 오른쪽 그림에서



$k-4\le -1$, $k+4\ge 5$

$k\le 3$, $k\ge 1 \quad \therefore 1\le k\le 3$

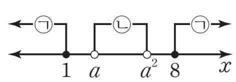
391 $x^2-9x+8\ge 0$에서

$(x-1)(x-8)\ge 0 \quad \therefore x\le 1$ 또는 $x\ge 8 \quad \cdots\cdots$ ㉠

$(x-a)(x-a^2)<0$에서

$a<x<a^2$ ($\because a\ne 0$) $\cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡의 공통 범위에 속하는 해가 없으므로 오른쪽 그림에서



$1\le a$, $a^2\le 8$

$a^2\le 8$에서 $a^2-8\le 0$

$(a+2\sqrt{2})(a-2\sqrt{2})\le 0 \quad \therefore -2\sqrt{2}\le a\le 2\sqrt{2}$

따라서 연립부등식의 해가 존재하지 않을 a의 값의 범위는 $1\le a\le 2\sqrt{2}$이므로 정수 a의 개수는 1, 2의 2개이다.

392 (1) -2, 2, 0, 3, 2, 3

(2) (i) $x^2+2kx+4=0$의 판별식을 D_1이라 하면

$\frac{D_1}{4}=k^2-4=(k+2)(k-2)<0$

$\therefore -2<k<2$

(ii) $x^2-2kx+2k+3=0$의 판별식을 D_2라 하면

$\frac{D_2}{4}=k^2-(2k+3)=k^2-2k-3<0$

$(k+1)(k-3)<0 \quad \therefore -1<k<3$

(i), (ii)에서 $-1<k<2$

(3) (i) $x^2+2(2k-1)x+2k^2-k=0$의 판별식을 D_1이라 하면

$\frac{D_1}{4}=(2k-1)^2-(2k^2-k)=2k^2-3k+1\ge 0$

$(2k-1)(k-1)\ge 0 \quad \therefore k\le \frac{1}{2}$ 또는 $k\ge 1$

(ii) $x^2+2(k-1)x+k-1=0$의 판별식을 D_2라 하면

$\frac{D_2}{4}=(k-1)^2-(k-1)=k^2-3k+2<0$

$(k-1)(k-2)<0 \quad \therefore 1<k<2$

(i), (ii)에서 $1<k<2$

(4) (i) $x^2+2kx-k+2=0$의 판별식을 D_1이라 하면

$\frac{D_1}{4}=k^2-(-k+2)=k^2+k-2<0$

$(k+2)(k-1)<0 \quad \therefore -2<k<1$

(ii) $x^2+2(k-1)x+1=0$의 판별식을 D_2라 하면

$\frac{D_2}{4}=(k-1)^2-1=k^2-2k<0$

$k(k-2)<0 \quad \therefore 0<k<2$

(i), (ii)에서 $0<k<1$

393 (1) (i) $x^2+x<12$에서 $x^2+x-12<0$

$(x+4)(x-3)<0 \quad \therefore -4<x<3$

이때, $x<0$이므로 $-4<x<0$

(ii) $x^2-x<12$에서 $x^2-x-12<0$

$(x+3)(x-4)<0 \quad \therefore -3<x<4$

이때, $x\ge 0$이므로 $0\le x<4$

(iii) $-4<x<4$

다른 풀이

$x^2-|x|<12$에서 $|x|^2-|x|-12<0$

$(|x|-4)(|x|+3)<0$

이때, $|x|+3>0$이므로 $|x|-4<0$

$|x|<4 \quad \therefore -4<x<4$

(2) (i) $x<0$일 때,

$x^2+x-1\le 1$에서 $x^2+x-2\le 0$

$(x+2)(x-1)\le 0 \quad \therefore -2\le x\le 1$

이때, $x<0$이므로 $-2\le x<0$

(ii) $x\ge 0$일 때,

$x^2-x-1\le 1$에서 $x^2-x-2\le 0$

$(x+1)(x-2)\le 0 \quad \therefore -1\le x\le 2$

이때, $x\ge 0$이므로 $0\le x\le 2$

(i), (ii)에서 $-2\le x\le 2$

(3) (i) $x<0$일 때,

$x^2+2x-3<0$에서 $(x+3)(x-1)<0 \quad \therefore -3<x<1$

이때, $x<0$이므로 $-3<x<0$

(ii) $x\ge 0$일 때,

$x^2-2x-3<0$에서 $(x+1)(x-3)<0 \quad \therefore -1<x<3$

이때, $x\ge 0$이므로 $0\le x<3$

(i), (ii)에서 $-3<x<3$

(4) (ⅰ) $x<0$일 때,

$x^2-8\le-2x$에서 $x^2+2x-8\le0$

$(x+4)(x-2)\le0$ $\quad\therefore -4\le x\le2$

이때, $x<0$이므로 $-4\le x<0$

(ⅱ) $x\ge0$일 때,

$x^2-8\le2x$에서 $x^2-2x-8\le0$

$(x+2)(x-4)\le0$ $\quad\therefore -2\le x\le4$

이때, $x\ge0$이므로 $0\le x\le4$

(ⅰ), (ⅱ)에서 $-4\le x\le4$

394 (1) $|x+1|<4$에서

$-4<x+1<4$ $\quad\therefore -5<x<3$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠

$x^2+2x>-3x$에서

$x^2+5x>0$, $x(x+5)>0$

$\therefore x<-5$ 또는 $x>0$ $\quad\cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡의 공통 범위를 구하면

$0<x<3$

(2) $|x-1|\le3$에서

$-3\le x-1\le3$ $\quad\therefore -2\le x\le4$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠

$-x^2+4x+5>0$에서

$x^2-4x-5<0$, $(x+1)(x-5)<0$

$\therefore -1<x<5$ $\quad\cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡의 공통 범위를 구하면

$-1<x\le4$

(3) $|x-4|\le2$에서

$-2\le x-4\le2$ $\quad\therefore 2\le x\le6$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠

$x^2+15x\ge8x$에서

$x^2+7x\ge0$, $x(x+7)\ge0$

$\therefore x\le-7$ 또는 $x\ge0$ $\quad\cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡의 공통 범위를 구하면

$2\le x\le6$

(4) $|2x+1|<7$에서

$-7<2x+1<7$ $\quad\therefore -4<x<3$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠

$x^2-2x-8\le0$에서

$(x+2)(x-4)\le0$ $\quad\therefore -2\le x\le4$ $\quad\cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡의 공통 범위를 구하면

$-2\le x<3$

395 $|x+1|>5$에서

$x+1<-5$ 또는 $x+1>5$

$\therefore x<-6$ 또는 $x>4$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠

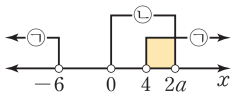
$x^2-2ax<0$에서

$x(x-2a)<0$ $\quad\cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡의 공통 범위가 $4<x<6$

이므로 오른쪽 그림에서

$2a=6$ $\quad\therefore a=3$



더블클릭 139쪽~140쪽

396 (1) $f(x)g(x)>0$에서

$f(x)>0$, $g(x)>0$ 또는 $f(x)<0$, $g(x)<0$

(ⅰ) $f(x)>0$, $g(x)>0$을 만족시키는 x의 값의 범위는

$x>8$

(ⅱ) $f(x)<0$, $g(x)<0$을 만족시키는 x의 값의 범위는

$2<x<6$

(ⅰ), (ⅱ)에서 $2<x<6$ 또는 $x>8$

(2) $f(x)g(x)<0$에서

$f(x)>0$, $g(x)<0$ 또는 $f(x)<0$, $g(x)>0$

(ⅰ) $f(x)>0$, $g(x)<0$을 만족시키는 x의 값의 범위는

$6<x<8$

(ⅱ) $f(x)<0$, $g(x)>0$을 만족시키는 x의 값의 범위는

$x<2$

(ⅰ), (ⅱ)에서 $x<2$ 또는 $6<x<8$

397 (1) $f(x)g(x)>0$에서

$f(x)>0$, $g(x)>0$ 또는 $f(x)<0$, $g(x)<0$

(ⅰ) $f(x)>0$, $g(x)>0$을 만족시키는 x의 값의 범위는

$a<x<c$

(ⅱ) $f(x)<0$, $g(x)<0$을 만족시키는 x의 값은 없다.

(ⅰ), (ⅱ)에서 $a<x<c$

(2) $f(x)g(x)<0$에서

$f(x)>0$, $g(x)<0$ 또는 $f(x)<0$, $g(x)>0$

(ⅰ) $f(x)>0$, $g(x)<0$을 만족시키는 x의 값의 범위는

$x<a$ 또는 $x>d$

(ⅱ) $f(x)<0$, $g(x)>0$을 만족시키는 x의 값의 범위는

$c<x<d$

(ⅰ), (ⅱ)에서 $x<a$ 또는 $c<x<d$ 또는 $x>d$

398 $x^2-4x-5>0$에서

$(x+1)(x-5)>0$ $\quad\therefore x<-1$ 또는 $x>5$

399 $x(6-x)\ge3x-4$에서

$6x-x^2\ge3x-4$, $x^2-3x-4\le0$

$(x+1)(x-4)\le0$ $\quad\therefore -1\le x\le4$

400 $x^2-2\sqrt{3}x+3=(x-\sqrt{3})^2\le0$ $\quad\therefore x=\sqrt{3}$

401 $-2x^2+3x-6\ge0$에서

$2x^2-3x+6\le0$, $2\left(x-\frac{3}{4}\right)^2+\frac{39}{8}\le0$

따라서 부등식의 해는 없다.

402 해가 $\frac{3}{2}<x<4$이고 x^2의 계수가 2인 이차부등식은

$2\left(x-\frac{3}{2}\right)(x-4)<0$ $\quad\therefore 2x^2-11x+12<0$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠

㉠과 $2x^2+ax+b<0$이 일치하므로 $a=-11$, $b=12$

403 해가 $x\le-2$ 또는 $x\ge3$이고 x^2의 계수가 1인 이차부등식은
$(x+2)(x-3)\ge0$ $\quad\therefore x^2-x-6\ge0$ …… ㉠
㉠과 주어진 부등식의 부등호의 방향이 다르므로 $a<0$
㉠의 양변에 a를 곱하면 $ax^2-ax-6a\le0$
이 부등식이 $ax^2-bx+12\le0$과 일치하므로
$-a=-b,\ -6a=12$ $\quad\therefore a=-2,\ b=-2$

404 해가 $-\frac{3}{2}<x<5$이고 x^2의 계수가 1인 이차부등식은
$\left(x+\frac{3}{2}\right)(x-5)<0$ $\quad\therefore x^2-\frac{7}{2}x-\frac{15}{2}<0$ …… ㉠
㉠과 주어진 부등식의 부등호의 방향이 일치하므로 $a>0$
㉠의 양변에 a를 곱하면 $ax^2-\frac{7}{2}ax-\frac{15}{2}a<0$
이 부등식이 $ax^2-7x+b<0$과 일치하므로
$-\frac{7}{2}a=-7,\ -\frac{15}{2}a=b$ $\quad\therefore a=2,\ b=-15$

405 $x^2+2(k-2)x+1=0$의 판별식을 D라 하면
$\frac{D}{4}=(k-2)^2-1\cdot1<0,\ k^2-4x+3<0$
$(k-1)(k-3)<0$ $\quad\therefore 1<k<3$

406 $2x^2+2kx-k+4=0$의 판별식을 D라 하면
$\frac{D}{4}=k^2-2(-k+4)\le0,\ k^2+2k-8\le0$
$(k+4)(k-2)\le0$ $\quad\therefore -4\le k\le2$

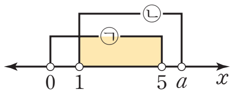
407 (i) $k=0$일 때,
$1>0$이므로 항상 성립한다.
(ii) $k\ne0$일 때, $k>0$이어야 한다.
이때, $kx^2-kx+1=0$의 판별식을 D라 하면
$D=(-k)^2-4\cdot k\cdot1<0$
이때, $k(k-4)<0$ $\quad\therefore 0<k<4$
(i), (ii)에서 $0\le k<4$

408 (i) $k=-1$일 때,
$-3<0$이므로 항상 성립한다.
(ii) $k\ne-1$일 때, $k+1<0$, 즉 $k<-1$이어야 한다.
이때, $(k+1)x^2-2(k+1)x-3=0$의 판별식을 D라 하면
$\frac{D}{4}=(k+1)^2-(k+1)\cdot(-3)<0$
$(k+1)(k+4)<0$ $\quad\therefore -4<k<-1$
(i), (ii)에서 $-4<k\le-1$

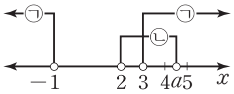
409 $x^2-7x+10\le0$에서
$(x-2)(x-5)\le0$ $\quad\therefore 2\le x\le5$ …… ㉠
$x^2-2x-3>0$에서
$(x+1)(x-3)>0$ $\quad\therefore x<-1$ 또는 $x>3$ …… ㉡
㉠, ㉡의 공통 범위를 구하면 $3<x\le5$

410 $\begin{cases}3x+4<x^2 & \cdots\cdots ㉠\\ x^2\le6x-5 & \cdots\cdots ㉡\end{cases}$
㉠에서 $x^2-3x-4>0,\ (x+1)(x-4)>0$
$\therefore x<-1$ 또는 $x>4$
㉡에서 $x^2-6x+5\le0,\ (x-1)(x-5)\le0$
$\therefore 1\le x\le5$
따라서 연립부등식의 해는 $4<x\le5$

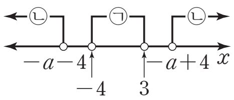
411 $x^2-5x<0$에서
$x(x-5)<0$ $\quad\therefore 0<x<5$ …… ㉠
$x^2-(a+1)x+a<0$에서
$(x-1)(x-a)<0$ …… ㉡
㉠, ㉡의 공통 범위가 $1<x<5$
이므로 오른쪽 그림에서
$a\ge5$



412 $x^2-2x-3>0$에서
$(x+1)(x-3)>0$ $\quad\therefore x<-1$ 또는 $x>3$ …… ㉠
$x^2-(a+2)x+2a<0$에서
$(x-2)(x-a)<0$ …… ㉡
㉠, ㉡의 공통 범위에 속하는 정수
가 4뿐이므로 오른쪽 그림에서
$4<a\le5$



413 $x^2+x-12<0$에서
$(x+4)(x-3)<0$ $\quad\therefore -4<x<3$ …… ㉠
$x^2+2ax+a^2-16>0$에서
$x^2+2ax+(a+4)(a-4)>0,\ (x+a+4)(x+a-4)>0$
$x<-a-4$ 또는 $x>-a+4$ …… ㉡
㉠, ㉡의 공통 범위에 속하는 해가
없으므로 오른쪽 그림에서
$-a-4\le-4,\ -a+4\ge3$
$a\ge0,\ a\le1$ $\quad\therefore 0\le a\le1$



414 (i) $x<1$일 때, $x^2-x<-2(x-1)$
$x^2+x-2<0,\ (x+2)(x-1)<0$ $\quad\therefore -2<x<1$
(ii) $x\ge1$일 때, $x^2-x<2(x-1)$
$x^2-3x+2<0,\ (x-1)(x-2)<0$ $\quad\therefore 1<x<2$
(i), (ii)에서 $-2<x<1$ 또는 $1<x<2$

415 $|x-2|>6$에서
$x-2<-6$ 또는 $x-2>6$
$\therefore x<-4$ 또는 $x>8$ …… ㉠
$x^2-4x-45\le0$에서
$(x+5)(x-9)\le0$ $\quad\therefore -5\le x\le9$ …… ㉡
㉠, ㉡의 공통 범위를 구하면
$-5\le x<-4$ 또는 $8<x\le9$

3 도형의 방정식

01 평면좌표 142쪽~154쪽

001 (1) $\overline{AB}=|7-2|=5$

(2) $\overline{AB}=|-2-(-5)|=3$

(3) $\overline{AB}=|2\sqrt{2}-(-3\sqrt{2})|=5\sqrt{2}$

(4) $\overline{AB}=|(2+\sqrt{2})-(3-2\sqrt{2})|=3\sqrt{2}-1$

002 점 Q의 좌표를 x라 하면

(1) $|x-3|=2$에서 $x-3=\pm2$

$\therefore x=5$ 또는 $x=1$

따라서 점 Q의 좌표는 5 또는 1이다.

(2) $|x-2|=5$에서 $x-2=\pm5$

$\therefore x=7$ 또는 $x=-3$

따라서 점 Q의 좌표는 7 또는 -3이다.

(3) $|x-(-6)|=7$에서 $x+6=\pm7$

$\therefore x=1$ 또는 $x=-13$

따라서 점 Q의 좌표는 1 또는 -13이다.

003 $x_2,\ y_1,\ y_2-y_1,\ y_2-y_1,\ y_2-y_1,\ y_2-y_1$

004 (1) $\overline{OA}=\sqrt{3^2+(-1)^2}=\sqrt{10}$

(2) $\overline{OA}=\sqrt{(-6)^2+(-8)^2}=\sqrt{100}=10$

005 (1) $\overline{AB}=\sqrt{(-5-6)^2+\{-3-(-3)\}^2}=11$

(2) $\overline{AB}=\sqrt{\{-2-(-2)\}^2+(-3-5)^2}=8$

(3) $\overline{AB}=\sqrt{(3-0)^2+\{0-(-4)\}^2}=5$

(4) $\overline{AB}=\sqrt{(-4-0)^2+(-2-2)^2}=4\sqrt{2}$

(5) $\overline{AB}=\sqrt{(-3-4)^2+\{0-(-1)\}^2}=5\sqrt{2}$

(6) $\overline{AB}=\sqrt{(5-2)^2+(4-3)^2}=\sqrt{10}$

(7) $\overline{AB}=\sqrt{(5-3)^2+\{-4-(-1)\}^2}=\sqrt{13}$

(8) $\overline{AB}=\sqrt{(-4-2)^2+\{3-(-3)\}^2}=6\sqrt{2}$

006 (1) 12, 6, 6

(2) $\overline{AB}=2\sqrt{13}$에서 $\overline{AB}^2=52$이므로

$(a+1)^2+(-4-2)^2=52$

$a^2+2a-15=0,\ (a+5)(a-3)=0$

$\therefore a=3\ (\because a>0)$

(3) $\overline{AB}=2\sqrt{5}$에서 $\overline{AB}^2=20$이므로

$(-3-1)^2+(2-a)^2=20$

$a^2-4a=0,\ a(a-4)=0$

$\therefore a=4\ (\because a>0)$

(4) $\overline{AB}=5\sqrt{2}$에서 $\overline{AB}^2=50$이므로

$(-2+3)^2+(a-1)^2=50$

$a^2-2a-48=0,\ (a+6)(a-8)=0$

$\therefore a=8\ (\because a>0)$

007 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로

$\sqrt{(a-2)^2+(3+1)^2}=\sqrt{(-3-2)^2+(a+1)^2}$

양변을 제곱하면

$(a-2)^2+16=25+(a+1)^2$

$a^2-4a+20=a^2+2a+26,\ -6a=6$

$\therefore a=-1$

008 (1) 0, -1, -5, 2, 34, 8, 8, 0

(2) 점 P의 좌표를 $(a, 0)$이라 하면

$\overline{AP}=\overline{BP}$에서 $\overline{AP}^2=\overline{BP}^2$이므로

$(a+1)^2+(-3)^2=(a-2)^2+(-6)^2$

$a^2+2a+10=a^2-4a+40,\ 6a=30 \qquad \therefore a=5$

따라서 점 P의 좌표는 $(5, 0)$이다.

(3) 점 P의 좌표를 $(a, 0)$이라 하면

$\overline{AP}=\overline{BP}$에서 $\overline{AP}^2=\overline{BP}^2$이므로

$(a-1)^2+(-1)^2=(a+2)^2+(-2)^2$

$a^2-2a+2=a^2+4a+8,\ -6a=6 \qquad \therefore a=-1$

따라서 점 P의 좌표는 $(-1, 0)$이다.

009 (1) 점 P의 좌표를 $(0, a)$라 하면

$\overline{AP}=\overline{BP}$에서 $\overline{AP}^2=\overline{BP}^2$이므로

$(-2)^2+a^2=(-3)^2+(a-5)^2$

$a^2+4=a^2-10a+34,\ 10a=30 \qquad \therefore a=3$

따라서 점 P의 좌표는 $(0, 3)$이다.

(2) 점 P의 좌표를 $(0, a)$라 하면

$\overline{AP}=\overline{BP}$에서 $\overline{AP}^2=\overline{BP}^2$이므로

$(-2)^2+(a-1)^2=1^2+(a-4)^2$

$a^2-2a+5=a^2-8a+17,\ 6a=12 \qquad \therefore a=2$

따라서 점 P의 좌표는 $(0, 2)$이다.

(3) 점 P의 좌표를 $(0, a)$라 하면

$\overline{AP}=\overline{BP}$에서 $\overline{AP}^2=\overline{BP}^2$이므로

$3^2+(a-1)^2=(-1)^2+(a+1)^2$

$a^2-2a+10=a^2+2a+2,\ -4a=-8 \qquad \therefore a=2$

따라서 점 P의 좌표는 $(0, 2)$이다.

010 (1) $a+1$, $a+1$, $a+1$, 2, 6, $\frac{3}{2}$, $\frac{3}{2}$, $\frac{5}{2}$

(2) 점 P의 좌표를 $(a, -a+2)$라 하면
$\overline{AP}=\overline{BP}$에서 $\overline{AP}^2=\overline{BP}^2$이므로
$(a-2)^2+(-a+2)^2=(a-4)^2+\{(-a+2)-6\}^2$
$2a^2-8a+8=2a^2+32$, $-8a=24$
$\therefore a=-3$
따라서 점 P의 좌표는 $(-3, 5)$이다.

(3) 점 P의 좌표를 $(a, 2a)$라 하면
$\overline{AP}=\overline{BP}$에서 $\overline{AP}^2=\overline{BP}^2$이므로
$(a+1)^2+(2a-1)^2=(a-5)^2+(2a+1)^2$
$5a^2-2a+2=5a^2-6a+26$, $4a=24$
$\therefore a=6$
따라서 점 P의 좌표는 $(6, 12)$이다.

011 $P(a, 0)$이라 하면
$\overline{AP}=\overline{BP}$에서 $\overline{AP}^2=\overline{BP}^2$이므로
$(a-2)^2+(-5)^2=(a-4)^2+(-1)^2$
$a^2-4a+29=a^2-8a+17$
$4a=-12$, $a=-3$ $\quad\therefore P(-3, 0)$
$Q(0, b)$라 하면
$\overline{AQ}=\overline{BQ}$에서 $\overline{AQ}^2=\overline{BQ}^2$이므로
$(-2)^2+(b-5)^2=(-4)^2+(b-1)^2$
$b^2-10b+29=b^2-2b+17$
$-8b=-12$, $b=\frac{3}{2}$ $\quad\therefore Q\left(0, \frac{3}{2}\right)$
$\therefore \overline{PQ}=\sqrt{3^2+\left(\frac{3}{2}\right)^2}=\sqrt{\frac{45}{4}}=\frac{3\sqrt{5}}{2}$

012 (1) ① $\overline{AB}=\sqrt{(1+2)^2+(3+1)^2}=\sqrt{25}=5$
② $\overline{BC}=\sqrt{(3-1)^2+(-1-3)^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$
③ $\overline{CA}=\sqrt{(-2-3)^2+(-1+1)^2}=\sqrt{25}=5$
④ $\overline{AB}=\overline{CA}$이므로 $\triangle ABC$는
$\overline{AB}=\overline{CA}$인 이등변삼각형이다.

(2) ① $\overline{AB}=\sqrt{(-3)^2+(2-5)^2}=\sqrt{18}=3\sqrt{2}$
② $\overline{BC}=\sqrt{7^2+(1-2)^2}=\sqrt{50}=5\sqrt{2}$
③ $\overline{CA}=\sqrt{(3-7)^2+(5-1)^2}=\sqrt{32}=4\sqrt{2}$
④ $\overline{AB}^2+\overline{CA}^2=\overline{BC}^2$이므로 $\triangle ABC$는
$\angle A=90°$인 직각삼각형이다.

(3) ① $\overline{AB}=\sqrt{(-1-2)^2+(-1-3)^2}=\sqrt{25}=5$
② $\overline{BC}=\sqrt{(6+1)^2+1^2}=\sqrt{50}=5\sqrt{2}$
③ $\overline{CA}=\sqrt{(2-6)^2+3^2}=\sqrt{25}=5$
④ $\overline{AB}^2+\overline{CA}^2=\overline{BC}^2$이고 $\overline{AB}=\overline{CA}$이므로 $\triangle ABC$는
$\angle A=90°$인 직각이등변삼각형이다.

013 $\triangle ABC$가 $\angle B=\angle C$인 이등변삼각형이므로
$\overline{AB}=\overline{AC}$
(1) $\overline{AB}=\overline{AC}$에서 $\overline{AB}^2=\overline{AC}^2$이므로
$(3+1)^2+(4-1)^2=(2+1)^2+(k-1)^2$
$25=k^2-2k+10$, $k^2-2k-15=0$
$(k+3)(k-5)=0$ $\quad\therefore k=5$ ($\because k>0$)

(2) $\overline{AB}=\overline{AC}$에서 $\overline{AB}^2=\overline{AC}^2$이므로
$(k-4)^2+(1-2)^2=(3-4)^2+(7-2)^2$
$k^2-8k+17=26$, $k^2-8k-9=0$
$(k+1)(k-9)=0$ $\quad\therefore k=9$ ($\because k>0$)

014 $\triangle ABC$가 $\angle A=90°$인 직각삼각형이므로
$\overline{AB}^2+\overline{CA}^2=\overline{BC}^2$
(1) $\overline{AB}^2=3^2+(2+2)^2=25$
$\overline{CA}^2=(-3-1)^2+(-2-k)^2=k^2+4k+20$
$\overline{BC}^2=1^2+(k-2)^2=k^2-4k+5$
$\overline{AB}^2+\overline{CA}^2=\overline{BC}^2$이므로
$25+k^2+4k+20=k^2-4k+5$, $8k=-40$ $\quad\therefore k=-5$

(2) $\overline{AB}^2=(3+1)^2+(3-1)^2=20$
$\overline{CA}^2=(-1-k)^2+(1+3)^2=k^2+2k+17$
$\overline{BC}^2=(k-3)^2+(-3-3)^2=k^2-6k+45$
$\overline{AB}^2+\overline{CA}^2=\overline{BC}^2$이므로
$20+k^2+2k+17=k^2-6k+45$, $8k=8$ $\quad\therefore k=1$

015 $\triangle ABC$가 정삼각형이므로 $\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CA}$
(i) $\overline{AB}=\overline{BC}$에서 $\overline{AB}^2=\overline{BC}^2$이므로
$(-1-1)^2+(1+1)^2=(a+1)^2+(b-1)^2$
$8=a^2+2a+1+b^2-2b+1$
$\therefore a^2+2a+b^2-2b-6=0$ $\quad$ …… ㉠
(ii) $\overline{BC}=\overline{CA}$에서 $\overline{BC}^2=\overline{CA}^2$이므로
$(a+1)^2+(b-1)^2=(1-a)^2+(-1-b)^2$
$a^2+2a+1+b^2-2b+1=1-2a+a^2+1+2b+b^2$
$4a-4b=0$ $\quad\therefore b=a$ $\quad$ …… ㉡
㉡을 ㉠에 대입하면 $a^2+2a+a^2-2a-6=0$
$a^2=3$ $\quad\therefore a=\sqrt{3}$ ($\because a>0$)
$\therefore a=\sqrt{3}$, $b=\sqrt{3}$

016 (1) $\overline{AP}+\overline{PB}\geq\overline{AB}=\sqrt{(4+2)^2+(-1-3)^2}$
$=\sqrt{52}=2\sqrt{13}$
따라서 $\overline{AP}+\overline{PB}$의 최솟값은 $2\sqrt{13}$이다.

(2) $\overline{AP}+\overline{PB}\geq\overline{AB}=\sqrt{(-3-5)^2+(-2-2)^2}$
$=\sqrt{80}=4\sqrt{5}$
따라서 $\overline{AP}+\overline{PB}$의 최솟값은 $4\sqrt{5}$이다.

(3) $\overline{AP}+\overline{PB}\geq\overline{AB}=\sqrt{(-2-3)^2+(1+4)^2}$
$=\sqrt{50}=5\sqrt{2}$
따라서 $\overline{AP}+\overline{PB}$의 최솟값은 $5\sqrt{2}$이다.

017 (1) $\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{PB}}\geq\overline{\mathrm{AB}}=\sqrt{(1+3)^2+(5-1)^2}$

$=\sqrt{32}=4\sqrt{2}$

따라서 $\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{PB}}$의 최솟값은 $4\sqrt{2}$이다.

(2) $\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{PB}}\geq\overline{\mathrm{AB}}=\sqrt{(3+3)^2+(-4-2)^2}$

$=\sqrt{72}=6\sqrt{2}$

따라서 $\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{PB}}$의 최솟값은 $6\sqrt{2}$이다.

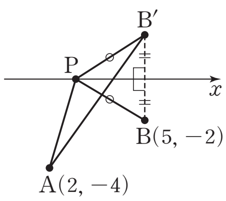
(3) $\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{PB}}\geq\overline{\mathrm{AB}}=\sqrt{(-1-3)^2+(-4+1)^2}$

$=\sqrt{25}=5$

따라서 $\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{PB}}$의 최솟값은 5이다.

018 (1) -1, 5, 5

(2) 점 B의 x축에 대한 대칭점을 B′이라 하면 B′(5, 2)



이때, $\overline{\mathrm{PB}}=\overline{\mathrm{PB'}}$이므로

$\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{PB}}=\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{PB'}}$

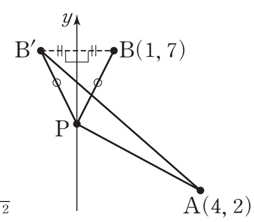
$\geq\overline{\mathrm{AB'}}$

$=\sqrt{(5-2)^2+(2+4)^2}$

$=\sqrt{45}=3\sqrt{5}$

따라서 $\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{PB}}$의 최솟값은 $3\sqrt{5}$이다.

019 (1) 점 B의 y축에 대한 대칭점을 B′이라 하면 B′$(-1, 7)$



이때, $\overline{\mathrm{PB}}=\overline{\mathrm{PB'}}$이므로

$\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{PB}}=\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{PB'}}$

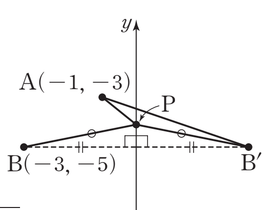
$\geq\overline{\mathrm{AB'}}$

$=\sqrt{(-1-4)^2+(7-2)^2}$

$=\sqrt{50}=5\sqrt{2}$

따라서 $\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{PB}}$의 최솟값은 $5\sqrt{2}$이다.

(2) 점 B의 y축에 대한 대칭점을 B′이라 하면 B′$(3, -5)$



이때, $\overline{\mathrm{PB}}=\overline{\mathrm{PB'}}$이므로

$\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{PB}}=\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{PB'}}$

$\geq\overline{\mathrm{AB'}}$

$=\sqrt{(3+1)^2+(-5+3)^2}$

$=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$

따라서 $\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{PB}}$의 최솟값은 $2\sqrt{5}$이다.

020 (1) 3, 3, 3, 3, 3, 3

(2) 점 P의 좌표를 (a, b)라 하면

$\overline{\mathrm{AP}}^2+\overline{\mathrm{BP}}^2=\{a^2+(b-3)^2\}+\{(a-4)^2+(b+1)^2\}$

$=2a^2-8a+2b^2-4b+26$

$=2(a^2-4a)+2(b^2-2b)+26$

$=2(a-2)^2+2(b-1)^2+16$

따라서 $a=2$, $b=1$, 즉 점 P의 좌표가 $(2, 1)$일 때 $\overline{\mathrm{AP}}^2+\overline{\mathrm{BP}}^2$은 최솟값 16을 갖는다.

(3) 점 P의 좌표를 (a, b)라 하면

$\overline{\mathrm{AP}}^2+\overline{\mathrm{BP}}^2=\{(a+1)^2+(b-2)^2\}+\{(a-3)^2+(b-4)^2\}$

$=2a^2-4a+2b^2-12b+30$

$=2(a^2-2a)+2(b^2-6b)+30$

$=2(a-1)^2+2(b-3)^2+10$

따라서 $a=1$, $b=3$, 즉 점 P의 좌표가 $(1, 3)$일 때 $\overline{\mathrm{AP}}^2+\overline{\mathrm{BP}}^2$은 최솟값 10을 갖는다.

021 점 P의 좌표가 (a, b)이므로

$\overline{\mathrm{AP}}^2+\overline{\mathrm{BP}}^2=\{a^2+(b-1)^2\}+\{(a-2)^2+(b-3)^2\}$

$=2a^2-4a+2b^2-8b+14$

$=2(a^2-2a)+2(b^2-4b)+14$

$=2(a-1)^2+2(b-2)^2+4$

따라서 $a=1$, $b=2$, 즉 점 P의 좌표가 $(1, 2)$일 때 $\overline{\mathrm{AP}}^2+\overline{\mathrm{BP}}^2$은 최솟값 4를 갖는다.

$\therefore a+b+c=1+2+4=7$

022 (1) 3 (2) 3 (3) 1

023 (1) $\mathrm{P}\left(\dfrac{1\times8+2\times2}{1+2}\right)$, 즉 P(4)

(2) $\mathrm{P}\left(\dfrac{3\times5+1\times(-3)}{3+1}\right)$, 즉 P(3)

(3) $\mathrm{P}\left(\dfrac{3\times(-2)+2\times8}{3+2}\right)$, 즉 P(2)

024 $x-x_1$, $x-x_1$, mx_2+nx_1, my_2+ny_1

025 (1) 4, 1, 3, 9, 3, 7, 3, 7

(2) 점 P의 좌표를 (x, y)라 하면

$x=\dfrac{3\times6+1\times(-2)}{3+1}=4$

$y=\dfrac{3\times1+1\times(-3)}{3+1}=0$

따라서 점 P의 좌표는 $(4, 0)$이다.

(3) 점 P의 좌표를 (x, y)라 하면

$x=\dfrac{1\times5+2\times(-1)}{1+2}=1$

$y=\dfrac{1\times8+2\times(-4)}{1+2}=0$

따라서 점 P의 좌표는 $(1, 0)$이다.

(4) 점 P의 좌표를 (x, y)라 하면

$x=\dfrac{1\times1+3\times(-5)}{1+3}=-\dfrac{7}{2}$

$y=\dfrac{1\times4+3\times(-4)}{1+3}=-2$

따라서 점 P의 좌표는 $\left(-\dfrac{7}{2}, -2\right)$이다.

(5) 점 P의 좌표를 (x, y)라 하면

$x=\dfrac{3\times12+2\times2}{3+2}=8$

$y=\dfrac{3\times4+2\times(-6)}{3+2}=0$

따라서 점 P의 좌표는 $(8, 0)$이다.

(6) 점 P의 좌표를 (x, y)라 하면

$x=\dfrac{2\times(-2)+3\times3}{2+3}=1$

$y=\dfrac{2\times11+3\times(-4)}{2+3}=2$

따라서 점 P의 좌표는 $(1, 2)$이다.

(7) 점 P의 좌표를 (x, y)라 하면

$x=\dfrac{4\times10+3\times3}{4+3}=7$

$y=\dfrac{4\times5+3\times(-2)}{4+3}=2$

따라서 점 P의 좌표는 $(7, 2)$이다.

(8) 점 P의 좌표를 (x, y)라 하면

$x=\dfrac{3\times2+4\times(-5)}{3+4}=-2$

$y=\dfrac{3\times(-10)+4\times4}{3+4}=-2$

따라서 점 P의 좌표는 $(-2, -2)$이다.

026 선분 AB를 $4:3$으로 내분하는 점 P의 y좌표가 0이므로

$\dfrac{4\times a+3\times2}{4+3}=0$, $4a+6=0$ $\qquad\therefore a=-\dfrac{3}{2}$

027 (1) $\mathrm{M}\left(\dfrac{2+8}{2}\right)$, 즉 $\mathrm{M}(5)$

(2) $\mathrm{M}\left(\dfrac{-4+5}{2}\right)$, 즉 $\mathrm{M}\left(\dfrac{1}{2}\right)$

(3) $\mathrm{M}\left(\dfrac{-3-2}{2}\right)$, 즉 $\mathrm{M}\left(-\dfrac{5}{2}\right)$

028 (1) $\mathrm{M}\left(\dfrac{2+1}{2}, \dfrac{5+8}{2}\right)$, 즉 $\mathrm{M}\left(\dfrac{3}{2}, \dfrac{13}{2}\right)$

(2) $\mathrm{M}\left(\dfrac{2-7}{2}, \dfrac{-3+4}{2}\right)$, 즉 $\mathrm{M}\left(-\dfrac{5}{2}, \dfrac{1}{2}\right)$

(3) $\mathrm{M}\left(\dfrac{-4+9}{2}, \dfrac{-7-2}{2}\right)$, 즉 $\mathrm{M}\left(\dfrac{5}{2}, -\dfrac{9}{2}\right)$

029 (1) 3 (2) 2 (3) 3

030 (1) $\mathrm{Q}\left(\dfrac{2\times7-1\times3}{2-1}\right)$, 즉 $\mathrm{Q}(11)$

(2) $\mathrm{Q}\left(\dfrac{3\times5-1\times(-1)}{3-1}\right)$, 즉 $\mathrm{Q}(8)$

(3) $\mathrm{Q}\left(\dfrac{1\times(-1)-3\times(-3)}{1-3}\right)$, 즉 $\mathrm{Q}(-4)$

031 $x-x_1$, $x-x_1$, mx_2-nx_1, my_2-ny_1

032 (1) 점 Q의 좌표를 (x, y)라 하면

$x=\dfrac{2\times\boxed{4}-1\times\boxed{1}}{2-1}=\boxed{7}$

$y=\dfrac{2\times\boxed{10}-1\times\boxed{3}}{2-1}=\boxed{17}$

따라서 점 Q의 좌표는 $(\boxed{7}, \boxed{17})$이다.

(2) 점 Q의 좌표를 (x, y)라 하면

$x=\dfrac{3\times6-1\times(-2)}{3-1}=10$

$y=\dfrac{3\times1-1\times(-3)}{3-1}=3$

따라서 점 Q의 좌표는 $(10, 3)$이다.

(3) 점 Q의 좌표를 (x, y)라 하면

$x=\dfrac{1\times5-2\times(-1)}{1-2}=-7$

$y=\dfrac{1\times8-2\times(-4)}{1-2}=-16$

따라서 점 Q의 좌표는 $(-7, -16)$이다.

(4) 점 Q의 좌표를 (x, y)라 하면

$x=\dfrac{1\times1-3\times(-5)}{1-3}=-8$

$y=\dfrac{1\times4-3\times(-4)}{1-3}=-8$

따라서 점 Q의 좌표는 $(-8, -8)$이다.

(5) 점 Q의 좌표를 (x, y)라 하면

$x=\dfrac{3\times12-2\times2}{3-2}=32$

$y=\dfrac{3\times4-2\times(-6)}{3-2}=24$

따라서 점 Q의 좌표는 $(32, 24)$이다.

(6) 점 Q의 좌표를 (x, y)라 하면

$x=\dfrac{2\times(-2)-3\times3}{2-3}=13$

$y=\dfrac{2\times11-3\times(-4)}{2-3}=-34$

따라서 점 Q의 좌표는 $(13, -34)$이다.

(7) 점 Q의 좌표를 (x, y)라 하면

$x=\dfrac{4\times10-3\times3}{4-3}=31$

$y=\dfrac{4\times5-3\times(-2)}{4-3}=26$

따라서 점 Q의 좌표는 $(31, 26)$이다.

(8) 점 Q의 좌표를 (x, y)라 하면

$x=\dfrac{3\times2-4\times(-5)}{3-4}=-26$

$y=\dfrac{3\times(-10)-4\times4}{3-4}=46$

따라서 점 Q의 좌표는 $(-26, 46)$이다.

033 선분 AB를 3 : 2로 외분하는 점의 좌표가 (2, 5)이므로

$\frac{3\times4-2\times a}{3-2}=2,\ 12-2a=2 \qquad \therefore a=5$

$\frac{3\times b-2\times2}{3-2}=5,\ 3b-4=5 \qquad \therefore b=3$

$\therefore a+b=8$

034 선분 AB를 2 : 3으로 내분하는 점은

$\mathrm{P}\left(\frac{2\times5+3\times(-5)}{2+3}, \frac{2\times3+3\times(-2)}{2+3}\right)$, 즉 $\mathrm{P}(-1, 0)$

선분 AB를 2 : 3으로 외분하는 점은

$\mathrm{Q}\left(\frac{2\times5-3\times(-5)}{2-3}, \frac{2\times3-3\times(-2)}{2-3}\right)$, 즉 $\mathrm{Q}(-25, -12)$

따라서 선분 PQ의 중점의 좌표는

$\left(\frac{-1-25}{2}, \frac{-12}{2}\right)$, 즉 $(-13, -6)$

035 선분 AB를 3 : 1로 내분하는 점은

$\mathrm{P}\left(\frac{3\times3+1\times(-1)}{3+1}, \frac{3\times2+1\times(-2)}{3+1}\right)$, 즉 $\mathrm{P}(2, 1)$

선분 AB를 3 : 1로 외분하는 점은

$\mathrm{Q}\left(\frac{3\times3-1\times(-1)}{3-1}, \frac{3\times2-1\times(-2)}{3-1}\right)$, 즉 $\mathrm{Q}(5, 4)$

따라서 선분 PQ의 길이는

$\sqrt{(5-2)^2+(4-1)^2}=\sqrt{18}=3\sqrt{2}$

036 선분 AB를 1 : 2로 내분하는 점은

$\mathrm{P}\left(\frac{1\times3+2\times0}{1+2}, \frac{1\times4+2\times1}{1+2}\right)$, 즉 $\mathrm{P}(1, 2)$

선분 AB를 1 : 2로 외분하는 점은

$\mathrm{Q}\left(\frac{1\times3-2\times0}{1-2}, \frac{1\times4-2\times1}{1-2}\right)$, 즉 $\mathrm{Q}(-3, -2)$

따라서 두 점 P, Q 사이의 거리는

$\sqrt{(-3-1)^2+(-2-2)^2}=\sqrt{32}=4\sqrt{2}$

037 선분 AB를 2 : 1로 내분하는 점은

$\mathrm{P}\left(\frac{2\times5+1\times2}{2+1}, \frac{2\times(-3)+1\times3}{2+1}\right)$, 즉 $\mathrm{P}(4, -1)$

선분 AB를 3 : 2로 외분하는 점은

$\mathrm{Q}\left(\frac{3\times5-2\times2}{3-2}, \frac{3\times(-3)-2\times3}{3-2}\right)$, 즉 $\mathrm{Q}(11, -15)$

따라서 선분 PQ의 길이는

$\sqrt{(11-4)^2+(-15+1)^2}=\sqrt{245}=7\sqrt{5}$

038 (1) $1, -2, \frac{2}{3}, -1, 4, \frac{4}{5}, \frac{2}{3}, \frac{4}{5}$

(2) 점 P의 좌표를 (a, b)라 하면

$a=\frac{t\times(-5)+(1-t)\times4}{t+(1-t)}=4-9t<0 \qquad \therefore t>\frac{4}{9}$

$b=\frac{t\times1+(1-t)\times(-3)}{t+(1-t)}=4t-3<0 \qquad \therefore t<\frac{3}{4}$

따라서 t의 값의 범위는 $\frac{4}{9}<t<\frac{3}{4}$이다.

(3) 점 P의 좌표를 (a, b)라 하면

$a=\frac{t\times2+(1-t)\times(-1)}{t+(1-t)}=3t-1<0 \qquad \therefore t<\frac{1}{3}$

$b=\frac{t\times7+(1-t)\times(-3)}{t+(1-t)}=10t-3>0 \qquad \therefore t>\frac{3}{10}$

따라서 t의 값의 범위는 $\frac{3}{10}<t<\frac{1}{3}$이다.

039 점 P의 좌표를 (a, b)라 하면

$a=\frac{t\times3+(1-t)\times(-2)}{t+(1-t)}=5t-2$

$b=\frac{t\times(-2)+(1-t)\times5}{t+(1-t)}=5-7t$

$\therefore \mathrm{P}(5t-2, 5-7t)$

(1) 점 P가 x축 위에 있으므로

$5-7t=0 \qquad \therefore t=\frac{5}{7}$

(2) 점 P가 y축 위에 있으므로

$5t-2=0 \qquad \therefore t=\frac{2}{5}$

(3) 점 P가 직선 $y=x+1$ 위에 있으므로

$5-7t=(5t-2)+1,\ 6=12t \qquad \therefore t=\frac{1}{2}$

040 점 P의 좌표를 (a, b)라 하면

$a=\frac{t\times2+(1-t)\times(-1)}{t+(1-t)}=3t-1$

$b=\frac{t\times(-3)+(1-t)\times5}{t+(1-t)}=5-8t$

$\therefore \mathrm{P}(3t-1, 5-8t)$

(1) 점 P가 x축 위에 있으므로

$5-8t=0 \qquad \therefore t=\frac{5}{8}$

(2) 점 P가 y축 위에 있으므로

$3t-1=0 \qquad \therefore t=\frac{1}{3}$

(3) 점 P가 직선 $y=2x-1$ 위에 있으므로

$5-8t=2(3t-1)-1,\ 8=14t \qquad \therefore t=\frac{4}{7}$

041 (1) 두 대각선 AC와 BD의 중점이 일치하므로

$\frac{-2+3}{2}=\frac{0+a}{2}, \frac{3+0}{2}=\frac{-1+b}{2}$

$\therefore a=1, b=4$

(2) 두 대각선 AC와 BD의 중점이 일치하므로

$\frac{4+2}{2}=\frac{a+5}{2}, \frac{2+b}{2}=\frac{5-3}{2}$

$\therefore a=1, b=0$

042 (1) 두 대각선 AC와 BD의 중점이 일치하므로

$\frac{3+3}{2}=\frac{a+5}{2}, \frac{-1-3}{2}=\frac{b-2}{2}$

$\therefore a=1, b=-2$

(2) 두 대각선 AC와 BD의 중점이 일치하므로

$\frac{-6+a}{2}=\frac{-1-2}{2}$, $\frac{1+2}{2}=\frac{-3+b}{2}$

$\therefore a=3, b=6$

043 두 대각선 AC와 BD의 중점이 일치하므로 두 중점의 y좌표가 같다.

$\frac{3+b}{2}=\frac{a-6}{2}$ $\quad \therefore b=a-9$ …… ㉠

또, $\overline{AB}=\overline{AD}$에서 $\overline{AB}^2=\overline{AD}^2$이므로

$(-7-2)^2+(a-3)^2=(5-2)^2+(-6-3)^2$

$a^2-6a=0,\ a(a-6)=0$ $\quad \therefore a=6\ (\because a>0)$ …… ㉡

㉡을 ㉠에 대입하면 $b=-3$

$\therefore a+b=3$

044 (1) 내분, 6, -2, 8, 4

(2) 세 점 A(2, 5), B(5, 2), C(9, 6)에 대하여

$\overline{AB}=\sqrt{(5-2)^2+(2-5)^2}=\sqrt{18}=3\sqrt{2}$

$\overline{AC}=\sqrt{(9-2)^2+(6-5)^2}=\sqrt{50}=5\sqrt{2}$

이때, $\overline{AD}$가 $\angle A$의 이등분선이므로

$\overline{BD}:\overline{CD}=\overline{AB}:\overline{AC}=3:5$

따라서 점 D는 $\overline{BC}$를 3 : 5로 내분하는 점이므로

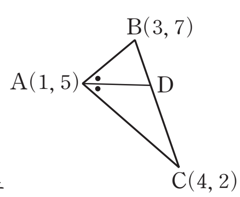
$D\left(\frac{3\times9+5\times5}{3+5}, \frac{3\times6+5\times2}{3+5}\right)$ $\quad \therefore D\left(\frac{13}{2}, \frac{7}{2}\right)$

045 (1) $\overline{AB}=\sqrt{(3-1)^2+(7-5)^2}$

$=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$

$\overline{AC}=\sqrt{(4-1)^2+(2-5)^2}$

$=\sqrt{18}=3\sqrt{2}$



이때, $\overline{AD}$가 $\angle A$의 이등분선이므로

$\overline{BD}:\overline{CD}=\overline{AB}:\overline{AC}=2:3$

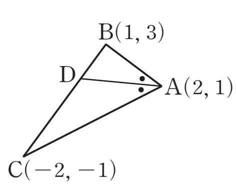
따라서 점 D는 $\overline{BC}$를 2 : 3으로 내분하는 점이므로

$D\left(\frac{2\times4+3\times3}{2+3}, \frac{2\times2+3\times7}{2+3}\right)$ $\quad \therefore D\left(\frac{17}{5}, 5\right)$

(2) $\overline{AB}=\sqrt{(1-2)^2+(3-1)^2}=\sqrt{5}$

$\overline{AC}=\sqrt{(-2-2)^2+(-1-1)^2}$

$=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$



이때, $\overline{AD}$가 $\angle A$의 이등분선이므로

$\overline{BD}:\overline{CD}=\overline{AB}:\overline{AC}=1:2$

따라서 점 D는 $\overline{BC}$를 1 : 2로 내분하는 점이므로

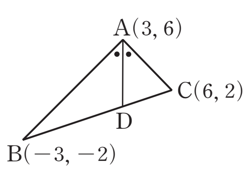
$D\left(\frac{1\times(-2)+2\times1}{1+2}, \frac{1\times(-1)+2\times3}{1+2}\right)$ $\quad \therefore D\left(0, \frac{5}{3}\right)$

(3) $\overline{AB}=\sqrt{(-3-3)^2+(-2-6)^2}$

$=\sqrt{100}=10$

$\overline{AC}=\sqrt{(6-3)^2+(2-6)^2}$

$=\sqrt{25}=5$



이때, $\overline{AD}$가 $\angle A$의 이등분선이므로

$\overline{BD}:\overline{CD}=\overline{AB}:\overline{AC}=2:1$

따라서 점 D는 $\overline{BC}$를 2 : 1로 내분하는 점이므로

$D\left(\frac{2\times6+1\times(-3)}{2+1}, \frac{2\times2+1\times(-2)}{2+1}\right)$ $\quad \therefore D\left(3, \frac{2}{3}\right)$

046 세 점 A(−1, 5), B(−5, 2), C(4, −7)에 대하여

$\overline{AB}=\sqrt{(-5+1)^2+(2-5)^2}=\sqrt{25}=5$

$\overline{AC}=\sqrt{(4+1)^2+(-7-5)^2}=\sqrt{169}=13$

이때, $\overline{AD}$가 $\angle A$의 이등분선이므로

$\overline{BD}:\overline{CD}=\overline{AB}:\overline{AC}=5:13$

따라서 점 D는 $\overline{BC}$를 5 : 13으로 내분하는 점이므로

$D\left(\frac{5\times4+13\times(-5)}{5+13}, \frac{5\times(-7)+13\times2}{5+13}\right)$

$\therefore D\left(-\frac{5}{2}, -\frac{1}{2}\right)$ $\quad \therefore a+b=-\frac{5}{2}-\frac{1}{2}=-3$

047 $\frac{x_2+x_3}{2}$, x_1, $x_1+x_2+x_3$, $\frac{y_2+y_3}{2}$, y_1, $y_1+y_2+y_3$,

$x_1+x_2+x_3$, $y_1+y_2+y_3$

048 (1) $G\left(\frac{-2+2+3}{3}, \frac{1+3+5}{3}\right)$, 즉 G(1, 3)

(2) $G\left(\frac{1+2+3}{3}, \frac{-1-4-1}{3}\right)$, 즉 G(2, −2)

(3) $G\left(\frac{2+5-1}{3}, \frac{-1-6+1}{3}\right)$, 즉 G(2, −2)

(4) $G\left(\frac{-1-2+6}{3}, \frac{5+2-1}{3}\right)$, 즉 G(1, 2)

(5) $G\left(\frac{3-1-5}{3}, \frac{2-1+8}{3}\right)$, 즉 G(−1, 3)

049 (1) $C(a, b)$라 하면 △ABC의 무게중심의 좌표가 (0, 0)이므로

$\frac{2-5+a}{3}=0$, $\frac{-2+4+b}{3}=0$ $\quad \therefore a=3, b=-2$

따라서 점 C의 좌표는 (3, −2)이다.

(2) $C(a, b)$라 하면 △ABC의 무게중심의 좌표가 (0, 0)이므로

$\frac{1-3+a}{3}=0$, $\frac{2+5+b}{3}=0$ $\quad \therefore a=2, b=-7$

따라서 점 C의 좌표는 (2, −7)이다.

(3) $C(a, b)$라 하면 △ABC의 무게중심의 좌표가 (0, 0)이므로

$\frac{-2-4+a}{3}=0$, $\frac{1+7+b}{3}=0$ $\quad \therefore a=6, b=-8$

따라서 점 C의 좌표는 (6, −8)이다.

050 △ABC의 무게중심의 좌표가 (2, 3)이므로

$\frac{-2+a+5}{3}=2$, $\frac{3+4+b}{3}=3$

$\therefore a=3, b=2$

더블클릭 155쪽~156쪽

051 $\overline{AB}=\sqrt{(-5+5)^2+(-3-1)^2}=4$

052 $\overline{AB}=\sqrt{(-5-2)^2+(-4+3)^2}=\sqrt{50}=5\sqrt{2}$

053 $\overline{AB}=\sqrt{(-8+3)^2+(-5-7)^2}=\sqrt{169}=13$

054 $\overline{AB}=5\sqrt{2}$에서 $\overline{AB}^2=50$이므로
$(-3-2)^2+(1-a)^2=50$
$a^2-2a-24=0,\ (a+4)(a-6)=0$
$\therefore a=6\ (\because a>0)$

055 $\overline{AB}=2\sqrt{13}$에서 $\overline{AB}^2=52$이므로
$(a+1)^2+(7-3)^2=52$
$a^2+2a-35=0,\ (a+7)(a-5)=0$
$\therefore a=5\ (\because a>0)$

056 점 P의 좌표를 $(a, 0)$이라 하면
$\overline{AP}=\overline{BP}$에서 $\overline{AP}^2=\overline{BP}^2$이므로
$(a-2)^2+1^2=(a+1)^2+4^2$
$a^2-4a+5=a^2+2a+17$
$-6a=12 \qquad \therefore a=-2$
따라서 점 P의 좌표는 $(-2, 0)$이다.

057 점 Q의 좌표를 $(0, a)$라 하면
$\overline{AQ}=\overline{BQ}$에서 $\overline{AQ}^2=\overline{BQ}^2$이므로
$1^2+(a-3)^2=(-3)^2+(a+5)^2$
$a^2-6a+10=a^2+10a+34$
$-16a=24 \qquad \therefore a=-\frac{3}{2}$
따라서 점 Q의 좌표는 $\left(0, -\frac{3}{2}\right)$이다.

058 점 R의 좌표를 $(a, -3a+2)$라 하면
$\overline{AR}=\overline{BR}$에서 $\overline{AR}^2=\overline{BR}^2$이므로
$(a-1)^2+(-3a+2-4)^2=(a+2)^2+(-3a+2+3)^2$
$10a^2+10a+5=10a^2-26a+29$
$36a=24 \qquad \therefore a=\frac{2}{3}$
따라서 점 R의 좌표는 $\left(\frac{2}{3}, 0\right)$이다.

059 $\overline{AB}=\sqrt{(-1-1)^2+(-2-2)^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$
$\overline{BC}=\sqrt{(5+1)^2+(0+2)^2}=\sqrt{40}=2\sqrt{10}$
$\overline{CA}=\sqrt{(1-5)^2+(2-0)^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$
$\overline{AB}^2+\overline{CA}^2=\overline{BC}^2$이고 $\overline{AB}=\overline{CA}$이므로
$\triangle ABC$는 $\angle A=90^\circ$인 직각이등변삼각형이다.

060 $\overline{AB}=\sqrt{(1-4)^2+(-1-1)^2}=\sqrt{13}$
$\overline{BC}=\sqrt{(1-1)^2+(3+1)^2}=\sqrt{16}=4$
$\overline{CA}=\sqrt{(4-1)^2+(1-3)^2}=\sqrt{13}$
$\overline{AB}=\overline{CA}$이므로 $\triangle ABC$는 $\overline{AB}=\overline{CA}$인 이등변삼각형이다.

061 선분 AB를 2 : 1로 내분하는 점은
$P\left(\frac{2\times2+1\times(-1)}{2+1}, \frac{2\times5+1\times2}{2+1}\right)$
$\therefore P(1, 4)$
선분 AB를 2 : 1로 외분하는 점은
$Q\left(\frac{2\times2-1\times(-1)}{2-1}, \frac{2\times5-1\times2}{2-1}\right)$
$\therefore Q(5, 8)$

062 선분 AB를 1 : 3으로 내분하는 점은
$P\left(\frac{1\times(-1)+3\times2}{1+3}, \frac{1\times6+3\times3}{1+3}\right)$
$\therefore P\left(\frac{5}{4}, \frac{15}{4}\right)$
선분 AB를 1 : 3으로 외분하는 점은
$Q\left(\frac{1\times(-1)-3\times2}{1-3}, \frac{1\times6-3\times3}{1-3}\right)$
$\therefore Q\left(\frac{7}{2}, \frac{3}{2}\right)$

063 선분 AB를 3 : 5로 내분하는 점은
$P\left(\frac{3\times6+5\times(-2)}{3+5}, \frac{3\times2+5\times(-4)}{3+5}\right)$
$\therefore P\left(1, -\frac{7}{4}\right)$
선분 AB를 3 : 5로 외분하는 점은
$Q\left(\frac{3\times6-5\times(-2)}{3-5}, \frac{3\times2-5\times(-4)}{3-5}\right)$
$\therefore Q(-14, -13)$

[064~067] 점 P의 좌표를 (a, b)라 하면
$a=\frac{t\times2+(1-t)\times(-2)}{t+(1-t)}=4t-2$
$b=\frac{t\times(-3)+(1-t)\times1}{t+(1-t)}=1-4t$
$\therefore P(4t-2, 1-4t)$

064 점 $P(4t-2, 1-4t)$가 제3사분면에 있으므로
$4t-2<0$에서 $t<\frac{1}{2}$
$1-4t<0$에서 $t>\frac{1}{4}$
따라서 t의 값의 범위는 $\frac{1}{4}<t<\frac{1}{2}$이다.

065 점 $P(4t-2, 1-4t)$가 x축 위에 있으므로

$1-4t=0 \qquad \therefore t=\frac{1}{4}$

066 점 $P(4t-2, 1-4t)$가 y축 위에 있으므로

$4t-2=0 \qquad \therefore t=\frac{1}{2}$

067 점 $P(4t-2, 1-4t)$가 직선 $y=2x+1$ 위에 있으므로

$1-4t=2(4t-2)+1,\ 4=12t \qquad \therefore t=\frac{1}{3}$

068 세 점 $A(-6, 2)$, $B(-3, -2)$, $C(5, 4)$에 대하여

$\overline{BA}=\sqrt{(-6+3)^2+(2+2)^2}=\sqrt{25}=5$

$\overline{BC}=\sqrt{(5+3)^2+(4+2)^2}=\sqrt{100}=10$

이때, $\overline{BD}$가 $\angle B$의 이등분선이므로

$\overline{AD} : \overline{DC}=\overline{BA} : \overline{BC}=1 : 2$

따라서 점 D는 $\overline{AC}$를 $1 : 2$로 내분하는 점이므로

$D\left(\frac{1\times5+2\times(-6)}{1+2}, \frac{1\times4+2\times2}{1+2}\right) \qquad \therefore D\left(-\frac{7}{3}, \frac{8}{3}\right)$

069 세 점 $A(2, 5)$, $B(-1, 2)$, $C(6, 1)$에 대하여

$\overline{BA}=\sqrt{(2+1)^2+(5-2)^2}=\sqrt{18}=3\sqrt{2}$

$\overline{BC}=\sqrt{(6+1)^2+(1-2)^2}=\sqrt{50}=5\sqrt{2}$

이때, $\overline{BD}$가 $\angle B$의 이등분선이므로

$\overline{AD} : \overline{DC}=\overline{BA} : \overline{BC}=3 : 5$

따라서 점 D는 $\overline{AC}$를 $3 : 5$로 내분하는 점이므로

$D\left(\frac{3\times6+5\times2}{3+5}, \frac{3\times1+5\times5}{3+5}\right) \qquad \therefore D\left(\frac{7}{2}, \frac{7}{2}\right)$

070 $\triangle ABC$의 무게중심의 좌표가 (a, b)이므로

$\frac{5-2+3}{3}=a,\ \frac{2+7-6}{3}=b$

$\therefore a=2,\ b=1$

071 $\triangle ABC$의 무게중심의 좌표가 $(2, -1)$이므로

$\frac{a-1+2a}{3}=2,\ \frac{b+2-2b}{3}=-1$

$\therefore a=\frac{7}{3},\ b=5$

072 선분 AB의 중점의 좌표는 $\left(\frac{-2+4}{2}, \frac{3+5}{2}\right) \qquad \therefore P(1, 4)$

선분 BC의 중점의 좌표는 $\left(\frac{4-4}{2}, \frac{5+1}{2}\right) \qquad \therefore Q(0, 3)$

선분 CA의 중점의 좌표는 $\left(\frac{-2-4}{2}, \frac{3+1}{2}\right) \qquad \therefore R(-3, 2)$

따라서 삼각형 PQR의 무게중심의 좌표는

$\left(\frac{1+0-3}{3}, \frac{4+3+2}{3}\right)$, 즉 $\left(-\frac{2}{3}, 3\right)$

다른 풀이

삼각형 PQR의 무게중심은 삼각형 ABC의 무게중심과 같다.

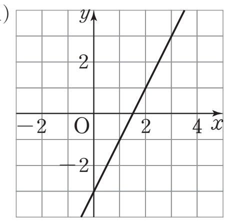
이때, $\triangle ABC$의 무게중심의 좌표가 $\left(\frac{-2+4-4}{3}, \frac{3+5+1}{3}\right)$,

즉 $\left(-\frac{2}{3}, 3\right)$이므로 $\triangle PQR$의 무게중심의 좌표도 $\left(-\frac{2}{3}, 3\right)$이다.

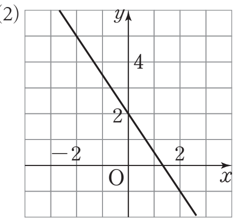
02 직선의 방정식

157쪽~172쪽

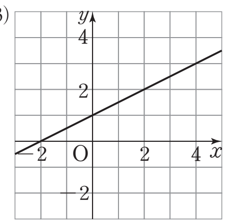
073 (1)



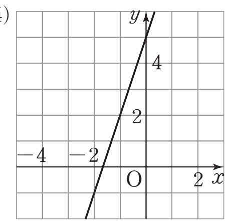
(2)



(3)



(4)



074 (1) $y=3x-3$

(2) $y-(-1)=\frac{1}{2}(x-0) \qquad \therefore y=\frac{1}{2}x-1$

(3) $y-0=2(x-2) \qquad \therefore y=2x-4$

(4) $y-(-3)=-2\{x-(-2)\} \qquad \therefore y=-2x-7$

(5) (기울기)$=\tan 45°=1$이므로 $y=x-3$

(6) (기울기)$=\tan 60°=\sqrt{3}$이므로

$y-2=\sqrt{3}\{x-(-1)\} \qquad \therefore y=\sqrt{3}x+2+\sqrt{3}$

075 $2x+y-3=0$에서 $y=-2x+3$이므로 직선의 기울기는 -2이다.

따라서 기울기가 -2이고 점 $(-1, 1)$을 지나는 직선의 방정식은

$y-1=-2(x+1) \qquad \therefore y=-2x-1$

076 (1) (i) (기울기)$=\frac{4-3}{5-2}=\frac{1}{3}$

(ii) $y-3=\frac{1}{3}(x-2) \qquad \therefore y=\frac{1}{3}x+\frac{7}{3}$

(2) $y-(-1)=\frac{3-(-1)}{5-3}(x-3) \qquad \therefore y=2x-7$

(3) $y-(-4)=\frac{-3-(-4)}{6-2}(x-2) \qquad \therefore y=\frac{1}{4}x-\frac{9}{2}$

(4) $y-(-3)=\frac{3-(-3)}{2-(-2)}\{x-(-2)\} \qquad \therefore y=\frac{3}{2}x$

(5) $y-0=\frac{-2-0}{2-(-2)}\{x-(-2)\} \qquad \therefore y=-\frac{1}{2}x-1$

(6) $y-(-2)=\frac{4-(-2)}{-5-(-3)}\{x-(-3)\}$

$\therefore y=-3x-11$

077 (1) 4

(2) 두 점 A, B의 x좌표가 같으므로 직선의 방정식은 $x=3$

(3) 두 점 A, B의 x좌표가 같으므로 직선의 방정식은 $x=-2$

(4) 두 점 A, B의 y좌표가 같으므로 직선의 방정식은 $y=1$

(5) 두 점 A, B의 y좌표가 같으므로 직선의 방정식은 $y=3$

(6) 두 점 A, B의 y좌표가 같으므로 직선의 방정식은 $y=-4$

078 두 점 $(1, -1)$, $(-1, 3)$을 지나는 직선의 방정식은

$y-(-1)=\dfrac{3-(-1)}{-1-1}(x-1)$

$\therefore y=-2x+1$

따라서 x절편은 $\dfrac{1}{2}$, y절편은 1이므로 $a+b=\dfrac{3}{2}$

079 b, a, b

080 (1) x절편이 2, y절편이 4인 직선의 방정식은

$\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{4}=1$

다른 풀이

x절편이 2, y절편이 4인 직선은 두 점 $(2, 0)$, $(0, 4)$를 지나므로 직선의 방정식은

$y-0=\dfrac{4-0}{0-2}(x-2)$ $\quad\therefore y=-2x+4$

(2) x절편이 3, y절편이 -2인 직선의 방정식은

$\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{-2}=1$ $\quad\therefore \dfrac{x}{3}-\dfrac{y}{2}=1$

(3) x절편이 -3, y절편이 6인 직선의 방정식은

$\dfrac{x}{-3}+\dfrac{y}{6}=1$ $\quad\therefore \dfrac{x}{3}-\dfrac{y}{6}=-1$

081 x절편이 2, y절편이 a인 직선의 방정식은

$\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{a}=1$

이 직선이 점 $(-2, 6)$을 지나므로

$\dfrac{-2}{2}+\dfrac{6}{a}=1$ $\quad\therefore a=3$

다른 풀이

두 점 $(2, 0)$, $(-2, 6)$을 지나는 직선의 방정식은

$y-0=\dfrac{6-0}{-2-2}(x-2)$ $\quad\therefore y=-\dfrac{3}{2}x+3$

따라서 y절편은 3이므로 $a=3$

082 (1) (i) (직선 AB의 기울기)$=\dfrac{2-(-2)}{3-(-3)}=\dfrac{2}{3}$

(ii) (직선 AC의 기울기)$=\dfrac{k-2-(-2)}{k-(-3)}=\dfrac{k}{k+3}$

(iii) 직선 AB의 기울기와 직선 AC의 기울기가 같으므로

$\dfrac{2}{3}=\dfrac{k}{k+3}$, $2(k+3)=3k$ $\quad\therefore k=6$

(2) (직선 AB의 기울기)$=\dfrac{3-(k+3)}{2-k}=\dfrac{k}{k-2}$

(직선 BC의 기울기)$=\dfrac{7-3}{5-2}=\dfrac{4}{3}$

직선 AB의 기울기와 직선 BC의 기울기가 같으므로

$\dfrac{k}{k-2}=\dfrac{4}{3}$, $3k=4(k-2)$ $\quad\therefore k=8$

(3) (직선 AB의 기울기)$=\dfrac{-1-3}{k-1-2}=-\dfrac{4}{k-3}$

(직선 BC의 기울기)$=\dfrac{-5-(-1)}{k-(k-1)}=-4$

직선 AB의 기울기와 직선 BC의 기울기가 같으므로

$-\dfrac{4}{k-3}=-4$, $k-3=1$ $\quad\therefore k=4$

083 (직선 AB의 기울기)$=\dfrac{a-(-1)}{1-(-1)}=\dfrac{a+1}{2}$

(직선 AC의 기울기)$=\dfrac{9-(-1)}{a+1-(-1)}=\dfrac{10}{a+2}$

직선 AB의 기울기와 직선 AC의 기울기가 같으므로

$\dfrac{a+1}{2}=\dfrac{10}{a+2}$, $(a+1)(a+2)=20$

$a^2+3a-18=0$, $(a+6)(a-3)=0$

$\therefore a=3$ ($\because a>0$)

084 점 A를 지나면서 삼각형 ABC의 넓이를 이등분하는 직선 l은 $\overline{\mathrm{BC}}$의 중점을 지난다.

(1) (i) $\overline{\mathrm{BC}}$의 중점의 좌표는

$\left(\dfrac{-3+9}{2}, \dfrac{0-2}{2}\right)=(3, -1)$

(ii) 점 $A(0, 5)$와 $\overline{\mathrm{BC}}$의 중점 $(3, -1)$을 지나는 직선 l의 방정식은

$y-5=\dfrac{-1-5}{3-0}(x-0)$ $\quad\therefore y=-2x+5$

(2) $\overline{\mathrm{BC}}$의 중점의 좌표는

$\left(\dfrac{4+0}{2}, \dfrac{3+5}{2}\right)=(2, 4)$

따라서 점 $A(-2, 0)$과 $\overline{\mathrm{BC}}$의 중점 $(2, 4)$를 지나는 직선 l의 방정식은

$y-0=\dfrac{4-0}{2-(-2)}\{x-(-2)\}$ $\quad\therefore y=x+2$

(3) $\overline{\mathrm{BC}}$의 중점의 좌표는

$\left(\dfrac{-4+5}{2}, \dfrac{-2+8}{2}\right)=\left(\dfrac{1}{2}, 3\right)$

따라서 점 $A(2, 4)$와 $\overline{\mathrm{BC}}$의 중점 $\left(\dfrac{1}{2}, 3\right)$을 지나는 직선 l의 방정식은

$y-4=\dfrac{3-4}{\frac{1}{2}-2}(x-2)$ $\quad\therefore y=\dfrac{2}{3}x+\dfrac{8}{3}$

(4) $\overline{\mathrm{BC}}$의 중점의 좌표는

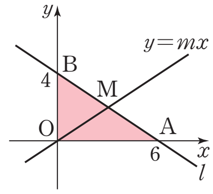
$\left(\dfrac{-1+4}{2}, \dfrac{2-3}{2}\right)=\left(\dfrac{3}{2}, -\dfrac{1}{2}\right)$

따라서 점 $A(3, 3)$과 $\overline{\mathrm{BC}}$의 중점 $\left(\dfrac{3}{2}, -\dfrac{1}{2}\right)$을 지나는 직선 l의 방정식은

$y-3=\dfrac{-\frac{1}{2}-3}{\frac{3}{2}-3}(x-3)$ $\quad\therefore y=\dfrac{7}{3}x-4$

085 (1) $3,\ 3,\ \dfrac{3}{2}$

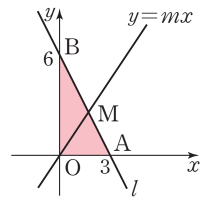
(2) 직선 l과 x축 및 y축으로 둘러싸인 부분은 오른쪽 그림과 같다.
직선 $y=mx$가 삼각형 OAB의 넓이를 이등분하므로 $y=mx$는 $\overline{\mathrm{AB}}$의 중점 M을 지난다.



이때, $\mathrm{M}\left(\dfrac{6+0}{2},\ \dfrac{0+4}{2}\right)$ $\qquad\therefore\ \mathrm{M}(3,\ 2)$

점 M의 좌표 $(3,\ 2)$를 $y=mx$에 대입하면 $m=\dfrac{2}{3}$

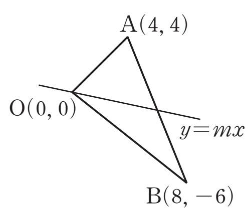
(3) 직선 l과 x축 및 y축으로 둘러싸인 부분은 오른쪽 그림과 같다.
직선 $y=mx$가 삼각형 OAB의 넓이를 이등분하므로 $y=mx$는 $\overline{\mathrm{AB}}$의 중점 M을 지난다.



이때, $\mathrm{M}\left(\dfrac{3+0}{2},\ \dfrac{0+6}{2}\right)$ $\qquad\therefore\ \mathrm{M}\left(\dfrac{3}{2},\ 3\right)$

점 M의 좌표 $\left(\dfrac{3}{2},\ 3\right)$을 $y=mx$에 대입하면 $m=2$

086 원점을 지나면서 삼각형 OAB의 넓이를 이등분하는 직선의 방정식을 $y=mx$라 하면 이 직선은 $\overline{\mathrm{AB}}$의 중점을 지난다.



$\overline{\mathrm{AB}}$의 중점의 좌표는

$\left(\dfrac{4+8}{2},\ \dfrac{4-6}{2}\right)=(6,\ -1)$

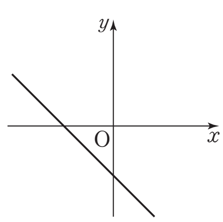
점 $(6,\ -1)$을 $y=mx$에 대입하면 $m=-\dfrac{1}{6}$

087 $ax+by+c=0$에서 $b\neq0$이므로 $y=-\dfrac{a}{b}x-\dfrac{c}{b}$

(1) $ab>0$이므로 (기울기)$=-\dfrac{a}{b}<0$

$bc>0$이므로 (y절편)$=-\dfrac{c}{b}<0$

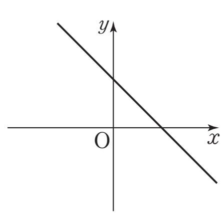
따라서 조건을 만족하는 직선의 개형은 오른쪽 그림과 같다.



(2) $ab>0$이므로 (기울기)$=-\dfrac{a}{b}<0$

$bc<0$이므로 (y절편)$=-\dfrac{c}{b}>0$

따라서 조건을 만족하는 직선의 개형은 오른쪽 그림과 같다.

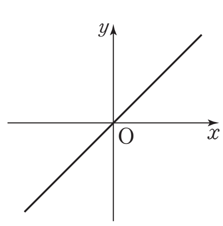


(3) $ab<0$이므로 (기울기)$=-\dfrac{a}{b}>0$

$bc=0,\ b\neq0$에서 $c=0$이므로

(y절편)$=-\dfrac{c}{b}=0$

따라서 조건을 만족하는 직선의 개형은 오른쪽 그림과 같다.



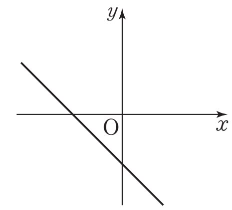
(4) $ac>0,\ bc>0$에서 $ab>0$이므로

(기울기)$=-\dfrac{a}{b}<0$

$bc>0$이므로

(y절편)$=-\dfrac{c}{b}<0$

따라서 조건을 만족하는 직선의 개형은 오른쪽 그림과 같다.



088 $ax+by+c=0$에서 $\underline{b\neq0}$이므로
└ 주어진 직선의 기울기가 0이 아니므로 $b\neq0$

$y=-\dfrac{a}{b}x-\dfrac{c}{b}$

(1) 주어진 그림에서 직선의 기울기가 양수이고 y절편이 음수이므로 $-\dfrac{a}{b}>0,\ -\dfrac{c}{b}<0$

$ab<0,\ bc>0 \qquad \therefore\ ac<0$

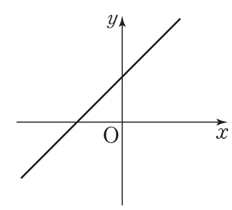
$cx+ay+b=0$에서 $a\neq0$이므로

$y=-\dfrac{c}{a}x-\dfrac{b}{a}$

$ac<0$이므로 (기울기)$=-\dfrac{c}{a}>0$

$ab<0$이므로 (y절편)$=-\dfrac{b}{a}>0$

따라서 직선 $cx+ay+b=0$의 개형은 오른쪽 그림과 같다.



(2) 주어진 그림에서 직선의 기울기가 음수이고 y절편이 양수이므로 $-\dfrac{a}{b}<0,\ -\dfrac{c}{b}>0$

$ab>0,\ bc<0 \qquad \therefore\ ac<0$

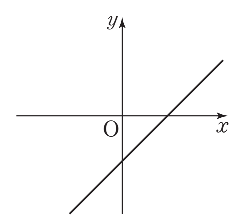
$cx+ay+b=0$에서 $a\neq0$이므로

$y=-\dfrac{c}{a}x-\dfrac{b}{a}$

$ac<0$이므로 (기울기)$=-\dfrac{c}{a}>0$

$ab>0$이므로 (y절편)$=-\dfrac{b}{a}<0$

따라서 직선 $cx+ay+b=0$의 개형은 오른쪽 그림과 같다.



(3) 주어진 그림에서 직선의 기울기가 양수이고 y절편이 0이므로

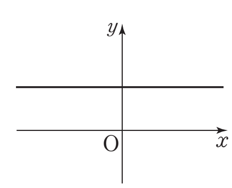
$-\dfrac{a}{b}>0,\ -\dfrac{c}{b}=0 \qquad \therefore\ ab<0,\ c=0$

$cx+ay+b=0$에서 $a\neq0,\ c=0$이므로

$y=-\dfrac{b}{a}$

$ab<0$이므로 $-\dfrac{b}{a}>0$

따라서 직선 $cx+ay+b=0$의 개형은 오른쪽 그림과 같다.



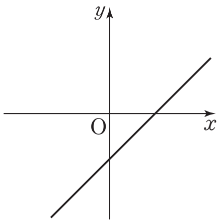
089 $ax+by-c=0$에서 $b\neq0$이므로 $y=-\frac{a}{b}x+\frac{c}{b}$

$ac>0$, $bc<0$에서 $ab<0$이므로

$(\text{기울기})=-\frac{a}{b}>0$

$bc<0$이므로 $(y\text{절편})=\frac{c}{b}<0$

따라서 조건을 만족하는 직선의 개형은 오른쪽 그림과 같으므로 제 2사분면을 지나지 않는다.



090 (1) 두 직선이 평행하려면 기울기가 같아야 하므로

$3=k+1 \quad \therefore k=2$

(2) 두 직선이 평행하려면 기울기가 같아야 하므로

$2k-1=-k+3 \quad \therefore k=\frac{4}{3}$

(3) 두 직선이 평행하려면

$\frac{2}{k}=\frac{1}{3}\neq\frac{1}{6} \quad \therefore k=6$

(4) 두 직선이 평행하려면

$\frac{k}{1}=\frac{6}{-3}\neq\frac{6}{3} \quad \therefore k=-2$

091 (1) 직선 $y=2x-1$에 평행한 직선의 기울기는 2이므로

구하는 직선의 방정식은

$y-3=2(x-1) \quad \therefore y=2x+1$

(2) 직선 $y=-3x+2$에 평행한 직선의 기울기는 -3이므로

구하는 직선의 방정식은

$y-1=-3\{x-(-2)\} \quad \therefore y=-3x-5$

(3) $2x-3y-1=0$에서 $y=\frac{2}{3}x-\frac{1}{3}$

이 직선에 평행한 직선의 기울기는 $\frac{2}{3}$이므로 구하는 직선의 방정식은

$y-(-3)=\frac{2}{3}(x-2) \quad \therefore y=\frac{2}{3}x-\frac{13}{3}$

(4) $4x-2y+3=0$에서 $y=2x+\frac{3}{2}$

이 직선에 평행한 직선의 기울기는 2이므로 구하는 직선의 방정식은

$y-3=2\{x-(-1)\} \quad \therefore y=2x+5$

092 두 점 $\mathrm{A}(-1, 2)$, $\mathrm{B}(4, -3)$을 지나는 직선의 기울기는

$\frac{-3-2}{4-(-1)}=-1$

기울기가 -1이고 y절편이 1인 직선의 방정식은

$y=-x+1$

$\therefore a+b=-1+1=0$

093 (1) 두 직선이 수직이려면 기울기의 곱이 -1이어야 하므로

$\frac{1}{2}\cdot k=-1 \quad \therefore k=-2$

(2) 두 직선이 수직이려면 기울기의 곱이 -1이어야 하므로

$1\cdot(k+2)=-1 \quad \therefore k=-3$

(3) $kx+y+1=0$에서 $y=-kx-1$

두 직선이 수직이려면 기울기의 곱이 -1이어야 하므로

$-k\cdot4=-1 \quad \therefore k=\frac{1}{4}$

다른 풀이

$y=4x-5$에서 $4x-y-5=0$이므로 두 직선이 수직이려면

$k\cdot4+1\cdot(-1)=0 \quad \therefore k=\frac{1}{4}$

(4) 두 직선이 수직이려면

$2\cdot k+(-3)\cdot4=0 \quad \therefore k=6$

(5) 두 직선이 수직이려면

$3\cdot(k-3)+k\cdot6=0 \quad \therefore k=1$

094 두 직선 $4x+ay-7=0$, $bx+4y+c=0$이 모두 점 $(1, 1)$을 지나므로

$4+a-7=0 \quad \therefore a=3$

$b+4+c=0 \quad \therefore c=-b-4$ …… ㉠

또, 두 직선이 수직이므로

$4\cdot b+a\cdot4=0$, $b=-a \quad \therefore b=-3$

$b=-3$을 ㉠에 대입하면 $c=-1$

$\therefore abc=9$

095 (1) 직선 $y=4x-2$에 수직인 직선의 기울기는 $-\frac{1}{4}$이므로

구하는 직선의 방정식은

$y-0=-\frac{1}{4}(x-1) \quad \therefore y=-\frac{1}{4}x+\frac{1}{4}$

(2) 직선 $y=-\frac{1}{2}x+3$에 수직인 직선의 기울기는 2이므로

구하는 직선의 방정식은

$y-1=2\{x-(-1)\} \quad \therefore y=2x+3$

(3) $3x+y=0$에서 $y=-3x$

이 직선에 수직인 직선의 기울기는 $\frac{1}{3}$이므로

구하는 직선의 방정식은

$y-2=\frac{1}{3}(x-3) \quad \therefore y=\frac{1}{3}x+1$

(4) $2x-4y+3=0$에서 $y=\frac{1}{2}x+\frac{3}{4}$

이 직선에 수직인 직선의 기울기는 -2이므로

구하는 직선의 방정식은

$y-(-2)=-2(x-1) \quad \therefore y=-2x$

(5) $x-3y+1=0$에서 $y=\frac{1}{3}x+\frac{1}{3}$

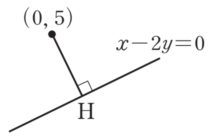
이 직선에 수직인 직선의 기울기는 -3이므로

구하는 직선의 방정식은

$y-(-1)=-3(x-2) \quad \therefore y=-3x+5$

096 직선 $x-2y=0$, 즉 $y=\frac{1}{2}x$에 수직인 직선의 기울기는 -2이므로 점 $(0, 5)$를 지나고 기울기가 -2인 직선의 방정식은
$y=-2x+5$

이때, 점 H는 두 직선 $y=\frac{1}{2}x$,
$y=-2x+5$의 교점이므로
두 식을 연립하여 풀면 $x=2$, $y=1$
$\therefore$ H$(2, 1)$



097 (1) ① 두 직선이 평행하려면

$\frac{1}{a}=\frac{a}{2a+3}\neq\frac{-1}{-3}$ ...... ㉠

$a^2-2a-3=0$, $(a+1)(a-3)=0$

$\therefore$ $a=-1$ 또는 $a=3$

㉠에서 $a\neq3$이므로 $a=-1$

② 두 직선이 일치하려면

$\frac{1}{a}=\frac{a}{2a+3}=\frac{-1}{-3}$ $\quad\therefore$ $a=3$

③ 두 직선이 수직이려면

$1\cdot a+a\cdot(2a+3)=0$, $2a^2+4a=0$

$2a(a+2)=0$ $\quad\therefore$ $a=0$ 또는 $a=-2$

(2) ① 두 직선이 평행하려면

$\frac{1}{a}=\frac{a}{a+2}\neq\frac{1}{2}$ ...... ㉠

$a^2-a-2=0$, $(a+1)(a-2)=0$

$\therefore$ $a=-1$ 또는 $a=2$

㉠에서 $a\neq2$이므로 $a=-1$

② 두 직선이 일치하려면

$\frac{1}{a}=\frac{a}{a+2}=\frac{1}{2}$ $\quad\therefore$ $a=2$

③ 두 직선이 수직이려면

$1\cdot a+a\cdot(a+2)=0$

$a^2+3a=0$, $a(a+3)=0$

$\therefore$ $a=0$ 또는 $a=-3$

(3) ① 두 직선이 평행하려면

$\frac{7}{a-2}=\frac{a+4}{1}\neq\frac{-2}{2}$ ...... ㉠

$a^2+2a-15=0$, $(a+5)(a-3)=0$

$\therefore$ $a=-5$ 또는 $a=3$

㉠에서 $a\neq-5$이므로 $a=3$

② 두 직선이 일치하려면

$\frac{7}{a-2}=\frac{a+4}{1}=\frac{-2}{2}$ $\quad\therefore$ $a=-5$

③ 두 직선이 수직이려면

$7\cdot(a-2)+(a+4)\cdot1=0$

$8a-10=0$ $\quad\therefore$ $a=\frac{5}{4}$

098 (1) (i) l_1과 l_2가 서로 수직이므로

$2\cdot1+1\cdot a=0$ $\quad\therefore$ $a=-2$

(ii) l_1과 l_3가 서로 평행하므로

$\frac{2}{b}=\frac{1}{a+1}\neq\frac{1}{-4}$

$b=2a+2$에 $a=-2$를 대입하면 $b=-2$

(2) l_1과 l_2가 서로 수직이므로

$1\cdot1+(-3)\cdot a=0$ $\quad\therefore$ $a=\frac{1}{3}$

또, l_1과 l_3이 서로 평행하므로

$\frac{1}{a}=\frac{-3}{b}\neq\frac{2}{-5}$

$b=-3a$에 $a=\frac{1}{3}$을 대입하면 $b=-1$

(3) l_1과 l_2가 서로 수직이므로

$2\cdot2+(-1)\cdot a=0$ $\quad\therefore$ $a=4$

또, l_1과 l_3이 서로 평행하므로

$\frac{2}{a}=\frac{-1}{b}\neq\frac{1}{1}$

$2b=-a$에 $a=4$를 대입하면 $b=-2$

099 직선 $y=mx+1$, 즉 $mx-y+1=0$이 직선 $nx+3y+8=0$과 수직이므로

$mn+(-1)\cdot3=0$ $\quad\therefore$ $mn=3$

또, 직선 $y=mx+1$이 직선 $y=(4-n)x-1$과 평행하므로

$m=4-n$ $\quad\therefore$ $m+n=4$

$\therefore$ $m^2+n^2=(m+n)^2-2mn$

$=4^2-2\cdot3=10$

100 (1) (i) $\overline{AB}$의 중점의 좌표는 $\left(\frac{3+5}{2}, \frac{2+4}{2}\right)$, 즉 $(4, 3)$

(ii) 직선 AB의 기울기가 $\frac{4-2}{5-3}=1$이므로

직선 AB와 수직인 직선의 기울기는 -1이다.

(iii) $\overline{AB}$의 수직이등분선은 점 $(4, 3)$을 지나고 기울기가 -1인 직선이므로 방정식은

$y-3=-(x-4)$ $\quad\therefore$ $y=-x+7$

(2) $\overline{AB}$의 중점의 좌표는 $\left(\frac{2+0}{2}, \frac{3-1}{2}\right)$, 즉 $(1, 1)$

직선 AB의 기울기는 $\frac{-1-3}{0-2}=2$

따라서 $\overline{AB}$의 수직이등분선은 점 $(1, 1)$을 지나고 기울기가 $-\frac{1}{2}$인 직선이므로 방정식은

$y-1=-\frac{1}{2}(x-1)$ $\quad\therefore$ $y=-\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$

(3) $\overline{\mathrm{AB}}$의 중점의 좌표는 $\left(\frac{-4+2}{2}, \frac{3-1}{2}\right)$, 즉 $(-1, 1)$

직선 AB의 기울기는 $\frac{-1-3}{2-(-4)}=-\frac{2}{3}$

따라서 $\overline{\mathrm{AB}}$의 수직이등분선은 점 $(-1, 1)$을 지나고 기울기가 $\frac{3}{2}$인 직선이므로 방정식은

$y-1=\frac{3}{2}\{x-(-1)\}$ $\quad\therefore y=\frac{3}{2}x+\frac{5}{2}$

(4) $\overline{\mathrm{AB}}$의 중점의 좌표는 $\left(\frac{-1+1}{2}, \frac{2-4}{2}\right)$, 즉 $(0, -1)$

직선 AB의 기울기는 $\frac{-4-2}{1-(-1)}=-3$

따라서 $\overline{\mathrm{AB}}$의 수직이등분선은 점 $(0, -1)$을 지나고 기울기가 $\frac{1}{3}$인 직선이므로 방정식은

$y-(-1)=\frac{1}{3}(x-0)$ $\quad\therefore y=\frac{1}{3}x-1$

(5) $\overline{\mathrm{AB}}$의 중점의 좌표는 $\left(\frac{3-3}{2}, \frac{2+4}{2}\right)$, 즉 $(0, 3)$

직선 AB의 기울기는 $\frac{4-2}{-3-3}=-\frac{1}{3}$

따라서 $\overline{\mathrm{AB}}$의 수직이등분선은 점 $(0, 3)$을 지나고 기울기가 3인 직선이므로 방정식은

$y-3=3(x-0)$ $\quad\therefore y=3x+3$

(6) $\overline{\mathrm{AB}}$의 중점의 좌표는 $\left(\frac{-4+2}{2}, \frac{2+4}{2}\right)$, 즉 $(-1, 3)$

직선 AB의 기울기는 $\frac{4-2}{2-(-4)}=\frac{1}{3}$

따라서 $\overline{\mathrm{AB}}$의 수직이등분선은 점 $(-1, 3)$을 지나고 기울기가 -3인 직선이므로 방정식은

$y-3=-3\{x-(-1)\}$ $\quad\therefore y=-3x$

(7) $\overline{\mathrm{AB}}$의 중점의 좌표는 $\left(\frac{1-1}{2}, \frac{-3+3}{2}\right)$, 즉 $(0, 0)$

직선 AB의 기울기는 $\frac{3-(-3)}{-1-1}=-3$

따라서 $\overline{\mathrm{AB}}$의 수직이등분선은 점 $(0, 0)$을 지나고 기울기가 $\frac{1}{3}$인 직선이므로 방정식은

$y-0=\frac{1}{3}(x-0)$ $\quad\therefore y=\frac{1}{3}x$

101 직선 AB와 직선 $y=-3x+n$이 수직이므로

$\frac{m-0}{2-(-4)}\cdot(-3)=-1$ $\quad\therefore m=2$

두 점 $\mathrm{A}(-4, 0)$, $\mathrm{B}(2, 2)$를 이은 $\overline{\mathrm{AB}}$의 중점의 좌표는

$\left(\frac{-4+2}{2}, \frac{0+2}{2}\right)$, 즉 $(-1, 1)$

직선 $y=-3x+n$이 이 점을 지나므로

$1=-3\cdot(-1)+n$ $\quad\therefore n=-2$

$\therefore m+n=0$

102 (1) $1, -1, 1, -1$

(2) 주어진 식을 k에 대하여 정리하면

$(-x-y-3)+k(x+2y+1)=0$

이 식이 k의 값에 관계없이 항상 성립하려면

$-x-y-3=0, x+2y+1=0$

두 식을 연립하여 풀면

$x=-5, y=2$

따라서 구하는 점의 좌표는 $(-5, 2)$이다.

(3) 주어진 식을 k에 대하여 정리하면

$(-3x+y+5)+k(x+3y+5)=0$

이 식이 k의 값에 관계없이 항상 성립하려면

$-3x+y+5=0, x+3y+5=0$

두 식을 연립하여 풀면

$x=1, y=-2$

따라서 구하는 점의 좌표는 $(1, -2)$이다.

(4) 주어진 식을 k에 대하여 정리하면

$(3x+2y-3)+k(2x+y+2)=0$

이 식이 k의 값에 관계없이 항상 성립하려면

$3x+2y-3=0, 2x+y+2=0$

두 식을 연립하여 풀면

$x=-7, y=12$

따라서 구하는 점의 좌표는 $(-7, 12)$이다.

103 (1) $\frac{3}{4}, \frac{3}{4}, 3$

(2) 두 직선의 교점을 지나는 직선의 방정식은

$(2x+y-1)+k(x+2y-2)=0$ (k는 실수)

이 직선이 점 $\mathrm{P}(1, 2)$를 지나므로

$(2+2-1)+k(1+4-2)=0$ $\quad\therefore k=-1$

따라서 구하는 직선의 방정식은

$(2x+y-1)-(x+2y-2)=0$

$2x+y-1-x-2y+2=0$

$\therefore x-y+1=0$

(3) 두 직선의 교점을 지나는 직선의 방정식은

$(x+y-4)+k(2x-y+1)=0$ (k는 실수)

이 직선이 점 $\mathrm{P}(2, -1)$을 지나므로

$(2-1-4)+k(4+1+1)=0$ $\quad\therefore k=\frac{1}{2}$

따라서 구하는 직선의 방정식은

$(x+y-4)+\frac{1}{2}(2x-y+1)=0$

$2x+2y-8+2x-y+1=0$

$\therefore 4x+y-7=0$

104 직선 $x-y+1+k(2x+3y+3)=0$ ……㉠은 k의 값에 관계 없이 직선 $x-y+1=0$과 직선 $2x+3y+3=0$의 교점을 지난다.
직선 ㉠이 점 $(-4, 4)$를 지나므로
$-4-4+1+k(-8+12+3)=0 \quad \therefore k=1$
따라서 구하는 직선의 방정식은
$x-y+1+(2x+3y+3)=0$
$3x+2y+4=0 \quad \therefore y=-\frac{3}{2}x-2$
$a=-\frac{3}{2}$, $b=-2$이므로 $a+b=-\frac{7}{2}$

105 (1) 1, 1, 3, 1
(2) 두 직선 l_1, l_2의 교점을 지나는 직선의 방정식은
$(3x+y+1)+k(x-4y-2)=0$ (k는 실수)
$\therefore (k+3)x+(1-4k)y-2k+1=0$ …… ㉠
이 직선이 $x-2y+5=0$과 평행하므로
$\frac{k+3}{1}=\frac{1-4k}{-2}\neq\frac{-2k+1}{5}$
$-2k-6=1-4k \quad \therefore k=\frac{7}{2}$
$k=\frac{7}{2}$을 ㉠에 대입하면 $13x-26y-12=0$

106 (1) 두 직선 l_1, l_2의 교점을 지나는 직선의 방정식은
$(3x+2y-1)+k(x+y-1)=0$ (k는 실수)
$\therefore (k+3)x+(k+2)y-k-1=0$ …… ㉠
이 직선이 $x-2y+4=0$과 수직이므로
$(k+3)\cdot 1+(k+2)\cdot(-2)=0 \quad \therefore k=-1$
$k=-1$을 ㉠에 대입하면 $2x+y=0$
(2) 두 직선 l_1, l_2의 교점을 지나는 직선의 방정식은
$(x-2y+2)+k(2x+y-6)=0$ (k는 실수)
$\therefore (2k+1)x+(k-2)y-6k+2=0$ …… ㉠
이 직선이 $4x-3y=1$과 수직이므로
$(2k+1)\cdot 4+(k-2)\cdot(-3)=0 \quad \therefore k=-2$
$k=-2$를 ㉠에 대입하면 $3x+4y-14=0$

107 (1) $\frac{|-5|}{\sqrt{3^2+4^2}}=\frac{5}{5}=1$
(2) $\frac{|-4\sqrt{2}|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}}=\frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=4$
(3) $\frac{|2\cdot 7-1\cdot 3+4|}{\sqrt{2^2+(-1)^2}}=\frac{15}{\sqrt{5}}=3\sqrt{5}$
(4) $\frac{|4\cdot 3+3\cdot(-1)+1|}{\sqrt{4^2+3^2}}=\frac{10}{5}=2$
(5) $x-y=2$에서 $x-y-2=0$이므로
$\frac{|1\cdot 1-1\cdot 2-2|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}}=\frac{3}{\sqrt{2}}=\frac{3\sqrt{2}}{2}$
(6) $y=\frac{1}{3}x+1$에서 $x-3y+3=0$이므로
$\frac{|1\cdot 2-3\cdot(-5)+3|}{\sqrt{1^2+(-3)^2}}=\frac{20}{\sqrt{10}}=2\sqrt{10}$

108 (1) 두 직선 l_1, l_2의 방정식 $2x-y=0$, $x+y-3=0$을 연립하여 풀면 $x=1$, $y=2$이므로 두 직선의 교점은 $(1, 2)$이다.
따라서 점 $(1, 2)$와 직선 m 사이의 거리는
$\frac{|4\cdot 1+3\cdot 2-1|}{\sqrt{4^2+3^2}}=\frac{9}{5}$
(2) 두 직선 l_1, l_2의 방정식 $x-2y-1=0$, $x-3y-3=0$을 연립하여 풀면 $x=-3$, $y=-2$이므로 두 직선의 교점은 $(-3, -2)$이다.
따라서 점 $(-3, -2)$와 직선 m 사이의 거리는
$\frac{|2\cdot(-3)+3\cdot(-2)-1|}{\sqrt{2^2+3^2}}=\frac{13}{\sqrt{13}}=\sqrt{13}$

109 (1) 점 P와 직선 l 사이의 거리가 $3\sqrt{2}$이므로
$\frac{|1\cdot 1+1\cdot 0+a|}{\sqrt{1^2+1^2}}=3\sqrt{2}$, $|a+1|=6$
$a+1=\pm 6 \quad \therefore a=5$ 또는 $a=-7$
(2) 점 P와 직선 l 사이의 거리가 $\sqrt{13}$이므로
$\frac{|2\cdot a+3\cdot 2-1|}{\sqrt{2^2+3^2}}=\sqrt{13}$, $|2a+5|=13$
$2a+5=\pm 13 \quad \therefore a=4$ 또는 $a=-9$

110 점 $(3, -6)$과 직선 $mx-y+3=0$ 사이의 거리가 $3\sqrt{2}$이므로
$\frac{|m\cdot 3-1\cdot(-6)+3|}{\sqrt{m^2+(-1)^2}}=3\sqrt{2}$
$|3m+9|=3\sqrt{2(m^2+1)}$
양변을 제곱하여 정리하면
$m^2-6m-7=0$, $(m+1)(m-7)=0$
$\therefore m=7$ ($\because m>0$)

111 (1) -1, $5\sqrt{2}$, $5\sqrt{2}$, $5\sqrt{2}$
(2) 직선 $3x+4y-2=0$, 즉 $y=-\frac{3}{4}x+\frac{1}{2}$에 평행한 직선의 방정식을 $y=-\frac{3}{4}x+a$로 놓으면 점 $P(2, -3)$에서 직선 $3x+4y-4a=0$ 사이의 거리가 2이므로
$\frac{|3\cdot 2+4\cdot(-3)-4a|}{\sqrt{3^2+4^2}}=2$, $|-4a-6|=10$
$2a+3=\pm 5 \quad \therefore a=1$ 또는 $a=-4$
따라서 구하는 직선의 방정식은
$y=-\frac{3}{4}x+1$ 또는 $y=-\frac{3}{4}x-4$
(3) 직선 $x-y+4=0$, 즉 $y=x+4$에 수직인 직선의 방정식을 $y=-x+a$로 놓으면 원점에서 직선 $x+y-a=0$ 사이의 거리가 1이므로
$\frac{|-a|}{\sqrt{1^2+1^2}}=1 \quad \therefore a=\pm\sqrt{2}$
따라서 구하는 직선의 방정식은
$y=-x+\sqrt{2}$ 또는 $y=-x-\sqrt{2}$

(4) 직선 $4x+3y-5=0$, 즉 $y=-\frac{4}{3}x+\frac{5}{3}$에 수직인 직선의 방정식을 $y=\frac{3}{4}x+a$로 놓으면 점 $\mathrm{P}(1, -1)$에서 직선 $3x-4y+4a=0$ 사이의 거리가 1이므로

$$\frac{|3\cdot1-4\cdot(-1)+4a|}{\sqrt{3^2+(-4)^2}}=1,\ |4a+7|=5$$

$4a+7=\pm5\qquad \therefore a=-\frac{1}{2}$ 또는 $a=-3$

따라서 구하는 직선의 방정식은

$y=\frac{3}{4}x-\frac{1}{2}$ 또는 $y=\frac{3}{4}x-3$

112 (1) $-2,\ 2$, 최소, $0,\ \sqrt{2}$

(2) 점 $(0, 0)$과 직선 $x+y-4+k(x-y)=0$, 즉 $(k+1)x+(1-k)y-4=0$ 사이의 거리는

$$\frac{|-4|}{\sqrt{(k+1)^2+(1-k)^2}}=\frac{4}{\sqrt{2k^2+2}}$$

이 값이 최대가 되려면 $\sqrt{2k^2+2}$가 최소이어야 하므로 $k=0$일 때 거리의 최댓값은 $2\sqrt{2}$이다.

(3) 점 $(0, 0)$과 직선 $x+3y-5+k(x-2y)=0$, 즉 $(k+1)x+(3-2k)y-5=0$ 사이의 거리는

$$\frac{|-5|}{\sqrt{(k+1)^2+(3-2k)^2}}=\frac{5}{\sqrt{5k^2-10k+10}}=\frac{5}{\sqrt{5(k-1)^2+5}}$$

이 값이 최대가 되려면 $\sqrt{5(k-1)^2+5}$가 최소이어야 하므로 $k=1$일 때 거리의 최댓값은 $\sqrt{5}$이다.

113 원점과 직선 $x+2y+4+k(x+y)=0$, 즉 $(k+1)x+(k+2)y+4=0$ 사이의 거리는

$$\frac{|4|}{\sqrt{(k+1)^2+(k+2)^2}}=\frac{4}{\sqrt{2k^2+6k+5}}=\frac{4}{\sqrt{2\left(k+\frac{3}{2}\right)^2+\frac{1}{2}}}$$

이 값이 최대가 되려면 $\sqrt{2\left(k+\frac{3}{2}\right)^2+\frac{1}{2}}$이 최소이어야 하므로

$k=-\frac{3}{2}$일 때 거리의 최댓값은 $4\sqrt{2}$이다.

$\therefore ab=\left(-\frac{3}{2}\right)\cdot4\sqrt{2}=-6\sqrt{2}$

114 (1) 두 직선이 평행하므로 두 직선 사이의 거리는 직선 $3x+4y-4=0$ 위의 한 점 $(0, 1)$과 직선 $3x+4y+6=0$ 사이의 거리와 같다.
따라서 구하는 거리는

$$\frac{|3\cdot0+4\cdot1+6|}{\sqrt{3^2+4^2}}=\frac{10}{5}=2$$

(2) 두 직선이 평행하므로 두 직선 사이의 거리는 직선 $2x-y-1=0$ 위의 한 점 $(0, -1)$과 직선 $2x-y+4=0$ 사이의 거리와 같다.
따라서 구하는 거리는

$$\frac{|2\cdot0-1\cdot(-1)+4|}{\sqrt{2^2+(-1)^2}}=\frac{5}{\sqrt{5}}=\sqrt{5}$$

(3) 두 직선이 평행하므로 두 직선 사이의 거리는 직선 $x-2y+1=0$ 위의 한 점 $(-1, 0)$과 직선 $x-2y-3=0$ 사이의 거리와 같다.
따라서 구하는 거리는

$$\frac{|1\cdot(-1)-2\cdot0-3|}{\sqrt{1^2+(-2)^2}}=\frac{4}{\sqrt{5}}=\frac{4\sqrt{5}}{5}$$

(4) 두 직선이 평행하므로 두 직선 사이의 거리는 직선 $5x+12y-17=0$ 위의 한 점 $(1, 1)$과 직선 $5x+12y-4=0$ 사이의 거리와 같다.
따라서 구하는 거리는

$$\frac{|5\cdot1+12\cdot1-4|}{\sqrt{5^2+12^2}}=\frac{13}{13}=1$$

115 (1) $-8,\ -8,\ 4,\ 4,\ 1,\ 1,\ \frac{2}{5}$

(2) 두 직선이 평행하므로

$\frac{2}{4}=\frac{1}{k}\neq\frac{4}{-2}\qquad \therefore k=2$

$k=2$를 $4x+ky-2=0$에 대입하여 정리하면

$2x+y-1=0$

따라서 평행한 두 직선 사이의 거리는 직선 $2x+y-1=0$ 위의 한 점 $(0, 1)$과 직선 $2x+y+4=0$ 사이의 거리와 같으므로

$$d=\frac{|2\cdot0+1\cdot1+4|}{\sqrt{2^2+1^2}}=\frac{5}{\sqrt{5}}=\sqrt{5}$$

(3) 두 직선이 평행하므로

$\frac{1}{k}=\frac{-2}{-k+2}\neq\frac{2}{-6}\qquad \therefore k=-2$

$k=-2$를 $kx-(k-2)y-6=0$에 대입하여 정리하면

$x-2y+3=0$

따라서 평행한 두 직선 사이의 거리는 직선 $x-2y+3=0$ 위의 한 점 $(-3, 0)$과 직선 $x-2y+2=0$ 사이의 거리와 같으므로

$$d=\frac{|1\cdot(-3)-2\cdot0+2|}{\sqrt{1^2+(-2)^2}}=\frac{1}{\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{5}$$

116 두 직선이 평행하므로
직선 $2x+y-6=0$ 위의 한 점 $(3, 0)$과 직선 $2x+y+k=0$ 사이의 거리가 $2\sqrt{5}$이다.

$$\frac{|2\cdot3+1\cdot0+k|}{\sqrt{2^2+1^2}}=2\sqrt{5},\ |k+6|=10$$

$k+6=\pm10\qquad \therefore k=4\ (\because k>0)$

117 (1) (i) $\overline{AB}=\sqrt{(7-4)^2+(3-6)^2}=\sqrt{18}=3\sqrt{2}$

(ii) 직선 AB의 방정식은

$y-6=\frac{3-6}{7-4}(x-4)$ $\quad\therefore x+y-10=0$

(iii) 점 O(0, 0)과 직선 AB 사이의 거리는

$\frac{|-10|}{\sqrt{1^2+1^2}}=\frac{10}{\sqrt{2}}=5\sqrt{2}$

(iv) $\triangle OAB=\frac{1}{2}\cdot 3\sqrt{2}\cdot 5\sqrt{2}=15$

(2) $\overline{AB}=\sqrt{\{4-(-1)\}^2+(5-2)^2}=\sqrt{34}$

직선 AB의 방정식은

$y-2=\frac{5-2}{4-(-1)}\{x-(-1)\}$ $\quad\therefore 3x-5y+13=0$

점 O(0, 0)과 직선 AB 사이의 거리는

$\frac{|13|}{\sqrt{3^2+(-5)^2}}=\frac{13}{\sqrt{34}}$

$\therefore \triangle OAB=\frac{1}{2}\cdot\sqrt{34}\cdot\frac{13}{\sqrt{34}}=\frac{13}{2}$

(3) $\overline{AB}=\sqrt{(7-3)^2+(2-6)^2}=\sqrt{32}=4\sqrt{2}$

직선 AB의 방정식은

$y-6=\frac{2-6}{7-3}(x-3)$ $\quad\therefore x+y-9=0$

점 O(0, 0)과 직선 AB 사이의 거리는

$\frac{|-9|}{\sqrt{1^2+1^2}}=\frac{9}{\sqrt{2}}$

$\therefore \triangle OAB=\frac{1}{2}\cdot 4\sqrt{2}\cdot\frac{9}{\sqrt{2}}=18$

118 (1) 8, 16, 2

(2) 점 $P(x, y)$로 놓으면 $\overline{AP}=\overline{BP}$이므로

$\overline{AP}^2=\overline{BP}^2$에서

$(x+1)^2+(y-0)^2=(x-1)^2+(y-2)^2$

$x^2+2x+1+y^2=x^2-2x+1+y^2-4y+4$

$4x+4y-4=0$ $\quad\therefore x+y-1=0$

(3) 점 $P(x, y)$로 놓으면 $\overline{AP}=\overline{BP}$이므로

$\overline{AP}^2=\overline{BP}^2$에서

$(x-1)^2+(y-2)^2=(x+3)^2+(y-4)^2$

$x^2-2x+1+y^2-4y+4=x^2+6x+9+y^2-8y+16$

$8x-4y+20=0$ $\quad\therefore 2x-y+5=0$

119 (1) $2x-y+1$, 2, y

(2) 점 $P(x, y)$로 놓으면 점 P에서 두 직선 $x-y+1=0$, $x+y-2=0$에 이르는 거리가 같으므로

$\frac{|x-y+1|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}}=\frac{|x+y-2|}{\sqrt{1^2+1^2}}$

$|x-y+1|=|x+y-2|$

$x-y+1=\pm(x+y-2)$

$\therefore x=\frac{1}{2}$ 또는 $y=\frac{3}{2}$

(3) 점 $P(x, y)$로 놓으면 점 P에서 두 직선 $2x+3y-2=0$, $3x+2y+2=0$에 이르는 거리가 같으므로

$\frac{|2x+3y-2|}{\sqrt{2^2+3^2}}=\frac{|3x+2y+2|}{\sqrt{3^2+2^2}}$

$|2x+3y-2|=|3x+2y+2|$

$2x+3y-2=\pm(3x+2y+2)$

$\therefore x-y+4=0$ 또는 $x+y=0$

120 점 $P(x, y)$로 놓으면 점 P에서 두 직선 $x-2y-1=0$, $2x-y-1=0$에 이르는 거리가 같으므로

$\frac{|x-2y-1|}{\sqrt{1^2+(-2)^2}}=\frac{|2x-y-1|}{\sqrt{2^2+(-1)^2}}$

$|x-2y-1|=|2x-y-1|$

$x-2y-1=\pm(2x-y-1)$

$\therefore x+y=0$ 또는 $3x-3y-2=0$

이 중 기울기가 음수인 직선의 방정식은 $x+y=0$이다.

121 (1) $2x-y$, $2x-y$, $2x-y$, $x-y=0$

(2) 두 직선 $2x+y+1=0$, $x-2y+2=0$이 이루는 각을 이등분하는 직선 위의 한 점을 $P(x, y)$라 하면 점 P에서 두 직선에 이르는 거리가 같으므로

$\frac{|2x+y+1|}{\sqrt{2^2+1^2}}=\frac{|x-2y+2|}{\sqrt{1^2+(-2)^2}}$

$|2x+y+1|=|x-2y+2|$, $2x+y+1=\pm(x-2y+2)$

$\therefore x+3y-1=0$ 또는 $3x-y+3=0$

(3) 두 직선 $x+3y+1=0$, $3x-y+3=0$이 이루는 각을 이등분하는 직선 위의 한 점을 $P(x, y)$라 하면 점 P에서 두 직선에 이르는 거리가 같으므로

$\frac{|x+3y+1|}{\sqrt{1^2+3^2}}=\frac{|3x-y+3|}{\sqrt{3^2+(-1)^2}}$

$|x+3y+1|=|3x-y+3|$, $x+3y+1=\pm(3x-y+3)$

$\therefore x-2y+1=0$ 또는 $2x+y+2=0$

(4) 두 직선 $x+3y-2=0$, $3x+y+2=0$이 이루는 각을 이등분하는 직선 위의 한 점을 $P(x, y)$라 하면 점 P에서 두 직선에 이르는 거리가 같으므로

$\frac{|x+3y-2|}{\sqrt{1^2+3^2}}=\frac{|3x+y+2|}{\sqrt{3^2+1^2}}$

$|x+3y-2|=|3x+y+2|$

$x+3y-2=\pm(3x+y+2)$

$\therefore x-y+2=0$ 또는 $x+y=0$

(5) 두 직선 $3x+4y+2=0$, $4x-3y+1=0$이 이루는 각을 이등분하는 직선 위의 한 점을 $P(x, y)$라 하면 점 P에서 두 직선에 이르는 거리가 같으므로

$\frac{|3x+4y+2|}{\sqrt{3^2+4^2}}=\frac{|4x-3y+1|}{\sqrt{4^2+(-3)^2}}$

$|3x+4y+2|=|4x-3y+1|$

$3x+4y+2=\pm(4x-3y+1)$

$\therefore x-7y-1=0$ 또는 $7x+y+3=0$

(6) 두 직선 $4x+3y-5=0$, $3x-4y+15=0$이 이루는 각을 이등분하는 직선 위의 한 점을 $P(x, y)$라 하면 점 P에서 두 직선에 이르는 거리가 같으므로

$$\frac{|4x+3y-5|}{\sqrt{4^2+3^2}}=\frac{|3x-4y+15|}{\sqrt{3^2+(-4)^2}}$$

$|4x+3y-5|=|3x-4y+15|$

$4x+3y-5=\pm(3x-4y+15)$

$\therefore x+7y-20=0$ 또는 $7x-y+10=0$

122 두 직선 $2x+3y+2=0$, $3x+2y+4=0$이 이루는 각을 이등분하는 직선 위의 한 점을 $P(x, y)$라 하면 점 P에서 두 직선에 이르는 거리가 같으므로

$$\frac{|2x+3y+2|}{\sqrt{2^2+3^2}}=\frac{|3x+2y+4|}{\sqrt{3^2+2^2}}$$

$|2x+3y+2|=|3x+2y+4|$

$2x+3y+2=\pm(3x+2y+4)$

$\therefore x-y+2=0$ 또는 $5x+5y+6=0$

이 중 기울기가 음수인 직선의 방정식은 $5x+5y+6=0$

따라서 $a=5$, $b=5$이므로

$a+b=10$

더블클릭 173쪽~175쪽

123 $y-2=2\{x-(-1)\}$

$\therefore y=2x+4$

124 (기울기)$=\tan 60°=\sqrt{3}$이므로

$y-5=\sqrt{3}(x-\sqrt{3})$ $\quad\therefore y=\sqrt{3}x+2$

125 $y-4=\frac{0-4}{4-2}(x-2)$ $\quad\therefore y=-2x+8$

126 두 점 A, B의 x좌표가 같으므로 직선의 방정식은

$x=-3$

127 x절편이 2, y절편이 3인 직선의 방정식은

$\frac{x}{2}+\frac{y}{3}=1$

128 (직선 AB의 기울기)$=\frac{3k-2}{k+1-(-2)}=\frac{3k-2}{k+3}$

(직선 AC의 기울기)$=\frac{8-2}{4-(-2)}=1$

직선 AB의 기울기와 직선 AC의 기울기가 같으므로

$\frac{3k-2}{k+3}=1$, $3k-2=k+3$ $\quad\therefore k=\frac{5}{2}$

129 (직선 AB의 기울기)$=\frac{-1-(2k-1)}{3-k}=\frac{2k}{k-3}$

(직선 BC의 기울기)$=\frac{-5-(-1)}{4-3}=-4$

직선 AB의 기울기와 직선 BC의 기울기가 같으므로

$\frac{2k}{k-3}=-4$, $k=-2k+6$ $\quad\therefore k=2$

130 점 A를 지나면서 삼각형 ABC의 넓이를 이등분하는 직선 l은 $\overline{BC}$의 중점을 지난다.

$\overline{BC}$의 중점의 좌표는

$\left(\frac{4+2}{2}, \frac{-1+5}{2}\right)=(3, 2)$

따라서 점 $A(1, 1)$과 $\overline{BC}$의 중점 $(3, 2)$를 지나는 직선 l의 방정식은

$y-1=\frac{2-1}{3-1}(x-1)$ $\quad\therefore y=\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}$

131 점 A를 지나면서 삼각형 ABC의 넓이를 이등분하는 직선 l은 $\overline{BC}$의 중점을 지난다.

$\overline{BC}$의 중점의 좌표는

$\left(\frac{-2+6}{2}, \frac{0+2}{2}\right)=(2, 1)$

따라서 점 $A(5, 4)$와 $\overline{BC}$의 중점 $(2, 1)$을 지나는 직선 l의 방정식은

$y-4=\frac{1-4}{2-5}(x-5)$ $\quad\therefore y=x-1$

132 $2x+y+1=0$에서 $y=-2x-1$

이 직선에 평행한 직선의 기울기는 -2이므로

구하는 직선의 방정식은

$y-0=-2(x-1)$ $\quad\therefore y=-2x+2$

133 $2x-3y+2=0$에서 $y=\frac{2}{3}x+\frac{2}{3}$

이 직선에 수직인 직선의 기울기는 $-\frac{3}{2}$이므로

구하는 직선의 방정식은

$y-2=-\frac{3}{2}(x-4)$ $\quad\therefore y=-\frac{3}{2}x+8$

134 직선 $ax+y+3=0$이 직선 $2x+by-1=0$과 수직이므로

$a\cdot 2+1\cdot b=0$ $\quad\therefore 2a+b=0$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠

직선 $ax+y+3=0$이 직선 $(b+3)x-y+2=0$과 평행하므로

$\frac{a}{b+3}=\frac{1}{-1}\neq\frac{3}{2}$ $\quad\therefore a+b=-3$ $\quad\cdots\cdots$ ㉡

㉠과 ㉡을 연립하여 풀면

$\therefore a=3$, $b=-6$

135 직선 $x-ay+3=0$이 직선 $4x+by+7=0$과 수직이므로
$1\cdot 4+(-a)\cdot b=0 \qquad \therefore ab=4$
직선 $x-ay+3=0$이 직선 $2x-2(b-3)y+1=0$과 평행하므로
$\frac{1}{2}=\frac{-a}{-2(b-3)}\neq\frac{3}{1}$
$-2b+6=-2a \qquad \therefore a-b=-3$
$\therefore a^2+b^2=(a-b)^2+2ab$
$=(-3)^2+2\cdot 4=17$

136 직선 $x+ay+2=0$이 직선 $2x-by+2=0$과 수직이므로
$1\cdot 2+a\cdot(-b)=0 \qquad \therefore ab=2$
직선 $x+ay+2=0$이 직선 $x-(b-4)y-2=0$과 평행하므로
$\frac{1}{1}=\frac{a}{-(b-4)}\neq\frac{2}{-2}$
$-b+4=a \qquad \therefore a+b=4$
$\therefore a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$
$=4^2-2\cdot 2=12$

137 $\overline{\mathrm{AB}}$의 중점의 좌표는 $\left(\frac{-4+0}{2}, \frac{0+2}{2}\right)$, 즉 $(-2, 1)$
직선 AB의 기울기는 $\frac{2-0}{0-(-4)}=\frac{1}{2}$
따라서 $\overline{\mathrm{AB}}$의 수직이등분선은 점 $(-2, 1)$을 지나고 기울기가 -2이므로
$y-1=-2\{x-(-2)\} \qquad \therefore y=-2x-3$

138 $\overline{\mathrm{AB}}$의 중점의 좌표는 $\left(\frac{-1+3}{2}, \frac{1+5}{2}\right)$, 즉 $(1, 3)$
직선 AB의 기울기는 $\frac{5-1}{3-(-1)}=1$
따라서 $\overline{\mathrm{AB}}$의 수직이등분선은 점 $(1, 3)$을 지나고 기울기가 -1이므로
$y-3=-(x-1) \qquad \therefore y=-x+4$

139 주어진 식을 k에 대하여 정리하면
$(x+y+8)+k(3x-y)=0$
이 식이 k의 값에 관계없이 항상 성립하려면
$x+y+8=0$, $3x-y=0$
두 식을 연립하여 풀면 $x=-2$, $y=-6$
따라서 구하는 점의 좌표는 $(-2, -6)$이다.

140 두 직선의 교점을 지나는 직선의 방정식은
$(x+y+4)+k(2x-y-2)=0$ (k는 실수)
이 직선이 원점을 지나므로
$4-2k=0 \qquad \therefore k=2$
따라서 구하는 직선의 방정식은
$(x+y+4)+2(2x-y-2)=0$
$\therefore 5x-y=0$

141 두 직선의 교점을 지나는 직선의 방정식은
$(2x-y-1)+k(x-2y+1)=0$ (k는 실수)
$\therefore (k+2)x-(2k+1)y+k-1=0 \quad \cdots\cdots$ ㉠
이 직선이 $x-2y+1=0$과 수직이므로
$(k+2)\cdot 1-(2k+1)\cdot(-2)=0$
$k+2+4k+2=0 \qquad \therefore k=-\frac{4}{5}$
$k=-\frac{4}{5}$를 ㉠에 대입하여 정리하면
$2x+y-3=0$

142 $\frac{|3\cdot 2+1\cdot 1+3|}{\sqrt{3^2+1^2}}=\frac{10}{\sqrt{10}}=\sqrt{10}$

143 점 $(2, -3)$과 직선 $ax-4y+2=0$ 사이의 거리가 4이므로
$\frac{|a\cdot 2-4\cdot(-3)+2|}{\sqrt{a^2+(-4)^2}}=4$
$|2a+14|=4\sqrt{a^2+16}$
양변을 제곱하여 정리하면
$3a^2-14a+15=0$, $(3a-5)(a-3)=0$
$\therefore a=\frac{5}{3}$ 또는 $a=3$

144 직선 $2x+y-6=0$, 즉 $y=-2x+6$에 평행한 직선의 방정식을 $y=-2x+a$로 놓으면 점 $(1, 0)$과 직선 $2x+y-a=0$ 사이의 거리가 $\sqrt{5}$이므로
$\frac{|2\cdot 1+1\cdot 0-a|}{\sqrt{2^2+1^2}}=\sqrt{5}$, $|2-a|=5$
$2-a=\pm 5 \qquad \therefore a=-3$ 또는 $a=7$
따라서 구하는 직선의 방정식은
$y=-2x-3$ 또는 $y=-2x+7$

145 직선 $x+3y-2=0$, 즉 $y=-\frac{1}{3}x+\frac{2}{3}$에 수직인 직선의 방정식을 $y=3x+a$로 놓으면 점 $(1, -1)$과 직선 $3x-y+a=0$ 사이의 거리가 $\sqrt{10}$이므로
$\frac{|3\cdot 1-1\cdot(-1)+a|}{\sqrt{3^2+(-1)^2}}=\sqrt{10}$, $|a+4|=10$
$a+4=\pm 10 \qquad \therefore a=6$ 또는 $a=-14$
따라서 구하는 직선의 방정식은
$y=3x+6$ 또는 $y=3x-14$

146 두 직선이 평행하므로 두 직선 사이의 거리는
직선 $x+4y+2=0$ 위의 한 점 $(-2, 0)$과 직선 $x+4y-15=0$ 사이의 거리와 같다.
따라서 구하는 거리는
$\frac{|1\cdot(-2)+4\cdot 0-15|}{\sqrt{1^2+4^2}}=\frac{17}{\sqrt{17}}=\sqrt{17}$

147 두 직선이 평행하므로
직선 $2x-3y+4=0$ 위의 한 점 $(-2, 0)$과
직선 $2x-3y+a=0$ 사이의 거리가 $\sqrt{13}$이다.
$\frac{|2\cdot(-2)-3\cdot 0+a|}{\sqrt{2^2+(-3)^2}}=\sqrt{13}$, $|a-4|=13$
$a-4=\pm 13$ $\quad\therefore a=17$ 또는 $a=-9$

148 $\overline{AB}=\sqrt{(6-3)^2+(5-2)^2}=\sqrt{18}=3\sqrt{2}$
직선 AB의 방정식은
$y-2=\frac{5-2}{6-3}(x-3)$ $\quad\therefore x-y-1=0$
점 O(0, 0)과 직선 AB 사이의 거리는
$\frac{|-1|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}}=\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$
$\therefore \triangle OAB=\frac{1}{2}\cdot 3\sqrt{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{3}{2}$

149 $\overline{BC}=\sqrt{\{3-(-2)\}^2+(3-6)^2}=\sqrt{34}$
직선 BC의 방정식은
$y-6=\frac{3-6}{3-(-2)}\{x-(-2)\}$ $\quad\therefore 3x+5y-24=0$
점 A$(6, -2)$와 직선 BC 사이의 거리는
$\frac{|3\cdot 6+5\cdot(-2)-24|}{\sqrt{3^2+5^2}}=\frac{16}{\sqrt{34}}$
$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\cdot\sqrt{34}\cdot\frac{16}{\sqrt{34}}=8$

150 점 P(x, y)로 놓으면 $\overline{AP}=\overline{BP}$이므로
$\overline{AP}^2=\overline{BP}^2$에서
$(x-2)^2+(y-3)^2=(x+1)^2+(y-4)^2$
$x^2-4x+4+y^2-6y+9=x^2+2x+1+y^2-8y+16$
$6x-2y+4=0$ $\quad\therefore 3x-y+2=0$

151 점 P(x, y)로 놓으면 점 P에서 두 직선 $2x+y+2=0$,
$x+2y-5=0$에 이르는 거리가 같으므로
$\frac{|2x+y+2|}{\sqrt{2^2+1^2}}=\frac{|x+2y-5|}{\sqrt{1^2+2^2}}$
$|2x+y+2|=|x+2y-5|$
$2x+y+2=\pm(x+2y-5)$
$\therefore x-y+7=0$ 또는 $x+y-1=0$

152 두 직선 $x-3y+2=0$, $3x-y+4=0$이 이루는 각을 이등분하는 직선 위의 한 점을 P(x, y)라 하면 점 P에서 두 직선에 이르는 거리가 같으므로
$\frac{|x-3y+2|}{\sqrt{1^2+(-3)^2}}=\frac{|3x-y+4|}{\sqrt{3^2+(-1)^2}}$
$|x-3y+2|=|3x-y+4|$
$x-3y+2=\pm(3x-y+4)$
$\therefore x+y+1=0$ 또는 $2x-2y+3=0$

03 원의 방정식

176쪽~191쪽

153 (1) $x^2+y^2=4^2$에서 C$(0, 0)$, $r=4$
(2) $(x+1)^2+y^2=1^2$에서 C$(-1, 0)$, $r=1$
(3) $x^2+(y+2)^2=2^2$에서 C$(0, -2)$, $r=2$
(4) $(x+1)^2+(y-2)^2=3^2$에서 C$(-1, 2)$, $r=3$
(5) $(x-3)^2+(y-4)^2=5^2$에서 C$(3, 4)$, $r=5$
(6) $(x-1)^2+(y+1)^2=(\sqrt{5})^2$에서 C$(1, -1)$, $r=\sqrt{5}$
(7) $(x+2)^2+(y+3)^2=(2\sqrt{3})^2$에서 C$(-2, -3)$, $r=2\sqrt{3}$

154 (1) $x^2+y^2=25$
(2) $(x-1)^2+y^2=4$
(3) $(x+2)^2+y^2=3$
(4) $x^2+(y+1)^2=2$
(5) $(x-1)^2+(y-2)^2=9$
(6) $(x+2)^2+(y-3)^2=16$
(7) $(x+1)^2+(y+2)^2=25$

155 중심의 좌표가 $(3, a)$이고 반지름의 길이가 1인 원의 방정식은
$(x-3)^2+(y-a)^2=1$
이 방정식이 $(x+b)^2+(y+2)^2=c$와 같으므로
$a=-2$, $b=-3$, $c=1$ $\quad\therefore a+b+c=-4$

156 (1) 반지름의 길이를 r라 하면 원의 방정식은
$(x-1)^2+y^2=r^2$
원이 점 A$(2, -1)$을 지나므로
$1^2+(-1)^2=r^2$ $\quad\therefore r^2=2$
따라서 구하는 원의 방정식은 $(x-1)^2+y^2=2$
(2) 반지름의 길이를 r라 하면 원의 방정식은
$x^2+(y+3)^2=r^2$
원이 점 A$(2, -4)$를 지나므로
$2^2+(-1)^2=r^2$ $\quad\therefore r^2=5$
따라서 구하는 원의 방정식은 $x^2+(y+3)^2=5$
(3) 반지름의 길이를 r라 하면 원의 방정식은
$(x-1)^2+(y-3)^2=r^2$
원이 점 A$(3, 2)$를 지나므로
$2^2+(-1)^2=r^2$ $\quad\therefore r^2=5$
따라서 구하는 원의 방정식은 $(x-1)^2+(y-3)^2=5$
(4) 반지름의 길이를 r라 하면 원의 방정식은
$(x+1)^2+(y-3)^2=r^2$
원이 점 A$(-2, 6)$을 지나므로
$(-1)^2+3^2=r^2$ $\quad\therefore r^2=10$
따라서 구하는 원의 방정식은 $(x+1)^2+(y-3)^2=10$
(5) 반지름의 길이를 r라 하면 원의 방정식은
$(x-2)^2+(y+4)^2=r^2$
원이 점 A$(1, -1)$을 지나므로
$(-1)^2+3^2=r^2$ $\quad\therefore r^2=10$
따라서 구하는 원의 방정식은 $(x-2)^2+(y+4)^2=10$

157 (1) 원의 중심의 좌표는 $\left(\frac{1+3}{2}, \frac{0+2}{2}\right)$, 즉 $(2, 1)$

반지름의 길이는 $\frac{1}{2}\sqrt{(3-1)^2+(2-0)^2}=\sqrt{2}$

따라서 구하는 원의 방정식은 $(x-2)^2+(y-1)^2=2$

(2) 원의 중심의 좌표는 $\left(\frac{1+3}{2}, \frac{2+(-4)}{2}\right)$, 즉 $(2, -1)$

반지름의 길이는 $\frac{1}{2}\sqrt{(3-1)^2+(-4-2)^2}=\sqrt{10}$

따라서 구하는 원의 방정식은 $(x-2)^2+(y+1)^2=10$

(3) 원의 중심의 좌표는 $\left(\frac{-1+5}{2}, \frac{4+4}{2}\right)$, 즉 $(2, 4)$

반지름의 길이는 $\frac{1}{2}\sqrt{(5+1)^2+(4-4)^2}=3$

따라서 구하는 원의 방정식은 $(x-2)^2+(y-4)^2=9$

(4) 원의 중심의 좌표는 $\left(\frac{3+(-5)}{2}, \frac{-2+2}{2}\right)$, 즉 $(-1, 0)$

반지름의 길이는 $\frac{1}{2}\sqrt{(-5-3)^2+(2+2)^2}=2\sqrt{5}$

따라서 구하는 원의 방정식은 $(x+1)^2+y^2=20$

158 원의 중심의 좌표는 $\left(\frac{-2+4}{2}, \frac{1+5}{2}\right)$, 즉 $(1, 3)$

반지름의 길이는 $\frac{1}{2}\sqrt{(4+2)^2+(5-1)^2}=\sqrt{13}$

따라서 $a=1$, $b=3$, $r^2=13$이므로

$a+b+r^2=17$

159 (1) $x^2+y^2+6x-7=0$에서

$(x+3)^2+y^2=16$

$\therefore \mathrm{C}(-3, 0)$, $r=4$

(2) $x^2+y^2+4y=0$에서

$x^2+(y+2)^2=4$

$\therefore \mathrm{C}(0, -2)$, $r=2$

(3) $x^2+y^2+4x-2y+4=0$에서

$(x+2)^2+(y-1)^2=1$

$\therefore \mathrm{C}(-2, 1)$, $r=1$

(4) $x^2+y^2+4x-6y-3=0$에서

$(x+2)^2+(y-3)^2=16$

$\therefore \mathrm{C}(-2, 3)$, $r=4$

160 $x^2+y^2+6x-4y+12=0$에서

$(x+3)^2+(y-2)^2=1$

즉, 원의 중심의 좌표는 $(-3, 2)$이므로 반지름의 길이를 r라 하면 원의 방정식은

$(x+3)^2+(y-2)^2=r^2$

이 원이 점 $(-2, 0)$을 지나므로

$1^2+(-2)^2=r^2$, $r^2=5$ $\quad\therefore r=\sqrt{5}$ $(\because r>0)$

따라서 구하는 원의 반지름의 길이는 $\sqrt{5}$이다.

161 (1) $>$, $<$

(2) $x^2+y^2-4x+2y-a+2=0$에서

$(x-2)^2+(y+1)^2=a+3$

이 방정식이 원을 나타내려면 $a+3>0$ $\quad\therefore a>-3$

(3) $x^2+y^2+8y+3a+1=0$에서

$x^2+(y+4)^2=15-3a$

이 방정식이 원을 나타내려면 $15-3a>0$ $\quad\therefore a<5$

(4) $x^2+y^2-2x-4y+a-1=0$에서

$(x-1)^2+(y-2)^2=6-a$

이 방정식이 원을 나타내려면 $6-a>0$ $\quad\therefore a<6$

162 $x^2+y^2-2x-4y+k=0$에서

$(x-1)^2+(y-2)^2=5-k$

이 방정식이 원을 나타내려면 $5-k>0$ $\quad\therefore k<5$

따라서 구하는 자연수 k는 1, 2, 3, 4의 4개이다.

163 원의 방정식을 $x^2+y^2+Ax+By+C=0$으로 놓고 주어진 세 점의 좌표를 각각 대입하여 정리하면

(1) $(0, 0) \Rightarrow C=0$ …… ㉠

$(5, 0) \Rightarrow 5A+C=-25$ …… ㉡

$(0, -4) \Rightarrow -4B+C=-16$ …… ㉢

㉠을 ㉡과 ㉢에 대입하여 정리하면 $A=-5$, $B=4$

따라서 구하는 원의 방정식은 $x^2+y^2-5x+4y=0$

(2) $(0, 0) \Rightarrow C=0$ …… ㉠

$(1, -1) \Rightarrow A-B+C=-2$ …… ㉡

$(3, 1) \Rightarrow 3A+B+C=-10$ …… ㉢

㉠을 ㉡과 ㉢에 대입하면

$A-B=-2$, $3A+B=-10$

위의 두 식을 연립하여 풀면 $A=-3$, $B=-1$

따라서 구하는 원의 방정식은 $x^2+y^2-3x-y=0$

(3) $(-1, 0) \Rightarrow -A+C=-1$ …… ㉠

$(0, 2) \Rightarrow 2B+C=-4$ …… ㉡

$(2, 1) \Rightarrow 2A+B+C=-5$ …… ㉢

㉠에서 $C=A-1$이고, 이를 ㉡과 ㉢에 대입하여 정리하면

$A+2B=-3$, $3A+B=-4$

위의 두 식을 연립하여 풀면 $A=-1$, $B=-1$

이때, $C=A-1$이므로 $C=-2$

따라서 구하는 원의 방정식은 $x^2+y^2-x-y-2=0$

(4) $(0, 1) \Rightarrow B+C=-1$ …… ㉠

$(-1, 4) \Rightarrow -A+4B+C=-17$ …… ㉡

$(1, 0) \Rightarrow A+C=-1$ …… ㉢

㉠에서 $C=-B-1$이고, 이를 ㉡과 ㉢에 대입하여 정리하면

$A-3B=16$, $A-B=0$

위의 두 식을 연립하여 풀면 $A=-8$, $B=-8$

이때, $C=-B-1$이므로 $C=7$

따라서 구하는 원의 방정식은 $x^2+y^2-8x-8y+7=0$

164 원의 방정식을 $x^2+y^2+Ax+By+C=0$으로 놓고
주어진 세 점의 좌표를 각각 대입하여 정리하면
$(0, 0) \Rightarrow C=0$ …… ㉠
$(2, 4) \Rightarrow 2A+4B+C=-20$ …… ㉡
$(1, 1) \Rightarrow A+B+C=-2$ …… ㉢
㉠을 ㉡과 ㉢에 대입하면
$A+2B=-10$, $A+B=-2$
위의 두 식을 연립하여 풀면 $A=6$, $B=-8$
따라서 구하는 원의 방정식은
$x^2+y^2+6x-8y=0$, 즉 $(x+3)^2+(y-4)^2=25$
$\therefore a+b+r=-3+4+5=6$

165 (1) 중심이 점 $(2, 3)$인 원이 x축에 접하므로 반지름의 길이는 3이다.
$\therefore (x-2)^2+(y-3)^2=9$
(2) 중심이 점 $(-3, 2)$인 원이 x축에 접하므로 반지름의 길이는 2이다.
$\therefore (x+3)^2+(y-2)^2=4$
(3) 중심이 점 $(-4, -2)$인 원이 x축에 접하므로 반지름의 길이는 2이다.
$\therefore (x+4)^2+(y+2)^2=4$

166 (1) $x^2+y^2-2x-4y+4-k^2=0$에서
$(x-1)^2+(y-2)^2=k^2+1$
이 원이 x축에 접하므로 반지름의 길이는 2이다.
즉, $k^2+1=2^2$이므로 $k^2=3$
$\therefore k=\sqrt{3}$ ($\because k>0$)
(2) $x^2+y^2-6x+4y+11-k^2=0$에서
$(x-3)^2+(y+2)^2=k^2+2$
이 원이 x축에 접하므로 반지름의 길이는 $|-2|=2$이다.
즉, $k^2+2=2^2$이므로 $k^2=2$
$\therefore k=\sqrt{2}$ ($\because k>0$)
(3) $x^2+y^2+kx+4y+9=0$에서
$\left(x+\frac{k}{2}\right)^2+(y+2)^2=\frac{k^2}{4}-5$
이 원이 x축에 접하므로 반지름의 길이는 $|-2|=2$이다.
즉, $\frac{k^2}{4}-5=2^2$이므로 $k^2=36$
$\therefore k=6$ ($\because k>0$)

167 (1) 중심이 점 $(1, -1)$인 원이 y축에 접하므로 반지름의 길이는 1이다.
$\therefore (x-1)^2+(y+1)^2=1$
(2) 중심이 점 $(3, -2)$인 원이 y축에 접하므로 반지름의 길이는 3이다.
$\therefore (x-3)^2+(y+2)^2=9$
(3) 중심이 점 $(-2, 1)$인 원이 y축에 접하므로 반지름의 길이는 $|-2|=2$이다.
$\therefore (x+2)^2+(y-1)^2=4$

168 (1) $x^2+y^2+2x+6y+14-k^2=0$에서
$(x+1)^2+(y+3)^2=k^2-4$
이 원이 y축에 접하므로 반지름의 길이는 $|-1|=1$이다.
즉, $k^2-4=1^2$이므로 $k^2=5$
$\therefore k=\sqrt{5}$ ($\because k>0$)
(2) $x^2+y^2-4x-2y+k^2=0$에서
$(x-2)^2+(y-1)^2=5-k^2$
이 원이 y축에 접하므로 반지름의 길이는 2이다.
즉, $5-k^2=2^2$이므로 $k^2=1$
$\therefore k=1$ ($\because k>0$)
(3) $x^2+y^2-4x+4ky+8=0$에서
$(x-2)^2+(y+2k)^2=4k^2-4$
이 원이 y축에 접하므로 반지름의 길이는 2이다.
즉, $4k^2-4=2^2$이므로 $k^2=2$
$\therefore k=\sqrt{2}$ ($\because k>0$)

169 중심이 점 $(2, 4)$인 원이 y축에 접하므로 반지름의 길이는 2이다.
$\therefore (x-2)^2+(y-4)^2=4$
즉, $x^2+y^2-4x-8y+16=0$이므로 $a=-8$, $b=16$
$\therefore a+b=8$

170 (1) 원의 중심이 제2사분면 위에 있고 반지름의 길이가 3이므로 중심의 좌표는 $(-3, 3)$이다.
$\therefore (x+3)^2+(y-3)^2=9$
(2) 원의 중심이 제3사분면 위에 있고 반지름의 길이가 1이므로 중심의 좌표는 $(-1, -1)$이다.
$\therefore (x+1)^2+(y+1)^2=1$

171 (1) $4a^2+b-8$, 1, 8
(2) $x^2+y^2-6x+2ay+10-b=0$에서
$(x-3)^2+(y+a)^2=a^2+b-1$
이 원이 x축과 y축에 동시에 접하므로
$a^2+b-1=|3|^2=|-a|^2$
$\therefore a=3$, $b=1$ ($\because a>0$)
(3) $x^2+y^2+8x+4ay+23-b=0$에서
$(x+4)^2+(y+2a)^2=4a^2+b-7$
이 원이 x축과 y축에 동시에 접하므로
$4a^2+b-7=|-4|^2=|-2a|^2$
$\therefore a=2$, $b=7$ ($\because a>0$)

172 (1) (i) 원의 중심이 제1사분면 위에 있어야 하므로 원의 반지름의 길이를 r라 하면 원의 방정식은
$(x-r)^2+(y-r)^2=r^2$
(ii) 이 원이 점 $(1, 2)$를 지나므로
$(1-r)^2+(2-r)^2=r^2$, $r^2-6r+5=0$
$(r-1)(r-5)=0$ $\quad\therefore r=1$ 또는 $r=5$
따라서 두 원의 중심의 좌표는 각각 $(1, 1)$, $(5, 5)$이다.
(iii) 두 원의 중심 사이의 거리는
$\sqrt{(5-1)^2+(5-1)^2}=4\sqrt{2}$

(2) 원의 중심이 제2사분면 위에 있어야 하므로 원의 반지름의 길이를 r라 하면 원의 방정식은

$(x+r)^2+(y-r)^2=r^2$

이 원이 점 $(-4,\ 2)$를 지나므로

$(-4+r)^2+(2-r)^2=r^2,\ r^2-12r+20=0$

$(r-2)(r-10)=0 \qquad \therefore r=2$ 또는 $r=10$

따라서 두 원의 중심의 좌표는 각각 $(-2,\ 2)$, $(-10,\ 10)$이므로 두 원의 중심 사이의 거리는

$\sqrt{(-10+2)^2+(10-2)^2}=8\sqrt{2}$

(3) 원의 중심이 제4사분면 위에 있어야 하므로 원의 반지름의 길이를 r라 하면 원의 방정식은

$(x-r)^2+(y+r)^2=r^2$

이 원이 점 $(6,\ -3)$을 지나므로

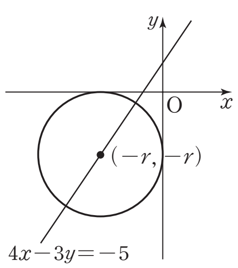
$(6-r)^2+(-3+r)^2=r^2,\ r^2-18r+45=0$

$(r-3)(r-15)=0 \qquad \therefore r=3$ 또는 $r=15$

따라서 두 원의 중심의 좌표는 각각 $(3,\ -3)$, $(15,\ -15)$이므로 두 원의 중심 사이의 거리는

$\sqrt{(15-3)^2+(-15+3)^2}=12\sqrt{2}$

173 원의 중심이 제3사분면 위에 있으므로 원의 반지름의 길이를 r라 하면 원의 중심의 좌표는 $(-r,\ -r)$이다.



이때, 중심 $(-r,\ -r)$가 직선 $4x-3y=-5$ 위의 점이므로

$-4r+3r=-5 \qquad \therefore r=5$

따라서 원의 둘레의 길이는

$2\pi\cdot 5=10\pi$

174 (1) $-\frac{1}{3},\ -\frac{1}{3},\ 3,\ 4$

(2) 두 원의 교점을 지나는 원의 방정식은

$x^2+y^2-4+k(x^2+y^2-6x-8y-8)=0 \qquad \cdots\cdots$ ㉠

이 원이 점 $\mathrm{A}(-1,\ 0)$을 지나므로

$1-4+k(1+6-8)=0 \qquad \therefore k=-3$

$k=-3$을 ㉠에 대입하여 정리하면

$-2x^2-2y^2+18x+24y+20=0$

$\therefore x^2+y^2-9x-12y-10=0$

(3) 두 원의 교점을 지나는 원의 방정식은

$x^2+y^2-25+k\{(x-1)^2+(y-2)^2-11\}=0 \qquad \cdots\cdots$ ㉠

이 원이 점 $\mathrm{A}(1,\ 3)$을 지나므로

$1+9-25+k(1-11)=0 \qquad \therefore k=-\frac{3}{2}$

$k=-\frac{3}{2}$을 ㉠에 대입하여 정리하면

$-x^2-y^2+6x+12y-32=0$

$\therefore x^2+y^2-6x-12y+32=0$

(4) 두 원의 교점을 지나는 원의 방정식은

$x^2+y^2-4x+6y-12+k(x^2+y^2+4x-8y-28)=0 \cdots$ ㉠

이 원이 점 $\mathrm{A}(0,\ 5)$를 지나므로

$25+30-12+k(25-40-28)=0 \qquad \therefore k=1$

$k=1$을 ㉠에 대입하여 정리하면

$2x^2+2y^2-2y-40=0$

$\therefore x^2+y^2-y-20=0$

175 (1) $x^2+y^2-1-(x^2+y^2-2x-2y)=0$

$\therefore 2x+2y-1=0$

(2) $x^2+y^2+2x-1-(x^2+y^2-2x+4y)=0$

$\therefore 4x-4y-1=0$

(3) $x^2+y^2+6x+2y-(x^2+y^2-2x+3y)=0$

$\therefore 8x-y=0$

176 (1) 두 원의 교점을 지나는 직선의 방정식은

$x^2+y^2+2x-8y-(x^2+y^2-4)=0$

$2x-8y+4=0 \qquad \therefore y=\frac{1}{4}x+\frac{1}{2}$

이 직선에 수직인 직선의 기울기는 -4이므로

기울기가 -4이고 점 $(1,\ -2)$를 지나는 직선의 방정식은

$y-(-2)=-4(x-1) \qquad \therefore y=-4x+2$

(2) 두 원의 교점을 지나는 직선의 방정식은

$x^2+y^2+x-(x^2+y^2-2x+y)=0$

$3x-y=0 \qquad \therefore y=3x$

이 직선에 수직인 직선의 기울기는 $-\frac{1}{3}$이므로

기울기가 $-\frac{1}{3}$이고 점 $(2,\ 3)$을 지나는 직선의 방정식은

$y-3=-\frac{1}{3}(x-2) \qquad \therefore y=-\frac{1}{3}x+\frac{11}{3}$

177 (1) (i) 두 원의 공통현 AB의 방정식은 '

$x^2+y^2-10-(x^2+y^2-8x-6y+10)=0$

$8x+6y-20=0 \qquad \therefore 4x+3y-10=0$

(ii) 원 O의 중심 $(0,\ 0)$과 공통현 AB 사이의 거리는

$\frac{|-10|}{\sqrt{4^2+3^2}}=2$

(iii) 원 O의 반지름의 길이가 $\sqrt{10}$이므로

$\overline{\mathrm{AB}}=2\sqrt{(\sqrt{10})^2-2^2}=2\sqrt{6}$

(2) 두 원의 공통현 AB의 방정식은

$x^2+y^2-4-(x^2+y^2-4x+3y+1)=0$

$\therefore 4x-3y-5=0$

원 O의 중심 $(0,\ 0)$과 공통현 AB 사이의 거리는

$\frac{|-5|}{\sqrt{4^2+(-3)^2}}=1$

이때, 원 O의 반지름의 길이가 2이므로

$\overline{\mathrm{AB}}=2\sqrt{2^2-1^2}=2\sqrt{3}$

(3) 두 원의 공통현 AB의 방정식은

$x^2+y^2-2-\{(x-1)^2+(y+2)^2-5\}=0$

$2x-4y-2=0 \qquad \therefore x-2y-1=0$

원 O의 중심 $(0, 0)$과 공통현 AB 사이의 거리는

$\dfrac{|-1|}{\sqrt{1^2+(-2)^2}}=\dfrac{1}{\sqrt{5}}$

이때, 원 O의 반지름의 길이가 $\sqrt{2}$이므로

$\overline{AB}=2\sqrt{(\sqrt{2})^2-\left(\dfrac{1}{\sqrt{5}}\right)^2}=\dfrac{6\sqrt{5}}{5}$

178 (1) $x^2+y^2+2x+2y-2=0$에서

$(x+1)^2+(y+1)^2=4$이므로 반지름의 길이는 2이다.

한편, 두 원의 공통현 AB의 방정식은

$x^2+y^2+2x+2y-2-(x^2+y^2-2x-2y+k)=0$

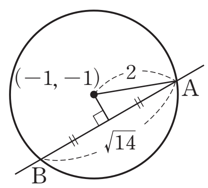
$\therefore 4x+4y-k-2=0$

원 $x^2+y^2+2x+2y-2=0$의 중심 $(-1, -1)$과 공통현 사이의 거리는

$\dfrac{|-k-10|}{\sqrt{4^2+4^2}}=\dfrac{|k+10|}{4\sqrt{2}}$

$\overline{AB}$의 길이가 $\sqrt{14}$이므로

$\overline{AB}=2\sqrt{2^2-\left(\dfrac{|k+10|}{4\sqrt{2}}\right)^2}=\sqrt{14}$



양변을 제곱하면

$4\left(4-\dfrac{(k+10)^2}{32}\right)=14$

$(k+10)^2=16,\ k^2+20k+84=0$

$(k+6)(k+14)=0$

$\therefore k=-6$ 또는 $k=-14$

(2) $x^2+y^2-2y-2=0$에서

$x^2+(y-1)^2=3$이므로 반지름의 길이는 $\sqrt{3}$이다.

한편, 두 원의 공통현 AB의 방정식은

$x^2+y^2-2y-2-(x^2+y^2-2x-4y+k)=0$

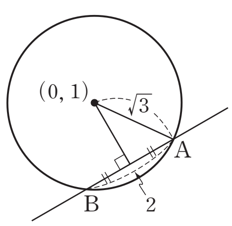
$\therefore 2x+2y-k-2=0$

원 $x^2+y^2-2y-2=0$의 중심 $(0, 1)$과 공통현 사이의 거리는

$\dfrac{|2-k-2|}{\sqrt{2^2+2^2}}=\dfrac{|k|}{2\sqrt{2}}$

$\overline{AB}$의 길이가 2이므로

$\overline{AB}=2\sqrt{(\sqrt{3})^2-\left(\dfrac{|k|}{2\sqrt{2}}\right)^2}=2$



양변을 제곱하면

$4\left(3-\dfrac{k^2}{8}\right)=4$

$k^2-16=0,\ (k+4)(k-4)=0$

$\therefore k=-4$ 또는 $k=4$

(3) $x^2+y^2-2x+4y+1=0$에서

$(x-1)^2+(y+2)^2=4$이므로 반지름의 길이는 2이다.

한편, 두 원의 공통현 AB의 방정식은

$x^2+y^2-2x+4y+1-(x^2+y^2-6x+k)=0$

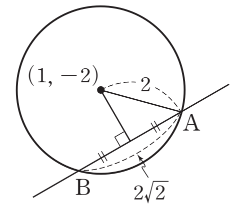
$\therefore 4x+4y-k+1=0$

원 $x^2+y^2-2x+4y+1=0$의 중심 $(1, -2)$와 공통현 사이의 거리는

$\dfrac{|4-8-k+1|}{\sqrt{4^2+4^2}}=\dfrac{|k+3|}{4\sqrt{2}}$

$\overline{AB}$의 길이가 $2\sqrt{2}$이므로

$\overline{AB}=2\sqrt{2^2-\left(\dfrac{|k+3|}{4\sqrt{2}}\right)^2}=2\sqrt{2}$



양변을 제곱하면

$4\left(4-\dfrac{(k+3)^2}{32}\right)=8,\ (k+3)^2=64$

$k^2+6k-55=0,\ (k+11)(k-5)=0$

$\therefore k=-11$ 또는 $k=5$

179 $x^2+y^2-2x-4y+4=0$에서

$(x-1)^2+(y-2)^2=1$이므로 반지름의 길이는 1이다.

한편, 두 원의 공통현의 방정식은

$x^2+y^2-2x-4y+4-(x^2+y^2-6x-y+k)=0$

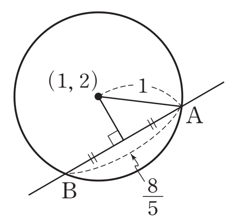
$\therefore 4x-3y-k+4=0$

원 $x^2+y^2-2x-4y+4=0$의 중심 $(1, 2)$와 공통현 $4x-3y-k+4=0$ 사이의 거리는

$\dfrac{|4-6-k+4|}{\sqrt{4^2+(-3)^2}}=\dfrac{|-k+2|}{5}$

공통현의 길이가 $\dfrac{8}{5}$이므로

$2\sqrt{1^2-\left(\dfrac{|-k+2|}{5}\right)^2}=\dfrac{8}{5}$



양변을 제곱하면

$4\left(1-\dfrac{(k-2)^2}{25}\right)=\dfrac{64}{25}$

$(k-2)^2=9,\ k^2-4k-5=0$

따라서 근과 계수의 관계에 의하여 모든 k의 값의 합은 4이다.

180 (1) $>$, 서로 다른 두 점에서

(2) $y=2x+3$을 $x^2+y^2=1$에 대입하여 정리하면

$5x^2+12x+8=0$

이 이차방정식의 판별식을 D라 하면

$\dfrac{D}{4}=6^2-5\cdot 8=-4<0$

따라서 원과 직선은 만나지 않는다.

(3) $x+y-4=0$, 즉 $y=-x+4$를

$x^2+y^2-3x+y-2=0$에 대입하여 정리하면

$x^2-6x+9=0$

이 이차방정식의 판별식을 D라 하면

$\dfrac{D}{4}=3^2-1\cdot 9=0$

따라서 원과 직선은 한 점에서 만난다.(접한다.)

(4) $x-2y+2=0$, 즉 $y=\frac{1}{2}x+1$을

$x^2+y^2+2x-4y-4=0$에 대입하여 정리하면

$5x^2+4x-28=0$

이 이차방정식의 판별식을 D라 하면

$\frac{D}{4}=2^2-5\cdot(-28)=144>0$

따라서 원과 직선은 서로 다른 두 점에서 만난다.

181 (1) (i) $y=2x+k$를 $x^2+y^2=5$에 대입하여 정리하면

$5x^2+4kx+k^2-5=0$

(ii) (i)에서 구한 이차방정식의 판별식을 D라 하면 원과 직선이 서로 다른 두 점에서 만나므로

$\frac{D}{4}=(2k)^2-5(k^2-5)>0$, $-k^2+25>0$

$(k+5)(k-5)<0$ $\qquad \therefore -5<k<5$

(2) $y=-x+k$를 $x^2+y^2=9$에 대입하여 정리하면

$2x^2-2kx+k^2-9=0$

이 이차방정식의 판별식을 D라 하면 원과 직선이 서로 다른 두 점에서 만나므로

$\frac{D}{4}=k^2-2(k^2-9)>0$, $-k^2+18>0$

$k^2-18<0$ $\qquad \therefore -3\sqrt{2}<k<3\sqrt{2}$

(3) $y=-2x-k$를 $x^2+y^2+6x-2y+5=0$에 대입하여 정리하면

$5x^2+2(2k+5)x+k^2+2k+5=0$

이 이차방정식의 판별식을 D라 하면 원과 직선이 서로 다른 두 점에서 만나므로

$\frac{D}{4}=(2k+5)^2-5(k^2+2k+5)>0$, $-k^2+10k>0$

$k(k-10)<0$ $\qquad \therefore 0<k<10$

182 중심의 좌표가 $(4, 0)$이고 반지름의 길이가 4인 원의 방정식은

$(x-4)^2+y^2=16$

$y=mx+2$를 $(x-4)^2+y^2=16$에 대입하여 정리하면

$(m^2+1)x^2+2(2m-4)x+4=0$

이 이차방정식의 판별식을 D라 하면 원과 직선이 서로 다른 두 점에서 만나므로

$\frac{D}{4}=(2m-4)^2-4(m^2+1)>0$, $-16m+12>0$

$\therefore m<\frac{3}{4}$

183 (1) $y=x+k$를 $x^2+y^2=1$에 대입하여 정리하면

$2x^2+2kx+k^2-1=0$

이 이차방정식의 판별식을 D라 하면 원과 직선이 접하므로

$\frac{D}{4}=k^2-2(k^2-1)=0$, $-k^2+2=0$

$k^2=2$ $\qquad \therefore k=\pm\sqrt{2}$

(2) $y=-2x+k$를 $x^2+y^2=8$에 대입하여 정리하면

$5x^2-4kx+k^2-8=0$

이 이차방정식의 판별식을 D라 하면 원과 직선이 접하므로

$\frac{D}{4}=(2k)^2-5(k^2-8)=0$, $-k^2+40=0$

$k^2=40$ $\qquad \therefore k=\pm2\sqrt{10}$

(3) $y=x+k$를 $(x+1)^2+(y-2)^2=2$에 대입하여 정리하면

$2x^2+2(k-1)x+k^2-4k+3=0$

이 이차방정식의 판별식을 D라 하면 원과 직선이 접하므로

$\frac{D}{4}=(k-1)^2-2(k^2-4k+3)=0$, $-k^2+6k-5=0$

$k^2-6k+5=0$, $(k-1)(k-5)=0$

$\therefore k=1$ 또는 $k=5$

184 (1) $y=x+k$를 $x^2+y^2=2$에 대입하여 정리하면

$2x^2+2kx+k^2-2=0$

이 이차방정식의 판별식을 D라 하면 원과 직선이 만나지 않으므로

$\frac{D}{4}=k^2-2(k^2-2)<0$, $-k^2+4<0$

$k^2-4>0$, $(k+2)(k-2)>0$

$\therefore k<-2$ 또는 $k>2$

(2) $y=-2x+k$를 $x^2+y^2=4$에 대입하여 정리하면

$5x^2-4kx+k^2-4=0$

이 이차방정식의 판별식을 D라 하면 원과 직선이 만나지 않으므로

$\frac{D}{4}=(2k)^2-5(k^2-4)<0$, $-k^2+20<0$

$k^2-20>0$ $\qquad \therefore k<-2\sqrt{5}$ 또는 $k>2\sqrt{5}$

(3) $y=-x+k$를 $x^2+y^2-2x-2y=0$에 대입하여 정리하면

$2x^2-2kx+k^2-2k=0$

이 이차방정식의 판별식을 D라 하면 원과 직선이 만나지 않으므로

$\frac{D}{4}=k^2-2(k^2-2k)<0$, $-k^2+4k<0$

$k^2-4k>0$, $k(k-4)>0$

$\therefore k<0$ 또는 $k>4$

185 (1) (i) 원의 중심 $(0, 0)$과 직선 $3x+4y+k=0$ 사이의 거리는

$\frac{|k|}{\sqrt{3^2+4^2}}=\frac{|k|}{5}$

(ii) 원의 반지름의 길이가 2이므로 원과 직선이 서로 다른 두 점에서 만나려면

$\frac{|k|}{5}<2$, $|k|<10$

$\therefore -10<k<10$

(2) 원의 중심 $(2,\ 0)$과 직선 $y=-x+k$, 즉 $x+y-k=0$ 사이의 거리는

$$\frac{|2-k|}{\sqrt{1^2+1^2}}=\frac{|2-k|}{\sqrt{2}}$$

원의 반지름의 길이가 $\sqrt{2}$이므로 원과 직선이 서로 다른 두 점에서 만나려면

$$\frac{|2-k|}{\sqrt{2}}<\sqrt{2},\ |2-k|<2$$

$-2<2-k<2 \qquad \therefore\ 0<k<4$

(3) $x^2+y^2-6x-4y+8=0$에서 $(x-3)^2+(y-2)^2=5$

원의 중심 $(3,\ 2)$와 직선 $y=2x+k$, 즉 $2x-y+k=0$ 사이의 거리는

$$\frac{|6-2+k|}{\sqrt{2^2+(-1)^2}}=\frac{|4+k|}{\sqrt{5}}$$

원의 반지름의 길이가 $\sqrt{5}$이므로 원과 직선이 서로 다른 두 점에서 만나려면

$$\frac{|4+k|}{\sqrt{5}}<\sqrt{5},\ |4+k|<5$$

$-5<4+k<5 \qquad \therefore\ -9<k<1$

186 원의 중심 $(0,\ 0)$과 직선 $\sqrt{3}x-y+k=0$ 사이의 거리는

$$\frac{|k|}{\sqrt{(\sqrt{3})^2+(-1)^2}}=\frac{|k|}{2}$$

원의 반지름의 길이가 3이므로 원과 직선이 서로 다른 두 점에서 만나려면

$$\frac{|k|}{2}<3,\ |k|<6 \qquad \therefore\ -6<k<6$$

따라서 정수 k의 최댓값은 5이다.

187 (1) 원의 중심 $(0,\ 0)$과 직선 $x-y+k=0$ 사이의 거리는

$$\frac{|k|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}}=\frac{|k|}{\sqrt{2}}$$

원의 반지름의 길이가 2이므로 원과 직선이 접하려면

$$\frac{|k|}{\sqrt{2}}=2,\ |k|=2\sqrt{2} \qquad \therefore\ k=\pm 2\sqrt{2}$$

(2) 원의 중심 $(0,\ 0)$과 직선 $3x-y+k=0$ 사이의 거리는

$$\frac{|k|}{\sqrt{3^2+(-1)^2}}=\frac{|k|}{\sqrt{10}}$$

원의 반지름의 길이가 $\sqrt{10}$이므로 원과 직선이 접하려면

$$\frac{|k|}{\sqrt{10}}=\sqrt{10},\ |k|=10 \qquad \therefore\ k=\pm 10$$

(3) $x^2+y^2-4x+2y=0$에서 $(x-2)^2+(y+1)^2=5$

원의 중심 $(2,\ -1)$과 직선 $2x+y+k=0$ 사이의 거리는

$$\frac{|4-1+k|}{\sqrt{2^2+1^2}}=\frac{|3+k|}{\sqrt{5}}$$

원의 반지름의 길이가 $\sqrt{5}$이므로 원과 직선이 접하려면

$$\frac{|3+k|}{\sqrt{5}}=\sqrt{5},\ |3+k|=5$$

$3+k=\pm 5 \qquad \therefore\ k=2$ 또는 $k=-8$

188 (1) 원의 중심 $(0,\ 0)$과 직선 $x-y+k=0$ 사이의 거리는

$$\frac{|k|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}}=\frac{|k|}{\sqrt{2}}$$

반지름의 길이가 $\sqrt{2}$이므로 원과 직선이 만나지 않으려면

$$\frac{|k|}{\sqrt{2}}>\sqrt{2},\ |k|>2 \qquad \therefore\ k<-2 \text{ 또는 } k>2$$

(2) 원의 중심 $(0,\ 0)$과 직선 $3x-4y+k=0$ 사이의 거리는

$$\frac{|k|}{\sqrt{3^2+(-4)^2}}=\frac{|k|}{5}$$

반지름의 길이가 3이므로 원과 직선이 만나지 않으려면

$$\frac{|k|}{5}>3,\ |k|>15 \qquad \therefore\ k<-15 \text{ 또는 } k>15$$

(3) $x^2+y^2-4x+6y+11=0$에서 $(x-2)^2+(y+3)^2=2$

원의 중심 $(2,\ -3)$과 직선 $x+y-k=0$ 사이의 거리는

$$\frac{|2-3-k|}{\sqrt{1^2+1^2}}=\frac{|k+1|}{\sqrt{2}}$$

반지름의 길이가 $\sqrt{2}$이므로 원과 직선이 만나지 않으려면

$$\frac{|k+1|}{\sqrt{2}}>\sqrt{2},\ |k+1|>2$$

$k+1<-2$ 또는 $k+1>2 \qquad \therefore\ k<-3$ 또는 $k>1$

189 (1) (i) 원의 중심 $(0,\ 0)$과 직선 $2x-y-5=0$ 사이의 거리는

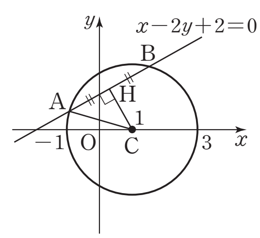
$$\overline{OH}=\frac{|-5|}{\sqrt{2^2+(-1)^2}}=\frac{5}{\sqrt{5}}=\sqrt{5}$$

(ii) 직각삼각형 OAH에서 $\overline{OA}=5$이므로

$$\overline{AH}=\sqrt{5^2-(\sqrt{5})^2}=2\sqrt{5}$$

(iii) $\overline{AB}=2\overline{AH}=4\sqrt{5}$

(2) 오른쪽 그림과 같이 주어진 원과 직선의 교점을 A, B, 원의 중심 C$(1,\ 0)$에서 직선 $x-2y+2=0$에 내린 수선의 발을 H라 하면



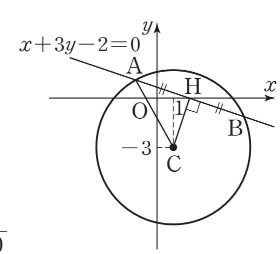
$$\overline{CH}=\frac{|1-0+2|}{\sqrt{1^2+(-2)^2}}=\frac{3}{\sqrt{5}}$$

직각삼각형 CAH에서 $\overline{CA}=2$이므로

$$\overline{AH}=\sqrt{2^2-\left(\frac{3}{\sqrt{5}}\right)^2}=\sqrt{\frac{11}{5}}=\frac{\sqrt{55}}{5}$$

따라서 구하는 현의 길이는 $\overline{AB}=2\overline{AH}=\dfrac{2\sqrt{55}}{5}$

(3) 오른쪽 그림과 같이 주어진 원과 직선의 교점을 A, B, 원의 중심 C$(1,\ -3)$에서 직선 $x+3y-2=0$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$$\overline{CH}=\frac{|1-9-2|}{\sqrt{1^2+3^2}}=\frac{10}{\sqrt{10}}=\sqrt{10}$$

직각삼각형 CAH에서 $\overline{CA}=5$이므로

$$\overline{AH}=\sqrt{5^2-(\sqrt{10})^2}=\sqrt{15}$$

따라서 구하는 현의 길이는 $\overline{AB}=2\overline{AH}=2\sqrt{15}$

190 (1) (i) $\overline{AH}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{d}{2}=\sqrt{2}$

(ii) 직각삼각형 OAH에서 $\overline{OA}=2$이므로

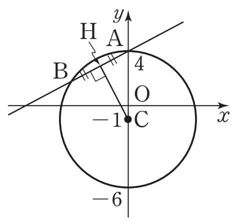
$\overline{OH}=\sqrt{2^2-(\sqrt{2})^2}=\sqrt{2}$ …… ㉠

(iii) 원의 중심 $(0, 0)$과 직선 $x-y+k=0$ 사이의 거리는

$\overline{OH}=\frac{|k|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}}=\frac{|k|}{\sqrt{2}}$ …… ㉡

㉠, ㉡에서 $\frac{|k|}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$, $|k|=2$ $\quad\therefore k=2\ (\because k>0)$

(2) 오른쪽 그림과 같이 주어진 원과 직선의 교점을 A, B, 원의 중심 $\mathrm{C}(0,\ -1)$에서 직선 $y=kx+4$, 즉 $kx-y+4=0$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{AH}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{d}{2}=3$

직각삼각형 CAH에서 $\overline{CA}=5$이므로

$\overline{CH}=\sqrt{5^2-3^2}=\sqrt{16}=4$ …… ㉠

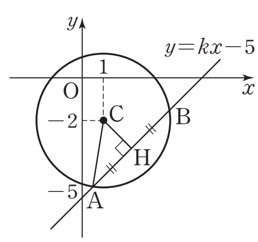
점 $\mathrm{C}(0, -1)$과 직선 $kx-y+4=0$ 사이의 거리는

$\overline{CH}=\frac{|0+1+4|}{\sqrt{k^2+(-1)^2}}=\frac{5}{\sqrt{k^2+1}}$ …… ㉡

㉠, ㉡에서 $\frac{5}{\sqrt{k^2+1}}=4$, $16(k^2+1)=25$

$k^2=\frac{9}{16}$ $\quad\therefore k=\frac{3}{4}\ (\because k>0)$

(3) 오른쪽 그림과 같이 주어진 원과 직선의 교점을 A, B, 원의 중심 $\mathrm{C}(1,\ -2)$에서 직선 $y=kx-5$, 즉 $kx-y-5=0$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{AH}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{d}{2}=\sqrt{6}$

직각삼각형 CAH에서 $\overline{CA}=2\sqrt{2}$이므로

$\overline{CH}=\sqrt{(2\sqrt{2})^2-(\sqrt{6})^2}=\sqrt{2}$ …… ㉠

점 $\mathrm{C}(1, -2)$와 직선 $kx-y-5=0$ 사이의 거리는

$\overline{CH}=\frac{|k+2-5|}{\sqrt{k^2+(-1)^2}}=\frac{|k-3|}{\sqrt{k^2+1}}$ …… ㉡

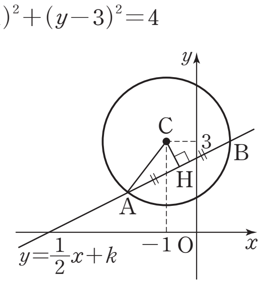
㉠, ㉡에서 $\frac{|k-3|}{\sqrt{k^2+1}}=\sqrt{2}$

$2(k^2+1)=(k-3)^2$, $k^2+6k-7=0$

$(k-1)(k+7)=0$ $\quad\therefore k=1\ (\because k>0)$

191 $x^2+y^2+2x-6y+6=0$에서 $(x+1)^2+(y-3)^2=4$

오른쪽 그림과 같이 원의 중심 $\mathrm{C}(-1, 3)$에서 직선 $y=\frac{1}{2}x+k$, 즉 $x-2y+2k=0$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{AH}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\sqrt{3}$

직각삼각형 CAH에서 $\overline{CA}=2$이므로

$\overline{CH}=\sqrt{2^2-(\sqrt{3})^2}=1$ …… ㉠

점 $\mathrm{C}(-1, 3)$과 직선 $x-2y+2k=0$ 사이의 거리는

$\overline{CH}=\frac{|-1-6+2k|}{\sqrt{1^2+(-2)^2}}=\frac{|2k-7|}{\sqrt{5}}$ …… ㉡

㉠, ㉡에서 $\frac{|2k-7|}{\sqrt{5}}=1$, $(2k-7)^2=5$

$4k^2-28k+44=0$, $k^2-7k+11=0$

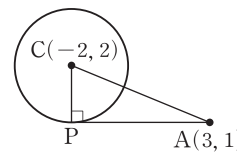
따라서 근과 계수의 관계에 의해 모든 실수 k의 값의 곱은 11이다.

192 (1) (i) $\overline{CA}=\sqrt{(5-1)^2+(4-1)^2}=5$

(ii) 직각삼각형 CAP에서 $\overline{CP}=3$이므로

$\overline{PA}=\sqrt{5^2-3^2}=4$

(2) 오른쪽 그림에서



$\overline{CA}=\sqrt{(3+2)^2+(1-2)^2}$

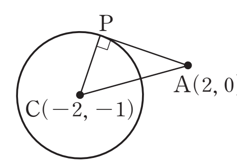
$=\sqrt{26}$

직각삼각형 CAP에서 $\overline{CP}=1$이므로

$\overline{PA}=\sqrt{(\sqrt{26})^2-1^2}=5$

(3) $x^2+y^2+4x+2y+1=0$에서 $(x+2)^2+(y+1)^2=4$

오른쪽 그림에서



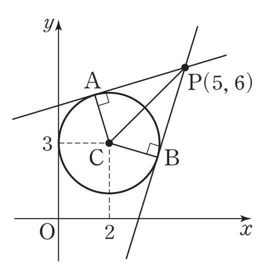
$\overline{CA}=\sqrt{(2+2)^2+(0+1)^2}$

$=\sqrt{17}$

직각삼각형 CAP에서 $\overline{CP}=2$이므로

$\overline{PA}=\sqrt{(\sqrt{17})^2-2^2}=\sqrt{13}$

193 오른쪽 그림에서 삼각형 CPA가 직각삼각형이고



$\overline{CP}=\sqrt{(5-2)^2+(6-3)^2}=3\sqrt{2}$

$\overline{CA}=2$이므로

$\overline{AP}=\sqrt{(3\sqrt{2})^2-2^2}=\sqrt{14}$

이때, $\triangle CPA\equiv\triangle CPB$ (RHS 합동)이므로

$\square PACB=2\triangle CPA$

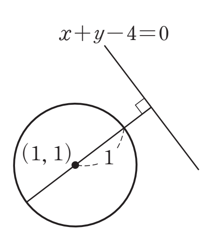
$=2\cdot\frac{1}{2}\cdot 2\cdot\sqrt{14}=2\sqrt{14}$

194 (1) 1, 1, 1

(2) $x^2+y^2-2x-2y+1=0$에서

$(x-1)^2+(y-1)^2=1$

원의 중심 $(1, 1)$과 직선 $x+y-4=0$ 사이의 거리는



$\frac{|1+1-4|}{\sqrt{1^2+1^2}}=\frac{2}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$

이때, 원의 반지름의 길이가 1이므로 원 위의 점과 직선 사이의 거리의 최댓값은 $\sqrt{2}+1$, 최솟값은 $\sqrt{2}-1$

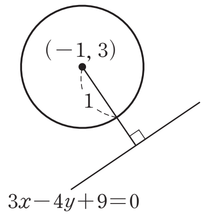
(3) $x^2+y^2+2x-6y+9=0$에서

$(x+1)^2+(y-3)^2=1$

원의 중심 $(-1, 3)$과 직선

$3x-4y+9=0$ 사이의 거리는

$\dfrac{|-3-12+9|}{\sqrt{3^2+(-4)^2}}=\dfrac{6}{5}$



이때, 원의 반지름의 길이가 1이므로

원 위의 점과 직선 사이의 거리의

최댓값은 $\dfrac{6}{5}+1=\dfrac{11}{5}$, 최솟값은 $\dfrac{6}{5}-1=\dfrac{1}{5}$

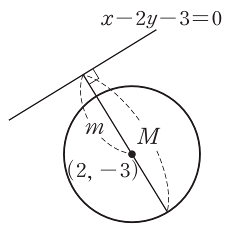
195 $x^2+y^2-4x+6y+9=0$에서

$(x-2)^2+(y+3)^2=4$

원의 중심 $(2, -3)$과

직선 $x-2y-3=0$ 사이의 거리는

$\dfrac{|2+6-3|}{\sqrt{1^2+(-2)^2}}=\dfrac{5}{\sqrt{5}}=\sqrt{5}$



이때, 원의 반지름의 길이가 2이므로

원 위의 점에서 직선 사이의 거리의

최댓값 M은 $\sqrt{5}+2$, 최솟값 m은 $\sqrt{5}-2$

$\therefore Mm=1$

196 r, r, $\pm r\sqrt{m^2+1}$, $mx\pm r\sqrt{m^2+1}$

197 (1) $\sqrt{5}$, 5

(2) $y=3x\pm 2\cdot\sqrt{3^2+1}$

$\therefore y=3x\pm 2\sqrt{10}$

(3) $y=-x\pm 3\cdot\sqrt{(-1)^2+1}$

$\therefore y=-x\pm 3\sqrt{2}$

(4) $y=\sqrt{3}x\pm 1\cdot\sqrt{(\sqrt{3})^2+1}$

$\therefore y=\sqrt{3}x\pm 2$

198 (1) $\sqrt{2}$, 2, -1, $-x-1$

(2) 구하는 직선의 방정식을 $y=x+n$이라 하면

원의 중심 $(-2, -3)$과 직선 $y=x+n$, 즉 $x-y+n=0$

사이의 거리가 반지름의 길이와 같으므로

$\dfrac{|-2+3+n|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}}=2\sqrt{2}$, $\dfrac{|n+1|}{\sqrt{2}}=2\sqrt{2}$

$|n+1|=4$ $\quad\therefore n=3$ 또는 $n=-5$

따라서 구하는 직선의 방정식은

$y=x+3$ 또는 $y=x-5$

(3) 구하는 직선의 방정식을 $y=-2x+n$이라 하면

원의 중심 $(1, 2)$와 직선 $y=-2x+n$, 즉 $2x+y-n=0$ 사이의 거리가 반지름의 길이와 같으므로

$\dfrac{|2+2-n|}{\sqrt{2^2+1^2}}=\sqrt{5}$, $\dfrac{|n-4|}{\sqrt{5}}=\sqrt{5}$

$|n-4|=5$ $\quad\therefore n=9$ 또는 $n=-1$

따라서 구하는 직선의 방정식은

$y=-2x+9$ 또는 $y=-2x-1$

199 $2x-y+1=0$에서 $y=2x+1$

이 직선에 평행하므로 구하는 직선의 방정식을 $y=2x+n$이라 하자. 원의 중심 $(2, 4)$와 직선 $y=2x+n$, 즉 $2x-y+n=0$ 사이의 거리가 반지름의 길이와 같으므로

$\dfrac{|4-4+n|}{\sqrt{2^2+(-1)^2}}=2$, $\dfrac{|n|}{\sqrt{5}}=2$, $|n|=2\sqrt{5}$ $\quad\therefore n=\pm 2\sqrt{5}$

따라서 구하는 직선의 방정식은 $y=2x\pm 2\sqrt{5}$

200 (1) 1, 3, 3

(2) $2\cdot x+(-2)\cdot y=8$ $\quad\therefore x-y-4=0$

(3) $(-2)\cdot x+0\cdot y=4$ $\quad\therefore x=-2$

(4) $1\cdot x+1\cdot y=2$ $\quad\therefore x+y-2=0$

(5) $2\cdot x+1\cdot y=5$ $\quad\therefore 2x+y-5=0$

201 원 $x^2+y^2=25$ 위의 점 $(-3, 4)$에서의 접선의 방정식은

$(-3)\cdot x+4\cdot y=25$ $\quad\therefore 3x-4y+25=0$

이 직선이 점 $(1, a)$를 지나므로

$3-4a+25=0$, $4a=28$ $\quad\therefore a=7$

202 (1) $\dfrac{1}{2}$, $\dfrac{1}{2}$, $\dfrac{1}{2}$, -1, $\dfrac{1}{2}$, 1

(2) 원의 중심 $(1, 1)$과 접점 $\mathrm{P}(-2, 2)$를 이은 직선의 기울기는

$\dfrac{2-1}{-2-1}=-\dfrac{1}{3}$이므로 이와 수직인 접선의 기울기는 3이다.

접선의 방정식을 $y=3x+a$라 하면 이 접선이 점 $\mathrm{P}(-2, 2)$를 지나므로

$2=3\cdot(-2)+a$ $\quad\therefore a=8$

따라서 접선의 방정식은 $y=3x+8$이다.

(3) 원의 중심 $(-1, 2)$와 접점 $\mathrm{P}(1, 3)$을 이은 직선의 기울기는

$\dfrac{3-2}{1-(-1)}=\dfrac{1}{2}$이므로 이와 수직인 접선의 기울기는 -2이다.

접선의 방정식을 $y=-2x+a$라 하면 이 접선이 점 $\mathrm{P}(1, 3)$을 지나므로

$3=-2\cdot 1+a$ $\quad\therefore a=5$

따라서 접선의 방정식은 $y=-2x+5$이다.

203 원의 중심 $(1, 2)$와 접점 $(2, 4)$를 이은 직선의 기울기는

$\dfrac{4-2}{2-1}=2$이므로 이와 수직인 접선의 기울기는 $-\dfrac{1}{2}$이다.

접선의 방정식을 $y=-\dfrac{1}{2}x+a$라 하면 이 접선이 점 $(2, 4)$를 지나므로

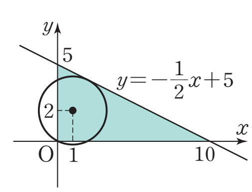
$4=-\dfrac{1}{2}\cdot 2+a$ $\quad\therefore a=5$

따라서 접선의 방정식은

$y=-\dfrac{1}{2}x+5$이므로 오른쪽

그림에서 구하는 넓이는

$\dfrac{1}{2}\cdot 10\cdot 5=25$



204 (1) (i) 접선의 기울기가 m이므로 접선의 방정식은

$y-(-1)=m(x-3)$ $\quad\therefore mx-y-3m-1=0$

(ii) 원의 중심 $(0, 0)$과 접선 $mx-y-3m-1=0$ 사이의 거리는 반지름의 길이 1과 같으므로

$\dfrac{|-3m-1|}{\sqrt{m^2+(-1)^2}}=1$, $|-3m-1|=\sqrt{m^2+1}$

양변을 제곱하여 정리하면

$4m^2+3m=0$, $m(4m+3)=0$

$\therefore m=0$ 또는 $m=-\dfrac{3}{4}$

(iii) 접선의 방정식은

$y=-1$ 또는 $3x+4y-5=0$

(2) (i) 접점이 (x_1, y_1)이므로 접선의 방정식은

$x_1x+y_1y=4$

(ii) 접선이 점 $(0, 4)$를 지나므로

$4y_1=4$ $\quad\therefore y_1=1$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠

또, 접점 (x_1, y_1)은 원 $x^2+y^2=4$ 위의 점이므로

$x_1^2+y_1^2=4$ $\quad\cdots\cdots$ ㉡

㉠을 ㉡에 대입하면

$x_1^2+1^2=4$, $x_1^2=3$ $\quad\therefore x_1=\pm\sqrt{3}$

(iii) 접선의 방정식은

$\sqrt{3}x+y-4=0$ 또는 $\sqrt{3}x-y+4=0$

(3) 접선의 기울기를 m이라 하면 접선의 방정식은

$y-(-1)=m\{x-(-3)\}$

$\therefore mx-y+3m-1=0$

원의 중심 $(0, 0)$과 접선 $mx-y+3m-1=0$ 사이의 거리는 반지름의 길이 $\sqrt{2}$와 같으므로

$\dfrac{|3m-1|}{\sqrt{m^2+(-1)^2}}=\sqrt{2}$, $|3m-1|=\sqrt{2m^2+2}$

양변을 제곱하여 정리하면

$7m^2-6m-1=0$, $(7m+1)(m-1)=0$

$\therefore m=-\dfrac{1}{7}$ 또는 $m=1$

따라서 접선의 방정식은

$x+7y+10=0$ 또는 $x-y+2=0$

다른 풀이

접점을 (x_1, y_1)으로 놓으면 접선의 방정식은 $x_1x+y_1y=2$

접선이 점 $(-3, -1)$을 지나므로

$-3x_1-y_1=2$ $\quad\therefore y_1=-3x_1-2$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠

또, 접점 (x_1, y_1)은 원 $x^2+y^2=2$ 위의 점이므로

$x_1^2+y_1^2=2$ $\quad\cdots\cdots$ ㉡

㉠을 ㉡에 대입하면

$x_1^2+(-3x_1-2)^2=2$, $5x_1^2+6x_1+1=0$

$(5x_1+1)(x_1+1)=0$ $\quad\therefore x_1=-\dfrac{1}{5}$ 또는 $x_1=-1$

$x_1=-\dfrac{1}{5}$일 때 $y_1=-\dfrac{7}{5}$이고, $x_1=-1$일 때 $y_1=1$이므로

구하는 접선의 방정식은

$x+7y+10=0$ 또는 $x-y+2=0$

(4) 접선의 기울기를 m이라 하면 접선의 방정식은

$y-(-2)=m(x-1)$

$\therefore mx-y-m-2=0$

원의 중심 $(0, 0)$과 접선 $mx-y-m-2=0$ 사이의 거리는 반지름의 길이 2와 같으므로

$\dfrac{|-m-2|}{\sqrt{m^2+(-1)^2}}=2$, $|-m-2|=2\sqrt{m^2+1}$

양변을 제곱하여 정리하면

$3m^2-4m=0$, $m(3m-4)=0$

$\therefore m=0$ 또는 $m=\dfrac{4}{3}$

따라서 접선의 방정식은

$y=-2$ 또는 $4x-3y-10=0$

(5) 접선의 기울기를 m이라 하면 접선의 방정식은

$y-5=m(x-2)$

$\therefore mx-y-2m+5=0$

원의 중심 $(-1, 3)$과 접선 $mx-y-2m+5=0$ 사이의 거리는 반지름의 길이 2와 같으므로

$\dfrac{|-m-3-2m+5|}{\sqrt{m^2+(-1)^2}}=2$, $|-3m+2|=\sqrt{4m^2+4}$

양변을 제곱하여 정리하면

$5m^2-12m=0$, $m(5m-12)=0$

$\therefore m=0$ 또는 $m=\dfrac{12}{5}$

따라서 접선의 방정식은

$y=5$ 또는 $12x-5y+1=0$

(6) 접선의 기울기를 m이라 하면 접선의 방정식은

$y-(-1)=m(x-0)$

$\therefore mx-y-1=0$

원의 중심 $(1, 2)$와 접선 $mx-y-1=0$ 사이의 거리는 반지름의 길이 $\sqrt{5}$와 같으므로

$\dfrac{|m-2-1|}{\sqrt{m^2+(-1)^2}}=\sqrt{5}$, $|m-3|=\sqrt{5m^2+5}$

양변을 제곱하여 정리하면

$2m^2+3m-2=0$, $(2m-1)(m+2)=0$

$\therefore m=\dfrac{1}{2}$ 또는 $m=-2$

따라서 접선의 방정식은

$x-2y-2=0$ 또는 $2x+y+1=0$

205 접선의 기울기를 m이라 하면 접선의 방정식은

$y-a=mx$ $\quad\therefore mx-y+a=0$

원의 중심 $(0, 0)$과 접선 $mx-y+a=0$ 사이의 거리는 반지름의 길이 $2\sqrt{2}$와 같으므로

$\dfrac{|a|}{\sqrt{m^2+(-1)^2}}=2\sqrt{2}$, $|a|=\sqrt{8m^2+8}$

양변을 제곱하여 정리하면

$m^2=\dfrac{a^2-8}{8}$ $\quad\therefore m=\pm\sqrt{\dfrac{a^2-8}{8}}$

이때, 두 접선의 기울기가 서로 수직이므로 두 직선의 기울기의 곱이 -1이다.

즉, $\sqrt{\frac{a^2-8}{8}}\cdot\left(-\sqrt{\frac{a^2-8}{8}}\right)=-1$에서

$\frac{a^2-8}{8}=1,\ a^2=16 \qquad \therefore a=4\ (\because a>0)$

206 (1) 2, 4, 2, 4, 1, 2, 2

(2) 원 위의 점을 $\mathrm{P}(a, b)$, $\overline{\mathrm{AP}}$의 중점의 좌표를 (x, y)라 하면

$x=\frac{-3+a}{2},\ y=\frac{2+b}{2} \qquad \therefore a=2x+3,\ b=2y-2$

점 $\mathrm{P}(a, b)$는 원 $x^2+y^2=12$ 위의 점이므로

$(2x+3)^2+(2y-2)^2=12 \qquad \therefore \left(x+\frac{3}{2}\right)^2+(y-1)^2=3$

(3) 원 위의 점을 $\mathrm{P}(a, b)$, $\overline{\mathrm{AP}}$의 중점의 좌표를 (x, y)라 하면

$x=\frac{6+a}{2},\ y=\frac{0+b}{2} \qquad \therefore a=2x-6,\ b=2y$

점 $\mathrm{P}(a, b)$는 원 $x^2+y^2=9$ 위의 점이므로

$(2x-6)^2+(2y)^2=9 \qquad \therefore (x-3)^2+y^2=\frac{9}{4}$

207 원 위의 점을 $\mathrm{P}(a, b)$, $\triangle\mathrm{ABP}$의 무게중심의 좌표를 (x, y)라 하면

$x=\frac{1+8+a}{3},\ y=\frac{6+0+b}{3} \qquad \therefore a=3x-9,\ b=3y-6$

점 $\mathrm{P}(a, b)$는 원 $x^2+y^2=9$ 위의 점이므로

$(3x-9)^2+(3y-6)^2=9 \qquad \therefore (x-3)^2+(y-2)^2=1$

208 (1) 2, 4, 4, 6, 27

(2) 점 P의 좌표를 (x, y)라 하면

$\overline{\mathrm{AP}}=\sqrt{x^2+(y-2)^2},\ \overline{\mathrm{BP}}=\sqrt{x^2+(y+4)^2}$

$\overline{\mathrm{AP}}:\overline{\mathrm{BP}}=1:2$에서 $2\overline{\mathrm{AP}}=\overline{\mathrm{BP}}$이므로 $4\overline{\mathrm{AP}}^2=\overline{\mathrm{BP}}^2$

$4\{x^2+(y-2)^2\}=x^2+(y+4)^2$

$\therefore x^2+y^2-8y=0$

(3) 점 P의 좌표를 (x, y)라 하면

$\overline{\mathrm{AP}}=\sqrt{(x+3)^2+(y-1)^2},\ \overline{\mathrm{BP}}=\sqrt{(x-3)^2+(y-4)^2}$

$\overline{\mathrm{AP}}:\overline{\mathrm{BP}}=2:1$에서 $\overline{\mathrm{AP}}=2\overline{\mathrm{BP}}$이므로 $\overline{\mathrm{AP}}^2=4\overline{\mathrm{BP}}^2$

$(x+3)^2+(y-1)^2=4\{(x-3)^2+(y-4)^2\}$

$\therefore x^2+y^2-10x-10y+30=0$

209 점 P의 좌표를 (x, y)라 하면

$\overline{\mathrm{AP}}=\sqrt{(x+1)^2+y^2},\ \overline{\mathrm{BP}}=\sqrt{(x-2)^2+(y-3)^2}$

$\overline{\mathrm{AP}}:\overline{\mathrm{BP}}=2:1$에서 $\overline{\mathrm{AP}}=2\overline{\mathrm{BP}}$이므로 $\overline{\mathrm{AP}}^2=4\overline{\mathrm{BP}}^2$

$(x+1)^2+y^2=4\{(x-2)^2+(y-3)^2\}$

$x^2+y^2-6x-8y+17=0$

$\therefore (x-3)^2+(y-4)^2=8$

따라서 점 P의 자취는 중심이 점 $(3, 4)$이고 반지름의 길이가 $2\sqrt{2}$인 원이므로 구하는 도형의 넓이는

$\pi\cdot(2\sqrt{2})^2=8\pi$

더블클릭 192쪽~194쪽

210 $(x-2)^2+(y+3)^2=3^2$에서

$\mathrm{C}(2, -3),\ r=3$

211 $x^2+y^2-2x-3=0$에서 $(x-1)^2+y^2=4$

$\therefore \mathrm{C}(1, 0),\ r=2$

212 $x^2+y^2+6x-2y-6=0$에서

$(x+3)^2+(y-1)^2=16$

$\therefore \mathrm{C}(-3, 1),\ r=4$

213 $x^2+y^2-2ax+2ay+8=0$에서

$(x-a)^2+(y+a)^2=2a^2-8$

이 방정식이 원을 나타내려면 $2a^2-8>0$이어야 하므로

$a^2-4>0,\ (a+2)(a-2)>0$

$\therefore a<-2$ 또는 $a>2$

214 $x^2+y^2+2ay+2a^2-9=0$에서

$x^2+(y+a)^2=9-a^2$

이 방정식이 원을 나타내려면 $9-a^2>0$이어야 하므로

$a^2-9<0,\ (a+3)(a-3)<0$

$\therefore -3<a<3$

215 반지름의 길이를 r라 하면 원의 방정식은

$(x-1)^2+(y+1)^2=r^2$

원이 점 $(3, 4)$를 지나므로

$2^2+5^2=r^2 \qquad \therefore r^2=29$

따라서 구하는 원의 방정식은 $(x-1)^2+(y+1)^2=29$

216 원의 중심의 좌표는 $\left(\frac{1+5}{2}, \frac{0+4}{2}\right)$, 즉 $(3, 2)$

반지름의 길이는 $\frac{1}{2}\sqrt{(5-1)^2+(4-0)^2}=2\sqrt{2}$

따라서 구하는 원의 방정식은 $(x-3)^2+(y-2)^2=8$

217 원의 방정식을 $x^2+y^2+Ax+By+C=0$으로 놓고 주어진 세 점의 좌표를 각각 대입하여 정리하면

$C=0$ ...... ㉠

$B+C=-1$ ...... ㉡

$-A+2B+C=-5$ ...... ㉢

㉠을 ㉡과 ㉢에 대입하면

$B=-1,\ -A+2B=-5$

위의 두 식을 연립하여 풀면 $A=3,\ B=-1$

따라서 구하는 원의 방정식은 $x^2+y^2+3x-y=0$

218 중심이 $(3, 2)$인 원이 x축에 접하므로 반지름의 길이가 2이다.

따라서 구하는 원의 방정식은

$(x-3)^2+(y-2)^2=4$

219 원의 중심이 제1사분면 위에 있어야 하므로 원의 반지름의 길이를 r라 하면 원의 방정식은

$(x-r)^2+(y-r)^2=r^2$

이 원이 점 $(2, 1)$을 지나므로

$(2-r)^2+(1-r)^2=r^2$, $r^2-6r+5=0$

$(r-1)(r-5)=0$ $\quad\therefore r=1$ 또는 $r=5$

따라서 구하는 원의 방정식은

$(x-1)^2+(y-1)^2=1$ 또는 $(x-5)^2+(y-5)^2=25$

220 $x^2+y^2-8x-4y+k^2+7=0$에서

$(x-4)^2+(y-2)^2=13-k^2$

이때, 원이 x축에 접하므로 반지름의 길이는 2이다.

즉, $13-k^2=2^2$, $k^2=9$ $\quad\therefore k=3\ (\because k>0)$

221 $x^2+y^2+6x-2y+5-k^2=0$에서

$(x+3)^2+(y-1)^2=k^2+5$

이때, 원이 y축에 접하므로 반지름의 길이는 3이다.

즉, $k^2+5=3^2$, $k^2=4$ $\quad\therefore k=2\ (\because k>0)$

222 $x^2+y^2+2ax-6y+13-b=0$에서

$(x+a)^2+(y-3)^2=a^2+b-4$

이 원이 x축과 y축에 동시에 접하므로

$a^2+b-4=|-a|^2=|3|^2$

$\therefore a=3, b=4\ (\because a>0)$

223 두 원의 교점을 지나는 원의 방정식은

$x^2+y^2+2x-4y+1+k(x^2+y^2+2y-8)=0$ ······ ㉠

이 원이 점 $(2, 2)$를 지나므로 대입하여 정리하면

$5+4k=0$ $\quad\therefore k=-\dfrac{5}{4}$

$k=-\dfrac{5}{4}$을 ㉠에 대입하면

$x^2+y^2+2x-4y+1-\dfrac{5}{4}(x^2+y^2+2y-8)=0$

$-x^2-y^2+8x-26y+44=0$

$\therefore x^2+y^2-8x+26y-44=0$

224 두 원의 공통현 AB의 방정식은

$x^2+y^2-1-(x^2+y^2-2x-2y)=0$

$\therefore 2x+2y-1=0$

원 $x^2+y^2=1$의 중심 $(0, 0)$과 공통현 AB 사이의 거리는

$\dfrac{|-1|}{\sqrt{2^2+2^2}}=\dfrac{1}{\sqrt{8}}$

이때, 원 $x^2+y^2=1$의 반지름의 길이가 1이므로

$\overline{AB}=2\sqrt{1^2-\left(\dfrac{1}{\sqrt{8}}\right)^2}=2\sqrt{\dfrac{7}{8}}=\dfrac{\sqrt{14}}{2}$

225 두 원의 공통현의 방정식은

$x^2+y^2-9-(x^2+y^2-x-y+k)=0$

$\therefore x+y-k-9=0$

원 $x^2+y^2=9$의 중심 $(0, 0)$과 $x+y-k-9=0$ 사이의 거리는

$\dfrac{|-k-9|}{\sqrt{1^2+1^2}}=\dfrac{|k+9|}{\sqrt{2}}$

원 $x^2+y^2=9$의 반지름의 길이가 3이고 공통현의 길이는 $2\sqrt{3}$이므로

$2\sqrt{3^2-\left(\dfrac{|k+9|}{\sqrt{2}}\right)^2}=2\sqrt{3}$

양변을 제곱하여 정리하면

$3^2-\dfrac{(k+9)^2}{2}=3$, $(k+9)^2=12$ $\quad\therefore k=-9\pm2\sqrt{3}$

226 $y=2x+k$를 $x^2+y^2=2$에 대입하여 정리하면

$5x^2+4kx+k^2-2=0$

이 이차방정식의 판별식을 D라 하면 원과 직선이 서로 다른 두 점에서 만나므로

$\dfrac{D}{4}=(2k)^2-5(k^2-2)>0$, $-k^2+10>0$

$k^2-10<0$ $\quad\therefore -\sqrt{10}<k<\sqrt{10}$

227 $y=kx+1$을 $x^2+y^2-2x=0$에 대입하여 정리하면

$(k^2+1)x^2+2(k-1)x+1=0$

이 이차방정식의 판별식을 D라 하면 원과 직선이 서로 다른 두 점에서 만나므로

$\dfrac{D}{4}=(k-1)^2-(k^2+1)>0$, $-2k>0$ $\quad\therefore k<0$

228 $y=2x+k$를 $x^2+y^2-2x-4y-20=0$에 대입하여 정리하면

$5x^2+2(2k-5)x+k^2-4k-20=0$

이 이차방정식의 판별식을 D라 하면 원과 직선이 접하므로

$\dfrac{D}{4}=(2k-5)^2-5(k^2-4k-20)=0$, $-k^2+125=0$

$k^2=125$ $\quad\therefore k=\pm5\sqrt{5}$

229 $y=-x+k$를 $x^2+(y-4)^2=8$에 대입하여 정리하면

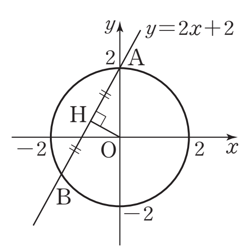
$2x^2-2(k-4)x+k^2-8k+8=0$

이 이차방정식의 판별식을 D라 하면 원과 직선이 만나지 않으므로

$\dfrac{D}{4}=(k-4)^2-2(k^2-8k+8)<0$, $-k^2+8k<0$

$k^2-8k>0$, $k(k-8)>0$ $\quad\therefore k<0$ 또는 $k>8$

230 오른쪽 그림과 같이 주어진 원과 직선의 교점을 A, B, 원의 중심 O$(0, 0)$에서 직선 $2x-y+2=0$에 내린 수선의 발을 H라 하면



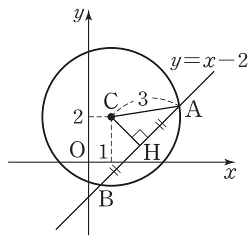
$\overline{OH}=\dfrac{|2|}{\sqrt{2^2+(-1)^2}}=\dfrac{2}{\sqrt{5}}$

직각삼각형 OAH에서 $\overline{OA}=2$이므로

$\overline{AH}=\sqrt{2^2-\left(\dfrac{2}{\sqrt{5}}\right)^2}=\sqrt{\dfrac{16}{5}}=\dfrac{4\sqrt{5}}{5}$

따라서 구하는 현의 길이는 $\overline{AB}=2\overline{AH}=\dfrac{8\sqrt{5}}{5}$

231 오른쪽 그림과 같이 주어진 원과 직선의 교점을 A, B, 원의 중심 C(1, 2)에서 직선 $x-y-2=0$에 내린 수선의 발을 H라 하면



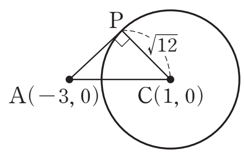
$\overline{CH}=\dfrac{|1-2-2|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}}=\dfrac{3}{\sqrt{2}}$

직각삼각형 CAH에서 $\overline{CA}=3$이므로

$\overline{AH}=\sqrt{3^2-\left(\dfrac{3}{\sqrt{2}}\right)^2}=\sqrt{\dfrac{9}{2}}=\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$

따라서 구하는 현의 길이는 $\overline{AB}=2\overline{AH}=3\sqrt{2}$

232 오른쪽 그림에서



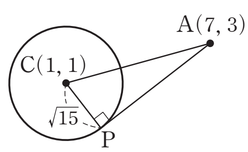
$\overline{CA}=\sqrt{(-3-1)^2+(0-0)^2}=4$

직각삼각형 CAP에서

$\overline{CP}=\sqrt{12}$이므로

$\overline{AP}=\sqrt{4^2-(\sqrt{12})^2}=2$

233 오른쪽 그림에서



$\overline{CA}=\sqrt{(7-1)^2+(3-1)^2}=\sqrt{40}$

직각삼각형 CAP에서

$\overline{CP}=\sqrt{15}$이므로

$\overline{AP}=\sqrt{(\sqrt{40})^2-(\sqrt{15})^2}=5$

234 $x^2+y^2-10x+8y+5=0$에서

$(x-5)^2+(y+4)^2=36$

원의 중심 $(5, -4)$와 직선 $x-y+3=0$ 사이의 거리는

$\dfrac{|5+4+3|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}}=\dfrac{12}{\sqrt{2}}=6\sqrt{2}$

이때, 원의 반지름의 길이가 6이므로 원 위의 점과 직선 사이의 거리의 최댓값은 $6\sqrt{2}+6$, 최솟값은 $6\sqrt{2}-6$

235 $x^2+y^2-2x-2y+1=0$에서

$(x-1)^2+(y-1)^2=1$

원의 중심 $(1, 1)$과 직선 $3x-4y-12=0$ 사이의 거리는

$\dfrac{|3-4-12|}{\sqrt{3^2+(-4)^2}}=\dfrac{13}{5}$

이때, 원의 반지름의 길이가 1이므로 원 위의 점과 직선 사이의 거리의 최댓값은 $\dfrac{13}{5}+1=\dfrac{18}{5}$, 최솟값은 $\dfrac{13}{5}-1=\dfrac{8}{5}$

236 $y=\sqrt{2}x\pm2\cdot\sqrt{(\sqrt{2})^2+1}$

$\therefore\ y=\sqrt{2}x\pm2\sqrt{3}$

237 구하는 접선의 방정식을 $y=2x+n$이라 하면

원의 중심 $(1, -2)$와 직선 $2x-y+n=0$ 사이의 거리가 반지름의 길이와 같으므로

$\dfrac{|2+2+n|}{\sqrt{2^2+(-1)^2}}=3$, $|n+4|=3\sqrt{5}$

$n+4=\pm3\sqrt{5}$ $\qquad\therefore\ n=-4\pm3\sqrt{5}$

따라서 구하는 접선의 방정식은 $y=2x-4\pm3\sqrt{5}$

238 원 $x^2+y^2=3$ 위의 점 $(1, -\sqrt{2})$에서의 접선의 방정식은

$1\cdot x+(-\sqrt{2})\cdot y=3$ $\qquad\therefore\ x-\sqrt{2}y-3=0$

239 원의 중심 $(2, -1)$과 접점 $(3, 2)$를 이은 직선의 기울기는

$\dfrac{2-(-1)}{3-2}=3$이므로 이와 수직인 접선의 기울기는 $-\dfrac{1}{3}$이다.

접선의 방정식을 $y=-\dfrac{1}{3}x+a$라 하면 이 접선이 점 $(3, 2)$를

지나므로 $2=-\dfrac{1}{3}\cdot3+a$ $\qquad\therefore\ a=3$

따라서 접선의 방정식은 $y=-\dfrac{1}{3}x+3$이다.

240 접선의 기울기를 m이라 하면 접선의 방정식은

$y-3=m(x-4)$ $\qquad\therefore\ mx-y-4m+3=0$

원의 중심 $(0, 0)$과 접선 $mx-y-4m+3=0$ 사이의 거리는 반지름의 길이 $\sqrt{5}$와 같으므로

$\dfrac{|-4m+3|}{\sqrt{m^2+(-1)^2}}=\sqrt{5}$, $|-4m+3|=\sqrt{5m^2+5}$

양변을 제곱하여 정리하면

$11m^2-24m+4=0$, $(11m-2)(m-2)=0$

$\therefore\ m=\dfrac{2}{11}$ 또는 $m=2$

따라서 접선의 방정식은

$2x-11y+25=0$ 또는 $2x-y-5=0$

241 접선의 기울기를 m이라 하면 접선의 방정식은

$y-2=m(x-0)$ $\qquad\therefore\ mx-y+2=0$

원의 중심 $(1, 0)$과 접선 $mx-y+2=0$ 사이의 거리는 반지름의 길이 2와 같으므로

$\dfrac{|m+2|}{\sqrt{m^2+(-1)^2}}=2$, $|m+2|=2\sqrt{m^2+1}$

양변을 제곱하여 정리하면

$3m^2-4m=0$, $m(3m-4)=0$

$\therefore\ m=0$ 또는 $m=\dfrac{4}{3}$

따라서 접선의 방정식은 $y=2$ 또는 $4x-3y+6=0$

242 점 $(-2, 0)$과 원 위의 점 $P(a, b)$를 이은 선분의 중점의 좌표를 (x, y)라 하면

$x=\dfrac{-2+a}{2}$, $y=\dfrac{0+b}{2}$ $\qquad\therefore\ a=2x+2$, $b=2y$

점 $P(a, b)$는 원 $(x-2)^2+(y+2)^2=4$ 위의 점이므로

$(2x+2-2)^2+(2y+2)^2=4$

$\therefore\ x^2+(y+1)^2=1$

243 점 P의 좌표를 (x, y)라 하면

$\overline{AP}=\sqrt{(x-1)^2+y^2}$, $\overline{BP}=\sqrt{(x-4)^2+y^2}$

$\overline{AP}:\overline{BP}=2:1$에서 $\overline{AP}=2\overline{BP}$이므로 $\overline{AP}^2=4\overline{BP}^2$

$(x-1)^2+y^2=4\{(x-4)^2+y^2\}$

$\therefore\ x^2+y^2-10x+21=0$

244 (1) $(4+2,\ 3-3)$, 즉 $(6,\ 0)$
(2) $(-1+2,\ 0-3)$, 즉 $(1,\ -3)$
(3) $(2+2,\ -2-3)$, 즉 $(4,\ -5)$
(4) $(-3+2,\ -1-3)$, 즉 $(-1,\ -4)$

245 (1) $(2-1,\ 1+3)$, 즉 $(1,\ 4)$
(2) $(-1-1,\ 5+3)$, 즉 $(-2,\ 8)$
(3) $(6-1,\ -2+3)$, 즉 $(5,\ 1)$
(4) $(-4-1,\ -1+3)$, 즉 $(-5,\ 2)$

246 (1) (i) $3+m=-1,\ 2+n=0$
$\therefore m=-4,\ n=-2$
(ii) 평행이동 $(x,\ y) \longrightarrow (x-4,\ y-2)$에 의하여
점 $\mathrm{P}(1,\ 0)$이 옮겨지는 점의 좌표는
$(1-4,\ 0-2)$ $\quad \therefore (-3,\ -2)$
(2) 점 $\mathrm{A}(3,\ -2)$를 점 $\mathrm{B}(-1,\ -3)$으로 옮기는 평행이동을
$(x,\ y) \longrightarrow (x+m,\ y+n)$이라 하면
$3+m=-1,\ -2+n=-3$
$\therefore m=-4,\ n=-1$
따라서 평행이동 $(x,\ y) \longrightarrow (x-4,\ y-1)$에 의하여
점 $\mathrm{P}(4,\ 0)$이 옮겨지는 점의 좌표는
$(4-4,\ 0-1)$ $\quad \therefore (0,\ -1)$
(3) 점 $\mathrm{A}(-4,\ 3)$을 점 $\mathrm{B}(-1,\ 2)$로 옮기는 평행이동을
$(x,\ y) \longrightarrow (x+m,\ y+n)$이라 하면
$-4+m=-1,\ 3+n=2$
$\therefore m=3,\ n=-1$
따라서 평행이동 $(x,\ y) \longrightarrow (x+3,\ y-1)$에 의하여
점 $\mathrm{P}(2,\ 1)$이 옮겨지는 점의 좌표는
$(2+3,\ 1-1)$ $\quad \therefore (5,\ 0)$
(4) 점 $\mathrm{A}(4,\ -7)$을 점 $\mathrm{B}(1,\ -3)$으로 옮기는 평행이동을
$(x,\ y) \longrightarrow (x+m,\ y+n)$이라 하면
$4+m=1,\ -7+n=-3$
$\therefore m=-3,\ n=4$
따라서 평행이동 $(x,\ y) \longrightarrow (x-3,\ y+4)$에 의하여
점 $\mathrm{P}(-1,\ 1)$이 옮겨지는 점의 좌표는
$(-1-3,\ 1+4)$ $\quad \therefore (-4,\ 5)$

247 점 $(2,\ 5)$를 점 $(5,\ 2)$로 옮기는 평행이동을
$(x,\ y) \longrightarrow (x+m,\ y+n)$이라 하면
$2+m=5,\ 5+n=2$
$\therefore m=3,\ n=-3$
이때, 평행이동 $(x,\ y) \longrightarrow (x+3,\ y-3)$에 의하여 점 $(4,\ 3)$으로 옮겨지는 점의 좌표를 $(a,\ b)$라 하면
$a+3=4,\ b-3=3$
$\therefore a=1,\ b=6$
따라서 구하는 점의 좌표는 $(1,\ 6)$이다.

248 (1) $3(x+1)+(y-4)=0$ $\quad \therefore 3x+y-1=0$
(2) $(x+1)+(y-4)-2=0$ $\quad \therefore x+y-5=0$
(3) $2(x+1)-(y-4)+3=0$ $\quad \therefore 2x-y+9=0$
(4) $y-4=3(x+1)-2$ $\quad \therefore y=3x+5$

249 x축의 방향으로 -2만큼, y축의 방향으로 3만큼 평행이동한 도형의 방정식은
(1) $(x+2)+2(y-3)-3=0$ $\quad \therefore x+2y-7=0$
(2) $(x+2)-2(y-3)-1=0$ $\quad \therefore x-2y+7=0$
(3) $3(x+2)+4(y-3)-2=0$ $\quad \therefore 3x+4y-8=0$
(4) $y-3=3(x+2)+1$ $\quad \therefore y=3x+10$

250 (1) (i) $0+m=3,\ 0+n=-2$
$\therefore m=3,\ n=-2$
(ii) 즉, $(x,\ y) \longrightarrow (x+3,\ y-2)$이므로
직선 $4x-3y-18=0$을 x축의 방향으로 3만큼, y축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 직선의 방정식은
$4(x-3)-3(y+2)-18=0$
$\therefore 4x-3y-36=0$

(2) 점 $\mathrm{A}(3,\ -2)$를 점 $\mathrm{B}(1,\ 1)$로 옮기는 평행이동을
$(x,\ y) \longrightarrow (x+m,\ y+n)$이라 하면
$3+m=1,\ -2+n=1$
$\therefore m=-2,\ n=3$
즉, $(x,\ y) \longrightarrow (x-2,\ y+3)$이므로
직선 $2x+5y+3=0$을 x축의 방향으로 -2만큼, y축의 방향으로 3만큼 평행이동한 직선의 방정식은
$2(x+2)+5(y-3)+3=0$
$\therefore 2x+5y-8=0$

(3) 점 $\mathrm{A}(2,\ -1)$을 점 $\mathrm{B}(0,\ 2)$로 옮기는 평행이동을
$(x,\ y) \longrightarrow (x+m,\ y+n)$이라 하면
$2+m=0,\ -1+n=2$
$\therefore m=-2,\ n=3$
즉, $(x,\ y) \longrightarrow (x-2,\ y+3)$이므로
직선 $3x-y-2=0$을 x축의 방향으로 -2만큼, y축의 방향으로 3만큼 평행이동한 직선의 방정식은
$3(x+2)-(y-3)-2=0$
$\therefore 3x-y+7=0$

(4) 점 $\mathrm{A}(2,\ 1)$을 점 $\mathrm{B}(-1,\ 3)$으로 옮기는 평행이동을
$(x,\ y) \longrightarrow (x+m,\ y+n)$이라 하면
$2+m=-1,\ 1+n=3$
$\therefore m=-3,\ n=2$
즉, $(x,\ y) \longrightarrow (x-3,\ y+2)$이므로
직선 $y=2x-11$을 x축의 방향으로 -3만큼, y축의 방향으로 2만큼 평행이동한 직선의 방정식은
$y-2=2(x+3)-11$
$\therefore y=2x-3$

251 점 $(0, 0)$을 점 $(-1, 4)$로 옮기는 평행이동을

$(x, y) \longrightarrow (x+m, y+n)$이라 하면

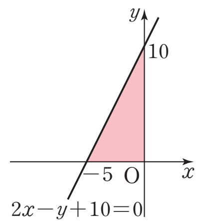
$0+m=-1,\ 0+n=4 \qquad \therefore m=-1,\ n=4$

즉, $(x, y) \longrightarrow (x-1, y+4)$이므로

직선 $2x-y+4=0$을 x축의 방향으로 -1만큼, y축의 방향으로 4만큼 평행이동한 직선 l의 방정식은

$2(x+1)-(y-4)+4=0$

$\therefore 2x-y+10=0$



이 직선의 x절편은 -5, y절편은 10이므로 오른쪽 그림에서 x축, y축 및 직선 l로 둘러싸인 삼각형의 넓이는

$\frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 10=25$

252 (1) $(x+1)^2+y^2=2$에 x 대신 $x+1$, y 대신 $y-2$를 대입하면

$(x+1+1)^2+(y-2)^2=2$

$\therefore (x+2)^2+(y-2)^2=2$

다른 풀이

원의 중심 $(-1, 0)$을 x축의 방향으로 -1만큼, y축의 방향으로 2만큼 평행이동한 점의 좌표는 $(-1-1,\ 0+2)$, 즉 $(-2, 2)$이므로 구하는 도형의 방정식은

$(x+2)^2+(y-2)^2=2$

(2) $x^2+y^2-2x+4y+1=0$에서 $(x-1)^2+(y+2)^2=4$

이 방정식에 x 대신 $x+1$, y 대신 $y-2$를 대입하면

$(x+1-1)^2+(y-2+2)^2=4$

$\therefore x^2+y^2=4$

(3) $x^2+y^2-2x+2y-3=0$에서 $(x-1)^2+(y+1)^2=5$

이 방정식에 x 대신 $x+1$, y 대신 $y-2$를 대입하면

$(x+1-1)^2+(y-2+1)^2=5$

$\therefore x^2+(y-1)^2=5$

(4) $y=x^2-2x$에서 $y=(x-1)^2-1$

이 방정식에 x 대신 $x+1$, y 대신 $y-2$를 대입하면

$y-2=(x+1-1)^2-1$

$\therefore y=x^2+1$

다른 풀이

포물선의 꼭짓점 $(1, -1)$을 x축의 방향으로 -1만큼, y축의 방향으로 2만큼 평행이동한 점의 좌표는 $(1-1,\ -1+2)$, 즉 $(0, 1)$이므로 구하는 도형의 방정식은

$y-1=(x-0)^2 \qquad \therefore y=x^2+1$

253 주어진 평행이동은 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 -3만큼 평행이동하는 것이다.

(1) $(x-3)^2+y^2=6$에 x 대신 $x-2$, y 대신 $y+3$을 대입하면

$(x-2-3)^2+(y+3)^2=6$

$\therefore (x-5)^2+(y+3)^2=6$

(2) $x^2+y^2-2y-8=0$에서 $x^2+(y-1)^2=9$

이 방정식에 x 대신 $x-2$, y 대신 $y+3$을 대입하면

$(x-2)^2+(y+3-1)^2=9$

$\therefore (x-2)^2+(y+2)^2=9$

(3) $x^2+y^2-2x+10y+22=0$에서 $(x-1)^2+(y+5)^2=4$

이 방정식에 x 대신 $x-2$, y 대신 $y+3$을 대입하면

$(x-2-1)^2+(y+3+5)^2=4$

$\therefore (x-3)^2+(y+8)^2=4$

(4) $y=2x^2+8x+1$에서 $y=2(x+2)^2-7$

이 방정식에 x 대신 $x-2$, y 대신 $y+3$을 대입하면

$y+3=2(x-2+2)^2-7$

$\therefore y=2x^2-10$

254 $x^2+y^2+2x+4y+3=0$에서

$(x+1)^2+(y+2)^2=2$

원 $(x+1)^2+(y+2)^2=2$를 x축의 방향으로 a만큼, y축의 방향으로 b만큼 평행이동한 원의 방정식은

$(x-a+1)^2+(y-b+2)^2=2 \qquad \cdots\cdots$ ㉠

(1) $x^2+y^2=2$와 ㉠이 일치하므로

$-a+1=0,\ -b+2=0 \qquad \therefore a=1,\ b=2$

(2) $x^2+y^2+2y-1=0$에서

$x^2+(y+1)^2=2$

이 방정식이 ㉠과 일치하므로

$-a+1=0,\ -b+2=1 \qquad \therefore a=1,\ b=1$

(3) $x^2+y^2-8x-6y+23=0$에서

$(x-4)^2+(y-3)^2=2$

이 방정식이 ㉠과 일치하므로

$-a+1=-4,\ -b+2=-3 \qquad \therefore a=5,\ b=5$

255 포물선 $y=x^2-1$을 x축의 방향으로 a만큼, y축의 방향으로 b만큼 평행이동한 포물선의 방정식은

$y-b=(x-a)^2-1$

$\therefore y=(x-a)^2+b-1 \qquad \cdots\cdots$ ㉠

(1) $y=x^2-6x$에서 $y=(x-3)^2-9$

이 방정식이 ㉠과 일치하므로

$-a=-3,\ b-1=-9 \qquad \therefore a=3,\ b=-8$

(2) $y=x^2+4x-2$에서 $y=(x+2)^2-6$

이 방정식이 ㉠과 일치하므로

$-a=2,\ b-1=-6 \qquad \therefore a=-2,\ b=-5$

256 원 $(x-1)^2+y^2=9$를 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 n만큼 평행이동한 원의 방정식은

$(x-m-1)^2+(y-n)^2=9$

이 방정식이 $x^2+(y-1)^2=9$와 일치하므로

$-m-1=0,\ -n=-1$

$\therefore m=-1,\ n=1$

따라서 직선 $x+5y-2=0$을 x축의 방향으로 -1만큼, y축의 방향으로 1만큼 평행이동한 직선의 방정식은

$(x+1)+5(y-1)-2=0$

$\therefore x+5y-6=0$

따라서 $a=5,\ b=-6$이므로

$a+b=-1$

257 (1) ① x축 : $(4, -1)$
② y축 : $(-4, 1)$
③ 원점 : $(-4, -1)$
④ 직선 $y=x$: $(1, 4)$
⑤ 직선 $y=-x$: $(-1, -4)$

(2) ① x축 : $(2, 5)$
② y축 : $(-2, -5)$
③ 원점 : $(-2, 5)$
④ 직선 $y=x$: $(-5, 2)$
⑤ 직선 $y=-x$: $(5, -2)$

258 (1) $(2, 3) \xrightarrow[\text{대칭이동}]{x\text{축에 대하여}} (2, -3) \xrightarrow[\text{대칭이동}]{\text{원점에 대하여}} (-2, 3)$

(2) $(-7, 6) \xrightarrow[\text{대칭이동}]{y\text{축에 대하여}} (7, 6) \xrightarrow[\text{대칭이동}]{y=-x\text{에 대하여}} (-6, -7)$

(3) $(1, -2) \xrightarrow[\text{대칭이동}]{y=x\text{에 대하여}} (-2, 1) \xrightarrow[\text{대칭이동}]{y\text{축에 대하여}} (2, 1)$

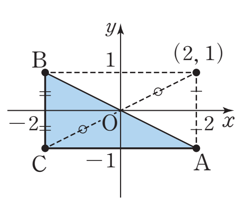
259 (1) 점 $\mathrm{A}(2, 3)$을 x축에 대하여 대칭이동한 점은 $\mathrm{P}(2, -3)$, y축에 대하여 대칭이동한 점은 $\mathrm{Q}(-2, 3)$
$\therefore \overline{\mathrm{PQ}}=\sqrt{(-2-2)^2+(3+3)^2}$
$=2\sqrt{13}$

(2) 점 $\mathrm{A}(-1, 3)$을 y축에 대하여 대칭이동한 점은 $\mathrm{P}(1, 3)$, 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 점은 $\mathrm{Q}(3, -1)$
$\therefore \overline{\mathrm{PQ}}=\sqrt{(3-1)^2+(-1-3)^2}$
$=2\sqrt{5}$

(3) 점 $\mathrm{A}(-2, 1)$을 x축에 대하여 대칭이동한 점은 $\mathrm{P}(-2, -1)$, 원점에 대하여 대칭이동한 점은 $\mathrm{Q}(2, -1)$
$\therefore \overline{\mathrm{PQ}}=\sqrt{(2+2)^2+(-1+1)^2}$
$=4$

(4) 점 $\mathrm{A}(3, -4)$를 원점에 대하여 대칭이동한 점은 $\mathrm{P}(-3, 4)$, 직선 $y=-x$에 대하여 대칭이동한 점은 $\mathrm{Q}(4, -3)$
$\therefore \overline{\mathrm{PQ}}=\sqrt{(4+3)^2+(-3-4)^2}$
$=7\sqrt{2}$

260 점 $(2, 1)$을 x축에 대하여 대칭이동한 점은 $\mathrm{A}(2, -1)$
y축에 대하여 대칭이동한 점은 $\mathrm{B}(-2, 1)$
원점에 대하여 대칭이동한 점은 $\mathrm{C}(-2, -1)$
따라서 오른쪽 그림에서
삼각형 ABC의 넓이는
$\frac{1}{2}\cdot 4\cdot 2=4$



261 (1) ① x축 : $x-2(-y)+1=0$, 즉 $x+2y+1=0$
② y축 : $(-x)-2y+1=0$, 즉 $x+2y-1=0$
③ 원점 : $(-x)-2(-y)+1=0$, 즉 $x-2y-1=0$
④ 직선 $y=x$: $y-2x+1=0$, 즉 $2x-y-1=0$
⑤ 직선 $y=-x$: $(-y)-2(-x)+1=0$
즉, $2x-y+1=0$

(2) ① x축 : $2x+(-y)-5=0$, 즉 $2x-y-5=0$
② y축 : $2(-x)+y-5=0$, 즉 $2x-y+5=0$
③ 원점 : $2(-x)+(-y)-5=0$, 즉 $2x+y+5=0$
④ 직선 $y=x$: $2y+x-5=0$, 즉 $x+2y-5=0$
⑤ 직선 $y=-x$: $2(-y)+(-x)-5=0$
즉, $x+2y+5=0$

262 직선 $y=ax+b$를 y축에 대하여 대칭이동한 직선의 방정식은
$y=a(-x)+b \qquad \therefore ax+y-b=0$
이 방정식이 $x+y+9=0$과 일치하므로 $a=1$, $-b=9$
따라서 $a=1$, $b=-9$이므로
$a-b=10$

263 (1) ① x축 : $(x+3)^2+\{(-y)+1\}^2=9$
즉, $(x+3)^2+(y-1)^2=9$

다른 풀이
원의 중심 $(-3, -1)$을 x축에 대하여 대칭이동한 점의 좌표는 $(-3, 1)$이므로 구하는 도형의 방정식은
$(x+3)^2+(y-1)^2=9$

② y축 : $\{(-x)+3\}^2+(y+1)^2=9$
즉, $(x-3)^2+(y+1)^2=9$
③ 원점 : $\{(-x)+3\}^2+\{(-y)+1\}^2=9$
즉, $(x-3)^2+(y-1)^2=9$
④ 직선 $y=x$: $(y+3)^2+(x+1)^2=9$
즉, $(x+1)^2+(y+3)^2=9$
⑤ 직선 $y=-x$: $\{(-y)+3\}^2+\{(-x)+1\}^2=9$
즉, $(x-1)^2+(y-3)^2=9$

(2) $x^2+y^2-2x-2y+1=0$에서 $(x-1)^2+(y-1)^2=1$
① x축 : $(x-1)^2+\{(-y)-1\}^2=1$
즉, $(x-1)^2+(y+1)^2=1$
② y축 : $\{(-x)-1\}^2+(y-1)^2=1$
즉, $(x+1)^2+(y-1)^2=1$
③ 원점 : $\{(-x)-1\}^2+\{(-y)-1\}^2=1$
즉, $(x+1)^2+(y+1)^2=1$
④ 직선 $y=x$: $(y-1)^2+(x-1)^2=1$
즉, $(x-1)^2+(y-1)^2=1$
⑤ 직선 $y=-x$: $\{(-y)-1\}^2+\{(-x)-1\}^2=1$
즉, $(x+1)^2+(y+1)^2=1$

(3) $x^2+y^2+4x-2y+4=0$에서

$(x+2)^2+(y-1)^2=1$

① x축 : $(x+2)^2+\{(-y)-1\}^2=1$

즉, $(x+2)^2+(y+1)^2=1$

② y축 : $\{(-x)+2\}^2+(y-1)^2=1$

즉, $(x-2)^2+(y-1)^2=1$

③ 원점 : $\{(-x)+2\}^2+\{(-y)-1\}^2=1$

즉, $(x-2)^2+(y+1)^2=1$

④ 직선 $y=x$: $(y+2)^2+(x-1)^2=1$

즉, $(x-1)^2+(y+2)^2=1$

⑤ 직선 $y=-x$: $\{(-y)+2\}^2+\{(-x)-1\}^2=1$

즉, $(x+1)^2+(y-2)^2=1$

(4) $y=x^2-4x+2$에서

$y=(x-2)^2-2$

① x축 : $-y=(x-2)^2-2$

즉, $y=-(x-2)^2+2$

② y축 : $y=\{(-x)-2\}^2-2$

즉, $y=(x+2)^2-2$

③ 원점 : $-y=\{(-x)-2\}^2-2$

즉, $y=-(x+2)^2+2$

④ 직선 $y=x$: $x=(y-2)^2-2$

⑤ 직선 $y=-x$: $-x=\{(-y)-2\}^2-2$

즉, $x=-(y+2)^2+2$

264 (1) 직선 $x+2y+3=0$을 x축에 대하여 대칭이동한 직선의 방정식은 $x-2y+3=0$

이 직선을 원점에 대하여 대칭이동한 직선의 방정식은

$-x+2y+3=0$

따라서 구하는 직선의 방정식은

$x-2y-3=0$

(2) 직선 $2x-y+3=0$을 y축에 대하여 대칭이동한 직선의 방정식은 $-2x-y+3=0$

이 직선을 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 직선의 방정식은

$-2y-x+3=0$

따라서 구하는 직선의 방정식은

$x+2y-3=0$

(3) $x^2+y^2+2x-4y+4=0$에서

$(x+1)^2+(y-2)^2=1$

원 $(x+1)^2+(y-2)^2=1$을 원점에 대하여 대칭이동한 원의 방정식은

$(-x+1)^2+(-y-2)^2=1$, 즉 $(x-1)^2+(y+2)^2=1$

이 원을 x축에 대하여 대칭이동한 원의 방정식은

$(x-1)^2+(-y+2)^2=1$

따라서 구하는 원의 방정식은

$(x-1)^2+(y-2)^2=1$

(4) $x^2+y^2+4x-6y+9=0$에서

$(x+2)^2+(y-3)^2=4$

원 $(x+2)^2+(y-3)^2=4$를 직선 $y=-x$에 대하여 대칭이동한 원의 방정식은

$(-y+2)^2+(-x-3)^2=4$, 즉 $(x+3)^2+(y-2)^2=4$

이 원을 y축에 대하여 대칭이동한 원의 방정식은

$(-x+3)^2+(y-2)^2=4$

따라서 구하는 원의 방정식은

$(x-3)^2+(y-2)^2=4$

265 직선 $x-4y+1=0$을 원점에 대하여 대칭이동한 직선의 방정식은

$-x+4y+1=0$

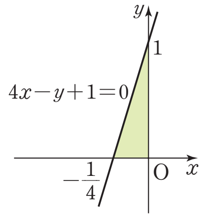
이 직선을 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 직선의 방정식은

$-y+4x+1=0$

$\therefore\ l : 4x-y+1=0$

따라서 오른쪽 그림에서 구하는 삼각형의 넓이는

$\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{4}\cdot 1=\frac{1}{8}$



266 (1) 직선 $x+3y-2=0$을 x축의 방향으로 -2만큼, y축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 직선의 방정식은

$(x+2)+3(y+3)-2=0$, 즉 $x+3y+9=0$

이 직선을 y축에 대하여 대칭이동한 직선의 방정식은

$-x+3y+9=0$

$\therefore\ x-3y-9=0$

(2) 직선 $x+3y-2=0$을 y축에 대하여 대칭이동한 직선의 방정식은

$-x+3y-2=0$, 즉 $x-3y+2=0$

이 직선을 x축의 방향으로 -2만큼, y축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 직선의 방정식은

$(x+2)-3(y+3)+2=0$

$\therefore\ x-3y-5=0$

(3) 두 직선의 방정식이 다르다.

267 (1) $x^2+y^2+2x-4y+3=0$에서

$(x+1)^2+(y-2)^2=2$

원 $(x+1)^2+(y-2)^2=2$를 x축의 방향으로 -1만큼, y축의 방향으로 2만큼 평행이동한 원의 방정식은

$(x+1+1)^2+(y-2-2)^2=2$

즉, $(x+2)^2+(y-4)^2=2$

이 원을 x축에 대하여 대칭이동한 원의 방정식은

$(x+2)^2+(-y-4)^2=2$

따라서 구하는 원의 방정식은

$(x+2)^2+(y+4)^2=2$

(2) $x^2+y^2+4x-6y+7=0$에서
$(x+2)^2+(y-3)^2=6$
원 $(x+2)^2+(y-3)^2=6$을 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 원의 방정식은
$(y+2)^2+(x-3)^2=6$, 즉 $(x-3)^2+(y+2)^2=6$
이 원을 x축의 방향으로 -2만큼, y축의 방향으로 6만큼 평행이동한 원의 방정식은
$(x+2-3)^2+(y-6+2)^2=6$
따라서 구하는 원의 방정식은
$(x-1)^2+(y-4)^2=6$

268 (1) 점 $(a, 2)$를 x축의 방향으로 3만큼, y축의 방향으로 4만큼 평행이동하면 $(a+3, 6)$
이 점을 다시 x축에 대하여 대칭이동하면 $(a+3, -6)$
이 점이 점 $(6, b)$와 일치하므로
$a+3=6$, $-6=b$
$\therefore a=3, b=-6$

(2) 점 $(1, a)$를 원점에 대하여 대칭이동하면 $(-1, -a)$
이 점을 다시 x축의 방향으로 -1만큼, y축의 방향으로 2만큼 평행이동하면 $(-2, -a+2)$
이 점이 점 $(b, 1)$과 일치하므로
$-2=b$, $-a+2=1$
$\therefore a=1, b=-2$

(3) 점 (a, b)를 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 -5만큼 평행이동하면 $(a+2, b-5)$
이 점을 다시 원점에 대하여 대칭이동하면 $(-a-2, -b+5)$
이 점이 점 $(2, -1)$과 일치하므로
$-a-2=2$, $-b+5=-1$
$\therefore a=-4, b=6$

(4) 점 (a, b)를 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동하면 (b, a)
이 점을 다시 x축의 방향으로 -2만큼, y축의 방향으로 -3만큼 평행이동하면 $(b-2, a-3)$
이 점이 점 $(0, 0)$과 일치하므로
$b-2=0$, $a-3=0$
$\therefore a=3, b=2$

269 점 $(-4, a)$를 x축의 방향으로 3만큼, y축의 방향으로 -1만큼 평행이동하면 $(-1, a-1)$
이 점을 다시 직선 $y=-x$에 대하여 대칭이동하면 $(-a+1, 1)$
이 점이 점 $(-1, b)$와 일치하므로
$-a+1=-1$, $1=b$ $\quad\therefore a=2, b=1$
$\therefore ab=2$

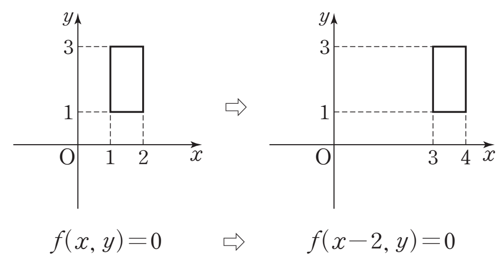
270 (1) (i) 점 $(2, 0)$을 지나고 기울기가 m인 직선 l의 방정식은
$y-0=m(x-2)$ $\quad\therefore y=mx-2m$
(ii) 직선 l을 y축 방향으로 2만큼 평행이동한 직선의 방정식은
$y-2=mx-2m$, 즉 $y=mx-2m+2$
이 직선을 x축에 대하여 대칭이동한 직선의 방정식은
$-y=mx-2m+2$ $\quad\therefore y=-mx+2m-2$
(iii) 직선 $y=-mx+2m-2$가 점 $(3, 2)$를 지나므로
$2=-3m+2m-2$ $\quad\therefore m=-4$
따라서 직선 l의 방정식은 $y=-4x+8$이다.

(2) 점 $(0, 2)$를 지나고 기울기가 m인 직선 l의 방정식은
$y-2=m(x-0)$ $\quad\therefore y=mx+2$
직선 l을 x축의 방향으로 3만큼, y축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 직선의 방정식은
$y+1=m(x-3)+2$, 즉 $y=mx-3m+1$
이 직선을 y축에 대하여 대칭이동한 직선의 방정식은
$y=-mx-3m+1$
이때, 직선 $y=-mx-3m+1$이 점 $(1, 5)$를 지나므로
$5=-m-3m+1$ $\quad\therefore m=-1$
따라서 직선 l의 방정식은 $y=-x+2$이다.

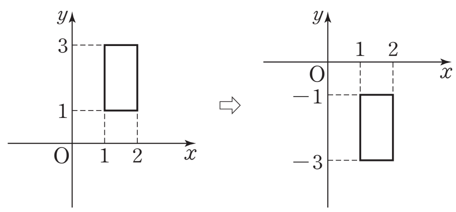
(3) 점 $(3, -2)$를 지나고 기울기가 m인 직선 l의 방정식은
$y+2=m(x-3)$ $\quad\therefore y=mx-3m-2$
직선 l을 x축의 방향으로 -2만큼, y축의 방향으로 2만큼 평행이동한 직선의 방정식은
$y-2=m(x+2)-3m-2$, 즉 $y=mx-m$
이 직선을 x축에 대하여 대칭이동한 직선의 방정식은
$-y=mx-m$ $\quad\therefore y=-mx+m$
이때, 직선 $y=-mx+m$이 점 $(3, -2)$를 지나므로
$-2=-3m+m$ $\quad\therefore m=1$
따라서 직선의 방정식은 $y=x-5$이다.

271 직선 $2x-5y+k=0$을 x축의 방향으로 -3만큼, y축의 방향으로 1만큼 평행이동한 직선의 방정식은
$2(x+3)-5(y-1)+k=0$
즉, $2x-5y+k+11=0$
이 직선을 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 직선의 방정식은
$2y-5x+k+11=0$ $\quad\therefore 5x-2y-k-11=0$
이때, 직선 $5x-2y-k-11=0$이 점 $(1, -1)$을 지나므로
$5+2-k-11=0$ $\quad\therefore k=-4$

272 (1) $f(x-2, y)=0$의 그래프는 $f(x, y)=0$의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼 평행이동한 것이다.

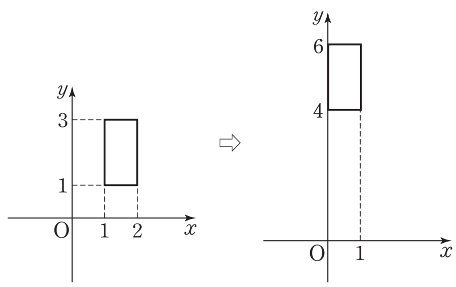


(2) $f(x,\ y+4)=0$의 그래프는 $f(x,\ y)=0$의 그래프를 y축의 방향으로 -4만큼 평행이동한 것이다.



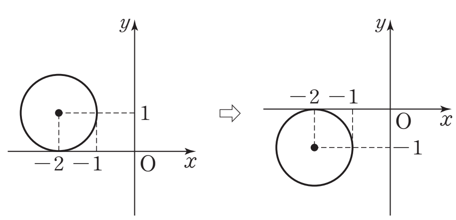
$f(x, y)=0$ ⇨ $f(x, y+4)=0$

(3) $f(x+1,\ y-3)=0$의 그래프는 $f(x,\ y)=0$의 그래프를 x축의 방향으로 -1만큼, y축의 방향으로 3만큼 평행이동한 것이다.



$f(x, y)=0$ ⇨ $f(x+1, y-3)=0$

273 (1) $f(x,\ -y)=0$의 그래프는 $f(x,\ y)=0$의 그래프를 x축에 대하여 대칭이동한 것이다.



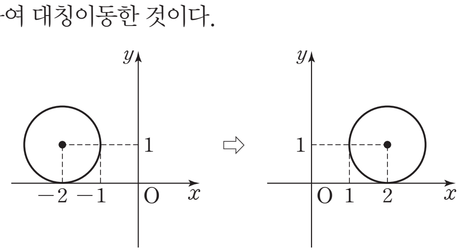
$f(x, y)=0$ ⇨ $f(x, -y)=0$

다른 풀이

원의 중심 $(-2,\ 1)$을 x축에 대하여 대칭이동한 점의 좌표는 $(-2,\ -1)$임을 이용할 수도 있다.

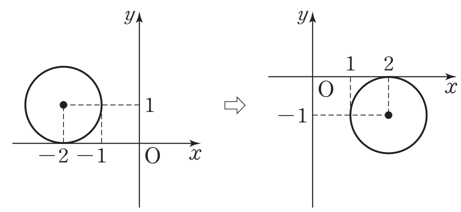
즉, $f(x,\ -y)=0$의 그래프는 중심이 $(-2,\ -1)$이고 반지름의 길이가 1인 원이다.

(2) $f(-x,\ y)=0$의 그래프는 $f(x,\ y)=0$의 그래프를 y축에 대하여 대칭이동한 것이다.



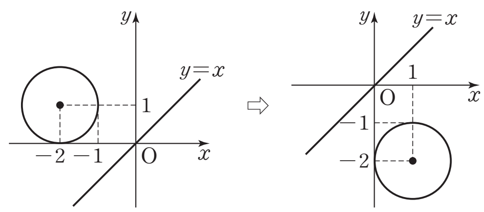
$f(x, y)=0$ ⇨ $f(-x, y)=0$

(3) $f(-x,\ -y)=0$의 그래프는 $f(x,\ y)=0$의 그래프를 원점에 대하여 대칭이동한 것이다.



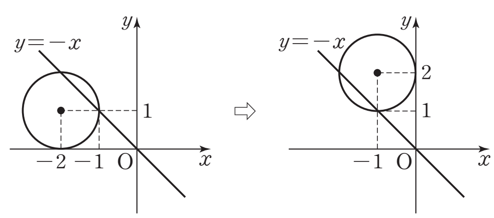
$f(x, y)=0$ ⇨ $f(-x, -y)=0$

(4) $f(y,\ x)=0$의 그래프는 $f(x,\ y)=0$의 그래프를 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 것이다.



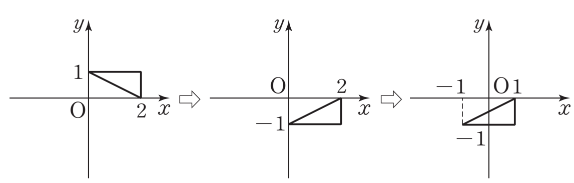
$f(x, y)=0$ ⇨ $f(y, x)=0$

(5) $f(-y,\ -x)=0$의 그래프는 $f(x,\ y)=0$의 그래프를 직선 $y=-x$에 대하여 대칭이동한 것이다.



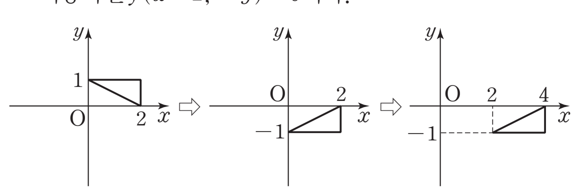
$f(x, y)=0$ ⇨ $f(-y, -x)=0$

274 (1) $f(x,\ y)=0$이 나타내는 도형을 x축에 대하여 대칭이동하면 $f(x,\ -y)=0$이고, 이것을 다시 x축의 방향으로 -1만큼 평행이동하면 $f(x+1,\ -y)=0$이다.



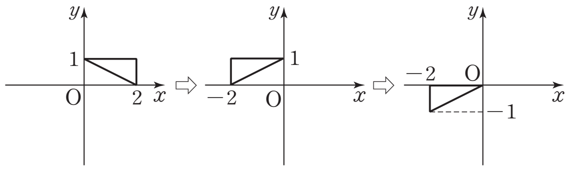
$f(x, y)=0$ ⇨ $f(x, -y)=0$ ⇨ $f(x+1, -y)=0$

(2) $f(x,\ y)=0$이 나타내는 도형을 x축에 대하여 대칭이동하면 $f(x,\ -y)=0$이고, 이것을 다시 x축의 방향으로 2만큼 평행이동하면 $f(x-2,\ -y)=0$이다.



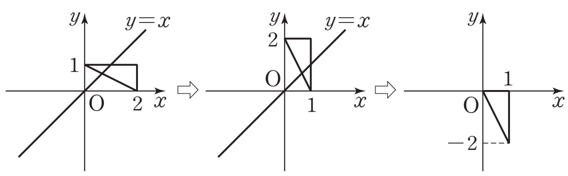
$f(x, y)=0$ ⇨ $f(x, -y)=0$ ⇨ $f(x-2, -y)=0$

(3) $f(x, y)=0$이 나타내는 도형을 y축에 대하여 대칭이동하면 $f(-x, y)=0$이고, 이것을 다시 y축의 방향으로 -1만큼 평행이동하면 $f(-x, y+1)=0$이다.



$f(x, y)=0$ ⇨ $f(-x, y)=0$ ⇨ $f(-x, y+1)=0$

(4) $f(x, y)=0$이 나타내는 도형을 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동하면 $f(y, x)=0$이고, 이것을 다시 y축의 방향으로 -2만큼 평행이동하면 $f(y+2, x)=0$이다.



$f(x, y)=0$ ⇨ $f(y, x)=0$ ⇨ $f(y+2, x)=0$

275 (1) 직선 $3x-4y+1=0$을 x축의 방향으로 1만큼, y축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 직선의 방정식은

$3(x-1)-4(y+2)+1=0$

$\therefore 3x-4y-10=0$

이 직선이 원 $(x-a)^2+(y-2)^2=8$의 넓이를 이등분하려면 원의 중심 $(a, 2)$를 지나야 하므로

$3a-8-10=0 \qquad \therefore a=6$

(2) 직선 $y=ax+4$를 y축에 대하여 대칭이동한 직선의 방정식은

$y=-ax+4$

$x^2+y^2-4x+4y+7=0$에서

$(x-2)^2+(y+2)^2=1$

직선 $y=-ax+4$가 원의 넓이를 이등분하려면 원의 중심 $(2, -2)$를 지나야 하므로

$-2=-2a+4 \qquad \therefore a=3$

(3) 직선 $2x+y+a=0$을 y축의 방향으로 2만큼 평행이동한 직선의 방정식은

$2x+y-2+a=0$

이 직선을 다시 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 직선의 방정식은

$2y+x-2+a=0 \qquad \therefore x+2y+a-2=0$

$x^2+y^2-8x+4y+4=0$에서

$(x-4)^2+(y+2)^2=16$

직선 $x+2y+a-2=0$이 원의 넓이를 이등분하려면 원의 중심 $(4, -2)$를 지나야 하므로

$4-4+a-2=0 \qquad \therefore a=2$

276 직선 $y=2x+1$을 y축의 방향으로 k만큼 평행이동한 직선의 방정식은 $y-k=2x+1$

이 직선을 다시 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 직선의 방정식은

$x-k=2y+1 \qquad \therefore x-2y-k-1=0$

$x^2+y^2-4x-5=0$에서 $(x-2)^2+y^2=9$

직선 $x-2y-k-1=0$이 원의 넓이를 이등분하려면 원의 중심 $(2, 0)$을 지나야 하므로

$2-k-1=0 \qquad \therefore k=1$

277 (1) 직선 $x-y+k=0$을 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 3만큼 평행이동한 직선의 방정식은

$x-2-(y-3)+k=0 \qquad \therefore x-y+k+1=0$

이 직선이 원 $x^2+y^2=2$와 접하려면 원의 중심 $(0, 0)$과 직선 사이의 거리가 원의 반지름의 길이 $\sqrt{2}$와 같아야 하므로

$\dfrac{|k+1|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}}=\sqrt{2}$, $|k+1|=2$, $k+1=\pm 2$

$\therefore k=1$ 또는 $k=-3$

(2) 직선 $2x-y+k=0$을 원점에 대하여 대칭이동한 직선의 방정식은

$-2x-(-y)+k=0 \qquad \therefore 2x-y-k=0$

$x^2+y^2-2x-8y+12=0$에서 $(x-1)^2+(y-4)^2=5$

직선 $2x-y-k=0$이 원 $(x-1)^2+(y-4)^2=5$와 접하려면 원의 중심 $(1, 4)$와 직선 사이의 거리가 원의 반지름의 길이 $\sqrt{5}$와 같아야 하므로

$\dfrac{|2-4-k|}{\sqrt{2^2+(-1)^2}}=\sqrt{5}$, $|k+2|=5$, $k+2=\pm 5$

$\therefore k=3$ 또는 $k=-7$

(3) 직선 $3x-2y+4k=0$을 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 -1만큼 평행이동하면

$3(x-2)-2(y+1)+4k=0$

즉, $3x-2y+4k-8=0$

이 직선을 다시 x축에 대하여 대칭이동한 직선의 방정식은

$3x+2y+4k-8=0$

$x^2+y^2-4x+10y+16=0$에서 $(x-2)^2+(y+5)^2=13$

직선 $3x+2y+4k-8=0$이 원 $(x-2)^2+(y+5)^2=13$과 접하려면 원의 중심 $(2, -5)$와 직선 사이의 거리가 원의 반지름의 길이 $\sqrt{13}$과 같아야 하므로

$\dfrac{|6-10+4k-8|}{\sqrt{3^2+2^2}}=\sqrt{13}$

$|4k-12|=13$, $4k-12=\pm 13$

$\therefore k=\dfrac{25}{4}$ 또는 $k=-\dfrac{1}{4}$

278 직선 $x-3y+7=0$을 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동하면

$y-3x+7=0$, 즉 $3x-y-7=0$

이 직선을 x축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 직선의 방정식은

$3(x+1)-y-7=0 \qquad \therefore 3x-y-4=0$

이 직선이 원 $x^2+y^2=a$와 접하려면 원의 중심 $(0, 0)$과 직선 사이의 거리가 원의 반지름의 길이 $\sqrt{a}$와 같아야 하므로

$\frac{|-4|}{\sqrt{3^2+(-1)^2}}=\sqrt{a}$, $4=\sqrt{10a}$, $16=10a$ $\quad\therefore a=\frac{8}{5}$

279 (1) 3, -2, 4, -9, 4, -9

(2) 점 $\mathrm{Q}(x, y)$라 하면 점 $\mathrm{M}(3, 0)$은 두 점 $\mathrm{P}(1, -2)$, $\mathrm{Q}(x, y)$의 중점이므로

$\frac{1+x}{2}=3$, $\frac{-2+y}{2}=0$

따라서 $x=5$, $y=2$이므로 점 Q의 좌표는 $(5, 2)$이다.

(3) 점 $\mathrm{Q}(x, y)$라 하면 점 $\mathrm{M}(-1, -2)$는 두 점 $\mathrm{P}(-4, 1)$, $\mathrm{Q}(x, y)$의 중점이므로

$\frac{-4+x}{2}=-1$, $\frac{1+y}{2}=-2$

따라서 $x=2$, $y=-5$이므로 점 Q의 좌표는 $(2, -5)$이다.

280 원 $(x-1)^2+(y-2)^2=4$의 중심 $(1, 2)$를 점 $(2, -3)$에 대하여 대칭이동한 점을 (x, y)라 하면 점 $(2, -3)$은 두 점 $(1, 2)$와 (x, y)의 중점이므로

$\frac{1+x}{2}=2$, $\frac{2+y}{2}=-3$ $\quad\therefore x=3$, $y=-8$

따라서 중심이 $(3, -8)$이고 반지름의 길이가 2인 원의 방정식은

$(x-3)^2+(y+8)^2=4$

281 (1) (i) 두 점 $\mathrm{P}(3, 0)$, $\mathrm{Q}(a, b)$에 대하여 $\overline{\mathrm{PQ}}$의 중점 $\left(\frac{3+a}{2}, \frac{0+b}{2}\right)$가 직선 $y=2x-1$ 위의 점이므로

$\frac{b}{2}=2\cdot\frac{3+a}{2}-1$ $\quad\therefore 2a-b=-4$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠

(ii) 직선 PQ와 직선 $y=2x-1$은 서로 수직이므로

$\frac{b-0}{a-3}\cdot2=-1$ $\quad\therefore a+2b=3$ $\quad\cdots\cdots$ ㉡

(iii) ㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=-1$, $b=2$

따라서 점 Q의 좌표는 $(-1, 2)$이다.

(2) 점 Q의 좌표를 (a, b)라 하면 두 점 $\mathrm{P}(2, 1)$, $\mathrm{Q}(a, b)$에 대하여 $\overline{\mathrm{PQ}}$의 중점 $\left(\frac{2+a}{2}, \frac{1+b}{2}\right)$가 직선 $y=-x+1$ 위의 점이므로

$\frac{1+b}{2}=-\frac{2+a}{2}+1$ $\quad\therefore a+b=-1$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠

또, 직선 PQ와 직선 $y=-x+1$은 서로 수직이므로

$\frac{b-1}{a-2}\cdot(-1)=-1$ $\quad\therefore a-b=1$ $\quad\cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=0$, $b=-1$

따라서 점 Q의 좌표는 $(0, -1)$이다.

(3) 점 Q의 좌표를 (a, b)라 하면 두 점 $\mathrm{P}(-1, 4)$, $\mathrm{Q}(a, b)$에 대하여 $\overline{\mathrm{PQ}}$의 중점 $\left(\frac{-1+a}{2}, \frac{4+b}{2}\right)$가 직선 $x-3y-2=0$ 위의 점이므로

$\frac{-1+a}{2}-3\cdot\frac{4+b}{2}-2=0$ $\quad\therefore a-3b=17$ $\cdots\cdots$ ㉠

또, 직선 PQ와 직선 $x-3y-2=0$, 즉 $y=\frac{1}{3}x-\frac{2}{3}$는 서로 수직이므로

$\frac{b-4}{a+1}\cdot\frac{1}{3}=-1$ $\quad\therefore 3a+b=1$ $\quad\cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=2$, $b=-5$

따라서 점 Q의 좌표는 $(2, -5)$이다.

282 (1) (i) $x^2+y^2-4x+6y+9=0$에서

$(x-2)^2+(y+3)^2=4$

따라서 원의 중심의 좌표는 $(2, -3)$, 반지름의 길이는 2이다.

(ii) 원의 중심을 직선 l에 대하여 대칭이동한 점의 좌표를 (a, b)라 하면 두 점 $(2, -3)$, (a, b)의 중점

$\left(\frac{2+a}{2}, \frac{-3+b}{2}\right)$가 직선 $y=x-2$ 위의 점이므로

$\frac{-3+b}{2}=\frac{2+a}{2}-2$ $\quad\therefore a-b=-1$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠

또, 두 점을 지나는 직선이 직선 $y=x-2$와 수직이므로

$\frac{b-(-3)}{a-2}\cdot1=-1$ $\quad\therefore a+b=-1$ $\quad\cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=-1$, $b=0$

따라서 구하는 점의 좌표는 $(-1, 0)$이다.

(iii) 중심이 $(-1, 0)$이고 반지름의 길이가 2인 원의 방정식은

$(x+1)^2+y^2=4$

(2) $x^2+y^2+2x-3=0$에서

$(x+1)^2+y^2=4$

원의 중심 $(-1, 0)$을 직선 l에 대하여 대칭이동한 점의 좌표를 (a, b)라 하면 두 점 $(-1, 0)$, (a, b)의 중점

$\left(\frac{-1+a}{2}, \frac{0+b}{2}\right)$가 직선 $2x-y+1=0$ 위의 점이므로

$2\cdot\frac{-1+a}{2}-\frac{b}{2}+1=0$ $\quad\therefore 2a-b=0$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠

또, 두 점을 지나는 직선과 직선 $2x-y+1=0$, 즉 $y=2x+1$은 서로 수직이므로

$\frac{b-0}{a-(-1)}\cdot2=-1$ $\quad\therefore a+2b=-1$ $\quad\cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=-\frac{1}{5}$, $b=-\frac{2}{5}$

따라서 중심이 $\left(-\frac{1}{5}, -\frac{2}{5}\right)$이고 반지름의 길이가 2인 원의 방정식은

$\left(x+\frac{1}{5}\right)^2+\left(y+\frac{2}{5}\right)^2=4$

(3) $x^2+y^2+2x-10y+20=0$에서 $(x+1)^2+(y-5)^2=6$

원의 중심 $(-1, 5)$를 직선 l에 대하여 대칭이동한 점의 좌표를 (a, b)라 하면 두 점 $(-1, 5)$, (a, b)의 중점

$\left(\frac{-1+a}{2}, \frac{5+b}{2}\right)$가 직선 $3x-4y-2=0$ 위의 점이므로

$3\cdot\frac{-1+a}{2}-4\cdot\frac{5+b}{2}-2=0 \qquad \therefore 3a-4b=27$ …… ㉠

또, 두 점을 지나는 직선과 직선 $3x-4y-2=0$

즉, $y=\frac{3}{4}x-\frac{1}{2}$은 서로 수직이므로

$\frac{b-5}{a-(-1)}\cdot\frac{3}{4}=-1 \qquad \therefore 4a+3b=11$ …… ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=5$, $b=-3$

따라서 중심이 $(5, -3)$이고 반지름의 길이가 $\sqrt{6}$인 원의 방정식은 $(x-5)^2+(y+3)^2=6$

283 $x^2+y^2-6x-2y+9=0$에서 $(x-3)^2+(y-1)^2=1$

원의 중심 $(3, 1)$을 직선 $4x-2y=5$에 대하여 대칭이동한 점의 좌표를 (a, b)라 하면 두 점 $(3, 1)$, (a, b)의 중점

$\left(\frac{3+a}{2}, \frac{1+b}{2}\right)$가 직선 $4x-2y=5$ 위의 점이므로

$4\cdot\frac{3+a}{2}-2\cdot\frac{1+b}{2}=5 \qquad \therefore 2a-b=0$ …… ㉠

또, 두 점을 지나는 직선이 직선 $4x-2y=5$

즉, $y=2x-\frac{5}{2}$와 수직이므로

$\frac{b-1}{a-3}\cdot 2=-1 \qquad \therefore a+2b=5$ …… ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=1$, $b=2$

따라서 중심이 $(1, 2)$이고 반지름의 길이가 1인 원의 방정식은

$(x-1)^2+(y-2)^2=1$

이 원이 점 $(2, k)$를 지나므로

$(2-1)^2+(k-2)^2=1 \qquad \therefore k=2$

284 (1) (i) 점 $\mathrm{A}(1, 2)$를 x축에 대하여 대칭이동한 점은 $\mathrm{A}'(1, -2)$

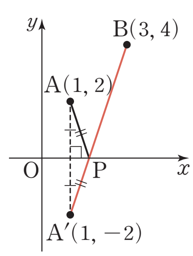
(ii) $\overline{\mathrm{AP}}=\overline{\mathrm{A'P}}$이므로

$\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{BP}}=\overline{\mathrm{A'P}}+\overline{\mathrm{BP}}$

$\geq\overline{\mathrm{A'B}}$

$=\sqrt{(3-1)^2+(4+2)^2}$

$=2\sqrt{10}$



(2) 점 $\mathrm{A}(1, 2)$를 y축에 대하여 대칭이동한 점을 A'이라 하면

$\mathrm{A}'(-1, 2)$

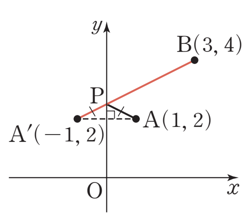
$\overline{\mathrm{AP}}=\overline{\mathrm{A'P}}$이므로

$\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{BP}}=\overline{\mathrm{A'P}}+\overline{\mathrm{BP}}$

$\geq\overline{\mathrm{A'B}}$

$=\sqrt{(3+1)^2+(4-2)^2}$

$=2\sqrt{5}$



(3) 점 $\mathrm{A}(1, 2)$를 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 점을 A'이라 하면

$\mathrm{A}'(2, 1)$

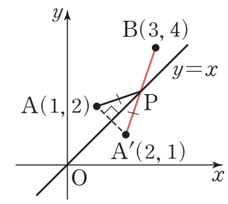
$\overline{\mathrm{AP}}=\overline{\mathrm{A'P}}$이므로

$\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{BP}}=\overline{\mathrm{A'P}}+\overline{\mathrm{BP}}$

$\geq\overline{\mathrm{A'B}}$

$=\sqrt{(3-2)^2+(4-1)^2}$

$=\sqrt{10}$



285 (1) 점 $\mathrm{A}(-1, 3)$을 x축에 대하여 대칭이동한 점을 A'이라 하면

$\mathrm{A}'(-1, -3)$

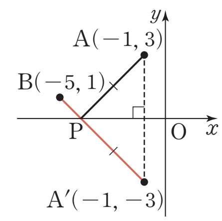
$\overline{\mathrm{AP}}=\overline{\mathrm{A'P}}$이므로

$\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{BP}}=\overline{\mathrm{A'P}}+\overline{\mathrm{BP}}$

$\geq\overline{\mathrm{A'B}}$

$=\sqrt{(-5+1)^2+(1+3)^2}$

$=4\sqrt{2}$



(2) 점 $\mathrm{A}(-1, 3)$을 y축에 대하여 대칭이동한 점을 A'이라 하면

$\mathrm{A}'(1, 3)$

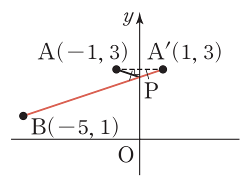
$\overline{\mathrm{AP}}=\overline{\mathrm{A'P}}$이므로

$\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{BP}}=\overline{\mathrm{A'P}}+\overline{\mathrm{BP}}$

$\geq\overline{\mathrm{A'B}}$

$=\sqrt{(-5-1)^2+(1-3)^2}$

$=2\sqrt{10}$



(3) 점 $\mathrm{A}(-1, 3)$을 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 점을 A'이라 하면 $\mathrm{A}'(3, -1)$

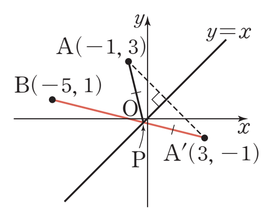
$\overline{\mathrm{AP}}=\overline{\mathrm{A'P}}$이므로

$\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{BP}}=\overline{\mathrm{A'P}}+\overline{\mathrm{BP}}$

$\geq\overline{\mathrm{A'B}}$

$=\sqrt{(-5-3)^2+(1+1)^2}$

$=2\sqrt{17}$



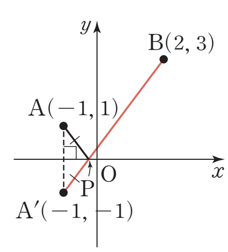
286 점 $\mathrm{A}(-1, 1)$을 x축에 대하여 대칭이동한 점을 A'이라 하면

$\mathrm{A}'(-1, -1)$

$\overline{\mathrm{AP}}=\overline{\mathrm{A'P}}$이므로

$\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{BP}}=\overline{\mathrm{A'P}}+\overline{\mathrm{BP}}\geq\overline{\mathrm{A'B}}$

즉, 점 P가 직선 A′B 위에 있을 때 $\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{BP}}$의 값이 최소가 된다.



직선 A′B의 방정식은

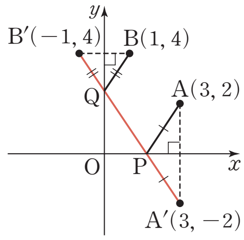
$y-(-1)=\frac{3-(-1)}{2-(-1)}\{x-(-1)\} \qquad \therefore y=\frac{4}{3}x+\frac{1}{3}$

이때, 점 P는 x축 위에 있으므로 점 P의 좌표를 $(a, 0)$이라 하면

$0=\frac{4}{3}a+\frac{1}{3} \qquad \therefore a=-\frac{1}{4}$

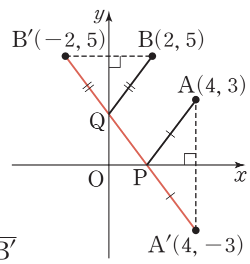
따라서 구하는 점 P의 좌표는 $\left(-\frac{1}{4}, 0\right)$이다.

287 (1) (i) 점 A$(3, 2)$를 x축에 대하여 대칭이동한 점은 A$'(3, -2)$
점 B$(1, 4)$를 y축에 대하여 대칭이동한 점은 B$'(-1, 4)$



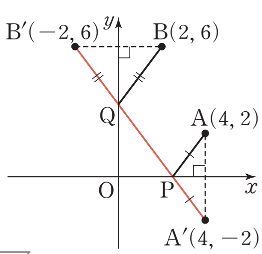
(ii) $\overline{AP}=\overline{A'P}$, $\overline{BQ}=\overline{B'Q}$이므로
$\overline{AP}+\overline{PQ}+\overline{QB}$
$=\overline{A'P}+\overline{PQ}+\overline{QB'}\geq\overline{A'B'}$
$=\sqrt{(-1-3)^2+(4+2)^2}$
$=2\sqrt{13}$

(2) 점 A$(4, 3)$을 x축에 대하여 대칭이동한 점을 A$'$, 점 B$(2, 5)$를 y축에 대하여 대칭이동한 점을 B$'$이라 하면



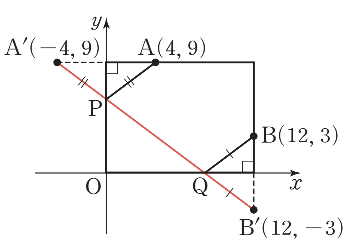
A$'(4, -3)$, B$'(-2, 5)$
$\overline{AP}=\overline{A'P}$, $\overline{BQ}=\overline{B'Q}$이므로
$\overline{AP}+\overline{PQ}+\overline{QB}=\overline{A'P}+\overline{PQ}+\overline{QB'}$
$\geq\overline{A'B'}$
$=\sqrt{(-2-4)^2+(5+3)^2}$
$=10$

(3) 점 A$(4, 2)$를 x축에 대하여 대칭이동한 점을 A$'$, 점 B$(2, 6)$을 y축에 대하여 대칭이동한 점을 B$'$이라 하면



A$'(4, -2)$, B$'(-2, 6)$
$\overline{AP}=\overline{A'P}$, $\overline{BQ}=\overline{B'Q}$이므로
$\overline{AP}+\overline{PQ}+\overline{QB}=\overline{A'P}+\overline{PQ}+\overline{QB'}$
$\geq\overline{A'B'}$
$=\sqrt{(-2-4)^2+(6+2)^2}$
$=10$

288 왼쪽 아래의 모퉁이를 원점으로 하는 좌표평면 위에 A, B, P, Q를 나타내면 다음 그림과 같다.



점 A$(4, 9)$를 y축에 대하여 대칭이동한 점을 A$'$, 점 B$(12, 3)$을 x축에 대하여 대칭이동한 점을 B$'$이라 하면
A$'(-4, 9)$, B$'(12, -3)$
$\overline{AP}=\overline{A'P}$, $\overline{BQ}=\overline{B'Q}$이므로
$\overline{AP}+\overline{PQ}+\overline{QB}=\overline{A'P}+\overline{PQ}+\overline{QB'}$
$\geq\overline{A'B'}$
$=\sqrt{(12+4)^2+(-3-9)^2}$
$=20$

더블클릭
207쪽~208쪽

289 평행이동 $(x, y) \longrightarrow (x+a, y-4)$에 의하여
점 $(1, 2)$가 점 $(-2, b)$로 옮겨지므로
$1+a=-2$, $2-4=b$
$\therefore a=-3, b=-2$

290 점 $(4, -7)$을 점 $(1, 3)$으로 옮기는 평행이동을
$(x, y) \longrightarrow (x+m, y+n)$이라 하면
$4+m=1$, $-7+n=3$
$\therefore m=-3, n=10$
이때, 평행이동 $(x, y) \longrightarrow (x-3, y+10)$에 의하여
점 (a, b)가 점 $(2, 5)$로 옮겨지므로
$a-3=2$, $b+10=5$
$\therefore a=5, b=-5$

291 직선 $x+3y+1=0$을 x축의 방향으로 -3만큼, y축의 방향으로 2만큼 평행이동한 직선의 방정식은
$(x+3)+3(y-2)+1=0$ $\quad\therefore x+3y-2=0$
이 방정식이 직선 $x+ay+b=0$과 일치하므로
$a=3, b=-2$

292 $x^2+y^2-6x-4y+12=0$에서
$(x-3)^2+(y-2)^2=1$
이 원을 x축의 방향으로 a만큼, y축의 방향으로 b만큼 평행이동한 원의 방정식은
$(x-a-3)^2+(y-b-2)^2=1$
이 방정식이 원 $x^2+y^2=1$과 일치하므로
$-a-3=0$, $-b-2=0$
$\therefore a=-3, b=-2$

293 점 $(2, -3)$을 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 점의 좌표는
$(-3, 2)$
이 점을 x축에 대하여 대칭이동한 점의 좌표는
$(-3, -2)$

294 점 $(2, 4)$를 x축에 대하여 대칭이동한 점은 P$(2, -4)$,
y축에 대하여 대칭이동한 점은 Q$(-2, 4)$
$\therefore \overline{PQ}=\sqrt{(-2-2)^2+(4+4)^2}=4\sqrt{5}$

295 직선 $x+3y+k=0$을 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 직선의 방정식은
$y+3x+k=0$ $\quad\therefore 3x+y+k=0$
이 직선을 y축에 대하여 대칭이동한 직선의 방정식은
$-3x+y+k=0$ $\quad\therefore 3x-y-k=0$
이 직선이 점 $(4, 1)$을 지나므로
$12-1-k=0$ $\quad\therefore k=11$

296 원 $(x-1)^2+(y+2)^2=4$를 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 원의 방정식은

$(y-1)^2+(x+2)^2=4 \qquad \therefore (x+2)^2+(y-1)^2=4$

이때, 이 원의 중심 $(-2, 1)$이 직선 $y=ax+3$ 위에 있으므로

$1=-2a+3 \qquad \therefore a=1$

297 원 $x^2+y^2=1$을 x축의 방향으로 3만큼, y축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 원의 방정식은

$(x-3)^2+(y+3)^2=1$

이 원을 원점에 대하여 대칭이동한 원의 방정식은

$(-x-3)^2+(-y+3)^2=1$

$\therefore (x+3)^2+(y-3)^2=1$

298 점 $(-2, 2)$를 지나고 기울기가 m인 직선의 방정식은

$y-2=m(x+2) \qquad \therefore y=mx+2m+2$

이 직선을 x축의 방향으로 1만큼 평행이동한 직선의 방정식은

$y=m(x-1)+2m+2 \qquad \therefore y=mx+m+2$

이 직선을 직선 $y=-x$에 대하여 대칭이동한 직선의 방정식은

$-x=-my+m+2 \qquad \therefore x-my+m+2=0$

이때, 직선 $x-my+m+2=0$이 점 $(2, 3)$을 지나므로

$2-3m+m+2=0 \qquad \therefore m=2$

따라서 처음 직선의 방정식은 $y=2x+6$

299 직선 $x-3y+14=0$을 x축의 방향으로 -2만큼, y축의 방향으로 3만큼 평행이동한 직선의 방정식은

$(x+2)-3(y-3)+14=0$

$\therefore x-3y+25=0$

이 직선이 원 $(x+1)^2+(y-a)^2=4$의 넓이를 이등분하려면 원의 중심 $(-1, a)$를 지나야 하므로

$-1-3a+25=0 \qquad \therefore a=8$

300 직선 $y=-2x+a$를 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 직선의 방정식은 $x=-2y+a$

이 직선을 다시 x축의 방향으로 -2만큼, y축의 방향으로 2만큼 평행이동한 직선의 방정식은

$x+2=-2(y-2)+a \qquad \therefore x+2y-a-2=0$

이 직선이 원 $(x+2)^2+(y-4)^2=16$의 넓이를 이등분하려면 원의 중심 $(-2, 4)$를 지나야 하므로

$-2+8-a-2=0 \qquad \therefore a=4$

301 직선 $x-y+a=0$을 y축에 대하여 대칭이동한 직선의 방정식은

$-x-y+a=0 \qquad \therefore x+y-a=0$

이 직선이 원 $(x-2)^2+(y+1)^2=2$와 접하려면 원의 중심 $(2, -1)$과 직선 사이의 거리가 원의 반지름의 길이 $\sqrt{2}$와 같아야 하므로

$\dfrac{|2-1-a|}{\sqrt{1^2+1^2}}=\sqrt{2}, \ |a-1|=2$

$a-1=\pm 2 \qquad \therefore a=3$ 또는 $a=-1$

302 두 점 $P(3, a)$, $Q(b, 4)$에 대하여 $\overline{PQ}$의 중점 $\left(\dfrac{3+b}{2}, \dfrac{a+4}{2}\right)$가 직선 $y=2x+1$ 위의 점이므로

$\dfrac{a+4}{2}=2\cdot\dfrac{3+b}{2}+1 \qquad \therefore a-2b=4 \qquad \cdots\cdots$ ㉠

또, 직선 PQ와 직선 $y=2x+1$은 서로 수직이므로

$\dfrac{4-a}{b-3}\cdot 2=-1 \qquad \therefore 2a-b=5 \qquad \cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=2$, $b=-1$

303 두 점 $P(4, a)$, $Q(b, 0)$에 대하여 $\overline{PQ}$의 중점 $\left(\dfrac{4+b}{2}, \dfrac{a+0}{2}\right)$이 직선 $2x+y=5$ 위의 점이므로

$2\cdot\dfrac{4+b}{2}+\dfrac{a}{2}=5 \qquad \therefore a+2b=2 \qquad \cdots\cdots$ ㉠

또, 직선 PQ와 직선 $2x+y=5$, 즉 $y=-2x+5$는 서로 수직이므로

$\dfrac{0-a}{b-4}\cdot(-2)=-1 \qquad \therefore 2a+b=4 \qquad \cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=2$, $b=0$

304 두 원의 중심 $(-4, 2)$, $(0, 0)$을 이은 선분의 중점 $\left(\dfrac{-4+0}{2}, \dfrac{2+0}{2}\right)$, 즉 $(-2, 1)$이 직선 $y=ax+b$ 위의 점이므로

$1=-2a+b \qquad \therefore 2a-b=-1 \qquad \cdots\cdots$ ㉠

또, 두 점을 지나는 직선과 직선 $y=ax+b$는 서로 수직이므로

$\dfrac{0-2}{0-(-4)}\cdot a=-1 \qquad \therefore a=2 \qquad \cdots\cdots$ ㉡

㉡을 ㉠에 대입하여 풀면 $a=2$, $b=5$

305 점 $A(1, 2)$를 y축에 대하여 대칭이동한 점을 A'이라 하면

$A'(-1, 2)$

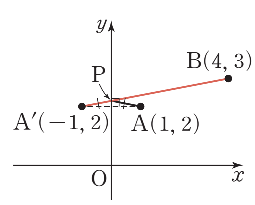
$\overline{AP}=\overline{A'P}$이므로

$\overline{AP}+\overline{BP}=\overline{A'P}+\overline{BP}$

$\geq \overline{A'B}$

$=\sqrt{(4+1)^2+(3-2)^2}$

$=\sqrt{26}$



306 점 $A(3, 1)$을 x축에 대하여 대칭이동한 점을 A', 점 $B(4, 2)$를 y축에 대하여 대칭이동한 점을 B'이라 하면

$A'(3, -1)$, $B'(-4, 2)$

$\overline{AP}=\overline{A'P}$, $\overline{BQ}=\overline{B'Q}$이므로

$\overline{AP}+\overline{PQ}+\overline{QB}=\overline{A'P}+\overline{PQ}+\overline{QB'}$

$\geq \overline{A'B'}$

$=\sqrt{(-4-3)^2+(2+1)^2}$

$=\sqrt{58}$