1 제곱근의 뜻과 성질

01 ②, ④	02 ④	03 -2	04 $-\sqrt{\frac{225}{16}}$
05 ②	06 ④	07 ⑤	08 ④
09 ①, ④	10 ②	11 13	12 ②, ⑤
13 ③	14 $\sqrt{30}$ cm	15 5 cm	16 ②, ④
17 ③	18 (1) $\frac{1}{3}$ (2) -7		19 0
20 (1) a (2) a		21 $a+6b$	22 ②
23 ⑤	24 ②	25 ④	26 8
27 ②	28 -6	29 ⑤	30 5
31 ④	32 $-\frac{a}{8}$	33 ㄷ, ㄹ	
34 $\sqrt{(-5a)^2}$, $-\sqrt{(-6a)^2}$		35 ②	36 ④
37 $2a+9b$	38 $-7a+8b$	39 ④	40 $x+3$
41 ⑤	42 9	43 $3a$	44 ③
45 ②	46 ②	47 5	48 7
49 ③	50 ②	51 6	52 ②
53 3개	54 ④	55 ①	56 18
57 6	58 3	59 ⑤	60 ④
61 ③	62 17	63 ②	64 ④
65 22	66 8	67 ⑤	68 -1
69 ③	70 3	71 ⑤	72 ②
73 18	74 ④	75 ③	76 -8
77 7	78 7	79 ③	80 4개
81 ⑤	82 ①	83 5개	84 ②
85 ①, ④	86 ④	87 9 cm	88 ⑤
89 ③	90 ⑤	91 ③	92 ④
93 ⑤	94 $-3x+2y$	95 ③	96 ③
97 ④	98 0	99 ③	100 ⑤
101 26	102 ③	103 ②	104 ④
105 ②	106 3	107 9	108 ②

01 제곱근의 뜻과 표현

핵심 유형 & 핵심 유형 완성하기

8~10쪽

01 답 ②, ④

x가 a의 제곱근이므로 $x^2=a$ 또는 $x=\pm\sqrt{a}$

따라서 옳은 것은 ②, ④이다.

02 답 ④

① 제곱근 11은 $\sqrt{11}$이다.

② 0의 제곱근은 0이다.

③ -5는 음수이므로 제곱근이 없다.

④ $\sqrt{81}=9$의 제곱근은 ±3이다.

⑤ 제곱근 10은 $\sqrt{10}$이고, 10의 제곱근은 $\pm\sqrt{10}$이므로 같지 않다.

따라서 옳은 것은 ④이다.

03 답 -2

$(-6)^2=36$의 음의 제곱근은 -6이므로 $A=-6$

$\sqrt{256}=16$의 양의 제곱근은 4이므로 $B=4$

$\therefore A+B=-6+4=-2$

04 답 $-\sqrt{\frac{225}{16}}$

$\frac{225}{16}=\left(\frac{15}{4}\right)^2$이므로 $-\sqrt{\frac{225}{16}}=-\frac{15}{4}$

05 답 ②

x는 7의 제곱근이므로 $x^2=7$ 또는 $x=\pm\sqrt{7}$

따라서 바르게 나타낸 것은 ②이다.

06 답 ④

음수의 제곱근은 없다.

07 답 ⑤

$A^2=16$, $B^2=8$이므로 $A^2-B^2=16-8=8$

08 답 ④

ㄷ. 6의 제곱근은 $\pm\sqrt{6}$이다.

ㅁ. 양수의 제곱근은 양수와 음수의 2개이다.

09 답 ①, ④

② 양수의 제곱근은 2개이지만 0의 제곱근은 1개, 음수의 제곱근은 없다.

③ $0.\dot{4}=\frac{4}{9}$의 제곱근은 $\pm\frac{2}{3}$이다.

④ $\sqrt{16}=4$의 제곱근은 ±2이다.

⑤ 제곱하여 0.3이 되는 수는 $\pm\sqrt{0.3}$의 2개이다.

⑥ 15의 제곱근은 $\pm\sqrt{15}$의 2개이고, 두 제곱근의 합은 0이다.

따라서 옳은 것은 ①, ④이다.

10 답 ②

①, ③, ④, ⑤ ±2 ② $\sqrt{4}=2$

따라서 그 값이 나머지 넷과 다른 하나는 ②이다.

11 답 13

$(-10)^2=100$의 양의 제곱근은 10이므로 $A=10$

$\sqrt{81}=9$의 음의 제곱근은 -3이므로 $B=-3$

$\therefore A-B=10-(-3)=13$

12 답 ②, ⑤

① $\sqrt{64}=8$의 제곱근 ⇨ $\pm\sqrt{8}$

③ 0.36의 제곱근 ⇨ ±0.6

④ $\sqrt{\frac{16}{25}}=\frac{4}{5}$이므로 제곱근 $\frac{4}{5}$ ⇨ $\sqrt{\frac{4}{5}}$

따라서 옳은 것은 ②, ⑤이다.

13 답 ③

144의 제곱근은 ±12이고 $a>b$이므로 $a=12$, $b=-12$

$\therefore \sqrt{a-2b}=\sqrt{12-2\times(-12)}=\sqrt{36}=6$

따라서 제곱근 6은 $\sqrt{6}$이다.

14 답 $\sqrt{30}$ cm

(삼각형의 넓이)$=\frac{1}{2}\times10\times6=30(\text{cm}^2)$ ⋯ (i)

정사각형의 한 변의 길이를 x cm라 하면 $x^2=30$

이때 $x>0$이므로 $x=\sqrt{30}$

따라서 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{30}$ cm이다. ⋯ (ii)

채점 기준

(i) 삼각형의 넓이 구하기	50%
(ii) 정사각형의 한 변의 길이 구하기	50%

15 답 5 cm

새로운 색종이의 넓이는 $3^2+4^2=25(\text{cm}^2)$

새로운 색종이의 한 변의 길이를 x cm라 하면 $x^2=25$

이때 $x>0$이므로 $x=5$

따라서 새로운 색종이의 한 변의 길이는 5 cm이다.

16 답 ②, ④

① $121=11^2$이므로 $\sqrt{121}=11$

③ $\frac{1}{36}=\left(\frac{1}{6}\right)^2$이므로 $\sqrt{\frac{1}{36}}=\frac{1}{6}$

⑤ $64=8^2$이므로 $-\sqrt{64}=-8$

따라서 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 없는 수는 ②, ④이다.

17 답 ③

$2.\dot{7}=\frac{27-2}{9}=\frac{25}{9}$의 제곱근 ⇨ $\pm\sqrt{\frac{25}{9}}=\pm\frac{5}{3}$

$\sqrt{81}=9$의 제곱근 ⇨ $\pm\sqrt{9}=\pm3$

$\frac{49}{36}$의 제곱근 ⇨ $\pm\sqrt{\frac{49}{36}}=\pm\frac{7}{6}$

따라서 근호를 사용하지 않고 제곱근을 나타낼 수 있는 수는 $2.\dot{7}$, $\sqrt{81}$, $\frac{49}{36}$의 3개이다.

02 제곱근의 성질 (1)

핵심 유형 & 핵심 유형 완성하기

11~14쪽

18 답 (1) $\frac{1}{3}$ (2) -7

(1) $\left(-\sqrt{\frac{1}{3}}\right)^2=\frac{1}{3}$ (2) $-\sqrt{7^2}=-7$

19 답 0

$\sqrt{100}-\sqrt{(-15)^2}+(-\sqrt{5})^2=10-15+5=0$

20 답 (1) a (2) a

(1) $(-\sqrt{a})^2=a$

(2) $\sqrt{(-a)^2}=-(-a)=a$

21 답 $a+6b$

$a>0$, $b<0$일 때, $-3a<0$, $6b<0$이므로

$$\begin{aligned}\sqrt{(-3a)^2}-\sqrt{36b^2}-2\sqrt{a^2}&=\sqrt{(-3a)^2}-\sqrt{(6b)^2}-2\sqrt{a^2}\\&=-(-3a)-(-6b)-2a\\&=3a+6b-2a=a+6b\end{aligned}$$

22 답 ②

$1<a<2$일 때, $a-1>0$, $a-2<0$이므로

$$\begin{aligned}\sqrt{(a-1)^2}+\sqrt{(a-2)^2}&=a-1+\{-(a-2)\}\\&=a-1-a+2=1\end{aligned}$$

23 답 ⑤

① $\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2}=\frac{1}{2}$이므로 $-\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2}=-\frac{1}{2}$

② $\sqrt{(-10)^2}=10$

③ $(-\sqrt{0.3})^2=0.3$

④ $(\sqrt{4})^2=4$

⑤ $\sqrt{(-5)^2}=5$이므로 $-\sqrt{(-5)^2}=-5$

따라서 옳은 것은 ⑤이다.

24 답 ②

① $-\sqrt{36}=-6$ ② $\sqrt{(-6)^2}=6$

③ $(\sqrt{6})^2=6$이므로 $-(\sqrt{6})^2=-6$

④ $(-\sqrt{6})^2=6$이므로 $-(-\sqrt{6})^2=-6$

⑤ $\sqrt{6^2}=6$이므로 $-\sqrt{6^2}=-6$

따라서 그 값이 나머지 넷과 다른 하나는 ②이다.

25 답 ④

① $\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{4}$ ② $\left(-\sqrt{\frac{1}{4}}\right)^2=\frac{1}{4}$

③ $\sqrt{0.01}=0.1=\frac{1}{10}$ ④ $\sqrt{(-0.5)^2}=0.5=\frac{1}{2}$

⑤ $\sqrt{\left(-\frac{1}{9}\right)^2}=\frac{1}{9}$이므로 $-\sqrt{\left(-\frac{1}{9}\right)^2}=-\frac{1}{9}$

따라서 가장 큰 수는 ④이다.

26 답 8

$\sqrt{(-25)^2}=25$의 양의 제곱근은 $\sqrt{25}=5$이므로 $a=5$ … (i)

$(-\sqrt{9})^2=9$의 음의 제곱근은 $-\sqrt{9}=-3$이므로 $b=-3$ … (ii)

$\therefore a-b=5-(-3)=8$ … (iii)

채점 기준	
(i) a의 값 구하기	40%
(ii) b의 값 구하기	40%
(iii) $a-b$의 값 구하기	20%

27 답 ②

$\sqrt{(-5)^2}\times\sqrt{3^2}-(-\sqrt{11})^2=5\times3-11=4$

28 답 -6

$\sqrt{9}-(-\sqrt{13})^2+(\sqrt{7})^2\times\sqrt{\left(-\frac{4}{7}\right)^2}=3-13+7\times\frac{4}{7}=-6$

29 답 ⑤

$A=\sqrt{(-11)^2}-(-\sqrt{2})^2=11-2=9$

$B=\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2}\times\sqrt{16}-(\sqrt{3})^2=\frac{1}{2}\times4-3=-1$

$\therefore A+B=9+(-1)=8$

30 답 5

$A=\sqrt{(-21)^2}\times\sqrt{\frac{25}{49}}+\sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)^2}\div\left(-\sqrt{\frac{1}{15}}\right)^2$

$=21\times\frac{5}{7}+\frac{2}{3}\div\frac{1}{15}$

$=21\times\frac{5}{7}+\frac{2}{3}\times15$

$=15+10=25$

따라서 제곱근 A는 $\sqrt{25}=5$이다.

31 답 ④

$a<0$일 때, $-a>0$이므로

ㄱ. $\sqrt{(-a)^2}=-a$　　ㄴ. $(\sqrt{-a})^2=-a$

ㄷ. $-\sqrt{(-a)^2}=-(-a)=a$　　ㄹ. $(-\sqrt{-a})^2=-a$

ㅁ. $-\sqrt{a^2}=-(-a)=a$

따라서 같은 값을 갖는 것끼리 바르게 짝 지은 것은 ④이다.

32 답 $-\frac{a}{8}$

$a<0$일 때, $\frac{a}{8}<0$이므로 $\sqrt{\frac{a^2}{64}}=\sqrt{\left(\frac{a}{8}\right)^2}=-\frac{a}{8}$

33 답 ㄷ, ㄹ

ㄱ. $4a<0$이므로 $-\sqrt{16a^2}=-\sqrt{(4a)^2}=-(-4a)=4a$

ㄴ. $-3a>0$이므로 $\sqrt{(-3a)^2}=-3a$

ㄷ. $-7a>0$이므로 $-\sqrt{(-7a)^2}=-(-7a)=7a$

ㄹ. $3a<0$이므로 $-\sqrt{9a^2}=-\sqrt{(3a)^2}=-(-3a)=3a$

따라서 옳지 않은 것은 ㄷ, ㄹ이다.

34 답 $\sqrt{(-5a)^2}$, $-\sqrt{(-6a)^2}$

$-6a<0$이므로 $-\sqrt{(-6a)^2}=-\{-(-6a)\}=-6a$

$-5a<0$이므로 $\sqrt{(-5a)^2}=-(-5a)=5a$

$\frac{9a}{2}>0$이므로 $\sqrt{\frac{81a^2}{4}}=\sqrt{\left(\frac{9a}{2}\right)^2}=\frac{9a}{2}$

$4a>0$이므로 $-\frac{\sqrt{16a^2}}{3}=-\frac{\sqrt{(4a)^2}}{3}=-\frac{4a}{3}$

이때 $a>0$이므로 가장 큰 수는 $\sqrt{(-5a)^2}$, 가장 작은 수는 $-\sqrt{(-6a)^2}$이다.

35 답 ②

$a<0$, $b>0$일 때, $2a<0$, $-2b<0$이므로

$\sqrt{4a^2}+\sqrt{b^2}-\sqrt{(-2b)^2}=\sqrt{(2a)^2}+\sqrt{b^2}-\sqrt{(-2b)^2}$

$=-2a+b-\{-(-2b)\}$

$=-2a+b-2b=-2a-b$

36 답 ④

$a<0$일 때, $-5a>0$, $3a<0$이므로

$\sqrt{a^2}-\sqrt{(-5a)^2}+\sqrt{9a^2}=\sqrt{a^2}-\sqrt{(-5a)^2}+\sqrt{(3a)^2}$

$=-a-(-5a)+(-3a)$

$=-a+5a-3a=a$

37 답 $2a+9b$

$a>0$, $b<0$일 때, $-7a<0$, $9b<0$, $-5a<0$이므로

$\sqrt{(-7)^2a^2}-\sqrt{81b^2}-\sqrt{25(-a)^2}=\sqrt{(-7a)^2}-\sqrt{(9b)^2}-\sqrt{(-5a)^2}$

$=-(-7a)-(-9b)-\{-(-5a)\}$

$=7a+9b-5a=2a+9b$

38 답 $-7a+8b$

$a-b<0$에서 $a<b$이고 $ab<0$이므로 $a<0$, $b>0$이다.

즉, $7a<0$, $-9b<0$이므로

$\sqrt{49a^2}+\sqrt{(-9b)^2}-\sqrt{b^2}=\sqrt{(7a)^2}+\sqrt{(-9b)^2}-\sqrt{b^2}$

$=-7a+\{-(-9b)\}-b$

$=-7a+9b-b=-7a+8b$

39 답 ④

$-2<x<5$일 때, $x-5<0$, $x+2>0$이므로

$\sqrt{(x-5)^2}-\sqrt{(x+2)^2}=-(x-5)-(x+2)$

$=-x+5-x-2=-2x+3$

40 답 $x+3$

$0<x<3$일 때, $3-x>0$, $x-3<0$, $-x-3<0$이므로

$\sqrt{(3-x)^2}-\sqrt{(x-3)^2}+\sqrt{(-x-3)^2}$

$=3-x-\{-(x-3)\}+\{-(-x-3)\}$

$=3-x+x-3+x+3=x+3$

41 답 ⑤

$a>0$, $b<0$일 때, $a-b>0$, $b-1<0$이므로

$\sqrt{(a-b)^2}+\sqrt{(b-1)^2}=a-b+\{-(b-1)\}$

$=a-b-b+1=a-2b+1$

42 답 9

$x>4$일 때, $x-2>0$, $4-x<0$이므로 $\cdots$ (i)

$$\sqrt{(x-2)^2}+\sqrt{(4-x)^2}=x-2+\{-(4-x)\}$$
$$=x-2-4+x$$
$$=2x-6 \quad \cdots \text{(ii)}$$

즉, $2x-6=12$이므로

$2x=18 \quad \therefore x=9$ $\cdots$ (iii)

채점 기준

(i) $x-2$, $4-x$의 부호 정하기	30%
(ii) 식을 간단히 하기	50%
(iii) x의 값 구하기	20%

43 답 $3a$

$a>b$, $ab<0$이므로 $a>0$, $b<0$

즉, $-2a<0$, $a-b>0$이므로

$$\sqrt{(-2a)^2}-|b|+\sqrt{(a-b)^2}=-(-2a)-(-b)+a-b$$
$$=2a+b+a-b$$
$$=3a$$

44 답 ③

$a>b>c>0$일 때, $a-b>0$, $b-c>0$, $c-a<0$이므로

$$\sqrt{(a-b)^2}-\sqrt{(b-c)^2}+\sqrt{(c-a)^2}$$
$$=a-b-(b-c)+\{-(c-a)\}$$
$$=a-b-b+c-c+a$$
$$=2a-2b$$

45 답 ②

ㄱ. $x<-1$이면 $x+1<0$, $1-x>0$이므로

$$A=\sqrt{(x+1)^2}-\sqrt{(1-x)^2}$$
$$=-(x+1)-(1-x)$$
$$=-x-1-1+x=-2$$

ㄴ. $-1<x<1$이면 $x+1>0$, $1-x>0$이므로

$$A=\sqrt{(x+1)^2}-\sqrt{(1-x)^2}$$
$$=x+1-(1-x)$$
$$=x+1-1+x=2x$$

ㄷ. $x>1$이면 $x+1>0$, $1-x<0$이므로

$$A=\sqrt{(x+1)^2}-\sqrt{(1-x)^2}$$
$$=x+1-\{-(1-x)\}$$
$$=x+1+1-x=2$$

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다.

46 답 ②

$0<a<1$에서 $\frac{1}{a}>1$이므로 $a<\frac{1}{a}$이다.

즉, $a+\frac{1}{a}>0$, $a-\frac{1}{a}<0$이므로

$$\sqrt{\left(a+\frac{1}{a}\right)^2}-\sqrt{\left(a-\frac{1}{a}\right)^2}=a+\frac{1}{a}-\left\{-\left(a-\frac{1}{a}\right)\right\}$$
$$=a+\frac{1}{a}+a-\frac{1}{a}$$
$$=2a$$

03 제곱근의 성질 (2)

핵심 유형 & 핵심 유형 완성하기

15~17쪽

47 답 5

$\sqrt{180a}=\sqrt{2^2\times3^2\times5\times a}$가 자연수가 되려면 $a=5\times(\text{자연수})^2$의 꼴이어야 한다.

따라서 가장 작은 자연수 a의 값은 5이다.

48 답 7

$\sqrt{\frac{28}{x}}=\sqrt{\frac{2^2\times7}{x}}$이 자연수가 되려면 x는 28의 약수이면서 $7\times(\text{자연수})^2$의 꼴이어야 한다.

따라서 가장 작은 자연수 x의 값은 7이다.

49 답 ③

$\sqrt{13+a}$가 자연수가 되려면 $13+a$의 값이 13보다 큰 제곱인 수이어야 하므로

$13+a=16, 25, 36, \cdots$

$\therefore a=3, 12, 23, \cdots$

따라서 가장 작은 자연수 a의 값은 3이다.

50 답 ②

$\sqrt{16-n}$이 정수가 되려면 $16-n$의 값이 0 또는 16보다 작은 제곱인 수이어야 하므로

$16-n=0, 1, 4, 9$

$\therefore n=16, 15, 12, 7$

따라서 가장 작은 자연수 n의 값은 7이다.

51 답 6

$\sqrt{\frac{147}{2}x}=\sqrt{\frac{3\times7^2\times x}{2}}$가 자연수가 되려면 $x=2\times3\times(\text{자연수})^2$의 꼴이어야 한다.

따라서 가장 작은 자연수 x의 값은 $2\times3=6$이다.

52 답 ②

$\sqrt{2^2\times3^3\times5^4\times a}$가 자연수가 되려면 $a=3\times(\text{자연수})^2$의 꼴이어야 한다.

① $3=3\times1^2$ ② $9=3\times3$

③ $12=3\times2^2$ ④ $27=3\times3^2$

⑤ $48=3\times4^2$

따라서 자연수 a의 값으로 옳지 않은 것은 ②이다.

53 답 3개

$\sqrt{60n}=\sqrt{2^2\times3\times5\times n}$이 자연수가 되려면 $n=3\times5\times(\text{자연수})^2$의 꼴이어야 한다.

따라서 $10\le n<150$인 자연수 n은

$3\times5\times1^2=15$, $3\times5\times2^2=60$, $3\times5\times3^2=135$의 3개이다.

54 답 ④

$y=\sqrt{12.8x}=\sqrt{\frac{8^2\times x}{5}}$가 자연수가 되려면 $x=5\times$(자연수)^{2}의 꼴이어야 한다.
따라서 두 자리의 자연수 x는
$5\times2^2=20$, $5\times3^2=45$, $5\times4^2=80$
이므로 x의 값 중 가장 큰 수는 80이다.

55 답 ①

$\sqrt{\frac{45}{x}}$가 가장 큰 자연수가 되려면 가장 작은 자연수 x의 값을 구하면 된다.
이때 $\sqrt{\frac{45}{x}}=\sqrt{\frac{3^2\times5}{x}}$가 자연수가 되려면 x는 45의 약수이면서 $5\times$(자연수)^{2}의 꼴이어야 한다.
따라서 가장 작은 자연수 x의 값은 5이다.

56 답 18

$\sqrt{\frac{72}{a}}=\sqrt{\frac{2^3\times3^2}{a}}$이 자연수가 되려면 a는 72의 약수이면서 $2\times$(자연수)^{2}의 꼴이어야 한다.
따라서 가장 작은 두 자리의 자연수 a의 값은 $2\times3^2=18$이다.

57 답 6

넓이가 $\frac{216}{x}$인 정사각형 모양의 색종이의 한 변의 길이는 $\sqrt{\frac{216}{x}}$이므로 $\sqrt{\frac{216}{x}}=\sqrt{\frac{2^3\times3^3}{x}}$이 자연수가 되려면 x는 216의 약수이면서 $2\times3\times$(자연수)^{2}의 꼴이어야 한다.
따라서 가장 작은 자연수 x의 값은 $2\times3=6$이다.

58 답 3

$\sqrt{\frac{108}{a}}=\sqrt{\frac{2^2\times3^3}{a}}$이 자연수가 되려면 a는 108의 약수이면서 $3\times$(자연수)^{2}의 꼴이어야 한다.
$\therefore a=3,\ 3\times2^2,\ 3^3,\ 3^3\times2^2$ … (i)
$\sqrt{12a}=\sqrt{2^2\times3\times a}$가 자연수가 되려면 $a=3\times$(자연수)^{2}의 꼴이어야 한다. … (ii)
따라서 구하는 가장 작은 자연수 a의 값은 3이다. … (iii)

채점 기준

(i) $\sqrt{\frac{108}{a}}$이 자연수가 되도록 하는 자연수 a의 값 구하기	40%
(ii) $\sqrt{12a}$가 자연수가 되도록 하는 자연수 a의 조건 구하기	40%
(iii) 가장 작은 자연수 a의 값 구하기	20%

59 답 ⑤

$\sqrt{4^2+x}=\sqrt{16+x}$가 자연수가 되려면 $16+x$의 값이 16보다 큰 제곱인 수이어야 하므로
$16+x=25,\ 36,\ 49,\ \cdots$
$\therefore x=9,\ 20,\ 33,\ \cdots$
따라서 자연수 x의 값 중 최솟값은 9이다.

60 답 ④

$\sqrt{27+a}$가 자연수가 되려면 $27+a$의 값이 27보다 큰 제곱인 수이어야 하므로
$27+a=36,\ 49,\ 64,\ 81,\ 100,\ \cdots$
$\therefore a=9,\ 22,\ 37,\ 54,\ 73,\ \cdots$
따라서 자연수 a의 값이 아닌 것은 ④이다.

61 답 ③

$\sqrt{50+n}$이 자연수가 되려면 $50+n$의 값이 50보다 큰 제곱인 수이어야 하므로
$50+n=64,\ 81,\ 100,\ 121,\ 144,\ 169,\ \cdots$
$\therefore n=14,\ 31,\ 50,\ 71,\ 94,\ 119,\ \cdots$
따라서 100 이하의 자연수 n은 14, 31, 50, 71, 94의 5개이다.

62 답 17

$\sqrt{115+a}$가 자연수가 되려면 $115+a$의 값이 115보다 큰 제곱인 수이어야 하므로
$115+a=121,\ 144,\ 169,\ \cdots$
$\therefore a=6,\ 29,\ 54,\ \cdots$
따라서 가장 작은 자연수 $a=6$
이때 $b=\sqrt{115+6}=\sqrt{121}=11$이므로
$a+b=6+11=17$

63 답 ②

$\sqrt{19-x}$가 정수가 되려면 $19-x$의 값이 0 또는 19보다 작은 제곱인 수이어야 하므로
$19-x=0,\ 1,\ 4,\ 9,\ 16$
$\therefore x=19,\ 18,\ 15,\ 10,\ 3$
따라서 자연수 x의 값이 아닌 것은 ②이다.

64 답 ④

$\sqrt{50-a}$가 자연수가 되려면 $50-a$의 값이 50보다 작은 제곱인 수이어야 하므로
$50-a=1,\ 4,\ 9,\ 16,\ 25,\ 36,\ 49$
$\therefore a=49,\ 46,\ 41,\ 34,\ 25,\ 14,\ 1$
따라서 자연수 a의 개수는 7개이다.

65 답 22

$\sqrt{30-2x}$가 정수가 되려면 $30-2x$의 값이 0 또는 30보다 작은 제곱인 수이어야 하므로
$30-2x=0,\ 1,\ 4,\ 9,\ 16,\ 25$
$\therefore x=15,\ \frac{29}{2},\ 13,\ \frac{21}{2},\ 7,\ \frac{5}{2}$
이때 x는 자연수이므로 $x=15,\ 13,\ 7$
따라서 $A=15$, $B=7$이므로
$A+B=15+7=22$

66 답 8

두 정사각형 A, C의 한 변의 길이는 각각 $\sqrt{\frac{18}{5}x}$, $\sqrt{14-x}$이다.

이때 $\sqrt{\frac{18}{5}x}=\sqrt{\frac{2\times3^2\times x}{5}}$가 자연수가 되려면 $x=2\times5\times(\text{자연수})^2$의 꼴이어야 하므로 x의 값은

$2\times5\times1^2=10,\ 2\times5\times2^2=40,\ 2\times5\times3^2=90,\ \cdots$ … ㉠

또 $\sqrt{14-x}$가 자연수가 되려면 $14-x$의 값이 14보다 작은 제곱인 수이어야 하므로

$14-x=1,\ 4,\ 9$ $\quad\therefore x=13,\ 10,\ 5$ … ㉡

㉠, ㉡에서 $x=10$이므로

(정사각형 A의 한 변의 길이)$=\sqrt{\frac{18}{5}x}=\sqrt{\frac{18}{5}\times10}=\sqrt{36}=6$

(정사각형 C의 한 변의 길이)$=\sqrt{14-x}=\sqrt{14-10}=\sqrt{4}=2$

따라서 직사각형 B의 넓이는 $2\times(6-2)=8$

04 제곱근의 대소 관계

핵심 유형 & 핵심 유형 완성하기

18~20쪽

67 답 ⑤

① $5<6$이므로 $\sqrt{5}<\sqrt{6}$ $\quad\therefore -\sqrt{5}>-\sqrt{6}$

② $0.3=\sqrt{0.09}$이고 $0.3>0.09$이므로

$\sqrt{0.3}>\sqrt{0.09}$ $\quad\therefore \sqrt{0.3}>0.3$

③ $5=\sqrt{25}$이고 $25>24$이므로 $\sqrt{25}>\sqrt{24}$ $\quad\therefore 5>\sqrt{24}$

④ $\frac{1}{3}=\sqrt{\frac{1}{9}}$이고 $\frac{1}{9}>\frac{1}{10}$이므로

$\sqrt{\frac{1}{9}}>\sqrt{\frac{1}{10}}$ $\quad\therefore \frac{1}{3}>\sqrt{\frac{1}{10}}$

⑤ $2<3$이므로 $\sqrt{2}<\sqrt{3}$ $\quad\therefore \frac{\sqrt{2}}{2}<\frac{\sqrt{3}}{2}$

따라서 옳은 것은 ⑤이다.

68 답 -1

$2=\sqrt{4}$, $3=\sqrt{9}$에서 $2-\sqrt{2}>0$, $\sqrt{2}-3<0$이므로

$$\sqrt{(2-\sqrt{2})^2}-\sqrt{(\sqrt{2}-3)^2}=2-\sqrt{2}-\{-(\sqrt{2}-3)\}$$
$$=2-\sqrt{2}+\sqrt{2}-3=-1$$

69 답 ③

$3<\sqrt{3a}<5$에서 $3^2<(\sqrt{3a})^2<5^2$, $9<3a<25$

$\therefore 3<a<\frac{25}{3}$

따라서 자연수 a는 4, 5, 6, 7, 8의 5개이다.

다른 풀이

$3<\sqrt{3a}<5$에서 $3=\sqrt{9}$, $5=\sqrt{25}$이므로

$\sqrt{9}<\sqrt{3a}<\sqrt{25}$, $9<3a<25$ $\quad\therefore 3<a<\frac{25}{3}$

따라서 자연수 a는 4, 5, 6, 7, 8의 5개이다.

70 답 3

$\sqrt{64}=8$, $\sqrt{81}=9$이므로 $8<\sqrt{75}<9$

$\therefore f(75)=(\sqrt{75}$ 이하의 자연수의 개수$)=8$

$\sqrt{25}=5$, $\sqrt{36}=6$이므로 $5<\sqrt{30}<6$

$\therefore f(30)=(\sqrt{30}$ 이하의 자연수의 개수$)=5$

$\therefore f(75)-f(30)=8-5=3$

71 답 ⑤

① $7<8$이므로 $\sqrt{7}<\sqrt{8}$

② $\sqrt{0.09}=0.3$이므로 $0.25<0.3$ $\quad\therefore 0.25<\sqrt{0.09}$

③ $4=\sqrt{16}$이고 $18>16$이므로 $\sqrt{18}>\sqrt{16}$ $\quad\therefore \sqrt{18}>4$

④ $\frac{1}{6}=\sqrt{\frac{1}{36}}$이고 $\frac{1}{36}<\frac{1}{12}$이므로

$\sqrt{\frac{1}{36}}<\sqrt{\frac{1}{12}}$ $\quad\therefore \frac{1}{6}<\sqrt{\frac{1}{12}}$

⑤ $\sqrt{\frac{5}{2}}=\sqrt{2.5}$이고 $2.4<2.5$에서 $\sqrt{2.4}<\sqrt{2.5}$이므로

$-\sqrt{2.4}>-\sqrt{2.5}$ $\quad\therefore -\sqrt{2.4}>-\sqrt{\frac{5}{2}}$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

72 답 ②

② $0.25=\frac{1}{4}=\sqrt{\frac{1}{16}}$

④ $\frac{1}{5}=\sqrt{\frac{1}{25}}$

이때 $\frac{1}{25}<\frac{1}{16}<\frac{1}{3}<5<12$이므로

$\sqrt{\frac{1}{25}}<\sqrt{\frac{1}{16}}<\sqrt{\frac{1}{3}}<\sqrt{5}<\sqrt{12}$에서

$\frac{1}{5}<0.25<\sqrt{\frac{1}{3}}<\sqrt{5}<\sqrt{12}$

따라서 두 번째로 작은 수는 ②이다.

73 답 18

음수끼리 대소를 비교하면

$2=\sqrt{4}$이고 $4<8$에서 $\sqrt{4}<\sqrt{8}$이므로

$-\sqrt{4}>-\sqrt{8}$ $\quad\therefore -2>-\sqrt{8}$ … ㉠ … (i)

양수끼리 대소를 비교하면

$\sqrt{(-3)^2}=\sqrt{9}$이고 $\frac{1}{2}<9<10$이므로

$\sqrt{\frac{1}{2}}<\sqrt{(-3)^2}<\sqrt{10}$ … ㉡ … (ii)

㉠, ㉡에서 $-\sqrt{8}<-2<0<\sqrt{\frac{1}{2}}<\sqrt{(-3)^2}<\sqrt{10}$ … (iii)

따라서 가장 작은 수 $a=-\sqrt{8}$, 가장 큰 수 $b=\sqrt{10}$이므로

$a^2+b^2=(-\sqrt{8})^2+(\sqrt{10})^2=8+10=18$ … (iv)

채점 기준	
(i) 음수끼리 대소 비교하기	30 %
(ii) 양수끼리 대소 비교하기	30 %
(iii) 주어진 수의 대소 비교하기	20 %
(iv) a^2+b^2의 값 구하기	20 %

만렙 비법 먼저 음수와 양수로 구분한 후, 각각의 대소를 비교한다.

74 답 ④

$0<a<1$이므로

① $0<a<1$　② $0<a^2<1$　③ $0<\sqrt{a}<1$

④ $\frac{1}{a}>1$　⑤ $\sqrt{\frac{1}{a}}>1$

이때 $\frac{1}{a}>\sqrt{\frac{1}{a}}$이므로 $\frac{1}{a}$의 값이 가장 크다.

다른 풀이

$a=\frac{1}{4}$이라 하면

① $a=\frac{1}{4}$　② $a^2=\left(\frac{1}{4}\right)^2=\frac{1}{16}$　③ $\sqrt{a}=\sqrt{\frac{1}{4}}=\frac{1}{2}$

④ $\frac{1}{a}=4$　⑤ $\sqrt{\frac{1}{a}}=\sqrt{4}=2$

따라서 그 값이 가장 큰 것은 ④이다.

75 답 ③

$4=\sqrt{16}$에서 $\sqrt{3}-4<0$, $\sqrt{3}-1>0$이므로

$\sqrt{(\sqrt{3}-4)^2}+\sqrt{(\sqrt{3}-1)^2}=-(\sqrt{3}-4)+(\sqrt{3}-1)$

$=-\sqrt{3}+4+\sqrt{3}-1=3$

76 답 -8

$x+y=4+(-2-\sqrt{10})=2-\sqrt{10}$

이때 $2=\sqrt{4}$이므로 $2-\sqrt{10}<0$

$x-y=4-(-2-\sqrt{10})=6+\sqrt{10}>0$

$\therefore \sqrt{(x+y)^2}-\sqrt{(x-y)^2}=-(2-\sqrt{10})-(6+\sqrt{10})$

$=-2+\sqrt{10}-6-\sqrt{10}=-8$

77 답 7

$3=\sqrt{9}$에서 $3-\sqrt{10}<0$, $\sqrt{10}-3>0$이므로

$\sqrt{(3-\sqrt{10})^2}-\sqrt{(\sqrt{10}-3)^2}-\sqrt{(-3)^2}+(-\sqrt{10})^2$

$=-(3-\sqrt{10})-(\sqrt{10}-3)-3+10$

$=-3+\sqrt{10}-\sqrt{10}+3-3+10=7$

78 답 7

$8<\sqrt{5n}\le 10$에서 $8^2<(\sqrt{5n})^2\le 10^2$, $64<5n\le 100$

$\therefore \frac{64}{5}<n\le 20$

따라서 자연수 n의 값 중 가장 큰 수 $x=20$, 가장 작은 수 $y=13$이므로 $x-y=20-13=7$

다른 풀이

$8<\sqrt{5n}\le 10$에서 $8=\sqrt{64}$, $10=\sqrt{100}$이므로

$\sqrt{64}<\sqrt{5n}\le\sqrt{100}$, $64<5n\le 100$　$\therefore \frac{64}{5}<n\le 20$

따라서 자연수 x의 값 중 가장 큰 수 $x=20$, 가장 작은 수 $y=13$이므로 $x-y=20-13=7$

79 답 ③

$1<\sqrt{\frac{n}{3}}<2$에서 $1^2<\left(\sqrt{\frac{n}{3}}\right)^2<2^2$, $1<\frac{n}{3}<4$

$\therefore 3<n<12$

따라서 자연수 n은 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11의 8개이다.

80 답 4개

$2<\sqrt{x}<4$에서 $2^2<(\sqrt{x})^2<4^2$

$\therefore 4<x<16$　$\cdots$ ㉠

$-4<-\sqrt{x-2}<-3$에서 $3<\sqrt{x-2}<4$이므로

$3^2<(\sqrt{x-2})^2<4^2$, $9<x-2<16$

$\therefore 11<x<18$　$\cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 동시에 만족시키는 x의 값의 범위는

$11<x<16$

따라서 자연수 x는 12, 13, 14, 15의 4개이다.

81 답 ⑤

$\sqrt{5}<x<\sqrt{22}$에서 $(\sqrt{5})^2<x^2<(\sqrt{22})^2$

$\therefore 5<x^2<22$

이때 x는 자연수이므로 $x^2=9, 16$

따라서 자연수 x의 값은 3, 4이므로

$3+4=7$

82 답 ①

$\sqrt{196}=14$, $\sqrt{225}=15$이므로 $14<\sqrt{200}<15$

$\therefore f(200)=(\sqrt{200}$ 이하의 자연수의 개수$)=14$

$\sqrt{9}=3$, $\sqrt{16}=4$이므로 $3<\sqrt{10}<4$

$\therefore f(10)=(\sqrt{10}$ 이하의 자연수의 개수$)=3$

$\therefore f(200)-f(10)=14-3=11$

83 답 5개

$\frac{a+2b}{a-2b}=3$에서

$a+2b=3(a-2b)$, $a+2b=3a-6b$

$\therefore a=4b$　$\cdots$ (i)

$\sqrt{\frac{5a+9b}{a-3b}}$에 $a=4b$를 대입하면

$\sqrt{\frac{5a+9b}{a-3b}}=\sqrt{\frac{5\times 4b+9b}{4b-3b}}=\sqrt{\frac{29b}{b}}=\sqrt{29}$　$\cdots$ (ii)

$\sqrt{25}=5$, $\sqrt{36}=6$이므로 $5<\sqrt{29}<6$

즉, $\sqrt{29}$보다 작은 자연수는 1, 2, 3, 4, 5의 5개이다.　$\cdots$ (iii)

채점 기준	
(i) a, b 사이의 관계식 구하기	40 %
(ii) $\sqrt{\frac{5a+9b}{a-3b}}$의 값 구하기	40 %
(iii) 답 구하기	20 %

84 답 ②

$\sqrt{4}=2$, $\sqrt{9}=3$, $\sqrt{16}=4$, $\sqrt{25}=5$, $\sqrt{36}=6$이므로

$f(10)=2$　→ 1개

$f(11)=f(12)=f(13)=\cdots=f(17)=3$ → 7개

$f(18)=f(19)=f(20)=\cdots=f(26)=4$ → 9개

$f(27)=f(28)=f(29)=f(30)=5$　→ 4개

$\therefore f(10)+f(11)+f(12)+\cdots+f(30)$

$=2+3\times 7+4\times 9+5\times 4=79$

85 답 ①, ④

① $x=\pm\sqrt{36}$　　④ x는 36의 제곱근이다.

86 답 ④

$(-5)^2=25$의 음의 제곱근은 -5이므로 $A=-5$

$\sqrt{121}=11$의 양의 제곱근은 $\sqrt{11}$이므로 $B=\sqrt{11}$

$\therefore A+B^2=-5+(\sqrt{11})^2=-5+11=6$

87 답 **9 cm**

닮음비가 $1:3$인 두 원의 넓이의 비는 $1^2:3^2=1:9$이다.

두 원의 넓이를 각각 $x\,\text{cm}^2$, $9x\,\text{cm}^2$라 하면

$x+9x=90\pi$, $10x=90\pi$　　$\therefore x=9\pi$

따라서 큰 원의 넓이는 $9x=9\times9\pi=81\pi(\text{cm}^2)$

큰 원의 반지름의 길이를 $r\,\text{cm}$라 하면

$\pi r^2=81\pi$, $r^2=81$

이때 $r>0$이므로 $r=9$

따라서 큰 원의 반지름의 길이는 $9\,\text{cm}$이다.

참고 닮음비가 $m:n$인 두 닮은 도형의 넓이의 비는 $m^2:n^2$이다.

88 답 ⑤

ㄴ. 제곱근 16은 $\sqrt{16}=4$이다.

ㄷ. $225=15^2$이므로 $-\sqrt{225}=-15$이다.

ㄹ. $3^2=9$의 음의 제곱근은 -3이다.

ㅁ. $\sqrt{\frac{25}{81}}=\frac{5}{9}$의 양의 제곱근은 $\sqrt{\frac{5}{9}}$이다.

따라서 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 있는 수는 ㄴ, ㄷ, ㄹ이다.

89 답 ③

주어진 수들의 규칙성을 찾아보면

$\sqrt{\underbrace{1}_{1\text{개}}}=\sqrt{1^2}=1$

$\sqrt{\underbrace{1+3}_{2\text{개}}}=\sqrt{4}=\sqrt{2^2}=2$

$\sqrt{\underbrace{1+3+5}_{3\text{개}}}=\sqrt{9}=\sqrt{3^2}=3$

$\sqrt{\underbrace{1+3+5+7}_{4\text{개}}}=\sqrt{16}=\sqrt{4^2}=4$

⋮

$\sqrt{\underbrace{1+3+5+7+9+\cdots+19}_{10\text{개}}}=\sqrt{10^2}=10$

다른 풀이

$1+3+5+7+\cdots+19=S$로 놓고 다음과 같이 덧셈을 하면

$$\begin{array}{rl} & S=1+3+5+7+\cdots+17+19 \\ +) & S=19+17+15+13+\cdots+3+1 \\ \hline & 2S=\underbrace{20+20+20+20+\cdots+20+20}_{10\text{개}}=20\times10 \end{array}$$

즉, $S=\frac{1}{2}\times20\times10=10^2$이므로 $\sqrt{S}=\sqrt{10^2}=10$

90 답 ⑤

⑤ $-\sqrt{(-0.7)^2}=-0.7$

91 답 ③

$A=\sqrt{16}\times(-\sqrt{24})^2\div\sqrt{(-8)^2}$

$\quad=4\times24\div8=4\times24\times\frac{1}{8}=12$

$B=-(-\sqrt{5})^2\times(\sqrt{0.6})^2-\sqrt{1.44}$

$\quad=-5\times0.6-1.2=-4.2$

$\therefore A+B=12+(-4.2)=7.8$

92 답 ④

$a>0$일 때

③ $-2a<0$이므로 $\sqrt{(-2a)^2}=-(-2a)=2a$

④ $-9a<0$이므로 $-\sqrt{(-9a)^2}=-\{-(-9a)\}=-9a$

⑤ $8a>0$이므로 $-\sqrt{64a^2}=-\sqrt{(8a)^2}=-8a$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

93 답 ⑤

$\sqrt{a^2}=a$에서 $a>0$

$\sqrt{(-b)^2}=-b$에서 $-b>0$이므로 $b<0$

따라서 $-5a<0$, $4b<0$이므로

$\sqrt{(-5a)^2}-\sqrt{16b^2}=\sqrt{(-5a)^2}-\sqrt{(4b)^2}$

$\qquad=-(-5a)-(-4b)=5a+4b$

94 답 $-3x+2y$

$xy>0$에서 $x>0$, $y>0$ 또는 $x<0$, $y<0$

그런데 $x+y<0$이므로 $x<0$, $y<0$이다.　… (i)

즉, $4x<0$, $-y>0$, $x+y<0$이므로

$\sqrt{16x^2}-\sqrt{(-y)^2}-\sqrt{(x+y)^2}=\sqrt{(4x)^2}-\sqrt{(-y)^2}-\sqrt{(x+y)^2}$

$\qquad=-4x-(-y)-\{-(x+y)\}$

$\qquad=-4x+y+x+y$

$\qquad=-3x+2y$　… (ii)

채점 기준	
(i) x, y의 부호 정하기	50%
(ii) 식을 간단히 하기	50%

95 답 ③

$0<x<2$일 때, $x>0$, $x-2<0$, $2-x>0$이므로

$\sqrt{x^2}+\sqrt{(x-2)^2}-\sqrt{(2-x)^2}=x+\{-(x-2)\}-(2-x)$

$\qquad=x-x+2-2+x=x$

96 답 ③

$y<x<0<z$일 때, $y-z<0$, $z-x>0$, $x-y>0$이므로

$x\sqrt{(y-z)^2}-y\sqrt{(z-x)^2}-z\sqrt{(x-y)^2}$

$=x\{-(y-z)\}-y(z-x)-z(x-y)$

$=-xy+xz-yz+xy-xz+yz=0$

97 답 ④

$\sqrt{168xy}=\sqrt{2^3\times3\times7\times xy}$가 자연수가 되려면

$xy=2\times3\times7\times(\text{자연수})^2$의 꼴이어야 한다.

따라서 xy의 최솟값은 $2\times3\times7=42$이다.

98 답 0

$\sqrt{48a}=\sqrt{2^4\times3\times a}$가 자연수가 되려면 $a=3\times$(자연수)^{2}의 꼴이어야 한다.

따라서 가장 작은 자연수 a의 값은 3이다.

$\sqrt{\dfrac{48}{b}}=\sqrt{\dfrac{2^4\times3}{b}}$이 자연수가 되려면 b는 48의 약수이면서 $3\times$(자연수)^{2}의 꼴이어야 한다.

따라서 가장 작은 자연수 b의 값은 3이다.

$\therefore a-b=3-3=0$

99 답 ③

$\sqrt{9+x}$가 자연수가 되려면 $9+x$의 값이 9보다 큰 제곱인 수이어야 하므로

$9+x=16,\ 25,\ 36,\ \cdots$　　$\therefore x=7,\ 16,\ 27,\ \cdots$

따라서 가장 작은 자연수 $x=7$

이때 $y=\sqrt{9+7}=\sqrt{16}=4$이므로

$x+y=7+4=11$

100 답 ⑤

$\sqrt{42-x}$가 정수가 되려면 $42-x$의 값이 0 또는 42보다 작은 제곱인 수이어야 하므로

$42-x=0,\ 1,\ 4,\ 9,\ 16,\ 25,\ 36$

$\therefore x=42,\ 41,\ 38,\ 33,\ 26,\ 17,\ 6$

따라서 자연수 x의 개수는 7개이다.

101 답 26

두 잔디밭 A, B의 한 변의 길이는 각각 $\sqrt{35-x}$, $\sqrt{23+x}$이다.

이때 $\sqrt{35-x}$가 자연수가 되려면 $35-x$의 값이 35보다 작은 제곱인 수이어야 하므로

$35-x=1,\ 4,\ 9,\ 16,\ 25$

$\therefore x=34,\ 31,\ 26,\ 19,\ 10$　　$\cdots$ ㉠

또 $\sqrt{23+x}$가 자연수가 되려면 $23+x$의 값이 23보다 큰 제곱인 수이어야 하므로

$23+x=25,\ 36,\ 49,\ 64,\ 81,\ \cdots$

$\therefore x=2,\ 13,\ 26,\ 41,\ 58,\ \cdots$　　$\cdots$ ㉡

따라서 ㉠, ㉡에서 $x=26$

102 답 ③

① $6=\sqrt{36}$이고 $36>34$이므로

　$\sqrt{36}>\sqrt{34}$　　$\therefore 6>\sqrt{34}$

② $0.1=\sqrt{0.01}$이고 $0.01<0.1$이므로

　$\sqrt{0.01}<\sqrt{0.1}$　　$\therefore 0.1<\sqrt{0.1}$

③ $-\sqrt{(-3)^2}=-\sqrt{9}$이고 $9<10$에서 $\sqrt{9}<\sqrt{10}$이므로

　$-\sqrt{9}>-\sqrt{10}$　　$\therefore -\sqrt{(-3)^2}>-\sqrt{10}$

④ $\dfrac{1}{3}<\dfrac{1}{2}$이므로 $\sqrt{\dfrac{1}{3}}<\sqrt{\dfrac{1}{2}}$

⑤ $6=\sqrt{36}$이고 $37>36$에서 $\sqrt{37}>\sqrt{36}$이므로

　$-\sqrt{37}<-\sqrt{36}$　　$\therefore -\sqrt{37}<-6$

따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

103 답 ②

$a>1$이므로 $a^2>a$

$a^2>a$에서 $\sqrt{a^2}>\sqrt{a}$이므로 $a>\sqrt{a}$

$\therefore \sqrt{a}<a<a^2$

다른 풀이

$a=4$라 하면

$\sqrt{a}=\sqrt{4}=2,\ a=4,\ a^2=4^2=16$

따라서 $2<4<16$이므로 $\sqrt{a}<a<a^2$

104 답 ④

$3=\sqrt{9},\ 2=\sqrt{4}$에서 $\sqrt{5}-3<0,\ \sqrt{5}-2>0$이므로

$$\begin{aligned}\sqrt{(\sqrt{5}-3)^2}+\sqrt{(\sqrt{5}-2)^2}&=-(\sqrt{5}-3)+(\sqrt{5}-2)\\&=-\sqrt{5}+3+\sqrt{5}-2=1\end{aligned}$$

105 답 ②

$3<\sqrt{3x-1}<4$에서 $3^2<(\sqrt{3x-1})^2<4^2$

$9<3x-1<16,\ 10<3x<17$

$\therefore \dfrac{10}{3}<x<\dfrac{17}{3}$

따라서 자연수 x는 4, 5의 2개이다.

106 답 3

(가)에서 $\sqrt{12-x}$가 자연수가 되려면 $12-x$의 값이 12보다 작은 제곱인 수이어야 하므로

$12-x=1,\ 4,\ 9$

$\therefore x=11,\ 8,\ 3$　　$\cdots$ (i)

(나)에서 $\sqrt{5}<x<\sqrt{35}$이므로

$(\sqrt{5})^2<x^2<(\sqrt{35})^2$　　$\therefore 5<x^2<35$

이때 x는 자연수이므로 $x^2=9,\ 16,\ 25$

$\therefore x=3,\ 4,\ 5$　　$\cdots$ (ii)

따라서 (가), (나)를 모두 만족시키는 자연수 x의 값은 3이다.　　$\cdots$ (iii)

채점 기준

(i) $\sqrt{12-x}$가 자연수가 되도록 하는 자연수 x의 값 구하기	40 %
(ii) $\sqrt{5}<x<\sqrt{35}$를 만족시키는 자연수 x의 값 구하기	40 %
(iii) (가), (나)를 모두 만족시키는 자연수 x의 값 구하기	20 %

107 답 9

$\sqrt{1}=1,\ \sqrt{4}=2,\ \sqrt{9}=3$이므로

$N(1)=N(3)=1$

$N(5)=N(7)=2$

$N(9)=3$

$\therefore N(1)+N(3)+N(5)+N(7)+N(9)$

　$=1+1+2+2+3=9$

108 답 ②

$f(x)=7$인 자연수 x는 $7\le\sqrt{x}<8$이므로

$7^2\le(\sqrt{x})^2<8^2$　　$\therefore 49\le x<64$

따라서 자연수 x는 49, 50, 51, $\cdots$, 63의 15개이다.

2 무리수와 실수

01 3개	02 ②	03 P: $4-\sqrt{2}$, Q: $4+\sqrt{2}$	
04 ㄴ	05 ②	06 $-\pi$, $\sqrt{0.\dot{4}}$, $\sqrt{2}-2$	
07 ⑤	08 34개	09 ㄴ, ㄷ	10 ①, ⑤
11 ⑤	12 ③	13 ③	14 ④
15 ③	16 ⑤	17 P: $-3-\sqrt{2}$, Q: $-3+\sqrt{2}$	
18 $2+\sqrt{10}$	19 ㄱ, ㄹ ㅁ	20 $1+2\pi$	21 ①, ④, ⑤
22 ㄷ, ㄹ	23 ⑤	24 ④	25 $c<a<b$
26 ④	27 ③	28 ⑤	29 ④
30 ②	31 ④	32 ④	33 $3+\sqrt{7}$
34 ③	35 ②	36 ④	
37 점 D, 점 A, 점 C, 점 B		38 ⑤	39 ⑤
40 8개	41 ③	42 ④	43 ③
44 ②	45 ①, ④	46 ⑤	47 ①
48 $\sqrt{2}+\sqrt{10}$	49 $-2-\sqrt{13}$		50 ①
51 ②, ④	52 ③	53 $\sqrt{10}-\sqrt{3}$	54 원 C
55 ④	56 ⑤	57 ③	58 ⑤
59 ④			

01 무리수와 실수

핵심 유형 & 핵심 유형 완성하기

26~29쪽

01 답 **3개**

$0.\dot{3}=\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$ ⇨ 유리수, $\sqrt{16}=\sqrt{4^2}=4$ ⇨ 유리수

따라서 무리수는 π, $-\sqrt{10}$, $3.141141114\cdots$의 3개이다.

02 답 ②

① 실수 중 무리수가 아닌 수는 유리수이다.

③ 순환하지 않는 무한소수는 무리수이므로 실수이다.

④ 모든 실수는 양의 실수, 0, 음의 실수로 구분할 수 있다.

⑤ 정수는 유리수이다.

따라서 옳은 것은 ②이다.

03 답 **P: $4-\sqrt{2}$, Q: $4+\sqrt{2}$**

$\square ABCD=2\times2-4\times\left(\frac{1}{2}\times1\times1\right)=4-2=2$

즉, 정사각형 ABCD의 한 변의 길이는 $\sqrt{2}$이다.

$\overline{AP}=\overline{AD}=\sqrt{2}$이므로 점 P에 대응하는 수는 $4-\sqrt{2}$이고,

$\overline{AQ}=\overline{AB}=\sqrt{2}$이므로 점 Q에 대응하는 수는 $4+\sqrt{2}$이다.

04 답 ㄴ

ㄴ. 수직선은 유리수와 무리수, 즉 실수에 대응하는 점들로 완전히 메울 수 있다.

05 답 ②

② $\sqrt{0.\dot{4}}=\sqrt{\frac{4}{9}}=\sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)^2}=\frac{2}{3}$이므로 유리수이다.

06 답 **$-\pi$, $\sqrt{0.\dot{4}}$, $\sqrt{2}-2$**

순환하지 않는 무한소수는 무리수이다.

$\sqrt{9}=3$ ⇨ 유리수

$2.\dot{3}1\dot{5}=\frac{2315-2}{999}=\frac{2313}{999}=\frac{257}{111}$ ⇨ 유리수

$\sqrt{0.\dot{9}}=\sqrt{\frac{9}{9}}=\sqrt{1}=1$ ⇨ 유리수

따라서 무리수는 $-\pi$, $\sqrt{0.4}$, $\sqrt{2}-2$이다.

07 답 ⑤

정사각형의 한 변의 길이는 각각 다음과 같다.

① $\sqrt{3}$ ② $\sqrt{6}$ ③ $\sqrt{8}$ ④ $\sqrt{13}$ ⑤ $\sqrt{25}=\sqrt{5^2}=5$

따라서 정사각형의 한 변의 길이가 유리수인 것은 ⑤이다.

08 답 **34개**

$\sqrt{x}$가 유리수이려면 유리수 x가 제곱인 수이어야 한다.

40 이하의 자연수 중 제곱인 수는 1^2, 2^2, 3^2, 4^2, 5^2, 6^2의 6개이다.

따라서 $\sqrt{x}$가 무리수가 되도록 하는 x의 개수는 $40-6=34$(개)

만렙 비법 먼저 $\sqrt{x}$가 유리수가 되도록 하는 x의 개수를 구한다.

09 답 ㄴ, ㄷ

ㄴ. 순환소수는 유리수이다.

ㄷ. $\sqrt{4}=2$, $\sqrt{9}=3$ 등과 같이 근호 안의 수가 유리수의 제곱인 수는 유리수이다. 즉, 근호를 없앨 수 없는 수만 무리수이다.

10 답 ①, ⑤

② 4는 자연수이지만 4의 제곱근은 ± 2로 유리수이다.

③ 무한소수 중 순환하지 않는 무한소수는 무리수이다.

④ 유한소수는 모두 유리수이다.

⑥ a가 유리수의 제곱인 수이면 $\sqrt{a}$는 유리수이다.

따라서 옳은 것은 ①, ⑤이다.

11 답 ⑤

① 제곱근 3은 $\sqrt{3}$이다.

② $-\sqrt{3}$은 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 없다.

③ 순환하지 않는 무한소수이다.

④ $-\sqrt{3}$은 무리수이므로 $\dfrac{(\text{정수})}{(0\text{이 아닌 정수})}$의 꼴로 나타낼 수 없다.

⑤ $(-\sqrt{3})^2=3$이므로 유리수이다.

따라서 옳은 것은 ⑤이다.

12 답 ③

③ 실수 중 정수가 아닌 수는 정수가 아닌 유리수 또는 무리수이다.

13 답 ③

(가)에 해당하는 수는 무리수이므로 세 수가 모두 무리수인 것을 찾는다.

① $0.\dot{1}=\dfrac{1}{9}$ ⇨ 유리수, 0 ⇨ 유리수, $\sqrt{1}=1$ ⇨ 유리수

② -2 ⇨ 유리수, $-\dfrac{1}{4}$ ⇨ 유리수, $-0.\dot{1}\dot{3}=-\dfrac{13}{99}$ ⇨ 유리수

④ -3.14 ⇨ 유리수

⑤ $\sqrt{(-3)^2}=3$ ⇨ 유리수

따라서 세 수가 모두 (가)에 해당하는 수인 것은 ③이다.

14 답 ④

실수의 개수에서 유리수의 개수를 뺀 것은 무리수의 개수와 같다.

$2.888\cdots=2.\dot{8}=\dfrac{28-2}{9}=\dfrac{26}{9}$ ⇨ 유리수

$-\sqrt{25}=-5$ ⇨ 유리수, $\sqrt{\dfrac{9}{64}}=\dfrac{3}{8}$ ⇨ 유리수

따라서 주어진 수 중 무리수는 $-\sqrt{3.7}$, $\sqrt{14}$, $\sqrt{0.001}$의 3개이므로 $a-b$의 값은 3이다.

15 답 ③

① $\square ABCD=2\times 2-4\times\left(\dfrac{1}{2}\times 1\times 1\right)=4-2=2$

② 정사각형 ABCD의 한 변의 길이는 $\sqrt{2}$이므로 $\overline{AQ}=\overline{AB}=\sqrt{2}$

③ $\overline{PE}=\overline{AP}+\overline{AE}=\overline{AD}+\overline{AE}=\sqrt{2}+1$

④ $\overline{AP}=\overline{AD}=\sqrt{2}$이므로 점 P에 대응하는 수는 $3-\sqrt{2}$이다.

⑤ $\overline{AQ}=\overline{AB}=\sqrt{2}$이므로 점 Q에 대응하는 수는 $3+\sqrt{2}$이다.

따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

16 답 ⑤

한 변의 길이가 1인 정사각형의 대각선의 길이는 $\sqrt{2}$이다.

① 점 A는 -1에 대응하는 점을 기준점으로 하여 왼쪽으로 $\sqrt{2}$만큼 이동한 점이다. ⇨ A: $-1-\sqrt{2}$

② 점 B는 1에 대응하는 점을 기준점으로 하여 왼쪽으로 $\sqrt{2}$만큼 이동한 점이다. ⇨ B: $1-\sqrt{2}$

③ 점 C는 -1에 대응하는 점을 기준점으로 하여 오른쪽으로 $\sqrt{2}$만큼 이동한 점이다. ⇨ C: $-1+\sqrt{2}$

④ 점 D는 0에 대응하는 점을 기준점으로 하여 오른쪽으로 $\sqrt{2}$만큼 이동한 점이다. ⇨ D: $\sqrt{2}$

⑤ 점 E는 1에 대응하는 점을 기준점으로 하여 오른쪽으로 $\sqrt{2}$만큼 이동한 점이다. ⇨ E: $1+\sqrt{2}$

따라서 $1+\sqrt{2}$에 대응하는 점은 ⑤이다.

17 답 P: $-3-\sqrt{2}$, Q: $-3+\sqrt{2}$

한 변의 길이가 1인 정사각형의 대각선의 길이는 $\sqrt{2}$이다.

$\overline{AP}=\overline{AC}=\sqrt{2}$이므로 점 P에 대응하는 수는 $-3-\sqrt{2}$이고,

$\overline{AQ}=\overline{AC}=\sqrt{2}$이므로 점 Q에 대응하는 수는 $-3+\sqrt{2}$이다.

18 답 $2+\sqrt{10}$

$\square ABCD=4\times 4-4\times\left(\dfrac{1}{2}\times 3\times 1\right)=16-6=10$

즉, 정사각형 ABCD의 한 변의 길이는 $\sqrt{10}$이다. ⋯ (i)

$\therefore \overline{AP}=\overline{AB}=\sqrt{10}$ ⋯ (ii)

따라서 점 P에 대응하는 수는 $2+\sqrt{10}$이다. ⋯ (iii)

채점 기준

(i) 정사각형 ABCD의 한 변의 길이 구하기	30%
(ii) $\overline{AP}$의 길이 구하기	30%
(iii) 점 P에 대응하는 수 구하기	40%

19 답 ㄱ, ㄹ, ㅁ

ㄱ. 정사각형 (가)의 넓이는 $3\times 3-4\times\left(\dfrac{1}{2}\times 2\times 1\right)=9-4=5$

ㄴ. 정사각형 (나)의 넓이는 $4\times 4-4\times\left(\dfrac{1}{2}\times 3\times 1\right)=16-6=10$

ㄷ, ㄹ. 정사각형 (가)의 한 변의 길이는 $\sqrt{5}$이므로 점 A에 대응하는 수는 $-3-\sqrt{5}$이고, 점 B에 대응하는 수는 $-3+\sqrt{5}$이다.

ㅁ, ㅂ. 정사각형 (나)의 한 변의 길이는 $\sqrt{10}$이므로 점 C에 대응하는 수는 $1-\sqrt{10}$이고, 점 D에 대응하는 수는 $1+\sqrt{10}$이다.

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄹ, ㅁ이다.

20 답 $1+2\pi$

점 A와 점 P 사이의 거리는 원의 둘레의 길이와 같으므로

$2\times\pi\times 1=2\pi$

따라서 점 P에 대응하는 수는 $1+2\pi$이다.

21 답 ①, ④, ⑤

② 정수 0과 1 사이에는 정수가 하나도 없다.
③ 서로 다른 두 무리수 사이에는 무수히 많은 실수가 있다.
⑥ 0에 가장 가까운 유리수는 정할 수 없다.
따라서 옳은 것은 ①, ④, ⑤이다.

22 답 ㄷ, ㄹ

ㄱ. 3에 가장 가까운 무리수는 정할 수 없다.
ㄴ. 2와 $\sqrt{5}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.
ㄷ. $\sqrt{9}<\sqrt{15}<\sqrt{16}$에서 $3<\sqrt{15}<4$
따라서 옳은 것은 ㄷ, ㄹ이다.

23 답 ⑤

은식: 0과 1 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.
소영: 2와 3 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.
민정: $3<\sqrt{10}<4$, $3<\sqrt{14}<4$이므로 $\sqrt{10}$과 $\sqrt{14}$ 사이에는 자연수가 없다.
인선: 유리수이면서 무리수인 수는 없으므로 유리수와 무리수는 수직선 위의 같은 점에 대응하지 않는다.
따라서 바르게 말한 학생은 이슬이다.

02 실수의 대소 관계

핵심 유형 & 핵심 유형 완성하기 30~32쪽

24 답 ④

① $3-(\sqrt{3}+1)=2-\sqrt{3}=\sqrt{4}-\sqrt{3}>0$ $\quad\therefore 3>\sqrt{3}+1$
② $2-(5-\sqrt{6})=-3+\sqrt{6}=-\sqrt{9}+\sqrt{6}<0$ $\quad\therefore 2<5-\sqrt{6}$
③ $7-(6+\sqrt{2})=1-\sqrt{2}<0$ $\quad\therefore 7<6+\sqrt{2}$
④ $(4+\sqrt{3})-(\sqrt{3}+\sqrt{8})=4-\sqrt{8}=\sqrt{16}-\sqrt{8}>0$
$\therefore 4+\sqrt{3}>\sqrt{3}+\sqrt{8}$
⑤ $(\sqrt{7}-3)-(\sqrt{5}-3)=\sqrt{7}-\sqrt{5}>0$ $\quad\therefore \sqrt{7}-3>\sqrt{5}-3$
따라서 옳은 것은 ④이다.

다른 풀이
④ $4>\sqrt{8}$이므로 양변에 $\sqrt{3}$을 더하면 $4+\sqrt{3}>\sqrt{3}+\sqrt{8}$
⑤ $\sqrt{7}>\sqrt{5}$이므로 양변에서 3을 빼면 $\sqrt{7}-3>\sqrt{5}-3$
참고 양변에 동일한 수가 있는 경우에는 부등식의 성질을 이용하여 대소를 비교할 수 있다.

25 답 $c<a<b$

$a-b=(2+\sqrt{2})-(\sqrt{3}+2)=\sqrt{2}-\sqrt{3}<0$이므로 $a<b$
$a-c=(2+\sqrt{2})-3=-1+\sqrt{2}>0$이므로 $a>c$
$\therefore c<a<b$

26 답 ④

$\sqrt{4}<\sqrt{8}<\sqrt{9}$에서 $2<\sqrt{8}<3$이므로
$2-1<\sqrt{8}-1<3-1$ $\quad\therefore 1<\sqrt{8}-1<2$
따라서 수직선 위의 점 중에서 $\sqrt{8}-1$에 대응하는 점은 점 D이다.

27 답 ③

① $\sqrt{2}+0.01=1.414+0.01=1.424$
② $\sqrt{2}+0.3=1.414+0.3=1.714$
③ $\sqrt{3}-0.4=1.732-0.4=1.332$
④ $\sqrt{3}-\frac{1}{10}=1.732-0.1=1.632$
⑤ $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{2}=\frac{1.414+1.732}{2}=\frac{3.146}{2}=1.573$
따라서 $\sqrt{2}$와 $\sqrt{3}$ 사이에 있는 수가 아닌 것은 ③이다.

28 답 ⑤

① $3-(\sqrt{3}+2)=1-\sqrt{3}<0$ $\quad\therefore 3<\sqrt{3}+2$
② $(5-\sqrt{2})-(-\sqrt{2}+2)=3>0$ $\quad\therefore 5-\sqrt{2}>-\sqrt{2}+2$
③ $\left(6-\sqrt{\frac{1}{2}}\right)-\left(6-\sqrt{\frac{1}{3}}\right)=-\sqrt{\frac{1}{2}}+\sqrt{\frac{1}{3}}<0$
$\therefore 6-\sqrt{\frac{1}{2}}<6-\sqrt{\frac{1}{3}}$
④ $(\sqrt{2}+4)-(\sqrt{2}+\sqrt{5})=4-\sqrt{5}=\sqrt{16}-\sqrt{5}>0$
$\therefore \sqrt{2}+4>\sqrt{2}+\sqrt{5}$
⑤ $(\sqrt{8}-5)-(-\sqrt{7}+\sqrt{8})=-5+\sqrt{7}=-\sqrt{25}+\sqrt{7}<0$
$\therefore \sqrt{8}-5<-\sqrt{7}+\sqrt{8}$
따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

29 답 ④

① $(1-\sqrt{6})-(1-\sqrt{5})=-\sqrt{6}+\sqrt{5}<0$ $\quad\therefore 1-\sqrt{6}<1-\sqrt{5}$
② $(1-\sqrt{3})-(-0.3)=1.3-\sqrt{3}=\sqrt{1.69}-\sqrt{3}<0$
$\therefore 1-\sqrt{3}<-0.3$
③ $(\sqrt{5}+\sqrt{3})-(\sqrt{8}+\sqrt{3})=\sqrt{5}-\sqrt{8}<0$ $\quad\therefore \sqrt{5}+\sqrt{3}<\sqrt{8}+\sqrt{3}$
④ $(3+\sqrt{5})-(\sqrt{5}+\sqrt{7})=3-\sqrt{7}=\sqrt{9}-\sqrt{7}>0$
$\therefore 3+\sqrt{5}>\sqrt{5}+\sqrt{7}$
⑤ $(\sqrt{13}+2)-6=\sqrt{13}-4=\sqrt{13}-\sqrt{16}<0$ $\quad\therefore \sqrt{13}+2<6$
따라서 부등호 방향이 나머지 넷과 다른 하나는 ④이다.

30 답 ②

ㄱ. $\left(\sqrt{\frac{1}{6}}+\sqrt{3}\right)-\left(\sqrt{\frac{1}{5}}+\sqrt{3}\right)=\sqrt{\frac{1}{6}}-\sqrt{\frac{1}{5}}<0$
$\therefore \sqrt{\frac{1}{6}}+\sqrt{3}<\sqrt{\frac{1}{5}}+\sqrt{3}$
ㄴ. $(6-\sqrt{3})-4=2-\sqrt{3}=\sqrt{4}-\sqrt{3}>0$
$\therefore 6-\sqrt{3}>4$
ㄷ. $(\sqrt{11}-1)-(\sqrt{13}-1)=\sqrt{11}-\sqrt{13}<0$
$\therefore \sqrt{11}-1<\sqrt{13}-1$
ㄹ. $(\sqrt{28}-3)-(-3+\sqrt{24})=\sqrt{28}-\sqrt{24}>0$
$\therefore \sqrt{28}-3>-3+\sqrt{24}$

ㅁ. $(-3-\sqrt{5})-(-5)=2-\sqrt{5}=\sqrt{4}-\sqrt{5}<0$

$\therefore -3-\sqrt{5}<-5$

ㅂ. $10-(\sqrt{98}+1)=9-\sqrt{98}=\sqrt{81}-\sqrt{98}<0$

$\therefore 10<\sqrt{98}+1$

따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ, ㅁ의 3개이다.

31 답 ④

$a-c=(\sqrt{2}+1)-2=\sqrt{2}-1>0 \qquad \therefore a>c$

$b-c=(1-\sqrt{3})-2=-1-\sqrt{3}<0 \qquad \therefore b<c$

$\therefore b<c<a$

32 답 ④

$a-b=(\sqrt{3}+\sqrt{5})-(\sqrt{5}+2)=\sqrt{3}-2=\sqrt{3}-\sqrt{4}<0 \qquad \therefore a<b$

$a-c=(\sqrt{3}+\sqrt{5})-(\sqrt{3}+1)=\sqrt{5}-1>0 \qquad \therefore a>c$

$\therefore c<a<b$

33 답 $3+\sqrt{7}$

$-1-\sqrt{7}$은 음수이고 $\sqrt{3}+\sqrt{7}$, $3+\sqrt{7}$, 6은 양수이다.

양수끼리 대소를 비교하면

$(\sqrt{3}+\sqrt{7})-(3+\sqrt{7})=\sqrt{3}-3=\sqrt{3}-\sqrt{9}<0$

$\therefore \sqrt{3}+\sqrt{7}<3+\sqrt{7}$

$(3+\sqrt{7})-6=-3+\sqrt{7}=-\sqrt{9}+\sqrt{7}<0$

$\therefore 3+\sqrt{7}<6$

따라서 크기가 큰 것부터 차례로 나열하면 6, $3+\sqrt{7}$, $\sqrt{3}+\sqrt{7}$, $-1-\sqrt{7}$이므로 두 번째에 오는 수는 $3+\sqrt{7}$이다.

34 답 ③

$\sqrt{4}<\sqrt{6}<\sqrt{9}$에서 $2<\sqrt{6}<3$이므로

$2-3<\sqrt{6}-3<3-3 \qquad \therefore -1<\sqrt{6}-3<0$

따라서 수직선 위의 점 중에서 $\sqrt{6}-3$에 대응하는 점은 점 C이다.

35 답 ②

$\sqrt{36}<\sqrt{46}<\sqrt{49}$에서 $6<\sqrt{46}<7$

따라서 수직선에서 $\sqrt{46}$에 대응하는 점이 존재하는 구간은 ②이다.

36 답 ④

④ $\sqrt{16}<\sqrt{17}<\sqrt{25}$에서 $4<\sqrt{17}<5$이므로

$4-1<\sqrt{17}-1<5-1 \qquad \therefore 3<\sqrt{17}-1<4$

37 답 점 D, 점 A, 점 C, 점 B

$\sqrt{9}<\sqrt{10}<\sqrt{16}$에서 $3<\sqrt{10}<4$ ⇨ 점 D

$\sqrt{4}<\sqrt{6}<\sqrt{9}$에서 $2<\sqrt{6}<3$이므로

$-3<-\sqrt{6}<-2$ ⇨ 점 A

$1<\sqrt{3}<\sqrt{4}$에서 $1<\sqrt{3}<2$이므로

$1+1<\sqrt{3}+1<2+1 \qquad \therefore 2<\sqrt{3}+1<3$ ⇨ 점 C

$-3<-\sqrt{6}<-2$에서 $-3+1<-\sqrt{6}+1<-2+1$

$\therefore -2<-\sqrt{6}+1<-1$ ⇨ 점 B

따라서 $\sqrt{10}$, $-\sqrt{6}$, $\sqrt{3}+1$, $-\sqrt{6}+1$에 대응하는 점은 차례로 점 D, 점 A, 점 C, 점 B이다.

38 답 ⑤

① $\sqrt{\frac{25}{4}}=\frac{5}{2}=2.5$

② $\sqrt{5}+0.2=2.236+0.2=2.436$

③ $\sqrt{7}-0.04=2.646-0.04=2.606$

④ $\frac{\sqrt{5}+\sqrt{7}}{2}=\frac{2.236+2.646}{2}=\frac{4.882}{2}=2.441$

⑤ $\frac{3+\sqrt{7}}{2}=\frac{3+2.646}{2}=\frac{5.646}{2}=2.823$

따라서 $\sqrt{5}$와 $\sqrt{7}$ 사이에 있는 수가 아닌 것은 ⑤이다.

39 답 ⑤

① $\sqrt{3}=1.732$, $\sqrt{5}=2.236$이므로 $\sqrt{3}$과 $\sqrt{5}$ 사이에 있는 정수는 2의 1개이다.

④ $\sqrt{3}+\frac{1}{2}=1.732+0.5=2.232 \qquad \therefore \sqrt{3}<\sqrt{3}+\frac{1}{2}<\sqrt{5}$

⑤ $\sqrt{5}-1=2.236-1=1.236 \qquad \therefore \sqrt{5}-1<\sqrt{3}$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

40 답 8개

$\sqrt{9}<\sqrt{10}<\sqrt{16}$에서 $3<\sqrt{10}<4$이므로

$-4<-\sqrt{10}<-3$ ⋯ (i)

$\sqrt{9}<\sqrt{13}<\sqrt{16}$에서 $3<\sqrt{13}<4$이므로

$1+3<1+\sqrt{13}<1+4 \qquad \therefore 4<1+\sqrt{13}<5$ ⋯ (ii)

따라서 $-\sqrt{10}$과 $1+\sqrt{13}$ 사이에 있는 정수는

$-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4$의 8개이다. ⋯ (iii)

채점 기준

(i) $-\sqrt{10}$의 범위 구하기	30%
(ii) $1+\sqrt{13}$의 범위 구하기	30%
(iii) $-\sqrt{10}$과 $1+\sqrt{13}$ 사이에 있는 정수의 개수 구하기	40%

핵심 유형 최종 점검하기 33~35쪽

41 답 ③

$0.888\cdots=0.\dot{8}=\frac{8}{9}$ ⇨ 유리수

$\sqrt{\frac{1}{36}}=\frac{1}{6}$ ⇨ 유리수

$-\sqrt{9}-3=-3-3=-6$ ⇨ 유리수

$3.5\dot{2}\dot{1}=\frac{3521-35}{990}=\frac{3486}{990}=\frac{581}{165}$ ⇨ 유리수

따라서 무리수는 $\pi+1$, $\sqrt{8}-2$, $\sqrt{\frac{25}{8}}$의 3개이다.

42 답 ④

①, ③, ④ $\sqrt{8}$은 순환하지 않는 무한소수, 즉 무리수이다.

② $\sqrt{4}<\sqrt{8}<\sqrt{9}$이므로 $2<\sqrt{8}<3$

⑤ $\sqrt{8}$은 무리수이므로 $\frac{(\text{정수})}{(0\text{이 아닌 정수})}$의 꼴로 나타낼 수 없다.

따라서 옳은 것은 ④이다.

43 답 ③

ㄱ. (유리수)+(유리수)=(유리수)이므로 $a+2$는 유리수이다.

ㄴ. (유리수)+(무리수)=(무리수)이므로 $a+\sqrt{5}$는 무리수이다.

ㄷ. $a=0$인 경우 $\sqrt{2}a=0$으로 유리수이다.

ㄹ. (유리수)−(무리수)=(무리수)이므로 $a-\sqrt{11}$은 무리수이다.

ㅁ. (유리수)×(유리수)=(유리수)이므로 $4a$는 유리수이다.

따라서 항상 무리수인 것은 ㄴ, ㄹ이다.

44 답 ②

(i) $\sqrt{3n}$이 유리수인 경우는 $n=3k^2$(k는 자연수)일 때이므로

$3k^2\le 100 \quad \therefore k^2\le \frac{100}{3}=33.\times\times\times$

따라서 k는 1, 2, 3, 4, 5의 5개이다.

(ii) $\sqrt{5n}$이 유리수인 경우는 $n=5l^2$(l은 자연수)일 때이므로

$5l^2\le 100 \quad \therefore l^2\le 20$

따라서 l은 1, 2, 3, 4의 4개이다.

자연수 k, l에 대하여 $3k^2$과 $5l^2$이 일치하는 경우는 없으므로 (i), (ii)에 의해 $\sqrt{3n}$, $\sqrt{5n}$이 모두 무리수가 되도록 하는 n의 개수는

$100-(5+4)=91$(개)

만렙 비법 먼저 $\sqrt{3n}$, $\sqrt{5n}$이 각각 유리수가 되도록 하는 n의 개수를 구한다.

45 답 ①, ④

② 무한소수 중 순환소수는 유리수이고, 순환하지 않는 무한소수는 무리수이다.

③ 유리수는 유한소수 또는 순환소수로 나타낼 수 있다.

⑤ 유리수인 동시에 무리수인 실수는 없다.

따라서 옳은 것은 ①, ④이다.

46 답 ⑤

$\sqrt{9}-2=3-2=1$, $\sqrt{1.69}=\sqrt{(1.3)^2}=1.3$, $-\sqrt{\frac{48}{3}}=-\sqrt{16}=-4$

① 순환하지 않는 무한소수는 7π의 1개이다.

② 자연수는 $\sqrt{9}-2$의 1개이다.

③ 정수는 $\sqrt{9}-2$, $-\sqrt{\frac{48}{3}}$의 2개이다.

④ 유리수는 $\sqrt{9}-2$, $\frac{5}{6}$, $\sqrt{1.69}$, -5.25, $-\sqrt{\frac{48}{3}}$의 5개이다.

⑤ 정수가 아닌 유리수는 $\frac{5}{6}$, $\sqrt{1.69}$, -5.25의 3개이다.

따라서 옳은 것은 ⑤이다.

47 답 ①

각 정사각형은 한 변의 길이가 1이므로 대각선의 길이는 $\sqrt{2}$이다.

① 점 A는 0에 대응하는 점을 기준점으로 하여 왼쪽으로 $\sqrt{2}$만큼 이동한 점이다. ⇨ A: $-\sqrt{2}$

② 점 B는 1에 대응하는 점을 기준점으로 하여 왼쪽으로 $\sqrt{2}$만큼 이동한 점이다. ⇨ B: $1-\sqrt{2}$

③ 점 C는 2에 대응하는 점을 기준점으로 하여 왼쪽으로 $\sqrt{2}$만큼 이동한 점이다. ⇨ C: $2-\sqrt{2}$

④ 점 D는 0에 대응하는 점을 기준점으로 하여 오른쪽으로 $\sqrt{2}$만큼 이동한 점이다. ⇨ D: $\sqrt{2}$

⑤ 점 E는 2에 대응하는 점을 기준점으로 하여 오른쪽으로 $\sqrt{2}$만큼 이동한 점이다. ⇨ E: $2+\sqrt{2}$

따라서 각 점에 대응하는 수가 옳지 않은 것은 ①이다.

48 답 $\sqrt{2}+\sqrt{10}$

작은 정사각형의 넓이는 $2\times2-4\times\left(\frac{1}{2}\times1\times1\right)=4-2=2$

즉, 작은 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{2}$이다.

$\therefore \overline{OP}=\overline{OA}=\sqrt{2}$ ⋯ (i)

큰 정사각형의 넓이는 $4\times4-4\times\left(\frac{1}{2}\times3\times1\right)=16-6=10$

즉, 큰 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{10}$이다.

$\therefore \overline{OQ}=\overline{OB}=\sqrt{10}$ ⋯ (ii)

따라서 두 점 P, Q 사이의 거리는

$\overline{PQ}=\overline{OP}+\overline{OQ}=\sqrt{2}+\sqrt{10}$ ⋯ (iii)

채점 기준

(i) $\overline{OP}$의 길이 구하기	40%
(ii) $\overline{OQ}$의 길이 구하기	40%
(iii) 두 점 P, Q 사이의 거리 구하기	20%

49 답 $-2-\sqrt{13}$

$\square PQRS=5\times5-4\times\left(\frac{1}{2}\times3\times2\right)=25-12=13$

즉, 정사각형 PQRS의 한 변의 길이는 $\sqrt{13}$이다.

$\therefore \overline{PA}=\overline{PS}=\sqrt{13}$, $\overline{PB}=\overline{PQ}=\sqrt{13}$

이때 점 B에 대응하는 수가 $\sqrt{13}-2$이므로 점 P에 대응하는 수는 -2이다.

따라서 점 A에 대응하는 수는 $-2-\sqrt{13}$이다.

50 답 ①

ㄱ. $1<\sqrt{3}<\sqrt{4}$에서 $1<\sqrt{3}<2$

$\sqrt{9}<\sqrt{11}<\sqrt{16}$에서 $3<\sqrt{11}<4$

따라서 $\sqrt{3}$과 $\sqrt{11}$ 사이에는 2, 3의 2개의 정수가 있다.

ㄴ. 모든 양의 유리수는 양의 제곱근, 음의 제곱근 2개가 항상 존재한다.

ㄹ. 1에 가장 가까운 무리수는 정할 수 없다.

ㅁ. $\sqrt{2}$, $-\sqrt{2}$는 서로 다른 무리수이지만 그 합은 $\sqrt{2}+(-\sqrt{2})=0$으로 유리수이다.

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

51 답 ②, ④

$1<\sqrt{3}<\sqrt{4}$에서 $1<\sqrt{3}<2$이므로 $-2<-\sqrt{3}<-1$

$1<\sqrt{2}<\sqrt{4}$에서 $1<\sqrt{2}<2$

① 정수 x는 -1, 0, 1의 3개이다.

② 유리수 x는 무수히 많다.

④ 실수 x는 무수히 많다.

⑤ $\sqrt{4}<\sqrt{6}<\sqrt{9}$에서 $2<\sqrt{6}<3$이므로

$2-2<\sqrt{6}-2<3-2$ $\therefore 0<\sqrt{6}-2<1$

이때 $-\sqrt{3}<0$, $1<\sqrt{2}$이므로

$-\sqrt{3}<\sqrt{6}-2<\sqrt{2}$

따라서 옳지 않은 것은 ②, ④이다.

52 답 ③

(가) $(\sqrt{8}-1)-2=\sqrt{8}-3=\sqrt{8}-\sqrt{9}<0$

$\therefore \sqrt{8}-1<2$

(나) $(4-\sqrt{3})-(\sqrt{14}-\sqrt{3})=4-\sqrt{14}=\sqrt{16}-\sqrt{14}>0$

$\therefore 4-\sqrt{3}>\sqrt{14}-\sqrt{3}$

(다) $\sqrt{4}<\sqrt{5}<\sqrt{9}$에서 $2<\sqrt{5}<3$ … ㉠

또 $\sqrt{4}<\sqrt{7}<\sqrt{9}$에서 $2<\sqrt{7}<3$이므로

$-2+2<-2+\sqrt{7}<-2+3$

$\therefore 0<-2+\sqrt{7}<1$ … ㉡

㉠, ㉡에 의해 $\sqrt{5}>-2+\sqrt{7}$

따라서 바르게 나타낸 것은 ③이다.

53 답 $\sqrt{10}-\sqrt{3}$

$4-\sqrt{3}$, $\sqrt{10}-\sqrt{3}$은 양수이고 $-\sqrt{10}-2$, -4는 음수이다.

양수끼리 대소를 비교하면

$(4-\sqrt{3})-(\sqrt{10}-\sqrt{3})=4-\sqrt{10}=\sqrt{16}-\sqrt{10}>0$

$\therefore 4-\sqrt{3}>\sqrt{10}-\sqrt{3}$ … (i)

또 음수끼리 대소를 비교하면

$(-\sqrt{10}-2)-(-4)=-\sqrt{10}+2=-\sqrt{10}+\sqrt{4}<0$

$\therefore -\sqrt{10}-2<-4$ … (ii)

따라서 크기가 작은 것부터 차례로 나열하면

$-\sqrt{10}-2$, -4, 0, $\sqrt{10}-\sqrt{3}$, $4-\sqrt{3}$

이므로 네 번째에 오는 수는 $\sqrt{10}-\sqrt{3}$이다. … (iii)

채점 기준	
(i) 양수끼리 대소 비교하기	40%
(ii) 음수끼리 대소 비교하기	40%
(iii) 작은 것부터 차례로 나열할 때, 네 번째에 오는 수 구하기	20%

54 답 원 C

넓이가 가장 작은 원은 반지름의 길이가 가장 짧은 원이다.

$(\sqrt{2}+1)-2=\sqrt{2}-1>0$ $\therefore \sqrt{2}+1>2$

$2-(\sqrt{5}-1)=3-\sqrt{5}=\sqrt{9}-\sqrt{5}>0$ $\therefore 2>\sqrt{5}-1$

따라서 $\sqrt{5}-1<2<\sqrt{2}+1$이므로 넓이가 가장 작은 원은 반지름의 길이가 $\sqrt{5}-1$인 원 C이다.

55 답 ④

$\sqrt{9}<\sqrt{13}<\sqrt{16}$에서 $3<\sqrt{13}<4$이므로

$2+3<2+\sqrt{13}<2+4$ $\therefore 5<2+\sqrt{13}<6$

따라서 수직선에서 $2+\sqrt{13}$에 대응하는 점이 존재하는 구간은 ④이다.

56 답 ⑤

$1<\sqrt{2}<\sqrt{4}$에서 $1<\sqrt{2}<2$이므로

$-2<-\sqrt{2}<-1$ ⇨ 점 A

$1<\sqrt{2}<2$에서 $1+1<1+\sqrt{2}<1+2$

$\therefore 2<1+\sqrt{2}<3$ ⇨ 점 D

$1<\sqrt{3}<\sqrt{4}$에서 $1<\sqrt{3}<2$ ⇨ 점 C

$1<\sqrt{3}<2$에서 $2+1<2+\sqrt{3}<2+2$

$\therefore 3<2+\sqrt{3}<4$ ⇨ 점 E

$1<\sqrt{3}<2$에서 $-2+1<-2+\sqrt{3}<-2+2$

$\therefore -1<-2+\sqrt{3}<0$ ⇨ 점 B

따라서 점의 좌표가 옳은 것은 ⑤이다.

57 답 ③

무리수에 대응하는 점의 개수는

1과 2 사이에는 2개 → 2×1

2와 3 사이에는 4개 → 2×2

3과 4 사이에는 6개 → 2×3

이므로 n과 $n+1$ 사이에는 $2n$개이다.

따라서 1001과 1002 사이에 있는 무리수에 대응하는 점의 개수는

$2\times1001=2002$(개)

다른 풀이

$1001=\sqrt{1001^2}=\sqrt{1002001}$, $1002=\sqrt{1002^2}=\sqrt{1004004}$

$\therefore 1004004-1002001-1=2002$(개)

만렙비법 먼저 두 자연수 n과 $n+1$ 사이에 있는 무리수에 대응하는 점의 개수를 n에 대한 식으로 나타낸다.

58 답 ⑤

① $\sqrt{7}-\sqrt{6}=2.646-2.449=0.197$

② $\sqrt{6}+\sqrt{7}=2.449+2.646=5.095$

③ $\sqrt{7}-0.2=2.646-0.2=2.446$

④ $\dfrac{\sqrt{7}-\sqrt{6}}{2}=\dfrac{2.646-2.449}{2}=\dfrac{0.197}{2}=0.0985$

⑤ $\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{7}}{2}=\dfrac{2.449+2.646}{2}=\dfrac{5.095}{2}=2.5475$

따라서 $\sqrt{6}$과 $\sqrt{7}$ 사이에 있는 수는 ⑤이다.

59 답 ④

(나) $\sqrt{5}=2.236$이므로 $2+\sqrt{5}=2+2.236=4.236$

(다) $\sqrt{(-6)^2}=6$

① $\sqrt{15}$는 무리수이지만 $\sqrt{15}<\sqrt{16}$에서 $\sqrt{15}<4$이므로

$\sqrt{15}<2+\sqrt{5}$

② $\sqrt{16}=4$는 무리수가 아니다.

③ 5는 무리수가 아니다.

④ $\sqrt{30}$은 무리수이고, $\sqrt{25}<\sqrt{30}<\sqrt{36}$에서 $5<\sqrt{30}<6$이므로

$2+\sqrt{5}<\sqrt{30}<\sqrt{(-6)^2}$

⑤ $\sqrt{42}$는 무리수이지만 $\sqrt{42}>\sqrt{36}$에서 $\sqrt{42}>6$이므로

$\sqrt{42}>\sqrt{(-6)^2}$

따라서 주어진 조건을 모두 만족시키는 수는 ④이다.

3 근호를 포함한 식의 계산

01 ⑤　02 ④　03 ④　04 ③　05 ②
06 ⑤　07 6　08 2　09 ①　10 -2
11 21　12 3배　13 ③　14 ③　15 22
16 ④　17 ③　18 ④　19 $\frac{2}{5}$　20 12
21 (1) 14.14　(2) 0.04472　22 $2ab$　23 2
24 $\frac{12\sqrt{5}}{5}$　25 3　26 ④　27 ③　28 ②
29 ②　30 ④　31 ④　32 ②　33 ④
34 $\frac{1}{21}$　35 ③　36 7　37 $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{7}}$　38 $\frac{4\sqrt{3}}{15}$
39 ③　40 8　41 $\frac{\sqrt{10}}{12}$　42 ②
43 $10\sqrt{2}\,\text{cm}^2$　44 $2\sqrt{2}\,\text{cm}$　45 $20\sqrt{2}\pi\,\text{cm}$
46 ③　47 ③　48 ④　49 ①　50 ②
51 ③　52 $\sqrt{3}-3$　53 3　54 ⑤
55 $\frac{7\sqrt{2}}{6}-\frac{3\sqrt{7}}{10}$　56 ②　57 $-4+2\sqrt{6}$
58 ①　59 ④　60 $-\frac{7\sqrt{2}}{10}+\sqrt{6}$　61 32
62 ④　63 1　64 ④　65 ①　66 ②
67 $2-2\sqrt{5}$　68 -8　69 ⑤　70 ①　71 ②
72 ⑤　73 $-1-2\sqrt{6}$　74 ④　75 ①
76 $2\sqrt{5}-\frac{\sqrt{2}}{2}$　77 $2\sqrt{15}+3$　78 2
79 ③　80 1　81 $15\sqrt{2}\,\text{cm}$
82 $30\sqrt{6}\,\text{km}$　83 $15+\sqrt{6}$　84 $(14+6\sqrt{10})\,\text{cm}^2$
85 $60\sqrt{5}\,\text{cm}^3$　86 $2+2\sqrt{2}$　87 $3\sqrt{2}-2$
88 $\sqrt{5}+10$　89 $-1+3\sqrt{5}$　90 ⑤　91 ④
92 ①　93 6　94 ②　95 ③
96 $30-10\sqrt{2}$　97 $6\sqrt{2}$　98 5　99 $4+4\sqrt{2}$
100 $-\frac{8}{3}$　101 4　102 (1) -7　(2) 62　103 ⑤
104 -4　105 ①　106 $27+14\sqrt{2}$　107 ④
108 ③　109 $-7\sqrt{15}-28$　110 $\sqrt{3}-1$
111 6개　112 ①　113 34　114 7　115 ⑤
116 ⑤　117 3　118 ①　119 $2\sqrt{2}+2$
120 ⑤　121 ③　122 ④　123 59　124 ④
125 ⑤　126 $\pm\sqrt{5}$　127 ②　128 ③　129 2
130 3　131 ㄱ, ㄷ　132 2
133 $x=56.04$, $y=0.1792$　134 ④　135 ④
136 $\frac{\sqrt{3}}{3}$　137 ③　138 ④　139 $\frac{4\sqrt{5}}{5}\,\text{cm}$
140 ②　141 6　142 $\frac{1}{2}$　143 4　144 1
145 $9\sqrt{3}\,\text{cm}$　146 ④　147 ③　148 ④
149 $\frac{15}{2}$, -35　150 $-1-\sqrt{6}$　151 ④
152 2　153 -8　154 ③　155 ③　156 $8\sqrt{5}$
157 6

01 제곱근의 곱셈과 나눗셈

핵심 유형 & 핵심 유형 완성하기

38~40쪽

01 답 ⑤

$2\sqrt{3}\times\left(-\sqrt{\frac{5}{7}}\right)\times(-3\sqrt{7})=6\sqrt{3\times\frac{5}{7}\times7}=6\sqrt{15}$

02 답 ④

① $\sqrt{4}\div\sqrt{2}=\frac{\sqrt{4}}{\sqrt{2}}=\sqrt{\frac{4}{2}}=\sqrt{2}$

② $-\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}}=-\sqrt{\frac{6}{3}}=-\sqrt{2}$

③ $\sqrt{\frac{8}{5}}\div\sqrt{\frac{4}{5}}=\sqrt{\frac{8}{5}}\times\sqrt{\frac{5}{4}}=\sqrt{\frac{8}{5}\times\frac{5}{4}}=\sqrt{2}$

④ $-\sqrt{44}\div\sqrt{\frac{4}{11}}=-\sqrt{44}\times\sqrt{\frac{11}{4}}=-\sqrt{44\times\frac{11}{4}}$
$=-\sqrt{11^2}=-11$

⑤ $12\sqrt{30}\div(-2\sqrt{3})=-\frac{12\sqrt{30}}{2\sqrt{3}}=-\frac{12}{2}\sqrt{\frac{30}{3}}=-6\sqrt{10}$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

03 답 ④

① $-\sqrt{12}=-\sqrt{2^2\times3}=-2\sqrt{3}$
② $-\sqrt{810}=-\sqrt{9^2\times10}=-9\sqrt{10}$
③ $3\sqrt{3}=\sqrt{3^2\times3}=\sqrt{27}$
④ $-3\sqrt{7}=-\sqrt{3^2\times7}=-\sqrt{63}$
⑤ $\sqrt{98}=\sqrt{7^2\times2}=7\sqrt{2}$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

04 답 ③

$\sqrt{0.72}=\sqrt{\frac{72}{100}}=\sqrt{\frac{6^2\times2}{10^2}}=\frac{6\sqrt{2}}{10}=\frac{3\sqrt{2}}{5}$　$\therefore k=\frac{3}{5}$

05 답 ②

$4\sqrt{5}\times3\sqrt{6}\times\left(-\sqrt{\frac{1}{3}}\right)=-12\sqrt{5\times6\times\frac{1}{3}}=-12\sqrt{10}$

06 답 ⑤

① $\sqrt{2}\sqrt{7}=\sqrt{2\times7}=\sqrt{14}$

② $\sqrt{\frac{1}{3}}\times3\sqrt{6}=3\sqrt{\frac{1}{3}\times6}=3\sqrt{2}$

③ $(-\sqrt{35})\times\sqrt{\frac{1}{5}}=-\sqrt{35\times\frac{1}{5}}=-\sqrt{7}$

④ $(-\sqrt{14})\times\left(-\sqrt{\frac{1}{7}}\right)\times\sqrt{5}=\sqrt{14\times\frac{1}{7}\times5}=\sqrt{10}$

⑤ $\sqrt{\frac{16}{5}}\times5\sqrt{\frac{3}{8}}\times\left(-\sqrt{\frac{5}{6}}\right)=-5\sqrt{\frac{16}{5}\times\frac{3}{8}\times\frac{5}{6}}=-5$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

07 답 6

$\sqrt{\frac{6}{5}}\times\sqrt{\frac{15}{2}}=\sqrt{\frac{6}{5}\times\frac{15}{2}}=\sqrt{9}=3 \qquad \therefore a=3$

$b\sqrt{\frac{1}{7}}\times4\sqrt{\frac{14}{3}}=4b\sqrt{\frac{1}{7}\times\frac{14}{3}}=4b\sqrt{\frac{2}{3}}$

즉, $4b\sqrt{\frac{2}{3}}=-12\sqrt{\frac{2}{3}}$이므로

$4b=-12 \qquad \therefore b=-3$

$\therefore a-b=3-(-3)=6$

08 답 2

$\sqrt{2}\times\sqrt{5}\times\sqrt{a}\times\sqrt{20}\times\sqrt{2a}=\sqrt{2\times5\times a\times20\times2a}$

$=\sqrt{20^2\times a^2}$

$=\sqrt{(20a)^2}$

이때 $a>0$이므로 $\sqrt{(20a)^2}=20a$

따라서 $20a=40$이므로 $a=2$

09 답 ①

① $\frac{\sqrt{21}}{\sqrt{7}}=\sqrt{\frac{21}{7}}=\sqrt{3}$

② $\frac{7\sqrt{3}}{4\sqrt{3}}=\frac{7}{4}=\sqrt{\frac{49}{16}}$

③ $\sqrt{\frac{8}{3}}\div\sqrt{\frac{2}{3}}=\sqrt{\frac{8}{3}}\times\sqrt{\frac{3}{2}}=\sqrt{\frac{8}{3}\times\frac{3}{2}}=\sqrt{4}$

④ $\sqrt{40}\div\sqrt{8}=\frac{\sqrt{40}}{\sqrt{8}}=\sqrt{\frac{40}{8}}=\sqrt{5}$

⑤ $4\sqrt{15}\div2\sqrt{5}=\frac{4\sqrt{15}}{2\sqrt{5}}=2\sqrt{\frac{15}{5}}=2\sqrt{3}=\sqrt{12}$

따라서 $\sqrt{3}<\sqrt{\frac{49}{16}}<\sqrt{4}<\sqrt{5}<\sqrt{12}$이므로 가장 작은 수는 ①이다.

10 답 −2

$\frac{\sqrt{15}}{2\sqrt{14}}\div\left(-\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{56}}\right)\div\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{32}}=\frac{\sqrt{15}}{2\sqrt{14}}\times\left(-\frac{\sqrt{56}}{2\sqrt{3}}\right)\times\frac{\sqrt{32}}{\sqrt{10}}$

$=-\frac{1}{4}\sqrt{\frac{15}{14}\times\frac{56}{3}\times\frac{32}{10}}$

$=-\frac{\sqrt{64}}{4}$

$=-\frac{8}{4}=-2$

11 답 21

$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{5}}\div\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{10}}=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{5}}\times\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{7}}=\sqrt{\frac{a}{5}\times\frac{10}{7}}=\sqrt{\frac{2a}{7}}$

즉, $\sqrt{\frac{2a}{7}}=\sqrt{6}$이므로

$\frac{2a}{7}=6,\ 2a=42 \qquad \therefore a=21$

12 답 3배

$\sqrt{15}\div\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}}=\sqrt{15}\times\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}=\sqrt{15\times\frac{3}{5}}=\sqrt{9}=3$

따라서 $\sqrt{15}$는 $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}}$의 3배이다.

13 답 ③

① $\sqrt{40}=\sqrt{2^2\times10}=2\sqrt{10}$

② $5\sqrt{2}=\sqrt{5^2\times2}=\sqrt{50}$

③ $\sqrt{32}=\sqrt{4^2\times2}=4\sqrt{2}$

④ $4\sqrt{3}=\sqrt{4^2\times3}=\sqrt{48}$

⑤ $-\sqrt{28}=-\sqrt{2^2\times7}=-2\sqrt{7}$

따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

14 답 ③

$3\sqrt{2}=\sqrt{3^2\times2}=\sqrt{18} \qquad \therefore a=18$

또 $b\neq1$이므로

$\sqrt{56}=\sqrt{2^2\times14}=2\sqrt{14} \qquad \therefore b=2,\ c=14$

$\therefore a+b+c=18+2+14=34$

15 답 22

$4\sqrt{3}=\sqrt{4^2\times3}=\sqrt{48}$이므로 $\sqrt{26+x}=\sqrt{48}$

따라서 $26+x=48$이므로 $x=22$

16 답 ④

$h=25$일 때,

$v=\sqrt{9.8\times25}=\sqrt{245}=\sqrt{7^2\times5}=7\sqrt{5}$

17 답 ③

$\sqrt{0.6}=\sqrt{\frac{60}{100}}=\sqrt{\frac{2^2\times15}{10^2}}=\frac{2\sqrt{15}}{10}=\frac{\sqrt{15}}{5} \qquad \therefore k=\frac{1}{5}$

18 답 ④

① $\sqrt{\frac{3}{100}}=\sqrt{\frac{3}{10^2}}=\frac{\sqrt{3}}{10}$

② $\sqrt{0.13}=\sqrt{\frac{13}{100}}=\sqrt{\frac{13}{10^2}}=\frac{\sqrt{13}}{10}$

③ $\frac{\sqrt{3}}{7}=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7^2}}=\sqrt{\frac{3}{49}}$

④ $\sqrt{\frac{5}{16}}=\sqrt{\frac{5}{4^2}}=\frac{\sqrt{5}}{4}$

⑤ $-\frac{\sqrt{6}}{2}=-\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2^2}}=-\sqrt{\frac{6}{4}}=-\sqrt{\frac{3}{2}}$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

19 답 $\frac{2}{5}$

$\sqrt{0.18}=\sqrt{\frac{18}{100}}=\sqrt{\frac{3^2\times 2}{10^2}}=\frac{3\sqrt{2}}{10}$ $\quad\therefore a=\frac{3}{10}$

$\sqrt{\frac{48}{9}}=\sqrt{\frac{4^2\times 3}{3^2}}=\frac{4\sqrt{3}}{3}$ $\quad\therefore b=\frac{4}{3}$

$\therefore ab=\frac{3}{10}\times\frac{4}{3}=\frac{2}{5}$

20 답 12

$a>1$, $b>1$이므로

$\frac{10\sqrt{3}}{\sqrt{15}}=\frac{\sqrt{10^2\times 3}}{\sqrt{15}}=\sqrt{\frac{10^2\times 3}{15}}=\sqrt{20}=\sqrt{2^2\times 5}=2\sqrt{5}$

$\therefore a=2,\ b=5$ ⋯ (i)

또 $c>1$, $d>1$이므로

$\frac{6}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{6^2}}{\sqrt{3}}=\sqrt{\frac{36}{3}}=\sqrt{12}=\sqrt{2^2\times 3}=2\sqrt{3}$

$\therefore c=2,\ d=3$ ⋯ (ii)

$\therefore a+b+c+d=2+5+2+3=12$ ⋯ (iii)

채점 기준	
(i) a, b의 값 구하기	40%
(ii) c, d의 값 구하기	40%
(iii) $a+b+c+d$의 값 구하기	20%

02 제곱근의 값과 분모의 유리화

핵심 유형 & 핵심 유형 완성하기 41~45쪽

21 답 (1) 14.14 (2) 0.04472

(1) $\sqrt{200}=\sqrt{2\times 100}=\sqrt{2\times 10^2}=10\sqrt{2}=10\times 1.414=14.14$

(2) $\sqrt{0.002}=\sqrt{\frac{20}{10000}}=\sqrt{\frac{20}{100^2}}=\frac{\sqrt{20}}{100}=\frac{4.472}{100}=0.04472$

22 답 $2ab$

$\sqrt{140}=\sqrt{2^2\times 5\times 7}=2\times\sqrt{5}\times\sqrt{7}=2ab$

23 답 2

$\frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=\frac{3\sqrt{3}\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{3\sqrt{6}}{2}$ $\quad\therefore a=\frac{3}{2}$

$\frac{20}{3\sqrt{5}}=\frac{20\times\sqrt{5}}{3\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\frac{20\sqrt{5}}{15}=\frac{4\sqrt{5}}{3}$ $\quad\therefore b=\frac{4}{3}$

$\therefore ab=\frac{3}{2}\times\frac{4}{3}=2$

24 답 $\frac{12\sqrt{5}}{5}$

$\frac{3\sqrt{6}}{\sqrt{10}}\div\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{5}}\times\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{15}}=\frac{3\sqrt{6}}{\sqrt{10}}\times\frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{3}}\times\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{15}}=\frac{12}{\sqrt{5}}$

$=\frac{12\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\frac{12\sqrt{5}}{5}$

25 답 3

삼각형의 넓이는

$\frac{1}{2}\times\sqrt{18}\times\sqrt{10}=\frac{1}{2}\times 3\sqrt{2}\times\sqrt{10}=3\sqrt{5}$

직사각형의 넓이는 $x\times\sqrt{5}=\sqrt{5}x$

따라서 $\sqrt{5}x=3\sqrt{5}$이므로 $x=\frac{3\sqrt{5}}{\sqrt{5}}=3$

26 답 ④

① $\sqrt{300}=\sqrt{3\times 100}=\sqrt{3\times 10^2}=10\sqrt{3}=17.32$

② $\sqrt{3000}=\sqrt{30\times 100}=\sqrt{30\times 10^2}=10\sqrt{30}=54.77$

③ $\sqrt{30000}=\sqrt{3\times 10000}=\sqrt{3\times 100^2}=100\sqrt{3}=173.2$

④ $\sqrt{0.3}=\sqrt{\frac{30}{100}}=\sqrt{\frac{30}{10^2}}=\frac{\sqrt{30}}{10}=0.5477$

⑤ $\sqrt{0.003}=\sqrt{\frac{30}{10000}}=\sqrt{\frac{30}{100^2}}=\frac{\sqrt{30}}{100}=0.05477$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

27 답 ③

① $\sqrt{0.02}=\sqrt{\frac{2}{100}}=\sqrt{\frac{2}{10^2}}=\frac{\sqrt{2}}{10}=0.1414$

② $\sqrt{0.08}=\sqrt{\frac{8}{100}}=\sqrt{\frac{2^2\times 2}{10^2}}=\frac{2\sqrt{2}}{10}=\frac{\sqrt{2}}{5}=0.2828$

③ $\sqrt{0.2}=\sqrt{\frac{20}{100}}=\sqrt{\frac{20}{10^2}}=\frac{\sqrt{20}}{10}$이므로 $\sqrt{20}$의 값이 주어져야 한다.

④ $\sqrt{18}=\sqrt{3^2\times 2}=3\sqrt{2}=4.242$

⑤ $\sqrt{200}=\sqrt{2\times 100}=\sqrt{2\times 10^2}=10\sqrt{2}=14.14$

따라서 그 값을 구할 수 없는 것은 ③이다.

28 답 ②

① $\sqrt{0.302}=\sqrt{\frac{30.2}{100}}=\sqrt{\frac{30.2}{10^2}}=\frac{\sqrt{30.2}}{10}=\frac{5.495}{10}=0.5495$

② $\sqrt{0.416}=\sqrt{\frac{41.6}{100}}=\sqrt{\frac{41.6}{10^2}}=\frac{\sqrt{41.6}}{10}$

이므로 주어진 제곱근표에서 $\sqrt{41.6}$의 값이 주어져야 한다.

③ $\sqrt{423}=\sqrt{4.23\times 100}=\sqrt{4.23\times 10^2}$

$=10\sqrt{4.23}=10\times 2.057=20.57$

④ $\sqrt{0.0415}=\sqrt{\frac{4.15}{100}}=\sqrt{\frac{4.15}{10^2}}=\frac{\sqrt{4.15}}{10}=\frac{2.037}{10}=0.2037$

⑤ $\sqrt{314000}=\sqrt{31.4\times 10000}=\sqrt{31.4\times 100^2}$

$=100\sqrt{31.4}=100\times 5.604=560.4$

따라서 그 값을 구할 수 없는 것은 ②이다.

29 답 ②

$\sqrt{980}=\sqrt{2.45\times 400}=\sqrt{2.45\times 20^2}=20\sqrt{2.45}=31.3$

30 답 ④

$\sqrt{0.24}=\sqrt{\frac{24}{100}}=\sqrt{\frac{2^2\times 6}{10^2}}=\frac{2\sqrt{6}}{10}=\frac{1}{5}\times\sqrt{2\times 3}$

$=\frac{1}{5}\times\sqrt{2}\times\sqrt{3}=\frac{1}{5}ab$

31 답 ④

① $\sqrt{75}=\sqrt{3\times5^2}=\sqrt{3}\times(\sqrt{5})^2=xy^2$

② $\sqrt{147}=\sqrt{3\times7^2}=7\times\sqrt{3}=7x$

③ $\sqrt{\frac{3}{5}}=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}=\frac{x}{y}$

④ $\sqrt{\frac{81}{5}}=\frac{9}{\sqrt{5}}=\frac{(\sqrt{3})^4}{\sqrt{5}}=\frac{x^4}{y}$

⑤ $\sqrt{180}=\sqrt{2^2\times3^2\times5}=2\times(\sqrt{3})^2\times\sqrt{5}=2x^2y$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

32 답 ②

$$\sqrt{0.019}+\sqrt{1900}=\sqrt{\frac{1.9}{100}}+\sqrt{19\times100}$$
$$=\sqrt{\frac{1.9}{10^2}}+\sqrt{19\times10^2}$$
$$=\frac{1}{10}\times\sqrt{1.9}+10\times\sqrt{19}$$
$$=\frac{1}{10}a+10b$$

따라서 $x=\frac{1}{10}$, $y=10$이므로

$xy^2=\frac{1}{10}\times10^2=10$

33 답 ④

$\sqrt{10}=\sqrt{3+7}=\sqrt{(\sqrt{3})^2+(\sqrt{7})^2}=\sqrt{p^2+q^2}$

34 답 $\frac{1}{21}$

$\frac{1}{\sqrt{63}}=\frac{1}{3\sqrt{7}}=\frac{1\times\sqrt{7}}{3\sqrt{7}\times\sqrt{7}}=\frac{\sqrt{7}}{21}$　　$\therefore k=\frac{1}{21}$

35 답 ③

① $\frac{8}{\sqrt{5}}=\frac{8\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\frac{8\sqrt{5}}{5}$

② $\frac{4}{3\sqrt{2}}=\frac{4\times\sqrt{2}}{3\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{4\sqrt{2}}{6}=\frac{2\sqrt{2}}{3}$

③ $\frac{10}{\sqrt{2}}=\frac{10\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{10\sqrt{2}}{2}=5\sqrt{2}$

④ $\frac{6\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=\frac{6\sqrt{3}\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{6\sqrt{6}}{2}=3\sqrt{6}$

⑤ $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{20}}=\frac{\sqrt{6}}{2\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{6}\times\sqrt{5}}{2\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{30}}{10}$

따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

36 답 7

$\frac{3\sqrt{a}}{4\sqrt{6}}=\frac{3\sqrt{a}\times\sqrt{6}}{4\sqrt{6}\times\sqrt{6}}=\frac{3\sqrt{6a}}{24}=\frac{\sqrt{6a}}{8}$

즉, $\frac{\sqrt{6a}}{8}=\frac{\sqrt{42}}{8}$이므로

$6a=42$　　$\therefore a=7$

37 답 $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{7}}$

$\frac{1}{\sqrt{7}}=\frac{1\times\sqrt{7}}{\sqrt{7}\times\sqrt{7}}=\frac{\sqrt{7}}{7}$, $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{7}}=\frac{\sqrt{6}\times\sqrt{7}}{\sqrt{7}\times\sqrt{7}}=\frac{\sqrt{42}}{7}$

$\sqrt{7}=\frac{7\sqrt{7}}{7}=\frac{\sqrt{343}}{7}$, $\frac{6}{7}=\frac{\sqrt{36}}{7}$　　⋯ (i)

따라서 크기가 큰 것부터 차례로 나열하면

$\sqrt{7}$, $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{7}}$, $\frac{6}{7}$, $\frac{1}{\sqrt{7}}$, $\frac{\sqrt{6}}{7}$　　⋯ (ii)

이므로 두 번째에 오는 수는 $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{7}}$이다.　　⋯ (iii)

채점 기준	
(i) 주어진 수를 분모가 7인 분수로 나타내기	40%
(ii) 크기가 큰 것부터 차례로 나열하기	40%
(iii) 두 번째에 오는 수 말하기	20%

38 답 $\frac{4\sqrt{3}}{15}$

$$\frac{\sqrt{4}}{\sqrt{50}}\times\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{5}}\div\sqrt{\frac{3}{5}}=\frac{2}{5\sqrt{2}}\times\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{5}}\times\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}}=\frac{4}{5\sqrt{3}}$$
$$=\frac{4\times\sqrt{3}}{5\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{4\sqrt{3}}{15}$$

39 답 ③

① $2\sqrt{10}\div\sqrt{2}\times\sqrt{5}=2\sqrt{10}\times\frac{1}{\sqrt{2}}\times\sqrt{5}=10$

② $8\sqrt{2}\times(-3\sqrt{6})\div4\sqrt{3}=8\sqrt{2}\times(-3\sqrt{6})\times\frac{1}{4\sqrt{3}}=-12$

③ $-\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{18}}\div\sqrt{\frac{3}{10}}\times\sqrt{\frac{6}{5}}=-\frac{2\sqrt{2}}{3\sqrt{2}}\times\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{3}}\times\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{5}}=-\frac{4}{3}$

④ $\frac{\sqrt{15}}{2\sqrt{2}}\div\sqrt{10}\times4\sqrt{3}=\frac{\sqrt{15}}{2\sqrt{2}}\times\frac{1}{\sqrt{10}}\times4\sqrt{3}=3$

⑤ $\sqrt{\frac{5}{12}}\times\left(-\frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{5}}\right)\div(-\sqrt{3})=\frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{3}}\times\left(-\frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{5}}\right)\times\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$
$$=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{2}\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{6}}{3}$$

따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

40 답 8

$$\sqrt{32}\times\sqrt{18}\div\sqrt{6}\times\sqrt{2}=4\sqrt{2}\times3\sqrt{2}\times\frac{1}{\sqrt{6}}\times\sqrt{2}$$
$$=\frac{24}{\sqrt{3}}=\frac{24\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}$$
$$=\frac{24\sqrt{3}}{3}=8\sqrt{3}$$

$\therefore a=8$

41 답 $\frac{\sqrt{10}}{12}$

$$A=\frac{\sqrt{15}}{3}\times\sqrt{5}\div2\sqrt{30}=\frac{\sqrt{15}}{3}\times\sqrt{5}\times\frac{1}{2\sqrt{30}}$$
$$=\frac{\sqrt{5}}{6\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{5}\times\sqrt{2}}{6\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{10}}{12}$$

42 답 ②

평행사변형의 넓이는 $\sqrt{32}\times x=4\sqrt{2}x$

삼각형의 넓이는

$\frac{1}{2}\times\sqrt{48}\times\sqrt{18}=\frac{1}{2}\times4\sqrt{3}\times3\sqrt{2}=6\sqrt{6}$

따라서 $4\sqrt{2}x=6\sqrt{6}$이므로 $x=\frac{6\sqrt{6}}{4\sqrt{2}}=\frac{3\sqrt{3}}{2}$

43 답 $10\sqrt{2}\,\text{cm}^2$

$\overline{BC}=\sqrt{10}\,\text{cm}$, $\overline{CD}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}(\text{cm})$

$\therefore\ \square ABCD=\overline{BC}\times\overline{CD}=\sqrt{10}\times2\sqrt{5}$
$=2\sqrt{50}=2\times5\sqrt{2}$
$=10\sqrt{2}(\text{cm}^2)$

44 답 $2\sqrt{2}\,\text{cm}$

직육면체의 높이를 h cm라 하면 직육면체의 부피는

$\sqrt{15}\times\sqrt{6}\times h=12\sqrt{5}$ … (i)

즉, $\sqrt{90}h=12\sqrt{5}$에서 $3\sqrt{10}h=12\sqrt{5}$

$\therefore\ h=\frac{12\sqrt{5}}{3\sqrt{10}}=\frac{4}{\sqrt{2}}=\frac{4\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{4\sqrt{2}}{2}=2\sqrt{2}$

따라서 직육면체의 높이는 $2\sqrt{2}$ cm이다. … (ii)

채점 기준

(i) 직육면체의 부피를 높이에 대한 식으로 나타내기	40%
(ii) 직육면체의 높이 구하기	60%

45 답 $20\sqrt{2}\pi\,\text{cm}$

주어진 두 원의 넓이의 합과 넓이가 같은 원의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\pi r^2=\pi\times(5\sqrt{3})^2+\pi\times(5\sqrt{5})^2$
$=75\pi+125\pi=200\pi$

$\therefore\ r^2=200$

이때 $r>0$이므로 $r=\sqrt{200}=10\sqrt{2}$

따라서 구하는 원의 둘레의 길이는

$2\times\pi\times10\sqrt{2}=20\sqrt{2}\pi(\text{cm})$

46 답 ③

주어진 전개도로 만들어지는 원기둥의 밑면의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$2\pi r=4\sqrt{2}\pi \qquad \therefore\ r=2\sqrt{2}$

따라서 구하는 원기둥의 부피는

$\pi\times(2\sqrt{2})^2\times3\sqrt{3}=24\sqrt{3}\pi(\text{cm}^3)$

47 답 ③

정사각형 A의 넓이가 $1\,\text{cm}^2$이므로

정사각형 B의 넓이는 $\frac{1}{2}\times(\text{A의 넓이})=\frac{1}{2}\times1=\frac{1}{2}(\text{cm}^2)$

정사각형 C의 넓이는 $\frac{1}{2}\times(\text{B의 넓이})=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}(\text{cm}^2)$

정사각형 D의 넓이는 $\frac{1}{2}\times(\text{C의 넓이})=\frac{1}{2}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{8}(\text{cm}^2)$

따라서 정사각형 D의 한 변의 길이는

$\sqrt{\frac{1}{8}}=\frac{1}{\sqrt{8}}=\frac{1}{2\sqrt{2}}=\frac{1\times\sqrt{2}}{2\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{4}(\text{cm})$

다른 풀이

정사각형 D의 한 변의 길이를 x cm라 하면 넓이는 $x^2\,\text{cm}^2$이므로

정사각형 C의 넓이는 $2\times x^2=2x^2(\text{cm}^2)$

정사각형 B의 넓이는 $2\times2x^2=4x^2(\text{cm}^2)$

정사각형 A의 넓이는 $2\times4x^2=8x^2(\text{cm}^2)$

즉, $8x^2=1$에서 $x^2=\frac{1}{8}$

이때 $x>0$이므로

$x=\sqrt{\frac{1}{8}}=\frac{1}{\sqrt{8}}=\frac{1}{2\sqrt{2}}=\frac{1\times\sqrt{2}}{2\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{4}$

따라서 정사각형 D의 한 변의 길이는 $\frac{\sqrt{2}}{4}$ cm이다.

03 제곱근의 덧셈과 뺄셈

핵심 유형 & 핵심 유형 완성하기

46~50쪽

48 답 ④

① $\sqrt{7}+\sqrt{3}\neq\sqrt{10}$

② $5\sqrt{7}-2\sqrt{7}=(5-2)\sqrt{7}=3\sqrt{7}$

③ $3\sqrt{2}+2\sqrt{3}\neq5\sqrt{5}$

④ $2\sqrt{6}-7\sqrt{6}+4\sqrt{6}=(2-7+4)\sqrt{6}=-\sqrt{6}$

⑤ $3\sqrt{5}+\sqrt{7}-\sqrt{5}=(3-1)\sqrt{5}+\sqrt{7}=2\sqrt{5}+\sqrt{7}$

따라서 옳은 것은 ④이다.

49 답 ①

$\sqrt{5}-\sqrt{20}-\sqrt{72}+\sqrt{32}=\sqrt{5}-2\sqrt{5}-6\sqrt{2}+4\sqrt{2}$
$=(-6+4)\sqrt{2}+(1-2)\sqrt{5}$
$=-2\sqrt{2}-\sqrt{5}$

따라서 $a=-2$, $b=-1$이므로

$a+b=-2+(-1)=-3$

50 답 ②

$\frac{\sqrt{12}}{2}-\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{8}}+\frac{1}{\sqrt{48}}=\frac{2\sqrt{3}}{2}-\frac{\sqrt{6}}{2\sqrt{2}}+\frac{1}{4\sqrt{3}}$
$=\sqrt{3}-\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\sqrt{3}}{12}$
$=\left(1-\frac{1}{2}+\frac{1}{12}\right)\sqrt{3}=\frac{7\sqrt{3}}{12}$

51 답 ③

$\sqrt{2}(\sqrt{3}-2)-(\sqrt{24}-\sqrt{32})=\sqrt{2}(\sqrt{3}-2)-(2\sqrt{6}-4\sqrt{2})$
$=\sqrt{6}-2\sqrt{2}-2\sqrt{6}+4\sqrt{2}$
$=(-2+4)\sqrt{2}+(1-2)\sqrt{6}$
$=2\sqrt{2}-\sqrt{6}$

52 답 $\sqrt{3}-3$

$$\frac{3-3\sqrt{2}}{\sqrt{3}}-\frac{\sqrt{18}-2\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=\frac{(3-3\sqrt{2})\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}-\frac{(3\sqrt{2}-2\sqrt{3})\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}$$
$$=\frac{3\sqrt{3}-3\sqrt{6}}{3}-\frac{6-2\sqrt{6}}{2}$$
$$=\sqrt{3}-\sqrt{6}-3+\sqrt{6}$$
$$=\sqrt{3}-3$$

53 답 3

$$\sqrt{5}(\sqrt{5}-2)+\frac{\sqrt{60}-2\sqrt{3}}{\sqrt{3}}=5-2\sqrt{5}+\frac{2\sqrt{15}-2\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$
$$=5-2\sqrt{5}+\frac{(2\sqrt{15}-2\sqrt{3})\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}$$
$$=5-2\sqrt{5}+\frac{6\sqrt{5}-6}{3}$$
$$=5-2\sqrt{5}+2\sqrt{5}-2=3$$

54 답 ⑤

$A=2\sqrt{2}+4\sqrt{2}-3\sqrt{2}=(2+4-3)\sqrt{2}=3\sqrt{2}$

$B=4\sqrt{3}-\sqrt{3}+5\sqrt{3}=(4-1+5)\sqrt{3}=8\sqrt{3}$

$\therefore\ AB=3\sqrt{2}\times8\sqrt{3}=24\sqrt{6}$

55 답 $\frac{7\sqrt{2}}{6}-\frac{3\sqrt{7}}{10}$

$$\frac{3\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{7}}{5}-\frac{\sqrt{2}}{3}-\frac{\sqrt{7}}{2}=\left(\frac{3}{2}-\frac{1}{3}\right)\sqrt{2}+\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{2}\right)\sqrt{7}$$
$$=\frac{7\sqrt{2}}{6}-\frac{3\sqrt{7}}{10}$$

56 답 ②

$$a+b=\frac{\sqrt{2}+\sqrt{5}}{2}+\frac{\sqrt{2}-\sqrt{5}}{2}$$
$$=\frac{(\sqrt{2}+\sqrt{5})+(\sqrt{2}-\sqrt{5})}{2}$$
$$=\frac{2\sqrt{2}}{2}=\sqrt{2}$$
$$a-b=\frac{\sqrt{2}+\sqrt{5}}{2}-\frac{\sqrt{2}-\sqrt{5}}{2}$$
$$=\frac{(\sqrt{2}+\sqrt{5})-(\sqrt{2}-\sqrt{5})}{2}$$
$$=\frac{2\sqrt{5}}{2}=\sqrt{5}$$

$\therefore\ (a+b)(a-b)=\sqrt{2}\times\sqrt{5}=\sqrt{10}$

57 답 $-4+2\sqrt{6}$

$4=\sqrt{16}$에서 $4-\sqrt{6}>0$

$3\sqrt{6}=\sqrt{54}$, $8=\sqrt{64}$에서 $3\sqrt{6}-8<0$

$$\therefore\ \sqrt{(4-\sqrt{6})^2}-\sqrt{(3\sqrt{6}-8)^2}=4-\sqrt{6}-\{-(3\sqrt{6}-8)\}$$
$$=4-\sqrt{6}+3\sqrt{6}-8$$
$$=-4+2\sqrt{6}$$

만렙 비법 $4-\sqrt{6}$, $3\sqrt{6}-8$의 부호를 각각 조사한 후, 근호를 없앤다.

58 답 ①

$$7\sqrt{3}+\sqrt{96}+3\sqrt{6}-\sqrt{27}=7\sqrt{3}+4\sqrt{6}+3\sqrt{6}-3\sqrt{3}$$
$$=(7-3)\sqrt{3}+(4+3)\sqrt{6}$$
$$=4\sqrt{3}+7\sqrt{6}$$

따라서 $a=4$, $b=7$이므로

$a-b=4-7=-3$

59 답 ④

$$4\sqrt{5}+3\sqrt{20}-\sqrt{45}=4\sqrt{5}+6\sqrt{5}-3\sqrt{5}$$
$$=(4+6-3)\sqrt{5}=7\sqrt{5}$$

60 답 $-\frac{7\sqrt{2}}{10}+\sqrt{6}$

$$\frac{\sqrt{32}}{5}-\frac{\sqrt{54}}{3}-\frac{\sqrt{18}}{2}+\sqrt{24}=\frac{4\sqrt{2}}{5}-\frac{3\sqrt{6}}{3}-\frac{3\sqrt{2}}{2}+2\sqrt{6}$$
$$=\left(\frac{4}{5}-\frac{3}{2}\right)\sqrt{2}+(-1+2)\sqrt{6}$$
$$=-\frac{7\sqrt{2}}{10}+\sqrt{6}$$

61 답 32

$\sqrt{18}=\sqrt{x}-\sqrt{2}$이므로

$3\sqrt{2}=\sqrt{x}-\sqrt{2}$

$\therefore\ \sqrt{x}=3\sqrt{2}+\sqrt{2}=4\sqrt{2}=\sqrt{32}$

$\therefore\ x=32$

62 답 ④

$$\frac{2\sqrt{18}}{3}-\frac{1}{\sqrt{32}}+\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{24}}=\frac{6\sqrt{2}}{3}-\frac{1}{4\sqrt{2}}+\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{6}}$$
$$=2\sqrt{2}-\frac{\sqrt{2}}{8}+\frac{\sqrt{2}}{4}$$
$$=\left(2-\frac{1}{8}+\frac{1}{4}\right)\sqrt{2}=\frac{17\sqrt{2}}{8}$$

63 답 1

$$\sqrt{90}-\frac{10}{\sqrt{10}}=3\sqrt{10}-\sqrt{10}=(3-1)\sqrt{10}=2\sqrt{10}$$

$\therefore\ a=2$ … (i)

$$\frac{12}{\sqrt{54}}+\sqrt{24}-\frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=\frac{12}{3\sqrt{6}}+2\sqrt{6}-\frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$
$$=\frac{2\sqrt{6}}{3}+2\sqrt{6}-\frac{5\sqrt{6}}{3}$$
$$=\left(\frac{2}{3}+2-\frac{5}{3}\right)\sqrt{6}=\sqrt{6}$$

$\therefore\ b=1$ … (ii)

$\therefore\ a-b=2-1=1$ … (iii)

채점 기준

(i) a의 값 구하기	40%
(ii) b의 값 구하기	40%
(iii) $a-b$의 값 구하기	20%

64 답 ④

$x=\sqrt{7}$이므로

$$x+\frac{1}{x}=\sqrt{7}+\frac{1}{\sqrt{7}}=\sqrt{7}+\frac{\sqrt{7}}{7}=\frac{8\sqrt{7}}{7}$$

따라서 $x+\frac{1}{x}$의 값은 x의 값의 $\frac{8}{7}$배이다.

65 답 ①

$ab=9$이므로

$$\frac{a\sqrt{b}}{\sqrt{a}}+\frac{2b\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\frac{a\sqrt{ab}}{a}+\frac{2b\sqrt{ab}}{b}$$
$$=\sqrt{ab}+2\sqrt{ab}=3\sqrt{ab}$$
$$=3\sqrt{9}=9$$

다른 풀이

$$\frac{a\sqrt{b}}{\sqrt{a}}+\frac{2b\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\frac{a^2\times b}{a}}+2\sqrt{\frac{b^2\times a}{b}}$$
$$=\sqrt{ab}+2\sqrt{ab}=3\sqrt{ab}$$
$$=3\sqrt{9}=9$$

66 답 ②

$$2(\sqrt{8}-\sqrt{24})-\sqrt{6}(\sqrt{12}-4)=2(2\sqrt{2}-2\sqrt{6})-\sqrt{6}(2\sqrt{3}-4)$$
$$=4\sqrt{2}-4\sqrt{6}-6\sqrt{2}+4\sqrt{6}$$
$$=(4-6)\sqrt{2}+(-4+4)\sqrt{6}$$
$$=-2\sqrt{2}$$

67 답 $2-2\sqrt{5}$

$$\sqrt{3}\left(\frac{4}{\sqrt{6}}-\frac{10}{\sqrt{15}}\right)-\sqrt{8}+\sqrt{(-2)^2}=\frac{4}{\sqrt{2}}-\frac{10}{\sqrt{5}}-2\sqrt{2}+2$$
$$=2\sqrt{2}-2\sqrt{5}-2\sqrt{2}+2$$
$$=2-2\sqrt{5}$$

68 답 -8

$$\sqrt{3}a-\sqrt{5}b=\sqrt{3}(\sqrt{5}-\sqrt{3})-\sqrt{5}(\sqrt{5}+\sqrt{3})$$
$$=\sqrt{15}-3-5-\sqrt{15}=-8$$

69 답 ⑤

$$\sqrt{2}(\sqrt{3}+3\sqrt{2})-(2\sqrt{3}-\sqrt{2})\sqrt{3}=\sqrt{6}+6-(6-\sqrt{6})$$
$$=\sqrt{6}+6-6+\sqrt{6}$$
$$=2\sqrt{6}=2\times\sqrt{2\times3}$$
$$=2\times\sqrt{2}\times\sqrt{3}=2ab$$

70 답 ①

$$\frac{10+\sqrt{10}}{\sqrt{5}}-\frac{6+\sqrt{6}}{\sqrt{3}}=\frac{(10+\sqrt{10})\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}-\frac{(6+\sqrt{6})\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}$$
$$=\frac{10\sqrt{5}+5\sqrt{2}}{5}-\frac{6\sqrt{3}+3\sqrt{2}}{3}$$
$$=2\sqrt{5}+\sqrt{2}-2\sqrt{3}-\sqrt{2}$$
$$=2\sqrt{5}-2\sqrt{3}$$

따라서 $a=2$, $b=-2$이므로

$ab=2\times(-2)=-4$

71 답 ②

$$\frac{\sqrt{24}-9}{\sqrt{3}}=\frac{(2\sqrt{6}-9)\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{6\sqrt{2}-9\sqrt{3}}{3}=2\sqrt{2}-3\sqrt{3}$$

72 답 ⑤

$$A=\frac{\sqrt{7}+\sqrt{18}}{\sqrt{2}}=\frac{(\sqrt{7}+3\sqrt{2})\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{14}+6}{2}$$
$$B=\frac{\sqrt{7}-\sqrt{18}}{\sqrt{2}}=\frac{(\sqrt{7}-3\sqrt{2})\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{14}-6}{2}$$
$$\therefore A+B=\frac{\sqrt{14}+6}{2}+\frac{\sqrt{14}-6}{2}=\frac{2\sqrt{14}}{2}=\sqrt{14}$$
$$A-B=\frac{\sqrt{14}+6}{2}-\frac{\sqrt{14}-6}{2}=\frac{12}{2}=6$$
$$\therefore \frac{A-B}{A+B}=\frac{6}{\sqrt{14}}=\frac{6\sqrt{14}}{14}=\frac{3\sqrt{14}}{7}$$

73 답 $-1-2\sqrt{6}$

$$\sqrt{12}(\sqrt{2}-\sqrt{3})-\frac{8\sqrt{3}-\sqrt{50}}{\sqrt{2}}=2\sqrt{3}(\sqrt{2}-\sqrt{3})-\frac{(8\sqrt{3}-5\sqrt{2})\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}$$
$$=2\sqrt{6}-6-\frac{8\sqrt{6}-10}{2}$$
$$=2\sqrt{6}-6-4\sqrt{6}+5$$
$$=-1-2\sqrt{6}$$

74 답 ④

① $(\sqrt{96}+\sqrt{24})\div\sqrt{3}=\frac{4\sqrt{6}+2\sqrt{6}}{\sqrt{3}}=\frac{6\sqrt{6}}{\sqrt{3}}=6\sqrt{2}$

② $\frac{4}{\sqrt{2}}(\sqrt{2}-\sqrt{3})+\frac{\sqrt{27}}{\sqrt{3}}=4-\frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{2}}+\sqrt{9}$
$=4-2\sqrt{6}+3=7-2\sqrt{6}$

③ $\sqrt{27}-\frac{12}{\sqrt{3}}-\frac{4}{\sqrt{8}}+\sqrt{72}=3\sqrt{3}-4\sqrt{3}-\sqrt{2}+6\sqrt{2}$
$=5\sqrt{2}-\sqrt{3}$

④ $2\sqrt{8}+\frac{6}{\sqrt{3}}+\sqrt{2}(\sqrt{6}-3)=4\sqrt{2}+2\sqrt{3}+2\sqrt{3}-3\sqrt{2}$
$=\sqrt{2}+4\sqrt{3}$

⑤ $\sqrt{3}(2+4\sqrt{2})-3(2\sqrt{3}-\sqrt{6})=2\sqrt{3}+4\sqrt{6}-6\sqrt{3}+3\sqrt{6}$
$=-4\sqrt{3}+7\sqrt{6}$

따라서 옳은 것은 ④이다.

75 답 ①

$$2\sqrt{3}A-4\sqrt{2}B=2\sqrt{3}\left(3\sqrt{2}-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)-4\sqrt{2}\left(\sqrt{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$
$$=6\sqrt{6}-2-8-2\sqrt{6}$$
$$=-10+4\sqrt{6}$$

76 답 $2\sqrt{5}-\frac{\sqrt{2}}{2}$

$$A=\sqrt{\frac{5}{2}}\div\sqrt{\frac{10}{3}}\times\sqrt{\frac{8}{3}}=\sqrt{\frac{5}{2}}\times\sqrt{\frac{3}{10}}\times\sqrt{\frac{8}{3}}=\sqrt{2} \qquad \cdots\text{(i)}$$

$$B=\sqrt{5}\left(\sqrt{2}-\frac{4}{\sqrt{5}}\right)+(\sqrt{18}+2\sqrt{5})\div\sqrt{2}$$
$$=\sqrt{5}\left(\sqrt{2}-\frac{4}{\sqrt{5}}\right)+\frac{3\sqrt{2}+2\sqrt{5}}{\sqrt{2}}$$
$$=\sqrt{10}-4+3+\frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{2}}=\sqrt{10}-4+3+\sqrt{10}$$
$$=2\sqrt{10}-1 \qquad \cdots\text{(ii)}$$
$$\therefore \frac{B}{A}=\frac{2\sqrt{10}-1}{\sqrt{2}}=\frac{(2\sqrt{10}-1)\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=2\sqrt{5}-\frac{\sqrt{2}}{2} \qquad \cdots\text{(iii)}$$

채점 기준	
(i) A의 값 구하기	30%
(ii) B의 값 구하기	40%
(iii) $\frac{B}{A}$의 값 구하기	30%

04 제곱근의 덧셈과 뺄셈의 활용

핵심 유형 & 핵심 유형 완성하기 　51~53쪽

77 답 $2\sqrt{15}+3$

사다리꼴 ABCD의 넓이는

$$\frac{1}{2}\times\{\sqrt{10}+(\sqrt{10}+\sqrt{6})\}\times\sqrt{6}=\frac{\sqrt{6}}{2}(2\sqrt{10}+\sqrt{6})$$
$$=2\sqrt{15}+3$$

78 답 2

$$\square ABCD=3\times3-4\times\left(\frac{1}{2}\times1\times2\right)=9-4=5$$

즉, 정사각형 ABCD의 한 변의 길이는 $\sqrt{5}$이다.

$\overline{AP}=\overline{AD}=\sqrt{5}$이므로 점 P에 대응하는 수 $a=1-\sqrt{5}$

$\overline{AQ}=\overline{AB}=\sqrt{5}$이므로 점 Q에 대응하는 수 $b=1+\sqrt{5}$

$\therefore a+b=1-\sqrt{5}+1+\sqrt{5}=2$

79 답 ③

① $2\sqrt{3}=\sqrt{12}$이고 $\sqrt{12}>\sqrt{8}$이므로 $2\sqrt{3}>\sqrt{8}$

② $(\sqrt{5}+\sqrt{2})-3\sqrt{2}=\sqrt{5}-2\sqrt{2}=\sqrt{5}-\sqrt{8}<0$

　$\therefore \sqrt{5}+\sqrt{2}<3\sqrt{2}$

③ $(5-2\sqrt{6})-(5-\sqrt{26})=5-2\sqrt{6}-5+\sqrt{26}$
$$=-\sqrt{24}+\sqrt{26}>0$$
　$\therefore 5-2\sqrt{6}>5-\sqrt{26}$

④ $(5\sqrt{3}-\sqrt{7})-(3\sqrt{5}-\sqrt{7})=5\sqrt{3}-\sqrt{7}-3\sqrt{5}+\sqrt{7}$
$$=\sqrt{75}-\sqrt{45}>0$$
　$\therefore 5\sqrt{3}-\sqrt{7}>3\sqrt{5}-\sqrt{7}$

⑤ $(5\sqrt{3}-\sqrt{18})-(\sqrt{2}+\sqrt{12})=5\sqrt{3}-3\sqrt{2}-\sqrt{2}-2\sqrt{3}$
$$=3\sqrt{3}-4\sqrt{2}=\sqrt{27}-\sqrt{32}<0$$
　$\therefore 5\sqrt{3}-\sqrt{18}<\sqrt{2}+\sqrt{12}$

따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

80 답 1

삼각형의 넓이는

$$\frac{1}{2}\times(2\sqrt{2}+a\sqrt{3})\times\sqrt{12}=\frac{1}{2}\times(2\sqrt{2}+a\sqrt{3})\times2\sqrt{3}$$
$$=\sqrt{3}(2\sqrt{2}+a\sqrt{3})=2\sqrt{6}+3a$$

즉, $2\sqrt{6}+3a=3+2\sqrt{6}$이므로

$3a=3 \qquad \therefore a=1$

81 답 $15\sqrt{2}$ cm

$\overline{AB}=\sqrt{8}+\sqrt{50}=2\sqrt{2}+5\sqrt{2}=7\sqrt{2}(\text{cm})$

$\overline{BC}=\sqrt{50}+\sqrt{18}=5\sqrt{2}+3\sqrt{2}=8\sqrt{2}(\text{cm})$

$\therefore \overline{AB}+\overline{BC}=7\sqrt{2}+8\sqrt{2}=15\sqrt{2}(\text{cm})$

82 답 $30\sqrt{6}$ km

목장의 세로의 길이를 x km라 하면

$10\sqrt{6}x=300$

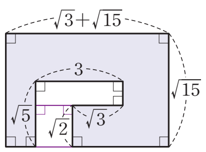
$$\therefore x=\frac{300}{10\sqrt{6}}=\frac{30}{\sqrt{6}}=\frac{30\sqrt{6}}{6}=5\sqrt{6} \qquad \cdots\text{(i)}$$

따라서 목장의 둘레의 길이는

$2\times(10\sqrt{6}+5\sqrt{6})=2\times15\sqrt{6}=30\sqrt{6}(\text{km}) \qquad \cdots$(ii)

채점 기준	
(i) 목장의 세로의 길이 구하기	50%
(ii) 목장의 둘레의 길이 구하기	50%

83 답 $15+\sqrt{6}$



오른쪽 그림과 같이 주어진 도형에 보조선을 그어 도형의 넓이를 구하면

$\sqrt{15}(\sqrt{3}+\sqrt{15})-\sqrt{2}(3-\sqrt{3})-3(\sqrt{5}-\sqrt{2})$

$=3\sqrt{5}+15-3\sqrt{2}+\sqrt{6}-3\sqrt{5}+3\sqrt{2}$

$=15+\sqrt{6}$

84 답 $(14+6\sqrt{10})\text{cm}^2$

직육면체의 가로의 길이를 x cm라 하면

$\sqrt{2}x=2+\sqrt{10}$

$$\therefore x=\frac{2+\sqrt{10}}{\sqrt{2}}=\frac{(2+\sqrt{10})\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\sqrt{2}+\sqrt{5}$$

∴ (직육면체의 겉넓이)

$=2\times\{(2+\sqrt{10})+\sqrt{5}\times(\sqrt{2}+\sqrt{5})+\sqrt{2}\times\sqrt{5}\}$

$=2\times(2+\sqrt{10}+\sqrt{10}+5+\sqrt{10})$

$=14+6\sqrt{10}(\text{cm}^2)$

85 답 $60\sqrt{5}\text{cm}^3$

(상자의 밑면의 가로의 길이)$=\sqrt{180}-2\sqrt{5}=6\sqrt{5}-2\sqrt{5}$
$$=4\sqrt{5}(\text{cm})$$

(상자의 밑면의 세로의 길이)$=\sqrt{125}-2\sqrt{5}=5\sqrt{5}-2\sqrt{5}$
$$=3\sqrt{5}(\text{cm})$$

(상자의 높이)$=\sqrt{5}$cm

∴ (상자의 부피)$=4\sqrt{5}\times3\sqrt{5}\times\sqrt{5}=60\sqrt{5}(\text{cm}^3)$

86 답 $2+2\sqrt{2}$

한 변의 길이가 1인 정사각형의 대각선의 길이는 $\sqrt{2}$이다.

$\overline{AP}=\overline{AC}=\sqrt{2}$이므로 점 P에 대응하는 수는 $-\sqrt{2}$

$\overline{BQ}=\overline{BD}=\sqrt{2}$이므로 점 Q에 대응하는 수는 $2+\sqrt{2}$

$\therefore\ \overline{PQ}=2+\sqrt{2}-(-\sqrt{2})=2+\sqrt{2}+\sqrt{2}=2+2\sqrt{2}$

87 답 $3\sqrt{2}-2$

한 변의 길이가 1인 정사각형의 대각선의 길이는 $\sqrt{2}$이다.

$\overline{BP}=\overline{BC}=\sqrt{2}$이므로 점 P에 대응하는 수는 $2-\sqrt{2}$

$\overline{AQ}=\overline{AD}=\sqrt{2}$이므로 점 Q에 대응하는 수는 $1+\sqrt{2}$ … (i)

$\therefore\ \overline{BQ}=(1+\sqrt{2})-2=\sqrt{2}-1$

$\quad \overline{PQ}=(1+\sqrt{2})-(2-\sqrt{2})=2\sqrt{2}-1$ … (ii)

$\therefore\ \overline{BQ}+\overline{PQ}=(\sqrt{2}-1)+(2\sqrt{2}-1)=3\sqrt{2}-2$ … (iii)

채점 기준	
(i) 두 점 P, Q에 대응하는 수 구하기	40%
(ii) $\overline{BQ}$, $\overline{PQ}$의 길이 구하기	40%
(iii) $\overline{BQ}+\overline{PQ}$의 값 구하기	20%

88 답 $\sqrt{5}+10$

큰 정사각형의 넓이는 $4\times4-4\times\left(\frac{1}{2}\times1\times3\right)=16-6=10$

즉, 큰 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{10}$이다.

$\overline{AP}=\overline{AC}=\sqrt{10}$이므로 $p=1-\sqrt{10}$

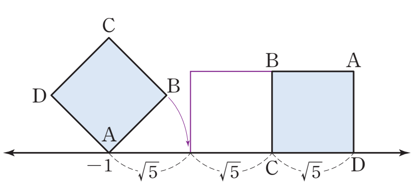
한 변의 길이가 1인 정사각형의 대각선의 길이는 $\sqrt{2}$이므로 작은 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{2}$이다.

$\overline{BQ}=\overline{BD}=\sqrt{2}$이므로 $q=2+\sqrt{2}$

$$\begin{aligned}\therefore\ \sqrt{5}p+5q&=\sqrt{5}(1-\sqrt{10})+5(2+\sqrt{2})\\&=\sqrt{5}-5\sqrt{2}+10+5\sqrt{2}\\&=\sqrt{5}+10\end{aligned}$$

89 답 $-1+3\sqrt{5}$

□ABCD의 한 변의 길이는 $\sqrt{5}$이고, 점 D는 다음 그림과 같이 이동한다.



따라서 점 D가 수직선과 처음으로 만나는 점에 대응하는 수는

$-1+\sqrt{5}+\sqrt{5}+\sqrt{5}=-1+3\sqrt{5}$

만렙 비법 정사각형 ABCD가 이동하는 경로를 그린다.

90 답 ⑤

① $2\sqrt{3}=\sqrt{12}$, $3\sqrt{2}=\sqrt{18}$이고 $\sqrt{12}<\sqrt{18}$이므로

$\quad 2\sqrt{3}<3\sqrt{2}$

② $\frac{1}{2}=\sqrt{\frac{1}{4}}$이고 $\sqrt{\frac{1}{4}}<\sqrt{\frac{1}{2}}$이므로 $\frac{1}{2}<\sqrt{\frac{1}{2}}$

③ $$\begin{aligned}6-(\sqrt{3}+\sqrt{27})&=6-(\sqrt{3}+3\sqrt{3})\\&=6-4\sqrt{3}=\sqrt{36}-\sqrt{48}<0\end{aligned}$$

$\quad\therefore\ 6<\sqrt{3}+\sqrt{27}$

④ $$\begin{aligned}(\sqrt{3}+2)-(2\sqrt{3}-1)&=\sqrt{3}+2-2\sqrt{3}+1\\&=-\sqrt{3}+3=-\sqrt{3}+\sqrt{9}>0\end{aligned}$$

$\quad\therefore\ \sqrt{3}+2>2\sqrt{3}-1$

⑤ $$\begin{aligned}(3\sqrt{3}+3)-(5\sqrt{3}-2)&=3\sqrt{3}+3-5\sqrt{3}+2\\&=-2\sqrt{3}+5=-\sqrt{12}+\sqrt{25}>0\end{aligned}$$

$\quad\therefore\ 3\sqrt{3}+3>5\sqrt{3}-2$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

91 답 ④

$$\begin{aligned}a-b&=(3\sqrt{5}-1)-6\\&=3\sqrt{5}-7=\sqrt{45}-\sqrt{49}<0\end{aligned}$$

$\therefore\ a<b$

$$\begin{aligned}a-c&=(3\sqrt{5}-1)-(2\sqrt{5}-2)\\&=3\sqrt{5}-1-2\sqrt{5}+2=\sqrt{5}+1>0\end{aligned}$$

$\therefore\ a>c$

$\therefore\ c<a<b$

05 곱셈 공식을 이용한 무리수의 계산

핵심 유형 & 핵심 유형 완성하기 54~56쪽

92 답 ①

$$\begin{aligned}(\sqrt{6}-3)(\sqrt{6}+7)&=(\sqrt{6})^2+(7-3)\sqrt{6}-21\\&=6+4\sqrt{6}-21\\&=-15+4\sqrt{6}\end{aligned}$$

따라서 $a=-15$, $b=4$이므로

$a+b=-15+4=-11$

93 답 6

$$\begin{aligned}(2+\sqrt{3})(a-3\sqrt{3})&=2a+(a-6)\sqrt{3}-9\\&=2a-9+(a-6)\sqrt{3}\end{aligned}$$

이 식이 유리수가 되려면 $a-6=0$이어야 하므로 $a=6$

94 답 ②

$$\begin{aligned}&\frac{1}{3+2\sqrt{2}}-\frac{1}{3-2\sqrt{2}}\\&=\frac{3-2\sqrt{2}}{(3+2\sqrt{2})(3-2\sqrt{2})}-\frac{3+2\sqrt{2}}{(3-2\sqrt{2})(3+2\sqrt{2})}\\&=\frac{3-2\sqrt{2}}{9-8}-\frac{3+2\sqrt{2}}{9-8}\\&=3-2\sqrt{2}-3-2\sqrt{2}\\&=-4\sqrt{2}\end{aligned}$$

95 답 ③

$1<\sqrt{2}<2$에서 $6<5+\sqrt{2}<7$이므로 $a=6$

$\therefore\ b=(5+\sqrt{2})-6=\sqrt{2}-1$

$\therefore\ a-b=6-(\sqrt{2}-1)=7-\sqrt{2}$

96 답 $\mathbf{30-10\sqrt{2}}$

$(4\sqrt{5}+\sqrt{10})(2\sqrt{5}-\sqrt{10})$

$=8\times(\sqrt{5})^2+(-4+2)\times\sqrt{5}\times\sqrt{10}-(\sqrt{10})^2$

$=40-10\sqrt{2}-10=30-10\sqrt{2}$

97 답 $\mathbf{6\sqrt{2}}$

$(3\sqrt{2}+1)^2-(5-\sqrt{6})(5+\sqrt{6})$

$=\{(3\sqrt{2})^2+2\times3\sqrt{2}\times1+1^2\}-\{5^2-(\sqrt{6})^2\}$

$=18+6\sqrt{2}+1-(25-6)=6\sqrt{2}$

98 답 5

$(\sqrt{5}+2)^6(\sqrt{5}-2)^5=(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}+2)^5(\sqrt{5}-2)^5$

$=(\sqrt{5}+2)\{(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-2)\}^5$

$=(\sqrt{5}+2)\{(\sqrt{5})^2-2^2\}^5$

$=(\sqrt{5}+2)(5-4)^5$

$=2+\sqrt{5}$

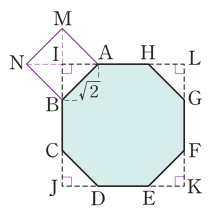
따라서 $a=2$, $b=1$이므로

$a^2+b^2=2^2+1^2=5$

참고 m이 자연수일 때, $(AB)^m=A^mB^m$이다.

99 답 $\mathbf{4+4\sqrt{2}}$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}$를 한 변으로 하는 정사각형 AMNB를 그리면



$\square$AMNB$=(\sqrt{2})^2=2$

$\therefore\ \triangle AIB=\frac{1}{4}\square AMNB=\frac{1}{2}$

이때 $\overline{IA}=\overline{IB}$이므로

$\frac{1}{2}\times\overline{IA}\times\overline{IB}=\frac{1}{2}$, $\overline{IA}^2=1$

이때 $\overline{IA}$의 길이는 양수이므로 $\overline{IA}=1$

따라서 정사각형 IJKL의 한 변의 길이는

$1+\sqrt{2}+1=2+\sqrt{2}$

$\therefore$ (정팔각형의 넓이)

$=(2+\sqrt{2})^2-4\times\left(\frac{1}{2}\times1\times1\right)$

$=4+4\sqrt{2}+2-2$

$=4+4\sqrt{2}$

100 답 $\mathbf{-\frac{8}{3}}$

$(2-3\sqrt{6})(a-4\sqrt{6})=2a-(8+3a)\sqrt{6}+72$

$=2a+72-(8+3a)\sqrt{6}$

이 식이 유리수가 되려면 $8+3a=0$이어야 하므로

$3a=-8 \qquad \therefore\ a=-\frac{8}{3}$

101 답 4

$\sqrt{75}+\frac{3}{\sqrt{3}}-\sqrt{12}-x\sqrt{3}=5\sqrt{3}+\sqrt{3}-2\sqrt{3}-x\sqrt{3}$

$=(4-x)\sqrt{3}$

이 식이 유리수가 되려면 $4-x=0$이어야 하므로 $x=4$

102 답 (1) $\mathbf{-7}$ (2) 62

(1) $(7-2\sqrt{5})^2+a(1-4\sqrt{5})=49-28\sqrt{5}+20+a-4a\sqrt{5}$

$=69+a-(28+4a)\sqrt{5}$

이 식이 유리수가 되려면 $28+4a=0$이어야 하므로

$4a=-28 \qquad \therefore\ a=-7$

(2) $a=-7$이므로 $A=69+a=69+(-7)=62$

103 답 ⑤

두 수의 합은

$(3-a\sqrt{2})+(b+2\sqrt{2})=3+b+(2-a)\sqrt{2}$

이 식이 유리수가 되려면 $2-a=0$이어야 하므로 $a=2$

또 두 수의 곱은

$(3-a\sqrt{2})(b+2\sqrt{2})=(3-2\sqrt{2})(b+2\sqrt{2})$

$=3b+(6-2b)\sqrt{2}-8$

$=3b-8+(6-2b)\sqrt{2}$

이 식이 유리수가 되려면 $6-2b=0$이어야 하므로

$2b=6 \qquad \therefore\ b=3$

$\therefore\ a+b=2+3=5$

104 답 $\mathbf{-4}$

$\frac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}+\frac{2}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}$

$=\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{(\sqrt{2}-\sqrt{3})(\sqrt{2}+\sqrt{3})}+\frac{2(\sqrt{2}-\sqrt{3})}{(\sqrt{2}+\sqrt{3})(\sqrt{2}-\sqrt{3})}$

$=\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{2-3}+\frac{2(\sqrt{2}-\sqrt{3})}{2-3}$

$=-\sqrt{2}-\sqrt{3}-2\sqrt{2}+2\sqrt{3}$

$=-3\sqrt{2}+\sqrt{3}$

따라서 $a=-3$, $b=1$이므로

$a-b=-3-1=-4$

105 답 ①

$\sqrt{3}+2$의 역수는

$\frac{1}{\sqrt{3}+2}=\frac{\sqrt{3}-2}{(\sqrt{3}+2)(\sqrt{3}-2)}=\frac{\sqrt{3}-2}{3-4}=2-\sqrt{3}$

따라서 $a=2$, $b=-1$이므로

$a+b=2+(-1)=1$

106 답 $\mathbf{27+14\sqrt{2}}$

$\frac{\sqrt{18}-6}{\sqrt{2}}+\frac{4+3\sqrt{2}}{3-2\sqrt{2}}=\frac{(3\sqrt{2}-6)\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}+\frac{(4+3\sqrt{2})(3+2\sqrt{2})}{(3-2\sqrt{2})(3+2\sqrt{2})}$

$=\frac{6-6\sqrt{2}}{2}+\frac{12+17\sqrt{2}+12}{9-8}$

$=3-3\sqrt{2}+24+17\sqrt{2}$

$=27+14\sqrt{2}$

107 답 ④

$$\frac{2-\sqrt{5}}{2+\sqrt{5}}-\frac{2+\sqrt{5}}{2-\sqrt{5}}=\frac{(2-\sqrt{5})^2}{(2+\sqrt{5})(2-\sqrt{5})}-\frac{(2+\sqrt{5})^2}{(2-\sqrt{5})(2+\sqrt{5})}$$
$$=\frac{4-4\sqrt{5}+5}{4-5}-\frac{4+4\sqrt{5}+5}{4-5}$$
$$=-9+4\sqrt{5}+9+4\sqrt{5}$$
$$=8\sqrt{5}$$

108 답 ③

$2<\sqrt{5}<3$에서 $3<1+\sqrt{5}<4$이므로 $a=3$

$\therefore\ b=(1+\sqrt{5})-3=\sqrt{5}-2$

$\therefore\ ab=3\times(\sqrt{5}-2)=3\sqrt{5}-6$

109 답 $-7\sqrt{15}-28$

$$\frac{1}{4-\sqrt{15}}=\frac{4+\sqrt{15}}{(4-\sqrt{15})(4+\sqrt{15})}$$
$$=\frac{4+\sqrt{15}}{16-15}=4+\sqrt{15} \quad \cdots\text{(i)}$$

$3<\sqrt{15}<4$에서 $7<4+\sqrt{15}<8$이므로 $a=7$

$\therefore\ b=(4+\sqrt{15})-7=\sqrt{15}-3 \quad \cdots\text{(ii)}$

$$\therefore\ \frac{a}{b-1}=\frac{7}{(\sqrt{15}-3)-1}$$
$$=\frac{7}{\sqrt{15}-4}$$
$$=\frac{7(\sqrt{15}+4)}{(\sqrt{15}-4)(\sqrt{15}+4)}$$
$$=\frac{7\sqrt{15}+28}{15-16}$$
$$=-7\sqrt{15}-28 \quad \cdots\text{(iii)}$$

채점 기준

(i) $\frac{1}{4-\sqrt{15}}$의 분모를 유리화하기	30 %
(ii) a, b의 값 구하기	40 %
(iii) $\frac{a}{b-1}$의 값 구하기	30 %

110 답 $\sqrt{3}-1$

$6<\sqrt{48}<7$이므로

$f(48)=\sqrt{48}-6=4\sqrt{3}-6$

$5<\sqrt{27}<6$이므로

$f(27)=\sqrt{27}-5=3\sqrt{3}-5$

$\therefore\ f(48)-f(27)=4\sqrt{3}-6-(3\sqrt{3}-5)=\sqrt{3}-1$

111 답 6개

계산 상자에 넣었을 때, 3이 나오는 무리수 $\sqrt{n}$은 정수 부분이 3이므로 $3<\sqrt{n}<4$, 즉 $9<n<16$

따라서 n은 자연수이므로 무리수 $\sqrt{n}$은 $\sqrt{10}$, $\sqrt{11}$, $\sqrt{12}$, $\sqrt{13}$, $\sqrt{14}$, $\sqrt{15}$의 6개이다.

06 곱셈 공식을 이용한 식의 값 구하기

핵심 유형 & 핵심 유형 완성하기 57~59쪽

112 답 ①

$$(x+2y)(x-2y)-1=x^2-4y^2-1$$
$$=(3\sqrt{6})^2-4\times(\sqrt{7})^2-1$$
$$=54-28-1=25$$

다른 풀이

$$(x+2y)(x-2y)-1=(3\sqrt{6}+2\sqrt{7})(3\sqrt{6}-2\sqrt{7})-1$$
$$=(3\sqrt{6})^2-(2\sqrt{7})^2-1$$
$$=54-28-1=25$$

113 답 34

$a+b=(3+2\sqrt{2})+(3-2\sqrt{2})=6$

$ab=(3+2\sqrt{2})(3-2\sqrt{2})$

$\quad=3^2-(2\sqrt{2})^2=9-8=1$

$$\therefore\ \frac{a}{b}+\frac{b}{a}=\frac{a^2+b^2}{ab}=\frac{(a+b)^2-2ab}{ab}=\frac{6^2-2\times1}{1}=34$$

114 답 7

$$x^2+\frac{1}{x^2}=\left(x-\frac{1}{x}\right)^2+2=(\sqrt{5})^2+2=7$$

115 답 ⑤

$x=2+\sqrt{3}$에서 $x-2=\sqrt{3}$

양변을 제곱하면

$(x-2)^2=(\sqrt{3})^2$, $x^2-4x+4=3$

$\therefore\ x^2-4x=-1$

$\therefore\ x^2-4x+5=-1+5=4$

다른 풀이

$$x^2-4x+5=(2+\sqrt{3})^2-4(2+\sqrt{3})+5$$
$$=4+4\sqrt{3}+3-8-4\sqrt{3}+5=4$$

116 답 ⑤

$$(x+y)^2-(x-y)^2=(x^2+2xy+y^2)-(x^2-2xy+y^2)$$
$$=4xy$$
$$=4\times2\sqrt{3}\times5\sqrt{2}=40\sqrt{6}$$

다른 풀이

$$(x+y)^2-(x-y)^2=(2\sqrt{3}+5\sqrt{2})^2-(2\sqrt{3}-5\sqrt{2})^2$$
$$=12+20\sqrt{6}+50-(12-20\sqrt{6}+50)$$
$$=40\sqrt{6}$$

117 답 3

$$(x+1)(y+1)-xy=xy+x+y+1-xy$$
$$=x+y+1$$
$$=(1+\sqrt{2})+(1-\sqrt{2})+1=3$$

다른 풀이

$$(x+1)(y+1)-xy=(2+\sqrt{2})(2-\sqrt{2})-(1+\sqrt{2})(1-\sqrt{2})$$
$$=\{2^2-(\sqrt{2})^2\}-\{1^2-(\sqrt{2})^2\}$$
$$=2-(-1)=3$$

118 답 ①

$$x=\frac{1}{2+\sqrt{3}}=\frac{2-\sqrt{3}}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})}=\frac{2-\sqrt{3}}{4-3}=2-\sqrt{3}$$
$$y=\frac{1}{2-\sqrt{3}}=\frac{2+\sqrt{3}}{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})}=\frac{2+\sqrt{3}}{4-3}=2+\sqrt{3}$$
$$\therefore x(y+2)-y(x+2)=xy+2x-xy-2y$$
$$=2(x-y)$$
$$=2\{(2-\sqrt{3})-(2+\sqrt{3})\}$$
$$=2\times(-2\sqrt{3})=-4\sqrt{3}$$

119 답 $2\sqrt{2}+2$

$a=\sqrt{2}-1$이므로

$$\frac{1}{a}=\frac{1}{\sqrt{2}-1}=\frac{\sqrt{2}+1}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)}=\frac{\sqrt{2}+1}{2-1}=\sqrt{2}+1$$
$$\therefore a+\frac{1}{a}=(\sqrt{2}-1)+(\sqrt{2}+1)=2\sqrt{2}$$
$$a-\frac{1}{a}=(\sqrt{2}-1)-(\sqrt{2}+1)=-2$$
$$\therefore \sqrt{\left(a+\frac{1}{a}\right)^2}+\sqrt{\left(a-\frac{1}{a}\right)^2}=\sqrt{(2\sqrt{2})^2}+\sqrt{(-2)^2}$$
$$=2\sqrt{2}+2$$

120 답 ⑤

$$x+y=(\sqrt{3}+\sqrt{2})+(\sqrt{3}-\sqrt{2})=2\sqrt{3}$$
$$xy=(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})$$
$$=(\sqrt{3})^2-(\sqrt{2})^2=3-2=1$$
$$\therefore x^2+xy+y^2=(x+y)^2-xy$$
$$=(2\sqrt{3})^2-1$$
$$=12-1=11$$

121 답 ③

$$(x-y)^2=(x+y)^2-4xy=(2\sqrt{2})^2-4\times1$$
$$=8-4=4$$
$$\therefore x-y=\pm\sqrt{4}=\pm2$$

122 답 ④

$$x=\frac{1}{2\sqrt{6}-5}=\frac{2\sqrt{6}+5}{(2\sqrt{6}-5)(2\sqrt{6}+5)}=\frac{2\sqrt{6}+5}{24-25}=-2\sqrt{6}-5$$
$$y=\frac{1}{2\sqrt{6}+5}=\frac{2\sqrt{6}-5}{(2\sqrt{6}+5)(2\sqrt{6}-5)}=\frac{2\sqrt{6}-5}{24-25}=-2\sqrt{6}+5$$
$$\therefore x+y=(-2\sqrt{6}-5)+(-2\sqrt{6}+5)=-4\sqrt{6}$$
$$xy=(-2\sqrt{6}-5)(-2\sqrt{6}+5)$$
$$=(-2\sqrt{6})^2-5^2=24-25=-1$$
$$\therefore x^2+y^2=(x+y)^2-2xy$$
$$=(-4\sqrt{6})^2-2\times(-1)$$
$$=96+2=98$$

123 답 59

$$a=\frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}=\frac{(\sqrt{5}-\sqrt{3})^2}{(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})}=\frac{5-2\sqrt{15}+3}{5-3}$$
$$=\frac{8-2\sqrt{15}}{2}=4-\sqrt{15}$$
$$b=\frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}=\frac{(\sqrt{5}+\sqrt{3})^2}{(\sqrt{5}-\sqrt{3})(\sqrt{5}+\sqrt{3})}=\frac{5+2\sqrt{15}+3}{5-3}$$
$$=\frac{8+2\sqrt{15}}{2}=4+\sqrt{15} \quad \cdots\text{(i)}$$
$$\therefore a+b=(4-\sqrt{15})+(4+\sqrt{15})=8$$
$$ab=(4-\sqrt{15})(4+\sqrt{15})$$
$$=4^2-(\sqrt{15})^2=16-15=1 \quad \cdots\text{(ii)}$$
$$\therefore a^2-3ab+b^2=(a+b)^2-5ab$$
$$=8^2-5\times1$$
$$=64-5=59 \quad \cdots\text{(iii)}$$

채점 기준

(i) a, b의 분모를 유리화하기	30%
(ii) $a+b$, ab의 값 구하기	30%
(iii) 식의 값 구하기	40%

124 답 ④

$$x^2+\frac{1}{x^2}=\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-2=(2-\sqrt{6})^2-2$$
$$=4-4\sqrt{6}+6-2=8-4\sqrt{6}$$

125 답 ⑤

$$\left(x+\frac{1}{x}\right)^2=\left(x-\frac{1}{x}\right)^2+4=(\sqrt{7})^2+4$$
$$=7+4=11$$

이때 $x>1$이므로 $x+\frac{1}{x}>0$

$$\therefore x+\frac{1}{x}=\sqrt{11}$$

126 답 $\pm\sqrt{5}$

$x^2-3x+1=0$에서 $x\neq0$이므로 양변을 x로 나누면

$x-3+\frac{1}{x}=0 \qquad \therefore x+\frac{1}{x}=3$

즉, $\left(x-\frac{1}{x}\right)^2=\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-4=3^2-4$

$$=9-4=5$$
$$\therefore x-\frac{1}{x}=\pm\sqrt{5}$$

127 답 ②

$x=3+\sqrt{2}$에서 $x-3=\sqrt{2}$

양변을 제곱하면

$(x-3)^2=(\sqrt{2})^2$, $x^2-6x+9=2$

$\therefore x^2-6x=-7$

$\therefore x^2-6x+2=-7+2=-5$

다른 풀이

$$x^2-6x+2=(3+\sqrt{2})^2-6(3+\sqrt{2})+2$$
$$=9+6\sqrt{2}+2-18-6\sqrt{2}+2=-5$$

128 답 ③

$x=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{5}}{\sqrt{6}+\sqrt{5}}=\frac{(\sqrt{6}-\sqrt{5})^2}{(\sqrt{6}+\sqrt{5})(\sqrt{6}-\sqrt{5})}$

$=\frac{6-2\sqrt{30}+5}{6-5}=11-2\sqrt{30}$

즉, $x-11=-2\sqrt{30}$이므로 양변을 제곱하면

$(x-11)^2=(-2\sqrt{30})^2$, $x^2-22x+121=120$

$\therefore x^2-22x=-1$

129 답 2

$x=-4-2\sqrt{2}$에서 $x+4=-2\sqrt{2}$

양변을 제곱하면

$(x+4)^2=(-2\sqrt{2})^2$, $x^2+8x+16=8$

$\therefore x^2+8x=-8$ ⋯ (i)

$\therefore \sqrt{2x^2+16x+20}=\sqrt{2(x^2+8x)+20}$

$=\sqrt{2\times(-8)+20}$

$=\sqrt{4}=2$ ⋯ (ii)

채점 기준

(i) x^2+8x의 값 구하기	60%
(ii) 식의 값 구하기	40%

130 답 3

$\frac{1}{3-2\sqrt{2}}=\frac{3+2\sqrt{2}}{(3-2\sqrt{2})(3+2\sqrt{2})}=\frac{3+2\sqrt{2}}{9-8}=3+2\sqrt{2}$

$2<2\sqrt{2}<3$에서 $5<3+2\sqrt{2}<6$이므로

$x=(3+2\sqrt{2})-5=2\sqrt{2}-2$

즉, $x+2=2\sqrt{2}$이므로 양변을 제곱하면

$(x+2)^2=(2\sqrt{2})^2$, $x^2+4x+4=8$

$\therefore x^2+4x=4$

$\therefore x^2+4x-1=4-1=3$

핵심 유형 최종 점검하기

60~63쪽

131 답 ㄱ, ㄷ

ㄱ. $2\sqrt{3}\times\sqrt{5}=2\sqrt{15}=\sqrt{2^2\times15}=\sqrt{60}$

ㄴ. $\sqrt{\frac{15}{8}}\times\sqrt{\frac{4}{5}}=\sqrt{\frac{15}{8}\times\frac{4}{5}}=\sqrt{\frac{3}{2}}$

ㄷ. $\sqrt{5}\div\sqrt{\frac{1}{2}}=\sqrt{5}\times\sqrt{2}=\sqrt{5\times2}=\sqrt{10}$

ㄹ. $\sqrt{\frac{1}{5}}\div\sqrt{\frac{5}{3}}=\sqrt{\frac{1}{5}}\times\sqrt{\frac{3}{5}}=\sqrt{\frac{1}{5}\times\frac{3}{5}}=\frac{\sqrt{3}}{5}$

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

132 답 2

$\sqrt{800}=\sqrt{20^2\times2}=20\sqrt{2}$이므로 $a=20$

$\sqrt{0.002}=\sqrt{\frac{20}{10000}}=\sqrt{\frac{2^2\times5}{100^2}}=\frac{2\sqrt{5}}{100}=\frac{\sqrt{5}}{50}$이므로 $b=\frac{1}{50}$

$\therefore 5ab=5\times20\times\frac{1}{50}=2$

133 답 $x=56.04$, $y=0.1792$

$\sqrt{3140}=\sqrt{31.4\times100}=\sqrt{31.4\times10^2}$

$=10\sqrt{31.4}=10\times5.604=56.04$

$\therefore x=56.04$

$\sqrt{0.0321}=\sqrt{\frac{3.21}{100}}=\sqrt{\frac{3.21}{10^2}}=\frac{\sqrt{3.21}}{10}=\frac{1.792}{10}=0.1792$

$\therefore y=0.1792$

134 답 ④

$212.1=100\times2.121=100\sqrt{4.5}$

$=\sqrt{4.5\times100^2}=\sqrt{4.5\times10000}$

$=\sqrt{45000}$

$\therefore a=45000$

135 답 ④

$\sqrt{1200}=\sqrt{2^4\times3\times5^2}=2^2\times\sqrt{3}\times(\sqrt{5})^2=4ab^2$

136 답 $\frac{\sqrt{3}}{3}$

$\frac{2}{3\sqrt{12}}=\frac{2}{6\sqrt{3}}=\frac{1}{3\sqrt{3}}=\frac{1\times\sqrt{3}}{3\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{9}$ $\therefore a=\frac{1}{9}$

$\frac{15\sqrt{2}}{\sqrt{10}}=\frac{15\sqrt{2}\times\sqrt{10}}{\sqrt{10}\times\sqrt{10}}=\frac{30\sqrt{5}}{10}=3\sqrt{5}$ $\therefore b=3$

$\therefore \sqrt{ab}=\sqrt{\frac{1}{9}\times3}=\sqrt{\frac{1}{3}}=\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{1\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$

137 답 ③

한 대각선에 있는 세 수의 곱은

$3\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{6}}{3}\times\frac{1}{6}=\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

따라서 $\sqrt{5}\times\frac{\sqrt{6}}{3}\times A=\frac{\sqrt{2}}{2}$이므로

$A=\frac{\sqrt{2}}{2}\div\sqrt{5}\div\frac{\sqrt{6}}{3}$

$=\frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{1}{\sqrt{5}}\times\frac{3}{\sqrt{6}}=\frac{3}{2\sqrt{15}}$

$=\frac{3\times\sqrt{15}}{2\sqrt{15}\times\sqrt{15}}=\frac{3\sqrt{15}}{30}=\frac{\sqrt{15}}{10}$

138 답 ④

① $4\sqrt{12}\div(-2\sqrt{3})=8\sqrt{3}\times\left(-\frac{1}{2\sqrt{3}}\right)=-4$

② $2\sqrt{6}\div(-\sqrt{2})=2\sqrt{6}\times\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)=-2\sqrt{3}$

③ $\frac{5}{\sqrt{2}}\div\frac{7}{4\sqrt{3}}=\frac{5}{\sqrt{2}}\times\frac{4\sqrt{3}}{7}=\frac{20\sqrt{3}}{7\sqrt{2}}$

$=\frac{20\sqrt{3}\times\sqrt{2}}{7\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{20\sqrt{6}}{14}=\frac{10\sqrt{6}}{7}$

④ $2\sqrt{12}\div\sqrt{6}\times\sqrt{2}=4\sqrt{3}\times\frac{1}{\sqrt{6}}\times\sqrt{2}=4$

⑤ $5\sqrt{2}\times\sqrt{27}\div\sqrt{3}=5\sqrt{2}\times3\sqrt{3}\times\frac{1}{\sqrt{3}}=15\sqrt{2}$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

139 답 $\frac{4\sqrt{5}}{5}$ **cm**

원기둥의 높이를 x cm라 하면 원기둥의 부피는

$\pi\times(\sqrt{5})^2\times x=5x\pi(\text{cm}^3)$

원뿔의 부피는

$\frac{1}{3}\times\pi\times(\sqrt{6})^2\times\sqrt{20}=\frac{1}{3}\pi\times6\times2\sqrt{5}=4\sqrt{5}\pi(\text{cm}^3)$

즉, $5x\pi=4\sqrt{5}\pi$이므로 $x=\frac{4\sqrt{5}}{5}$

따라서 원기둥의 높이는 $\frac{4\sqrt{5}}{5}$cm이다.

140 답 ②

(가)에서 $a=\sqrt{2}$

(나)에서 $b=\sqrt{2}+\sqrt{2}=(1+1)\sqrt{2}=2\sqrt{2}$

(다)에서 $c=2\sqrt{2}+2\sqrt{2}-\sqrt{2}=(2+2-1)\sqrt{2}=3\sqrt{2}$

(라)에서 $d=2\sqrt{2}\times3\sqrt{2}=12$

(마)에서 $e=3\sqrt{2}+3\sqrt{2}\div\sqrt{2}=3\sqrt{2}+3\sqrt{2}\times\frac{1}{\sqrt{2}}=3\sqrt{2}+3$

(바)에서 $f=(3\sqrt{2}+3)-12=3\sqrt{2}-9$

141 답 **6**

$$\begin{aligned}\sqrt{32}+\sqrt{24}-\sqrt{6}+\sqrt{18}&=4\sqrt{2}+2\sqrt{6}-\sqrt{6}+3\sqrt{2}\\&=(4+3)\sqrt{2}+(2-1)\sqrt{6}\\&=7\sqrt{2}+\sqrt{6}\end{aligned}$$

따라서 $a=7$, $b=1$이므로 $a-b=7-1=6$

142 답 $\frac{1}{2}$

$$\begin{aligned}\sqrt{4.32}-\frac{3}{\sqrt{3}}+\sqrt{0.27}&=\sqrt{\frac{432}{100}}-\frac{3\sqrt{3}}{3}+\sqrt{\frac{27}{100}}\\&=\frac{12\sqrt{3}}{10}-\sqrt{3}+\frac{3\sqrt{3}}{10}\\&=\left(\frac{12}{10}-1+\frac{3}{10}\right)\sqrt{3}=\frac{\sqrt{3}}{2}\end{aligned}$$

$\therefore a=\frac{1}{2}$

143 답 **4**

$x=\frac{\sqrt{7}+\sqrt{6}}{\sqrt{3}}=\frac{(\sqrt{7}+\sqrt{6})\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{21}+3\sqrt{2}}{3}$

$y=\frac{\sqrt{7}-\sqrt{6}}{\sqrt{3}}=\frac{(\sqrt{7}-\sqrt{6})\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{21}-3\sqrt{2}}{3}$

즉, $x-y=\frac{\sqrt{21}+3\sqrt{2}}{3}-\frac{\sqrt{21}-3\sqrt{2}}{3}=\frac{6\sqrt{2}}{3}=2\sqrt{2}$이므로

$\sqrt{2}(x-y)=\sqrt{2}\times2\sqrt{2}=4$

144 답 **1**

$$\begin{aligned}\sqrt{3}(4-\sqrt{6})+\frac{2-\sqrt{6}}{\sqrt{2}}&=4\sqrt{3}-3\sqrt{2}+\frac{(2-\sqrt{6})\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}\\&=4\sqrt{3}-3\sqrt{2}+\frac{2\sqrt{2}-2\sqrt{3}}{2}\\&=4\sqrt{3}-3\sqrt{2}+\sqrt{2}-\sqrt{3}\\&=-2\sqrt{2}+3\sqrt{3}\end{aligned}$$ … (i)

따라서 $a=-2$, $b=3$이므로 … (ii)

$a+b=-2+3=1$ … (iii)

채점 기준

(i) 주어진 등식의 좌변을 간단히 하기	70%
(ii) a, b의 값 구하기	20%
(iii) $a+b$의 값 구하기	10%

145 답 $9\sqrt{3}$ **cm**

세 정사각형 (가), (나), (다)의 넓이가 각각 12 cm², 27 cm², 48 cm²이므로 한 변의 길이는 각각 $\sqrt{12}$ cm, $\sqrt{27}$ cm, $\sqrt{48}$ cm이다.

$\therefore \overline{AB}=\sqrt{12}=2\sqrt{3}(\text{cm})$, $\overline{BC}=\sqrt{27}=3\sqrt{3}(\text{cm})$,

$\overline{CD}=\sqrt{48}=4\sqrt{3}(\text{cm})$

$\therefore \overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CD}=2\sqrt{3}+3\sqrt{3}+4\sqrt{3}=9\sqrt{3}(\text{cm})$

146 답 ④

정사각형 ABCD의 넓이가 7이므로 한 변의 길이는 $\sqrt{7}$이다.

$\overline{AP}=\overline{AD}=\sqrt{7}$이므로 점 P에 대응하는 수는 $2-\sqrt{7}$

$\overline{AQ}=\overline{AB}=\sqrt{7}$이므로 점 Q에 대응하는 수는 $2+\sqrt{7}$

$\therefore (2-\sqrt{7})+(2+\sqrt{7})=4$

147 답 ③

ㄱ. $\sqrt{24}-(2\sqrt{6}+1)=\sqrt{24}-\sqrt{24}-1=-1<0$

$\therefore \sqrt{24}<2\sqrt{6}+1$

ㄴ. $(1+3\sqrt{3})-(2\sqrt{6}+1)=1+3\sqrt{3}-2\sqrt{6}-1$

$=3\sqrt{3}-2\sqrt{6}=\sqrt{27}-\sqrt{24}>0$

$\therefore 1+3\sqrt{3}>2\sqrt{6}+1$

ㄷ. $(4\sqrt{10}+2)-(2+3\sqrt{17})=4\sqrt{10}+2-2-3\sqrt{17}$

$=4\sqrt{10}-3\sqrt{17}=\sqrt{160}-\sqrt{153}>0$

$\therefore 4\sqrt{10}+2>2+3\sqrt{17}$

ㄹ. $(2\sqrt{3}+5)-(3\sqrt{2}+5)=2\sqrt{3}+5-3\sqrt{2}-5$

$=2\sqrt{3}-3\sqrt{2}=\sqrt{12}-\sqrt{18}<0$

$\therefore 2\sqrt{3}+5<3\sqrt{2}+5$

따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄹ이다.

148 답 ④

① $(5\sqrt{3}+\sqrt{2})(4\sqrt{3}-\sqrt{2})=20\times(\sqrt{3})^2+(-5+4)\sqrt{6}-(\sqrt{2})^2$

$=60-\sqrt{6}-2$

$=58-\sqrt{6}$

② $(\sqrt{7}+4)(\sqrt{7}-3)=(\sqrt{7})^2+(-3+4)\sqrt{7}-12$

$=7+\sqrt{7}-12$

$=-5+\sqrt{7}$

③ $(\sqrt{8}-\sqrt{12})^2=(\sqrt{8})^2-2\times\sqrt{8}\times\sqrt{12}+(\sqrt{12})^2$

$=8-8\sqrt{6}+12$

$=20-8\sqrt{6}$

④ $(2\sqrt{3}+3)^2=(2\sqrt{3})^2+2\times2\sqrt{3}\times3+3^2$

$=12+12\sqrt{3}+9$

$=21+12\sqrt{3}$

⑤ $(\sqrt{11}+3)(\sqrt{11}-3)=(\sqrt{11})^2-3^2=11-9=2$

따라서 옳은 것은 ④이다.

149 답 $\frac{15}{2}$, -35

$(2-3\sqrt{2})(5+a\sqrt{2})=10+(2a-15)\sqrt{2}-6a$

$=10-6a+(2a-15)\sqrt{2}$ ⋯(i)

이 식이 유리수가 되려면 $2a-15=0$이어야 하므로

$2a=15 \quad \therefore a=\frac{15}{2}$ ⋯(ii)

따라서 $a=\frac{15}{2}$일 때, 주어진 식의 값은

$10-6a=10-6\times\frac{15}{2}=10-45=-35$ ⋯(iii)

채점 기준

(i) 주어진 식을 $m+n\sqrt{x}$의 꼴로 간단히 하기	30%
(ii) a의 값 구하기	40%
(iii) 그때의 식의 값 구하기	30%

150 답 $-1-\sqrt{6}$

$$\frac{1}{1-\sqrt{2}}-\frac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{3}-2}-\frac{1}{2-\sqrt{5}}+\frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{6}}$$
$$=\frac{1+\sqrt{2}}{(1-\sqrt{2})(1+\sqrt{2})}-\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{(\sqrt{2}-\sqrt{3})(\sqrt{2}+\sqrt{3})}+\frac{\sqrt{3}+2}{(\sqrt{3}-2)(\sqrt{3}+2)}$$
$$-\frac{2+\sqrt{5}}{(2-\sqrt{5})(2+\sqrt{5})}+\frac{\sqrt{5}+\sqrt{6}}{(\sqrt{5}-\sqrt{6})(\sqrt{5}+\sqrt{6})}$$
$$=-(1+\sqrt{2})+(\sqrt{2}+\sqrt{3})-(\sqrt{3}+2)+(2+\sqrt{5})-(\sqrt{5}+\sqrt{6})$$
$$=-1-\sqrt{2}+\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{3}-2+2+\sqrt{5}-\sqrt{5}-\sqrt{6}$$
$$=-1-\sqrt{6}$$

151 답 ④

$$\frac{22}{5+\sqrt{3}}=\frac{22(5-\sqrt{3})}{(5+\sqrt{3})(5-\sqrt{3})}=\frac{22(5-\sqrt{3})}{25-3}=5-\sqrt{3}$$

$1<\sqrt{3}<2$에서 $3<5-\sqrt{3}<4$이므로 $a=3$

$\therefore b=(5-\sqrt{3})-3=2-\sqrt{3}$

$$\therefore \frac{1}{a-b}-\frac{1}{b-1}=\frac{1}{3-(2-\sqrt{3})}-\frac{1}{(2-\sqrt{3})-1}$$
$$=\frac{1}{1+\sqrt{3}}-\frac{1}{1-\sqrt{3}}$$
$$=\frac{1-\sqrt{3}}{(1+\sqrt{3})(1-\sqrt{3})}-\frac{1+\sqrt{3}}{(1-\sqrt{3})(1+\sqrt{3})}$$
$$=\frac{1-\sqrt{3}}{1-3}-\frac{1+\sqrt{3}}{1-3}$$
$$=\frac{\sqrt{3}-1}{2}+\frac{1+\sqrt{3}}{2}=\frac{2\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$$

152 답 2

$$x=\frac{\sqrt{2}-1}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)}=\sqrt{2}-1$$
$$\therefore \frac{x-1}{x+1}-\frac{x+1}{x-1}=\frac{(x-1)^2-(x+1)^2}{(x+1)(x-1)}$$
$$=\frac{x^2-2x+1-(x^2+2x+1)}{x^2-1}$$
$$=\frac{-4x}{x^2-1}=\frac{-4(\sqrt{2}-1)}{(\sqrt{2}-1)^2-1}$$
$$=\frac{-4(\sqrt{2}-1)}{2-2\sqrt{2}}=\frac{-4(\sqrt{2}-1)}{-2(\sqrt{2}-1)}=2$$

153 답 -8

$(x+y+5)(x-y+5)-5(2x-1)$
$=\{(x+5)+y\}\{(x+5)-y\}-10x+5$
$=(x+5)^2-y^2-10x+5$
$=x^2+10x+25-y^2-10x+5$
$=x^2-y^2+30$
$=(2\sqrt{3})^2-(5\sqrt{2})^2+30$
$=12-50+30=-8$

만렙비법 공통부분을 한 문자로 생각하고, 곱셈 공식을 이용한다.

154 답 ③

$$x=\frac{1}{\sqrt{3}-2}=\frac{\sqrt{3}+2}{(\sqrt{3}-2)(\sqrt{3}+2)}=\frac{\sqrt{3}+2}{3-4}=-\sqrt{3}-2$$
$$y=\frac{1}{\sqrt{3}+2}=\frac{\sqrt{3}-2}{(\sqrt{3}+2)(\sqrt{3}-2)}=\frac{\sqrt{3}-2}{3-4}=-\sqrt{3}+2$$

$\therefore x+y=(-\sqrt{3}-2)+(-\sqrt{3}+2)=-2\sqrt{3}$

$xy=(-\sqrt{3}-2)(-\sqrt{3}+2)$
$=(-\sqrt{3})^2-2^2=3-4=-1$

$\therefore x^2+y^2+3xy=(x+y)^2+xy$
$=(-2\sqrt{3})^2-1=12-1=11$

155 답 ③

$a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$에서

$14=(2\sqrt{2})^2-2ab$, $14=8-2ab$

$2ab=-6 \quad \therefore ab=-3$

$\therefore (a-b)^2=a^2-2ab+b^2$
$=14-2\times(-3)=14+6=20$

156 답 $8\sqrt{5}$

$$\left(x-\frac{1}{x}\right)^2=\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-4=(2\sqrt{5})^2-4$$
$$=20-4=16$$

이때 $x>1$이므로 $x-\frac{1}{x}>0$

$\therefore x-\frac{1}{x}=4$

$$\therefore x^2-\frac{1}{x^2}=\left(x+\frac{1}{x}\right)\left(x-\frac{1}{x}\right)=2\sqrt{5}\times4=8\sqrt{5}$$

157 답 6

$$a=\frac{1+\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}}=\frac{(1+\sqrt{2})^2}{(1-\sqrt{2})(1+\sqrt{2})}$$
$$=\frac{1+2\sqrt{2}+2}{1-2}=-3-2\sqrt{2}$$

즉, $a+3=-2\sqrt{2}$이므로 양변을 제곱하면

$(a+3)^2=(-2\sqrt{2})^2$, $a^2+6a+9=8$

$\therefore a^2+6a=-1$

$\therefore a^2+6a+7=-1+7=6$

4 다항식의 인수분해

01 ④	02 ⑤	03 ④	04 84
05 ②	06 (1) $(a+2)(a-2)$ (2) $(4x+3)(4x-3)$		
07 ㄱ, ㄴ, ㄹ, ㅁ		08 ⑤	09 ④
10 ④	11 ④	12 ③	13 $2x-3$
14 ④	15 ②	16 11	17 8
18 4	19 ②	20 1	21 $-2x+6$
22 $a-6$	23 ①	24 ⑤	25 ①, ⑤
26 ③	27 2	28 ④	29 ④
30 8	31 ⑤	32 ①	33 9
34 ④	35 5	36 ②	37 ②
38 4개	39 6	40 ②, ③	41 ⑤
42 ②, ⑤	43 ①	44 3	45 ③
46 ㄱ, ㄷ, ㅁ	47 ⑤	48 ④	49 -1
50 (1) -3 (2) -2 (3) $(x+1)(x-3)$			51 $3x+4$
52 $8a+20$	53 $x+3$, 12	54 ②	55 ⑤
56 -9	57 $(x+5)(x-2)$		
58 $2(x+1)(x-2)$		59 $(4x+1)(2x-1)$	
60 $2x+6$	61 ③	62 ②	63 $10x+6$
64 $8a+20b$	65 ②	66 $8x$	67 ⑤
68 ③	69 ①, ⑤	70 ②	71 18
72 ⑤	73 4	74 ㄱ, ㄴ	75 ④
76 $2x-4$	77 20	78 ①, ⑤	79 7
80 ⑤	81 ②	82 $x-5y$	83 -5
84 36	85 $(x+1)(x-6)$		86 $8x+10$
87 ④	88 ④	89 $x+4$	

01 다항식의 인수분해 (1)

핵심 유형 & 핵심 유형 완성하기

66~70쪽

01 답 ④

02 답 ⑤

$x^3-5x^2y=x^2(x-5y)$이므로 인수가 아닌 것은 ⑤이다.

03 답 ④

④ $16x^2-24xy+9y^2=(4x)^2-2\times4x\times3y+(3y)^2$
$=(4x-3y)^2$

04 답 84

$x^2-12x+a$가 완전제곱식으로 인수분해되려면

$a=\left(\frac{-12}{2}\right)^2=36$

또 $9x^2+bx+64=(3x)^2+bx+8$은 $(3x\pm8)^2$으로 인수분해된다.

즉, $b=2\times3\times8=48$ 또는 $b=2\times3\times(-8)=-48$

이때 $b>0$이므로 $b=48$

$\therefore a+b=36+48=84$

05 답 ②

$1<a<3$에서 $a-3<0$, $a-1>0$이므로

$$\begin{aligned}\sqrt{a^2-6a+9}-\sqrt{a^2-2a+1}&=\sqrt{(a-3)^2}-\sqrt{(a-1)^2}\\&=-(a-3)-(a-1)\\&=-a+3-a+1\\&=-2a+4\end{aligned}$$

06 답 (1) $(a+2)(a-2)$ (2) $(4x+3)(4x-3)$

(1) $a^2-4=a^2-2^2=(a+2)(a-2)$

(2) $16x^2-9=(4x)^2-3^2=(4x+3)(4x-3)$

07 답 ㄱ, ㄴ, ㄹ, ㅁ

$a^2(a+3)$의 인수는 1, a, a^2, $a+3$, $a(a+3)$, $a^2(a+3)$이다.

08 답 ⑤

④, ⑤ x^2+3x+2의 인수는 1, $x+1$, $x+2$, $(x+1)(x+2)$이다.

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

09 답 ④

④ $(a+6)+2=a+8$이므로 $a+6$을 인수로 갖지 않는다.

10 답 ④

$-2a^3x+10a^2y=-2a^2(ax-5y)$이므로 인수가 아닌 것은 ④이다.

11 답 ④

① $4xy+y^2=y(4x+y)$

② $2x^2-6x=2x(x-3)$

③ $4x^3-2x^2y=2x^2(2x-y)$

⑤ $(x+1)y-x(x+1)=(x+1)(y-x)$

따라서 인수분해를 바르게 한 것은 ④이다.

12 답 ③

$$\begin{aligned} a(x-2y)-b(2y-x)&=a(x-2y)+b(x-2y)\\ &=(a+b)(x-2y) \end{aligned}$$

13 답 $2x-3$

$$\begin{aligned} (x-2)(x+4)-5(x-2)&=(x-2)\{(x+4)-5\}\\ &=(x-2)(x-1) \end{aligned}$$

따라서 두 일차식의 합은

$(x-2)+(x-1)=2x-3$

14 답 ④

① $4x^2-20x+25=(2x)^2-2\times 2x\times 5+5^2=(2x-5)^2$

② $$\begin{aligned} 18a^2+12a+2&=2(9a^2+6a+1)\\ &=2\{(3a)^2+2\times 3a\times 1+1^2\}\\ &=2(3a+1)^2 \end{aligned}$$

③ $a^2-\frac{2}{3}a+\frac{1}{9}=a^2-2\times a\times\frac{1}{3}+\left(\frac{1}{3}\right)^2=\left(a-\frac{1}{3}\right)^2$

⑤ $x^2-12xy+36y^2=x^2-2\times x\times 6y+(6y)^2=(x-6y)^2$

따라서 완전제곱식으로 인수분해할 수 없는 것은 ④이다.

15 답 ②

$\frac{1}{4}x^2-3x+9=\left(\frac{1}{2}x\right)^2-2\times\frac{1}{2}x\times 3+3^2=\left(\frac{1}{2}x-3\right)^2$

따라서 주어진 식의 인수는 ②이다.

16 답 11

$ax^2-30x+b=(3x+c)^2$에서

$ax^2-30x+b=9x^2+6cx+c^2$ ⋯ (i)

따라서 $a=9$, $-30=6c$, $b=c^2$이므로

$a=9$, $c=-5$, $b=(-5)^2=25$ ⋯ (ii)

$\therefore -a+b+c=-9+25+(-5)=11$ ⋯ (iii)

채점 기준	
(i) 주어진 식을 전개하기	30%
(ii) a, b, c의 값 구하기	50%
(iii) $-a+b+c$의 값 구하기	20%

17 답 8

$25x^2+20x+a=(5x)^2+2\times 5x\times\underbrace{2+a}_{\text{제곱}}$는 $(5x+2)^2$으로 인수분해된다.

$\therefore a=2^2=4$

또 $4x^2+bxy+\frac{1}{4}y^2=(2x)^2+bxy+\left(\frac{1}{2}y\right)^2$은 $\left(2x\pm\frac{1}{2}y\right)^2$으로 인수분해된다.

즉, $b=2\times 2\times\frac{1}{2}=2$ 또는 $b=2\times 2\times\left(-\frac{1}{2}\right)=-2$

이때 $b>0$이므로 $b=2$

$\therefore ab=4\times 2=8$

18 답 4

$ax^2-12x+9=\underbrace{ax^2-2\times 2x}_{\text{제곱}}\times 3+3^2$은 $(2x-3)^2$으로 인수분해된다.

$\therefore a=2^2=4$

19 답 ②

① $a^2-3a+\square$가 완전제곱식으로 인수분해되려면

$\square=\left(\frac{-3}{2}\right)^2=\frac{9}{4}$ ⇨ 절댓값은 $\frac{9}{4}$

② $\square a^2-4a+1=\underbrace{\square a^2-2\times 2a}_{\text{제곱}}\times 1+1^2$은 $(2a-1)^2$으로 인수분해되므로

$\square=2^2=4$ ⇨ 절댓값은 4

③ $a^2+ab+\square b^2$이 완전제곱식으로 인수분해되려면

$\square=\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{4}$ ⇨ 절댓값은 $\frac{1}{4}$

④ $a^2+\square a+1$이 완전제곱식으로 인수분해되려면

$\square=\pm 2\sqrt{1}=\pm 2$ ⇨ 절댓값은 2

⑤ $a^2+\square a+\frac{1}{4}$이 완전제곱식으로 인수분해되려면

$\square=\pm 2\sqrt{\frac{1}{4}}=\pm 2\times\frac{1}{2}=\pm 1$ ⇨ 절댓값은 1

따라서 절댓값이 가장 큰 것은 ②이다.

20 답 1

$$\begin{aligned} (2x+1)(2x+3)+k&=4x^2+8x+3+k\\ &=(2x)^2+2\times 2x\times\underbrace{2+3+k}_{\text{제곱}} \end{aligned}$$

즉, 이 식은 $(2x+2)^2$으로 인수분해되므로

$3+k=2^2$　　$\therefore k=1$

21 답 $-2x+6$

$2<x<4$에서 $x-4<0$, $x-2>0$이므로

$$\begin{aligned} \sqrt{x^2-8x+16}-\sqrt{x^2-4x+4}&=\sqrt{(x-4)^2}-\sqrt{(x-2)^2}\\ &=-(x-4)-(x-2)\\ &=-x+4-x+2\\ &=-2x+6 \end{aligned}$$

22 답 $a-6$

$0<a<\frac{1}{2}$에서 $0<2a<1$이므로 $a+5>0$, $2a-1<0$

$$\begin{aligned} &-\sqrt{a^2+10a+25}-\sqrt{4a^2-4a+1}\\ &=-\sqrt{(a+5)^2}-\sqrt{(2a-1)^2}\\ &=-(a+5)-\{-(2a-1)\}\\ &=-a-5+2a-1\\ &=a-6 \end{aligned}$$

23 답 ①

$b<a<0$에서 $a+b<0$, $a-b>0$이므로

$$\begin{aligned}\sqrt{a^2+2ab+b^2}-\sqrt{a^2-2ab+b^2}&=\sqrt{(a+b)^2}-\sqrt{(a-b)^2}\\&=-(a+b)-(a-b)\\&=-a-b-a+b\\&=-2a\end{aligned}$$

24 답 ⑤

$0<a<1$에서 $\frac{1}{a}>1$이므로 $a-\frac{1}{a}<0$, $a+\frac{1}{a}>0$

$$\begin{aligned}\therefore\ &\sqrt{\left(a+\frac{1}{a}\right)^2-4}+\sqrt{\left(a-\frac{1}{a}\right)^2+4}\\&=\sqrt{a^2+2+\frac{1}{a^2}-4}+\sqrt{a^2-2+\frac{1}{a^2}+4}\\&=\sqrt{\left(a-\frac{1}{a}\right)^2}+\sqrt{\left(a+\frac{1}{a}\right)^2}\\&=-\left(a-\frac{1}{a}\right)+\left(a+\frac{1}{a}\right)\\&=-a+\frac{1}{a}+a+\frac{1}{a}=\frac{2}{a}\end{aligned}$$

25 답 ①, ⑤

① $x^2-49=x^2-7^2=(x+7)(x-7)$

② $64x^2-9=(8x)^2-3^2=(8x+3)(8x-3)$

③ $4x^2-36=4(x^2-3^2)=4(x+3)(x-3)$

④ $\frac{1}{4}x^2-\frac{1}{9}y^2=\left(\frac{1}{2}x\right)^2-\left(\frac{1}{3}y\right)^2=\left(\frac{1}{2}x+\frac{1}{3}y\right)\left(\frac{1}{2}x-\frac{1}{3}y\right)$

⑤ $25x^2-16y^2=(5x)^2-(4y)^2=(5x+4y)(5x-4y)$

따라서 인수분해를 바르게 한 것은 ①, ⑤이다.

26 답 ③

$49x^2-9=(7x)^2-3^2=(7x+3)(7x-3)$

따라서 두 일차식의 합은

$(7x+3)+(7x-3)=14x$

27 답 2

$$\begin{aligned}-12x^2+27y^2&=-3(4x^2-9y^2)\\&=-3\{(2x)^2-(3y)^2\}\\&=-3(2x+3y)(2x-3y)\end{aligned}\qquad\cdots\text{(i)}$$

따라서 $a=-3$, $b=2$, $c=3$이므로 … (ii)

$a+b+c=-3+2+3=2$ … (iii)

채점 기준

(i) 주어진 식을 인수분해하기	50%
(ii) a, b, c의 값 구하기	30%
(iii) $a+b+c$의 값 구하기	20%

28 답 ④

$$\begin{aligned}x^8-1&=(x^4+1)(x^4-1)\\&=(x^4+1)(x^2+1)(x^2-1)\\&=(x^4+1)(x^2+1)(x+1)(x-1)\end{aligned}$$

따라서 인수가 아닌 것은 ④이다.

02 다항식의 인수분해 (2)

핵심 유형 & 핵심 유형 완성하기

71~73쪽

29 답 ④

$x^2+3xy-18y^2=(x-3y)(x+6y)$

30 답 8

$3x^2-x-4=(x+1)(3x-4)$

$$\begin{array}{ccccc} x & \searrow\!\!\!\!\nearrow & 1 & \rightarrow & 3x \\ 3x & & -4 & \rightarrow & \underline{-4x}\ (+ \\ & & & & -x \end{array}$$

따라서 $a=1$, $b=3$, $c=-4$이므로

$a+b-c=1+3-(-4)=8$

31 답 ⑤

① $4x^2-4xy+y^2=(2x)^2-2\times2x\times y+y^2=(2x-y)^2$

② $-x^2+y^2=-(x^2-y^2)=-(x+y)(x-y)$

③ $x^2-5x-6=(x-6)(x+1)$

④ $3x^2+7x-6=(3x-2)(x+3)$

$$\begin{array}{ccccc} 3x & \searrow\!\!\!\!\nearrow & -2 & \rightarrow & -2x \\ x & & 3 & \rightarrow & \underline{9x}\ (+ \\ & & & & 7x \end{array}$$

따라서 인수분해를 바르게 한 것은 ⑤이다.

32 답 ①

$x^2-4x+3=(x-1)(\underline{x-3})$

$2x^2-3x-9=(2x+3)(\underline{x-3})$

따라서 두 다항식의 공통인 인수는 ①이다.

33 답 9

$x^2+x-20=(x-4)(x+5)$

따라서 $a=-4$, $b=5$ 또는 $a=5$, $b=-4$이므로

$|a-b|=9$

34 답 ④

④ $x^2-10xy+24y^2=(x-6y)(x-4y)$

35 답 5

$x^2-7x+a=(x-2)(x-b)$에서

$x^2-7x+a=x^2-(b+2)x+2b$

따라서 $-7=-(b+2)$, $a=2b$이므로

$b=5$, $a=10$

$\therefore a-b=10-5=5$

36 답 ②

$x^2+3x-28=(x-4)(x+7)$

따라서 두 일차식의 합은

$(x-4)+(x+7)=2x+3$

37 답 ②

$$\begin{aligned}(x+2)(x-5)-8&=x^2-3x-10-8\\&=x^2-3x-18\\&=(x+3)(x-6)\end{aligned}$$

38 답 4개

x^2+Ax-8이 x의 계수가 1인 두 일차식의 곱으로 인수분해되려면 A는 곱이 -8인 두 정수의 합이어야 한다.

곱이 -8인 두 정수는

1, -8 또는 2, -4 또는 4, -2 또는 8, -1

이때 A는 두 정수의 합이므로 -7, -2, 2, 7의 4개이다.

39 답 6

$2x^2+5xy-3y^2=(x+3y)(2x-y)$

$$\begin{array}{ccccc} x & \searrow\!\!\!\!\nearrow & 3y & \rightarrow & 6xy \\ 2x & \nearrow\!\!\!\!\searrow & -y & \rightarrow & \underline{-xy}\ (+ \\ & & & & 5xy \end{array}$$

따라서 $a=1$, $b=3$, $c=2$이므로

$a+b+c=1+3+2=6$

40 답 ②, ③

$6x^2-7xy+2y^2=(2x-y)(3x-2y)$

$$\begin{array}{ccccc} 2x & \searrow\!\!\!\!\nearrow & -y & \rightarrow & -3xy \\ 3x & \nearrow\!\!\!\!\searrow & -2y & \rightarrow & \underline{-4xy}\ (+ \\ & & & & -7xy \end{array}$$

따라서 주어진 식의 인수는 ②, ③이다.

41 답 ⑤

$2x^2-7x-15=(2x+3)(x-5)$

$$\begin{array}{ccccc} 2x & \searrow\!\!\!\!\nearrow & 3 & \rightarrow & 3x \\ x & \nearrow\!\!\!\!\searrow & -5 & \rightarrow & \underline{-10x}\ (+ \\ & & & & -7x \end{array}$$

따라서 두 일차식의 합은

$(2x+3)+(x-5)=3x-2$

42 답 ②, ⑤

① $2x^2+5x+2=(2x+1)(x+2)$

$$\begin{array}{ccccc} 2x & \searrow\!\!\!\!\nearrow & 1 & \rightarrow & x \\ x & \nearrow\!\!\!\!\searrow & 2 & \rightarrow & \underline{4x}\ (+ \\ & & & & 5x \end{array}$$

② $3x^2-7x+2=(\underline{3x-1})(x-2)$

$$\begin{array}{ccccc} 3x & \searrow\!\!\!\!\nearrow & -1 & \rightarrow & -x \\ x & \nearrow\!\!\!\!\searrow & -2 & \rightarrow & \underline{-6x}\ (+ \\ & & & & -7x \end{array}$$

③ $4x^2-4x-15=(2x+3)(2x-5)$

$$\begin{array}{ccccc} 2x & \searrow\!\!\!\!\nearrow & 3 & \rightarrow & 6x \\ 2x & \nearrow\!\!\!\!\searrow & -5 & \rightarrow & \underline{-10x}\ (+ \\ & & & & -4x \end{array}$$

④ $6x^2+5x-4=(2x-1)(3x+4)$

$$\begin{array}{ccccc} 2x & \searrow\!\!\!\!\nearrow & -1 & \rightarrow & -3x \\ 3x & \nearrow\!\!\!\!\searrow & 4 & \rightarrow & \underline{8x}\ (+ \\ & & & & 5x \end{array}$$

⑤ $6x^2-11x+3=(2x-3)(\underline{3x-1})$

$$\begin{array}{ccccc} 2x & \searrow\!\!\!\!\nearrow & -3 & \rightarrow & -9x \\ 3x & \nearrow\!\!\!\!\searrow & -1 & \rightarrow & \underline{-2x}\ (+ \\ & & & & -11x \end{array}$$

따라서 $3x-1$을 인수로 갖는 것은 ②, ⑤이다.

43 답 ①

$3x^2+Ax-20=(3x-4)(x+B)$에서

$3x^2+Ax-20=3x^2+(3B-4)x-4B$

따라서 $A=3B-4$, $-20=-4B$이므로

$B=5$, $A=11$

$\therefore A-B=11-5=6$

44 답 3

$5x^2+(3a-5)x-24=(x-4)(5x+b)$에서

$5x^2+(3a-5)x-24=5x^2+(b-20)x-4b$ ⋯ (i)

따라서 $3a-5=b-20$, $-24=-4b$이므로 $b=6$

$3a-5=-14$, $3a=-9$ $\quad\therefore a=-3$ ⋯ (ii)

$\therefore a+b=-3+6=3$ ⋯ (iii)

채점 기준	
(i) 주어진 식을 전개하기	40%
(ii) a, b의 값 구하기	40%
(iii) $a+b$의 값 구하기	20%

45 답 ③

③ $x^2+x-30=(x-5)(x+6)$

46 답 ㄱ, ㄷ, ㅁ

ㄱ. $3x^2+6x=3x(\underline{x+2})$

ㄴ. $3x^2-12x+12=3(x^2-4x+4)=3(x-2)^2$

ㄷ. $x^2-4=(\underline{x+2})(x-2)$

ㄹ. $x^2+8x-20=(x-2)(x+10)$

ㅁ. $3x^2+10x+8=(\underline{x+2})(3x+4)$

따라서 $x+2$를 인수로 갖는 것은 ㄱ, ㄷ, ㅁ이다.

47 답 ⑤

$9x^2-49=(\underline{3x+7})(3x-7)$

$3x^2+4x-7=(\underline{3x+7})(x-1)$

따라서 두 다항식의 공통인 인수는 ⑤이다.

48 답 ④

① $2x^2-2=2(x^2-1)=2(\underline{x+1})(x-1)$

② $x^2+2x+1=(\underline{x+1})^2$

③ $x^2-2x-3=(\underline{x+1})(x-3)$

④ $3x^2-2x-1=(3x+1)(x-1)$

⑤ $7x^2+3x-4=(7x-4)(\underline{x+1})$

따라서 나머지 넷과 일차 이상의 공통인 인수를 갖지 않는 것은 ④이다.

03 다항식의 인수분해의 활용

핵심 유형 & 핵심 유형 완성하기 74~76쪽

49 답 -1

$x^2-ax-6=(x-2)(x+m)$ (m은 상수)으로 놓으면

$x^2-ax-6=x^2+(m-2)x-2m$

따라서 $m-2=-a$, $-2m=-6$이므로

$m=3$, $a=-1$

50 답 (1) -3 (2) -2 (3) $(x+1)(x-3)$

(1) 동욱이는 상수항을 제대로 보았으므로

$(x-1)(x+3)=x^2+2x-3$

에서 처음 이차식의 상수항은 -3이다.

(2) 민아는 x의 계수를 제대로 보았으므로

$(x+3)(x-5)=x^2-2x-15$

에서 처음 이차식의 x의 계수는 -2이다.

(3) 처음 이차식은 x^2-2x-3이므로 바르게 인수분해하면

$x^2-2x-3=(x+1)(x-3)$

51 답 $3x+4$

주어진 모든 직사각형의 넓이의 합은

$2x^2+5x+3=(2x+3)(x+1)$

따라서 큰 직사각형의 가로의 길이와 세로의 길이의 합은

$(2x+3)+(x+1)=3x+4$

52 답 $8a+20$

$4a^2+20a+25=(2a+5)^2$

따라서 정사각형의 한 변의 길이는 $2a+5$이므로 둘레의 길이는

$4\times(2a+5)=8a+20$

53 답 $x+3$, 12

$x^2+7x+a=(x+4)(x+m)$ (m은 상수)으로 놓으면

$x^2+7x+a=x^2+(m+4)x+4m$

즉, $m+4=7$, $4m=a$이므로

$m=3$, $a=12$

따라서 다른 한 인수는 $x+3$이고, 상수 a의 값은 12이다.

54 답 ②

$2x^2+ax-6$이 $x-3$으로 나누어떨어지므로

$2x^2+ax-6=(x-3)(2x+m)$ (m은 상수)으로 놓으면

$2x^2+ax-6=2x^2+(m-6)x-3m$

따라서 $m-6=a$, $-3m=-6$이므로

$m=2$, $a=-4$

참고 다항식이 $ax+b$로 나누어떨어지면 그 다항식은 $ax+b$를 인수로 갖는다.

55 답 ⑤

$x+3$이 두 다항식의 인수이므로

$x^2+4x+a=(x+3)(x+m)$ (m은 상수)으로 놓으면

$x^2+4x+a=x^2+(m+3)x+3m$

즉, $m+3=4$, $3m=a$이므로 $m=1$, $a=3$

또 $2x^2+bx-9=(x+3)(2x+n)$ (n은 상수)으로 놓으면

$2x^2+bx-9=2x^2+(n+6)x+3n$

즉, $n+6=b$, $3n=-9$이므로 $n=-3$, $b=3$

$\therefore a+b=3+3=6$

56 답 -9

처음 두 다항식을 인수분해하면

$4x^2-1=(2x+1)(2x-1)$

$6x^2-x-2=(2x+1)(3x-2)$

즉, 두 다항식의 공통인 인수는 $2x+1$이므로 $2x^2+ax-5$도 $2x+1$을 인수로 갖는다.

$2x^2+ax-5=(2x+1)(x+m)$ (m은 상수)으로 놓으면

$2x^2+ax-5=2x^2+(2m+1)x+m$

따라서 $2m+1=a$, $m=-5$이므로

$a=-9$

57 답 $(x+5)(x-2)$

윤아는 상수항을 제대로 보았으므로

$(x-10)(x+1)=x^2-9x-10$

에서 처음 이차식의 상수항은 -10이다. $\therefore B=-10$

신영이는 x의 계수를 제대로 보았으므로

$(x-3)(x+6)=x^2+3x-18$

에서 처음 이차식의 x의 계수는 3이다. $\therefore A=3$

따라서 처음 이차식은 $x^2+3x-10$이므로 바르게 인수분해하면

$x^2+3x-10=(x+5)(x-2)$

58 답 $2(x+1)(x-2)$

수현이는 x의 계수를 제대로 보았으므로

$2(x+3)(x-4)=2(x^2-x-12)$

$=2x^2-2x-24$

에서 처음 이차식의 x의 계수는 -2이다. … (i)

인성이는 상수항을 제대로 보았으므로

$2(x-1)(x+2)=2(x^2+x-2)$

$=2x^2+2x-4$

에서 처음 이차식의 상수항은 -4이다. … (ii)

따라서 처음 이차식은 $2x^2-2x-4$이므로 … (iii)

바르게 인수분해하면

$2x^2-2x-4=2(x^2-x-2)$

$=2(x+1)(x-2)$ … (iv)

채점 기준	
(i) 처음 이차식의 x의 계수 구하기	30%
(ii) 처음 이차식의 상수항 구하기	30%
(iii) 처음 이차식 구하기	10%
(iv) 처음 이차식을 인수분해하기	30%

59 답 $(4x+1)(2x-1)$

슬이는 x의 계수와 상수항을 제대로 보았으므로

$(6x+1)(4x-1)=24x^2-2x-1$

에서 처음 이차식의 x의 계수는 -2, 상수항은 -1이다.

원찬이는 x^2의 계수와 x의 계수를 제대로 보았으므로

$(2x+1)(4x-3)=8x^2-2x-3$

에서 처음 이차식의 x^2의 계수는 8, x의 계수는 -2이다.

따라서 처음 이차식은 $8x^2-2x-1$이므로 바르게 인수분해하면

$8x^2-2x-1=(4x+1)(2x-1)$

60 답 $2x+6$

주어진 모든 직사각형의 넓이의 합은

$x^2+6x+8=(x+2)(x+4)$

따라서 큰 직사각형의 가로의 길이와 세로의 길이의 합은

$(x+2)+(x+4)=2x+6$

61 답 ③

[그림 1]의 도형의 넓이는 a^2-b^2

[그림 2]의 도형의 넓이는 $(a+b)(a-b)$

따라서 두 도형의 넓이가 같으므로

$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

62 답 ②

다항식이 정사각형의 넓이를 나타내려면 x에 대한 완전제곱식의 꼴이어야 한다.

① $x^2+2x+1=(x+1)^2$

② x^2+3x+9는 완전제곱식으로 인수분해할 수 없다.

③ $x^2+4x+4=(x+2)^2$

④ $x^2+10x+25=(x+5)^2$

⑤ $x^2+12x+36=(x+6)^2$

따라서 주어진 막대들로 만든 정사각형의 넓이가 아닌 것은 ②이다.

63 답 $10x+6$

$2x+5$는 $6x^2+ax-10$의 인수이므로

$6x^2+ax-10=(2x+5)(3x+m)$ (m은 상수)으로 놓으면

$6x^2+ax-10=6x^2+(2m+15)x+5m$

따라서 $5m=-10$이므로 $m=-2$

즉, $6x^2+ax-10=(2x+5)(3x-2)$이므로 이 직사각형의 세로의 길이는 $3x-2$이다.

따라서 직사각형의 둘레의 길이는

$2\times\{(2x+5)+(3x-2)\}=10x+6$

64 답 $8a+20b$

$3a^2b+6ab^2=3ab(a+2b)=a\times 3b\times(a+2b)$이므로

직육면체의 높이는 $a+2b$이다.

$\therefore$ (모든 모서리의 길이의 합)$=4\times\{a+3b+(a+2b)\}$

$=8a+20b$

65 답 ②

색종이 B의 넓이는

$(9x^2+12x+4)+(7x^2+28x+21)=16x^2+40x+25$

$=(4x+5)^2$

따라서 색종이 B의 한 변의 길이는 $4x+5$이다.

66 답 $8x$

$3x^2+2x-1=(3x-1)(x+1)$

따라서 이 직사각형의 가로, 세로의 길이는 $3x-1$, $x+1$이다.

이때 색칠한 부분의 둘레의 길이는 이 직사각형의 둘레의 길이와 같으므로

$2\times\{(3x-1)+(x+1)\}=8x$

핵심 유형 최종 점검하기

77~79쪽

67 답 ⑤

③ $(x+1)+x=2x+1$이므로 $x-2$를 인수로 갖지 않는다.

따라서 $x-2$를 인수로 갖는 것은 ⑤이다.

68 답 ③

① $9a^2b-6ab^2=3ab(3a-2b)$

② $a^3b^2c+2a^2bc=a^2bc(ab+2)$

④ $a^2-abc=a(a-bc)$

⑤ $x^2-2x=x(x-2)$

따라서 인수분해를 바르게 한 것은 ③이다.

69 답 ①, ⑤

$a(x-3)+b(3-x)-c(3x-9)$

$=a(x-3)-b(x-3)-3c(x-3)$

$=(x-3)(a-b-3c)$

따라서 주어진 식의 인수는 ①, ⑤이다.

70 답 ②

① $x^2+6x+9=x^2+2\times x\times 3+3^2=(x+3)^2$

② $2x^2-3x+1=(2x-1)(x-1)$

③ $4a^2+4a+1=(2a)^2+2\times 2a\times 1+1^2$

$=(2a+1)^2$

④ $9a^2-24ab+16b^2=(3a)^2-2\times 3a\times 4b+(4b)^2$

$=(3a-4b)^2$

⑤ $\frac{1}{25}x^2+\frac{2}{5}xy+y^2=\left(\frac{1}{5}x\right)^2+2\times\frac{1}{5}x\times y+y^2$

$=\left(\frac{1}{5}x+y\right)^2$

따라서 완전제곱식으로 인수분해할 수 없는 것은 ②이다.

71 답 18

$x(x+a)+36=(x+b)^2$에서

$x^2+ax+36=x^2+2bx+b^2$ $\cdots$(i)

따라서 $a=2b$, $36=b^2$이므로

$b=6$, $a=12$ 또는 $b=-6$, $a=-12$

이때 $a>0$이므로 $a=12$, $b=6$ … (ii)

$\therefore a+b=12+6=18$ … (iii)

채점 기준	
(i) 주어진 식을 전개하기	30%
(ii) a, b의 값 구하기	50%
(iii) $a+b$의 값 구하기	20%

72 답 ⑤

⑤ $x^2+5x+25$에서 $25\neq\left(\frac{5}{2}\right)^2$이므로 완전제곱식으로 인수분해되지 않는다.

73 답 4

$\frac{1}{4}x^2+(k-2)x+81=\left(\frac{1}{2}x\right)^2+(k-2)x+9^2$은 $\left(\frac{1}{2}x\pm9\right)^2$으로 인수분해된다.

즉, $k-2=2\times\frac{1}{2}\times9=9$

또는 $k-2=2\times\frac{1}{2}\times(-9)=-9$

$\therefore k=11$ 또는 $k=-7$

따라서 모든 k의 값의 합은

$11+(-7)=4$

74 답 ㄱ, ㄴ

$A=\sqrt{x^2+4x+4}+\sqrt{x^2-6x+9}$

$=\sqrt{(x+2)^2}+\sqrt{(x-3)^2}$

ㄱ. $x<-2$에서 $x+2<0$, $x-3<0$이므로

$A=-(x+2)-(x-3)$

$=-x-2-x+3=-2x+1$

ㄴ. $-2\leq x<3$에서 $x+2\geq0$, $x-3<0$이므로

$A=(x+2)-(x-3)$

$=x+2-x+3=5$

ㄷ. $x>3$에서 $x+2>0$, $x+3>0$이므로

$A=(x+2)+(x-3)$

$=2x-1$

따라서 보기 중 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다.

75 답 ④

$x^3-x=x(x^2-1)$

$=x(x+1)(x-1)$

따라서 인수가 아닌 것은 ④이다.

76 답 $2x-4$

$x^2-4x-12=(x+2)(x-6)$

따라서 두 일차식의 합은

$(x+2)+(x-6)=2x-4$

77 답 20

$x^2-11x+k=(x-a)(x-b)$에서 $a+b=11$을 만족시키는 자연수 a, b는 다음과 같다.

a	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
b	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1

이때 $ab=k$이므로 k의 값이 될 수 있는 수는

10, 18, 24, 28, 30

따라서 k의 값 중 가장 큰 값은 30, 가장 작은 값은 10이므로 구하는 차는 $30-10=20$

78 답 ①, ⑤

$9+(7x+2)(2x-3)=9+14x^2-17x-6$

$=14x^2-17x+3$

$=(14x-3)(x-1)$

따라서 주어진 식의 인수는 ①, ⑤이다.

79 답 7

$3x^2-axy+8y^2=(3x+by)(cx-2y)$에서

$3x^2-axy+8y^2=3cx^2+(-6+bc)xy-2by^2$

즉, $3=3c$, $-a=-6+bc$, $8=-2b$이므로 $c=1$, $b=-4$

$-a=-6+(-4)\times1=-10$ $\therefore a=10$

$\therefore a+b+c=10+(-4)+1=7$

80 답 ⑤

⑤ $-3x^2+12y^2=-3(x^2-4y^2)=-3(x+2y)(x-2y)$

81 답 ②

$x^2+\frac{2}{3}x+\frac{1}{9}=\left(x+\frac{1}{3}\right)^2$이므로 $a=\frac{1}{3}$

$6x^2-11x+4=(3x-4)(2x-1)$이므로

$b=-4$, $c=-1$

$\therefore 3a+b+c=3\times\frac{1}{3}+(-4)+(-1)=-4$

82 답 $x-5y$

$2xy-10y^2=2y(x-5y)$

$4x^2-17xy-15y^2=(4x+3y)(x-5y)$

따라서 두 다항식의 1이 아닌 공통인 인수는 $x-5y$이다.

83 답 -5

$x^2+2x-3=(x+3)(x-1)$이므로 x^2+ax+4는 $x+3$ 또는 $x-1$을 인수로 갖는다.

(i) $x^2+ax+4=(x+3)(x+m)$(m은 상수)으로 놓으면

$x^2+ax+4=x^2+(m+3)x+3m$

즉, $m+3=a$, $3m=4$이므로 $m=\frac{4}{3}$, $a=\frac{13}{3}$

(ii) $x^2+ax+4=(x-1)(x+n)$(n은 상수)으로 놓으면

$x^2+ax+4=x^2+(n-1)x-n$

즉, $n-1=a$, $-n=4$이므로 $n=-4$, $a=-5$

이때 a는 정수이므로 $a=-5$

84 답 36

$ax^2-3x-5b$가 $x+2$와 $2x-5$로 나누어떨어지므로

$ax^2-3x-5b=c(x+2)(2x-5)$(c는 상수)로 놓으면

$ax^2-3x-5b=c(2x^2-x-10)$

$\qquad\qquad\quad =2cx^2-cx-10c$

즉, $a=2c$, $-3=-c$, $-5b=-10c$이므로

$c=3$, $a=6$, $b=6$

$\therefore ab=6\times6=36$

85 답 $(x+1)(x-6)$

민혁이는 상수항을 제대로 보았으므로

$(x-2)(x+3)=x^2+x-6$

에서 처음 이차식의 상수항은 -6이다.

준호는 x의 계수를 제대로 보았으므로

$(x-2)(x-3)=x^2-5x+6$

에서 처음 이차식의 x의 계수는 -5이다.

따라서 처음 이차식은 x^2-5x-6이므로 바르게 인수분해하면

$x^2-5x-6=(x+1)(x-6)$

86 답 $8x+10$

주어진 모든 직사각형의 넓이의 합은

$3x^2+7x+4=(3x+4)(x+1)$

따라서 큰 직사각형의 둘레의 길이는

$2\times\{(3x+4)+(x+1)\}=8x+10$

87 답 ④

$(x+2)(x-4)-16=x^2-2x-8-16$

$\qquad\qquad\qquad\qquad =x^2-2x-24$

$\qquad\qquad\qquad\qquad =(x+4)(x-6)$

따라서 넓이가 $(x+2)(x-4)-16$인 직사각형의 한 변의 길이가 될 수 있는 것은 ④이다.

88 답 ④

주어진 사다리꼴의 높이를 h라 하면 사다리꼴의 넓이는

$\frac{1}{2}\times\{(x+2)+2x\}\times h=\frac{1}{2}(3x+2)h$

이때 $3x^2+5x+2=(3x+2)(x+1)$이므로

$\frac{1}{2}(3x+2)h=(3x+2)(x+1)$

즉, $\frac{1}{2}h=x+1$에서 $h=2(x+1)=2x+2$

89 답 $x+4$

(직사각형의 넓이)=(가로의 길이)×(세로의 길이)이고 ㈎의 가로의 길이가 $x+6$이므로 x^2+8x+a는 $x+6$을 인수로 갖는다.

$x^2+8x+a=(x+6)(x+m)$(m은 상수)으로 놓으면

$x^2+8x+a=x^2+(m+6)x+6m$

따라서 $m+6=8$, $6m=a$이므로

$m=2$, $a=12$ $\cdots$ (i)

즉, $x^2+8x+12=(x+6)(x+2)$이므로 ㈎의 둘레의 길이는

$2\times\{(x+6)+(x+2)\}=4x+16$

$\qquad\qquad\qquad\qquad\quad =4(x+4)$ $\cdots$ (ii)

이때 두 사각형 ㈎, ㈏의 둘레의 길이가 서로 같고, ㈏는 정사각형이므로 ㈏의 한 변의 길이는 $x+4$이다. $\cdots$ (iii)

채점 기준

(i) a의 값 구하기	40%
(ii) ㈎의 둘레의 길이 구하기	40%
(iii) ㈏의 한 변의 길이 구하기	20%

5 여러 가지 인수분해

01 $(x-y)(a+b)(a-b)$　02 ②　03 ②
04 ⑤　05 ③　06 $3ab(a-b)^2$
07 ②, ④　08 ①　09 $2x-6$　10 ④
11 -2　12 ⑤　13 $(a+b+6)(a+b-1)$
14 ④　15 12
16 $(2x-1)(x+1)(2x-5)(x+3)$
17 $(3x+2y+1)(3x-2y-3)$
18 ㉢, $-7x(3x+10)$　19 $-4(x-7)$
20 10　21 $(x-2)(x+3)(x^2+x-8)$
22 ④　23 1　24 ③　25 -10
26 ②, ④　27 36　28 ②
29 $(x+y)^2(x-y)$　30 ③　31 2개
32 ①　33 ①, ④　34 $2x+6y$　35 -1
36 $x-1$　37 ②, ⑤　38 $(2x+y+1)(x+y-1)$
39 ⑤　40 10000　41 -55　42 $-4\sqrt{2}$
43 6　44 $x+8$　45 ③　46 ㉠, 6740
47 ①, ②　48 ④　49 ⑤　50 ①
51 ④　52 -128　53 ③　54 $\frac{21}{40}$
55 ①　56 ①　57 5　58 $44\sqrt{6}$
59 $2\sqrt{2}$　60 42　61 $-24\sqrt{3}$　62 ②
63 -3　64 ④　65 24　66 $3x-2$
67 $4x+4y-2$　68 4　69 $500\pi\,\text{cm}^3$
70 ab　71 $(-72, -84)$
72 $(a+b)(x+2)(x-6)$　73 ④　74 $x+y-3$
75 8　76 $(2x+7)(3x-2)$　77 ④
78 ④　79 ③　80 ②　81 ⑤
82 $(x+y-5)(x-y+3)$　83 ③　84 ①, ④
85 ③　86 1　87 460　88 4개
89 ①　90 ③　91 $7+4\sqrt{3}$　92 51
93 49　94 $60\,\text{cm}$　95 $3\,\text{cm}$

01 복잡한 식의 인수분해 (1)

핵심 유형 & 핵심 유형 완성하기 82~84쪽

01 답 $(x-y)(a+b)(a-b)$

$$\begin{aligned} a^2(x-y)+b^2(y-x) &= a^2(x-y)-b^2(x-y) \\ &= (x-y)(a^2-b^2) \\ &= (x-y)(a+b)(a-b) \end{aligned}$$

02 답 ②

$x-4=A$로 놓으면

$$\begin{aligned} (x-4)^2+3(x-4)-10 &= A^2+3A-10 \\ &= (A+5)(A-2) \\ &= (x-4+5)(x-4-2) \\ &= (x+1)(x-6) \end{aligned}$$

따라서 $a=1$, $b=-6$이므로

$a+b=1+(-6)=-5$

03 답 ②

$2x+y=A$로 놓으면

$$\begin{aligned} (2x+y)(2x+y-1)-6 &= A(A-1)-6 \\ &= A^2-A-6 \\ &= (A+2)(A-3) \\ &= (2x+y+2)(2x+y-3) \end{aligned}$$

04 답 ⑤

$a-1=A$, $b-1=B$로 놓으면

$$\begin{aligned} (a-1)^2-(b-1)^2 &= A^2-B^2 \\ &= (A+B)(A-B) \\ &= \{(a-1)+(b-1)\}\{(a-1)-(b-1)\} \\ &= (a+b-2)(a-b) \end{aligned}$$

05 답 ③

$$\begin{aligned} x^3+x^2-9(x+1) &= x^2(x+1)-9(x+1) \\ &= (x+1)(x^2-9) \\ &= (x+1)(x+3)(x-3) \end{aligned}$$

06 답 $3ab(a-b)^2$

$$\begin{aligned} 3a^3b-6a^2b^2+3ab^3 &= 3ab(a^2-2ab+b^2) \\ &= 3ab(a-b)^2 \end{aligned}$$

07 답 ②, ④

$(y-3)x^2+(-y+3)x-2y+6$

$=(y-3)x^2-(y-3)x-2(y-3)$

$=(y-3)(x^2-x-2)$

$=(y-3)(x+1)(x-2)$

따라서 주어진 식의 인수는 ②, ④이다.

08 답 ①

$A=3a^2(a-2b)+4ab(2b-a)+b^2(a-2b)$

$\quad=3a^2(a-2b)-4ab(a-2b)+b^2(a-2b)$

$\quad=(a-2b)(3a^2-4ab+b^2)$

$\quad=(a-2b)(a-b)(3a-b)$

$B=a(a-b)-b(a-b)-a+b$

$\quad=a(a-b)-b(a-b)-(a-b)$

$\quad=(a-b)(a-b-1)$

따라서 두 다항식 A, B의 공통인 인수는 ①이다.

09 답 $2x-6$

$x-2=A$로 놓으면

$(x-2)^2-2(x-2)-24=A^2-2A-24$

$=(A+4)(A-6)$

$=(x-2+4)(x-2-6)$

$=(x+2)(x-8)$

따라서 두 일차식의 합은

$(x+2)+(x-8)=2x-6$

10 답 ④

$x-y=A$로 놓으면

$1-(x-y)^2=1^2-A^2$

$=(1+A)(1-A)$

$=\{1+(x-y)\}\{1-(x-y)\}$

$=(1+x-y)(1-x+y)$

11 답 -2

$2(x-4y)^2+12x-48y+18=2(x-4y)^2+12(x-4y)+18$에서

$x-4y=A$로 놓으면

$2(x-4y)^2+12(x-4y)+18=2A^2+12A+18$ … (i)

$=2(A^2+6A+9)$

$=2(A+3)^2$ … (ii)

$=2(x-4y+3)^2$ … (iii)

따라서 $a=2$, $b=-4$이므로

$a+b=2+(-4)=-2$ … (iv)

채점 기준

(i) 공통부분 치환하기	40 %
(ii) 인수분해하기	30 %
(iii) 치환한 식을 대입하여 정리하기	10 %
(iv) $a+b$의 값 구하기	20 %

12 답 ⑤

$x^2-2x=A$로 놓으면

$(x^2-2x)^2-11(x^2-2x)+24=A^2-11A+24$

$=(A-3)(A-8)$

$=(x^2-2x-3)(x^2-2x-8)$

$=(x+1)(x-3)(x+2)(x-4)$

따라서 인수가 아닌 것은 ⑤이다.

13 답 $(a+b+6)(a+b-1)$

$a+b=A$로 놓으면

$(a+b)(a+b+5)-6=A(A+5)-6$

$=A^2+5A-6$

$=(A+6)(A-1)$

$=(a+b+6)(a+b-1)$

14 답 ④

$3a+b=A$로 놓으면

$(3a+b)^2+4(3a+b-2)+12=A^2+4(A-2)+12$

$=A^2+4A+4$

$=(A+2)^2$

$=(3a+b+2)^2$

따라서 주어진 식의 인수는 ④이다.

15 답 12

$2x-5y=A$로 놓으면

$(2x-5y)(2x-5y+6)-27=A(A+6)-27$ … (i)

$=A^2+6A-27$

$=(A-3)(A+9)$ … (ii)

$=(2x-5y-3)(2x-5y+9)$ … (iii)

따라서 $p=-3$, $q=9$ 또는 $p=9$, $q=-3$이므로

$|p-q|=12$ … (iv)

채점 기준

(i) 공통부분 치환하기	20 %
(ii) 인수분해하기	30 %
(iii) 치환한 식을 대입하여 정리하기	20 %
(iv) $\lvert p-q\rvert$의 값 구하기	30 %

16 답 $(2x-1)(x+1)(2x-5)(x+3)$

$2x^2+x=A$로 놓으면

$(2x^2+x-3)(2x^2+x-13)-24$

$=(A-3)(A-13)-24$

$=A^2-16A+15$

$=(A-1)(A-15)$

$=(2x^2+x-1)(2x^2+x-15)$

$=(2x-1)(x+1)(2x-5)(x+3)$

17 답 $(3x+2y+1)(3x-2y-3)$

$3x-1=A$, $y+1=B$로 놓으면

$(3x-1)^2-4(y+1)^2$

$=A^2-4B^2$

$=A^2-(2B)^2$

$=(A+2B)(A-2B)$

$=\{(3x-1)+2(y+1)\}\{(3x-1)-2(y+1)\}$

$=(3x+2y+1)(3x-2y-3)$

18 답 ㉢, $-7x(3x+10)$

$5x-2=A$, $x+1=B$로 놓으면

$(5x-2)^2-6(5x-2)(x+1)-16(x+1)^2$

$=A^2-6AB-16B^2$

$=(A+2B)(A-8B)$

$=\{(5x-2)+2(x+1)\}\{(5x-2)-8(x+1)\}$

$=7x(-3x-10)$

$=-7x(3x+10)$

따라서 처음으로 잘못된 부분은 ㉢이고, 바르게 인수분해하면 $-7x(3x+10)$이다.

19 답 $-4(x-7)$

$x+1=A$, $x-3=B$로 놓으면

$(x+1)^2-3(x+1)(x-3)+2(x-3)^2$

$=A^2-3AB+2B^2$

$=(A-B)(A-2B)$

$=\{(x+1)-(x-3)\}\{(x+1)-2(x-3)\}$

$=4(-x+7)$

$=-4(x-7)$

20 답 10

$3x+y=A$, $x-y=B$로 놓으면

$2(3x+y)^2+(3x+y)(x-y)-3(x-y)^2$

$=2A^2+AB-3B^2$

$=(2A+3B)(A-B)$

$=\{2(3x+y)+3(x-y)\}\{(3x+y)-(x-y)\}$

$=(9x-y)(2x+2y)$

$=2(9x-y)(x+y)$

따라서 $a=2$, $b=9$, $c=1$이므로

$a+b-c=2+9-1=10$

02 복잡한 식의 인수분해 (2)

핵심 유형 & 핵심 유형 완성하기

85~87쪽

21 답 $(x-2)(x+3)(x^2+x-8)$

$(x-1)(x-3)(x+2)(x+4)+24$

$=\{(x-1)(x+2)\}\{(x-3)(x+4)\}+24$

$=(\underbrace{x^2+x}_{A}-2)(\underbrace{x^2+x}_{A}-12)+24$

$=(A-2)(A-12)+24$

$=A^2-14A+48$

$=(A-6)(A-8)$

$=(x^2+x-6)(x^2+x-8)$

$=(x-2)(x+3)(x^2+x-8)$

22 답 ④

$x^2y^2-x^2-y^2+1=x^2(y^2-1)-(y^2-1)$

$=(x^2-1)(y^2-1)$

$=(x+1)(x-1)(y+1)(y-1)$

따라서 인수가 아닌 것은 ④이다.

23 답 1

$x^2+2xy+y^2-16=(x^2+2xy+y^2)-16$

$=(x+y)^2-4^2$

$=(x+y+4)(x+y-4)$

따라서 $a=1$, $b=4$, $c=-4$이므로

$a+b+c=1+4+(-4)=1$

24 답 ③

x, y 중 차수가 낮은 y에 대하여 내림차순으로 정리하면

$x^2-xy-4x+2y+4=y(-x+2)+(x^2-4x+4)$

$=-y(x-2)+(x-2)^2$

$=(x-2)(x-y-2)$

25 답 -10

$(x+1)(x+2)(x-4)(x-5)+9$

$=\{(x+1)(x-4)\}\{(x+2)(x-5)\}+9$

$=(\underbrace{x^2-3x}_{A}-4)(\underbrace{x^2-3x}_{A}-10)+9$

$=(A-4)(A-10)+9$

$=A^2-14A+49=(A-7)^2$

$=(x^2-3x-7)^2$

따라서 $a=-3$, $b=-7$이므로

$a+b=-3+(-7)=-10$

26 답 ②, ④

$(x-1)(x+1)(x-2)(x+2)-40$

$=\{(x-1)(x+1)\}\{(x-2)(x+2)\}-40$

$=(\underbrace{x^2}_{A}-1)(\underbrace{x^2}_{A}-4)-40$

$=(A-1)(A-4)-40$

$=A^2-5A-36=(A-9)(A+4)$

$=(x^2-9)(x^2+4)$

$=(x+3)(x-3)(x^2+4)$

따라서 인수가 아닌 것은 ②, ④이다.

27 답 36

$(x+1)(x+3)(x-3)(x-5)+k$

$=\{(x+1)(x-3)\}\{(x+3)(x-5)\}+k$

$=(\underbrace{x^2-2x}_{A}-3)(\underbrace{x^2-2x}_{A}-15)+k$

$=(A-3)(A-15)+k$

$=A^2-18A+45+k$

이 식이 완전제곱식으로 인수분해되려면

$45+k=\left(\frac{-18}{2}\right)^2$, $45+k=81$ $\quad\therefore k=36$

28 답 ②

$a^2b-a^2-9b+9=a^2(b-1)-9(b-1)$

$=(a^2-9)(b-1)$

$=(a+3)(a-3)(b-1)$

따라서 인수인 것은 ㄱ, ㄴ, ㅁ이다.

29 답 $(x+y)^2(x-y)$

$x^3+x^2y-xy^2-y^3=x^2(x+y)-y^2(x+y)$ … (i)

$=(x+y)(x^2-y^2)$ … (ii)

$=(x+y)(x+y)(x-y)$

$=(x+y)^2(x-y)$ … (iii)

채점 기준

(i) 공통부분이 생기도록 두 항씩 묶기	40 %
(ii) 공통인 인수로 묶어 내기	30 %
(iii) 인수분해하여 정리하기	30 %

30 답 ③

$ab-a-b+1=a(b-1)-(b-1)$

$=(a-1)(b-1)$

$a^2-ab-a+b=a(a-b)-(a-b)$

$=(a-1)(a-b)$

따라서 두 다항식의 공통인 인수는 ③이다.

31 답 2개

$6xy-3x+2y-1=5$에서 $3x(2y-1)+(2y-1)=5$

$\therefore (3x+1)(2y-1)=5$

x, y가 정수이므로 $3x+1$, $2y-1$도 정수이다.

$3x+1$	1	5	-1	-5
$2y-1$	5	1	-5	-1

⇨

x	0	$\frac{4}{3}$	$-\frac{2}{3}$	-2
y	3	1	-2	0

따라서 정수 x, y의 순서쌍 (x, y)는 $(0, 3)$, $(-2, 0)$의 2개이다.

32 답 ①

$x^2+4x-9y^2+4=(x^2+4x+4)-9y^2$

$=(x+2)^2-(3y)^2$

$=(x+2+3y)(x+2-3y)$

$=(x+3y+2)(x-3y+2)$

33 답 ①, ④

$x^2-y^2+12y-36=x^2-(y^2-12y+36)$

$=x^2-(y-6)^2$

$=(x+y-6)(x-y+6)$

따라서 주어진 식의 인수는 ①, ④이다.

34 답 $2x+6y$

$x^2-25+6xy+9y^2=(x^2+6xy+9y^2)-25$

$=(x+3y)^2-5^2$ … (i)

$=(x+3y+5)(x+3y-5)$ … (ii)

따라서 두 일차식의 합은

$(x+3y+5)+(x+3y-5)=2x+6y$ … (iii)

채점 기준

(i) (3항)+(1항)으로 묶어 A^2-B^2의 꼴로 만들기	40 %
(ii) 인수분해하기	30 %
(iii) 두 일차식의 합 구하기	30 %

35 답 -1

$x^2+4y^2-1-4xy=(x^2-4xy+4y^2)-1$

$=(x-2y)^2-1^2$

$=(x-2y+1)(x-2y-1)$

$(x-2y)^2+(2y-x)-2=(\underbrace{x-2y}_{A})^2-(\underbrace{x-2y}_{A})-2$

$=A^2-A-2$

$=(A+1)(A-2)$

$=(x-2y+1)(x-2y-2)$

따라서 두 다항식의 공통인 인수는 $x-2y+1$이므로

$a=-2$, $b=1$

$\therefore a+b=-2+1=-1$

36 답 $x-1$

x, y 중 차수가 낮은 y에 대하여 내림차순으로 정리하면

$x^2+5xy+2x-5y-3$

$=y(5x-5)+(x^2+2x-3)$

$=5y(x-1)+(x-1)(x+3)$

$=(x-1)(x+5y+3)$

따라서 다항식 A는 $x-1$이다.

37 답 ②, ⑤

a, b, c 중 차수가 가장 낮은 c에 대하여 내림차순으로 정리하면

$a^2-2b^2+ab+3bc-3ca$

$=c(3b-3a)+(a^2+ab-2b^2)$

$=-3c(a-b)+(a+2b)(a-b)$

$=(a-b)(a+2b-3c)$

따라서 주어진 식의 인수는 ②, ⑤이다.

38 답 $(2x+y+1)(x+y-1)$

x에 대하여 내림차순으로 정리하면

$2x^2+3xy-x+y^2-1$

$=2x^2+(3y-1)x+(y^2-1)$

$=2x^2+(3y-1)x+(y+1)(y-1)$

$2x \quad y+1 \rightarrow (y+1)x$

$x \quad y-1 \rightarrow 2(y-1)x$ (+

$(3y-1)x$

$=(2x+y+1)(x+y-1)$

39 답 ⑤

x에 대하여 내림차순으로 정리하면

$x^2-2x+2xy+y^2-2y-3$

$=x^2+(2y-2)x+(y^2-2y-3)$

$=x^2+(2y-2)x+(y+1)(y-3)$

$$\begin{array}{lcll} x & \searrow\nearrow & y+1 \longrightarrow & (y+1)x \\ x & & y-3 \longrightarrow & \underline{(y-3)x\ (+} \\ & & & (2y-2)x \end{array}$$

$=(x+y+1)(x+y-3)$

이 식의 값이 소수가 되려면 $x+y+1$, $x+y-3$의 값 중 하나는 1이어야 한다.

그런데 $x+y-3<x+y+1$이므로

$x+y-3=1 \qquad \therefore x+y=4$

이때 $x+y=4$를 만족시키는 자연수 x, y는 오른쪽과 같다.

x	1	2	3
y	3	2	1

따라서 $x-y$의 값은 -2, 0, 2이므로

$x-y$의 최댓값은 2이다.

참고 자연수 A, B에 대하여 $AB=$(소수)이려면

⇨ $A=1$ 또는 $B=1$

03 인수분해 공식의 활용

핵심 유형 & 핵심 유형 완성하기

88~92쪽

40 답 10000

$54^2+2\times54\times46+46^2=(54+46)^2$

$=100^2=10000$

41 답 -55

$1^2-2^2+3^2-4^2+5^2-6^2+7^2-8^2+9^2-10^2$

$=(1^2-2^2)+(3^2-4^2)+(5^2-6^2)+(7^2-8^2)+(9^2-10^2)$

$=(1+2)(1-2)+(3+4)(3-4)+(5+6)(5-6)$

$\quad+(7+8)(7-8)+(9+10)(9-10)$

$=-(1+2)-(3+4)-(5+6)-(7+8)-(9+10)$

$=-(1+2+3+4+5+6+7+8+9+10)$

$=-55$

42 답 $-4\sqrt{2}$

$$x=\frac{1}{\sqrt{2}+1}=\frac{\sqrt{2}-1}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)}=\sqrt{2}-1$$

$$y=\frac{1}{\sqrt{2}-1}=\frac{\sqrt{2}+1}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)}=\sqrt{2}+1$$

따라서 $x+y=2\sqrt{2}$, $x-y=-2$이므로

$x^2-y^2=(x+y)(x-y)$

$=2\sqrt{2}\times(-2)=-4\sqrt{2}$

43 답 6

$x^2-y^2+2x-2y=(x^2-y^2)+2(x-y)$

$=(x+y)(x-y)+2(x-y)$

$=(x-y)(x+y+2)$

$=1\times(4+2)=6$

44 답 $x+8$

주어진 도형의 넓이는

$(x+6)^2-2^2=(x+6+2)(x+6-2)$

$=(x+8)(x+4)$

이때 주어진 도형과 넓이가 같은 직사각형의 세로의 길이가 $x+4$이므로 가로의 길이는 $x+8$이다.

45 답 ③

$64^2-48\times64+24^2=64^2-2\times64\times24+24^2$

$=(64-24)^2$

$=40^2=1600$

46 답 ㉠, 6740

$342^2-332^2=(342+332)(342-332)$

$=674\times10=6740$

따라서 처음으로 잘못된 부분은 ㉠이고, 바르게 계산한 값은 6740이다.

47 답 ①, ②

$3\times29^2+6\times29+3=3\times29^2+2\times3\times29+3$

$=3\times(29^2+2\times29+1) \longrightarrow ma+mb=m(a+b)$

$=3\times(29^2+2\times29\times1+1^2)$

$=3\times(29+1)^2 \longrightarrow a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$

$=3\times30^2=2700$

따라서 주어진 식을 계산하는 데 가장 알맞은 인수분해 공식은 ①, ②이다.

48 답 ④

$53.5^2-7\times53.5+3.5^2=53.5^2-2\times53.5\times3.5+3.5^2$

$=(53.5-3.5)^2$

$=50^2=2500$

49 답 ⑤

$\sqrt{36\times74^2-70^2\times36}=\sqrt{36\times(74^2-70^2)}$

$=\sqrt{36\times(74+70)(74-70)}$

$=\sqrt{36\times144\times4}=\sqrt{6^2\times12^2\times2^2}$

$=6\times12\times2=144$

50 답 ①

$$\frac{1972\times8+6\times1972}{987^2-985^2}=\frac{1972\times(8+6)}{(987+985)(987-985)}$$

$$=\frac{1972\times14}{1972\times2}=7$$

51 답 ④

$$\begin{aligned}2018\times2022+4&=2018\times(2018+4)+4\\&=2018^2+4\times2018+4\\&=2018^2+2\times2018\times2+2^2\\&=(2018+2)^2\\&=2020^2\end{aligned}$$

따라서 $2018\times2022+4$는 2020^2과 같으므로 $x=2020$

52 답 -128

$$\begin{aligned}&1^2-3^2+5^2-7^2+9^2-11^2+13^2-15^2\\&=(1^2-3^2)+(5^2-7^2)+(9^2-11^2)+(13^2-15^2)\\&=(1+3)(1-3)+(5+7)(5-7)\\&\quad+(9+11)(9-11)+(13+15)(13-15)\\&=4\times(-2)+12\times(-2)+20\times(-2)+28\times(-2)\\&=(-2)\times(4+12+20+28)\\&=(-2)\times64=-128\end{aligned}$$

53 답 ③

$$\begin{aligned}&(2^2+4^2+6^2+\cdots+12^2)-(1^2+3^2+5^2+\cdots+11^2)\\&=(2^2-1^2)+(4^2-3^2)+(6^2-5^2)+\cdots+(12^2-11^2)\\&=(2+1)(2-1)+(4+3)(4-3)+(6+5)(6-5)\\&\quad+(8+7)(8-7)+(10+9)(10-9)+(12+11)(12-11)\\&=(2+1)+(4+3)+\cdots+(12+11)\\&=1+2+3+4+\cdots+11+12\\&=78\end{aligned}$$

따라서 주어진 식을 계산하는 데 가장 알맞은 인수분해 공식은 ③이다.

54 답 $\frac{21}{40}$

$$\begin{aligned}&\left(1-\frac{1}{2^2}\right)\left(1-\frac{1}{3^2}\right)\left(1-\frac{1}{4^2}\right)\times\cdots\times\left(1-\frac{1}{20^2}\right)\\&=\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1+\frac{1}{3}\right)\left(1-\frac{1}{4}\right)\left(1+\frac{1}{4}\right)\\&\quad\times\cdots\times\left(1-\frac{1}{19}\right)\left(1+\frac{1}{19}\right)\left(1-\frac{1}{20}\right)\left(1+\frac{1}{20}\right)\\&=\frac{1}{2}\times\frac{\cancel{3}}{\cancel{2}}\times\frac{\cancel{2}}{\cancel{3}}\times\frac{\cancel{4}}{\cancel{3}}\times\frac{\cancel{3}}{\cancel{4}}\times\frac{\cancel{5}}{\cancel{4}}\times\cdots\times\frac{\cancel{18}}{\cancel{19}}\times\frac{\cancel{20}}{\cancel{19}}\times\frac{\cancel{19}}{\cancel{20}}\times\frac{21}{20}\\&=\frac{1}{2}\times\frac{21}{20}=\frac{21}{40}\end{aligned}$$

55 답 ①

$$x=\frac{1}{2+\sqrt{3}}=\frac{2-\sqrt{3}}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})}=2-\sqrt{3}$$

$$y=\frac{1}{2-\sqrt{3}}=\frac{2+\sqrt{3}}{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})}=2+\sqrt{3}$$

따라서 $xy=1$, $x+y=4$, $x-y=-2\sqrt{3}$이므로

$$\begin{aligned}x^3y-xy^3&=xy(x^2-y^2)\\&=xy(x+y)(x-y)\\&=1\times4\times(-2\sqrt{3})\\&=-8\sqrt{3}\end{aligned}$$

56 답 ①

$$\begin{aligned}2x^2-4xy-6y^2&=2(x^2-2xy-3y^2)\\&=2(x+y)(x-3y)\\&=2\times(7.25+2.75)(7.25-3\times2.75)\\&=2\times10\times(-1)\\&=-20\end{aligned}$$

57 답 5

$x+3=A$로 놓으면

$$\begin{aligned}(x+3)^2-2(x+3)+1&=A^2-2A+1 &&\cdots\text{(i)}\\&=(A-1)^2 &&\cdots\text{(ii)}\\&=(x+3-1)^2\\&=(x+2)^2 &&\cdots\text{(iii)}\\&=(\sqrt{5}-2+2)^2\\&=(\sqrt{5})^2=5 &&\cdots\text{(iv)}\end{aligned}$$

채점 기준

(i) 공통부분 치환하기	30 %
(ii) 인수분해하기	20 %
(iii) 치환한 식을 대입하여 정리하기	30 %
(iv) 식의 값 구하기	20 %

58 답 $44\sqrt{6}$

$$\begin{aligned}x&=\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}=\frac{(\sqrt{2}+\sqrt{3})^2}{(\sqrt{2}-\sqrt{3})(\sqrt{2}+\sqrt{3})}\\&=\frac{2+2\sqrt{6}+3}{-1}=-5-2\sqrt{6}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}y&=\frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}=\frac{(\sqrt{2}-\sqrt{3})^2}{(\sqrt{2}+\sqrt{3})(\sqrt{2}-\sqrt{3})}\\&=\frac{2-2\sqrt{6}+3}{-1}=-5+2\sqrt{6}\end{aligned}$$

따라서 $x+y=-10$, $x-y=-4\sqrt{6}$이므로

$$\begin{aligned}x(x-1)-y(y-1)&=x^2-x-y^2+y\\&=(x^2-y^2)-(x-y)\\&=(x+y)(x-y)-(x-y)\\&=(x-y)(x+y-1)\\&=(-4\sqrt{6})\times(-10-1)\\&=44\sqrt{6}\end{aligned}$$

59 답 $2\sqrt{2}$

$2<2\sqrt{2}<3$에서 $5<3+2\sqrt{2}<6$이므로 $3+2\sqrt{2}$의 소수 부분은

$x=(3+2\sqrt{2})-5=2\sqrt{2}-2$

$$\begin{aligned}\therefore\ \frac{x^3-x^2-4x+4}{x^2-3x+2}&=\frac{x^2(x-1)-4(x-1)}{(x-1)(x-2)}\\&=\frac{(x-1)(x^2-4)}{(x-1)(x-2)}\\&=\frac{(x-1)(x+2)(x-2)}{(x-1)(x-2)}\\&=x+2\\&=(2\sqrt{2}-2)+2\\&=2\sqrt{2}\end{aligned}$$

60 답 **42**

정사각형 ABCD의 넓이가 5이므로 한 변의 길이는 $\sqrt{5}$이다.

따라서 $a=4-\sqrt{5}$, $b=4+\sqrt{5}$이므로 $a+b=8$

주어진 식을 a에 대하여 내림차순으로 정리하면

$$\begin{aligned}&a^2+b^2+2ab-3a-3b+2\\&=a^2+(2b-3)a+(b^2-3b+2)\\&=a^2+(2b-3)a+(b-1)(b-2)\end{aligned}$$

$$\begin{array}{ccccl} a & & b-1 & \rightarrow & (b-1)a \\ & \times & & & \\ a & & b-2 & \rightarrow & \underline{(b-2)a}\ (+ \\ & & & & (2b-3)a \end{array}$$

$$\begin{aligned}&=(a+b-1)(a+b-2)\\&=(8-1)(8-2)=42\end{aligned}$$

61 답 $\mathbf{-24\sqrt{3}}$

$$\begin{aligned}&(3x+y)^2-(x+3y)^2\\&=\{(3x+y)+(x+3y)\}\{(3x+y)-(x+3y)\}\\&=(4x+4y)(2x-2y)\\&=8(x+y)(x-y)\\&=8\times3\sqrt{3}\times(-1)=-24\sqrt{3}\end{aligned}$$

62 답 ②

$$\begin{aligned}x^3y+x^2y^2+xy^3&=xy(x^2+xy+y^2)\\&=xy\{(x+y)^2-xy\}\\&=(-2)\times\{3^2-(-2)\}=-22\end{aligned}$$

63 답 $\mathbf{-3}$

$$\begin{aligned}x^2+4xy-2x+4y^2-4y-3&=(x^2+4xy+4y^2)-2x-4y-3\\&=(x+2y)^2-2(x+2y)-3\\&=2^2-2\times2-3=-3\end{aligned}$$

다른 풀이

x에 대하여 내림차순으로 정리하면

$$\begin{aligned}&x^2+4xy-2x+4y^2-4y-3\\&=x^2+(4y-2)x+(4y^2-4y-3)\\&=x^2+(4y-2)x+(2y-3)(2y+1)\end{aligned}$$

$$\begin{array}{ccccl} x & & 2y-3 & \rightarrow & (2y-3)x \\ & \times & & & \\ x & & 2y+1 & \rightarrow & \underline{(2y+1)x}\ (+ \\ & & & & (4y-2)x \end{array}$$

$$\begin{aligned}&=(x+2y-3)(x+2y+1)\\&=(2-3)(2+1)=-3\end{aligned}$$

64 답 ④

$$\begin{aligned}x^2-y^2-2x+1&=(x^2-2x+1)-y^2\\&=(x-1)^2-y^2\\&=(x-1+y)(x-1-y)\\&=(x+y-1)(x-y-1)\end{aligned}$$

즉, $(x+y-1)(x-y-1)=60$이므로

$(5-1)(x-y-1)=60$

$x-y-1=15 \qquad \therefore\ x-y=16$

65 답 **24**

$(a+2)(b+2)=4$에서

$ab+2a+2b+4=4$, $-4+2(a+b)+4=4$

$\therefore\ a+b=2$

$$\begin{aligned}\therefore\ a^3+b^3+a^2b+ab^2&=a^2(a+b)+b^2(a+b)\\&=(a+b)(a^2+b^2)\\&=(a+b)\{(a+b)^2-2ab\}\\&=2\times\{2^2-2\times(-4)\}=24\end{aligned}$$

66 답 $\mathbf{3x-2}$

도형 A의 넓이는

$$\begin{aligned}(3x+1)^2-3^2&=(3x+1+3)(3x+1-3)\\&=(3x+4)(3x-2)\end{aligned}$$

이때 두 도형 A, B의 넓이가 서로 같고, 도형 B의 가로의 길이가 $3x+4$이므로 도형 B의 세로의 길이는 $3x-2$이다.

67 답 $\mathbf{4x+4y-2}$

$$\begin{aligned}x^2+2xy+y^2-x-y-12&=(x^2+2xy+y^2)-x-y-12\\&=(\underbrace{x+y}_{A})^2-(\underbrace{x+y}_{A})-12\\&=A^2-A-12\\&=(A+3)(A-4)\\&=(x+y+3)(x+y-4)\end{aligned}$$

따라서 직사각형의 둘레의 길이는

$2\times\{(x+y+3)+(x+y-4)\}=4x+4y-2$

68 답 **4**

연못을 제외한 광장의 넓이가 $56\pi\ \mathrm{m}^2$이므로

$\pi a^2-\pi b^2=56\pi$, $\pi(a^2-b^2)=56\pi$

$\therefore\ (a+b)(a-b)=56 \quad \cdots$㉠ $\cdots$ (i)

광장과 연못의 둘레의 길이의 합이 $28\pi\ \mathrm{m}$이므로

$2\pi a+2\pi b=28\pi$, $2\pi(a+b)=28\pi$

$\therefore\ a+b=14$ $\cdots$ (ii)

따라서 ㉠에서 $14(a-b)=56$이므로

$a-b=4$ $\cdots$ (iii)

채점 기준

(i) 연못을 제외한 광장의 넓이에 대한 식 나타내기	40 %
(ii) 둘레의 길이의 합을 이용하여 $a+b$의 값 구하기	40 %
(iii) $a-b$의 값 구하기	20 %

69 답 $\mathbf{500\pi\ cm^3}$

(입체도형의 부피)

$=$(큰 원기둥의 부피)$-$(작은 원기둥의 부피)

$$\begin{aligned}&=\pi\times7.5^2\times10-\pi\times2.5^2\times10\\&=10\pi(7.5^2-2.5^2)\\&=10\pi(7.5+2.5)(7.5-2.5)\\&=10\pi\times10\times5\\&=500\pi(\mathrm{cm}^3)\end{aligned}$$

70 답 ab

$\overline{AC}+\overline{CD}=a+b$이고, 점 B는 $\overline{AD}$의 중점이므로

$\overline{AB}=\dfrac{a+b}{2}$

$\therefore \overline{BC}=\overline{AC}-\overline{AB}$

$=a-\dfrac{a+b}{2}=\dfrac{a-b}{2}$

따라서 $\overline{AB}$와 $\overline{BC}$를 각각 한 변으로 하는 두 정사각형의 넓이의 차는

$$\left(\frac{a+b}{2}\right)^2-\left(\frac{a-b}{2}\right)^2=\left(\frac{a+b}{2}+\frac{a-b}{2}\right)\left(\frac{a+b}{2}-\frac{a-b}{2}\right)$$
$$=\frac{2a}{2}\times\frac{2b}{2}$$
$$=ab$$

71 답 $(-72,\ -84)$

출발한 지 12일 후의 토끼의 위치의 x좌표는

$1^2-3^2+5^2-7^2+9^2-11^2$

$=(1+3)(1-3)+(5+7)(5-7)+(9+11)(9-11)$

$=4\times(-2)+12\times(-2)+20\times(-2)$

$=(-2)\times(4+12+20)$

$=(-2)\times36$

$=-72$

출발한 지 12일 후의 토끼의 위치의 y좌표는

$2^2-4^2+6^2-8^2+10^2-12^2$

$=(2+4)(2-4)+(6+8)(6-8)+(10+12)(10-12)$

$=6\times(-2)+14\times(-2)+22\times(-2)$

$=(-2)\times(6+14+22)$

$=(-2)\times42$

$=-84$

따라서 출발한 지 12일 후의 토끼의 위치를 좌표로 나타내면 $(-72,\ -84)$이다.

핵심 유형 최종 점검하기

93~95쪽

72 답 $(a+b)(x+2)(x-6)$

$(a+b)(x^2-12)-4(a+b)x=(a+b)(x^2-4x-12)$

$=(a+b)(x+2)(x-6)$

73 답 ④

$x-3=A$로 놓으면

$(x-3)^2-4(x-3)-32=A^2-4A-32$

$=(A-8)(A+4)$

$=(x-3-8)(x-3+4)$

$=(x-11)(x+1)$

따라서 주어진 식의 인수는 ④이다.

74 답 $x+y-3$

$x+y=X$로 놓으면

$(x+y)(x+y-4)+3=X(X-4)+3$

$=X^2-4X+3$

$=(X-3)(X-1)$

$=(x+y-3)(x+y-1)$

따라서 다항식 A는 $x+y-3$이다.

75 답 8

$x^2-2x=X$로 놓으면

$A=(x^2-2x)^2+3x^2-6x+a$

$=(x^2-2x)^2+3(x^2-2x)+a$

$=X^2+3X+a$

$B=(x^2-2x)(x^2-2x+1)+b$

$=X(X+1)+b$

$=X^2+X+b$

이때 두 다항식 A, B는 $X-1$을 인수로 가져야 한다.

$A=X^2+3X+a=(X-1)(X+m)$(m은 상수)으로 놓으면

$X^2+3X+a=X^2+(m-1)X-m$

즉, $m-1=3$, $-m=a$이므로

$m=4$, $a=-4$

$B=X^2+X+b=(X-1)(X+n)$(n은 상수)으로 놓으면

$X^2+X+b=X^2+(n-1)X-n$

즉, $n-1=1$, $-n=b$이므로

$n=2$, $b=-2$

$\therefore ab=(-4)\times(-2)=8$

76 답 $(2x+7)(3x-2)$

$x+1=A$, $x-4=B$로 놓으면

$6(x+1)^2+(x+1)(x-4)-(x-4)^2$

$=6A^2+AB-B^2$

$=(3A-B)(2A+B)$

$=\{3(x+1)-(x-4)\}\{2(x+1)+(x-4)\}$

$=(2x+7)(3x-2)$

77 답 ④

$(x^2-3x-4)(x^2+x-6)-144$

$=(x-4)(x+1)(x-2)(x+3)-144$

$=\{(x+1)(x-2)\}\{(x+3)(x-4)\}-144$

$=(\underbrace{x^2-x}_{A}-2)(\underbrace{x^2-x}_{A}-12)-144$

$=(A-2)(A-12)-144$

$=A^2-14A-120$

$=(A-20)(A+6)$

$=(x^2-x-20)(x^2-x+6)$

$=(x+4)(x-5)(x^2-x+6)$

따라서 $a=4$, $b=-5$, $c=-1$, $d=6$이므로

$a+b+c+d=4+(-5)+(-1)+6=4$

78 답 ④

$(x+1)(x+2)(x+3)(x+6)-15x^2$
$=\{(x+1)(x+6)\}\{(x+2)(x+3)\}-15x^2$
$=(x^2+7x+6)(x^2+5x+6)-15x^2$
$=(\underbrace{x^2+6}_{A}+7x)(\underbrace{x^2+6}_{A}+5x)-15x^2$
$=(A+7x)(A+5x)-15x^2$
$=A^2+12Ax+20x^2$
$=(A+2x)(A+10x)$
$=(x^2+2x+6)(x^2+10x+6)$

79 답 ③

$x^3+3x^2-4x-12=x^2(x+3)-4(x+3)$
$=(x+3)(x^2-4)$
$=(x+3)(x+2)(x-2)$
따라서 세 일차식의 합은
$(x+3)+(x+2)+(x-2)=3x+3$

80 답 ②

$xy+5x-y=8$에서 $x(y+5)-(y+5)=8-5$
$\therefore\ (x-1)(y+5)=3$
x, y가 정수이므로 $x-1$, $y+5$도 정수이다.

$x-1$	1	3	-1	-3
$y+5$	3	1	-3	-1

⇨

x	2	4	0	-2
y	-2	-4	-8	-6

따라서 xy의 값은 -4, -16, 0, 12이므로 xy의 최솟값은 -16이다.
만렙 비법 공통부분이 생기도록 양변에서 같은 수를 뺀다.

81 답 ⑤

$1-x^2+4xy-4y^2=1-(x^2-4xy+4y^2)$
$=1-(x-2y)^2$
$=(1+x-2y)(1-x+2y)$

82 답 $\boldsymbol{(x+y-5)(x-y+3)}$

$(x-1)^2-y^2+8y-16=(x-1)^2-(y^2-8y+16)$
$=(x-1)^2-(y-4)^2$
이때 $x-1=A$, $y-4=B$로 놓으면
$(x-1)^2-y^2+8y-16=A^2-B^2$
$=(A+B)(A-B)$
$=\{(x-1)+(y-4)\}\{(x-1)-(y-4)\}$
$=(x+y-5)(x-y+3)$

83 답 ③

x, y 중 차수가 낮은 y에 대하여 내림차순으로 정리하면
$x^2-xy-3x+2y+2=y(-x+2)+(x^2-3x+2)$
$=-y(x-2)+(x-1)(x-2)$
$=(x-2)(x-y-1)$

따라서 $a=-2$, $b=-1$이므로
$a^2+b^2=(-2)^2+(-1)^2=5$

84 답 ①, ④

a에 대하여 내림차순으로 정리하면
$3a^2-2b^2-5ab+a+5b-2$
$=3a^2+(-5b+1)a-(2b^2-5b+2)$
$=3a^2+(-5b+1)a-(2b-1)(b-2)$

$$\begin{array}{ccccc} a & \searrow\!\!\!\nearrow & -(2b-1) & \rightarrow & -3(2b-1)a \\ 3a & & b-2 & \rightarrow & (b-2)a\ (+ \\ \hline & & & & (-5b+1)a \end{array}$$

$=\{a-(2b-1)\}\{3a+(b-2)\}$
$=(a-2b+1)(3a+b-2)$
따라서 주어진 식의 인수는 ①, ④이다.

85 답 ③

$56^2-55^2=(56+55)(56-55) \rightarrow a^2-b^2=(a+b)(a-b)$
$=56+55$
따라서 주어진 식을 설명하는 데 가장 알맞은 인수분해 공식은 ③이다.

86 답 **1**

$$\frac{998\times999+998}{999^2-1}=\frac{998\times(999+1)}{(999+1)(999-1)}=\frac{998\times1000}{1000\times998}=1$$

87 답 **460**

$6^2-4^2+11^2-9^2+101^2-99^2$
$=(6^2-4^2)+(11^2-9^2)+(101^2-99^2)$ … (i)
$=(6+4)(6-4)+(11+9)(11-9)+(101+99)(101-99)$ … (ii)
$=10\times2+20\times2+200\times2$
$=20+40+400=460$ … (iii)

채점 기준

(i) 인수분해 공식을 이용할 수 있게 두 항씩 묶기	30 %
(ii) 인수분해 공식 $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$를 이용하기	40 %
(iii) 답 구하기	30 %

88 답 **4개**

$2^{16}-1=(2^8+1)(2^8-1)$
$=(2^8+1)(2^4+1)(2^4-1)$
$=(2^8+1)(2^4+1)(2^2+1)(2^2-1)$
$=(2^8+1)(2^4+1)(2^2+1)(2+1)(2-1)$
$=257\times17\times5\times3\times1$
따라서 $2^{16}-1$의 약수 중에서 10보다 크고 100보다 작은 자연수는 15, 17, 51, 85의 4개이다.
만렙 비법 인수분해 공식을 이용하여 $2^{16}-1$을 소인수분해한다.

89 답 ①

$x-1=A$로 놓으면

$$\begin{aligned}(x-1)^2-4(x-1)-5&=A^2-4A-5\\&=(A+1)(A-5)\\&=(x-1+1)(x-1-5)\\&=x(x-6)\\&=(\sqrt{2}+3)(\sqrt{2}+3-6)\\&=(\sqrt{2}+3)(\sqrt{2}-3)\\&=(\sqrt{2})^2-3^2=-7\end{aligned}$$

90 답 ③

$$x=\frac{5}{\sqrt{7}-2}=\frac{5(\sqrt{7}+2)}{(\sqrt{7}-2)(\sqrt{7}+2)}=\sqrt{7}+2$$

$$y=\frac{5}{\sqrt{7}+2}=\frac{5(\sqrt{7}-2)}{(\sqrt{7}+2)(\sqrt{7}-2)}=\sqrt{7}-2$$

따라서 $x-y=4$이므로

$$\begin{aligned}x^2+y^2-2xy-x+y-12&=(x^2-2xy+y^2)-x+y-12\\&=(x-y)^2-(x-y)-12\\&=4^2-4-12=0\end{aligned}$$

다른 풀이

$x-y=4$이므로 x에 대하여 내림차순으로 정리하면

$x^2+y^2-2xy-x+y-12$

$=x^2-(2y+1)x+(y^2+y-12)$

$=x^2-(2y+1)x+(y+4)(y-3)$

$$\begin{array}{llll} x & -(y+4) & \rightarrow & -(y+4)x \\ x & -(y-3) & \rightarrow & -(y-3)x\ (+ \\ \hline & & & -(2y+1)x \end{array}$$

$=\{x-(y+4)\}\{x-(y-3)\}$

$=(x-y-4)(x-y+3)$

$=(4-4)(4+3)=0$

91 답 $7+4\sqrt{3}$

$1<\sqrt{3}<2$이므로 $\sqrt{3}$의 소수 부분은 $x=\sqrt{3}-1$

$x+5=A$로 놓으면

$$\begin{aligned}(x+5)^2-4(x+5)+4&=A^2-4A+4\\&=(A-2)^2\\&=(x+5-2)^2\\&=(x+3)^2\\&=(\sqrt{3}-1+3)^2\\&=(\sqrt{3}+2)^2\\&=3+4\sqrt{3}+4=7+4\sqrt{3}\end{aligned}$$

92 답 51

$$\begin{aligned}(x-y)^2&=(x+y)^2-4xy\\&=3^2-4\times(-2)=17\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore\ x^2(x-y)-y^2(x-y)&=(x-y)(x^2-y^2)\\&=(x-y)(x+y)(x-y)\\&=(x-y)^2(x+y)\\&=17\times3=51\end{aligned}$$

93 답 49

$a-b=5$, $c-a=3$이므로

$(a-b)+(c-a)=8$ $\quad\therefore\ b-c=-8$

$\therefore\ a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca$

$$\begin{aligned}&=\frac{1}{2}\times2(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)\\&=\frac{1}{2}(2a^2+2b^2+2c^2-2ab-2bc-2ca)\\&=\frac{1}{2}\{(a^2-2ab+b^2)+(b^2-2bc+c^2)+(c^2-2ca+a^2)\}\\&=\frac{1}{2}\{(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2\}\\&=\frac{1}{2}\times\{5^2+(-8)^2+3^2\}\\&=\frac{1}{2}\times(25+64+9)\\&=\frac{1}{2}\times98=49\end{aligned}$$

94 답 60 cm

두 정사각형의 둘레의 길이의 차가 8 cm이므로

$4x-4y=8$, $4(x-y)=8$

$\therefore\ x-y=2$ $\quad\cdots$ ㉠ $\qquad\cdots$ (i)

두 정사각형의 넓이의 차가 30 cm^2이므로

$x^2-y^2=30$, $(x+y)(x-y)=30$

이때 ㉠에서 $x-y=2$이므로

$2(x+y)=30$ $\quad\therefore\ x+y=15$ $\qquad\cdots$ (ii)

따라서 두 정사각형의 둘레의 길이의 합은

$4x+4y=4(x+y)$

$\quad=4\times15=60$(cm) $\qquad\cdots$ (iii)

채점 기준

(i) 둘레의 길이의 차를 이용하여 $x-y$의 값 구하기	30 %
(ii) 넓이의 차를 이용하여 $x+y$의 값 구하기	40 %
(iii) 둘레의 길이의 합 구하기	30 %

95 답 3 cm

$\overline{AD}$를 지름으로 하는 원의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$2\pi r=8\pi$ $\quad\therefore\ r=4$

$\therefore\ \overline{AD}=2r=2\times4=8$(cm)

이때 색칠한 부분의 넓이는 $\overline{AB}$를 지름으로 하는 원의 넓이에서 $\overline{AC}$를 지름으로 하는 원의 넓이를 뺀 것과 같다.

$\overline{CD}=a$ cm라 하면 $\overline{BD}=\overline{CD}$이므로 색칠한 부분의 넓이는

$$\begin{aligned}\pi\left(\frac{8+a}{2}\right)^2-\pi\left(\frac{8-a}{2}\right)^2&=\pi\left(\frac{8+a}{2}+\frac{8-a}{2}\right)\left(\frac{8+a}{2}-\frac{8-a}{2}\right)\\&=\pi\times\frac{16}{2}\times\frac{2a}{2}\\&=\pi\times8\times a\\&=8a\pi\,(cm^2)\end{aligned}$$

즉, $8a\pi=24\pi$이므로 $a=3$

따라서 $\overline{CD}$의 길이는 3 cm이다.

6 이차방정식의 뜻과 풀이

01 ①, ⑤	02 ⑤	03 -25	04 ④
05 ㄱ, ㄷ	06 ③, ⑥, ⑦	07 ②	08 $a\neq1$
09 ③	10 ⑤	11 $x=4$	12 -1
13 -7	14 17	15 5	16 ③, ⑤
17 ④	18 ③	19 0	20 ②
21 ④	22 $x=4$	23 $x=1$	24 $\frac{7}{4}$
25 ②, ④	26 -6	27 $\frac{11}{5}$	28 ②
29 ①	30 ④	31 ④	32 ②
33 $x=2$	34 ③	35 ②	
36 $x=-3$ 또는 $x=1$		37 2	
38 6, $x=-3$		39 $\frac{3}{2}$	40 ④
41 $x=-5$ 또는 $x=-1$		42 $x=1$	43 2
44 $\frac{5}{4}$	45 $-\frac{8}{3}$	46 ④	47 3
48 ④	49 -12	50 ①, ⑤	51 ④
52 ①	53 -9	54 68	55 ④
56 -4	57 ⑤	58 ㄱ, ㄴ, ㄷ	
59 $A=16$, $B=4$, $C=10$		60 $x=\frac{-3\pm\sqrt{5}}{2}$	
61 ④	62 ③	63 2	64 15
65 ⑤	66 -2	67 ⑤	68 $k<1$
69 ⑤	70 ②	71 $\frac{1}{2}$	72 ④
73 (바), (나), (가), (라), (마), (다)		74 2	75 ②
76 ①, ④	77 $x=-2$	78 -12	79 7
80 ⑤	81 $x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=\frac{1}{4}$		82 ③
83 16	84 ②	85 ②	86 ①, ⑤
87 -30	88 10	89 27	90 3, 8, 11, 12

01 이차방정식의 뜻과 해

핵심 유형 & 핵심 유형 완성하기

98~100쪽

01 답 ①, ⑤

① $(x+2)(x-2)=4$에서

$x^2-4=4\quad\therefore x^2-8=0$ (이차방정식)

② x^2+3x+5는 등식이 아니므로 이차방정식이 아니다.

③ $2x^2+3=2(x+1)^2$에서

$2x^2+3=2x^2+4x+2\quad\therefore -4x+1=0$ (일차방정식)

④ $\frac{3}{x}-4x^2=3x^2+11$은 분모에 미지수가 있으므로 이차방정식이 아니다.

⑤ $4x^2+x=3x^2-2x+1$에서 $x^2+3x-1=0$ (이차방정식)

따라서 x에 대한 이차방정식은 ①, ⑤이다.

02 답 ⑤

각 방정식에 $x=-1$을 대입하여 등식이 성립하지 않는 것을 찾는다.

① $(-1)^2+2\times(-1)+1=0$

② $3\times(-1+1)\times(-1-4)=0$

③ $(-1)^2+10\times(-1)+9=0$

④ $4\times(-1)^2-4=0$

⑤ $-(-1-1)\times(-1-3)=-8\neq0$

따라서 $x=-1$을 근으로 갖는 이차방정식이 아닌 것은 ⑤이다.

03 답 -25

$2x^2-5x+a-8=0$에 $x=-3$을 대입하면

$2\times(-3)^2-5\times(-3)+a-8=0$

$18+15+a-8=0\quad\therefore a=-25$

04 답 ④

$x^2-4x+2=0$에 $x=a$를 대입하면

$a^2-4a+2=0\quad\therefore a^2-4a=-2$

$\therefore a^2-4a+6=-2+6=4$

05 답 ㄱ, ㄷ

ㄱ. $-2x+3=2x^2$에서 $2x^2+2x-3=0$ (이차방정식)

ㄴ. $(x-1)(x+2)$는 등식이 아니므로 이차방정식이 아니다.

ㄷ. $(x+1)^2=-x^2+2$에서

$x^2+2x+1=-x^2+2$

$\therefore 2x^2+2x-1=0$ (이차방정식)

ㄹ. $2x(x+1)=5+2x^2$에서

$2x^2+2x=5+2x^2$

$\therefore 2x-5=0$ (일차방정식)

ㅁ, ㅂ. $\frac{1}{x^2}+\frac{2}{x}+4=0$과 $\frac{3}{x}+2x^2=0$은 분모에 미지수가 있으므로 이차방정식이 아니다.

따라서 x에 대한 이차방정식은 ㄱ, ㄷ이다.

06 답 ③, ⑥, ⑦

① $x^2=3x$에서 $x^2-3x=0$ (이차방정식)

② $(x+1)(x-2)=0$에서 $x^2-x-2=0$ (이차방정식)

③ $(3x-2)(x+3)=3x^2+1$에서

$3x^2+7x-6=3x^2+1$

$\therefore 7x-7=0$ (일차방정식)

④ $x^3-5x=x^3+x^2-2$에서 $x^2+5x-2=0$ (이차방정식)

⑤ $(x-3)(x+2)=2x^2+x-3$에서

$x^2-x-6=2x^2+x-3$

$\therefore x^2+2x+3=0$ (이차방정식)

⑥ $x+2y-1=0$은 미지수가 2개인 일차방정식이다.

⑦ $5-\frac{1}{2x}=0$은 분모에 미지수가 있으므로 이차방정식이 아니다.

따라서 x에 대한 이차방정식이 아닌 것은 ③, ⑥, ⑦이다.

07 답 ②

주어진 식을 x에 대하여 정리하면

$(a+3)x^2+4x=0$

이때 이차항의 계수가 0이 아니어야 하므로

$a+3\neq0 \qquad \therefore a\neq-3$

08 답 $a\neq1$

$(ax+4)(4x-3)=x^2+3x(x-1)$에서

$4ax^2+(16-3a)x-12=x^2+3x^2-3x$

$\therefore (4a-4)x^2+(19-3a)x-12=0$

이때 이차항의 계수가 0이 아니어야 하므로

$4a-4\neq0 \qquad \therefore a\neq1$

09 답 ③

각 방정식에 주어진 수를 대입하여 등식이 성립하는 것을 찾는다.

① $x=2$를 대입하면 $(2-3)\times(2+2)=-4\neq0$

② $x=-1$을 대입하면 $3\times(-1)^2+(-1)=2\neq0$

③ $x=\sqrt{2}$를 대입하면 $(\sqrt{2})^2+\sqrt{2}\times\sqrt{2}-4=0$

④ $x=\frac{1}{2}$을 대입하면 $6\times\left(\frac{1}{2}\right)^2+\frac{1}{2}-1=1\neq0$

⑤ $x=\frac{5}{2}$를 대입하면 $2\times\left(\frac{5}{2}\right)^2-\frac{5}{2}-15=-5\neq0$

따라서 [　] 안의 수가 주어진 이차방정식의 해인 것은 ③이다.

10 답 ⑤

이차방정식 $x^2-3x+2=0$에 x의 값을 대입하여 등식이 성립하는 것을 찾는다.

$x=-3$일 때, $(-3)^2-3\times(-3)+2=20\neq0$

$x=-2$일 때, $(-2)^2-3\times(-2)+2=12\neq0$

$x=-1$일 때, $(-1)^2-3\times(-1)+2=6\neq0$

$x=0$일 때, $0^2-3\times0+2=2\neq0$

$x=1$일 때, $1^2-3\times1+2=0$

따라서 주어진 이차방정식의 해는 $x=1$이다.

11 답 $x=4$

$5x-3\leq4x+1$에서 $x\leq4$

x의 값이 1, 2, 3, 4이므로 이를 이차방정식 $x^2-3x-4=0$에 대입하여 등식이 성립하는 것을 찾는다.

$x=1$일 때, $1^2-3\times1-4=-6\neq0$

$x=2$일 때, $2^2-3\times2-4=-6\neq0$

$x=3$일 때, $3^2-3\times3-4=-4\neq0$

$x=4$일 때, $4^2-3\times4-4=0$

따라서 주어진 이차방정식의 해는 $x=4$이다.

12 답 -1

$2x^2+2x+4a+4=0$에 $x=-1$을 대입하면

$2\times(-1)^2+2\times(-1)+4a+4=0$

$4a+4=0 \qquad \therefore a=-1$

13 답 -7

$(a+2)x^2-ax+2a=0$에 $x=1$을 대입하면

$a+2-a+2a=0,\ 2a+2=0 \qquad \therefore a=-1$

$x^2+x+b=0$에 $x=-3$을 대입하면

$(-3)^2+(-3)+b=0,\ 6+b=0 \qquad \therefore b=-6$

$\therefore a+b=-1+(-6)=-7$

14 답 17

$(x+2)(x+a)=b$에 $x=-3$을 대입하면

$-(-3+a)=b,\ 3-a=b$

$\therefore a+b=3 \qquad \cdots ㉠$

$(x+2)(x+a)=b$에 $x=2$를 대입하면

$4(2+a)=b,\ 8+4a=b$

$\therefore 4a-b=-8 \qquad \cdots ㉡$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=-1,\ b=4$

$\therefore a^2+b^2=(-1)^2+4^2=17$

15 답 5

$3x^2-ax-6=0$에 $x=-3$을 대입하면

$3\times(-3)^2-a\times(-3)-6=0$

$3a+21=0 \qquad \therefore a=-7$ ⋯ (i)

$x^2-x+b=0$에 $x=-3$을 대입하면

$(-3)^2-(-3)+b=0$

$12+b=0 \qquad \therefore b=-12$ ⋯ (ii)

$\therefore a-b=-7-(-12)=5$ ⋯ (iii)

채점 기준

(i) a의 값 구하기	40%
(ii) b의 값 구하기	40%
(iii) $a-b$의 값 구하기	20%

16 답 ③, ⑤

① $x^2-2x-1=0$에 $x=a$를 대입하면 $a^2-2a-1=0$

② $2a^2-4a=2(a^2-2a)=2\times1=2$

③ $5-a^2+2a=5-(a^2-2a)=5-1=4$

④ $a^2-2a-1=0$에서 $a=0$이면 등식이 성립하지 않으므로 $a\neq0$
등식의 양변을 a로 나누면
$a-2-\frac{1}{a}=0 \quad \therefore a-\frac{1}{a}=2$

⑤ $a^2+\frac{1}{a^2}=\left(a-\frac{1}{a}\right)^2+2=2^2+2=6$

따라서 옳지 않은 것은 ③, ⑤이다.

참고 ②, ③ $a^2-2a-1=0$에서 $a^2-2a=1$이다.

17 답 ④

$x^2-5x+5=0$에 $x=m$을 대입하면
$m^2-5m+5=0 \quad \therefore m^2-5m=-5$
$x^2-2x-1=0$에 $x=n$을 대입하면
$n^2-2n-1=0 \quad \therefore n^2-2n=1$
$\therefore m^2-5m+3n^2-6n=m^2-5m+3(n^2-2n)$
$=-5+3\times1=-2$

18 답 ③

$x^2-3x+1=0$에 $x=a$를 대입하면
$a^2-3a+1=0 \quad \cdots ㉠$
이때 $a=0$이면 등식이 성립하지 않으므로 $a\neq0$
㉠의 양변을 a로 나누면
$a-3+\frac{1}{a}=0 \quad \therefore a+\frac{1}{a}=3$
$\therefore a^2+a+\frac{1}{a^2}+\frac{1}{a}=\left(a^2+\frac{1}{a^2}\right)+\left(a+\frac{1}{a}\right)$
$=\left(a+\frac{1}{a}\right)^2-2+\left(a+\frac{1}{a}\right)$
$=3^2-2+3=10$

19 답 0

$x^2+x-1=0$에 $x=a$를 대입하면
$a^2+a-1=0$
$\therefore a^5+a^4-a^3+a^2+a-1=a^3(a^2+a-1)+(a^2+a-1)=0$

02 이차방정식의 풀이 (1)

핵심 유형 & 핵심 유형 완성하기 101~106쪽

20 답 ②

$(3x+2)(2x-1)=0$에서 $3x+2=0$ 또는 $2x-1=0$
$\therefore x=-\frac{2}{3}$ 또는 $x=\frac{1}{2}$

21 답 ④

$x^2+2x-15=0$에서 $(x+5)(x-3)=0$
$\therefore x=-5$ 또는 $x=3$

22 답 $x=4$

$x^2-2ax+a+5=0$에 $x=2$를 대입하면
$2^2-2a\times2+a+5=0,\ 9-3a=0 \quad \therefore a=3$
즉, 주어진 이차방정식은 $x^2-6x+8=0$이므로
$(x-2)(x-4)=0 \quad \therefore x=2$ 또는 $x=4$
따라서 다른 한 근은 $x=4$이다.

23 답 $x=1$

$x^2+4x-5=0$에서 $(x+5)(x-1)=0$
$\therefore x=-5$ 또는 $x=1$
$2x^2-5x+3=0$에서 $(x-1)(2x-3)=0$
$\therefore x=1$ 또는 $x=\frac{3}{2}$
따라서 두 이차방정식의 공통인 근은 $x=1$이다.

24 답 $\frac{7}{4}$

$2x^2-9x-5=0$에서 $(2x+1)(x-5)=0$
$\therefore x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=5$
이때 두 근 중 작은 근은 $x=-\frac{1}{2}$이므로
$x^2+4x+k=0$에 $x=-\frac{1}{2}$을 대입하면
$\left(-\frac{1}{2}\right)^2+4\times\left(-\frac{1}{2}\right)+k=0,\ \frac{1}{4}-2+k=0$
$\therefore k=\frac{7}{4}$

25 답 ②, ④

② $2x^2-8x+8=0$에서 $x^2-4x+4=0$
$(x-2)^2=0 \quad \therefore x=2$ (중근)
④ $(x+2)(x-4)=-9$에서
$x^2-2x-8=-9,\ x^2-2x+1=0$
$(x-1)^2=0 \quad \therefore x=1$ (중근)

26 답 -6

$x^2+8x+10-a=0$이 중근을 가지므로
$10-a=\left(\frac{8}{2}\right)^2=16 \quad \therefore a=-6$

27 답 $\frac{11}{5}$

$(5x-1)(x-2)=0$에서 $5x-1=0$ 또는 $x-2=0$
$\therefore x=\frac{1}{5}$ 또는 $x=2$
따라서 두 근의 합은
$\frac{1}{5}+2=\frac{1}{5}+\frac{10}{5}=\frac{11}{5}$

28 답 ②

① $x(x+3)=0$에서 $x=0$ 또는 $x+3=0$
$\therefore x=0$ 또는 $x=-3$

② $(2x+1)(x-3)=0$에서 $2x+1=0$ 또는 $x-3=0$

$\therefore x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=3$

③ $x(2x-1)=0$에서 $x=0$ 또는 $2x-1=0$

$\therefore x=0$ 또는 $x=\frac{1}{2}$

④ $(x+5)(2x-1)=0$에서 $x+5=0$ 또는 $2x-1=0$

$\therefore x=-5$ 또는 $x=\frac{1}{2}$

⑤ $(x+4)(3x-2)=0$에서 $x+4=0$ 또는 $3x-2=0$

$\therefore x=-4$ 또는 $x=\frac{2}{3}$

따라서 이차방정식의 해가 $x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=3$인 것은 ②이다.

29 답 ①

① $(5x+10)(3x-6)=0$에서 $5x+10=0$ 또는 $3x-6=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=2$

② $(1+2x)(1-3x)=0$에서 $1+2x=0$ 또는 $1-3x=0$

$\therefore x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=\frac{1}{3}$

③ $\left(\frac{1}{2}+x\right)\left(2x-\frac{2}{3}\right)=0$에서 $\frac{1}{2}+x=0$ 또는 $2x-\frac{2}{3}=0$

$\therefore x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=\frac{1}{3}$

④ $(2x+1)(3x-1)=0$에서 $2x+1=0$ 또는 $3x-1=0$

$\therefore x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=\frac{1}{3}$

⑤ $\left(x+\frac{1}{2}\right)\left(x-\frac{1}{3}\right)=0$에서 $x+\frac{1}{2}=0$ 또는 $x-\frac{1}{3}=0$

$\therefore x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=\frac{1}{3}$

따라서 이차방정식의 해가 나머지 넷과 다른 하나는 ①이다.

30 답 ④

① $x(x-3)=0$에서 $x=0$ 또는 $x-3=0$

$\therefore x=0$ 또는 $x=3$ $\quad\therefore$ (두 근의 합)$=3$

② $(x+1)(x-3)=0$에서 $x+1=0$ 또는 $x-3=0$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=3$ $\quad\therefore$ (두 근의 합)$=2$

③ $2x(x-1)=0$에서 $2x=0$ 또는 $x-1=0$

$\therefore x=0$ 또는 $x=1$ $\quad\therefore$ (두 근의 합)$=1$

④ $(x-1)(x+4)=0$에서 $x-1=0$ 또는 $x+4=0$

$\therefore x=1$ 또는 $x=-4$ $\quad\therefore$ (두 근의 합)$=-3$

⑤ $(x+2)(x+5)=0$에서 $x+2=0$ 또는 $x+5=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=-5$ $\quad\therefore$ (두 근의 합)$=-7$

따라서 이차방정식의 두 근의 합이 -3인 것은 ④이다.

31 답 ④

$2x^2+13x-24=0$에서 $(x+8)(2x-3)=0$

$\therefore x=-8$ 또는 $x=\frac{3}{2}$

이때 $a>b$이므로 $a=\frac{3}{2}$, $b=-8$

$\therefore a-b=\frac{3}{2}-(-8)=\frac{19}{2}$

32 답 ②

$(x-2)(x-3)=2x^2$에서

$x^2-5x+6=2x^2$, $x^2+5x-6=0$

$(x+6)(x-1)=0$ $\quad\therefore x=-6$ 또는 $x=1$

이때 $a>b$이므로 $a=1$, $b=-6$

$\therefore 2a+b=2\times1+(-6)=-4$

33 답 $x=2$

$x^2-7x+12=x$에서 $x^2-8x+12=0$

$(x-2)(x-6)=0$ $\quad\therefore x=2$ 또는 $x=6$

이때 $x\le4$이므로 $x=2$

34 답 ③

$6x^2-5x-56=0$에서 $(3x+8)(2x-7)=0$

$\therefore x=-\frac{8}{3}$ 또는 $x=\frac{7}{2}$

따라서 두 근 사이에 있는 정수는 -2, -1, 0, 1, 2, 3이므로

모든 정수의 합은

$-2+(-1)+0+1+2+3=3$

35 답 ②

$(x+2)(x+5)=-x(x+2)$에서

$x^2+7x+10=-x^2-2x$, $2x^2+9x+10=0$

$(2x+5)(x+2)=0$ $\quad\therefore x=-\frac{5}{2}$ 또는 $x=-2$

이때 두 근 중 큰 근이 $x=-2$이므로 $a=-2$

$\therefore (2a-1)^2=\{2\times(-2)-1\}^2=(-5)^2=25$

36 답 $x=-3$ 또는 $x=1$

$(x+1)(x-2)=-2x+4$에서

$x^2-x-2=-2x+4$, $x^2+x-6=0$

$(x+3)(x-2)=0$ $\quad\therefore x=-3$ 또는 $x=2$ $\quad\cdots$ (i)

이때 $a>b$이므로 $a=2$, $b=-3$ $\quad\cdots$ (ii)

따라서 이차방정식 $x^2+ax+b=0$은 $x^2+2x-3=0$이므로

$(x+3)(x-1)=0$ $\quad\therefore x=-3$ 또는 $x=1$ $\quad\cdots$ (iii)

채점 기준

(i) $(x+1)(x-2)=-2x+4$의 해 구하기	40%
(ii) a, b의 값 구하기	20%
(iii) $x^2+ax+b=0$의 해 구하기	40%

37 답 2

마방진의 가운데의 수를 A라 하면

$(2x^2+1)+A+(x-1)=(2x+2)+A+x^2$에서

$x^2-x-2=0$, $(x+1)(x-2)=0$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=2$

이때 $x-1>0$에서 $x>1$이므로 $x=2$

38 답 **6, $x=-3$**

$x^2-ax-4a-3=0$에 $x=9$를 대입하면

$9^2-a\times9-4a-3=0$

$78-13a=0 \quad \therefore a=6$

즉, 주어진 이차방정식은 $x^2-6x-27=0$이므로

$(x+3)(x-9)=0 \quad \therefore x=-3$ 또는 $x=9$

따라서 다른 한 근은 $x=-3$이다.

39 답 $\mathbf{\frac{3}{2}}$

$(a+1)x^2-3x+a=0$에 $x=1$을 대입하면

$a+1-3+a=0,\ 2a-2=0 \quad \therefore a=1$

즉, 주어진 이차방정식은 $2x^2-3x+1=0$이므로

$(2x-1)(x-1)=0 \quad \therefore x=\frac{1}{2}$ 또는 $x=1$

따라서 $a=1,\ b=\frac{1}{2}$이므로

$a+b=1+\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$

40 답 ④

$(a-1)x^2-(a^2+1)x+2(a+1)=0$에 $x=2$를 대입하면

$(a-1)\times2^2-(a^2+1)\times2+2(a+1)=0$

$4a-4-2a^2-2+2a+2=0$

$2a^2-6a+4=0,\ a^2-3a+2=0$

$(a-1)(a-2)=0 \quad \therefore a=1$ 또는 $a=2$

이때 주어진 이차방정식의 x^2의 계수가 0이 아니어야 하므로

$a-1\neq0$에서 $a\neq1$

$\therefore a=2$

즉, 주어진 이차방정식은 $x^2-5x+6=0$이므로

$(x-2)(x-3)=0 \quad \therefore x=2$ 또는 $x=3$

따라서 다른 한 근은 $x=3$이다.

41 답 **$x=-5$ 또는 $x=-1$**

주어진 이차방정식의 일차항의 계수와 상수항을 바꾸면

$x^2+(k-1)x+k=0$

이 이차방정식에 $x=-2$를 대입하면

$(-2)^2+(k-1)\times(-2)+k=0$

$4-2k+2+k=0,\ 6-k=0 \quad \therefore k=6$

즉, 처음 이차방정식은 $x^2+6x+5=0$이므로

$(x+5)(x+1)=0 \quad \therefore x=-5$ 또는 $x=-1$

42 답 **$x=1$**

$x^2-7x+6=0$에서 $(x-1)(x-6)=0$

$\therefore x=1$ 또는 $x=6$

$3x^2-4x+1=0$에서 $(3x-1)(x-1)=0$

$\therefore x=\frac{1}{3}$ 또는 $x=1$

따라서 두 이차방정식을 동시에 만족시키는 해는 $x=1$이다.

43 답 **2**

$x^2+10x=7x$에서

$x^2+3x=0,\ x(x+3)=0 \quad \therefore x=0$ 또는 $x=-3$

$(x-2)(2x+1)=(x-2)^2$에서

$2x^2-3x-2=x^2-4x+4,\ x^2+x-6=0$

$(x+3)(x-2)=0 \quad \therefore x=-3$ 또는 $x=2$

따라서 두 이차방정식의 공통인 근이 $x=-3$이므로 공통이 아닌 두 근의 합은 $0+2=2$

44 답 $\mathbf{\frac{5}{4}}$

$x^2-3x+ab=0$에 $x=-2$를 대입하면

$(-2)^2-3\times(-2)+ab=0$

$10+ab=0 \quad \therefore ab=-10$

$x^2+bx-20=0$에 $x=-2$를 대입하면

$(-2)^2+b\times(-2)-20=0$

$-16-2b=0 \quad \therefore b=-8$

따라서 $ab=-10$에서

$-8a=-10 \quad \therefore a=\frac{5}{4}$

45 답 $\mathbf{-\frac{8}{3}}$

$x^2+2ax+2a-1=0$에서 $(x+1)(x+2a-1)=0$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=-2a+1$

$x^2-(a+5)x+5a=0$에서 $(x-5)(x-a)=0$

$\therefore x=5$ 또는 $x=a$

(i) 공통인 근이 $x=-1$일 때, $a=-1$

(ii) 공통인 근이 $x=5$일 때,

$-2a+1=5,\ -2a=4 \quad \therefore a=-2$

(iii) 공통인 근이 $x=-2a+1$ 또는 $x=a$일 때,

$-2a+1=a,\ 3a=1 \quad \therefore a=\frac{1}{3}$

따라서 (i)~(iii)에 의해 모든 a의 값의 합은

$-1+(-2)+\frac{1}{3}=-\frac{8}{3}$

46 답 ④

$x^2+6=5x$에서 $x^2-5x+6=0$

$(x-2)(x-3)=0 \quad \therefore x=2$ 또는 $x=3$

이때 두 근 중 큰 근은 $x=3$이므로

$x^2-ax-6a=0$에 $x=3$을 대입하면

$3^2-a\times3-6a=0,\ 9-9a=0 \quad \therefore a=1$

47 답 **3**

$3x^2-5x-2=0$에서 $(3x+1)(x-2)=0$

$\therefore x=-\frac{1}{3}$ 또는 $x=2$

이때 $x>1$을 만족시키는 근은 $x=2$이므로

$3x^2+(a-5)x-8=0$에 $x=2$를 대입하면

$3\times2^2+(a-5)\times2-8=0$

$2a-6=0 \quad \therefore a=3$

48 답 ④

$x^2-4x=0$에서 $x(x-4)=0$

$\therefore x=0$ 또는 $x=4$

$x^2-5x+4=0$에서 $(x-1)(x-4)=0$

$\therefore x=1$ 또는 $x=4$

즉, 두 이차방정식의 공통인 근은 $x=4$이므로

$x^2-2ax-5=0$에 $x=4$를 대입하면

$4^2-2a\times4-5=0$

$11-8a=0 \qquad \therefore a=\frac{11}{8}$

49 답 -12

$x^2+ax-4=0$에 $x=4$를 대입하면

$4^2+a\times4-4=0$

$4a+12=0 \qquad \therefore a=-3$ … (i)

즉, 이차방정식 $x^2+ax-4=0$은 $x^2-3x-4=0$이므로

$(x+1)(x-4)=0 \qquad \therefore x=-1$ 또는 $x=4$

따라서 다른 한 근이 $x=-1$이다. … (ii)

$2x^2-7x+b=0$에 $x=-1$을 대입하면

$2\times(-1)^2-7\times(-1)+b=0$

$9+b=0 \qquad \therefore b=-9$ … (iii)

$\therefore a+b=-3+(-9)=-12$ … (iv)

채점 기준

(i) a의 값 구하기	30%
(ii) $x^2+ax-4=0$의 다른 한 근 구하기	30%
(iii) b의 값 구하기	30%
(iv) $a+b$의 값 구하기	10%

50 답 ①, ⑤

① $x^2=1$에서 $x^2-1=0$, $(x+1)(x-1)=0$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=1$

② $4x^2+4x+1=0$에서 $(2x+1)^2=0 \qquad \therefore x=-\frac{1}{2}$(중근)

③ $x^2=\frac{2}{5}x-\frac{1}{25}$에서

$x^2-\frac{2}{5}x+\frac{1}{25}=0$, $\left(x-\frac{1}{5}\right)^2=0 \qquad \therefore x=\frac{1}{5}$(중근)

④ $x(x-3)=-5x-1$에서

$x^2-3x=-5x-1$, $x^2+2x+1=0$

$(x+1)^2=0 \qquad \therefore x=-1$(중근)

⑤ $(x+1)^2=5x^2+7x+2$에서

$x^2+2x+1=5x^2+7x+2$, $4x^2+5x+1=0$

$(x+1)(4x+1)=0 \qquad \therefore x=-1$ 또는 $x=-\frac{1}{4}$

따라서 중근을 갖지 않는 것은 ①, ⑤이다.

51 답 ④

$x=5$를 중근으로 갖고 x^2의 계수가 1인 이차방정식은

$(x-5)^2=0$, 즉 $x^2-10x+25=0$

따라서 $a=-10$, $b=25$이므로

$b-a=25-(-10)=35$

52 답 ①

$(x+a)(x-1)=b$에서

$x^2+(a-1)x-a-b=0$

이때 $x=2$를 중근으로 갖고 x^2의 계수가 1인 이차방정식은

$(x-2)^2=0$, 즉 $x^2-4x+4=0$이므로

$a-1=-4$, $-a-b=4 \qquad \therefore a=-3$, $b=-1$

$\therefore 2a+b=2\times(-3)+(-1)=-7$

53 답 -9

$a=\left(\frac{-3}{2}\right)^2=\frac{9}{4}$

$-b=\left(\frac{4}{2}\right)^2=4 \qquad \therefore b=-4$

$\therefore ab=\frac{9}{4}\times(-4)=-9$

54 답 68

$-x(x+8)+1-m=0$에서

$-x^2-8x+1-m=0$

즉, $x^2+8x+m-1=0$에서

$m-1=\left(\frac{8}{2}\right)^2=16 \qquad \therefore m=17$ … (i)

또 $x^2+8x+16=0$에서

$(x+4)^2=0 \qquad \therefore n=4$ … (ii)

$\therefore mn=17\times4=68$ … (iii)

채점 기준

(i) m의 값 구하기	50%
(ii) n의 값 구하기	30%
(iii) mn의 값 구하기	20%

55 답 ④

$(x+2)(x-2)=2(k-1)x-8$에서

$x^2-4=2(k-1)x-8$

즉, $x^2-2(k-1)x+4=0$이 중근을 가지므로

$4=\left\{\frac{-2(k-1)}{2}\right\}^2$, $4=k^2-2k+1$

$k^2-2k-3=0$, $(k+1)(k-3)=0 \qquad \therefore k=-1$ 또는 $k=3$

이때 $k<0$이므로 $k=-1$

56 답 -4

주어진 이차방정식이 중근을 가지므로

$2a^2-5a-3=\left\{\frac{-(3a-2)}{2}\right\}^2$, $2a^2-5a-3=\frac{9a^2-12a+4}{4}$

$8a^2-20a-12=9a^2-12a+4$

$a^2+8a+16=0$, $(a+4)^2=0 \qquad \therefore a=-4$

다른 풀이

$x^2-(3a-2)x+2a^2-5a-3=0$에서

$x^2-(3a-2)x+(2a+1)(a-3)=0$

$\{x-(2a+1)\}\{x-(a-3)\}=0$

이때 두 근이 서로 같아야 하므로

$2a+1=a-3 \qquad \therefore a=-4$

03 이차방정식의 풀이 (2)

핵심 유형 & 핵심 유형 완성하기 107~109쪽

57 답 ⑤

$3(x-2)^2=15$에서 $(x-2)^2=5$

$x-2=\pm\sqrt{5}\qquad \therefore x=2\pm\sqrt{5}$

58 답 ㄱ, ㄴ, ㄷ

ㄱ. $n>0$일 때, $(x-m)^2=n$에서

$x-m=\pm\sqrt{n}\qquad \therefore x=m\pm\sqrt{n}$

따라서 $n>0$이면 서로 다른 두 근을 갖는다.

ㄴ. $n=0$일 때, $(x-m)^2=0$에서

$x-m=0\qquad \therefore x=m$(중근)

따라서 $n=0$이면 중근을 갖는다.

ㄷ. $n<0$일 때, $(x-m)^2=n$에서 $(x-m)^2\geq 0$, $n<0$이므로 근을 갖지 않는다.

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ이다.

59 답 $A=16$, $B=4$, $C=10$

$x^2-8x+6=0$에서 $x^2-8x=-6$

$x^2-8x+16=-6+16$

$(x-4)^2=10$

$\therefore A=16,\ B=4,\ C=10$

60 답 $x=\dfrac{-3\pm\sqrt{5}}{2}$

$x^2+3x+1=0$에서 $x^2+3x=-1$

$x^2+3x+\left(\dfrac{3}{2}\right)^2=-1+\left(\dfrac{3}{2}\right)^2$, $x^2+3x+\dfrac{9}{4}=\dfrac{5}{4}$

$\left(x+\dfrac{3}{2}\right)^2=\dfrac{5}{4}$, $x+\dfrac{3}{2}=\pm\dfrac{\sqrt{5}}{2}$

$\therefore x=\dfrac{-3\pm\sqrt{5}}{2}$

61 답 ④

$2(x-3)^2=20$에서 $(x-3)^2=10$

$x-3=\pm\sqrt{10}\qquad \therefore x=3\pm\sqrt{10}$

따라서 $a=3$, $b=10$이므로

$a+b=3+10=13$

62 답 ③

$5(x+a)^2=b$에서 $(x+a)^2=\dfrac{b}{5}$

$x+a=\pm\sqrt{\dfrac{b}{5}}\qquad \therefore x=-a\pm\sqrt{\dfrac{b}{5}}$

즉, $-a\pm\sqrt{\dfrac{b}{5}}=4\pm\sqrt{3}$이므로

$-a=4,\ \dfrac{b}{5}=3\qquad \therefore a=-4,\ b=15$

63 답 2

$2(x-1)^2=6$에서 $(x-1)^2=3$

$x-1=\pm\sqrt{3}\qquad \therefore x=1\pm\sqrt{3}$

따라서 두 근 중 작은 근은 $x=1-\sqrt{3}$이므로

$ax^2-2ax+2a-8=0$에 $x=1-\sqrt{3}$을 대입하면

$a(1-\sqrt{3})^2-2a(1-\sqrt{3})+2a-8=0$

$a(4-2\sqrt{3})-2a(1-\sqrt{3})+2a-8=0$

$4a-2\sqrt{3}a-2a+2\sqrt{3}a+2a-8=0$

$4a-8=0\qquad \therefore a=2$

다른 풀이

$2(x-1)^2=6$에서 $(x-1)^2=3$

$x^2-2x+1=3\qquad \therefore x^2-2x=2$

$ax^2-2ax+2a-8=0$에서

$a(x^2-2x)+2a-8=0$

$2a+2a-8=0$, $4a-8=0\qquad \therefore a=2$

64 답 15

$(x-4)^2=15k$에서

$x-4=\pm\sqrt{15k}\qquad \therefore x=4\pm\sqrt{15k}$

$x=4\pm\sqrt{15k}$가 정수가 되려면 $\sqrt{15k}$가 정수이어야 한다.

즉, $k=15\times$(제곱인 수)의 꼴이어야 하므로

$k=15\times1^2,\ 15\times2^2,\ 15\times3^2,\ \cdots$

따라서 자연수 k의 최솟값은 15이다.

65 답 ⑤

$x^2=k$에서

① $k=0$일 때, $x^2=0$이므로 $x=0$(중근)

즉, 중근을 갖는다.

② $k=1$일 때, $x^2=1$이므로 $x=\pm1$이다.

즉, 서로 다른 두 근을 갖는다.

③, ⑤ $k>0$일 때, $x=\pm\sqrt{k}$이므로 서로 다른 두 근을 갖는다.

이때 두 근의 절댓값은 같다.

④ $k<0$이면 근을 갖지 않는다.

따라서 옳은 것은 ⑤이다.

66 답 -2

$(x-3)^2=k+2$가 중근을 가지려면

$k+2=0\qquad \therefore k=-2$

67 답 ⑤

$k>0$이면 서로 다른 두 근을 갖고, $k=0$이면 중근을 갖는다.

따라서 근을 가질 조건은 $k\geq0$

68 답 $k<1$

$(x+2)^2=\dfrac{4k-4}{3}$가 근을 갖지 않으려면

$\dfrac{4k-4}{3}<0$, $4k-4<0$, $4k<4\qquad \therefore k<1$

69 답 ⑤

$(x-1)(x-3)=8$에서

$x^2-4x+3=8,\ x^2-4x=5$

$x^2-4x+(-2)^2=5+(-2)^2$

$\therefore (x-2)^2=9$

따라서 $p=2,\ q=9$이므로 $p+q=2+9=11$

70 답 ②

$4x^2+12x-12=0$에서

$x^2+3x-3=0,\ x^2+3x=3$

$x^2+3x+\left(\frac{3}{2}\right)^2=3+\left(\frac{3}{2}\right)^2$

$\therefore \left(x+\frac{3}{2}\right)^2=\frac{21}{4} \qquad \therefore k=\frac{21}{4}$

71 답 $\frac{1}{2}$

$2x^2-8x+5=0$에서

$x^2-4x+\frac{5}{2}=0,\ x^2-4x=-\frac{5}{2}$

$x^2-4x+(-2)^2=-\frac{5}{2}+(-2)^2$

$\therefore (x-2)^2=\frac{3}{2}$

따라서 $a=2,\ b=\frac{3}{2}$이므로 $a-b=2-\frac{3}{2}=\frac{1}{2}$

72 답 ④

① $(x+4)^2=7$에서

$x+4=\pm\sqrt{7} \qquad \therefore x=-4\pm\sqrt{7}$

② $x^2+x-3=0$에서 $x^2+x=3$

$x^2+x+\left(\frac{1}{2}\right)^2=3+\left(\frac{1}{2}\right)^2$

$\left(x+\frac{1}{2}\right)^2=\frac{13}{4},\ x+\frac{1}{2}=\pm\frac{\sqrt{13}}{2}$

$\therefore x=\frac{-1\pm\sqrt{13}}{2}$

③ $2x^2-7x+4=0$에서

$x^2-\frac{7}{2}x+2=0,\ x^2-\frac{7}{2}x=-2$

$x^2-\frac{7}{2}x+\left(-\frac{7}{4}\right)^2=-2+\left(-\frac{7}{4}\right)^2$

$\left(x-\frac{7}{4}\right)^2=\frac{17}{16},\ x-\frac{7}{4}=\pm\frac{\sqrt{17}}{4}$

$\therefore x=\frac{7\pm\sqrt{17}}{4}$

④ $3x^2=5x+1$에서 $3x^2-5x-1=0$

$x^2-\frac{5}{3}x-\frac{1}{3}=0,\ x^2-\frac{5}{3}x=\frac{1}{3}$

$x^2-\frac{5}{3}x+\left(-\frac{5}{6}\right)^2=\frac{1}{3}+\left(-\frac{5}{6}\right)^2$

$\left(x-\frac{5}{6}\right)^2=\frac{37}{36},\ x-\frac{5}{6}=\pm\frac{\sqrt{37}}{6}$

$\therefore x=\frac{5\pm\sqrt{37}}{6}$

⑤ $\frac{2}{5}x^2-x=5$에서 $x^2-\frac{5}{2}x=\frac{25}{2}$

$x^2-\frac{5}{2}x+\left(-\frac{5}{4}\right)^2=\frac{25}{2}+\left(-\frac{5}{4}\right)^2$

$\left(x-\frac{5}{4}\right)^2=\frac{225}{16},\ x-\frac{5}{4}=\pm\frac{15}{4}$

$\therefore x=-\frac{5}{2}$ 또는 $x=5$

따라서 이차방정식과 그 해가 잘못 짝 지어진 것은 ④이다.

73 답 (바), (나), (가), (라), (마), (다)

$2x^2-12x-4=0$에서

$x^2-6x-2=0$

$x^2-6x=2$

$x^2-6x+9=2+9$

$(x-3)^2=11$

$x-3=\pm\sqrt{11}$

$\therefore x=3\pm\sqrt{11}$

따라서 풀이 순서대로 나열하면 (바), (나), (가), (라), (마), (다)이다.

74 답 2

$x^2-5x+a=0$에서 $x^2-5x=-a$

$x^2-5x+\left(-\frac{5}{2}\right)^2=-a+\left(-\frac{5}{2}\right)^2$

$\left(x-\frac{5}{2}\right)^2=\frac{25-4a}{4},\ x-\frac{5}{2}=\pm\frac{\sqrt{25-4a}}{2}$

$\therefore x=\frac{5\pm\sqrt{25-4a}}{2}$

이 이차방정식의 해가 $x=\frac{5\pm\sqrt{17}}{2}$이므로

$25-4a=17 \qquad \therefore a=2$

다른 풀이

$x=\frac{5\pm\sqrt{17}}{2}$에서

$2x=5\pm\sqrt{17},\ 2x-5=\pm\sqrt{17}$

양변을 제곱하면

$(2x-5)^2=17,\ 4x^2-20x+25=17$

$4x^2-20x+8=0 \qquad \therefore x^2-5x+2=0$

$\therefore a=2$

핵심 유형 최종 점검하기

110~111쪽

75 답 ②

ㄱ. $x^2=3(x+1)$에서

$x^2=3x+3 \qquad \therefore x^2-3x-3=0$ (이차방정식)

ㄴ. $(2x-1)^2=4x^2+3x+1$에서

$4x^2-4x+1=4x^2+3x+1$

$\therefore -7x=0$ (일차방정식)

ㄷ. $x^2+2x=-x^2+3$에서

$2x^2+2x-3=0$ (이차방정식)

ㄹ. $x(x+2)=(x+1)(x-1)$에서

$x^2+2x=x^2-1 \qquad \therefore 2x+1=0$ (일차방정식)

ㅁ. x^2-4x-2는 등식이 아니므로 이차방정식이 아니다.

ㅂ. $\frac{1}{x}+2x^2+3=-4x$는 분모에 미지수가 있으므로 이차방정식이 아니다.

따라서 x에 대한 이차방정식은 ㄱ, ㄷ의 2개이다.

76 답 ①, ④

주어진 식을 x에 대하여 정리하면

$(a^2+3a-4)x^2+(a-1)x-1=0$

이때 이차항의 계수가 0이 아니어야 하므로

$a^2+3a-4\neq0$, $(a+4)(a-1)\neq0$

$\therefore a\neq-4$ 그리고 $a\neq1$

77 답 $x=-2$

x의 값이 -2, -1, 0, 1, 2이므로 이를 이차방정식 $x^2-2x-8=0$에 대입하여 등식이 성립하는 것을 찾는다.

$x=-2$일 때, $(-2)^2-2\times(-2)-8=0$

$x=-1$일 때, $(-1)^2-2\times(-1)-8=-5\neq0$

$x=0$일 때, $0^2-2\times0-8=-8\neq0$

$x=1$일 때, $1^2-2\times1-8=-9\neq0$

$x=2$일 때, $2^2-2\times2-8=-8\neq0$

따라서 주어진 이차방정식의 해는 $x=-2$이다.

78 답 -12

$6x^2-4x-a=0$에 $x=1$을 대입하면

$6-4-a=0 \qquad \therefore a=2$ $\cdots$ (i)

$3x^2-11x-b=0$에 $x=3$을 대입하면

$3\times3^2-11\times3-b=0$

$-6-b=0 \qquad \therefore b=-6$ $\cdots$ (ii)

$\therefore ab=2\times(-6)=-12$ $\cdots$ (iii)

채점 기준	
(i) a의 값 구하기	40%
(ii) b의 값 구하기	40%
(iii) ab의 값 구하기	20%

79 답 7

$x^2-x-3=0$에 $x=a$를 대입하면

$a^2-a-3=0$ $\cdots$ ㉠

이때 $a=0$이면 등식이 성립하지 않으므로 $a\neq0$

㉠의 양변을 a로 나누면

$a-1-\frac{3}{a}=0 \qquad \therefore a-\frac{3}{a}=1$

$\therefore a^2+\frac{9}{a^2}=a^2+\left(\frac{3}{a}\right)^2=\left(a-\frac{3}{a}\right)^2+6$

$=1^2+6=7$

80 답 ⑤

① $(x-3)(x+2)=0$에서 $x-3=0$ 또는 $x+2=0$

$\therefore x=3$ 또는 $x=-2$

② $3x(5x-3)=0$에서 $3x=0$ 또는 $5x-3=0$

$\therefore x=0$ 또는 $x=\frac{3}{5}$

③ $(3x-5)(2x+7)=0$에서 $3x-5=0$ 또는 $2x+7=0$

$\therefore x=\frac{5}{3}$ 또는 $x=-\frac{7}{2}$

④ $(4x-1)(6x+1)=0$에서 $4x-1=0$ 또는 $6x+1=0$

$\therefore x=\frac{1}{4}$ 또는 $x=-\frac{1}{6}$

⑤ $(x-7)(3x+5)=0$에서 $x-7=0$ 또는 $3x+5=0$

$\therefore x=7$ 또는 $x=-\frac{5}{3}$

따라서 이차방정식을 바르게 푼 것은 ⑤이다.

81 답 $x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=\frac{1}{4}$

$x(x-2)-(3x+1)(3x-1)=0$에서

$x^2-2x-(9x^2-1)=0$, $8x^2+2x-1=0$

$(2x+1)(4x-1)=0$

$\therefore x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=\frac{1}{4}$

82 답 ③

$ax^2-\frac{1}{2}bx+a-b=0$에 $x=3$을 대입하면

$a\times3^2-\frac{1}{2}b\times3+a-b=0$

$10a-\frac{5}{2}b=0 \qquad \therefore b=4a$

$ax^2-\frac{1}{2}bx+a-b=0$에 $b=4a$를 대입하면

$ax^2-\frac{1}{2}\times4a\times x+a-4a=0$

$ax^2-2ax-3a=0$, $a(x^2-2x-3)=0$

$a(x+1)(x-3)=0$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=3$

따라서 다른 한 근은 $x=-1$이다.

만렙 비법 방정식에 $x=3$을 대입하여 a, b 사이의 관계를 식으로 나타낸다.

83 답 16

$-3x^2+2x+16=0$에서

$3x^2-2x-16=0$, $(x+2)(3x-8)=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=\frac{8}{3}$

$x^2-4x-12=0$에서 $(x+2)(x-6)=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=6$

따라서 두 이차방정식의 공통인 근이 $x=-2$이므로 공통이 아닌 두 근의 곱은

$\frac{8}{3}\times6=16$

84 답 ②

$(x+1)(x-8)=-18$에서

$x^2-7x-8=-18$, $x^2-7x+10=0$

$(x-2)(x-5)=0$ $\therefore x=2$ 또는 $x=5$

이때 $x>2$를 만족시키는 근은 $x=5$이므로

$x^2-3x+a=0$에 $x=5$를 대입하면

$5^2-3\times5+a=0$, $10+a=0$ $\therefore a=-10$

85 답 ②

① $x^2+x-42=0$에서 $(x+7)(x-6)=0$

$\therefore x=-7$ 또는 $x=6$

② $(4x+1)(x+3)=x-6$에서

$4x^2+13x+3=x-6$, $4x^2+12x+9=0$

$(2x+3)^2=0$ $\therefore x=-\frac{3}{2}$ (중근)

③ $x^2-6x+8=0$에서 $(x-2)(x-4)=0$

$\therefore x=2$ 또는 $x=4$

④ $x^2-10x-25=0$에서 $x^2-10x=25$

$x^2-10x+(-5)^2=25+(-5)^2$

$(x-5)^2=50$, $x-5=\pm5\sqrt{2}$

$\therefore x=5\pm5\sqrt{2}$

⑤ $5x(x-1)=25-5x$에서

$5x^2-5x=25-5x$, $5x^2=25$

$x^2=5$ $\therefore x=\pm\sqrt{5}$

따라서 중근을 갖는 것은 ②이다.

86 답 ①, ⑤

$x^2-kx+\frac{4}{9}=0$이 중근을 가지므로

$\frac{4}{9}=\left(\frac{-k}{2}\right)^2$, $k^2=\frac{16}{9}$ $\therefore k=\pm\frac{4}{3}$

87 답 -30

$4(x+a)^2=24$에서 $(x+a)^2=6$

$x+a=\pm\sqrt{6}$ $\therefore x=-a\pm\sqrt{6}$ … (i)

즉, $-a\pm\sqrt{6}=5\pm\sqrt{b}$이므로

$a=-5$, $b=6$ … (ii)

$\therefore ab=(-5)\times6=-30$ … (iii)

채점 기준	
(i) 주어진 이차방정식의 해 구하기	50%
(ii) a, b의 값 구하기	30%
(iii) ab의 값 구하기	20%

88 답 10

$4x^2+8x+\frac{a+1}{3}=0$에서

$x^2+2x+\frac{a+1}{12}=0$, $x^2+2x=-\frac{a+1}{12}$

$x^2+2x+1=-\frac{a+1}{12}+1$

$\therefore (x+1)^2=\frac{-a+11}{12}$

이 식이 서로 다른 두 근을 가지려면

$\frac{-a+11}{12}>0$, $-a+11>0$ $\therefore a<11$

따라서 정수 a의 최댓값은 10이다.

만렙 비법 완전제곱식을 이용하여 주어진 이차방정식의 해를 구한다.

89 답 27

$x^2+10x+3=0$에서 $x^2+10x=-3$

$x^2+10x+5^2=-3+5^2$

$\therefore (x+5)^2=22$

따라서 $a=5$, $b=22$이므로

$a+b=5+22=27$

90 답 3, 8, 11, 12

$x^2-6x+a-3=0$에서

$x^2-6x=-a+3$

$x^2-6x+(-3)^2=-a+3+(-3)^2$

$(x-3)^2=12-a$, $x-3=\pm\sqrt{12-a}$

$\therefore x=3\pm\sqrt{12-a}$

주어진 이차방정식의 해가 유리수가 되려면 $12-a$의 값이 0 또는 12보다 작은 제곱인 수이어야 하므로

$12-a=0, 1, 4, 9$ $\therefore a=3, 8, 11, 12$

7 이차방정식의 근의 공식과 활용

01 -6 **02** (1) $x=\frac{1}{2}$ 또는 $x=4$ (2) $x=-1$ 또는 $x=\frac{4}{3}$

03 $x=\frac{5}{2}$ 또는 $x=\frac{7}{3}$ **04** ⑤ **05** $\frac{1}{4}$ **06** ④

07 27 **08** 2 **09** $x=\frac{-3\pm\sqrt{21}}{6}$ **10** 5개

11 $x=4$ 또는 $x=6$ **12** ① **13** 20 **14** ⑤

15 ③ **16** $x=-\frac{2}{3}$ 또는 $x=-1$ **17** 4

18 $x=-5$ 또는 $x=6$ **19** ④ **20** $x=3,\ y=2$

21 $-2\sqrt{2}$ **22** ③ **23** ② **24** ④ **25** 4

26 ③ **27** -3 **28** 2 **29** $x=-4$ 또는 $x=2$

30 ② **31** ① **32** ⑤ **33** ⑤ **34** 3

35 ⑤ **36** $\frac{2}{25}$ **37** ④ **38** ③ **39** ④

40 ⑤ **41** $2x^2+2x-14=0$ **42** 6 **43** 3

44 $-\frac{14}{3}$ **45** 17 **46** 10 **47** ③ **48** -4

49 -3 **50** ① **51** 32 **52** 0 **53** 1

54 ⑤ **55** $\frac{1}{3}$ **56** -90 **57** 1

58 $\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{2}x-3=0$ **59** 2 **60** $x=-6$ 또는 $x=4$

61 $4x^2-2x-4=0$ **62** ③ **63** -10 **64** ④

65 (1) $x^2+x-30=0$ (2) 5 **66** 72 **67** 9살

68 ② **69** 9팀 **70** (1) (n^2+2n)개 (2) 12단계

71 ③ **72** ④ **73** 76 **74** ③ **75** ②

76 18 **77** ① **78** 15명 **79** 12줄

80 민제: 7월 8일, 경미: 7월 15일 **81** ② **82** 6 cm

83 30 cm **84** 4 cm **85** 4 m **86** 9 cm **87** 3초 후

88 5초 **89** ④ **90** 11초 **91** 6 cm **92** 12 m

93 2 cm **94** 18 m **95** 1 cm 또는 3 cm

96 $-2+2\sqrt{5}$ **97** 3 m **98** $(2+\sqrt{2})$ cm

99 3초 후 **100** 4 cm **101** 1 cm **102** 6

103 $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ **104** 15 cm^2 **105** 5 m

106 2 m **107** 3 **108** 2 m **109** 19 cm **110** 1 cm

111 5 cm **112** ③ **113** $-\sqrt{17}$ **114** $x=\frac{3}{2}$ 또는 $x=6$

115 58 **116** $x=\frac{1}{2},\ y=\frac{9}{2}$ **117** ㄱ, ㄴ

118 $-12,\ x=6$ **119** $x=6$ **120** ③ **121** -3

122 $x=\frac{2\pm\sqrt{15}}{11}$ **123** ② **124** ③ **125** 2

126 ② **127** ① **128** 10명 **129** 9 **130** ④

131 ② **132** ③ **133** P(6, 3) **134** 8 cm^2

135 $(10-5\sqrt{2})$ cm **136** 5 cm **137** 26 cm

01 이차방정식의 근의 공식

핵심 유형 & 핵심 유형 완성하기

114~119쪽

01 답 -6

$3x^2-7x+3=0$에서

$$x=\frac{-(-7)\pm\sqrt{(-7)^2-4\times3\times3}}{2\times3}=\frac{7\pm\sqrt{13}}{6}$$

따라서 $A=7,\ B=13$이므로

$A-B=7-13=-6$

02 답 (1) $x=\frac{1}{2}$ 또는 $x=4$ (2) $x=-1$ 또는 $x=\frac{4}{3}$

(1) 주어진 이차방정식의 양변에 10을 곱하면

$2x^2=9x-4,\ 2x^2-9x+4=0$

$(2x-1)(x-4)=0$

$\therefore x=\frac{1}{2}$ 또는 $x=4$

(2) 주어진 이차방정식의 양변에 6을 곱하면

$3x(x+1)=2(2x-1)+6$

$3x^2+3x=4x-2+6,\ 3x^2-x-4=0$

$(x+1)(3x-4)=0$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=\frac{4}{3}$

03 답 $x=\frac{5}{2}$ 또는 $x=\frac{7}{3}$

$x-2=A$로 놓으면

$6A^2-5A+1=0,\ (2A-1)(3A-1)=0$

$\therefore A=\frac{1}{2}$ 또는 $A=\frac{1}{3}$

즉, $x-2=\frac{1}{2}$ 또는 $x-2=\frac{1}{3}$이므로

$x=\frac{5}{2}$ 또는 $x=\frac{7}{3}$

04 답 ⑤

주어진 이차방정식을 $ax^2+bx+c=0$ 또는 $ax^2+2b'x+c=0$이라 하면

① $x^2+x+\frac{1}{4}=0$에서

$b^2-4ac=1^2-4\times1\times\frac{1}{4}=0$ ⇨ 중근

② $9x^2-12x+4=0$에서

$b'^2-ac=(-6)^2-9\times4=0$ ⇨ 중근

③ $4x^2+x+4=0$에서

$b^2-4ac=1^2-4\times4\times4=-63<0$ ⇨ 근이 없다.

④ $3x^2-2x+1=0$에서

$b'^2-ac=(-1)^2-3\times1=-2<0$ ⇨ 근이 없다.

⑤ $x^2+3x-5=0$에서

$b^2-4ac=3^2-4\times1\times(-5)=29>0$ ⇨ 서로 다른 두 근

따라서 서로 다른 두 근을 갖는 것은 ⑤이다.

05 답 $\frac{1}{4}$

$x^2+5x+a+6=0$이 중근을 가지므로

$5^2-4\times1\times(a+6)=0$, $25-4a-24=0$

$1-4a=0$　　$\therefore a=\frac{1}{4}$

06 답 ④

$2x^2+4x-1+m=0$이 서로 다른 두 근을 갖고 일차항의 계수가 짝수이므로

$2^2-2\times(-1+m)>0$, $4+2-2m>0$

$6-2m>0$　　$\therefore m<3$

07 답 27

$x^2-16x=(2x-1)^2$에서

$x^2-16x=4x^2-4x+1$

즉, $3x^2+12x+1=0$에서 일차항의 계수가 짝수이므로

$x=\frac{-6\pm\sqrt{6^2-3\times1}}{3}=\frac{-6\pm\sqrt{33}}{3}$

따라서 $p=-6$, $q=33$이므로

$p+q=-6+33=27$

08 답 2

$x^2+7x+4k+1=0$에서

$x=\frac{-7\pm\sqrt{7^2-4\times1\times(4k+1)}}{2\times1}=\frac{-7\pm\sqrt{45-16k}}{2}$

즉, $\frac{-7\pm\sqrt{45-16k}}{2}=\frac{-7\pm\sqrt{13}}{2}$이므로

$45-16k=13$　　$\therefore k=2$

다른 풀이

$x=\frac{-7\pm\sqrt{13}}{2}$에서

$2x=-7\pm\sqrt{13}$, $2x+7=\pm\sqrt{13}$

양변을 제곱하면

$(2x+7)^2=13$, $4x^2+28x+49=13$

$4x^2+28x+36=0$　　$\therefore x^2+7x+9=0$

즉, $4k+1=9$이므로

$4k=8$　　$\therefore k=2$

09 답 $x=\frac{-3\pm\sqrt{21}}{6}$

$x^2-x+5k=0$에 $x=k$를 대입하면

$k^2-k+5k=0$, $k^2+4k=0$

$k(k+4)=0$　　$\therefore k=0$ 또는 $k=-4$

이때 $k\neq0$이므로 $k=-4$

따라서 이차방정식 $3x^2-(k+1)x-1=0$은 $3x^2+3x-1=0$이므로

$x=\frac{-3\pm\sqrt{3^2-4\times3\times(-1)}}{2\times3}=\frac{-3\pm\sqrt{21}}{6}$

10 답 5개

$x^2-4x-1=0$에서 일차항의 계수가 짝수이므로

$x=\frac{-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-1\times(-1)}}{1}=2\pm\sqrt{5}$

이때 $a<b$이므로 $a=2-\sqrt{5}$, $b=2+\sqrt{5}$

$a-2<n<b-2$에서 $a-2=-\sqrt{5}$, $b-2=\sqrt{5}$이므로

$-\sqrt{5}<n<\sqrt{5}$

따라서 구하는 정수 n은 -2, -1, 0, 1, 2의 5개이다.

11 답 $x=4$ 또는 $x=6$

주어진 이차방정식의 양변에 10을 곱하면

$3(x-2)^2=2(x+2)(x-3)$

$3(x^2-4x+4)=2(x^2-x-6)$

$3x^2-12x+12=2x^2-2x-12$

$x^2-10x+24=0$, $(x-4)(x-6)=0$

$\therefore x=4$ 또는 $x=6$

12 답 ①

주어진 이차방정식의 양변에 5를 곱하면

$5x^2-x=4$, $5x^2-x-4=0$

$(5x+4)(x-1)=0$

$\therefore x=-\frac{4}{5}$ 또는 $x=1$

이때 $\alpha>\beta$이므로 $\alpha=1$, $\beta=-\frac{4}{5}$

$\therefore \alpha+5\beta=1+5\times\left(-\frac{4}{5}\right)=-3$

13 답 20

주어진 이차방정식의 양변에 6을 곱하면

$6x-2(x^2+1)=3(x-1)$

$6x-2x^2-2=3x-3$

즉, $2x^2-3x-1=0$에서 ⋯ (i)

$x=\frac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-4\times2\times(-1)}}{2\times2}=\frac{3\pm\sqrt{17}}{4}$ ⋯ (ii)

따라서 $p=3$, $q=17$이므로

$p+q=3+17=20$ ⋯ (iii)

채점 기준

(i) 이차방정식을 정리하기	40%
(ii) 근의 공식을 이용하여 이차방정식 풀기	40%
(iii) $p+q$의 값 구하기	20%

14 답 ⑤

주어진 이차방정식의 양변에 12를 곱하면

$3x^2-24x-20=7$, $3x^2-24x-27=0$

$x^2-8x-9=0$, $(x+1)(x-9)=0$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=9$

따라서 -1과 9 사이에 있는 정수는 0, 1, 2, ⋯, 8의 9개이다.

15 답 ③

주어진 이차방정식의 양변에 10을 곱하면

$3(x+1)(x-1)=(x+3)^2-2(x+5)$

$3(x^2-1)=(x^2+6x+9)-2(x+5)$

$3x^2-3=x^2+6x+9-2x-10$

$2x^2-4x-2=0$

즉, $x^2-2x-1=0$에서 일차항의 계수가 짝수이므로

$x=\dfrac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-1\times(-1)}}{1}=1\pm\sqrt{2}$

16 답 $x=-\dfrac{2}{3}$ 또는 $x=-1$

주어진 이차방정식의 양변에 10을 곱하면

$6x^2-3x=5(2x-1)$, $6x^2-3x=10x-5$

$6x^2-13x+5=0$, $(2x-1)(3x-5)=0$

$\therefore x=\dfrac{1}{2}$ 또는 $x=\dfrac{5}{3}$

이때 $a>b$이므로 $a=\dfrac{5}{3}$, $b=\dfrac{1}{2}$

따라서 이차방정식 $x^2+ax+\dfrac{4}{3}b=0$은 $x^2+\dfrac{5}{3}x+\dfrac{2}{3}=0$이므로

이 이차방정식의 양변에 3을 곱하면

$3x^2+5x+2=0$, $(3x+2)(x+1)=0$

$\therefore x=-\dfrac{2}{3}$ 또는 $x=-1$

17 답 4

주어진 이차방정식의 양변에 10을 곱하면 $2x^2-10x+7=0$

이 이차방정식의 일차항의 계수가 짝수이므로

$x=\dfrac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-2\times7}}{2}=\dfrac{5\pm\sqrt{11}}{2}$

이때 두 근 중 큰 근은 $a=\dfrac{5+\sqrt{11}}{2}$이므로 $3<\sqrt{11}<4$에서

$8<5+\sqrt{11}<9 \qquad \therefore 4<\dfrac{5+\sqrt{11}}{2}<\dfrac{9}{2}$

따라서 $n<\dfrac{5+\sqrt{11}}{2}<n+1$을 만족시키는 정수 n의 값은 4이다.

18 답 $x=-5$ 또는 $x=6$

$x+1=A$로 놓으면

$A^2-3A=28$, $A^2-3A-28=0$

$(A+4)(A-7)=0 \qquad \therefore A=-4$ 또는 $A=7$

즉, $x+1=-4$ 또는 $x+1=7$이므로

$x=-5$ 또는 $x=6$

19 답 ④

$x-2=A$로 놓으면 $0.1A^2+\dfrac{1}{2}A=\dfrac{3}{5}$

이 이차방정식의 양변에 10을 곱하면

$A^2+5A=6$, $A^2+5A-6=0$

$(A+6)(A-1)=0 \qquad \therefore A=-6$ 또는 $A=1$

즉, $x-2=-6$ 또는 $x-2=1$이므로

$x=-4$ 또는 $x=3$

이때 $x<0$이므로 $x=-4$

20 답 $x=3$, $y=2$

(나)에서 $x-y=A$로 놓으면

$A(A+2)-3=0$, $A^2+2A-3=0$

$(A+3)(A-1)=0 \qquad \therefore A=-3$ 또는 $A=1$

즉, $x-y=-3$ 또는 $x-y=1$

(가)에서 $x>y$, 즉 $x-y>0$이므로 $x-y=1$ ⋯ ㉠

(다)에서 $x+y=5$이므로 ㉠과 연립하여 풀면

$x=3$, $y=2$

21 답 $-2\sqrt{2}$

$(x-y)^2-2x+2y-7=0$에서

$(x-y)^2-2(x-y)-7=0$

이때 $x-y=A$로 놓으면 $A^2-2A-7=0$

이 이차방정식의 일차항의 계수가 짝수이므로

$A=\dfrac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-1\times(-7)}}{1}=1\pm2\sqrt{2}$

즉, $x-y=1+2\sqrt{2}$ 또는 $x-y=1-2\sqrt{2}$

이때 $x<y$에서 $x-y<0$이므로 $x-y=1-2\sqrt{2}$

$\therefore x-y-1=(1-2\sqrt{2})-1=-2\sqrt{2}$

22 답 ③

주어진 이차방정식을 $ax^2+bx+c=0$ 또는 $ax^2+2b'x+c=0$이라 하면

① $3x^2-4x=0$에서
$b'^2-ac=(-2)^2-3\times0=4>0$ ⇨ 서로 다른 두 근 ⇨ 근이 2개

② $x^2-5x-6=0$에서
$b^2-4ac=(-5)^2-4\times1\times(-6)=49>0$
⇨ 서로 다른 두 근 ⇨ 근이 2개

③ $x^2+5x+10=0$에서
$b^2-4ac=5^2-4\times1\times10=-15<0$ ⇨ 근이 없다. ⇨ 근이 0개

④ $4x^2+9x+2=0$에서
$b^2-4ac=9^2-4\times4\times2=49>0$
⇨ 서로 다른 두 근 ⇨ 근이 2개

⑤ $4x^2+12x+5=0$에서
$b'^2-ac=6^2-4\times5=16>0$ ⇨ 서로 다른 두 근 ⇨ 근이 2개

따라서 근의 개수가 나머지 넷과 다른 하나는 ③이다.

23 답 ②

주어진 이차방정식을 $ax^2+bx+c=0$ 또는 $ax^2+2b'x+c=0$이라 하면

ㄱ. $x^2+4=0$에서
$b^2-4ac=0^2-4\times1\times4=-16<0$ ⇨ 근이 없다. ⇨ 근이 0개

ㄴ. $3x^2-2x+\dfrac{1}{3}=0$에서
$b'^2-ac=(-1)^2-3\times\dfrac{1}{3}=0$ ⇨ 중근 ⇨ 근이 1개

ㄷ. $x^2-8x+12=0$에서
$b'^2-ac=(-4)^2-1\times12=4>0$ ⇨ 서로 다른 두 근 ⇨ 근이 2개

ㄹ. $2x^2-x+7=0$에서

$b^2-4ac=(-1)^2-4\times2\times7=-55<0$

⇨ 근이 없다. ⇨ 근이 0개

ㅁ. $(x-1)(x-7)=0$ $\quad\therefore x=1$ 또는 $x=7$

⇨ 서로 다른 두 근 ⇨ 근이 2개

ㅂ. $2x^2-5x-3=0$에서

$b^2-4ac=(-5)^2-4\times2\times(-3)=49>0$

⇨ 서로 다른 두 근 ⇨ 근이 2개

따라서 근이 존재하지 않는 것은 ㄱ, ㄹ의 2개이다.

24 답 ④

① $a=16$이면 $x^2-8x+16=0$에서 일차항의 계수가 짝수이므로

$(-4)^2-1\times16=0$

따라서 중근을 갖는다.

② $a=8$이면 $x^2-8x+8=0$에서 일차항의 계수가 짝수이므로

$(-4)^2-1\times8=8>0$

따라서 서로 다른 두 근을 갖는다.

③ $a=12$이면 $x^2-8x+12=0$에서

$(x-2)(x-6)=0$ $\quad\therefore x=2$ 또는 $x=6$

따라서 서로 다른 양수인 두 근을 갖는다.

④ $a=-9$이면 $x^2-8x-9=0$에서

$(x+1)(x-9)=0$ $\quad\therefore x=-1$ 또는 $x=9$

따라서 한 근은 음수, 다른 한 근은 양수인 두 근을 갖는다.

⑤ $a=-20$이면 $x^2-8x-20=0$에서

$(x+2)(x-10)=0$ $\quad\therefore x=-2$ 또는 $x=10$

따라서 서로 다른 정수인 두 근을 갖는다.

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

25 답 4

$3x^2+12x+8=2k-12$에서 $3x^2+12x+20-2k=0$

이 이차방정식이 중근을 갖고 일차항의 계수가 짝수이므로

$6^2-3\times(20-2k)=0$, $36-60+6k=0$

$-24+6k=0$ $\quad\therefore k=4$

26 답 ③

$x^2+2(k-2)x+k=0$이 중근을 갖고 일차항의 계수가 짝수이므로

$(k-2)^2-1\times k=0$, $k^2-4k+4-k=0$

$k^2-5k+4=0$, $(k-1)(k-4)=0$ $\quad\therefore k=1$ 또는 $k=4$

따라서 모든 k의 값의 합은 $1+4=5$

27 답 −3

$(x-1)(x-2)=a$에서 $x^2-3x+2-a=0$

이 이차방정식이 중근을 가지므로

$(-3)^2-4\times1\times(2-a)=0$

$9-8+4a=0$, $1+4a=0$ $\quad\therefore a=-\frac{1}{4}$

$x^2-3x+2-a=0$에 $a=-\frac{1}{4}$을 대입하면

$x^2-3x+\frac{9}{4}=0$, $\left(x-\frac{3}{2}\right)^2=0$ $\quad\therefore x=\frac{3}{2}$(중근)

따라서 $a=-\frac{1}{4}$, $b=\frac{3}{2}$이므로

$8ab=8\times\left(-\frac{1}{4}\right)\times\frac{3}{2}=-3$

28 답 2

$(k^2-1)x^2-2(k+1)x+3=0$이 중근을 갖고 일차항의 계수가 짝수이므로

$\{-(k+1)\}^2-(k^2-1)\times3=0$ $\quad\cdots$ (i)

$k^2+2k+1-3k^2+3=0$, $2k^2-2k-4=0$

$k^2-k-2=0$, $(k+1)(k-2)=0$

$\therefore k=-1$ 또는 $k=2$ $\quad\cdots$ (ii)

그런데 $k=-1$이면 주어진 방정식이 이차방정식이 아니므로

$k\neq-1$이다.

$\therefore k=2$ $\quad\cdots$ (iii)

채점 기준

(i) 중근을 가질 조건 알기	40%
(ii) k에 대한 이차방정식 풀기	30%
(iii) k의 값 구하기	30%

29 답 $x=-4$ 또는 $x=2$

$x^2+2kx+2k-1=0$이 중근을 갖고 일차항의 계수가 짝수이므로

$k^2-1\times(2k-1)=0$

$k^2-2k+1=0$, $(k-1)^2=0$ $\quad\therefore k=1$

따라서 이차방정식 $x^2+2kx-8=0$은 $x^2+2x-8=0$이므로

$(x+4)(x-2)=0$ $\quad\therefore x=-4$ 또는 $x=2$

30 답 ②

$(k-1)x^2-2(k+1)x+k+1=0$이 중근을 갖고 일차항의 계수가 짝수이므로

$\{-(k+1)\}^2-(k-1)(k+1)=0$

$k^2+2k+1-k^2+1=0$, $2k+2=0$ $\quad\therefore k=-1$

$x^2-4x+a=0$에 $x=-1$을 대입하면

$(-1)^2-4\times(-1)+a=0$

$1+4+a=0$ $\quad\therefore a=-5$

31 답 ①

$x^2-(k+4)x+1=0$이 중근을 가지므로

$\{-(k+4)\}^2-4\times1\times1=0$

$k^2+8k+16-4=0$, $k^2+8k+12=0$

$(k+6)(k+2)=0$ $\quad\therefore k=-6$ 또는 $k=-2$

이때 k의 값 중 큰 값은 -2이므로

$-x^2-ax+a^2+1=0$에 $x=-2$를 대입하면

$-(-2)^2-a\times(-2)+a^2+1=0$

$-4+2a+a^2+1=0$, $a^2+2a-3=0$

$(a+3)(a-1)=0$ $\quad\therefore a=-3$ 또는 $a=1$

이때 $a>0$이므로 $a=1$

32 답 ⑤

$2x^2+3x+\frac{k+1}{8}=0$이 근을 갖지 않으므로

$3^2-4\times2\times\frac{k+1}{8}<0$

$9-(k+1)<0,\ 8-k<0 \qquad \therefore\ k>8$

33 답 ⑤

$2x^2-5x+k-2=0$이 근을 가지려면

$(-5)^2-4\times2\times(k-2)\geq0$

$25-8k+16\geq0,\ 41-8k\geq0 \qquad \therefore\ k\leq\frac{41}{8}(=5.125)$

따라서 가장 큰 정수 k의 값은 5이다.

34 답 **3**

$x^2+(a-1)x+1=0$이 중근을 가지므로

$(a-1)^2-4\times1\times1=0$

$a^2-2a+1-4=0,\ a^2-2a-3=0$

$(a+1)(a-3)=0 \qquad \therefore\ a=-1$ 또는 $a=3$ ⋯ (i)

$x^2-2x+a=0$이 근을 갖지 않고 일차항의 계수가 짝수이므로

$(-1)^2-1\times a<0,\ 1-a<0 \qquad \therefore\ a>1$ ⋯ (ii)

(i), (ii)에 의해 $a=3$ ⋯ (iii)

채점 기준	
(i) 중근을 가질 조건 구하기	40%
(ii) 근을 갖지 않을 조건 구하기	40%
(iii) a의 값 구하기	20%

35 답 ⑤

$mx^2-2x-1=0$이 서로 다른 두 근을 갖고 일차항의 계수가 짝수이므로

$(-1)^2-m\times(-1)>0,\ 1+m>0 \qquad \therefore\ m>-1$

그런데 $m=0$이면 주어진 방정식이 이차방정식이 아니므로 $m\neq0$이다.

따라서 구하는 m의 값의 범위는 $-1<m<0$ 또는 $m>0$이다.

02 이차방정식의 근과 계수의 관계

핵심 유형 & 핵심 유형 완성하기 120~124쪽

36 답 $\frac{2}{25}$

이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해

(두 근의 합)$=a=-\frac{2}{5}$, (두 근의 곱)$=b=-\frac{1}{5}$

$\therefore\ ab=\left(-\frac{2}{5}\right)\times\left(-\frac{1}{5}\right)=\frac{2}{25}$

37 답 ④

이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해

$\alpha+\beta=4,\ \alpha\beta=-\frac{3}{2}$이므로

$\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta=4^2-2\times\left(-\frac{3}{2}\right)=19$

38 답 ③

두 근을 $a,\ a+3$으로 놓으면 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해

$a+(a+3)=5,\ 2a=2 \qquad \therefore\ a=1$

따라서 두 근이 1, 4이므로 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해

$k=1\times4=4$

다른 풀이

두 근을 $\alpha,\ \beta(\alpha>\beta)$로 놓으면 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해

$\alpha+\beta=5,\ \alpha\beta=k$

$\alpha-\beta=3$이므로 $(\alpha-\beta)^2=(\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta$에서

$3^2=5^2-4k,\ 4k=16 \qquad \therefore\ k=4$

39 답 ④

$x^2-8x+k=0$의 한 근이 $x=4-2\sqrt{3}$이고 k는 유리수이므로 다른 한 근은 $x=4+2\sqrt{3}$이다.

따라서 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해

$k=(4-2\sqrt{3})(4+2\sqrt{3})=16-12=4$

다른 풀이

$x^2-8x+k=0$에 $x=4-2\sqrt{3}$을 대입하면

$(4-2\sqrt{3})^2-8\times(4-2\sqrt{3})+k=0$

$16-16\sqrt{3}+12-32+16\sqrt{3}+k=0$

$-4+k=0 \qquad \therefore\ k=4$

40 답 ⑤

$3(x+4)(x-2)=0,\ 3(x^2+2x-8)=0$

$\therefore\ 3x^2+6x-24=0$

41 답 $\mathbf{2x^2+2x-14=0}$

$x^2+3x-5=0$의 두 근이 $\alpha,\ \beta$이므로 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해

$\alpha+\beta=-3,\ \alpha\beta=-5$

이때 $(\alpha+1)+(\beta+1)=\alpha+\beta+2=-3+2=-1$,

$(\alpha+1)(\beta+1)=\alpha\beta+\alpha+\beta+1=-5-3+1=-7$

따라서 $\alpha+1,\ \beta+1$을 두 근으로 하고 x^2의 계수가 2인 이차방정식은

$2(x^2+x-7)=0 \qquad \therefore\ 2x^2+2x-14=0$

42 답 **6**

$(x-2)^2-3=0$에서 $x^2-4x+4-3=0$

즉, $x^2-4x+1=0$이므로 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해

(두 근의 합)$=a=4$, (두 근의 곱)$=b=1$

$\therefore\ a+2b=4+2\times1=6$

다른 풀이

$(x-2)^2-3=0$에서

$(x-2)^2=3$, $x-2=\pm\sqrt{3}$ $\quad\therefore x=2\pm\sqrt{3}$

(두 근의 합)$=a=(2+\sqrt{3})+(2-\sqrt{3})=4$

(두 근의 곱)$=b=(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})=1$

$\therefore a+2b=4+2\times1=6$

43 답 3

이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해

(두 근의 합)$=-n=-7$ $\quad\therefore n=7$

(두 근의 곱)$=3m-2=-14$, $3m=-12$ $\quad\therefore m=-4$

$\therefore m+n=-4+7=3$

44 답 $-\frac{14}{3}$

이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해

(두 근의 합)$=-3$

$x^2-kx+5=0$에 $x=-3$을 대입하면

$(-3)^2-k\times(-3)+5=0$

$9+3k+5=0$, $3k=-14$ $\quad\therefore k=-\frac{14}{3}$

45 답 17

이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해

(두 근의 곱)$=\frac{5}{3}=5b$ $\quad\therefore b=\frac{1}{3}$

(두 근의 합)$=\frac{a}{3}=5+b$, $\frac{a}{3}=\frac{16}{3}$ $\quad\therefore a=16$

$\therefore a+3b=16+3\times\frac{1}{3}=17$

46 답 10

이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해

$\alpha+\beta=3$, $\alpha\beta=-\frac{1}{3}$이므로

$\alpha^2-\alpha\beta+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-3\alpha\beta$

$=3^2-3\times\left(-\frac{1}{3}\right)=10$

47 답 ③

주어진 이차방정식의 양변에 10을 곱하면

$x^2+4x-6=0$

①, ② 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해

$\alpha+\beta=-4$, $\alpha\beta=-6$

③ $\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta$

$=(-4)^2-2\times(-6)=28$

④ $(\alpha-\beta)^2=(\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta$

$=(-4)^2-4\times(-6)=40$

⑤ $\frac{1}{\alpha^2}+\frac{1}{\beta^2}=\frac{\alpha^2+\beta^2}{(\alpha\beta)^2}=\frac{28}{(-6)^2}=\frac{28}{36}=\frac{7}{9}$

따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

48 답 −4

이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해

$\alpha+\beta=-3$, $\alpha\beta=1$이므로

$\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta$

$=(-3)^2-2\times1=7$

$$\therefore \frac{\beta}{\alpha+1}+\frac{\alpha}{\beta+1}=\frac{\beta(\beta+1)+\alpha(\alpha+1)}{(\alpha+1)(\beta+1)}=\frac{\beta^2+\beta+\alpha^2+\alpha}{\alpha\beta+\alpha+\beta+1}=\frac{(\alpha^2+\beta^2)+(\alpha+\beta)}{\alpha\beta+(\alpha+\beta)+1}=\frac{7+(-3)}{1+(-3)+1}=\frac{4}{-1}=-4$$

49 답 −3

일차함수의 그래프가 두 점 $(-2, 0)$과 $(0, 4)$를 지나므로

$a=$(기울기)$=\frac{4-0}{0-(-2)}=\frac{4}{2}=2$, $b=$(y절편)$=4$ $\quad\cdots$ (i)

즉, 이차방정식 $x^2+ax-b=0$은 $x^2+2x-4=0$이므로

이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해

$\alpha+\beta=-2$, $\alpha\beta=-4$ $\quad\cdots$ (ii)

$$\therefore \frac{\beta}{\alpha}+\frac{\alpha}{\beta}=\frac{\alpha^2+\beta^2}{\alpha\beta}=\frac{(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta}{\alpha\beta}=\frac{(-2)^2-2\times(-4)}{-4}=\frac{12}{-4}=-3 \quad\cdots \text{(iii)}$$

채점 기준

(i) a, b의 값 구하기	40%
(ii) $\alpha+\beta$, $\alpha\beta$의 값 구하기	30%
(iii) $\frac{\beta}{\alpha}+\frac{\alpha}{\beta}$의 값 구하기	30%

50 답 ①

두 근을 a, $a+6$으로 놓으면 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해

$a+(a+6)=2$, $2a=-4$ $\quad\therefore a=-2$

따라서 두 근이 -2, 4이므로 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해

$(-2)\times4=\frac{k}{3}$ $\quad\therefore k=-24$

51 답 32

두 근을 k, $4k$로 놓으면 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해

$k+4k=10$, $5k=10$ $\quad\therefore k=2$

따라서 두 근이 2, 8이므로 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해

$2\times8=\frac{a}{2}$ $\quad\therefore a=32$

52 답 0

두 근을 k, $2k(k>0)$로 놓으면

$2k-k=3$ $\quad\therefore k=3$

따라서 두 근이 3, 6이므로 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해

$3+6=-a$, $3\times6=b$ $\quad\therefore a=-9$, $b=18$

$\therefore 2a+b=2\times(-9)+18=0$

다른 풀이

두 근 중 작은 근을 k라 하면 큰 근은 $k+3$이므로

$k+3=2k \qquad \therefore k=3$

따라서 두 근이 3, 6이므로 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해

$3+6=-a,\ 3\times6=b \qquad \therefore a=-9,\ b=18$

$\therefore 2a+b=2\times(-9)+18=0$

53 답 1

두 근의 비가 1 : 3이므로 두 근을 a, $3a(a\neq0)$로 놓으면 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해

$a+3a=4(m+1) \qquad \therefore a=m+1 \qquad \cdots$ ㉠

$a\times3a=12m \qquad \therefore a^2=4m \qquad \cdots$ ㉡

㉡에 ㉠을 대입하면

$(m+1)^2=4m,\ m^2+2m+1=4m$

$m^2-2m+1=0,\ (m-1)^2=0 \qquad \therefore m=1$

54 답 ⑤

$x^2+ax+b=0$의 한 근이 $x=\sqrt{3}-1$, 즉 $x=-1+\sqrt{3}$이고 a, b는 유리수이므로 다른 한 근은 $x=-1-\sqrt{3}$이다.

이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해

$-a=(-1+\sqrt{3})+(-1-\sqrt{3})=-2 \qquad \therefore a=2$

$b=(-1+\sqrt{3})(-1-\sqrt{3})=1-3=-2$

$\therefore a-b=2-(-2)=4$

55 답 $\frac{1}{3}$

$2<\sqrt{7}<3$에서 $-3<-\sqrt{7}<-2 \qquad \therefore 1<4-\sqrt{7}<2$

따라서 $4-\sqrt{7}$의 소수 부분은 $(4-\sqrt{7})-1=3-\sqrt{7}$ $\cdots$(i)

이때 $x^2-6x+3a+1=0$의 한 근이 $x=3-\sqrt{7}$이고 a는 유리수이므로 다른 한 근은 $x=3+\sqrt{7}$이다. $\cdots$(ii)

이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해

$3a+1=(3-\sqrt{7})(3+\sqrt{7})=9-7=2$

$3a=1 \qquad \therefore a=\frac{1}{3}$ $\cdots$(iii)

채점 기준

(i) $4-\sqrt{7}$의 소수 부분 구하기	30%
(ii) 다른 한 근 구하기	20%
(iii) a의 값 구하기	50%

56 답 -90

$x^2-(a+1)x+b=0$의 한 근이 $3+\sqrt{5}$이고, a, b는 유리수이므로 다른 한 근은 $3-\sqrt{5}$이다.

이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해

$a+1=(3-\sqrt{5})+(3+\sqrt{5})=6 \qquad \therefore a=5$

$b=(3-\sqrt{5})(3+\sqrt{5})=9-5=4$

따라서 $a-b=1$, $a+b=9$가 이차방정식 $x^2+px+q=0$의 두 근이므로 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해

$-p=1+9=10 \qquad \therefore p=-10$

$q=1\times9=9$

$\therefore pq=(-10)\times9=-90$

57 답 1

두 근이 $\frac{1}{3}$, $-\frac{1}{4}$이고 x^2의 계수가 12인 이차방정식은

$12\left(x-\frac{1}{3}\right)\left(x+\frac{1}{4}\right)=0,\ 12\left(x^2-\frac{1}{12}x-\frac{1}{12}\right)=0$

$\therefore 12x^2-x-1=0$

따라서 $a=-1$, $b=-1$이므로

$\frac{b}{a}=\frac{-1}{-1}=1$

다른 풀이

이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해

$-\frac{a}{12}=\frac{1}{3}+\left(-\frac{1}{4}\right),\ -\frac{a}{12}=\frac{1}{12} \qquad \therefore a=-1$

$\frac{b}{12}=\frac{1}{3}\times\left(-\frac{1}{4}\right),\ \frac{b}{12}=-\frac{1}{12} \qquad \therefore b=-1$

$\therefore \frac{b}{a}=\frac{-1}{-1}=1$

58 답 $\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{2}x-3=0$

이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해

$-a=-3+1 \qquad \therefore a=2$

$b=(-3)\times1=-3$

따라서 두 근이 2, -3이고 x^2의 계수가 $\frac{1}{2}$인 이차방정식은

$\frac{1}{2}(x-2)(x+3)=0,\ \frac{1}{2}(x^2+x-6)=0$

$\therefore \frac{1}{2}x^2+\frac{1}{2}x-3=0$

59 답 2

중근이 1이고 x^2의 계수가 3인 이차방정식은

$3(x-1)^2=0,\ 3(x^2-2x+1)=0$

$\therefore 3x^2-6x+3=0$

$\therefore p=-6,\ q=3$

따라서 이차방정식 $qx^2+px+1=0$에서 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해

(두 근의 합)$=-\frac{p}{q}=-\frac{-6}{3}=2$

60 답 $x=-6$ 또는 $x=4$

혜리가 푼 이차방정식은

$(x+3)(x-8)=0 \qquad \therefore x^2-5x-24=0$

그런데 혜리는 상수항을 바르게 보았으므로 처음 이차방정식의 상수항은 -24이다.

또 미혜가 푼 이차방정식은

$(x+5)(x-3)=0 \qquad \therefore x^2+2x-15=0$

그런데 미혜는 x의 계수를 바르게 보았으므로 처음 이차방정식의 x의 계수는 2이다.

따라서 처음 이차방정식은 $x^2+2x-24=0$이므로

$(x+6)(x-4)=0 \qquad \therefore x=-6$ 또는 $x=4$

61 답 $4x^2-2x-4=0$

$2x^2-5x+1=0$의 두 근이 p, q이므로 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해

$p+q=\frac{5}{2}$, $pq=\frac{1}{2}$

이때 $(p-1)+(q-1)=p+q-2=\frac{5}{2}-2=\frac{1}{2}$,

$(p-1)(q-1)=pq-(p+q)+1=\frac{1}{2}-\frac{5}{2}+1=-1$

따라서 $p-1$, $q-1$을 두 근으로 하고 이차항의 계수가 4인 x에 대한 이차방정식은

$4\left(x^2-\frac{1}{2}x-1\right)=0 \qquad \therefore 4x^2-2x-4=0$

62 답 ③

$x^2-2x+3=0$의 두 근이 α, β이므로 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해

$\alpha+\beta=2$, $\alpha\beta=3$

이때 $\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}=\frac{\beta+\alpha}{\alpha\beta}=\frac{2}{3}$, $\frac{1}{\alpha}\times\frac{1}{\beta}=\frac{1}{\alpha\beta}=\frac{1}{3}$

따라서 $\frac{1}{\alpha}$, $\frac{1}{\beta}$을 두 근으로 하고 x^2의 계수가 3인 이차방정식은

$3\left(x^2-\frac{2}{3}x+\frac{1}{3}\right)=0 \qquad \therefore 3x^2-2x+1=0$

63 답 -10

$x^2+3x-10=0$의 두 근이 $\alpha+1$, $\beta+1$이므로 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해

$(\alpha+1)+(\beta+1)=-3 \qquad \therefore \alpha+\beta=-5$

$(\alpha+1)(\beta+1)=-10$, $\alpha\beta+\alpha+\beta+1=-10$

$\alpha\beta-5+1=-10 \qquad \therefore \alpha\beta=-6$

$x^2+ax+3b=0$의 두 근이 α, β이므로 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해

$\alpha+\beta=-a$, $-5=-a \qquad \therefore a=5$

$\alpha\beta=3b$, $-6=3b \qquad \therefore b=-2$

$\therefore ab=5\times(-2)=-10$

03 이차방정식의 활용 (1)

핵심 유형 & 핵심 유형 완성하기

125~127쪽

64 답 ④

$\frac{n(n-3)}{2}=54$에서

$n^2-3n=108$, $n^2-3n-108=0$

$(n+9)(n-12)=0 \qquad \therefore n=-9$ 또는 $n=12$

이때 $n>3$이므로 $n=12$

따라서 구하는 다각형은 십이각형이다.

65 답 (1) $x^2+x-30=0$ (2) 5

(1) $x+x^2=30$에서 $x^2+x-30=0$

(2) $x^2+x-30=0$에서

$(x+6)(x-5)=0 \qquad \therefore x=-6$ 또는 $x=5$

이때 x는 자연수이므로 $x=5$

66 답 72

연속하는 두 자연수를 x, $x+1$이라 하면

$x^2+(x+1)^2=145$, $x^2+x^2+2x+1=145$

$2x^2+2x-144=0$, $x^2+x-72=0$

$(x+9)(x-8)=0 \qquad \therefore x=-9$ 또는 $x=8$

이때 x는 자연수이므로 $x=8$

따라서 연속하는 두 자연수는 8, 9이므로 그 곱은

$8\times9=72$

67 답 9살

동생의 나이를 x살이라 하면 누나의 나이는 $(x+6)$살이므로

$(x+6)^2=3x^2-18$, $x^2+12x+36=3x^2-18$

$2x^2-12x-54=0$, $x^2-6x-27=0$

$(x+3)(x-9)=0 \qquad \therefore x=-3$ 또는 $x=9$

이때 x는 자연수이므로 $x=9$

따라서 동생의 나이는 9살이다.

68 답 ②

$\frac{n(n+1)}{2}=136$에서

$n^2+n=272$, $n^2+n-272=0$

$(n+17)(n-16)=0 \qquad \therefore n=-17$ 또는 $n=16$

이때 n은 자연수이므로 $n=16$

따라서 합이 136이 되려면 1부터 16까지의 수를 더해야 한다.

69 답 9팀

$\frac{n(n-1)}{2}=36$에서

$n^2-n=72$, $n^2-n-72=0$

$(n+8)(n-9)=0 \qquad \therefore n=-8$ 또는 $n=9$

이때 n은 자연수이므로 $n=9$

따라서 경기에 참가한 배구 팀의 수는 9팀이다.

70 답 (1) (n^2+2n)개 (2) 12단계

(1) 사용된 바둑돌의 개수는

1단계에는 (1×3)개

2단계에는 (2×4)개

3단계에는 (3×5)개

4단계에는 (4×6)개

⋮

이므로 n단계에는 $n(n+2)$개, 즉 (n^2+2n)개이다.

(2) $n^2+2n=168$에서

$n^2+2n=168$, $n^2+2n-168=0$

$(n+14)(n-12)=0$ $\therefore n=-14$ 또는 $n=12$

이때 n은 자연수이므로 $n=12$

따라서 168개의 바둑돌로 만든 직사각형 모양은 12단계이다.

71 답 ③

어떤 자연수를 x라 하면

$2x=x^2-24$, $x^2-2x-24=0$

$(x+4)(x-6)=0$ $\therefore x=-4$ 또는 $x=6$

이때 x는 자연수이므로 $x=6$

72 답 ④

두 자연수 중 큰 수를 x라 하면 나머지 수는 $x-7$이므로

$x^2+(x-7)^2=205$, $x^2+x^2-14x+49=205$

$2x^2-14x-156=0$, $x^2-7x-78=0$

$(x+6)(x-13)=0$ $\therefore x=-6$ 또는 $x=13$

이때 x는 자연수이므로 $x=13$

따라서 두 자연수 중 큰 수는 13이다.

73 답 76

십의 자리 숫자를 x라 하면 일의 자리 숫자는 $13-x$이므로

$10x+13-x=x(13-x)+34$

$10x+13-x=13x-x^2+34$

$x^2-4x-21=0$, $(x+3)(x-7)=0$

$\therefore x=-3$ 또는 $x=7$

이때 $1\le x\le 9$이므로 $x=7$

따라서 십의 자리 숫자는 7, 일의 자리 숫자는 $13-7=6$이므로 구하는 자연수는 76이다.

다른 풀이

일의 자리 숫자를 x라 하면 십의 자리 숫자는 $13-x$이므로

$10(13-x)+x=x(13-x)+34$

$130-10x+x=13x-x^2+34$

$x^2-22x+96=0$, $(x-6)(x-16)=0$

$\therefore x=6$ 또는 $x=16$

이때 $0\le x\le 9$이므로 $x=6$

따라서 일의 자리 숫자는 6, 십의 자리 숫자는 $13-6=7$이므로 구하는 자연수는 76이다.

참고 십의 자리 숫자가 a, 일의 자리 숫자가 b인 두 자리의 자연수는 $10a+b$이다. (단, $1\le a\le 9$, $0\le b\le 9$)

74 답 ③

연속하는 두 홀수를 x, $x+2$라 하면

$x(x+2)=195$, $x^2+2x-195=0$

$(x+15)(x-13)=0$ $\therefore x=-15$ 또는 $x=13$

이때 x는 자연수이므로 $x=13$

따라서 연속하는 두 홀수는 13, 15이므로 두 홀수 중 작은 수는 13이다.

75 답 ②

택견 캠프가 시작되는 날을 8월 x일이라 하면 택견 캠프는 8월 x일, 8월 $(x+1)$일, 8월 $(x+2)$일의 3일 동안 진행된다.

이 사흘의 날짜의 제곱의 합이 245이므로

$x^2+(x+1)^2+(x+2)^2=245$

$x^2+x^2+2x+1+x^2+4x+4=245$

$3x^2+6x-240=0$, $x^2+2x-80=0$

$(x+10)(x-8)=0$ $\therefore x=-10$ 또는 $x=8$

이때 x는 자연수이므로 $x=8$

따라서 택견 캠프가 시작되는 날은 8월 8일이다.

76 답 18

연속하는 세 짝수를 $x-2$, x, $x+2$라 하면

$(x+2)(x-2)=5x+2$ ··· (i)

$x^2-4=5x+2$, $x^2-5x-6=0$

$(x+1)(x-6)=0$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=6$ ··· (ii)

이때 x는 자연수이므로 $x=6$

따라서 연속하는 세 짝수는 4, 6, 8이므로 그 합은

$4+6+8=18$ ··· (iii)

채점 기준	
(i) 이차방정식 세우기	40%
(ii) 이차방정식 풀기	30%
(iii) 세 짝수의 합 구하기	30%

77 답 ①

x년 후에 아버지의 나이의 3배와 아들의 나이의 제곱이 같아진다면

$3(46+x)=(10+x)^2$, $138+3x=100+20x+x^2$

$x^2+17x-38=0$, $(x+19)(x-2)=0$

$\therefore x=-19$ 또는 $x=2$

이때 x는 자연수이므로 $x=2$

따라서 2년 후이다.

78 답 15명

학생 수를 x명이라 하면 사과를 한 학생에게 $(x-3)$개씩 나누어 주었으므로

$x(x-3)=180$, $x^2-3x-180=0$

$(x+12)(x-15)=0$ $\therefore x=-12$ 또는 $x=15$

이때 x는 자연수이므로 $x=15$

따라서 학생 수는 15명이다.

79 답 12줄

가로줄 수를 x줄이라 하면 세로줄 수는 $(22-x)$줄이므로

$x(22-x)=120$, $x^2-22x+120=0$

$(x-10)(x-12)=0$ $\therefore x=10$ 또는 $x=12$

이때 $x>22-x$에서 $x>11$이므로 $x=12$

따라서 가로줄 수는 12줄이다.

80 답 **민제: 7월 8일, 경미: 7월 15일**

민제의 생일을 7월 x일이라 하면 경미의 생일은 7월 $(x+7)$일이므로
$x(x+7)=120$, $x^2+7x-120=0$
$(x+15)(x-8)=0$
$\therefore x=-15$ 또는 $x=8$
이때 x는 자연수이므로 $x=8$
따라서 민제의 생일은 7월 8일이고, 경미의 생일은 7월 15일이다.

04 이차방정식의 활용 (2)

핵심 유형 & 핵심 유형 완성하기 128~133쪽

81 답 ②

로켓을 발사한 지 x초 후의 높이가 60 m이므로
$40x-5x^2=60$, $5x^2-40x+60=0$
$x^2-8x+12=0$, $(x-2)(x-6)=0$
$\therefore x=2$ 또는 $x=6$
따라서 로켓의 높이가 처음으로 60 m가 되는 것은 로켓을 발사한 지 2초 후이다.

82 답 **6 cm**

가로의 길이를 x cm라 하면 세로의 길이는 $(x+8)$ cm이므로
$x(x+8)=84$, $x^2+8x-84=0$
$(x+14)(x-6)=0$
$\therefore x=-14$ 또는 $x=6$
이때 $x>0$이므로 $x=6$
따라서 직사각형의 가로의 길이는 6 cm이다.

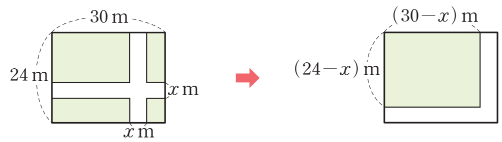
83 답 **30 cm**

처음 정사각형의 한 변의 길이를 x cm라 하면
$(x+1)(x-2)=868$, $x^2-x-2=868$
$x^2-x-870=0$, $(x+29)(x-30)=0$
$\therefore x=-29$ 또는 $x=30$
이때 $x>2$이므로 $x=30$
따라서 처음 정사각형의 한 변의 길이는 30 cm이다.

84 답 **4 cm**

작은 정사각형의 한 변의 길이를 x cm라 하면
큰 정사각형의 한 변의 길이는 $(12-x)$ cm이므로
$x^2+(12-x)^2=80$, $x^2+144-24x+x^2=80$
$2x^2-24x+64=0$, $x^2-12x+32=0$
$(x-4)(x-8)=0$
$\therefore x=4$ 또는 $x=8$
이때 $x>0$이고 $12-x>x$이므로 $0<x<6$ $\quad\therefore x=4$
따라서 작은 정사각형의 한 변의 길이는 4 cm이다.

85 답 **4 m**



도로의 폭을 x m라 하면 도로를 제외한 땅의 넓이가 520 m^2이므로
$(30-x)(24-x)=520$, $720-54x+x^2=520$
$x^2-54x+200=0$, $(x-4)(x-50)=0$
$\therefore x=4$ 또는 $x=50$
이때 $0<x<24$이므로 $x=4$
따라서 도로의 폭은 4 m이다.

86 답 **9 cm**

처음 정사각형 모양의 종이의 한 변의 길이를 x cm라 하면 네 귀퉁이를 잘라 만든 직육면체의 가로, 세로의 길이는 모두 $(x-4)$ cm, 높이는 2 cm이므로
$2(x-4)^2=50$, $(x-4)^2=25$
$x^2-8x+16=25$, $x^2-8x-9=0$
$(x+1)(x-9)=0$
$\therefore x=-1$ 또는 $x=9$
이때 $x>4$이므로 $x=9$
따라서 처음 정사각형 모양의 종이의 한 변의 길이는 9 cm이다.

87 답 **3초 후**

물체를 던져 올린 지 x초 후의 높이가 45 m이므로
$30x-5x^2=45$, $5x^2-30x+45=0$
$x^2-6x+9=0$, $(x-3)^2=0$
$\therefore x=3$(중근)
따라서 물체의 높이가 45 m가 되는 것은 물체를 던져 올린 지 3초 후이다.

88 답 **5초**

공이 지면에 떨어질 때의 높이는 0 m이므로
$-5t^2+24t+5=0$, $5t^2-24t-5=0$
$(5t+1)(t-5)=0$ $\quad\therefore t=-\frac{1}{5}$ 또는 $t=5$
이때 $t>0$이므로 $t=5$
따라서 공이 지면에 떨어질 때까지 걸린 시간은 5초이다.

89 답 ④

물체를 쏘아 올린 지 x초 후의 높이가 20 m이므로
$25x-5x^2=20$, $5x^2-25x+20=0$
$x^2-5x+4=0$, $(x-1)(x-4)=0$
$\therefore x=1$ 또는 $x=4$
따라서 물체가 지면으로부터 20 m인 지점을 두 번째로 지나는 것은 물체를 쏘아 올린 지 4초 후이다.

90 답 **11초**

물체를 쏘아 올린 지 t초 후의 높이가 60 m이므로

$65t-5t^2=60$, $5t^2-65t+60=0$

$t^2-13t+12=0$, $(t-1)(t-12)=0$

$\therefore$ $t=1$ 또는 $t=12$

따라서 물체가 지면으로부터 60 m 이상인 지점을 지나는 시간은 1초부터 12초까지이므로 11초 동안이다.

91 답 **6 cm**

$\overline{AD}=x$ cm라 하면 $\overline{CD}=x$ cm이므로

$\frac{1}{2}\times(x+8)\times x=42$, $x^2+8x-84=0$

$(x+14)(x-6)=0$

$\therefore$ $x=-14$ 또는 $x=6$

이때 $x>0$이므로 $x=6$

따라서 $\overline{AD}$의 길이는 6 cm이다.

92 답 **12 m**

작은 정사각형의 한 변의 길이를 x m라 하면 큰 정사각형의 한 변의 길이는 $(x+6)$ m이므로

$x^2+(x+6)^2=468$, $x^2+x^2+12x+36=468$

$2x^2+12x-432=0$, $x^2+6x-216=0$

$(x+18)(x-12)=0$

$\therefore$ $x=-18$ 또는 $x=12$

이때 $x>0$이므로 $x=12$

따라서 작은 정사각형의 한 변의 길이는 12 m이다.

93 답 **2 cm**

$\overline{AB}=x$ cm라 하면 $\overline{OA}=(x+1)$ cm, $\overline{OB}=(2x+1)$ cm이므로

$\pi(2x+1)^2-\pi(x+1)^2=16\pi$

$4x^2+4x+1-(x^2+2x+1)=16$

$3x^2+2x-16=0$, $(3x+8)(x-2)=0$

$\therefore$ $x=-\frac{8}{3}$ 또는 $x=2$

이때 $x>0$이므로 $x=2$

따라서 $\overline{AB}$의 길이는 2 cm이다.

94 답 **18 m**

전시관의 한 변의 길이를 x m라 하면 전시관의 넓이는 x^2 m^2

세 전시 부스 A, B, C의 넓이의 합은

$2\times\left(\frac{1}{3}x\times\frac{1}{3}x\right)+\frac{1}{3}x\times\frac{2}{3}x=\frac{4}{9}x^2\,(\mathrm{m}^2)$

전시 부스를 제외한 통로의 넓이가 180 m^{2}이므로

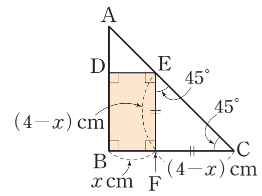
$x^2-\frac{4}{9}x^2=180$, $x^2=324$

$\therefore$ $x=\pm18$

이때 $x>0$이므로 $x=18$

따라서 전시관의 한 변의 길이는 18 m이다.

95 답 **1 cm 또는 3 cm**



△EFC는 직각이등변삼각형이므로

$\overline{BF}=x$ cm라 하면

$\overline{EF}=\overline{CF}=(4-x)$ cm

□DBFE의 넓이가 3 cm^{2}이므로

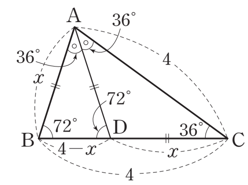
$x(4-x)=3$, $x^2-4x+3=0$

$(x-1)(x-3)=0$

$\therefore$ $x=1$ 또는 $x=3$

따라서 $\overline{BF}$의 길이는 1 cm 또는 3 cm이다.

96 답 $-2+2\sqrt{5}$



$\overline{AB}=x$라 하면 △ABD, △ADC가 모두 이등변삼각형이므로

$\overline{CD}=\overline{AD}=\overline{AB}=x$

$\overline{BD}=\overline{BC}-\overline{CD}=4-x$

△ABC에서 ∠BAD=∠CAD이므로

$\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{CD}$에서 → 삼각형의 내각의 이등분선의 성질

$x:4=(4-x):x$, $x^2=4(4-x)$

$x^2=16-4x$, $x^2+4x-16=0$

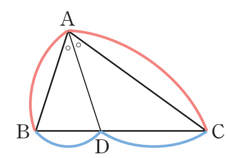
$\therefore$ $x=\frac{-2\pm\sqrt{2^2-1\times(-16)}}{1}=-2\pm2\sqrt{5}$

이때 $0<x<4$이므로 $x=-2+2\sqrt{5}$

따라서 $\overline{AB}$의 길이는 $-2+2\sqrt{5}$이다.

참고 △ABC에서 ∠A의 이등분선이 $\overline{BC}$와 만나는 점을 D라 하면

$\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{CD}$



97 답 **3 m**

처음 정사각형 모양의 꽃밭의 한 변의 길이를 x m라 하면

$(x+2)(x+4)=35$, $x^2+6x+8=35$

$x^2+6x-27=0$, $(x+9)(x-3)=0$

$\therefore$ $x=-9$ 또는 $x=3$

이때 $x>0$이므로 $x=3$

따라서 처음 정사각형 모양의 꽃밭의 한 변의 길이는 3 m이다.

98 답 $(2+\sqrt{2})$ **cm**

처음 원의 반지름의 길이를 x cm라 하면

$\pi(x-1)^2=\frac{1}{2}\pi x^2$, $2x^2-4x+2=x^2$

$x^2-4x+2=0$

$\therefore$ $x=\frac{-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-1\times2}}{1}=2\pm\sqrt{2}$

이때 $x>1$이므로 $x=2+\sqrt{2}$

따라서 처음 원의 반지름의 길이는 $(2+\sqrt{2})$ cm이다.

99 답 **3초 후**

두 점 P, Q가 출발한 지 x초 후에 △PBQ의 넓이가 27 cm^{2}가 된다고 하면 점 P는 매초 3 cm씩 움직이므로

$\overline{AP}=3x$ cm　　$\therefore$ $\overline{PB}=18-3x$ (cm)

점 Q는 매초 2 cm씩 움직이므로

$\overline{BQ}=2x$ cm … (i)

△PBQ의 넓이가 27 cm²이므로

$\frac{1}{2}\times(18-3x)\times 2x=27$ … (ii)

$3x^2-18x+27=0$, $x^2-6x+9=0$

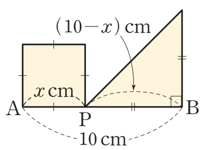
$(x-3)^2=0$ $\therefore x=3$(중근) … (iii)

따라서 △PBQ의 넓이가 27 cm²가 되는 것은 출발한 지 3초 후이다. … (iv)

채점 기준

(i) PB, BQ를 x에 대한 식으로 나타내기	30%
(ii) 이차방정식 세우기	20%
(iii) 이차방정식 풀기	30%
(iv) △PBQ의 넓이가 27 cm²가 되는 것은 출발한 지 몇 초 후인지 구하기	20%

100 답 4 cm



$\overline{AP}=x$ cm라 하면

$\overline{BP}=(10-x)$ cm이므로

$x^2+\frac{1}{2}(10-x)^2=34$

$2x^2+(10-x)^2=68$

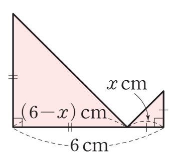
$2x^2+100-20x+x^2=68$, $3x^2-20x+32=0$

$(3x-8)(x-4)=0$ $\therefore x=\frac{8}{3}$ 또는 $x=4$

이때 x는 자연수이므로 $x=4$

따라서 $\overline{AP}$의 길이는 4 cm이다.

101 답 1 cm



작은 삼각형의 빗변이 아닌 한 변의 길이를 x cm라 하면 큰 삼각형의 빗변이 아닌 한 변의 길이는 $(6-x)$ cm이므로

$\frac{1}{2}(6-x)^2+\frac{1}{2}x^2=13$, $(6-x)^2+x^2=26$

$36-12x+x^2+x^2=26$, $2x^2-12x+10=0$

$x^2-6x+5=0$, $(x-1)(x-5)=0$

$\therefore x=1$ 또는 $x=5$

이때 $x>0$이고 $6-x>x$이므로 $0<x<3$ $\therefore x=1$

따라서 작은 삼각형의 빗변이 아닌 한 변의 길이는 1 cm이다.

102 답 6

$\overline{AC}=x$라 하면 $\overline{BC}=8-x$이므로

$\frac{1}{2}\pi\times\left(\frac{8}{2}\right)^2-\frac{1}{2}\pi\times\left(\frac{x}{2}\right)^2-\frac{1}{2}\pi\times\left(\frac{8-x}{2}\right)^2=3\pi$

양변에 $\frac{8}{\pi}$을 곱하면

$64-x^2-(64-16x+x^2)=24$

$2x^2-16x+24=0$, $x^2-8x+12=0$

$(x-2)(x-6)=0$ $\therefore x=2$ 또는 $x=6$

이때 $\overline{AC}>\overline{BC}$에서 $x>8-x$이고 $8-x>0$이므로 $4<x<8$

$\therefore x=6$

따라서 $\overline{AC}$의 길이는 6이다.

103 답 $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$

$\overline{BC}=x$라 하면 $\overline{DE}=\overline{CF}=x-1$

□ABCD∽□DEFC이므로 $\overline{AB}:\overline{DE}=\overline{BC}:\overline{EF}$에서

$1:(x-1)=x:1$

$x(x-1)=1$, $x^2-x-1=0$

$\therefore x=\frac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-4\times1\times(-1)}}{2\times1}=\frac{1\pm\sqrt{5}}{2}$

이때 $x>1$이므로 $x=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$

따라서 $\overline{BC}$의 길이는 $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$이다.

104 답 15 cm²

색칠한 한 장의 짧은 변의 길이를 x cm라 하면 긴 변의 길이는

$\frac{1}{2}(4x-2)=2x-1$(cm)

판의 넓이가 96 cm²이므로

$4x(2x-1+x)=96$, $12x^2-4x-96=0$

$3x^2-x-24=0$, $(3x+8)(x-3)=0$

$\therefore x=-\frac{8}{3}$ 또는 $x=3$

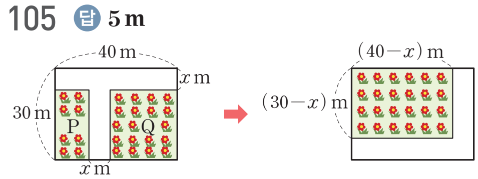
이때 $2x-1>0$에서 $x>\frac{1}{2}$이므로 $x=3$

따라서 색종이 한 장의 짧은 변의 길이는 3 cm, 긴 변의 길이는 $2\times3-1=5$(cm)이므로 색종이 한 장의 넓이는

$3\times5=15$(cm²)

만렙 비법 색종이의 긴 변 2개의 길이의 합은 짧은 변 4개의 길이의 합보다 2 cm만큼 짧음을 이용한다.

105 답 5 m



길의 폭을 x m라 하면 꽃밭 P, Q의 넓이의 합이 875 m²이므로

$(40-x)(30-x)=875$, $1200-70x+x^2=875$

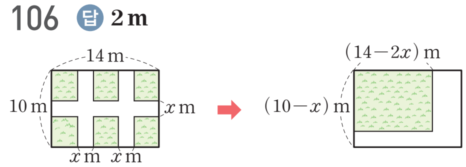
$x^2-70x+325=0$, $(x-5)(x-65)=0$

$\therefore x=5$ 또는 $x=65$

이때 $0<x<30$이므로 $x=5$

따라서 길의 폭은 5 m이다.

106 답 2 m



길의 폭을 x m라 하면 길을 제외한 잔디밭의 넓이가 80 m²이므로

$(14-2x)(10-x)=80$, $140-34x+2x^2=80$

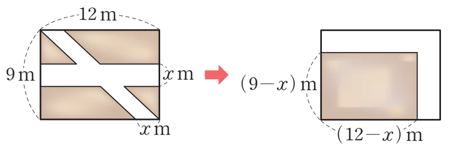
$2x^2-34x+60=0$, $x^2-17x+30=0$

$(x-2)(x-15)=0$ $\therefore x=2$ 또는 $x=15$

이때 $0<x<7$이므로 $x=2$

따라서 길의 폭은 2 m이다.

107 답 3



길을 제외한 땅의 넓이가 54 m^2이므로
$(12-x)(9-x)=54$, $108-21x+x^2=54$
$x^2-21x+54=0$, $(x-3)(x-18)=0$
$\therefore x=3$ 또는 $x=18$
이때 $0<x<9$이므로 $x=3$

108 답 2 m

산책로의 넓이가 88 m^2이므로
$(10+2x)(8+2x)-10\times 8=88$
$80+36x+4x^2-80=88$
$4x^2+36x-88=0$, $x^2+9x-22=0$
$(x+11)(x-2)=0$
$\therefore x=-11$ 또는 $x=2$
이때 $x>0$이므로 $x=2$
따라서 산책로의 폭은 2 m이다.

109 답 19 cm

처음 직사각형 모양의 종이의 가로의 길이를 x cm라 하면 세로의 길이는 $(x-5)$ cm이다.
네 귀퉁이를 잘라 만든 직육면체의 밑면의 가로의 길이는 $(x-4)$ cm, 세로의 길이는 $(x-5)-4=x-9$(cm), 높이는 2 cm이므로
$2(x-4)(x-9)=300$, $x^2-13x+36=150$
$x^2-13x-114=0$, $(x+6)(x-19)=0$
$\therefore x=-6$ 또는 $x=19$
이때 $x>9$이므로 $x=19$
따라서 가로의 길이는 19 cm이다.

110 답 1 cm

잘라 내는 정사각형의 한 변의 길이를 x cm라 하면 네 귀퉁이를 잘라 만든 직육면체의 가로, 세로의 길이는 모두 $(6-2x)$ cm이므로
$(6-2x)^2=16$, $36-24x+4x^2=16$
$4x^2-24x+20=0$, $x^2-6x+5=0$
$(x-1)(x-5)=0$
$\therefore x=1$ 또는 $x=5$
이때 $0<x<3$이므로 $x=1$
따라서 잘라 내는 정사각형의 한 변의 길이는 1 cm이다.

111 답 5 cm

빗금 친 부분의 세로의 길이를 x cm라 하면 가로의 길이는 $(80-2x)$ cm이므로
$x(80-2x)=350$ … (i)
$2x^2-80x+350=0$, $x^2-40x+175=0$
$(x-5)(x-35)=0$ $\quad\therefore x=5$ 또는 $x=35$ … (ii)
이때 빗금 친 부분의 가로의 길이가 세로의 길이보다 길므로
$80-2x>x$, $3x<80$ $\quad\therefore x<\frac{80}{3}$
따라서 $0<x<\frac{80}{3}$이므로 물받이의 높이는 5 cm이다. … (iii)

채점 기준	
(i) 이차방정식 세우기	30%
(ii) 이차방정식 풀기	40%
(iii) 물받이의 높이 구하기	30%

핵심 유형 최종 점검하기

134~137쪽

112 답 ③

$ax^2+bx+c=0\,(a\neq 0)$
⇨ $x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}=0$ ⇨ $x^2+\frac{b}{a}x=\boxed{-\frac{c}{a}}$
⇨ $x^2+\frac{b}{a}x+\boxed{\left(\frac{b}{2a}\right)^2}=-\frac{c}{a}+\boxed{\left(\frac{b}{2a}\right)^2}$
⇨ $\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=\boxed{\frac{b^2-4ac}{4a^2}}$
⇨ $x+\frac{b}{2a}=\boxed{\pm\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}}$
⇨ $\therefore x=\boxed{\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}}$
따라서 옳은 것은 ③이다.

113 답 $-\sqrt{17}$

$2x^2+3x-1=0$에서
$x=\frac{-3\pm\sqrt{3^2-4\times 2\times(-1)}}{2\times 2}=\frac{-3\pm\sqrt{17}}{4}$
이때 두 근 중 작은 근은 $k=\frac{-3-\sqrt{17}}{4}$이므로
$4k+3=4\times\frac{-3-\sqrt{17}}{4}+3=-\sqrt{17}$

114 답 $x=\frac{3}{2}$ 또는 $x=6$

주어진 이차방정식의 양변에 30을 곱하면
$10x^2-75x+90=0$, $2x^2-15x+18=0$
$(2x-3)(x-6)=0$ $\quad\therefore x=\frac{3}{2}$ 또는 $x=6$

115 답 58

주어진 이차방정식의 양변에 6을 곱하면
$2x(x+2)-3(x-2)(x+1)=2x-1$
$2x^2+4x-3x^2+3x+6=2x-1$
즉, $x^2-5x-7=0$에서
$x=\frac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4\times 1\times(-7)}}{2\times 1}=\frac{5\pm\sqrt{53}}{2}$
따라서 $p=5$, $q=53$이므로 $p+q=5+53=58$

116 답 $x=\frac{1}{2}$, $y=\frac{9}{2}$

$(x+y-2)(x+y+4)=27$에서 $x+y=A$로 놓으면
$(A-2)(A+4)=27$, $A^2+2A-8=27$
$A^2+2A-35=0$, $(A+7)(A-5)=0$
$\therefore A=-7$ 또는 $A=5$
즉, $x+y=-7$ 또는 $x+y=5$
이때 x, y가 모두 양수이므로 $x+y=5$ … ㉠
따라서 ㉠과 $x-y=-4$를 연립하여 풀면
$x=\frac{1}{2}$, $y=\frac{9}{2}$

117 답 ㄱ, ㄴ

ㄱ. $k=1$이면 $x^2-4x+1=0$에서 일차항의 계수가 짝수이므로
$(-2)^2-1\times1=3>0$
따라서 서로 다른 두 근을 갖는다.
ㄴ. $k=4$이면 $x^2-4x+4=0$에서 일차항의 계수가 짝수이므로
$(-2)^2-1\times4=0$
따라서 중근을 갖는다.
ㄷ. $k=0$이면 $x^2-4x=0$에서 일차항의 계수가 짝수이므로
$(-2)^2-1\times0=4>0$
따라서 서로 다른 두 근을 갖는다.
ㄹ. $k=-5$이면 $x^2-4x-5=0$에서
$(x+1)(x-5)=0$ $\therefore x=-1$ 또는 $x=5$
따라서 한 근은 음수, 다른 한 근은 양수인 두 근을 갖는다.
따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다.

118 답 -12, $x=6$

$x^2+mx+36=0$이 중근을 가지려면
$m^2-4\times1\times36=0$, $m^2=144$ $\therefore m=\pm12$
(i) $m=12$일 때,
$x^2+12x+36=0$, $(x+6)^2=0$ $\therefore x=-6$(중근)
(ii) $m=-12$일 때,
$x^2-12x+36=0$, $(x-6)^2=0$ $\therefore x=6$(중근)
따라서 양수인 중근을 갖도록 하는 m의 값은 -12이고 이때의 중근은 $x=6$이다.

119 답 $x=6$

$x^2-6x+k=0$이 중근을 갖고 일차항의 계수가 짝수이므로
$(-3)^2-1\times k=0$, $9-k=0$ $\therefore k=9$
$x^2+(k-10)x-30=0$에서 $k=9$를 대입하면
$x^2-x-30=0$, $(x+5)(x-6)=0$
$\therefore x=-5$ 또는 $x=6$
$3x^2-(2k+1)x+6=0$에 $k=9$를 대입하면
$3x^2-19x+6=0$, $(3x-1)(x-6)=0$
$\therefore x=\frac{1}{3}$ 또는 $x=6$
따라서 두 이차방정식의 공통인 근은 $x=6$이다.

120 답 ③

(가)에서 $x^2+2x-k+3=0$이 근을 갖지 않고 일차항의 계수가 짝수이므로
$1^2-1\times(-k+3)<0$
$1+k-3<0$ $\therefore k<2$
(나)에서 $x^2+(k-1)x+4=0$이 중근을 가지므로
$(k-1)^2-4\times1\times4=0$, $k^2-2k+1-16=0$
$k^2-2k-15=0$, $(k+3)(k-5)=0$
$\therefore k=-3$ 또는 $k=5$
따라서 (가), (나)를 모두 만족시키는 k의 값은 -3이다.

121 답 -3

$4x^2+ax-b=0$에서 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해
$-\frac{a}{4}=-\frac{3}{4}+2$, $-\frac{a}{4}=\frac{5}{4}$ $\therefore a=-5$
$-\frac{b}{4}=\left(-\frac{3}{4}\right)\times2$, $-\frac{b}{4}=-\frac{3}{2}$ $\therefore b=6$ … (i)
$(a+1)x^2+5x+2b=0$에 $a=-5$, $b=6$을 대입하면
$-4x^2+5x+12=0$ … (ii)
따라서 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해
(두 근의 곱)$=\frac{12}{-4}=-3$ … (iii)

채점 기준

(i) a, b의 값 구하기	60%
(ii) 이차방정식 구하기	20%
(iii) 두 근의 곱 구하기	20%

122 답 $x=\frac{2\pm\sqrt{15}}{11}$

$ax^2+bx-c=0$에서 $a\neq0$이다.
$ax^2+bx-c=0$에서 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해
$-\frac{b}{a}=11$ $\therefore b=-11a$
$\frac{-c}{a}=-4$ $\therefore c=4a$
$bx^2+cx+a=0$에 $b=-11a$, $c=4a$를 대입하면
$-11ax^2+4ax+a=0$
즉, $11x^2-4x-1=0$에서 일차항의 계수가 짝수이므로
$x=\frac{-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-11\times(-1)}}{11}=\frac{2\pm\sqrt{15}}{11}$

만렙 비법 이차방정식의 근과 계수의 관계를 이용하여 a, b, c 사이의 관계를 식으로 나타낸다.

다른 풀이
두 근의 합이 11, 곱이 -4이고 x^2의 계수가 a인 이차방정식은
$a(x^2-11x-4)=0$, $ax^2-11ax-4a=0$
이므로 $b=-11a$, $c=4a$
$bx^2+cx+a=0$에 $b=-11a$, $c=4a$를 대입하면
$-11ax^2+4ax+a=0$
즉, $11x^2-4x-1=0$에서 일차항의 계수가 짝수이므로
$x=\frac{-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-11\times(-1)}}{11}=\frac{2\pm\sqrt{15}}{11}$

123 답 ②

$x^2-x-1=0$의 두 근이 α, β이므로

$\alpha^2-\alpha-1=0$, $\beta^2-\beta-1=0$

또 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해 $\alpha\beta=-1$

$\therefore (\alpha^2-2\alpha-1)(\beta^2-2\beta-1)=(\alpha^2-\alpha-1-\alpha)(\beta^2-\beta-1-\beta)$

$=(-\alpha)\times(-\beta)$

$=\alpha\beta=-1$

124 답 ③

두 근을 a, $a+1$로 놓으면 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해

$a+(a+1)=25$, $2a=24$ $\quad\therefore a=12$

따라서 두 근이 12, 13이므로 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해

$n=12\times13=156$

125 답 2

$3<\sqrt{13}<4$에서 $1<-2+\sqrt{13}<2$이므로

정수 부분은 $a=1$

소수 부분은 $b=(-2+\sqrt{13})-1=-3+\sqrt{13}$

이차방정식 $ax^2+px+q=0$은 $x^2+px+q=0$이고 이 이차방정식의 한 근은 $x=-3+\sqrt{13}$이다.

이때 p, q는 유리수이므로 다른 한 근은 $x=-3-\sqrt{13}$이다.

이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해

$-p=(-3+\sqrt{13})+(-3-\sqrt{13})=-6$ $\quad\therefore p=6$

$q=(-3+\sqrt{13})(-3-\sqrt{13})=9-13=-4$

$\therefore p+q=6+(-4)=2$

126 답 ②

두 근이 -2, 3이고 x^2의 계수가 1인 이차방정식은

$(x+2)(x-3)=0$, $x^2-x-6=0$

$\therefore a=-1$, $b=-6$

따라서 이차방정식 $bx^2+ax+1=0$은

$-6x^2-x+1=0$, $6x^2+x-1=0$

$(2x+1)(3x-1)=0$ $\quad\therefore x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=\frac{1}{3}$

다른 풀이

이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해

$-a=-2+3=1$ $\quad\therefore a=-1$

$b=(-2)\times3=-6$

따라서 이차방정식 $bx^2+ax+1=0$은

$-6x^2-x+1=0$, $6x^2+x-1=0$

$(2x+1)(3x-1)=0$ $\quad\therefore x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=\frac{1}{3}$

127 답 ①

$x^2-4x+2=0$의 두 근이 p, q이므로 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해

$p+q=4$, $pq=2$

이때 $(p-2)+(q-2)=p+q-4=4-4=0$,

$(p-2)(q-2)=pq-2(p+q)+4=2-8+4=-2$

따라서 $p-2$, $q-2$를 두 근으로 하고 x^2의 계수가 3인 이차방정식은

$3(x^2-2)=0$ $\quad\therefore 3x^2-6=0$

128 답 10명

$\frac{n(n-1)}{2}=45$에서

$n^2-n=90$, $n^2-n-90=0$ ··· (i)

$(n+9)(n-10)=0$ $\quad\therefore n=-9$ 또는 $n=10$ ··· (ii)

이때 n은 자연수이므로 $n=10$

따라서 모임에 참가한 학생 수는 10명이다. ··· (iii)

채점 기준

(i) 이차방정식을 세워 정리하기	30%
(ii) 이차방정식 풀기	40%
(iii) 모임에 참가한 학생 수 구하기	30%

129 답 9

어떤 자연수를 x라 하면

$(x-3)^2=3(x+3)$, $x^2-6x+9=3x+9$

$x^2-9x=0$, $x(x-9)=0$ $\quad\therefore x=0$ 또는 $x=9$

이때 x는 자연수이므로 $x=9$

따라서 어떤 자연수는 9이다.

130 답 ④

연속하는 두 짝수를 x, $x+2$라 하면

$x^2+(x+2)^2=x(x+2)+52$

$x^2+x^2+4x+4=x^2+2x+52$

$x^2+2x-48=0$, $(x+8)(x-6)=0$

$\therefore x=-8$ 또는 $x=6$

이때 x는 자연수이므로 $x=6$

따라서 연속하는 두 짝수는 6, 8이므로 그 합은

$6+8=14$

131 답 ②

원숭이의 수를 x마리라 하면

$x-\left(\frac{1}{8}x\right)^2=12$, $x-\frac{1}{64}x^2=12$

$x^2-64x+768=0$, $(x-16)(x-48)=0$

$\therefore x=16$ 또는 $x=48$

이때 $0<x\leq20$이므로 $x=16$

따라서 원숭이는 모두 16마리이다.

132 답 ③

야구공이 지면에 떨어질 때의 높이는 0 m이므로

$-5t^2+10t+15=0$, $t^2-2t-3=0$

$(t+1)(t-3)=0$ $\quad\therefore t=-1$ 또는 $t=3$

이때 $t>0$이므로 $t=3$

따라서 야구공이 지면에 떨어지는 것은 야구공을 던져 올린 지 3초 후이다.

133 답 P(6, 3)

점 $P(a, b)$가 일차함수 $y=-2x+15$의 그래프 위에 있으므로

$b=-2a+15$

□OQPR의 넓이가 18이므로

$a(-2a+15)=18$

$2a^2-15a+18=0$, $(2a-3)(a-6)=0$

$\therefore a=\frac{3}{2}$ 또는 $a=6$

이때 a, b는 정수이므로 $a=6$

$b=-2a+15$에 $a=6$을 대입하면

$b=(-2)\times 6+15=3$

따라서 점 P의 좌표는 P(6, 3)이다.

134 답 $8\,\text{cm}^2$

처음 삼각형의 밑면의 길이를 x cm라 하면 높이는 x cm이므로

$\frac{1}{2}\times(x+4)\times(x+2)=3\times\left(\frac{1}{2}\times x\times x\right)$

$x^2+6x+8=3x^2$, $2x^2-6x-8=0$

$x^2-3x-4=0$, $(x+1)(x-4)=0$

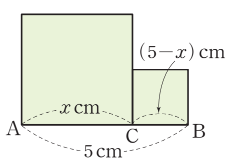
$\therefore x=-1$ 또는 $x=4$

이때 $x>0$이므로 $x=4$

따라서 처음 삼각형의 넓이는

$\frac{1}{2}\times 4\times 4=8(\text{cm}^2)$

135 답 $(10-5\sqrt{2})$ cm



$\overline{AC}=x$ cm라 하면

$\overline{BC}=(5-x)$ cm이므로

$x^2=2(5-x)^2$

$x^2=50-20x+2x^2$

즉, $x^2-20x+50=0$에서 일차항의 계수가 짝수이므로

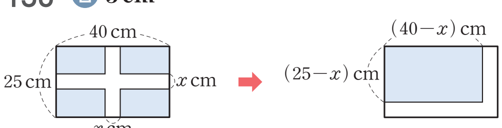
$x=\frac{-(-10)\pm\sqrt{(-10)^2-1\times 50}}{1}=10\pm 5\sqrt{2}$

이때 $x>5-x$이고 $5-x>0$이므로 $\frac{5}{2}<x<5$

$\therefore x=10-5\sqrt{2}$

따라서 $\overline{AC}$의 길이는 $(10-5\sqrt{2})$ cm이다.

136 답 5 cm



오려 낸 부분의 폭을 x cm라 하면 나머지 네 조각의 넓이의 합이 $700\,\text{cm}^2$이므로

$(40-x)(25-x)=700$, $x^2-65x+1000=700$

$x^2-65x+300=0$, $(x-5)(x-60)=0$

$\therefore x=5$ 또는 $x=60$

이때 $0<x<25$이므로 $x=5$

따라서 오려 낸 부분의 폭은 5 cm이다.

137 답 26 cm

처음 정사각형 모양의 색종이의 한 변의 길이를 x cm라 하면 네 귀퉁이를 잘라 만든 직육면체의 밑면의 가로, 세로의 길이는 모두 $(x-6)$ cm, 높이는 3 cm이므로

$3(x-6)^2=1200$, $(x-6)^2=400$

$x^2-12x+36=400$, $x^2-12x-364=0$

$(x+14)(x-26)=0$

$\therefore x=-14$ 또는 $x=26$

이때 $x>6$이므로 $x=26$

따라서 처음 정사각형 모양의 색종이의 한 변의 길이는 26 cm이다.

참고 만든 직육면체의 높이가 3 cm이므로 네 귀퉁이에서 잘라 낸 정사각형 한 변의 길이는 3 cm이다.

8 이차함수와 그 그래프

01 ①	02 10	03 ㄹ	04 $\frac{2}{3}$
05 ②	06 ④, ⑦	07 $k\neq-1$	08 ②
09 2	10 4	11 ④, ⑤	12 ③
13 ③	14 ①	15 ①	16 ①
17 ②, ⑤	18 ④	19 $y=-x^2$	20 $\frac{1}{4}$
21 6	22 ③	23 $-\frac{3}{4}$	24 3
25 $\frac{3}{2}$	26 $y=\frac{4}{9}x^2$	27 6	28 -2
29 ③	30 $\frac{4}{3}$	31 18	
32 $\mathrm{A}\left(-\frac{3}{4}, \frac{9}{16}\right)$		33 $\frac{4}{3}$	34 ③
35 ③	36 11	37 -4	38 ①
39 1	40 ②, ④, ⑥	41 $(0, -6)$	42 0
43 $y=\frac{3}{2}(x+1)^2$		44 ①	45 -9
46 ③, ⑤	47 -3	48 $y=2(x-3)^2$	
49 4	50 ②	51 10	52 ㄴ, ㄷ
53 $-\frac{1}{2}$, 3	54 1	55 ⑤	56 ①
57 ③	58 ①	59 ③	60 ①
61 $x<3$	62 $a<0$, $p>0$, $q>0$		63 ⑤
64 ②	65 ⑤	66 -7	67 1
68 -3	69 ①	70 $\frac{2}{3}$	
71 제1사분면, 제2사분면		72 ③	73 ③
74 ②	75 -1	76 ②	
77 ⓒ, ⓡ, ⓛ, ⓖ		78 ②, ③	79 1
80 -4	81 ③	82 ④	83 $\frac{1}{4}$
84 ②	85 -5	86 9	87 15
88 ①	89 2	90 3	91 ④
92 ③	93 제1사분면, 제2사분면		94 ③
95 $(0, 4)$	96 ①		

01 이차함수 $y=ax^2$의 그래프 (1)

핵심 유형 & 핵심 유형 완성하기

140~142쪽

01 답 ①

① $y=x(2x+3)-5$
$\quad=2x^2+3x-5$ (이차함수)

② 이차방정식

③ 일차함수

④ $y=x^2-x(x+4)$
$\quad=x^2-x^2-4x$
$\quad=-4x$ (일차함수)

⑤ $y=(2x+4)(x^2-2)$
$\quad=\underline{2x^3+4x^2-4x-8}$ → x에 대한 이차식이 아니다.

따라서 y가 x에 대한 이차함수인 것은 ①이다.

02 답 10

$f(x)=2x^2-5x-3$에서

$f(-1)=2\times(-1)^2-5\times(-1)-3=4$

$f(1)=2\times1^2-5\times1-3=-6$

$\therefore f(-1)-f(1)=4-(-6)=10$

03 답 ㄹ

ㄹ. $a<0$이면 $x>0$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.

04 답 $\frac{2}{3}$

$y=-\frac{2}{3}x^2$의 그래프와 x축에 대칭인 그래프의 식은 $y=\frac{2}{3}x^2$

$\therefore a=\frac{2}{3}$

05 답 ②

ㄱ. 일차함수

ㄴ. $y=x(10-x)$
$\quad=-x^2+10x$ (이차함수)

ㄷ. 이차항이 없으므로 이차함수가 아니다.

ㄹ. $y=(x-2)(x+3)-x^2$
$\quad=x^2+x-6-x^2$
$\quad=x-6$ (일차함수)

ㅁ. 이차함수

ㅂ. 분모에 이차항이 있으므로 이차함수가 아니다.

따라서 y가 x에 대한 이차함수인 것은 ㄴ, ㅁ이다.

06 답 ④, ⑦

① (거리)=(속력)×(시간)이므로 $y=100x$ (일차함수)

② (정육면체의 부피)=(가로의 길이)×(세로의 길이)×(높이)
$\quad$=(한 모서리의 길이)^3

이므로 $y=\underline{x^3}$ → x에 대한 이차식이 아니다.

③ (정삼각형의 둘레의 길이)$=3\times$(한 변의 길이)이므로

$y=3x$ (일차함수)

④ (원기둥의 부피)$=\pi\times$(밑면의 반지름의 길이)$^2\times$(높이)이므로

$y=10\pi x^2$ (이차함수)

⑤ (직사각형의 둘레의 길이)$=2\times\{$(가로의 길이)$+$(세로의 길이)$\}$ 이므로

$20=2(y+x)$, $10=y+x$ $\quad\therefore y=10-x$ (일차함수)

⑥ (밤의 길이)$=24-$(낮의 길이)이므로

$y=24-x$ (일차함수)

⑦ (직사각형의 넓이)$=$(가로의 길이)$\times$(세로의 길이)이므로

$y=x(x+4)=x^2+4x$ (이차함수)

따라서 y가 x에 대한 이차함수인 것은 ④, ⑦이다.

07 답 $k\neq-1$

$y=kx^2+(x-3)(x-1)$

$=kx^2+x^2-4x+3$

$=(k+1)x^2-4x+3$

이때 이차항의 계수가 0이 아니어야 하므로

$k+1\neq0$ $\quad\therefore k\neq-1$

08 답 ②

$f(x)=x^2+2x-3$에서

$f(2)=2^2+2\times2-3=5$

$f(-2)=(-2)^2+2\times(-2)-3=-3$

$\therefore f(2)+f(-2)=5+(-3)=2$

09 답 2

$f(x)=2x^2-3x-1$에서

$f(a)=2a^2-3a-1$

즉, $2a^2-3a-1=1$이므로

$2a^2-3a-2=0$, $(2a+1)(a-2)=0$

$\therefore a=-\frac{1}{2}$ 또는 $a=2$

이때 a가 정수이므로 $a=2$

10 답 4

$f(x)=-x^2+ax+5$에서 $f(-1)=2$이므로

$-(-1)^2+a\times(-1)+5=2$

$-1-a+5=2$ $\quad\therefore a=2$

즉, $f(x)=-x^2+2x+5$에서 $f(3)=b$이므로

$-3^2+2\times3+5=b$ $\quad\therefore b=2$

$\therefore ab=2\times2=4$

11 답 ④, ⑤

④ 제3사분면과 제4사분면을 지난다.

⑤ $x<0$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.

따라서 옳지 않은 것은 ④, ⑤이다.

12 답 ③

① 각 그래프의 꼭짓점은 원점 $(0,\ 0)$으로 모두 같다.

③ $\left|\frac{1}{5}\right|<\left|-\frac{3}{4}\right|=\left|\frac{3}{4}\right|<|2|=|-2|<|-5|$이므로 그래프의 폭이 가장 좁은 것은 이차항의 계수의 절댓값이 가장 큰 $y=-5x^2$이다.

따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

13 답 ③

주어진 이차함수의 그래프 중 아래로 볼록한 것은 이차항의 계수가 양수인

$y=\frac{1}{2}x^2$, $y=\frac{5}{6}x^2$, $y=2x^2$

이때 $\frac{1}{2}<\frac{5}{6}<2$이므로 그래프의 폭이 가장 넓은 것은 이차항의 계수의 절댓값이 가장 작은 $y=\frac{1}{2}x^2$이다.

따라서 아래로 볼록하면서 폭이 가장 넓은 것은 ③이다.

14 답 ①

$y=ax^2$의 그래프의 폭이 $y=-3x^2$의 그래프보다 넓고 $y=-\frac{3}{4}x^2$의 그래프보다 좁으므로

$\left|-\frac{3}{4}\right|<|a|<|-3|$, $\frac{3}{4}<|a|<3$

$\therefore -3<a<-\frac{3}{4}$ 또는 $\frac{3}{4}<a<3$

이때 $a<0$이므로 $-3<a<-\frac{3}{4}$

따라서 상수 a의 값이 될 수 없는 것은 ①이다.

15 답 ①

$y=ax^2$의 그래프가 색칠한 부분을 지나려면

(i) $a>0$인 경우

$y=ax^2$의 그래프의 폭이 $y=4x^2$의 그래프보다 넓어야 하므로

$|a|<|4|$, 즉 $|a|<4$이므로 $-4<a<4$

이때 $a>0$이므로 $0<a<4$

(ii) $a<0$인 경우

$y=ax^2$의 그래프의 폭이 $y=-x^2$의 그래프보다 넓어야 하므로

$|a|<|-1|$, 즉 $|a|<1$이므로 $-1<a<1$

이때 $a<0$이므로 $-1<a<0$

(i), (ii)에 의해 $-1<a<0$ 또는 $0<a<4$

따라서 그래프가 색칠한 부분을 지나지 않는 것은 ①이다.

만렙 비법 $y=ax^2$에서 $a>0$인 경우와 $a<0$인 경우로 나누어 a의 값의 범위를 구한다.

16 답 ①

$y=5x^2$의 그래프와 x축에 대칭인 그래프의 식은 $y=-5x^2$

17 답 ②, ⑤

x축에 서로 대칭인 그래프는 ㄱ과 ㅁ, ㄷ과 ㅂ이다.

02 이차함수 $y=ax^2$의 그래프 (2)

핵심 유형 & 핵심 유형 완성하기 143~145쪽

18 답 ④

$y=ax^2$에 $x=2$, $y=-8$을 대입하면

$-8=a\times 2^2$, $-8=4a$ $\qquad \therefore a=-2$

$y=-2x^2$에 $x=1$, $y=b$를 대입하면

$b=(-2)\times 1^2=-2$

$\therefore a+b=-2+(-2)=-4$

19 답 $y=-x^2$

그래프의 꼭짓점이 원점이므로 구하는 이차함수의 식을 $y=ax^2$으로 놓을 수 있다.

이 그래프가 점 $(2, -4)$를 지나므로

$y=ax^2$에 $x=2$, $y=-4$를 대입하면

$-4=a\times 2^2$, $-4=4a$ $\qquad \therefore a=-1$

따라서 구하는 이차함수의 식은 $y=-x^2$이다.

20 답 $\frac{1}{4}$

점 D의 y좌표가 9이므로 $y=x^2$에 $y=9$를 대입하면

$9=x^2$ $\qquad \therefore x=\pm 3$

이때 점 D의 x좌표가 양수이므로 $D(3, 9)$

$\overline{CD}=\overline{DE}=3$이므로 $\overline{CE}=6$

$\therefore E(6, 9)$

점 $E(6, 9)$는 $y=ax^2$의 그래프 위의 점이므로

$9=a\times 6^2$, $9=36a$ $\qquad \therefore a=\frac{1}{4}$

21 답 6

$y=ax^2$에 $x=3$, $y=6$을 대입하면

$6=a\times 3^2$, $6=9a$ $\qquad \therefore a=\frac{2}{3}$

$y=\frac{2}{3}x^2$에 $x=b$, $y=24$를 대입하면

$24=\frac{2}{3}b^2$, $b^2=36$ $\qquad \therefore b=\pm 6$

이때 $b>0$이므로 $b=6$

22 답 ③

주어진 점의 좌표를 각각 대입하면

① $0=2\times 0^2$

② $2=2\times 1^2$

③ $1\neq 2\times\left(-\frac{1}{4}\right)^2$

④ $8=2\times 2^2$

⑤ $\frac{1}{2}=2\times\left(\frac{1}{2}\right)^2$

따라서 $y=2x^2$의 그래프 위의 점이 아닌 것은 ③이다.

23 답 $-\frac{3}{4}$

$y=-4x^2$에 $x=a$, $y=3a$를 대입하면

$3a=-4a^2$, $4a^2+3a=0$

$a(4a+3)=0$ $\qquad \therefore a=0$ 또는 $a=-\frac{3}{4}$

이때 $a\neq 0$이므로 $a=-\frac{3}{4}$

24 답 3

$y=ax^2$의 그래프와 x축에 서로 대칭인 그래프의 식은 $y=-ax^2$

이 그래프가 점 $(3, -27)$을 지나므로

$y=-ax^2$에 $x=3$, $y=-27$을 대입하면

$-27=-a\times 3^2$, $9a=27$ $\qquad \therefore a=3$

25 답 $\frac{3}{2}$

$y=-2x^2$의 그래프와 x축에 서로 대칭인 그래프의 식은

$y=2x^2$ $\qquad$ ··· (i)

이 그래프가 점 $(p, p+3)$을 지나므로

$y=2x^2$에 $x=p$, $y=p+3$을 대입하면

$p+3=2p^2$, $2p^2-p-3=0$

$(p+1)(2p-3)=0$ $\qquad \therefore p=-1$ 또는 $p=\frac{3}{2}$

이때 $p>0$이므로 $p=\frac{3}{2}$ $\qquad$ ··· (ii)

채점 기준

(i) x축에 서로 대칭인 그래프의 식 구하기	50%
(ii) p의 값 구하기	50%

26 답 $y=\frac{4}{9}x^2$

그래프의 꼭짓점이 원점이므로 구하는 이차함수의 식을 $y=ax^2$으로 놓을 수 있다.

이 그래프가 점 $(-3, 4)$를 지나므로

$y=ax^2$에 $x=-3$, $y=4$를 대입하면

$4=a\times(-3)^2$, $4=9a$ $\qquad \therefore a=\frac{4}{9}$

따라서 구하는 이차함수의 식은 $y=\frac{4}{9}x^2$이다.

27 답 6

이차함수 $y=f(x)$의 그래프는 꼭짓점이 원점이므로 이차함수의 식을 $y=ax^2$으로 놓을 수 있다. $\qquad$ ··· (i)

이 그래프가 점 $(2, 6)$을 지나므로

$y=ax^2$에 $x=2$, $y=6$을 대입하면

$6=a\times 2^2$, $6=4a$ $\qquad \therefore a=\frac{3}{2}$

따라서 $y=\frac{3}{2}x^2$, 즉 $f(x)=\frac{3}{2}x^2$이므로 $\qquad$ ··· (ii)

$f(-2)=\frac{3}{2}\times(-2)^2=6$ $\qquad$ ··· (iii)

채점 기준

(i) 이차함수의 식을 $y=ax^2$으로 놓기	20%
(ii) 이차함수의 식 구하기	40%
(iii) $f(-2)$의 값 구하기	40%

28 답 -2

그래프의 꼭짓점이 원점이므로 이차함수의 식을 $y=ax^2$으로 놓을 수 있다.
이 그래프가 점 $(3,\ -18)$을 지나므로
$-18=a\times3^2,\ -18=9a \qquad \therefore a=-2$
$y=-2x^2$의 그래프가 점 $(p,\ -8)$을 지나므로
$-8=-2p^2,\ p^2=4 \qquad \therefore p=\pm2$
이때 $p<0$이므로 $p=-2$

29 답 ③

그래프의 꼭짓점이 원점이므로 이차함수의 식을 $y=ax^2$으로 놓을 수 있다.
이 그래프가 점 $(-6,\ 12)$를 지나므로
$12=a\times(-6)^2,\ 12=36a \qquad \therefore a=\frac{1}{3}$
$y=\frac{1}{3}x^2$의 그래프와 x축에 서로 대칭인 그래프의 식은
$y=-\frac{1}{3}x^2$
이 그래프가 점 $(m,\ -27)$을 지나므로
$-27=-\frac{1}{3}m^2,\ m^2=81 \qquad \therefore m=\pm9$
이때 $m>0$이므로 $m=9$

30 답 $\frac{4}{3}$

점 R의 y좌표가 3이므로 $y=\frac{1}{3}x^2$에 $y=3$을 대입하면
$3=\frac{1}{3}x^2,\ x^2=9 \qquad \therefore x=\pm3$
이때 점 R의 x좌표가 양수이므로 $\mathrm{R}(3,\ 3)$
$\overline{\mathrm{PQ}}=\overline{\mathrm{QR}}$이므로 $\overline{\mathrm{PQ}}=\frac{1}{2}\overline{\mathrm{PR}}=\frac{3}{2}$
$\therefore \mathrm{Q}\left(\frac{3}{2},\ 3\right)$
점 $\mathrm{Q}\left(\frac{3}{2},\ 3\right)$은 $y=ax^2$의 그래프 위의 점이므로
$3=a\times\left(\frac{3}{2}\right)^2,\ 3=\frac{9}{4}a \qquad \therefore a=\frac{4}{3}$

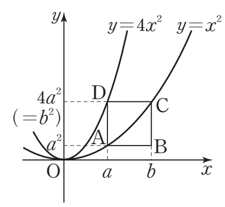
31 답 18

점 $\mathrm{A}(-2,\ -1)$은 $y=ax^2$의 그래프 위의 점이므로
$-1=a\times(-2)^2,\ -1=4a \qquad \therefore a=-\frac{1}{4}$
이때 $y=-\frac{1}{4}x^2$의 그래프는 y축에 대칭이고, $\overline{\mathrm{BC}}=8$이므로 점 C의 x좌표는 4이다.
즉, 점 C의 y좌표는 $y=\left(-\frac{1}{4}\right)\times4^2=-4$
따라서 사다리꼴 ABCD에서 $\overline{\mathrm{AD}}=4,\ \overline{\mathrm{BC}}=8$이고
높이가 $|-1-(-4)|=3$이므로
$\square\mathrm{ABCD}=\frac{1}{2}\times(4+8)\times3=18$

32 답 $\mathrm{A}\left(-\frac{3}{4},\ \frac{9}{16}\right)$

점 B의 x좌표를 a라 하면 $\mathrm{B}(a,\ a^2)$이고, $y=x^2$의 그래프는 y축에 대칭이므로 $\mathrm{A}(-a,\ a^2)$
이때 점 C는 점 B와 x좌표가 같고, $y=-\frac{1}{3}x^2$의 그래프 위의 점이므로 $\mathrm{C}\left(a,\ -\frac{1}{3}a^2\right)$
즉, $\overline{\mathrm{AB}}=a-(-a)=2a,\ \overline{\mathrm{BC}}=a^2-\left(-\frac{1}{3}a^2\right)=\frac{4}{3}a^2$이므로
$2a : \frac{4}{3}a^2=2 : 1,\ \frac{8}{3}a^2=2a$
$4a^2-3a=0,\ a(4a-3)=0 \qquad \therefore a=0$ 또는 $a=\frac{3}{4}$
이때 $a>0$이므로 $a=\frac{3}{4} \qquad \therefore \mathrm{A}\left(-\frac{3}{4},\ \frac{9}{16}\right)$

33 답 $\frac{4}{3}$



점 A의 x좌표를 a, 점 B의 x좌표를 b라 하면
$\mathrm{A}(a,\ a^2),\ \mathrm{B}(b,\ a^2),$
$\mathrm{C}(b,\ b^2),\ \mathrm{D}(a,\ 4a^2)$
이때 두 점 C, D의 y좌표가 같으므로
$b^2=4a^2 \qquad \therefore b=\pm2a$
이때 $a>0,\ b>0$이므로 $b=2a$
$\overline{\mathrm{AB}}=b-a,\ \overline{\mathrm{AD}}=4a^2-a^2=3a^2$이고 $\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{AD}}$이므로
$b-a=3a^2$
이 식에 $b=2a$를 대입하면
$2a-a=3a^2,\ 3a^2-a=0$
$a(3a-1)=0 \qquad \therefore a=0$ 또는 $a=\frac{1}{3}$
이때 $a>0$이므로 $a=\frac{1}{3}$
$\therefore b=2a=2\times\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$
따라서 $\overline{\mathrm{AB}}=b-a=\frac{2}{3}-\frac{1}{3}=\frac{1}{3}$이므로 $\square$ABCD의 둘레의 길이는
$4\times\frac{1}{3}=\frac{4}{3}$

03 이차함수의 그래프의 성질 (1)

핵심 유형 & 핵심 유형 완성하기 146~149쪽

34 답 ③

$y=2x^2$의 그래프를 y축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=2x^2-1$
이 그래프가 점 $(-1,\ k)$를 지나므로
$k=2\times(-1)^2-1=1$

35 답 ③

$y=x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=(x-2)^2$

36 답 **11**

$y=-\frac{1}{2}(x-5)^2-6$의 그래프는 $y=-\frac{1}{2}x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 5만큼, y축의 방향으로 -6만큼 평행이동한 것이다.

따라서 $p=5$, $q=-6$이므로

$p-q=5-(-6)=11$

37 답 **-4**

$y=\frac{2}{3}x^2$의 그래프를 y축의 방향으로 k만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=\frac{2}{3}x^2+k$

이 그래프가 점 $(-3,\ 2)$를 지나므로

$2=\frac{2}{3}\times(-3)^2+k$, $2=6+k$

$\therefore\ k=-4$

38 답 ①

$y=\frac{1}{3}x^2-1$의 그래프는 아래로 볼록한 포물선이고, 꼭짓점의 좌표가 $(0,\ -1)$이므로 그래프로 적당한 것은 ①이다.

39 답 **1**

$y=\frac{1}{2}x^2$의 그래프를 y축의 방향으로 3만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=\frac{1}{2}x^2+3$

이 그래프가 점 $(a,\ 11)$을 지나므로

$11=\frac{1}{2}a^2+3$, $a^2=16$ $\quad\therefore\ a=\pm4$

이때 $a<0$이므로 $a=-4$

또 $y=\frac{1}{2}x^2+3$의 그래프가 점 $(-2,\ b)$를 지나므로

$b=\frac{1}{2}\times(-2)^2+3=5$

$\therefore\ a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$

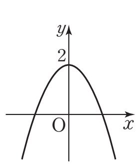
$=(-4+5)^2=1$

40 답 ②, ④, ⑥

② 축의 방정식은 $x=0$이다.

④ $y=-\frac{1}{2}x^2$의 그래프를 y축의 방향으로 2만큼 평행이동한 것이다.

⑤ $y=-\frac{1}{2}x^2+2$의 그래프는 위로 볼록한 포물선이고, 꼭짓점의 좌표가 $(0,\ 2)$이므로 오른쪽 그림과 같다.



따라서 모든 사분면을 지난다.

⑥ $x<0$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.

따라서 옳지 않은 것은 ②, ④, ⑥이다.

41 답 **(0, -6)**

$y=3x^2+q$의 그래프가 점 $(2,\ 6)$을 지나므로

$6=3\times2^2+q$, $6=12+q$ $\quad\therefore\ q=-6$

$\therefore\ y=3x^2-6$

따라서 이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(0,\ -6)$이다.

42 답 **0**

그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(0,\ 1)$이므로 $p=1$

즉, $y=ax^2+1$의 그래프가 점 $(1,\ 2)$를 지나므로

$2=a\times1^2+1$ $\quad\therefore\ a=1$

$\therefore\ a-p=1-1=0$

43 답 **$y=\frac{3}{2}(x+1)^2$**

그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(-1,\ 0)$이고, $y=\frac{3}{2}x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 평행이동한 것이므로 이차함수의 식은

$y=\frac{3}{2}(x+1)^2$

44 답 ①

$y=3(x+1)^2$의 그래프는 아래로 볼록한 포물선이고, 꼭짓점의 좌표가 $(-1,\ 0)$이므로 그래프로 적당한 것은 ①이다.

45 답 **-9**

$y=-x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 a만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=-(x-a)^2$

이 그래프가 점 $(2,\ -4)$를 지나므로

$-4=-(2-a)^2$, $-4=-4+4a-a^2$

$a^2-4a=0$, $a(a-4)=0$

$\therefore\ a=0$ 또는 $a=4$

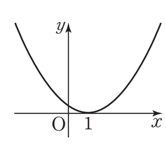
이때 $a>0$이므로 $a=4$

즉, $y=-(x-4)^2$의 그래프가 점 $(1,\ k)$를 지나므로

$k=-(1-4)^2=-9$

46 답 ③, ⑤

③ $y=\frac{1}{3}(x-1)^2$의 그래프는 아래로 볼록한 포물선이고, 꼭짓점의 좌표가 $(1,\ 0)$이므로 오른쪽 그림과 같다.



따라서 제1사분면과 제2사분면을 지난다.

⑤ 이차함수 $y=\frac{1}{3}x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이다.

따라서 옳지 않은 것은 ③, ⑤이다.

47 답 -3

그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(-2,\ 0)$이므로 $p=-2$

즉, $y=a(x+2)^2$의 그래프가 점 $(0,\ -4)$를 지나므로

$-4=a\times(0+2)^2,\ -4=4a \qquad \therefore a=-1$

$\therefore a+p=-1+(-2)=-3$

48 답 $y=2(x-3)^2$

꼭짓점이 x축 위에 있고, 축의 방정식이 $x=3$이므로 이차함수의 식을 $y=a(x-3)^2$으로 놓을 수 있다.

이 그래프가 점 $(5,\ 8)$을 지나므로

$8=a\times(5-3)^2,\ 8=4a \qquad \therefore a=2$

따라서 구하는 이차함수의 식은 $y=2(x-3)^2$이다.

49 답 4

$y=a(x-3)^2-1$의 그래프는 $y=2x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 3만큼, y축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 것이다.

따라서 $a=2,\ b=3,\ c=-1$이므로

$a+b+c=2+3+(-1)=4$

50 답 ②

$y=-(x-2)^2-1$의 그래프는 위로 볼록한 포물선이고, 꼭짓점의 좌표가 $(2,\ -1)$이므로 그래프로 적당한 것은 ②이다.

51 답 10

$y=2x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 -3만큼, y축의 방향으로 a만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=2(x+3)^2+a$ ⋯ (i)

이 그래프가 점 $(-4,\ -2)$를 지나므로

$-2=2\times(-4+3)^2+a,\ -2=2+a$

$\therefore a=-4$ ⋯ (ii)

즉, $y=2(x+3)^2-4$의 그래프가 점 $(0,\ b)$를 지나므로

$b=2\times(0+3)^2-4=14$ ⋯ (iii)

$\therefore a+b=-4+14=10$ ⋯ (iv)

채점 기준

(i) 평행이동한 그래프의 식 구하기	30%
(ii) a의 값 구하기	30%
(iii) b의 값 구하기	30%
(iv) $a+b$의 값 구하기	10%

52 답 ㄴ, ㄷ

ㄴ. 축의 방정식은 $x=-2$이다.

ㄷ. y의 값의 범위는 $y\geq-1$이다.

ㄹ. $y=\frac{1}{3}(x+2)^2-1$에 $x=0$을 대입하면

$y=\frac{1}{3}\times(0+2)^2-1=\frac{1}{3}$

따라서 점 $\left(0,\ \frac{1}{3}\right)$을 지난다.

따라서 옳지 않은 것은 ㄴ, ㄷ이다.

53 답 $-\frac{1}{2},\ 3$

그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(p,\ 2p^2)$이고, 이 점이 직선 $y=5x+3$ 위에 있으므로

$2p^2=5p+3,\ 2p^2-5p-3=0$

$(2p+1)(p-3)=0 \qquad \therefore p=-\frac{1}{2}$ 또는 $p=3$

54 답 1

그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(2,\ 1)$이므로 $p=2,\ q=1$

즉, $y=a(x-2)^2+1$의 그래프가 점 $(0,\ 3)$을 지나므로

$3=a\times(0-2)^2+1,\ 3=4a+1 \qquad \therefore a=\frac{1}{2}$

$\therefore apq=\frac{1}{2}\times2\times1=1$

55 답 ⑤

그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(-1,\ 2)$이므로 이차함수의 식을 $y=a(x+1)^2+2$로 놓을 수 있다.

이 그래프가 점 $(3,\ 18)$을 지나므로

$18=a\times(3+1)^2+2,\ 18=16a+2 \qquad \therefore a=1$

$\therefore y=(x+1)^2+2$

주어진 점의 좌표를 각각 대입하면

① $6=(-3+1)^2+2$ ② $3=(-2+1)^2+2$

③ $3=(0+1)^2+2$ ④ $6=(1+1)^2+2$

⑤ $23\neq(4+1)^2+2$

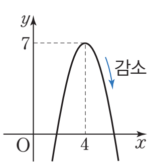
따라서 $y=(x+1)^2+2$의 그래프 위의 점이 아닌 것은 ⑤이다.

04 이차함수의 그래프의 성질 (2)

핵심 유형 & 핵심 유형 완성하기 150~153쪽

56 답 ①

$y=-3(x-4)^2+7$의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 $x>4$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.



57 답 ③

그래프가 아래로 볼록한 포물선이므로 $a>0$

꼭짓점 $(p,\ q)$가 제3사분면 위에 있으므로 $p<0,\ q<0$

58 답 ①

$y=-3(x-2)^2+3$의 그래프를 x축의 방향으로 a만큼, y축의 방향으로 b만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=-3(x-a-2)^2+3+b$

이 그래프가 $y=-3x^2$의 그래프와 일치하므로

$-a-2=0$, $3+b=0$ $\qquad \therefore a=-2$, $b=-3$

$\therefore a+b=-2+(-3)=-5$

다른 풀이

$y=-3(x-2)^2+3$의 그래프에서 꼭짓점의 평행이동을 생각하면

$$(2,\ 3) \xrightarrow[y\text{축의 방향으로 }b\text{만큼}]{x\text{축의 방향으로 }a\text{만큼}} (2+a,\ 3+b)$$

즉, 꼭짓점의 좌표 $(2+a,\ 3+b)$가 $y=-3x^2$의 그래프의 꼭짓점의 좌표 $(0,\ 0)$과 일치하므로

$2+a=0$, $3+b=0$ $\qquad \therefore a=-2$, $b=-3$

$\therefore a+b=-2+(-3)=-5$

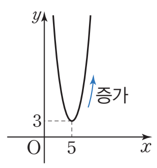
59 답 ③

$y=-2(x-2)^2+5$의 그래프를 x축에 대하여 대칭이동한 그래프의 식은

$-y=-2(x-2)^2+5$ $\qquad \therefore y=2(x-2)^2-5$

60 답 ①

$y=2(x-5)^2+3$의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 $x>5$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.

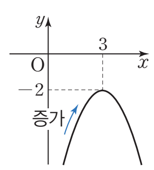


61 답 $x<3$

$y=-\frac{2}{3}x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 3만큼, y축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=-\frac{2}{3}(x-3)^2-2$

이 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 $x<3$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.



62 답 $a<0$, $p>0$, $q>0$

그래프가 위로 볼록한 포물선이므로 $a<0$

꼭짓점 $(-p,\ q)$가 제2사분면 위에 있으므로

$-p<0$, $q>0$ $\qquad \therefore p>0$, $q>0$

63 답 ⑤

① 그래프가 아래로 볼록한 포물선이므로 $a>0$

② 꼭짓점 $(0,\ q)$가 x축보다 아래쪽에 있으므로 $q<0$

③ $a+q$의 부호는 알 수 없다.

④ $a>0$, $q<0$이므로 $aq<0$

⑤ $a>0$, $q<0$이므로 $a-q>0$

따라서 항상 옳은 것은 ⑤이다.

64 답 ②

$y=ax+b$의 그래프가 오른쪽 위로 향하므로

(기울기)>0 $\qquad \therefore a>0$

또 x축보다 아래쪽에서 y축과 만나므로

(y절편)<0 $\qquad \therefore b<0$

즉, $y=a(x-b)^2$의 그래프는 $a>0$이므로 아래로 볼록한 포물선이고, 꼭짓점의 좌표 $(b,\ 0)$에서 $b<0$이므로 꼭짓점은 x축 위의 점이며 y축보다 왼쪽에 있다.

따라서 $y=a(x-b)^2$의 그래프로 적당한 것은 ②이다.

65 답 ⑤

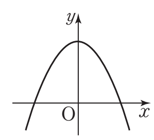
$y=a(x-p)^2+q$의 그래프가 아래로 볼록한 포물선이므로 $a>0$

꼭짓점 $(p,\ q)$가 제4사분면 위에 있으므로 $p>0$, $q<0$

$\therefore aq<0$, $p>0$

즉, $y=aqx^2+p$의 그래프는 $aq<0$이므로 위로 볼록한 포물선이고, 꼭짓점의 좌표 $(0,\ p)$에서 $p>0$이므로 꼭짓점은 y축 위의 점이며 x축보다 위쪽에 있다.

따라서 $y=aqx^2+p$의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 모든 사분면을 지난다.



66 답 -7

$y=(x+3)^2-2$의 그래프를 x축의 방향으로 -2만큼, y축의 방향으로 5만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=(x+2+3)^2-2+5=(x+5)^2+3$

이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-5,\ 3)$이므로 $p=-5$, $q=3$

축의 방정식은 $x=-5$이므로 $m=-5$

$\therefore p+q+m=-5+3+(-5)=-7$

다른 풀이

$y=(x+3)^2-2$의 그래프에서 꼭짓점의 평행이동을 생각하면

$$(-3,\ -2) \xrightarrow[y\text{축의 방향으로 }5\text{만큼}]{x\text{축의 방향으로 }-2\text{만큼}} (-3+(-2),\ -2+5)$$

즉, 꼭짓점의 좌표가 $(-5,\ 3)$이므로 $p=-5$, $q=3$

또 축의 방정식은 $x=-5$이므로 $m=-5$

$\therefore p+q+m=-5+3+(-5)=-7$

67 답 1

$y=4x^2+1$의 그래프를 x축의 방향으로 k만큼, y축의 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=4(x-k)^2+1+2=4(x-k)^2+3$

이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(k,\ 3)$이고, 이 점이 직선 $y=-2x+5$ 위에 있으므로

$3=-2k+5$, $2k=2$ $\qquad \therefore k=1$

다른 풀이

$y=4x^2+1$의 그래프에서 꼭짓점의 평행이동을 생각하면

$$(0,\ 1) \xrightarrow[y\text{축의 방향으로 }2\text{만큼}]{x\text{축의 방향으로 }k\text{만큼}} (0+k,\ 1+2)$$

즉, 꼭짓점 $(k,\ 3)$이 직선 $y=-2x+5$ 위에 있으므로

$3=-2k+5$, $2k=2$ $\qquad \therefore k=1$

68 답 -3

$y=-3(x-2)^2+5$의 그래프를 x축의 방향으로 1만큼, y축의 방향으로 -5만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=-3(x-1-2)^2+5-5$

$\therefore y=-3(x-3)^2$ $\cdots$ (i)

이 그래프가 점 $(4,\ k)$를 지나므로

$k=(-3)\times(4-3)^2=-3$ $\cdots$ (ii)

채점 기준

(i) 평행이동한 그래프의 식 구하기	50%
(ii) k의 값 구하기	50%

69 답 ①

$y=-3(x+2)^2+1$의 그래프를 y축에 대하여 대칭이동한 그래프의 식은

$y=-3(-x+2)^2+1$ $\quad\therefore y=-3(x-2)^2+1$

70 답 $\frac{2}{3}$

$y=a(x-1)^2-3$의 그래프를 x축에 대하여 대칭이동한 그래프의 식은

$-y=a(x-1)^2-3$ $\quad\therefore y=-a(x-1)^2+3$

이 그래프가 점 $\left(-1,\ \frac{1}{3}\right)$을 지나므로

$\frac{1}{3}=-a\times(-1-1)^2+3,\ \frac{1}{3}=-4a+3$ $\quad\therefore a=\frac{2}{3}$

71 답 제1사분면, 제2사분면

$y=\frac{1}{2}(x+2)^2+3$의 그래프를 y축에 대하여 대칭이동한 그래프의 식은

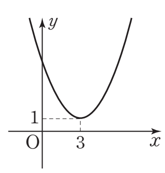
$y=\frac{1}{2}(-x+2)^2+3$ $\quad\therefore y=\frac{1}{2}(x-2)^2+3$

이 그래프를 x축의 방향으로 1만큼, y축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=\frac{1}{2}(x-1-2)^2+3-2$ $\quad\therefore y=\frac{1}{2}(x-3)^2+1$

이 그래프는 아래로 볼록한 포물선이고, 꼭짓점의 좌표가 $(3,\ 1)$이므로 오른쪽 그림과 같다.

따라서 제1사분면과 제2사분면을 지난다.



핵심 유형 최종 점검하기 154~157쪽

72 답 ③

ㄱ. $y=200x$ (일차함수)

ㄴ. (소금의 양)$=\frac{(\text{소금물의 농도})}{100}\times$(소금물의 양)이므로

$y=\frac{x}{100}(200+x)=\frac{1}{100}x^2+2x$ (이차함수)

ㄷ. (구의 겉넓이)$=4\pi\times$(반지름의 길이)^{2}이므로

$y=4\pi x^2$ (이차함수)

ㄹ. $y=x(x-50)=x^2-50x$ (이차함수)

ㅁ. (사다리꼴의 넓이)

$=\frac{1}{2}\times\{$(윗변의 길이)$+$(아랫변의 길이)$\}\times$(높이)

이므로 $y=\frac{1}{2}\times\{x+(x+2)\}\times 4=4x+4$ (일차함수)

따라서 y가 x에 대한 이차함수인 것은 ㄴ, ㄷ, ㄹ이다.

73 답 ③

$y=(x+4)^2-ax^2-1=x^2+8x+16-ax^2-1$

$=(1-a)x^2+8x+15$

이때 이차항의 계수가 0이 아니어야 하므로

$1-a\neq 0$ $\quad\therefore a\neq 1$

74 답 ②

$f(x)=\frac{1}{2}x^2-2x+4$에서 $f(p)=p$이므로

$\frac{1}{2}p^2-2p+4=p,\ \frac{1}{2}p^2-3p+4=0$

$p^2-6p+8=0,\ (p-2)(p-4)=0$

$\therefore p=2$ 또는 $p=4$

이때 $p>2$이므로 $p=4$

75 답 -1

$f(x)=x^2+ax-b$에서 $f(-2)=-7$이므로

$(-2)^2+a\times(-2)-b=-7$

$2a+b=11$ $\cdots$ ㉠

$f(x)=x^2+ax-b$에서 $f(2)=5$이므로

$2^2+a\times 2-b=5$

$2a-b=1$ $\cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=3,\ b=5$

따라서 $f(x)=x^2+3x-5$이므로

$f(1)=1^2+3\times 1-5=-1$

76 답 ②

ㄴ. $y=4x^2$에 $x=-3$을 대입하면

$y=4\times(-3)^2=36$

따라서 점 $(-3,\ 36)$을 지난다.

ㄹ. $x<0$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

77 답 ㉢, ㉣, ㉡, ㉠

$y=ax^2$의 그래프는 a의 절댓값이 클수록 그래프의 폭이 좁아진다.

즉, $a>0$이면 a의 값이 클수록 그래프의 폭이 좁아지고 $a<0$이면 a의 값이 작을수록 그래프의 폭이 좁아진다.

또 $y=ax^2$의 그래프는 $a>0$이면 아래로 볼록하고, $a<0$이면 위로 볼록하므로

㉠과 ㉡은 $a>0$, ㉢과 ㉣은 $a<0$

따라서 a의 값이 작은 것부터 차례로 나열하면 ㉢, ㉣, ㉡, ㉠이다.

78 답 ②, ③

x축에 서로 대칭인 그래프는 ㄱ과 ㅂ, ㄴ과 ㄷ이다.

79 답 1

$y=ax^2$에 $x=-3$, $y=18$을 대입하면

$18=a\times(-3)^2$, $18=9a$ $\quad\therefore a=2$

$y=2x^2$에 $x=\frac{1}{2}$, $y=b$를 대입하면

$b=2\times\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{2}$

$\therefore ab=2\times\frac{1}{2}=1$

80 답 -4

$y=\frac{3}{2}x^2$의 그래프와 x축에 서로 대칭인 그래프의 식은

$y=-\frac{3}{2}x^2$ … (i)

이 그래프가 점 $(k, -6)$을 지나므로

$-6=-\frac{3}{2}k^2$, $k^2=4$ $\quad\therefore k=\pm2$ … (ii)

따라서 구하는 모든 k의 값의 곱은

$(-2)\times2=-4$ … (iii)

채점 기준

(i) x축에 서로 대칭인 그래프의 식 구하기	40%
(ii) k의 값 구하기	40%
(iii) 모든 k의 값의 곱 구하기	20%

81 답 ③

㈎에서 구하는 이차함수의 식을 $y=ax^2$으로 놓을 수 있다.

㈏에서 그래프가 아래로 볼록하고 ㈐에서 $y=-x^2$의 그래프보다 폭이 넓으므로 $0<a<1$

따라서 주어진 조건을 모두 만족시키는 이차함수의 식은 ③이다.

82 답 ④

이차함수 $y=f(x)$의 그래프는 꼭짓점이 원점이므로 이차함수의 식을 $y=ax^2$으로 놓을 수 있다.

이 그래프가 점 $(4, -6)$을 지나므로

$-6=a\times4^2$, $-6=16a$ $\quad\therefore a=-\frac{3}{8}$

$y=-\frac{3}{8}x^2$의 그래프가 점 $(-2, k)$를 지나므로

$k=\left(-\frac{3}{8}\right)\times(-2)^2=-\frac{3}{2}$

83 답 $\frac{1}{4}$

□ABCD는 평행사변형이므로 $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$, $\overline{AD}=\overline{BC}$

$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$에서 $\overline{AD}$는 x축에 평행하므로 두 점 A, D의 y좌표는 4이다.

또 $\overline{AD}=\overline{BC}$에서 $\overline{BC}=8$이므로

$\overline{AD}=8$

이때 $y=ax^2$의 그래프는 y축에 대칭이므로

$A(-4, 4)$, $D(4, 4)$

따라서 점 $D(4, 4)$가 $y=ax^2$의 그래프 위의 점이므로

$4=a\times4^2$, $4=16a$ $\quad\therefore a=\frac{1}{4}$

84 답 ②

$y=-x^2+3$의 그래프를 x축의 방향으로 4만큼, y축의 방향으로 -3만큼 평행이동하면 $y=-(x-4)^2$의 그래프와 완전히 포개어진다.

따라서 평행이동하면 서로 포갤 수 있는 그래프는 ㄴ, ㅂ이다.

85 답 -5

그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(0, 3)$이고, $y=-2x^2$의 그래프를 y축의 방향으로 평행이동한 것이므로 이차함수의 식은

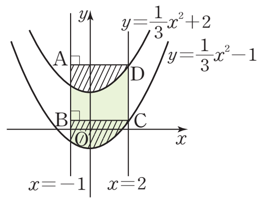
$y=-2x^2+3$

이 그래프가 점 $(2, k)$를 지나므로

$k=(-2)\times2^2+3=-5$

86 답 9

두 이차함수 $y=\frac{1}{3}x^2+2$와 $y=\frac{1}{3}x^2-1$의 x^2의 계수가 같으므로 두 그래프의 폭이 같다.



즉, 오른쪽 그림에서 빗금 친 두 부분의 넓이는 서로 같으므로 구하는 부분의 넓이는 직사각형 ABCD의 넓이와 같다.

점 C의 x좌표는 2이고, $y=\frac{1}{3}x^2-1$의 그래프 위의 점이므로

$C\left(2, \frac{1}{3}\right)$

또 점 D의 x좌표는 2이고, $y=\frac{1}{3}x^2+2$의 그래프 위의 점이므로

$D\left(2, \frac{10}{3}\right)$

$\therefore$ □$ABCD=\overline{BC}\times\overline{CD}=\{2-(-1)\}\times\left(\frac{10}{3}-\frac{1}{3}\right)$

$=3\times3=9$

만렙 비법 평행이동한 두 이차함수의 그래프의 모양이 같음을 이용하여 넓이가 같은 부분을 찾는다.

87 답 15

$y=ax^2$의 그래프를 x축의 방향으로 p만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=a(x-p)^2$

이 그래프의 축의 방정식이 $x=3$이므로 $p=3$ … (i)

$y=a(x-3)^2$의 그래프가 점 $(2, 5)$를 지나므로

$5=a\times(2-3)^2$ $\quad\therefore a=5$ … (ii)

$\therefore ap=5\times3=15$ … (iii)

채점 기준

(i) p의 값 구하기	40%
(ii) a의 값 구하기	40%
(iii) ap의 값 구하기	20%

88 답 ①

① x^2의 계수의 절댓값이 같으므로 그래프의 폭이 같다.

② $y=2x^2-3$의 그래프의 축의 방정식은 $x=0$,
$y=-2(x-3)^2$의 그래프의 축의 방정식은 $x=3$

③ $y=2x^2-3$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(0,\ -3)$,
$y=-2(x-3)^2$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(3,\ 0)$

④ $y=-2(x-3)^2$의 그래프는 위로 볼록한 포물선이다.

⑤ $y=-2(x-3)^2$의 그래프는 $y=-2x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 3만큼 평행이동한 것이다.

따라서 공통된 설명으로 옳은 것은 ①이다.

89 답 2

$y=a(x-b)^2$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(b,\ 0)$이고,
$y=x^2-9$의 그래프가 점 $(b,\ 0)$을 지나므로
$0=b^2-9$, $b^2=9$ $\quad\therefore\ b=\pm3$
이때 $b>0$이므로 $b=3$
$y=x^2-9$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(0,\ -9)$이고,
$y=a(x-3)^2$의 그래프가 점 $(0,\ -9)$를 지나므로
$-9=a\times(0-3)^2$, $-9=9a$ $\quad\therefore\ a=-1$
$\therefore\ a+b=-1+3=2$

90 답 3

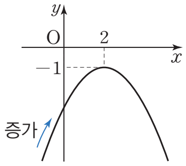
$y=3x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 -2만큼, y축의 방향으로 7만큼 평행이동한 그래프의 식은
$y=3(x+2)^2+7$
이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-2,\ 7)$이므로
$m=-2$, $n=7$
축의 방정식은 $x=-2$이므로 $k=-2$
$\therefore\ m+n+k=-2+7+(-2)=3$

91 답 ④

$y=3(x+1)^2+2$의 그래프는 아래로 볼록한 포물선이고, 꼭짓점 $(-1,\ 2)$는 제2사분면 위에 있다.
따라서 이 그래프는 제3사분면과 제4사분면을 지나지 않는다.

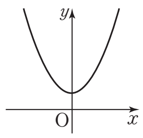
92 답 ③

$y=-\frac{1}{3}(x-2)^2-1$의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 $x<2$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.



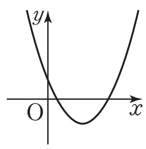
93 답 제1사분면, 제2사분면

$y=a(x-p)^2$의 그래프는 위로 볼록한 포물선이므로 $a<0$
꼭짓점 $(p,\ 0)$이 y축보다 오른쪽에 있으므로 $p>0$
즉, $y=px^2-a$의 그래프는 $p>0$이므로 아래로 볼록한 포물선이고, 꼭짓점의 좌표 $(0,\ -a)$에서 $-a>0$이므로 꼭짓점은 y축 위의 점이며 x축보다 위쪽에 있다.
따라서 $y=px^2-a$의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 제1사분면과 제2사분면을 지난다.



94 답 ③

$y=a(x+p)^2+q$의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 아래로 볼록하고 꼭짓점 $(-p,\ q)$가 제4사분면에 있어야 하므로
$a>0$, $-p>0$, $q<0$
$\therefore\ a>0$, $p<0$, $q<0$



만렙 비법 제1, 2, 4사분면을 지나는 이차함수의 그래프를 그린 후, a, p, q의 부호를 조사한다.

95 답 (0, 4)

$y=2(x-1)^2+3$의 그래프를 x축의 방향으로 -1만큼, y축의 방향으로 q만큼 평행이동한 그래프의 식은
$y=2(x+1-1)^2+3+q$
$\therefore\ y=2x^2+3+q$ $\quad\cdots$ (i)
이 그래프가 점 $(-1,\ 6)$을 지나므로
$6=2\times(-1)^2+3+q$
$6=5+q$ $\quad\therefore\ q=1$ $\quad\cdots$ (ii)
따라서 $y=2x^2+4$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(0,\ 4)$이다. $\quad\cdots$ (iii)

채점 기준	
(i) 평행이동한 그래프의 식 구하기	40%
(ii) q의 값 구하기	30%
(iii) 꼭짓점의 좌표 구하기	30%

96 답 ①

$y=5(x+7)^2+3$의 그래프를 x축에 대하여 대칭이동한 그래프의 식은
$-y=5(x+7)^2+3$ $\quad\therefore\ y=-5(x+7)^2-3$
따라서 이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-7,\ -3)$이다.

9 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프

01 ①	02 ④	03 3	04 -12
05 ④	06 ①	07 ②	08 ②
09 $(2, -5)$	10 -3	11 ④	12 $(-1, 4)$
13 5	14 $(1, -7)$	15 4	16 5
17 풀이 참조	18 ④	19 4	20 ⑤
21 64	22 (1) $A(2, 9)$ (2) $C(5, 0)$ (3) 15		
23 ④	24 ⑤	25 ⑤	26 $x<3$
27 ③	28 ①	29 ④	30 7
31 8	32 3	33 ④	34 ㄱ, ㄹ
35 ④, ⑥	36 15	37 ②	38 27
39 3	40 4	41 30	42 ①
43 ②	44 -2	45 ④	46 ④, ⑤
47 $a<-16$	48 ③	49 ③	50 ㄴ, ㄷ, ㅁ
51 ③	52 ③	53 ⑤	54 ④
55 ①	56 ③	57 $-\frac{2}{3}<k<0$	
58 ③	59 ④	60 ②	61 $(0, 3)$
62 ②	63 5	64 ④	65 ④
66 3	67 6	68 ①	69 ⑤
70 ㄴ, ㄷ, ㅂ	71 ②		

01 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프 (1)

핵심 유형 & 핵심 유형 완성하기

160~162쪽

01 답 ①

$y=-3x^2+2x+1=-3\left(x^2-\frac{2}{3}x\right)+1$

$=-3\left(x^2-\frac{2}{3}x+\frac{1}{9}-\frac{1}{9}\right)+1$

$=-3\left(x-\frac{1}{3}\right)^2+\frac{4}{3}$

따라서 $p=\frac{1}{3}$, $q=\frac{4}{3}$이므로 $p-q=\frac{1}{3}-\frac{4}{3}=-1$

02 답 ④

③ $y=2x^2-4x-3=2(x^2-2x)-3$

$=2(x^2-2x+1-1)-3$

$=2(x-1)^2-5$

이므로 꼭짓점의 좌표는 $(1, -5)$이고, 축의 방정식은 $x=1$이다.

④ $y=-x^2-6x+1=-(x^2+6x)+1$

$=-(x^2+6x+9-9)+1$

$=-(x+3)^2+10$

이므로 꼭짓점의 좌표는 $(-3, 10)$이고, 축의 방정식은 $x=-3$이다.

⑤ $y=\frac{1}{2}x^2-8x+2=\frac{1}{2}(x^2-16x)+2$

$=\frac{1}{2}(x^2-16x+64-64)+2$

$=\frac{1}{2}(x-8)^2-30$

이므로 꼭짓점의 좌표는 $(8, -30)$이고, 축의 방정식은 $x=8$이다.

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

03 답 3

$y=-2x^2-12x-19=-2(x+3)^2-1$의 그래프를 x축의 방향으로 a만큼, y축의 방향으로 b만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=-2(x-a+3)^2-1+b$ ⋯ ㉠

$y=-2x^2-8x-7=-2(x+2)^2+1$의 그래프가 ㉠의 그래프와 일치해야 한다.

즉, $-a+3=2$, $-1+b=1$ $\therefore a=1, b=2$

$\therefore a+b=1+2=3$

다른 풀이

$y=-2x^2-12x-19=-2(x+3)^2-1$의 그래프의 꼭짓점의 좌표 $(-3, -1)$을 x축의 방향으로 a만큼, y축의 방향으로 b만큼 평행이동하면

$(-3+a, -1+b)$ ⋯ ㉠

$y=-2x^2-8x-7=-2(x+2)^2+1$의 그래프의 꼭짓점의 좌표 $(-2, 1)$이 ㉠과 일치해야 한다.

즉, $-3+a=-2$, $-1+b=1$ $\therefore a=1, b=2$

$\therefore a+b=1+2=3$

04 답 -12

$y=\frac{1}{2}x^2+4x-1=\frac{1}{2}(x^2+8x)-1$

$=\frac{1}{2}(x^2+8x+16-16)-1$

$=\frac{1}{2}(x+4)^2-9$

따라서 $a=\frac{1}{2}$, $p=-4$, $q=-9$이므로

$2a+p+q=2\times\frac{1}{2}-4-9=-12$

05 답 ④

$y=-\frac{1}{3}x^2+2x+5$

$=-\frac{1}{3}(x^2-\boxed{6}x)+5$

$=-\frac{1}{3}(x^2-\boxed{6}x+\boxed{9}-\boxed{9})+5$

$=-\frac{1}{3}(x-\boxed{3})^2+\boxed{3}+5$

$=-\frac{1}{3}(x-\boxed{3})^2+\boxed{8}$

06 답 ①

$y=3x^2-4x+k=3\left(x^2-\frac{4}{3}x\right)+k$

$=3\left(x^2-\frac{4}{3}x+\frac{4}{9}-\frac{4}{9}\right)+k$

$=3\left(x-\frac{2}{3}\right)^2+k-\frac{4}{3}$

이 그래프가 $y=a(x+b)^2-\frac{4}{3}$의 그래프와 일치해야 하므로

$a=3$, $b=-\frac{2}{3}$, $k=0$

$\therefore ab+k=3\times\left(-\frac{2}{3}\right)+0=-2$

07 답 ②

① $y=4x^2-8x=4(x^2-2x)$

$=4(x^2-2x+1-1)$

$=4(x-1)^2-4$

이므로 꼭짓점의 좌표는 $(1, -4)$ ⇨ 제4사분면

② $y=-3x^2-6x-2=-3(x^2+2x)-2$

$=-3(x^2+2x+1-1)-2$

$=-3(x+1)^2+1$

이므로 꼭짓점의 좌표는 $(-1, 1)$ ⇨ 제2사분면

③ $y=x^2+4x+1=(x^2+4x)+1$

$=(x^2+4x+4-4)+1$

$=(x+2)^2-3$

이므로 꼭짓점의 좌표는 $(-2, -3)$ ⇨ 제3사분면

④ $y=-2x^2+4x+1=-2(x^2-2x)+1$

$=-2(x^2-2x+1-1)+1$

$=-2(x-1)^2+3$

이므로 꼭짓점의 좌표는 $(1, 3)$ ⇨ 제1사분면

⑤ $y=-(x+1)(x-2)=-(x^2-x-2)$

$=-(x^2-x)+2=-\left(x^2-x+\frac{1}{4}-\frac{1}{4}\right)+2$

$=-\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{9}{4}$

이므로 꼭짓점의 좌표는 $\left(\frac{1}{2}, \frac{9}{4}\right)$ ⇨ 제1사분면

따라서 꼭짓점이 제2사분면 위에 있는 것은 ②이다.

08 답 ②

$y=-\frac{1}{4}x^2+2px+1=-\frac{1}{4}(x^2-8px)+1$

$=-\frac{1}{4}(x^2-8px+16p^2-16p^2)+1$

$=-\frac{1}{4}(x-4p)^2+4p^2+1$

따라서 축의 방정식은 $x=4p$이므로 $4p=-2$ $\quad\therefore p=-\frac{1}{2}$

09 답 $(2, -5)$

$y=2x^2+ax+3$의 그래프가 점 $(1, -3)$을 지나므로

$-3=2+a+3$ $\quad\therefore a=-8$

$\therefore y=2x^2-8x+3=2(x^2-4x)+3$

$=2(x^2-4x+4-4)+3$

$=2(x-2)^2-5$

따라서 꼭짓점의 좌표는 $(2, -5)$이다.

10 답 -3

$y=-x^2+4x+a=-(x^2-4x)+a$

$=-(x^2-4x+4-4)+a$

$=-(x-2)^2+a+4$

이므로 꼭짓점의 좌표는 $(2, a+4)$이다.

$y=\frac{1}{2}x^2-bx+1=\frac{1}{2}(x^2-2bx)+1$

$=\frac{1}{2}(x^2-2bx+b^2-b^2)+1$

$=\frac{1}{2}(x-b)^2-\frac{1}{2}b^2+1$

이므로 꼭짓점의 좌표는 $\left(b, -\frac{1}{2}b^2+1\right)$이다.

두 그래프의 꼭짓점이 일치하므로 $b=2$

$a+4=-\frac{1}{2}b^2+1$에서

$a+4=\left(-\frac{1}{2}\right)\times2^2+1$, $a+4=-1$ $\quad\therefore a=-5$

$\therefore a+b=-5+2=-3$

11 답 ④

$y=x^2+4x+2m-1$

$=(x^2+4x+4-4)+2m-1$

$=(x+2)^2+2m-5$

이므로 꼭짓점의 좌표는 $(-2, 2m-5)$이다.

$2x+y=7$에 $x=-2$, $y=2m-5$를 대입하면

$2\times(-2)+2m-5=7$, $2m=16$ $\quad\therefore m=8$

12 답 $(-1,\ 4)$

$y=ax+b$의 그래프가 두 점 $(0,\ 2)$, $(2,\ 0)$을 지나므로

$a=(\text{기울기})=\dfrac{0-2}{2-0}=-1$, $b=(y\text{절편})=2$

$\therefore\ y=-x^2-2x+3=-(x^2+2x)+3$
$\quad=-(x^2+2x+1-1)+3$
$\quad=-(x+1)^2+4$

따라서 꼭짓점의 좌표는 $(-1,\ 4)$이다.

13 답 5

$y=-x^2+4x+2=-(x-2)^2+6$의 그래프를 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 n만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=-(x-m-2)^2+6+n$ $\quad\cdots$ ㉠

$y=-x^2+8x-7=-(x-4)^2+9$의 그래프가 ㉠의 그래프와 일치해야 한다.

즉, $-m-2=-4$, $6+n=9$ $\qquad\therefore\ m=2,\ n=3$

$\therefore\ m+n=2+3=5$

14 답 $(1,\ -7)$

$y=x^2+6x+3=(x^2+6x+9-9)+3$
$\quad=(x+3)^2-6$ $\quad\cdots$ (i)

이 그래프를 x축의 방향으로 4만큼, y축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 그래프의 식은

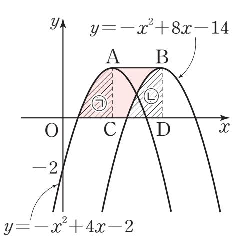
$y=(x-4+3)^2-6-1$ $\qquad\therefore\ y=(x-1)^2-7$ $\quad\cdots$ (ii)

따라서 꼭짓점의 좌표는 $(1,\ -7)$이다. $\quad\cdots$ (iii)

채점 기준

(i) 주어진 이차함수를 $y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 나타내기	40 %
(ii) 평행이동한 이차함수의 식 구하기	40 %
(iii) 꼭짓점의 좌표 구하기	20 %

15 답 4



$y=-x^2+4x-2=-(x-2)^2+2$

이므로 꼭짓점의 좌표는 $\mathrm{A}(2,\ 2)$

$y=-x^2+8x-14=-(x-4)^2+2$

이므로 꼭짓점의 좌표는 $\mathrm{B}(4,\ 2)$

이때 $y=-x^2+8x-14$의 그래프는 $y=-x^2+4x-2$의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼 평행이동한 것이다.

따라서 ㉠, ㉡의 넓이가 같으므로 구하는 넓이는 직사각형 ACDB의 넓이와 같다.

$\therefore\ \square\mathrm{ACDB}=\overline{\mathrm{AB}}\times\overline{\mathrm{BD}}=(4-2)\times 2=4$

만렙 비법 평행이동한 두 이차함수의 그래프의 모양이 같음을 이용하여 넓이가 같은 부분을 찾는다.

16 답 5

$y=ax^2+bx+c$의 그래프는 $y=\dfrac{1}{2}x^2-2x+1$의 그래프를 x축의 방향으로 -4만큼, y축의 방향으로 4만큼 평행이동한 것과 같다.

$y=\dfrac{1}{2}x^2-2x+1=\dfrac{1}{2}(x-2)^2-1$이므로 이 그래프를 평행이동한 그래프의 식은

$y=\dfrac{1}{2}(x+4-2)^2-1+4=\dfrac{1}{2}(x+2)^2+3$
$\quad=\dfrac{1}{2}x^2+2x+5$

따라서 $a=\dfrac{1}{2}$, $b=2$, $c=5$이므로 $abc=\dfrac{1}{2}\times 2\times 5=5$

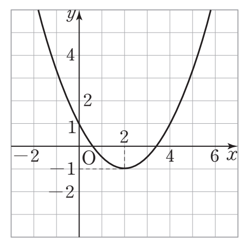
02 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프 (2)

핵심 유형 & 핵심 유형 완성하기 163~167쪽

17 답 풀이 참조

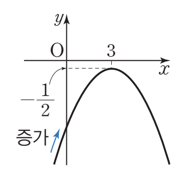
$y=\dfrac{1}{2}x^2-2x+1=\dfrac{1}{2}(x-2)^2-1$

따라서 꼭짓점의 좌표는 $(2,\ -1)$이고, 아래로 볼록하며, y축과의 교점의 좌표가 $(0,\ 1)$이므로 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



18 답 ④

$y=-\dfrac{1}{2}x^2+3x-5=-\dfrac{1}{2}(x-3)^2-\dfrac{1}{2}$의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 $x<3$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.



19 답 4

$y=x^2+x-2$에 $y=0$을 대입하면

$x^2+x-2=0$, $(x+2)(x-1)=0$ $\qquad\therefore\ x=-2$ 또는 $x=1$

이때 $p<q$이므로 $p=-2$, $q=1$

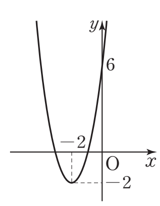
$y=x^2+x-2$에 $x=0$을 대입하면

$y=-2$ $\qquad\therefore\ r=-2$

$\therefore\ pqr=(-2)\times 1\times(-2)=4$

20 답 ⑤

$y=2x^2+8x+6=2(x+2)^2-2$의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



① 꼭짓점의 좌표는 $(-2,\ -2)$이다.

② 축의 방정식은 $x=-2$이다.

③ 제4사분면을 지나지 않는다.

④ $y=2x^2+8x+6$에 $y=0$을 대입하면

$2x^2+8x+6=0$, $x^2+4x+3=0$

$(x+3)(x+1)=0$ $\qquad\therefore\ x=-3$ 또는 $x=-1$

즉, x축과의 교점의 좌표는 $(-3,\ 0)$, $(-1,\ 0)$이다.

따라서 옳은 것은 ⑤이다.

21 답 64

$y=-x^2+6x+7=-(x-3)^2+16$이므로

꼭짓점의 좌표는 $C(3, 16)$이다.

$y=-x^2+6x+7$에 $y=0$을 대입하면

$-x^2+6x+7=0$, $x^2-6x-7=0$

$(x+1)(x-7)=0 \quad \therefore x=-1$ 또는 $x=7$

따라서 $A(-1, 0)$, $B(7, 0)$이므로

$\overline{AB}=7-(-1)=8$

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times 8\times 16=64$

22 답 (1) A(2, 9) (2) C(5, 0) (3) 15

(1) $y=-x^2+4x+5=-(x-2)^2+9$이므로

꼭짓점 A의 좌표는 $(2, 9)$이다.

(2) $y=-x^2+4x+5$에 $y=0$을 대입하면

$-x^2+4x+5=0$, $x^2-4x-5=0$

$(x+1)(x-5)=0 \quad \therefore x=-1$ 또는 $x=5$

$\therefore C(5, 0)$

(3) $y=-x^2+4x+5$에 $x=0$을 대입하면

$y=5 \quad \therefore B(0, 5)$

$$\begin{aligned}\therefore \triangle ABC&=\triangle ABO+\triangle AOC-\triangle BOC\\&=\frac{1}{2}\times 5\times 2+\frac{1}{2}\times 5\times 9-\frac{1}{2}\times 5\times 5\\&=5+\frac{45}{2}-\frac{25}{2}\\&=15\end{aligned}$$

23 답 ④

$y=x^2-2x+2=(x-1)^2+1$

따라서 꼭짓점의 좌표는 $(1, 1)$이고, 아래로 볼록하며, y축과의 교점의 좌표가 $(0, 2)$이므로 그래프는 ④이다.

24 답 ⑤

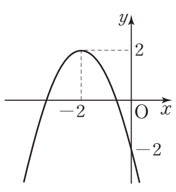
① $y=-x^2-4x-2=-(x+2)^2+2$

(ⅰ) 꼭짓점의 좌표: $(-2, 2)$

(ⅱ) 모양: ∩

(ⅲ) y축과의 교점의 좌표: $(0, -2)$

따라서 그래프는 제1사분면을 지나지 않는다.



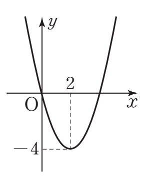
② $y=x^2-4x=(x-2)^2-4$

(ⅰ) 꼭짓점의 좌표: $(2, -4)$

(ⅱ) 모양: ∪

(ⅲ) 원점을 지난다.

따라서 그래프는 제3사분면을 지나지 않는다.



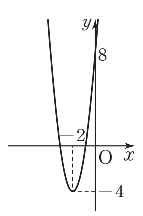
③ $y=3(x+2)^2-4$

(ⅰ) 꼭짓점의 좌표: $(-2, -4)$

(ⅱ) 모양: ∪

(ⅲ) y축과의 교점의 좌표: $(0, 8)$

따라서 그래프는 제4사분면을 지나지 않는다.



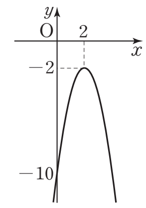
④ $y=-2x^2+8x-10=-2(x-2)^2-2$

(ⅰ) 꼭짓점의 좌표: $(2, -2)$

(ⅱ) 모양: ∩

(ⅲ) y축과의 교점의 좌표: $(0, -10)$

따라서 그래프는 제1, 2사분면을 지나지 않는다.



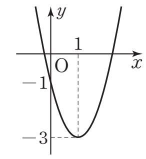
⑤ $y=2x^2-4x-1=2(x-1)^2-3$

(ⅰ) 꼭짓점의 좌표: $(1, -3)$

(ⅱ) 모양: ∪

(ⅲ) y축과의 교점의 좌표: $(0, -1)$

따라서 그래프는 모든 사분면을 지난다.



따라서 그래프가 모든 사분면을 지나는 이차함수는 ⑤이다.

25 답 ⑤

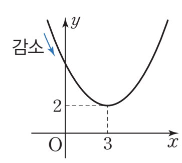
$y=-x^2+3x+7a+1$의 그래프의 모양이 위로 볼록한 포물선이므로 이 그래프가 모든 사분면을 지나려면

(y축과의 교점의 y좌표)>0이어야 한다.

$7a+1>0$에서 $a>-\frac{1}{7}$

26 답 $x<3$

$y=\frac{1}{3}x^2-2x+5=\frac{1}{3}(x-3)^2+2$의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 $x<3$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.



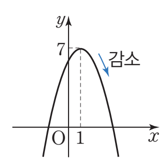
27 답 ③

$y=-x^2+kx+6$의 그래프가 점 $(4, -2)$를 지나므로

$-2=-4^2+k\times 4+6$

$4k=8 \quad \therefore k=2$

즉, $y=-x^2+2x+6=-(x-1)^2+7$의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 $x>1$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.



28 답 ①

$y=2x^2-4x+7=2(x-1)^2+5$의 그래프를 x축의 방향으로 k만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=2(x-k-1)^2+5 \quad \cdots ㉠$

이 그래프가 $x<-4$이면 x의 값이 증가할 때 y의 값은 감소하고, $x>-4$이면 x의 값이 증가할 때 y의 값도 증가하므로 축의 방정식은 $x=-4$이다.

㉠에서 그래프의 축의 방정식이 $x=k+1$이므로

$k+1=-4 \quad \therefore k=-5$

만렙 비법 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프는 축 $x=p$를 기준으로 증가, 감소가 바뀜을 이용한다.

29 답 ④

$y=\frac{1}{2}x^2-2x-6$에 $y=0$을 대입하면

$\frac{1}{2}x^2-2x-6=0$, $x^2-4x-12=0$

$(x+2)(x-6)=0$ $\quad\therefore x=-2$ 또는 $x=6$

$\therefore$ A$(-2, 0)$, E$(6, 0)$

$y=\frac{1}{2}x^2-2x-6$에 $x=0$을 대입하면

$y=-6$ $\quad\therefore$ B$(0, -6)$

또 $y=\frac{1}{2}x^2-2x-6=\frac{1}{2}(x-2)^2-8$이므로

꼭짓점의 좌표는 C$(2, -8)$이다.

축의 방정식은 $x=2$이고, 그래프의 축에서 두 점 B, D까지의 거리가 같으므로 점 D의 x좌표는 4이다.

이때 점 B의 y좌표와 점 D의 y좌표가 같으므로 D$(4, -6)$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

30 답 7

$y=-3x^2+ax+b$의 그래프가 점 $(-1, 0)$을 지나므로

$0=-3\times(-1)^2+a\times(-1)+b$

$0=-3-a+b$ $\quad\cdots$ ㉠

또 점 $(2, 3)$을 지나므로

$3=(-3)\times2^2+a\times2+b$

$3=-12+2a+b$ $\quad\cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=4$, $b=7$

즉, $y=-3x^2+4x+7$에 $x=0$을 대입하면

$y=7$

따라서 그래프가 y축과 만나는 점의 y좌표는 7이다.

31 답 8

$y=x^2+2x-15$에 $y=0$을 대입하면

$x^2+2x-15=0$, $(x+5)(x-3)=0$

$\therefore x=-5$ 또는 $x=3$

따라서 A$(-5, 0)$, B$(3, 0)$이므로

$\overline{\text{AB}}=3-(-5)=8$

32 답 3

$y=-x^2+2x+k=-(x-1)^2+k+1$의 그래프의 축의 방정식은 $x=1$이다. $\cdots$ (i)

$\overline{\text{AB}}=4$이므로 그래프의 축에서 두 점 A, B까지의 거리는 각각 2이다.

$\therefore$ A$(-1, 0)$, B$(3, 0)$ $\cdots$ (ii)

따라서 $y=-x^2+2x+k$에 $x=-1$, $y=0$을 대입하면

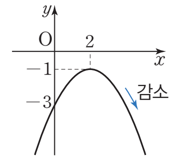
$0=-(-1)^2+2\times(-1)+k$

$0=-3+k$ $\quad\therefore k=3$ $\cdots$ (iii)

채점 기준	
(i) 축의 방정식 구하기	30 %
(ii) 두 점 A, B의 좌표 구하기	40 %
(iii) k의 값 구하기	30 %

33 답 ④

$y=-\frac{1}{2}x^2+2x-3=-\frac{1}{2}(x-2)^2-1$의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



④ $x>2$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.

34 답 ㄱ, ㄹ

$y=-2x^2+4x-5=-2(x-1)^2-3$의 그래프를 x축의 방향으로 1만큼, y축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=-2(x-1-1)^2-3-1=-2(x-2)^2-4$

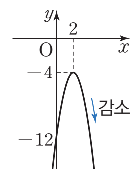
ㄱ. y의 값의 범위는 $y\le-4$이다.

ㄴ. $y=-2(x-2)^2-4$에 $x=0$을 대입하면

$y=(-2)\times(-2)^2-4=-12$

따라서 y축과의 교점의 좌표는 $(0, -12)$이다.

ㄷ. 이 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 제3사분면과 제4사분면을 지난다.



ㄹ. $x>2$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄹ이다.

35 답 ④, ⑥

④ $y=ax^2+bx+c=a\left\{x^2+\frac{b}{a}x+\left(\frac{b}{2a}\right)^2-\left(\frac{b}{2a}\right)^2\right\}+c$

$=a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2-4ac}{4a}$

따라서 꼭짓점의 좌표는 $\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{b^2-4ac}{4a}\right)$이다.

⑥ $y=ax^2+bx+c$의 그래프를 x축에 대하여 대칭이동한 그래프의 식은

$-y=ax^2+bx+c$ $\quad\therefore y=-ax^2-bx-c$

36 답 15

$y=x^2-x-6$에 $y=0$을 대입하면

$x^2-x-6=0$, $(x+2)(x-3)=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=3$

따라서 A$(-2, 0)$, B$(3, 0)$이므로 $\overline{\text{AB}}=3-(-2)=5$

$y=x^2-x-6$에 $x=0$을 대입하면

$y=-6$ $\quad\therefore$ C$(0, -6)$

$\therefore \triangle\text{ABC}=\frac{1}{2}\times5\times6=15$

37 답 ②

$y=-2x^2+4x+4$에 $x=0$을 대입하면

$y=4$ $\quad\therefore$ C$(0, 4)$

또 $y=-2x^2+4x+4=-2(x-1)^2+6$이므로

꼭짓점의 좌표는 P$(1, 6)$이다.

이때 △ABC와 △ABP의 밑변을 모두 $\overline{\text{AB}}$로 정하면 두 삼각형의 밑변의 길이가 같으므로 두 삼각형의 넓이의 비는 높이의 비와 같다.

따라서 두 삼각형의 높이의 비가 $4:6=2:3$이므로

$\triangle\text{ABC}:\triangle\text{ABP}=2:3$

38 답 **27**

$y=x^2-ax-b$의 그래프가 점 $(0,\ -5)$를 지나므로

$-5=-b \qquad \therefore b=5$

$y=x^2-ax-5$의 그래프가 점 $B(5,\ 0)$을 지나므로

$0=5^2-a\times5-5,\ 5a=20 \qquad \therefore a=4$ … (i)

즉, $y=x^2-4x-5$에 $y=0$을 대입하면

$x^2-4x-5=0,\ (x+1)(x-5)=0$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=5$

따라서 $A(-1,\ 0)$이므로

$\overline{AB}=5-(-1)=6$ … (ii)

또 $y=x^2-4x-5=(x-2)^2-9$이므로

꼭짓점의 좌표는 $C(2,\ -9)$이다. … (iii)

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times6\times9=27$ … (iv)

채점 기준	
(i) a, b의 값 구하기	20%
(ii) $\overline{AB}$의 길이 구하기	30%
(iii) 꼭짓점 C의 좌표 구하기	20%
(iv) $\triangle ABC$의 넓이 구하기	30%

39 답 **3**

$y=-x^2+2x+3=-(x-1)^2+4$이므로

꼭짓점의 좌표는 $A(1,\ 4)$이다.

$y=-x^2+2x+3$에 $x=0$을 대입하면

$y=3 \qquad \therefore B(0,\ 3)$

$y=-x^2+2x+3$에 $y=0$을 대입하면

$-x^2+2x+3=0,\ x^2-2x-3=0,\ (x+1)(x-3)=0$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=3 \qquad \therefore C(3,\ 0)$

$\therefore \triangle ABC=\triangle ABO+\triangle AOC-\triangle BOC$

$=\frac{1}{2}\times3\times1+\frac{1}{2}\times3\times4-\frac{1}{2}\times3\times3$

$=\frac{3}{2}+6-\frac{9}{2}=3$

40 답 **4**

$y=\frac{1}{4}x^2-x-4$에 $x=0$을 대입하면

$y=-4 \qquad \therefore A(0,\ -4)$

또 $y=\frac{1}{4}x^2-x-4=\frac{1}{4}(x-2)^2-5$이므로

꼭짓점의 좌표는 $B(2,\ -5)$이다.

$\therefore \triangle OAB=\frac{1}{2}\times4\times2=4$

41 답 **30**

$y=-\frac{1}{2}x^2+2x+6=-\frac{1}{2}(x-2)^2+8$이므로

꼭짓점의 좌표는 $A(2,\ 8)$이다.

$y=-\frac{1}{2}x^2+2x+6$에 $x=0$을 대입하면

$y=6 \qquad \therefore B(0,\ 6)$

$y=-\frac{1}{2}x^2+2x+6$에 $y=0$을 대입하면

$-\frac{1}{2}x^2+2x+6=0,\ x^2-4x-12=0,\ (x+2)(x-6)=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=6 \qquad \therefore C(6,\ 0)$

$\therefore \square ABOC=\triangle ABO+\triangle AOC$

$=\frac{1}{2}\times6\times2+\frac{1}{2}\times6\times8$

$=6+24=30$

03 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프 (3)

핵심 유형 & 핵심 유형 완성하기

168~170쪽

42 답 ①

$y=-x^2+6x+a=-(x-3)^2+a+9$

이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(3,\ a+9)$이므로 꼭짓점이 x축 위에 있으려면 $a+9=0$이어야 한다.

$\therefore a=-9$

43 답 ②

그래프의 모양이 아래로 볼록하므로 $a>0$

그래프의 축이 y축의 왼쪽에 있으므로

$ab>0 \qquad \therefore b>0$

y축과의 교점이 x축보다 아래쪽에 있으므로 $c<0$

44 답 -2

$y=-2x^2+4x+a=-2(x-1)^2+a+2$

이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(1,\ a+2)$이므로 그래프가 x축과 한 점에서 만나려면 $a+2=0$이어야 한다.

$\therefore a=-2$

45 답 ④

① $y=4x^2-4x+1=4\left(x-\frac{1}{2}\right)^2$의 그래프는 x축과 한 점에서 만난다.

② $y=x^2-3x+5=\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{11}{4}$의 그래프는 x축과 만나지 않는다.

③ $y=-\frac{1}{3}x^2+6x-28=-\frac{1}{3}(x-9)^2-1$의 그래프는 x축과 만나지 않는다.

④ $y=x^2+x=\left(x+\frac{1}{2}\right)^2-\frac{1}{4}$의 그래프는 x축과 서로 다른 두 점에서 만난다.

⑤ $y=-5x^2+10x-7=-5(x-1)^2-2$의 그래프는 x축과 만나지 않는다.

따라서 x축과 서로 다른 두 점에서 만나는 것은 ④이다.

46 답 ④, ⑤

$y=\frac{1}{2}x^2+2x+c=\frac{1}{2}(x+2)^2+c-2$

이 그래프는 아래로 볼록하고, 꼭짓점의 좌표가 $(-2,\ c-2)$이므로 그래프가 x축과 서로 다른 두 점에서 만나려면 $c-2<0$이어야 한다.

$\therefore\ c<2$

47 답 $a<-16$

$y=-x^2+8x+a=-(x-4)^2+a+16$

이 그래프는 위로 볼록하고, 꼭짓점의 좌표가 $(4,\ a+16)$이므로 그래프가 x축과 만나지 않으려면 $a+16<0$이어야 한다.

$\therefore\ a<-16$

48 답 ③

그래프의 모양이 위로 볼록하므로 $a<0$

그래프의 축이 y축의 오른쪽에 있으므로

$ab<0 \qquad \therefore\ b>0$

y축과의 교점이 x축보다 위쪽에 있으므로 $c>0$

49 답 ③

$y=ax+b$의 그래프에서 (기울기)>0, (y절편)<0이므로

$a>0,\ b<0$

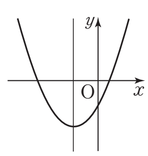
$y=x^2+ax+b$의 그래프는

(i) 이차항의 계수가 $1>0$이므로 그래프의 모양이 아래로 볼록하다.

(ii) $a>0$이므로 그래프의 축은 y축의 왼쪽에 있다.

(iii) $b<0$이므로 y축과의 교점은 x축보다 아래쪽에 있다.

(i)~(iii)에 의해 $y=x^2+ax+b$의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



따라서 꼭짓점은 제3사분면 위에 있다.

50 답 ㄴ, ㄷ, ㅁ

ㄱ. $x=1$일 때, $y<0$이므로 $a+b+c<0$

ㄴ. $x=-1$일 때, $y>0$이므로 $a-b+c>0$

ㄷ. 그래프의 모양이 아래로 볼록하므로 $a>0$

그래프의 축이 y축의 오른쪽에 있으므로

$ab<0 \qquad \therefore\ b<0$

$\therefore\ a-b>0$

ㄹ. y축과의 교점이 x축보다 위쪽에 있으므로 $c>0$

$\therefore\ ac>0$

ㅁ. $x=-2$일 때, $y>0$이므로 $4a-2b+c>0$

ㅂ. $abc<0$

따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ, ㅁ이다.

51 답 ③

그래프의 모양이 위로 볼록하므로 $a<0$

그래프의 축이 y축의 오른쪽에 있으므로

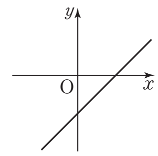
$ab<0 \qquad \therefore\ b>0$

y축과의 교점이 x축보다 위쪽에 있으므로 $c>0$

$ax+by+c=0$에서 $y=-\frac{a}{b}x-\frac{c}{b}$

따라서 (기울기)$=-\frac{a}{b}>0$, (y절편)$=-\frac{c}{b}<0$

이므로 $ax+by+c=0$의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



52 답 ③

이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해

$a<0,\ -b>0 \qquad \therefore\ a<0,\ b<0$

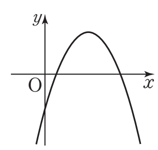
$y=ax^2+x+b$의 그래프는

(i) $a<0$이므로 그래프의 모양이 위로 볼록하다.

(ii) 일차항의 계수가 $1>0$이므로 그래프의 축은 y축의 오른쪽에 있다.

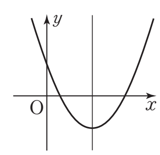
(iii) $b<0$이므로 y축과의 교점은 x축보다 아래쪽에 있다.

(i)~(iii)에 의해 $y=ax^2+x+b$의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



53 답 ⑤

$y=ax^2+bx+c$의 그래프가 제3사분면만을 지나지 않으므로 오른쪽 그림과 같다.



그래프의 모양이 아래로 볼록하므로 $a>0$

그래프의 축이 y축의 오른쪽에 있으므로

$ab<0 \qquad \therefore\ b<0$

y축과의 교점이 x축보다 위쪽에 있으므로 $c>0$

$\therefore\ a>0,\ b<0,\ c>0$

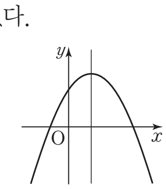
$y=bx^2+cx+a$의 그래프는

(i) $b<0$이므로 그래프의 모양이 위로 볼록하다.

(ii) $bc<0$이므로 그래프의 축은 y축의 오른쪽에 있다.

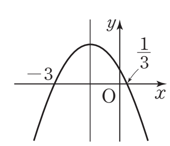
(iii) $a>0$이므로 y축과의 교점은 x축보다 위쪽에 있다.

(i)~(iii)에 의해 $y=bx^2+cx+a$의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



54 답 ④

$y=ax^2+bx+c$의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



ㄱ. 그래프의 축이 y축의 왼쪽에 있으므로

$ab>0$

ㄴ. y축과의 교점이 x축보다 위쪽에 있으므로

$c>0 \qquad \therefore\ abc>0$ → ㄱ에서 $ab>0$

ㄷ. $x=1$일 때, $y<0$이므로 $a+b+c<0$

ㄹ. $x=-\frac{1}{2}$일 때, $y>0$이므로 $\frac{1}{4}a-\frac{1}{2}b+c>0$

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ, ㄹ이다.

55 답 ①

$y=3x^2+6x-2=3(x^2+2x)-2$
$=3(x^2+2x+1-1)-2$
$=3(x+1)^2-5$
따라서 $a=3$, $p=-1$, $q=-5$이므로
$a+p+q=3+(-1)+(-5)=-3$

56 답 ③

① $y=-(x+4)(x-4)=-(x^2-16)=-x^2+16$
이므로 축의 방정식은 $x=0$이다.
② $y=x^2+4x+3=(x^2+4x+4-4)+3=(x+2)^2-1$
이므로 축의 방정식은 $x=-2$이다.
③ $y=-3x^2+2x=-3\left(x^2-\frac{2}{3}x\right)$
$=-3\left(x^2-\frac{2}{3}x+\frac{1}{9}-\frac{1}{9}\right)=-3\left(x-\frac{1}{3}\right)^2+\frac{1}{3}$
이므로 축의 방정식은 $x=\frac{1}{3}$이다.
④ $y=x^2+2x+1=(x+1)^2$이므로 축의 방정식은 $x=-1$이다.
⑤ $y=x^2+x+2=\left(x^2+x+\frac{1}{4}-\frac{1}{4}\right)+2=\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{7}{4}$
이므로 축의 방정식은 $x=-\frac{1}{2}$이다.
따라서 그래프의 축이 좌표평면에서 가장 오른쪽에 있는 것은 ③이다.

57 답 $-\frac{2}{3}<k<0$

$y=x^2-4kx+4k^2-3k-2$
$=(x-2k)^2-3k-2$ ⋯ (i)
이므로 꼭짓점의 좌표는 $(2k, -3k-2)$이다. ⋯ (ii)
이 꼭짓점은 제3사분면 위에 있으므로
$2k<0$에서 $k<0$, $-3k-2<0$에서 $k>-\frac{2}{3}$
$\therefore -\frac{2}{3}<k<0$ ⋯ (iii)

채점 기준

(i) $y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 나타내기	30 %
(ii) 꼭짓점의 좌표 구하기	30 %
(iii) k의 값의 범위 구하기	40 %

58 답 ③

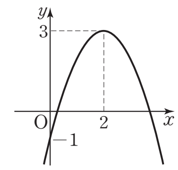
$y=2x^2-8x+9=2(x-2)^2+1$의 그래프를 x축의 방향으로 1만큼, y축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 그래프의 식은
$y=2(x-1-2)^2+1-2=2(x-3)^2-1$
이 그래프가 점 $(2, k)$를 지나므로
$k=2\times(2-3)^2-1=1$

59 답 ④

$y=ax^2+bx+c$의 그래프는 $y=x^2-6x+11$의 그래프를 x축의 방향으로 -3만큼, y축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 것과 같다.
$y=x^2-6x+11=(x-3)^2+2$이므로 이 그래프를 평행이동한 그래프의 식은
$y=(x+3-3)^2+2-2=x^2$
따라서 $a=1$, $b=0$, $c=0$이므로
$a+b+c=1$

60 답 ②

$y=-x^2+4x-1=-(x-2)^2+3$
(i) 꼭짓점의 좌표: $(2, 3)$
(ii) 모양: ∩
(iii) y축과의 교점의 좌표: $(0, -1)$
따라서 그래프는 제2사분면을 지나지 않는다.



61 답 (0, 3)

$y=x^2+2kx+k=(x^2+2kx+k^2-k^2)+k$
$=(x+k)^2-k^2+k$ ⋯ ㉠
이 그래프가 $x<-3$이면 x의 값이 증가할 때 y의 값은 감소하고, $x>-3$이면 x의 값이 증가할 때 y의 값도 증가하므로 축의 방정식은 $x=-3$이다.
㉠에서 그래프의 축의 방정식이 $x=-k$이므로
$-k=-3$ $\therefore k=3$
즉, $y=x^2+6x+3$에 $x=0$을 대입하면 $y=3$
따라서 이 그래프가 y축과 만나는 점의 좌표는 $(0, 3)$이다.

62 답 ②

$y=-2x^2+5x+3$에 $y=0$을 대입하면
$-2x^2+5x+3=0$, $2x^2-5x-3=0$
$(2x+1)(x-3)=0$ $\therefore x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=3$
이때 $p<q$이므로 $p=-\frac{1}{2}$, $q=3$
$y=-2x^2+5x+3$에 $x=0$을 대입하면
$y=3$ $\therefore r=3$
$\therefore p+q-r=-\frac{1}{2}+3-3=-\frac{1}{2}$

63 답 5

$y=-x^2+ax+4$의 그래프가 점 $(1, 6)$을 지나므로
$6=-1+a+4$ $\therefore a=3$ ⋯ (i)
즉, $y=-x^2+3x+4$이므로 이 식에 $y=0$을 대입하면
$-x^2+3x+4=0$, $x^2-3x-4=0$
$(x+1)(x-4)=0$ $\therefore x=-1$ 또는 $x=4$
따라서 $A(-1, 0)$, $B(4, 0)$이므로 ⋯ (ii)
$\overline{AB}=4-(-1)=5$ ⋯ (iii)

채점 기준

(i) a의 값 구하기	30 %
(ii) 두 점 A, B의 좌표 구하기	50 %
(iii) $\overline{AB}$의 길이 구하기	20 %

64 답 ④

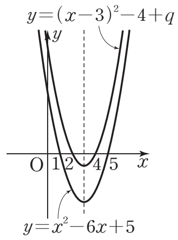
$y=x^2-6x+5$에 $y=0$을 대입하면

$x^2-6x+5=0$, $(x-1)(x-5)=0$ $\quad \therefore x=1$ 또는 $x=5$

따라서 $y=x^2-6x+5$의 그래프가 x축과 만나는 두 점 $(1, 0)$, $(5, 0)$ 사이의 거리는 4이다.

$y=x^2-6x+5=(x-3)^2-4$의 그래프를 y축의 방향으로 q만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=(x-3)^2-4+q$ $\quad \cdots$ ㉠



이 그래프의 축의 방정식은 $x=3$이고, 이 그래프가 x축과 만나는 두 점 사이의 거리는 2이다.

즉, ㉠의 그래프의 축에서 x축과 만나는 두 점까지의 거리는 각각 1이므로 ㉠의 그래프가 x축과 만나는 두 점의 좌표는 $(2, 0)$, $(4, 0)$이다.

$y=(x-3)^2-4+q$에 $x=2$, $y=0$을 대입하면

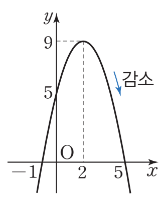
$0=(2-3)^2-4+q$ $\quad \therefore q=3$

65 답 ④

$y=-x^2+4x+5=-(x-2)^2+9$

① 꼭짓점의 좌표는 $(2, 9)$이다.

②, ⑤ 이 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 $x>2$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값은 감소하고, 모든 사분면을 지난다.



③ $y=-x^2+4x+5$에 $y=0$을 대입하면

$-x^2+4x+5=0$, $x^2-4x-5=0$

$(x+1)(x-5)=0$ $\quad \therefore x=-1$ 또는 $x=5$

즉, x축과의 교점의 좌표는 $(-1, 0)$, $(5, 0)$이므로 두 점 사이의 거리는 $5-(-1)=6$이다.

④ $y=-x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 9만큼 평행이동한 것이다.

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

66 답 3

$y=-x^2-x+2$에 $y=0$을 대입하면

$-x^2-x+2=0$, $x^2+x-2=0$

$(x+2)(x-1)=0$ $\quad \therefore x=-2$ 또는 $x=1$

따라서 $\mathrm{A}(-2, 0)$, $\mathrm{B}(1, 0)$이므로

$\overline{\mathrm{AB}}=1-(-2)=3$

$y=-x^2-x+2$에 $x=0$을 대입하면

$y=2$ $\quad \therefore \mathrm{C}(0, 2)$

$\therefore \triangle\mathrm{ABC}=\frac{1}{2}\times3\times2=3$

67 답 6

$y=-x^2-bx+8$의 그래프가 점 $(-2, 0)$을 지나므로

$0=-(-2)^2-b\times(-2)+8$, $2b=-4$ $\quad \therefore b=-2$

즉, $y=-x^2+2x+8=-(x-1)^2+9$이므로

꼭짓점의 좌표는 $\mathrm{A}(1, 9)$이다.

$y=-x^2+2x+8$에 $x=0$을 대입하면

$y=8$ $\quad \therefore \mathrm{B}(0, 8)$

$y=-x^2+2x+8$에 $y=0$을 대입하면

$-x^2+2x+8=0$, $x^2-2x-8=0$, $(x+2)(x-4)=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=4$ $\quad \therefore \mathrm{C}(4, 0)$

$\therefore \triangle\mathrm{ABC}=\triangle\mathrm{ABO}+\triangle\mathrm{AOC}-\triangle\mathrm{BOC}$

$=\frac{1}{2}\times8\times1+\frac{1}{2}\times4\times9-\frac{1}{2}\times4\times8$

$=4+18-16=6$

68 답 ①

$y=-x^2-8x-15+k=-(x+4)^2+1+k$

이 그래프는 위로 볼록하고, 꼭짓점의 좌표가 $(-4, 1+k)$이므로 그래프가 x축과 만나지 않으려면 $1+k<0$이어야 한다.

$\therefore k<-1$

69 답 ⑤

그래프의 모양이 위로 볼록하므로 $a<0$

그래프의 축이 y축의 왼쪽에 있으므로

$ab>0$ $\quad \therefore b<0$

y축과의 교점이 x축보다 위쪽에 있으므로

$-c>0$ $\quad \therefore c<0$

70 답 ㄴ, ㄷ, ㅂ

그래프의 모양이 아래로 볼록하므로 $a>0$

그래프의 축이 y축의 오른쪽에 있으므로

$ab<0$ $\quad \therefore b<0$

y축과의 교점이 x축보다 위쪽에 있으므로 $c>0$

ㄱ. $ac>0$

ㄴ. $x=1$일 때, $y<0$이므로 $a+b+c<0$

ㄷ. $abc<0$

ㄹ. $x=-1$일 때, $y>0$이므로 $a-b+c>0$

ㅁ. $2a-b>0$

ㅂ. 축의 방정식이 $x=-\frac{b}{2a}$이고, $-\frac{b}{2a}>1$에서 $a>0$이므로

$-b>2a$ $\quad \therefore 2a+b<0$

따라서 그 값이 항상 음수인 것은 ㄴ, ㄷ, ㅂ이다.

71 답 ②

그래프의 모양이 아래로 볼록하므로 $a>0$

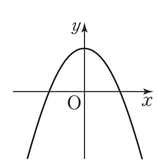
그래프의 축이 y축의 왼쪽에 있으므로

$-ab>0$ $\quad \therefore b<0$

그래프가 원점을 지나므로 $c=0$

따라서 $y=bx^2+cx+a=bx^2+a$의 그래프는 $b<0$이므로 그래프의 모양이 위로 볼록하고, 꼭짓점의 좌표가 $(0, a)$이다.

이때 꼭짓점의 y좌표 $a>0$이므로 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



10 이차함수의 활용

01 ②	02 $y=-x^2-4x-1$		03 11
04 $y=-x^2+2x+3$		05 $y=-3x^2+6x-5$	
06 $(0,\ -2)$	07 $-\frac{16}{9}$	08 -5	09 ①
10 -5	11 ③	12 4	13 ③
14 $y=4x^2+8x+3$		15 10	16 ②
17 6	18 ⑤	19 2	
20 $y=-x^2+6x-5$		21 ⑤	22 ①
23 1	24 ③	25 ②	26 ①
27 ③	28 $y=-\frac{1}{3}x^2-\frac{4}{3}x-\frac{1}{3}$		29 ②
30 ④	31 ④	32 ③	33 ⑤
34 (1) 3 (2) 최댓값: $\frac{61}{4}$, $x=\frac{3}{2}$			35 -16
36 4	37 -3	38 -4	39 9
40 ③	41 -10	42 ④	
43 $y=x^2-8x+14$		44 5	45 ④
46 $y=3x^2+6x+5$		47 ②	48 ①
49 ⑤	50 9	51 $225\,\text{cm}^2$	52 1
53 30 m	54 P(1, 2)	55 $\frac{5}{2}$	56 11, 11
57 -16	58 -9	59 ①	60 56
61 ③	62 3 cm	63 $50\,\text{m}^2$	64 4
65 $300\,\text{cm}^2$	66 ④	67 $49\,\text{cm}^2$	
68 (1) $\frac{361}{4}\,\text{cm}^2$ (2) 19 cm, $\frac{19}{2}$ cm			69 5초 후
70 ①	71 $\frac{5}{2}$ m	72 15일	73 245000원
74 ②	75 ④	76 $\frac{9}{8}$	77 $392\,\text{cm}^2$
78 34	79 ④	80 ②	81 5
82 -3	83 -7	84 ⑤	85 ④
86 ①	87 (2, 3)	88 ⑤	89 ②
90 ⑤	91 ③	92 ④	93 -3
94 ①	95 ⑤	96 ②	97 ⑤
98 ①	99 $144\,\text{m}^2$	100 12 cm	101 ②
102 110 m	103 1100원	104 P(2, 4)	105 ③

01 이차함수의 식 구하기

핵심 유형 & 핵심 유형 완성하기 176~180쪽

01 답 ②

꼭짓점의 좌표가 $(-1,\ -9)$이므로 이차함수의 식을
$y=a(x+1)^2-9$로 놓을 수 있다.
이 그래프가 점 $(2,\ 9)$를 지나므로
$9=a(2+1)^2-9$, $9a=18$ $\quad\therefore a=2$
$\therefore y=2(x+1)^2-9=2x^2+4x-7$
따라서 $a=2$, $b=4$, $c=-7$이므로
$a+b+c=2+4+(-7)=-1$

02 답 $y=-x^2-4x-1$

축의 방정식이 $x=-2$이므로 구하는 이차함수의 식을
$y=a(x+2)^2+q$로 놓을 수 있다.
이 그래프가 두 점 $(1,\ -6)$, $(-2,\ 3)$을 지나므로
$-6=9a+q$, $3=q$
위의 두 식을 연립하여 풀면 $a=-1$, $q=3$
$\therefore y=-(x+2)^2+3=-x^2-4x-1$

03 답 11

$y=ax^2+bx+c$에 $x=0$, $y=-2$를 대입하면
$c=-2$
즉, $y=ax^2+bx-2$에
(i) $x=-1$, $y=7$을 대입하면
$7=a-b-2$ $\quad\cdots$ ㉠
(ii) $x=1$, $y=-5$를 대입하면
$-5=a+b-2$ $\quad\cdots$ ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=3$, $b=-6$
따라서 $a=3$, $b=-6$, $c=-2$이므로
$a-b+c=3-(-6)-(-2)=11$

04 답 $y=-x^2+2x+3$

그래프가 x축과 두 점 $(-1,\ 0)$, $(3,\ 0)$에서 만나므로 구하는 이차함수의 식을 $y=a(x+1)(x-3)$으로 놓을 수 있다.
이 그래프가 점 $(0,\ 3)$을 지나므로
$3=-3a$ $\quad\therefore a=-1$
$\therefore y=-(x+1)(x-3)=-x^2+2x+3$

05 답 $y=-3x^2+6x-5$

꼭짓점의 좌표가 $(1,\ -2)$이므로 구하는 이차함수의 식을
$y=a(x-1)^2-2$로 놓을 수 있다.
이 그래프가 점 $(0,-5)$를 지나므로
$-5=a(0-1)^2-2$ $\quad\therefore a=-3$
$\therefore y=-3(x-1)^2-2=-3x^2+6x-5$

06 답 $(0,\ -2)$

꼭짓점의 좌표가 $(2,\ -3)$이므로 이차함수의 식을 $y=a(x-2)^2-3$으로 놓을 수 있다.
이 그래프가 점 $(-2,\ 1)$을 지나므로

$1=a(-2-2)^2-3,\ 16a=4 \qquad \therefore\ a=\frac{1}{4}$

$\therefore\ y=\frac{1}{4}(x-2)^2-3$ ⋯ (i)

이 식에 $x=0$을 대입하면

$y=\frac{1}{4}\times(0-2)^2-3=-2$

따라서 y축과 만나는 점의 좌표는 $(0,\ -2)$이다. ⋯ (ii)

채점 기준

(i) 이차함수의 식 구하기	60%
(ii) y축과 만나는 점의 좌표 구하기	40%

07 답 $-\frac{16}{9}$

꼭짓점의 좌표가 $(0,\ -4)$이므로 이차함수의 식을 $y=ax^2-4$로 놓을 수 있다.
이 그래프가 $(3,\ 0)$을 지나므로

$0=9a-4 \qquad \therefore\ a=\frac{4}{9}$

$\therefore\ y=\frac{4}{9}x^2-4$

따라서 $a=\frac{4}{9},\ b=0,\ c=-4$이므로

$ac+b=\frac{4}{9}\times(-4)+0=-\frac{16}{9}$

08 답 -5

꼭짓점의 좌표가 $(2,\ 3)$이므로 이차함수의 식을 $y=a(x-2)^2+3$으로 놓을 수 있다.
이 그래프가 점 $(0,\ 1)$을 지나므로

$1=a(0-2)^2+3,\ 4a=-2 \qquad \therefore\ a=-\frac{1}{2}$

따라서 $y=-\frac{1}{2}(x-2)^2+3$의 그래프가 점 $(6,\ k)$를 지나므로

$k=\left(-\frac{1}{2}\right)\times(6-2)^2+3=-5$

09 답 ①

$y=3(x+2)^2+4$의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(-2,\ 4)$이므로 구하는 이차함수의 식을 $y=a(x+2)^2+4$로 놓을 수 있다.

$y=\frac{1}{2}x^2-x-4$의 그래프와 y축의 교점의 좌표는 $(0,\ -4)$

즉, $y=a(x+2)^2+4$의 그래프가 점 $(0,\ -4)$를 지나므로

$-4=a(0+2)^2+4,\ 4a=-8 \qquad \therefore\ a=-2$

$\therefore\ y=-2(x+2)^2+4=-2x^2-8x-4$

10 답 -5

축의 방정식이 $x=2$이므로 이차함수의 식을 $y=a(x-2)^2+q$로 놓을 수 있다.
이 그래프가 두 점 $(1,\ -4),\ (-1,\ 4)$를 지나므로

$-4=a+q,\ 4=9a+q$

위의 두 식을 연립하여 풀면 $a=1,\ q=-5$
따라서 $y=(x-2)^2-5$의 꼭짓점의 좌표는 $(2,\ -5)$이므로 꼭짓점의 y좌표는 -5이다.

11 답 ③

축의 방정식이 $x=3$이므로 이차함수의 식을 $y=-2(x-3)^2+q$로 놓을 수 있다.
이 그래프가 점 $(1,\ -5)$를 지나므로

$-5=(-2)\times(1-3)^2+q,\ -5=-8+q \qquad \therefore\ q=3$

$\therefore\ y=-2(x-3)^2+3=-2x^2+12x-15$

따라서 $a=12,\ b=-15$이므로

$a-b=12-(-15)=27$

12 답 4

축의 방정식이 $x=2$이므로 이차함수의 식을 $y=a(x-2)^2+q$로 놓을 수 있다.
이 그래프가 두 점 $(0,\ -1),\ (1,\ 2)$를 지나므로

$-1=4a+q,\ 2=a+q$

위의 두 식을 연립하여 풀면 $a=-1,\ q=3$

$\therefore\ y=-(x-2)^2+3=-x^2+4x-1$

따라서 $a=-1,\ b=4,\ c=-1$이므로

$a+b-c=-1+4-(-1)=4$

13 답 ③

평행이동하면 $y=2x^2$의 그래프와 완전히 포개어지고, 축의 방정식이 $x=1$이므로 이차함수의 식을 $y=2(x-1)^2+q$로 놓을 수 있다.
이 그래프가 점 $(0,\ -1)$을 지나므로

$-1=2+q \qquad \therefore\ q=-3$

따라서 $y=2(x-1)^2-3$이므로 꼭짓점의 좌표는 $(1,\ -3)$이다.

14 답 $y=4x^2+8x+3$

㈏, ㈐에서 $a=4$이고, 축의 방정식은 $x=-1$이므로 구하는 이차함수의 식을 $y=4(x+1)^2+q$로 놓을 수 있다.
㈎에서 이 그래프가 점 $(1,\ 15)$를 지나므로

$15=4\times(1+1)^2+q,\ 15=16+q \qquad \therefore\ q=-1$

$\therefore\ y=4(x+1)^2-1=4x^2+8x+3$

15 답 10

$y=ax^2+bx+c$에 $x=0,\ y=1$을 대입하면 $c=1$
즉, $y=ax^2+bx+1$에
(i) $x=-2,\ y=3$을 대입하면
$3=4a-2b+1$ ⋯ ㉠
(ii) $x=1,\ y=-6$을 대입하면
$-6=a+b+1$ ⋯ ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=-2,\ b=-5$
따라서 $a=-2,\ b=-5,\ c=1$이므로
$abc=(-2)\times(-5)\times1=10$

16 답 ②

$y=ax^2+bx+c$에 $x=0$, $y=-5$를 대입하면 $c=-5$

즉, $y=ax^2+bx-5$에

(i) $x=2$, $y=3$을 대입하면

$3=4a+2b-5$ $\cdots$ ㉠

(ii) $x=6$, $y=1$을 대입하면

$1=36a+6b-5$ $\cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=-\frac{3}{4}$, $b=\frac{11}{2}$

$\therefore 4a-2b-c=4\times\left(-\frac{3}{4}\right)-2\times\frac{11}{2}-(-5)=-9$

17 답 6

$y=ax^2-2x+b$에 $x=0$, $y=1$을 대입하면 $b=1$

즉, $y=ax^2-2x+1$에 $x=-1$, $y=6$을 대입하면

$6=a+2+1$ $\quad\therefore a=3$

따라서 $y=3x^2-2x+1$의 그래프가 점 $(1, c)$를 지나므로

$c=3-2+1=2$

$\therefore a+b+c=3+1+2=6$

18 답 ⑤

$y=ax^2+bx+c$에 $x=0$, $y=8$을 대입하면 $c=8$

즉, $y=ax^2+bx+8$에

(i) $x=-3$, $y=5$를 대입하면

$5=9a-3b+8$ $\cdots$ ㉠

(ii) $x=4$, $y=-16$을 대입하면

$-16=16a+4b+8$ $\cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=-1$, $b=-2$

따라서 $y=bx^2+cx+a=-2x^2+8x-1=-2(x-2)^2+7$이므로

꼭짓점의 좌표는 $(2, 7)$이다.

19 답 2

이차함수의 식을 $y=ax^2+bx+c$로 놓고 $x=0$, $y=-3$을 대입하면

$c=-3$

즉, $y=ax^2+bx-3$에

(i) $x=-4$, $y=-3$을 대입하면

$-3=16a-4b-3$ $\cdots$ ㉠

(ii) $x=1$, $y=-8$을 대입하면

$-8=a+b-3$ $\cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=-1$, $b=-4$

따라서 $y=-x^2-4x-3=-(x+3)(x+1)$이므로 이 그래프가

x축과 만나는 두 점은 $(-3, 0)$, $(-1, 0)$이다.

$\therefore \overline{AB}=-1-(-3)=2$

20 답 $y=-x^2+6x-5$

그래프가 x축과 두 점 $(1, 0)$, $(5, 0)$에서 만나므로 구하는 이차함수의 식을 $y=a(x-1)(x-5)$로 놓을 수 있다.

이 그래프가 점 $(4, 3)$을 지나므로

$3=-3a$ $\quad\therefore a=-1$

$\therefore y=-(x-1)(x-5)=-x^2+6x-5$

21 답 ⑤

$y=5x^2$의 그래프를 평행이동하면 완전히 포개어지고, x축과 두 점 $(2, 0)$, $(-4, 0)$에서 만나므로 이차함수의 식은

$y=5(x-2)(x+4)$

따라서 $y=5(x-2)(x+4)=5x^2+10x-40=5(x+1)^2-45$이므로 꼭짓점의 좌표는 $(-1, -45)$이다.

22 답 ①

그래프가 x축과 두 점 $(1, 0)$, $(-3, 0)$에서 만나므로 구하는 이차함수의 식을 $y=a(x-1)(x+3)$으로 놓을 수 있다.

$y=a(x-1)(x+3)=a(x^2+2x-3)$

$=a(x+1)^2-4a$

이때 꼭짓점의 y좌표가 8이므로

$-4a=8$ $\quad\therefore a=-2$

$\therefore y=-2(x^2+2x-3)=-2x^2-4x+6$

다른 풀이

축의 방정식이 $x=\frac{1+(-3)}{2}=-1$이므로 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-1, 8)$

즉, 구하는 이차함수의 식을 $y=a(x+1)^2+8$로 놓을 수 있다.

이 그래프가 점 $(1, 0)$을 지나므로

$0=a(1+1)^2+8$, $4a=-8$ $\quad\therefore a=-2$

$\therefore y=-2(x+1)^2+8=-2x^2-4x+6$

참고 x축과 만나는 두 점의 좌표가 $(m, 0)$, $(n, 0)$인 이차함수의 그래프는 축에 대칭하므로 축의 방정식은 $x=\frac{m+n}{2}$이다.

23 답 1

그래프가 x축과 두 점 $(2, 0)$, $(4, 0)$에서 만나므로 이차함수의 식을 $y=a(x-2)(x-4)$로 놓을 수 있다. $\cdots$ (i)

이 그래프가 점 $(1, -3)$을 지나므로

$-3=3a$ $\quad\therefore a=-1$ $\cdots$ (ii)

$\therefore y=-(x-2)(x-4)=-x^2+6x-8$ $\cdots$ (iii)

이 그래프가 점 $(k, -k^2-2)$를 지나므로

$-k^2-2=-k^2+6k-8$, $6k=6$

$\therefore k=1$ $\cdots$ (iv)

채점 기준

(i) 이차함수의 식을 $y=a(x-m)(x-n)$의 꼴로 놓기	20%
(ii) a의 값 구하기	30%
(iii) 이차함수의 식 구하기	20%
(iv) k의 값 구하기	30%

24 답 ③

$y=x^2+ax+b$의 그래프가 x축과 두 점 $(-5, 0)$, $(5, 0)$에서 만나므로

$y=(x+5)(x-5)=x^2-25$

따라서 $a=0$, $b=-25$이므로

$a-b=0-(-25)=25$

02 이차함수의 최댓값과 최솟값

핵심 유형 & 핵심 유형 완성하기 181~185쪽

25 답 ②

$y=\frac{1}{2}x^2-2x+3=\frac{1}{2}(x-2)^2+1$

따라서 $x=2$일 때, 최솟값은 1이다.

26 답 ①

$y=-3x^2+12x+c=-3(x-2)^2+c+12$

이 함수의 최댓값이 8이므로

$c+12=8 \qquad \therefore c=-4$

27 답 ③

$y=2x^2-ax+3$은 $x=2$일 때, 최솟값이 b이므로

$y=2(x-2)^2+b=2x^2-8x+b+8$

즉, $-a=-8$, $3=b+8$이므로 $a=8$, $b=-5$

$\therefore a+b=8+(-5)=3$

28 답 $y=-\frac{1}{3}x^2-\frac{4}{3}x-\frac{1}{3}$

$x=-2$일 때, 최댓값이 1이므로 구하는 이차함수의 식을

$y=a(x+2)^2+1$로 놓을 수 있다.

이 그래프가 점 $(1,\ -2)$를 지나므로

$-2=a(1+2)^2+1$, $9a=-3 \qquad \therefore a=-\frac{1}{3}$

$\therefore y=-\frac{1}{3}(x+2)^2+1=-\frac{1}{3}x^2-\frac{4}{3}x-\frac{1}{3}$

29 답 ②

$y=x^2-4px+4p-2=(x-2p)^2-4p^2+4p-2$

$\therefore m=-4p^2+4p-2=-4\left(p-\frac{1}{2}\right)^2-1$

따라서 m은 $p=\frac{1}{2}$일 때, 최댓값이 -1이다.

30 답 ④

$y=-2x^2+4x-1=-2(x-1)^2+1$

따라서 $x=1$일 때, 최댓값은 1이므로 $a=1$

$y=3x^2+2x+1=3\left(x+\frac{1}{3}\right)^2+\frac{2}{3}$

따라서 $x=-\frac{1}{3}$일 때, 최솟값은 $\frac{2}{3}$이므로 $b=\frac{2}{3}$

$\therefore a-b=1-\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$

31 답 ④

① $x=0$일 때, 최댓값은 -6이다.

② $x=-1$일 때, 최댓값은 0이다.

③ $x=6$일 때, 최댓값은 1이다.

④ $y=-x^2+x+6=-\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{25}{4}$

즉, $x=\frac{1}{2}$일 때 최댓값은 $\frac{25}{4}$이다.

⑤ $y=-3x^2+12x-6=-3(x-2)^2+6$

즉, $x=2$일 때 최댓값은 6이다.

따라서 최댓값이 가장 큰 것은 ④이다.

32 답 ③

$y=x^2-3$의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 3만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=(x-2)^2-3+3=(x-2)^2$

따라서 $x=2$일 때, 최솟값은 0이다.

33 답 ⑤

$y=x^2+ax+b$의 그래프가 두 점 $(0,\ -3)$, $(1,\ 0)$을 지나므로

$-3=b$, $0=1+a+b \qquad \therefore a=2,\ b=-3$

따라서 $y=x^2+2x-3=(x+1)^2-4$이므로

$x=-1$일 때, 최솟값은 -4이다.

34 답 (1) 3 (2) 최댓값: $\frac{61}{4}$, $x=\frac{3}{2}$

(1) $y=-x^2+kx+13$의 그래프가 점 $(k+1,\ k^2)$을 지나므로

$k^2=-(k+1)^2+k(k+1)+13$

$k^2=-k^2-2k-1+k^2+k+13$

$k^2+k-12=0$, $(k+4)(k-3)=0$

$\therefore k=-4$ 또는 $k=3$

이때 $k>0$이므로 $k=3$

(2) $y=-x^2+3x+13=-\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{61}{4}$

따라서 $x=\frac{3}{2}$일 때, 최댓값은 $\frac{61}{4}$이다.

35 답 -16

$y=3x^2+6x+4k-5=3(x+1)^2+4k-8$

이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-1,\ 4k-8)$이다. … (i)

$2x-y=14$에 $x=-1$, $y=4k-8$을 대입하면

$2\times(-1)-(4k-8)=14$

$4k=-8 \qquad \therefore k=-2$ … (ii)

따라서 $y=3(x+1)^2-16$이므로

$x=-1$일 때, 최솟값은 -16이다. … (iii)

채점 기준	
(i) 꼭짓점의 좌표 구하기	30%
(ii) k의 값 구하기	40%
(iii) 이차함수의 최솟값 구하기	30%

36 답 4

$y=x^2-2ax=(x-a)^2-a^2$

이 함수의 최솟값이 $-a^2$이므로

$-a^2=-16$, $a^2=16 \qquad \therefore a=\pm 4$

이때 $a>0$이므로 $a=4$

37 답 -3

$y=-\frac{1}{2}x^2+3x-a-\frac{1}{2}=-\frac{1}{2}(x-3)^2-a+4$

이므로 이 함수의 최댓값은 $-a+4$이다. … (i)

$y=x^2-8x+23=(x-4)^2+7$

이므로 이 함수의 최솟값은 7이다. … (ii)

따라서 $-a+4=7$이므로 $a=-3$ … (iii)

채점 기준

(i) $y=-\frac{1}{2}x^2+3x-a-\frac{1}{2}$의 최댓값 구하기	40%
(ii) $y=x^2-8x+23$의 최솟값 구하기	40%
(iii) a의 값 구하기	20%

38 답 -4

$y=-x^2+4ax-a=-(x-2a)^2+4a^2-a$

이 함수의 최댓값이 $a+6$이므로

$4a^2-a=a+6$, $4a^2-2a-6=0$

$2a^2-a-3=0$, $(a+1)(2a-3)=0$

$\therefore a=-1$ 또는 $a=\frac{3}{2}$

이때 $a<0$이므로 $a=-1$

즉, $y=-x^2-4x+1$의 그래프가 점 $(1, k)$를 지나므로

$k=-1-4+1=-4$

39 답 9

$y=2x^2-6x+a=2\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+a-\frac{9}{2}$

이 함수의 최솟값이 4 이상이므로

$a-\frac{9}{2}\ge 4$ $\quad\therefore a\ge\frac{17}{2}\ (=8.5)$

따라서 정수 a의 최솟값은 9이다.

40 답 ③

$y=-4x^2+2(3-a)x-3$은 $x=\frac{1}{2}$일 때, 최댓값이 k이므로

$y=-4\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+k=-4x^2+4x+k-1$

즉, $2(3-a)=4$, $-3=k-1$이므로

$a=1$, $k=-2$

$\therefore a-k=1-(-2)=3$

41 답 -10

$y=x^2+2x+m=(x+1)^2+m-1$의 그래프를 x축의 방향으로 n만큼, y축의 방향으로 3만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=(x-n+1)^2+m-1+3$

$\quad=(x-n+1)^2+m+2$

이 함수가 $x=-3$일 때, 최솟값이 7이므로

$n-1=-3$, $m+2=7$

$\therefore n=-2$, $m=5$

$\therefore mn=5\times(-2)=-10$

42 답 ④

$y=ax^2+bx+c$가 $x=-1$일 때, 최솟값이 -2이므로

$y=a(x+1)^2-2=ax^2+2ax+a-2$

이 이차함수는 최솟값을 가지므로 $a>0$

이 함수의 그래프가 제4사분면을 지나지 않으려면 y축과의 교점의 y좌표가 0보다 크거나 같아야 하므로

$a-2\ge 0$ $\quad\therefore a\ge 2$

따라서 구하는 a의 값의 범위는 $a\ge 2$이다.

만렙 비법 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$에서 q의 값이 최댓값이면 $a<0$, q의 값이 최솟값이면 $a>0$임을 이용한다.

43 답 $y=x^2-8x+14$

$x=4$일 때, 최솟값이 -2이므로 구하는 이차함수의 식을

$y=a(x-4)^2-2$로 놓을 수 있다.

이 그래프가 점 $(2, 2)$를 지나므로

$2=a(2-4)^2-2$, $4a=4$ $\quad\therefore a=1$

$\therefore y=(x-4)^2-2=x^2-8x+14$

44 답 5

$x=1$일 때, 최솟값이 q이므로 $f(x)=a(x-1)^2+q$로 놓을 수 있다.

$f(-1)=13$이므로 $4a+q=13$ … ㉠

$f(2)=7$이므로 $a+q=7$ … ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=2$, $q=5$

$\therefore f(x)=2(x-1)^2+5=2x^2-4x+7$

따라서 $a=2$, $b=-4$, $c=7$이므로

$a+b+c=2+(-4)+7=5$

45 답 ④

그래프가 x축과 두 점 $(-3, 0)$, $(5, 0)$에서 만나므로 이차함수의 식을 $y=a(x+3)(x-5)$로 놓을 수 있다.

$y=a(x+3)(x-5)=a(x^2-2x-15)=a(x-1)^2-16a$

이 함수의 최솟값이 -16이므로

$-16a=-16$ $\quad\therefore a=1$

$\therefore y=x^2-2x-15$

다른 풀이

축의 방정식이 $x=\frac{-3+5}{2}=1$이므로 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(1, -16)$

즉, 이차함수의 식을 $y=a(x-1)^2-16$으로 놓을 수 있다.

이 그래프가 점 $(-3, 0)$을 지나므로

$0=a(-3-1)^2-16$, $16a=16$ $\quad\therefore a=1$

$\therefore y=(x-1)^2-16=x^2-2x-15$

46 답 $y=3x^2+6x+5$

(가)에서 $a=3$

(다)에서 $y=3x^2+bx+c$의 그래프가 점 $(0, 5)$를 지나므로

$c=5$

$\therefore\ y=3x^2+bx+5=3\left(x+\frac{b}{6}\right)^2-\frac{b^2}{12}+5$

(나)에서 함수의 최솟값이 2이므로

$-\frac{b^2}{12}+5=2,\ b^2=36 \qquad \therefore\ b=\pm6$

(다)에서 그래프의 꼭짓점이 제2사분면 위에 있고 꼭짓점의 좌표가

$\left(-\frac{b}{6},\ -\frac{b^2}{12}+5\right)$이므로

$-\frac{b}{6}<0,\ -\frac{b^2}{12}+5>0$에서

$b>0,\ b^2<60 \qquad \therefore\ b=6$

따라서 구하는 이차함수의 식은 $y=3x^2+6x+5$이다.

47 답 ②

$y=-2x^2+2ax+a=-2\left(x-\frac{a}{2}\right)^2+\frac{a^2}{2}+a$

$\therefore\ M=\frac{a^2}{2}+a=\frac{1}{2}(a+1)^2-\frac{1}{2}$

따라서 M은 $a=-1$일 때, 최솟값이 $-\frac{1}{2}$이다.

48 답 ①

$y=-x^2-4tx+4t=-(x+2t)^2+4t^2+4t$

$\therefore\ f(t)=4t^2+4t=4\left(t+\frac{1}{2}\right)^2-1$

따라서 $f(t)$는 $t=-\frac{1}{2}$일 때, 최솟값이 -1이므로

$p=-\frac{1}{2},\ q=-1$

$\therefore\ p+q=-\frac{1}{2}+(-1)=-\frac{3}{2}$

49 답 ⑤

$y=-2x^2-4ax+b=-2(x+a)^2+2a^2+b$

이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-a,\ 2a^2+b)$이므로

$y=-3x+5$에 $x=-a,\ y=2a^2+b$를 대입하면

$2a^2+b=-3\times(-a)+5$

$\therefore\ b=-2a^2+3a+5=-2\left(a-\frac{3}{4}\right)^2+\frac{49}{8}$

따라서 b는 $a=\frac{3}{4}$일 때, 최댓값이 $\frac{49}{8}$이다.

03 이차함수의 활용

핵심 유형 & 핵심 유형 완성하기

186~191쪽

50 답 9

한 수를 x라 하면 다른 한 수는 $6-x$이다.

두 수의 곱을 y라 하면

$y=x(6-x)=-x^2+6x=-(x-3)^2+9$

따라서 $x=3$일 때, 두 수의 곱의 최댓값은 9이다.

51 답 $225\,\mathrm{cm}^2$

직사각형의 가로의 길이를 $x\,\mathrm{cm}$라 하면 세로의 길이는 $(30-x)\,\mathrm{cm}$이다.

직사각형의 넓이를 $y\,\mathrm{cm}^2$라 하면

$y=x(30-x)=-x^2+30x$

$\ \ =-(x-15)^2+225$ (단, $0<x<30$)

따라서 $x=15$일 때, 직사각형의 최대 넓이는 $225\,\mathrm{cm}^2$이다.

52 답 1

새로운 직사각형의 가로의 길이는 $(12-x)\,\mathrm{cm}$이고, 세로의 길이는 $(10+x)\,\mathrm{cm}$이다.

새로운 직사각형의 넓이를 $y\,\mathrm{cm}^2$라 하면

$y=(12-x)(10+x)=-x^2+2x+120$

$\ \ =-(x-1)^2+121$ (단, $0<x<12$)

따라서 $x=1$일 때, 새로운 직사각형의 넓이는 최대가 된다.

53 답 $30\,\mathrm{m}$

$y=-5x^2+20x+10=-5(x-2)^2+30$

따라서 $x=2$일 때, 최댓값이 30이므로 물체가 올라갈 수 있는 최고 높이는 $30\,\mathrm{m}$이다.

54 답 $\mathrm{P}(1,\ 2)$

점 P의 x좌표를 a라 하면 $\mathrm{P}(a,\ -2a+4)$

□OQPR의 넓이를 y라 하면

$y=a(-2a+4)=-2a^2+4a$

$\ \ =-2(a-1)^2+2$ (단, $0<a<2$)

따라서 $a=1$일 때, □OQPR의 넓이가 최대가 되므로 그때의 점 P의 좌표는 $\mathrm{P}(1,\ 2)$이다.

55 답 $\frac{5}{2}$

두 점 P, Q의 x좌표를 a라 하면 $\mathrm{P}\left(a,\ \frac{1}{6}a^2+4\right)$, $\mathrm{Q}(a,\ a)$이므로

$\overline{\mathrm{PQ}}=\frac{1}{6}a^2+4-a=\frac{1}{6}a^2-a+4=\frac{1}{6}(a-3)^2+\frac{5}{2}$

따라서 $a=3$일 때, $\overline{\mathrm{PQ}}$의 길이의 최솟값은 $\frac{5}{2}$이다.

56 답 11, 11

한 수를 x라 하면 다른 한 수는 $22-x$이다.

두 수의 곱을 y라 하면

$y=x(22-x)=-x^2+22x=-(x-11)^2+121$

따라서 $x=11$일 때, 두 수의 곱이 최대가 되므로 구하는 두 수는 11, 11이다.

57 답 -16

한 수를 x라 하면 다른 한 수는 $x+8$이다.

두 수의 곱을 y라 하면

$y=x(x+8)=x^2+8x=(x+4)^2-16$

따라서 $x=-4$일 때, 두 수의 곱의 최솟값은 -16이다.

58 답 -9

한 수를 x라 하면 다른 한 수는 $x+6$이다.
두 수의 제곱의 합을 y라 하면
$y=x^2+(x+6)^2=2x^2+12x+36=2(x+3)^2+18$ … (i)
$x=-3$일 때, 두 수의 제곱의 합이 최소가 되므로
두 수는 -3, 3이다. … (ii)
따라서 두 수의 곱은 $(-3)\times 3=-9$ … (iii)

채점 기준

(i) 이차함수의 식을 세워 $y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 변형하기	50%
(ii) 제곱의 합이 최소가 되는 두 수 구하기	30%
(iii) 두 수의 곱 구하기	20%

59 답 ①

$x+y=6$에서 $y=6-x$이므로
$2x^2+xy+2=2x^2+x(6-x)+2$
$=x^2+6x+2=(x+3)^2-7$
따라서 $x=-3$일 때, 최솟값은 -7이다.

60 답 56

직사각형의 세로의 길이를 x cm라 하면 가로의 길이는 $(16-x)$ cm이다.
직사각형의 넓이를 $y\,\text{cm}^2$라 하면
$y=x(16-x)=-x^2+16x$
$=-(x-8)^2+64$ (단, $0<x<16$)
따라서 $x=8$일 때, 직사각형의 넓이의 최댓값은 $64\,\text{cm}^2$이므로
$a=64$, $b=8$
$\therefore a+b=64-8=56$

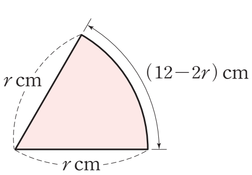
61 답 ③

삼각형의 밑변의 길이를 x cm라 하면 높이는 $(40-x)$ cm이다.
삼각형의 넓이를 $y\,\text{cm}^2$라 하면
$y=\frac{1}{2}x(40-x)=-\frac{1}{2}x^2+20x$
$=-\frac{1}{2}(x-20)^2+200$ (단, $0<x<40$)
따라서 $x=20$일 때, 삼각형의 최대 넓이는 $200\,\text{cm}^2$이다.

62 답 3 cm

부채꼴의 반지름의 길이를 r cm라 하면 호의 길이는 $(12-2r)$ cm이다.
부채꼴의 넓이를 $y\,\text{cm}^2$라 하면
$y=\frac{1}{2}r(12-2r)=-r^2+6r$
$=-(r-3)^2+9$ (단, $0<r<6$)
따라서 $r=3$일 때, 부채꼴의 넓이가 최대가 되므로 구하는 반지름의 길이는 3 cm이다.

참고 부채꼴의 둘레가 12 cm일 때, 부채꼴의 반지름의 길이를 r cm라 하면 호의 길이는 $(12-2r)$cm이다.



63 답 $50\,\text{m}^2$

닭장의 세로의 길이를 x m라 하면 가로의 길이는 $(20-2x)$ m이다.
닭장의 넓이를 $y\,\text{m}^2$라 하면
$y=x(20-2x)=-2x^2+20x$
$=-2(x-5)^2+50$ (단, $0<x<10$)
따라서 $x=5$일 때, 닭장의 최대 넓이는 $50\,\text{m}^2$이다.

64 답 4

빗금 친 직사각형의 세로의 길이가 x cm이므로 가로의 길이는 $(16-2x)$ cm이다.
빗금 친 직사각형의 넓이를 $y\,\text{cm}^2$라 하면
$y=x(16-2x)=-2x^2+16x$
$=-2(x-4)^2+32$ (단, $0<x<8$)
따라서 $x=4$일 때, 빗금 친 직사각형의 넓이가 최대가 된다.

65 답 $300\,\text{cm}^2$

$\overline{AP}=x$ cm라 하면 $\overline{BP}=(30-x)$ cm이다.
두 도형의 넓이의 합을 $y\,\text{cm}^2$라 하면
$y=x^2+\frac{1}{2}(30-x)^2=\frac{3}{2}x^2-30x+450$
$=\frac{3}{2}(x-10)^2+300$ (단, $0<x<30$)
따라서 $x=10$일 때, 두 도형의 넓이의 합의 최솟값은 $300\,\text{cm}^2$이다.

66 답 ④

한 원의 반지름의 길이를 x라 하면 다른 한 원의 반지름의 길이는 $8-x$이다.
두 원의 넓이의 합을 y라 하면
$y=\pi x^2+\pi(8-x)^2=2\pi x^2-16\pi x+64\pi$
$=2\pi(x-4)^2+32\pi$ (단, $0<x<8$)
따라서 $x=4$일 때, 두 원의 넓이의 합의 최솟값은 32π이다.

67 답 $49\,\text{cm}^2$

새로운 직사각형의 가로의 길이는 $(6+x)$ cm이고, 세로의 길이는 $(8-x)$ cm이다.
새로운 직사각형의 넓이를 $y\,\text{cm}^2$라 하면
$y=(6+x)(8-x)=-x^2+2x+48$
$=-(x-1)^2+49$ (단, $0<x<8$)
따라서 $x=1$일 때, 새로운 직사각형의 넓이의 최댓값은 $49\,\text{cm}^2$이다.

68 답 (1) $\frac{361}{4}\,\text{cm}^2$ (2) 19 cm, $\frac{19}{2}$ cm

(1) 새로 만든 삼각형의 밑변의 길이는 $(10+x)$ cm이고,
높이는 $\left(14-\frac{1}{2}x\right)$ cm이므로
$y=\frac{1}{2}(10+x)\left(14-\frac{1}{2}x\right)=-\frac{1}{4}x^2+\frac{9}{2}x+70$
$=-\frac{1}{4}(x-9)^2+\frac{361}{4}$ (단, $0<x<28$) … (i)

따라서 $x=9$일 때, 새로 만든 삼각형의 넓이의 최댓값은

$\frac{361}{4}\,\text{cm}^2$이다. … (ii)

(2) $x=9$일 때, 새로 만든 삼각형의 넓이가 최대가 되므로

구하는 밑변의 길이는 $10+9=19(\text{cm})$이고,

높이는 $14-\frac{1}{2}\times 9=\frac{19}{2}(\text{cm})$이다. … (iii)

채점 기준

(i) 이차함수의 식을 세워 $y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 변형하기	50%
(ii) 새로 만든 삼각형의 넓이의 최댓값 구하기	20%
(iii) 새로 만든 삼각형의 넓이가 최대가 될 때의 밑변의 길이와 높이 구하기	30%

69 답 5초 후

점 P는 매초 1 cm씩 움직이므로 x초 후에

$\overline{AP}=x\,\text{cm}$ $\quad\therefore \overline{PB}=(10-x)\,\text{cm}$

점 Q는 매초 2 cm씩 움직이므로 x초 후에

$\overline{BQ}=2x\,\text{cm}$

$\triangle$PBQ의 넓이를 $y\,\text{cm}^2$라 하면

$y=\frac{1}{2}\times 2x\times(10-x)=-x^2+10x$

$\quad=-(x-5)^2+25\ \left(\text{단, } 0<x<\frac{15}{2}\right)$

따라서 5초 후에 $\triangle$PBQ의 넓이가 최대가 된다.

70 답 ①

$y=-5x^2+10x+1=-5(x-1)^2+6$

따라서 $x=1$일 때, 최댓값이 6이므로 테니스 공은 1초 후에 최고 높이에 도달한다.

71 답 $\frac{5}{2}$ m

$y=-\frac{1}{10}x(x-10)=-\frac{1}{10}x^2+x=-\frac{1}{10}(x-5)^2+\frac{5}{2}$

따라서 $x=5$일 때, 최댓값이 $\frac{5}{2}$이므로 돌고래가 솟아오른 최고 높이는 $\frac{5}{2}$ m이다.

72 답 15일

$y=x(30-x)=-x^2+30x=-(x-15)^2+225$

따라서 $x=15$일 때, 최댓값이 225이므로 판매가 가장 많이 된 날은 판매를 시작한 지 15일째 되는 날이다.

73 답 245000원

총 판매 금액을 y원이라 하면

$y=(500-x)(400+2x)$

$\quad=-2x^2+600x+200000$

$\quad=-2(x-150)^2+245000$

따라서 $x=150$일 때, 최댓값이 245000이므로 총 판매 금액의 최댓값은 245000원이다.

74 답 ②

극장의 하루 동안의 수입을 y원이라 하면 1인당 입장료를 $100x$원 내릴 때, 입장객은 $10x$명 늘어나므로

$y=(8000-100x)(500+10x)$

$\quad=-1000x^2+30000x+4000000$

$\quad=-1000(x-15)^2+4225000$

따라서 $x=15$일 때, 하루 동안의 수입이 최대가 되므로 그때의 1인당 입장료는

$8000-100\times 15=8000-1500=6500$(원)

75 답 ④

직선의 기울기가 $\frac{700-800}{150-100}=-2$이므로

직선의 방정식을 $y=-2x+b$로 놓을 수 있다.

이 직선이 점 $(100, 800)$을 지나므로

$800=(-2)\times 100+b \qquad \therefore b=1000$

$\therefore y=-2x+1000$

이때 하루 매출액을 p원이라 하면

$p=x(-2x+1000)=-2x^2+1000x$

$\quad=-2(x-250)^2+125000$

따라서 $x=250$일 때, 하루 매출액이 최대가 되므로 그때의 단가는 250원이다.

76 답 $\frac{9}{8}$

점 P의 x좌표를 a라 하면 $\text{P}(a, -4a+6)$

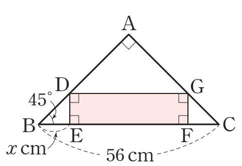
$\triangle$PRQ의 넓이를 y라 하면

$y=\frac{1}{2}a(-4a+6)=-2a^2+3a$

$\quad=-2\left(a-\frac{3}{4}\right)^2+\frac{9}{8}\ \left(\text{단, } 0<a<\frac{3}{2}\right)$

따라서 $a=\frac{3}{4}$일 때, $\triangle$PRQ의 넓이의 최댓값은 $\frac{9}{8}$이다.

77 답 392 cm²



오른쪽 그림에서 $\triangle$BED와 $\triangle$CFG는 합동이고 각각 직각이등변삼각형이므로

$\overline{BE}=x\,\text{cm}$라 하면

$\overline{DE}=x\,\text{cm}$

$\overline{CF}=\overline{BE}=x\,\text{cm}$이므로

$\overline{EF}=(56-2x)\,\text{cm}$ … (i)

$\square$DEFG의 넓이를 $y\,\text{cm}^2$라 하면

$y=x(56-2x)=-2x^2+56x$

$\quad=-2(x-14)^2+392$ (단, $0<x<28$) … (ii)

따라서 $x=14$일 때, 이 직사각형의 최대 넓이는 $392\,\text{cm}^2$이다.

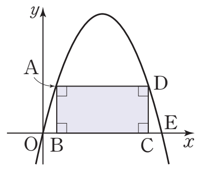
… (iii)

채점 기준

(i) $\overline{BE}=x\,\text{cm}$라 하고, $\overline{DE}$, $\overline{EF}$를 x에 대한 식으로 나타내기	30%
(ii) 이차함수의 식을 세워 $y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 변형하기	50%
(iii) 직사각형의 최대 넓이 구하기	20%

78 답 34

오른쪽 그림과 같이 $y=-x^2+8x$의 그래프가 x축과 만나는 점 중 원점이 아닌 점을 점 E라 하자.



$y=-x^2+8x$에 $y=0$을 대입하면

$-x^2+8x=0$, $x(x-8)=0$

$\therefore x=0$ 또는 $x=8$ $\quad\therefore$ E$(8, 0)$

점 B의 좌표를 $(k, 0)$이라 하면 $\overline{\mathrm{OB}}=\overline{\mathrm{CE}}=k$이므로

$\overline{\mathrm{BC}}=\overline{\mathrm{AD}}=8-2k$

또 A$(k, -k^2+8k)$이므로

$\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{DC}}=-k^2+8k$

□ABCD의 둘레의 길이를 y라 하면

$y=2\{(8-2k)+(-k^2+8k)\}$

$=2(-k^2+6k+8)$

$=-2k^2+12k+16$

$=-2(k-3)^2+34$ (단, $0<k<4$)

따라서 $k=3$일 때, □ABCD의 둘레의 길이의 최댓값은 34이다.

79 답 ④

두 점 P, Q의 x좌표를 a라 하면 P(a, a^2+2), Q(a, a)이므로

$\overline{\mathrm{PQ}}=a^2+2-a=a^2-a+2$

$=\left(a-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{7}{4}$

따라서 $a=\frac{1}{2}$일 때, $\overline{\mathrm{PQ}}$의 길이의 최솟값은 $\frac{7}{4}$이다.

80 답 ②

꼭짓점의 좌표가 $(1, 0)$이므로 이차함수의 식을 $y=a(x-1)^2$으로 놓을 수 있다.

이 이차함수의 그래프가 점 $(0, -1)$을 지나므로

$-1=a(0-1)^2$ $\quad\therefore a=-1$

$\therefore y=-(x-1)^2=-x^2+2x-1$

두 점 P, Q의 x좌표를 k라 하면

P(k, k), Q$(k, -k^2+2k-1)$이므로

$\overline{\mathrm{PQ}}=k-(-k^2+2k-1)=k^2-k+1$

$=\left(k-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4}$

따라서 $k=\frac{1}{2}$일 때, $\overline{\mathrm{PQ}}$의 길이의 최솟값은 $\frac{3}{4}$이다.

81 답 5

두 점 A, B의 x좌표를 각각 a, b라 하면

A$(a, -a^2+3a-3)$, B$(b, -b+6)$

이때 두 점 A, B의 y좌표는 같으므로

$-a^2+3a-3=-b+6$ $\quad\therefore b=a^2-3a+9$

$\therefore \overline{\mathrm{AB}}=b-a=a^2-3a+9-a$

$=a^2-4a+9$

$=(a-2)^2+5$

따라서 $a=2$일 때, $\overline{\mathrm{AB}}$의 길이의 최솟값은 5이다.

핵심 유형 최종 점검하기

192~195쪽

82 답 -3

꼭짓점의 좌표가 $(3, -7)$이므로 이차함수의 식을

$y=a(x-3)^2-7$로 놓을 수 있다.

이 그래프가 점 $(-1, 9)$를 지나므로

$9=a(-1-3)^2-7$, $16a=16$ $\quad\therefore a=1$

따라서 $y=(x-3)^2-7$의 그래프가 점 $(1, k)$를 지나므로

$k=(1-3)^2-7=-3$

83 답 -7

꼭짓점의 좌표가 $(-2, -6)$이므로 이차함수의 식을

$y=a(x+2)^2-6$으로 놓을 수 있다.

이 그래프가 $(0, -2)$를 지나므로

$-2=a(0+2)^2-6$, $4a=4$ $\quad\therefore a=1$

$\therefore y=(x+2)^2-6$

이 그래프를 x축의 방향으로 3만큼, y축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=(x-3+2)^2-6-2=(x-1)^2-8$

이 식에 $x=0$을 대입하면

$y=(0-1)^2-8=-7$

따라서 y축과 만나는 점의 y좌표는 -7이다.

84 답 ⑤

㈎, ㈏에서 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-2, 0)$이므로 이차함수의 식을 $y=a(x+2)^2$으로 놓을 수 있다.

㈐에서 이 그래프가 점 $(-4, 6)$을 지나므로

$6=a(-4+2)^2$ $\quad\therefore a=\frac{3}{2}$

$\therefore y=\frac{3}{2}(x+2)^2$

① $x=-3$을 대입하면 $y=\frac{3}{2}\times(-3+2)^2=\frac{3}{2}\neq-\frac{3}{2}$

② $x=-1$을 대입하면 $y=\frac{3}{2}\times(-1+2)^2=\frac{3}{2}\neq\frac{1}{2}$

③ $x=0$을 대입하면 $y=\frac{3}{2}\times(0+2)^2=6\neq3$

④ $x=1$을 대입하면 $y=\frac{3}{2}\times(1+2)^2=\frac{27}{2}\neq\frac{9}{2}$

⑤ $x=2$를 대입하면 $y=\frac{3}{2}\times(2+2)^2=24$

따라서 $y=\frac{3}{2}(x+2)^2$의 그래프 위의 점인 것은 ⑤이다.

85 답 ④

축의 방정식이 $x=1$이므로 구하는 이차함수의 식을

$y=a(x-1)^2+q$로 놓을 수 있다.

이 그래프가 두 점 $(0, 3)$, $(3, 0)$을 지나므로

$3=a+q$, $0=4a+q$

위의 두 식을 연립하여 풀면 $a=-1$, $q=4$

$\therefore y=-(x-1)^2+4=-x^2+2x+3$

86 답 ①

축의 방정식이 $x=-2$이므로 이차함수의 식을

$y=(x+2)^2+q$로 놓을 수 있다.

이 그래프가 점 $(0, -2)$를 지나므로

$-2=(0+2)^2+q \qquad \therefore q=-6$

$\therefore y=(x+2)^2-6=x^2+4x-2$

따라서 $a=4$, $b=-2$이므로

$a+b=4+(-2)=2$

87 답 (2, 3)

$f(x)=ax^2+bx+c$로 놓으면 $f(0)=5$이므로 $c=5$ ⋯ (i)

$\therefore f(x)=ax^2+bx+5$

이때 $f(2)=3$, $f(4)=5$이므로

$4a+2b+5=3$ ⋯ ㉠

$16a+4b+5=5$ ⋯ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=\frac{1}{2}$, $b=-2$ ⋯ (ii)

$\therefore f(x)=\frac{1}{2}x^2-2x+5=\frac{1}{2}(x-2)^2+3$ ⋯ (iii)

따라서 이차함수 $y=f(x)$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(2, 3)$이다. ⋯ (iv)

채점 기준

(i) c의 값 구하기	20%
(ii) a, b의 값 구하기	30%
(iii) 이차함수의 식 구하기	20%
(iv) 꼭짓점의 좌표 구하기	30%

88 답 ⑤

$y=2x^2$의 그래프와 모양이 같고, x축과 두 점 $(-3, 0)$, $(1, 0)$에서 만나므로 구하는 이차함수의 식은

$y=2(x+3)(x-1)=2x^2+4x-6$

89 답 ②

그래프가 x축과 두 점 $(-4, 0)$, $(2, 0)$에서 만나므로 이차함수의 식을 $y=a(x+4)(x-2)$로 놓을 수 있다.

이 그래프가 점 $(0, -4)$를 지나므로

$-4=-8a \qquad \therefore a=\frac{1}{2}$

$\therefore y=\frac{1}{2}(x+4)(x-2)=\frac{1}{2}x^2+x-4$

따라서 $a=\frac{1}{2}$, $b=1$, $c=-4$이므로

$abc=\frac{1}{2}\times1\times(-4)=-2$

90 답 ⑤

$y=\frac{1}{2}x^2-x+2=\frac{1}{2}(x-1)^2+\frac{3}{2}$

따라서 $x=1$일 때, 최솟값이 $\frac{3}{2}$이므로 $a=1$, $b=\frac{3}{2}$

$\therefore a+b=1+\frac{3}{2}=\frac{5}{2}$

91 답 ③

$y=-x^2+kx+7$의 그래프가 점 $(k-1, k^2)$을 지나므로

$k^2=-(k-1)^2+k(k-1)+7$

$k^2=-k^2+2k-1+k^2-k+7$

$k^2-k-6=0$, $(k+2)(k-3)=0$

$\therefore k=-2$ 또는 $k=3$

이때 $k>0$이므로 $k=3$

따라서 $y=-x^2+3x+7=-\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{37}{4}$이므로

$x=\frac{3}{2}$일 때, 최댓값은 $\frac{37}{4}$이다.

92 답 ④

$y=\frac{1}{2}x^2-2x+k-3=\frac{1}{2}(x-2)^2+k-5$

따라서 이 함수의 최솟값은 $k-5$이고, y의 값의 범위가 $y\geq5$이므로

$k-5=5 \qquad \therefore k=10$

93 답 −3

$y=-x^2+2kx+k=-(x-k)^2+k^2+k$

이 함수의 최댓값이 6이므로

$k^2+k=6$, $k^2+k-6=0$

$(k+3)(k-2)=0 \qquad \therefore k=-3$ 또는 $k=2$

이때 꼭짓점의 좌표 (k, k^2+k)가 제2사분면 위에 있으려면

$k<0$, $k^2+k>0$이어야 하므로 $k=-3$

94 답 ①

$y=-\frac{1}{2}x^2-4ax+a+b$는 $x=-4$일 때, 최댓값이 5이므로

$y=-\frac{1}{2}(x+4)^2+5=-\frac{1}{2}x^2-4x-3$

즉, $-4a=-4$, $a+b=-3$이므로

$a=1$, $b=-4$

$\therefore ab=1\times(-4)=-4$

95 답 ⑤

$y=\frac{1}{2}x^2$의 그래프와 폭이 같고, $x=3$일 때 최솟값이 -2인 이차함수의 식은 $y=\frac{1}{2}(x-3)^2-2$

① $x=-3$을 대입하면 $y=\frac{1}{2}\times(-3-3)^2-2=16$

② $x=-1$을 대입하면 $y=\frac{1}{2}\times(-1-3)^2-2=6$

③ $x=0$을 대입하면 $y=\frac{1}{2}\times(0-3)^2-2=\frac{5}{2}$

④ $x=1$을 대입하면 $y=\frac{1}{2}\times(1-3)^2-2=0$

⑤ $x=2$를 대입하면 $y=\frac{1}{2}\times(2-3)^2-2=-\frac{3}{2}\neq-\frac{5}{2}$

따라서 $y=\frac{1}{2}(x-3)^2-2$의 그래프가 지나는 점이 아닌 것은 ⑤이다.

96 답 ②

$y=x^2-2mx-8m-19$

$=(x-m)^2-m^2-8m-19$

$\therefore f(m)=-m^2-8m-19=-(m+4)^2-3$

따라서 $f(m)$은 $m=-4$일 때, 최댓값이 -3이다.

97 답 ⑤

$y=-x^2+4ax-a+3$

$=-(x-2a)^2+4a^2-a+3$

$\therefore M=4a^2-a+3=4\left(a-\frac{1}{8}\right)^2+\frac{47}{16}$

따라서 M은 $a=\frac{1}{8}$일 때, 최솟값이 $\frac{47}{16}$이므로 구하는 합은

$\frac{47}{16}+\frac{1}{8}=\frac{47}{16}+\frac{2}{16}=\frac{49}{16}$

98 답 ①

$x-y=12$에서 $y=x-12$이므로

$xy=x(x-12)=x^2-12x=(x-6)^2-36$

따라서 $x=6$일 때, 최솟값은 -36이다.

99 답 144 m²

꽃밭 한 개의 세로의 길이가 x m이므로 가로의 길이는 $\frac{48-4x}{3}$ m 이다.

전체 꽃밭의 넓이를 y m²라 하면

$y=\left(x\times\frac{48-4x}{3}\right)\times 3=x(48-4x)$

$=-4x^2+48x=-4(x-6)^2+144$ (단, $0<x<12$)

따라서 $x=6$일 때, 전체 꽃밭의 넓이의 최댓값은 144 m²이다.

100 답 12 cm

$\overline{AP}=x$ cm라 하면 $\overline{BP}=(24-x)$ cm이다. … (i)

두 정사각형의 넓이의 합을 y cm²라 하면

$y=x^2+(24-x)^2=2x^2-48x+576$

$=2(x-12)^2+288$ (단, $0<x<24$) … (ii)

따라서 $x=12$일 때, 두 정사각형의 넓이의 합이 최소가 되므로 구하는 $\overline{AP}$의 길이는 12 cm이다. … (iii)

채점 기준	
(i) $\overline{AP}=x$ cm라 하고, $\overline{BP}$를 x에 대한 식으로 나타내기	30%
(ii) 이차함수의 식을 세워 $y=a(x-p)^2=q$의 꼴로 변형하기	50%
(iii) 넓이의 합이 최소일 때, $\overline{AP}$의 길이 구하기	20%

101 답 ②

x초 후에 가로의 길이는 $(12+2x)$ cm이고, 세로의 길이는 $(14-x)$ cm이므로

$y=(12+2x)(14-x)=-2x^2+16x+168$

$=-2(x-4)^2+200$ (단, $0<x<14$)

따라서 $x=4$일 때, 직사각형의 넓이의 최댓값은 200 cm²이다.

102 답 110 m

$y=-5x^2+40x+30=-5(x-4)^2+110$

따라서 $x=4$일 때, 최댓값이 110이므로 로켓이 가장 높이 올라갔을 때의 높이는 110 m이다.

103 답 1100원

총 판매 금액을 y원이라 하면

$y=(1000+x)\left(600-\frac{1}{2}x\right)$

$=-\frac{1}{2}x^2+100x+600000$

$=-\frac{1}{2}(x-100)^2+605000$

따라서 $x=100$일 때, 총 판매 금액이 최대가 되므로 그때의 떡 한 개당 가격은

$1000+100=1100$(원)

104 답 P(2, 4)

점 P의 x좌표를 a라 하면 $P(a, -2a+8)$

□OQPR의 넓이를 y라 하면

$y=a(-2a+8)=-2a^2+8a$

$=-2(a-2)^2+8$ (단, $0<a<4$)

따라서 $a=2$일 때, □OQPR의 넓이가 최대가 되므로 그때의 점 P의 좌표는 $P(2, 4)$이다.

105 답 ③

직선 l이 두 점 $(0, -1)$, $(1, 0)$을 지나므로

(기울기)$=\frac{0-(-1)}{1-0}=1$, (y절편)$=-1$

이므로 직선 l의 방정식은 $y=x-1$

두 점 P, Q의 x좌표를 각각 a, b라 하면

$P(a, 2a^2+1)$, $Q(b, b-1)$

이때 두 점 P, Q의 y좌표는 같으므로

$2a^2+1=b-1 \qquad \therefore b=2a^2+2$

$\therefore \overline{PQ}=b-a=2a^2+2-a$

$=2a^2-a+2$

$=2\left(a-\frac{1}{4}\right)^2+\frac{15}{8}$

따라서 $a=\frac{1}{4}$일 때, $\overline{PQ}$의 길이의 최솟값은 $\frac{15}{8}$이다.