정답 및 해설

Ⅰ 지수함수와 로그함수

Ⅱ 삼각함수

Ⅲ 수열

빠른 정답

Ⅰ 지수함수와 로그함수

1 거듭제곱과 거듭제곱근 7쪽~10쪽

001 (1) x^6y^{15} (2) $-108x^{13}y^9$ (3) $\frac{72x^{10}}{y^{17}}$ (4) $\frac{x^7}{y^4}$

002 (1) $x=-1$ 또는 $x=\frac{1\pm\sqrt{3}i}{2}$

(2) $x=\pm2$ 또는 $x=\pm2i$

(3) $x=-4$ 또는 $x=2\pm2\sqrt{3}i$

(4) $x=\pm3$ 또는 $x=\pm3i$

003 (1) 없다. (2) -2 (3) -4, 4

004 (1) × (2) × (3) ○ (4) ○

005 (1) 2 (2) -4 (3) 0.3 (4) $\frac{1}{5}$ (5) 3 (6) $-\frac{1}{5}$

(7) -2

006 (1) 5 (2) 3 (3) 125 (4) 2 (5) 2 (6) 3

007 (1) 2 (2) 2 (3) $3\sqrt{3}$ (4) 1 (5) 7

008 ④ 009 ④ 010 ③ 011 ⑤ 012 ② 013 ③

2 지수의 확장 12쪽~20쪽

014 (1) 1 (2) 9 (3) 82 (4) 256

015 (1) a^3 (2) $\frac{1}{a^2}$ (3) $\frac{1}{a^{22}}$ (4) a^{12} (5) a^6

016 (1) $2^{\frac{5}{4}}$ (2) $5^{\frac{1}{3}}$ (3) $3^{-\frac{2}{3}}$

017 (1) $a^{\frac{1}{3}}$ (2) $a^{\frac{1}{8}}$ (3) $a^{-\frac{2}{5}}$

018 (1) $\sqrt[3]{9}$ (2) $\frac{\sqrt{5}}{25}$ (3) $9\sqrt{3}$

019 (1) 125 (2) $16\sqrt{2}$ (3) $\frac{1}{5}$ (4) 24

020 (1) $a^{\frac{5}{6}}$ (2) $a^{\frac{11}{10}}$ (3) $a^{\frac{11}{3}}$

021 (1) $a^{\frac{13}{12}}$ (2) $a^{\frac{1}{3}}$ (3) $a^{\frac{7}{8}}$ (4) $a^{\frac{7}{8}}$

022 (1) $3^{2\sqrt{5}}$ (2) 125 (3) 32 (4) $12^{\sqrt{6}}$ (5) 324

023 (1) $a^{3\sqrt{2}}$ (2) $a^{2\sqrt{3}}$ (3) $a^{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$ (4) a^6b^9 (5) a^3b^{-1}

024 (1) 4 (2) $a+a^{-1}$ (3) $a-b$

025 (1) 14 (2) 194 (3) 52

026 (1) 7 (2) 18 (3) $\sqrt{5}$

027 (1) 3 (2) $\frac{9}{2}$ (3) 2 (4) $\frac{7}{9}$

028 (1) 3 (2) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ (3) $\frac{28\sqrt{3}}{9}$

029 (1) $\frac{10}{3}$ (2) $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ (3) $\frac{26\sqrt{3}}{9}$

030 (1) 1 (2) 1 (3) -2 (4) 2

031 (1) $\sqrt{3}>\sqrt[3]{5}$ (2) $\sqrt[3]{2}<\sqrt[4]{3}$ (3) $\sqrt[3]{2}>\sqrt[4]{\sqrt{6}}$

(4) $\sqrt[5]{\sqrt{3}}<\sqrt[4]{\sqrt[3]{4}}$

032 (1) $3^{30}>5^{20}$ (2) $2^{18}<5^{12}$

033 (1) $\sqrt{2}<\sqrt[3]{3}<\sqrt[4]{5}$ (2) $\sqrt[6]{6}<\sqrt{2}<\sqrt[3]{3}$ (3) $\sqrt[3]{4}<\sqrt[4]{7}<\sqrt{3}$

(4) $\sqrt[3]{2}<\sqrt[9]{10}<\sqrt[6]{5}$

034 ⑤ 035 ② 036 ③ 037 ④ 038 $\sqrt{6}$

039 $\frac{8}{1-a^2}$ 040 ④ 041 ④ 042 ③ 043 ⑤

044 ④ 045 ③

3 로그의 뜻과 성질 22쪽~32쪽

046 (1) $\log_2 32=5$ (2) $\log_3 81=4$ (3) $\log_{10} 1000=3$

(4) $\log_2 \frac{1}{4}=-2$ (5) $\log_{\sqrt{3}} \frac{1}{3}=-2$ (6) $\log_{125} 5=\frac{1}{3}$

047 (1) $4^2=16$ (2) $81^{\frac{1}{4}}=3$ (3) $5^{\frac{1}{2}}=\sqrt{5}$

048 (1) 3 (2) 9 (3) $\frac{1}{81}$ (4) 8

049 (1) $x>1$ (2) $x<-4$ 또는 $x>-1$

(3) $x<-1$ 또는 $x>3$ (4) $-3<x<-2$ 또는 $x>-2$

(5) $2<x<3$ 또는 $3<x<5$

050 (1) N, a^n, $m+n$ (2) M, a^m, $m-n$

(3) a^m, a^m, a^{mk}, mk

051 (1) 0 (2) 1 (3) 3 (4) -3 (5) $\frac{2}{5}$ (6) 2 (7) -4

(8) -1

052 (1) 1 (2) 1 (3) 2 (4) 2 (5) 4 (6) -1

053 (1) 1 (2) 2 (3) 2 (4) 1 (5) -3

054 (1) $4a+b$ (2) $a+b+1$ (3) $2b-4a$ (4) $1-a$

(5) $3a-3$ (6) $-\frac{1}{4}a+\frac{1}{4}b+\frac{1}{4}$

055 (1) 8 (2) $\frac{1}{3}$ (3) $\frac{1}{2}$ (4) 2

056 (1) 3 (2) 2 (3) 1 (4) 1 (5) 2

057 (1) $\frac{b}{a}$ (2) $\frac{a+2b}{b}$ (3) $\frac{2a+b}{a+b}$ (4) $\frac{3a+2b}{4a}$

(5) $\frac{1-a}{a+b}$

058 (1) $x+y$ (2) $y-x$ (3) $\frac{3y}{x}$ (4) $\frac{y}{2x}$

059 (1) $3a-b$ (2) $\frac{4a+b}{a+b}$

060 (1) $\log_a b^n$, n (2) $\log_c a$, $b^{\log_c a}$ (3) b, 1

061 (1) $\frac{4}{3}$ (2) $\frac{7}{3}$ (3) 6 (4) 4 (5) 5 (6) 16

062 (1) $\frac{3}{4}$ (2) $\log_2 15$ (3) $-1-2\log_3 5$ (4) 10 (5) 6

063 (1) 5 (2) 25 (3) $\sqrt{3}$ (4) 25

064 (1) 정수 부분 : 1, 소수 부분 : $\log_2 3-1$

(2) 정수 부분 : 4, 소수 부분 : $\log_2 28-4$

(3) 정수 부분 : 2, 소수 부분 : $\log_3 26-2$

(4) 정수 부분 : 2, 소수 부분 : $\log_5 112-2$

065 (1) 2 (2) -1

066 (1) 7 (2) 14

067 ② 068 ④ 069 ② 070 ④ 071 ② 072 ①

073 ② 074 ③ 075 7 076 ② 077 ③

078 $-\log_{12} 4$

4 상용로그 34쪽~41쪽

079 (1) 2 (2) 4 (3) -1 (4) -2 (5) $\frac{1}{3}$ (6) $\frac{3}{4}$

080 (1) 1.6284 (2) 3.6284 (3) -0.3716 (4) -1.3716

081 (1) 1.1118 (2) -7.8820

082 (1) 0.6990 (2) 0.7781 (3) 0.9030 (4) 1.0791

(5) -0.7781 (6) -0.2219 (7) 0.3495

083 (1) $n=0$, $\alpha=0.2304$ (2) $n=2$, $\alpha=0.5092$

(3) $n=-4$, $\alpha=0.7471$

084 (1) $n=2$, $\alpha=0.3118$ (2) $n=-3$, $\alpha=0.3118$

085 (1) 0 (2) 1 (3) 2 (4) -1 (5) -2 (6) -3

086 (1) 5자리 (2) 10자리 (3) 15자리

087 (1) 9자리 (2) 17자리

088 (1) 소수점 아래 5번째 자리

(2) 소수점 아래 10번째 자리

089 (1) 소수점 아래 6번째 자리

(2) 소수점 아래 24번째 자리

090 (1) 0.6609 (2) 0.6609 (3) 0.6609 (4) 0.6609

(5) 0.6609 (6) 0.6609

091 (1) 1 (2) 3 (3) 9 (4) 3

092 (1) 2 (2) 1 (3) 1 (4) 2

093 (1) $100\sqrt{10}$ (2) $10\sqrt{10}$ (3) $100\sqrt{10}$

094 (1) $100\sqrt[3]{100}$ (2) $10\sqrt{10}$ (3) $\sqrt[3]{10}$ 또는 $\sqrt[3]{100}$

095 3.3 km

096 54

097 239GB

098 13%

099 1.6

100 34.8%

101 ③ 102 ③ 103 ⑤ 104 ⑤ 105 ② 106 $2^{\frac{4}{5}}$

5 지수함수의 뜻과 그래프 43쪽~51쪽

107 (1) ○ (2) × (3) × (4) ○

108 (1) 9 (2) $\frac{1}{27}$ (3) $\sqrt{3}$

109 풀이 참고

110 (1) ○ (2) × (3) × (4) ○ (5) ○

111 (1) ○ (2) × (3) × (4) ○

112 (1) $a=\frac{1}{9}$, $b=2$ (2) $a=5$, $b=2$ (3) $a=8$, $b=1$

113 (1) $y=3^{x-1}+3$ (2) $y=\left(\frac{1}{2}\right)^{x-3}-1$ (3) $y=-5^{x-2}-2$

114 (1) 점근선의 방정식 : $y=1$, 치역 : $\{y|y>1\}$

(2) 점근선의 방정식 : $y=-2$, 치역 : $\{y|y>-2\}$

115 풀이 참고

116 (1) ① $y=-7^x$ ② $y=\left(\frac{1}{7}\right)^x$ ③ $y=-\left(\frac{1}{7}\right)^x$

(2) ① $y=3^x$ ② $y=-\left(\frac{1}{3}\right)^x$ ③ $y=\left(\frac{1}{3}\right)^x$

(3) ① $y=-\left(\frac{1}{2}\right)^x$ ② $y=2^x$ ③ $y=-2^x$

(4) ① $y=5^x$ ② $y=-\left(\frac{1}{5}\right)^x$ ③ $y=\left(\frac{1}{5}\right)^x$

117 (1) $y=-7^{-x-3}-2$ (2) $y=-2^{x-3}+3$ (3) $y=-5^x-1$

118 (1) ○ (2) ○ (3) ○ (4) ×

119 (1) $a=2$, $b=1$ (2) $a=1$, $b=2$ (3) $a=\frac{1}{2}$, $b=4$

120 (1) $\sqrt[3]{3^4}<\sqrt{27}$ (2) $(0.2)^{-\frac{1}{2}}>(0.2)^{\frac{2}{3}}$

121 $\sqrt[4]{\frac{1}{8}}$, $\sqrt[3]{\frac{1}{4}}$, $\sqrt{\frac{1}{2}}$

빠른 정답

122 (1) 최댓값 : 8, 최솟값 : 1

(2) 최댓값 : 3, 최솟값 : $\frac{51}{25}$

(3) 최댓값 : 10, 최솟값 : $\frac{10}{9}$

(4) 최댓값 : 4, 최솟값 : $\frac{49}{16}$

(5) 최댓값 : $\frac{3}{2}$, 최솟값 : $-\frac{39}{16}$

(6) 최댓값 : 9, 최솟값 : $\frac{9}{8}$

123 (1) 최댓값 : 4, 최솟값 : $\frac{1}{4}$

(2) 최댓값 : 27, 최솟값 : $\frac{1}{3}$

(3) 최댓값 : 1, 최솟값 : $\frac{1}{256}$

124 (1) 최댓값 : 137, 최솟값 : 9

(2) 최댓값 : 3, 최솟값 : -1

(3) 최댓값 : 35, 최솟값 : -1

125 (1) 6 (2) 12 (3) $4\sqrt{3}$

126 ⑤ **127** ④ **128** ② **129** ⑤ **130** ③ **131** ②

6 로그함수의 뜻과 그래프 53쪽~62쪽

132 (1) 0 (2) 1 (3) -2

133 (1) -2 (2) 0 (3) -4

134 풀이 참고

135 (1) × (2) ○ (3) ○ (4) × (5) ○

136 (1) ○ (2) × (3) ○ (4) ○

137 (1) $a=1$, $b=4$ (2) $a=4$, $b=2$ (3) $a=\frac{1}{3}$, $b=-1$

138 (1) $y=\log_2(x-1)-2$, 점근선의 방정식 : $x=1$,

정의역 : $\{x|x>1\}$

(2) $y=\log_{\frac{1}{3}}(x+2)+3$, 점근선의 방정식 : $x=-2$,

정의역 : $\{x|x>-2\}$

(3) $y=\log_5(x-2)+3$, 점근선의 방정식 : $x=2$,

정의역 : $\{x|x>2\}$

(4) $y=\log_3(x-2)-1$, 점근선의 방정식 : $x=2$,

정의역 : $\{x|x>2\}$

139 풀이 참고

140 (1) ① $y=-\log_5 x$ ② $y=\log_5(-x)$

③ $y=-\log_5(-x)$

(2) ① $y=-\log_6(-x)$ ② $y=\log_6 x$ ③ $y=-\log_6 x$

(3) ① $y=\log_4 x$ ② $y=-\log_4(-x)$ ③ $y=\log_4(-x)$

(4) ① $y=-\log_3(x-1)-2$ ② $y=\log_3(-x-1)+2$

③ $y=-\log_3(-x-1)-2$

141 (1) $y=-\log_5(x+1)+3$ (2) $y=-\log_4(-x-1)+1$

(3) $y=\log_2(x-3)+3$

142 (1) ○ (2) ○ (3) × (4) ○

143 (1) $a=4$, $b=-2$ (2) $a=2$, $b=-2$ (3) $a=27$, $b=1$

144 (1) $\log_3 7<3\log_3 2$ (2) $\log_{\frac{1}{5}} 3>\log_{\frac{1}{5}} 8$

(3) $\log_4 30>\log_2 5$ (4) $\log_{\frac{1}{2}} 10<-\log_2 7$

145 (1) $\log_3 x<\log_3 x^3$ (2) $\log_3 x>\log_3 \frac{1}{x}$

(3) $\log_3 x<\log_x 3$

146 (1) $y=\log_5 \frac{x}{3}-2$ $(x>0)$

(2) $y=\log_2(x-1)+1$ $(x>1)$ (3) $y=3^x$

(4) $y=3^{x-1}+2$

147 (1) 풀이 참고 (2) 대칭이다.

148 (1) 풀이 참고 (2) 대칭이다.

149 (1) 최댓값 : 4, 최솟값 : 3

(2) 최댓값 : 4, 최솟값 : 2

(3) 최댓값 : -2, 최솟값 : -3

(4) 최댓값 : $\log_2 5$, 최솟값 : 0

(5) 최댓값 : 2, 최솟값 : 0

(6) 최댓값 : -2, 최솟값 : -3

150 (1) 최댓값 : 3, 최솟값 : 2

(2) 최댓값 : 26, 최솟값 : 2

(3) 최댓값 : 0, 최솟값 : -9

151 2

152 -4

153 ④ **154** ① **155** ⑤ **156** ④ **157** ① **158** ③

7 지수함수와 로그함수의 활용 64쪽~76쪽

159 (1) $x=6$ (2) $x=-3$ (3) $x=5$ (4) $x=-2$

(5) $x=\frac{1}{2}$ (6) $x=-7$

160 (1) $x=2$ (2) $x=\frac{1}{2}$ (3) $x=-2$ (4) $x=-1$

(5) $x=0$ (6) $x=-1$ 또는 $x=\frac{3}{2}$

161 (1) $x=0$ 또는 $x=2$ (2) $x=2$ (3) $x=-1$ 또는 $x=-3$
(4) $x=0$
162 (1) $x=1$ 또는 $x=3$ (2) $x=1$ (3) $x=2$ 또는 $x=1$
(4) $x=5$ 또는 $x=3$
163 3
164 128
165 $a>2$
166 (1) $x>2$ (2) $x<-2$ (3) $x\geq 4$ (4) $-2<x<3$
167 (1) $x<1$ (2) $x>-\frac{2}{3}$ (3) $x\leq -1$ (4) $x>2$
(5) $-2<x<\frac{3}{2}$
168 (1) $x>2$ (2) $1<x<3$ (3) $-1\leq x\leq 0$
(4) $-1\leq x\leq 1$
169 (1) $1<x<2$ (2) $1<x<7$ (3) $0<x\leq 1$ 또는 $x\geq 3$
170 $k<-1$
171 $k>9$
172 $k>\frac{27}{4}$
173 (1) $x=27$ (2) $x=\frac{1}{8}$ (3) $x=5$ (4) $x=1$
174 (1) $x=3$ (2) $x=2$ (3) $x=1$ (4) $x=8$
175 (1) $x=7$ (2) $x=6$ (3) $x=3$ (4) $x=5$
176 (1) $x=3$ (2) $x=2$ (3) $x=1$
177 (1) $x=2$ 또는 $x=\frac{1}{4}$ (2) $x=\frac{1}{3}$ 또는 $x=\frac{1}{9}$
(3) $x=2$ 또는 $x=4$
178 (1) $x=32$ 또는 $x=\frac{1}{2}$ (2) $x=3$ 또는 $x=9$
179 (1) $\frac{3}{2}<x<\frac{7}{2}$ (2) $\frac{1}{2}<x<\frac{3}{4}$
(3) $-2\leq x<-1$ 또는 $2<x\leq 3$
180 (1) $x>2$ (2) $2<x<6$ (3) $\frac{1}{3}<x<2$ (4) $x>5$
181 (1) $\frac{5}{2}<x<3$ (2) $x\geq 7$ (3) $-1<x<1$
(4) $4<x<5$
182 (1) $4<x\leq 8$ (2) $2<x<5$ (3) $2<x<3$
183 (1) $\frac{1}{3}<x<9$ (2) $0<x\leq\frac{1}{27}$ 또는 $x\geq 9$
(3) $\frac{1}{81}<x<9$
184 (1) $\frac{1}{2}<x<16$ (2) $\frac{1}{9}<x<\frac{1}{3}$
185 (1) $x>25$ (2) $1<x<81$ (3) $1<x\leq 8$
186 2
187 -2
188 $-12<k<0$
189 ⑤ 190 ④ 191 ③ 192 ⑤ 193 ② 194 ①

Ⅱ 삼각함수

1 일반각과 호도법

80쪽~89쪽

001 풀이 참고
002 (1) $\theta=360^\circ\times n+120^\circ$ (n은 정수)
(2) $\theta=360^\circ\times n+20^\circ$ (n은 정수)
(3) $\theta=360^\circ\times n+40^\circ$ (n은 정수)
003 (1) $360^\circ\times n+150^\circ$ (n은 정수)
(2) $360^\circ\times n+230^\circ$ (n은 정수)
(3) $360^\circ\times n+90^\circ$ (n은 정수)
(4) $360^\circ\times n+220^\circ$ (n은 정수)
(5) $360^\circ\times n+120^\circ$ (n은 정수)
(6) $360^\circ\times n+80^\circ$ (n은 정수)
004 (1) 제3사분면의 각 (2) 제1사분면의 각
(3) 제2사분면의 각 (4) 제4사분면의 각
(5) 제3사분면의 각
005 (1) 제1사분면 또는 제3사분면의 각
(2) 제2사분면 또는 제4사분면의 각
(3) 제1사분면 또는 제2사분면 또는 제3사분면의 각
(4) 제1사분면 또는 제3사분면 또는 제4사분면의 각
006 (1) 일치한다.
(2) y축에 대하여 대칭이다.
(3) 직선 $y=x$에 대하여 대칭이다.
(4) x축에 대하여 대칭이다.
(5) 원점에 대하여 대칭이다.
007 (1) 72° (2) 40°, 80° (3) 45°, 90°, 135°
008 (1) 36°, 72° (2) 18°, 36° (3) 12°, 24°, 36°
009 (1) 12°, 36° (2) 108° (3) 100°, 140°
010 (1) 162° (2) 9°, 45°, 81° (3) 54°, 78°
011 (1) 60° (2) 100°, 140° (3) 105°, 135°, 165°
012 (1) $\frac{\pi}{4}$ (2) $\frac{\pi}{3}$ (3) $\frac{\pi}{2}$ (4) $-\frac{2}{3}\pi$ (5) $-\frac{3}{4}\pi$
(6) -2π
013 (1) 240° (2) 108° (3) 150° (4) -60° (5) -225°
(6) -210°
014 (1) $l=\frac{\pi}{2}$, $S=\frac{3}{4}\pi$ (2) $l=2\pi$, $S=6\pi$
(3) $l=6\pi$, $S=27\pi$ (4) $l=\frac{9}{2}\pi$, $S=9\pi$
015 (1) $l=4\pi$, $S=12\pi$ (2) $l=2\pi$, $S=10\pi$
(3) $l=\frac{5}{2}\pi$, $S=\frac{15}{4}\pi$ (4) $l=\frac{3}{2}\pi$, $S=\frac{27}{4}\pi$
(5) $l=\frac{20}{3}\pi$, $S=\frac{100}{3}\pi$

빠른 정답

016 $\frac{4}{3}\pi$

017 π

018 (부채꼴의 반지름의 길이)$=6$, (부채꼴의 넓이)$=6\pi$

019 (1) $\frac{5}{2}$ (2) 4 (3) 7

020 ③ 021 (ㄱ)과 (ㄹ), (ㄴ)과 (ㅁ)

022 제2사분면 또는 제3사분면 또는 제4사분면의 각

023 $180°$ 024 ⑤ 025 $\frac{15}{8}\pi$

2 삼각함수의 뜻과 그래프 93쪽~121쪽

026 (1) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ (2) $\frac{1}{3}$ (3) $2\sqrt{2}$ (4) $\frac{1}{3}$ (5) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

027 (1) $\frac{1}{2}$ (2) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (3) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

028 (1) $\frac{12}{13}$ (2) $-\frac{5}{13}$ (3) $-\frac{12}{5}$ (4) $\frac{7}{13}$

029 (1) $\sin\theta<0$, $\cos\theta<0$, $\tan\theta>0$

(2) $\sin\theta>0$, $\cos\theta>0$, $\tan\theta>0$

(3) $\sin\theta>0$, $\cos\theta<0$, $\tan\theta<0$

(4) $\sin\theta<0$, $\cos\theta>0$, $\tan\theta<0$

030 (1) 제4사분면의 각 (2) 제2사분면의 각

(3) 제2사분면의 각 (4) 제1사분면 또는 제3사분면의 각

(5) 제2사분면 또는 제3사분면의 각

031 (1) $\cos\theta=-\frac{12}{13}$, $\tan\theta=-\frac{5}{12}$

(2) $\sin\theta=\frac{2\sqrt{2}}{3}$, $\tan\theta=-2\sqrt{2}$

032 (1) $\cos\theta=-\frac{\sqrt{15}}{4}$, $\tan\theta=\frac{\sqrt{15}}{15}$

(2) $\sin\theta=-\frac{\sqrt{10}}{5}$, $\tan\theta=\frac{\sqrt{6}}{3}$

033 (1) $\cos\theta=\frac{\sqrt{7}}{4}$, $\tan\theta=-\frac{3\sqrt{7}}{7}$

(2) $\sin\theta=-\frac{\sqrt{6}}{3}$, $\tan\theta=-\sqrt{2}$

034 (1) $-\frac{3}{8}$ (2) $-\frac{4}{3}$ (3) $-\frac{8}{3}$ (4) $\frac{1}{4}$ (5) $\frac{11}{16}$

035 (1) 2 (2) $\frac{1}{\cos\theta}$ (3) $\frac{2}{\sin\theta\cos\theta}$

036 (1) $-\frac{3}{8}$ (2) $-\frac{5}{6}$

037 (1) $\frac{\sqrt{15}}{3}$ (2) $\frac{\sqrt{6}}{2}$ (3) $2\sqrt{2}$

038 (1) 3 (2) -10 (3) -2 (4) 5

039 (1) 8 (2) 7 (3) $\frac{1}{2}$ (4) 1

040 (1) × (2) ○ (3) × (4) ○ (5) ×

041 (1) × (2) × (3) ○ (4) × (5) ○

042 (1) × (2) ○ (3) ○ (4) × (5) ×

043 (1) 풀이 참고, 치역 : $\{y\,|\,-3\le y\le 3\}$, 주기 : 2π

(2) 풀이 참고, 치역 : $\left\{y\,\middle|\,-\frac{1}{2}\le y\le\frac{1}{2}\right\}$, 주기 : 2π

044 (1) 풀이 참고, 치역 : $\{y\,|\,-1\le y\le 1\}$, 주기 : $\frac{2}{3}\pi$

(2) 풀이 참고, 치역 : $\{y\,|\,-1\le y\le 1\}$, 주기 : $\frac{\pi}{2}$

(3) 풀이 참고, 치역 : $\{y\,|\,-1\le y\le 1\}$, 주기 : 4π

045 (1) 풀이 참고, 치역 : $\{y\,|\,-2\le y\le 2\}$, 주기 : π

(2) 풀이 참고, 치역 : $\{y\,|\,-3\le y\le 3\}$, 주기 : 4π

(3) 풀이 참고, 치역 : $\left\{y\,\middle|\,-\frac{1}{3}\le y\le\frac{1}{3}\right\}$, 주기 : $\frac{2}{3}\pi$

(4) 풀이 참고, 치역 : $\left\{y\,\middle|\,-\frac{1}{2}\le y\le\frac{1}{2}\right\}$, 주기 : $\frac{\pi}{2}$

046 (1) 치역 : $\{y\,|\,2\le y\le 8\}$, 주기 : 2π

(2) 치역 : $\{y\,|\,-2\le y\le 2\}$, 주기 : π

(3) 치역 : $\left\{y\,\middle|\,\frac{3}{2}\le y\le\frac{5}{2}\right\}$, 주기 : 2π

(4) 치역 : $\left\{y\,\middle|\,-\frac{7}{3}\le y\le-\frac{5}{3}\right\}$, 주기 : 4π

047 (1) $a=1$, $b=\frac{1}{2}$, $c=3$ (2) $a=6$, $b=\frac{1}{3}$, $c=1$

(3) $a=3$, $b=6$, $c=2$

048 (1) 풀이 참고, 치역 : $\{y\,|\,-4\le y\le 4\}$, 주기 : 2π

(2) 풀이 참고, 치역 : $\left\{y\,\middle|\,-\frac{3}{2}\le y\le\frac{3}{2}\right\}$, 주기 : 2π

049 (1) 풀이 참고, 치역 : $\{y\,|\,-1\le y\le 1\}$, 주기 : $\frac{2}{3}\pi$

(2) 풀이 참고, 치역 : $\{y\,|\,-1\le y\le 1\}$, 주기 : $\frac{2}{5}\pi$

(3) 풀이 참고, 치역 : $\{y\,|\,-1\le y\le 1\}$, 주기 : 6π

050 (1) 풀이 참고, 치역 : $\{y\,|\,-3\le y\le 3\}$, 주기 : π

(2) 풀이 참고, 치역 : $\{y\,|\,-4\le y\le 4\}$, 주기 : 4π

(3) 풀이 참고, 치역 : $\left\{y\,\middle|\,-\frac{1}{2}\le y\le\frac{1}{2}\right\}$, 주기 : $\frac{2}{3}\pi$

(4) 풀이 참고, 치역 : $\left\{y\,\middle|\,-\frac{3}{2}\le y\le\frac{3}{2}\right\}$, 주기 : $\frac{2}{5}\pi$

051 (1) 치역 : $\{y\,|\,4\le y\le 8\}$, 주기 : 2π

(2) 치역 : $\{y\,|\,-3\le y\le 3\}$, 주기 : $\frac{\pi}{2}$

(3) 치역 : $\left\{y\,\middle|\,\frac{4}{5}\le y\le\frac{6}{5}\right\}$, 주기 : 2π

(4) 치역 : $\left\{y\,\middle|\,-\frac{13}{4}\le y\le-\frac{11}{4}\right\}$, 주기 : 12π

052 (1) $a=6$, $b=4$, $c=-3$ (2) $a=\frac{3}{2}$, $b=2$, $c=-\frac{1}{2}$

(3) $a=4$, $b=\frac{1}{2}$, $c=1$ (4) $a=3$, $b=2$, $c=-1$

053 (1) 풀이 참고, 치역 : 실수 전체의 집합, 주기 : π
(2) 풀이 참고, 치역 : 실수 전체의 집합, 주기 : π

054 (1) 풀이 참고, 치역 : 실수 전체의 집합, 주기 : $\frac{\pi}{3}$
(2) 풀이 참고, 치역 : 실수 전체의 집합, 주기 : 2π
(3) 풀이 참고, 치역 : 실수 전체의 집합, 주기 : $\frac{2}{3}\pi$

055 (1) 풀이 참고, 치역 : 실수 전체의 집합, 주기 : $\frac{\pi}{2}$
(2) 풀이 참고, 치역 : 실수 전체의 집합, 주기 : 2π
(3) 풀이 참고, 치역 : 실수 전체의 집합, 주기 : $\frac{\pi}{3}$
(4) 풀이 참고, 치역 : 실수 전체의 집합, 주기 : 6π

056 (1) 점근선의 방정식 : $x=n\pi+\frac{\pi}{2}$ (n은 정수), 주기 : π
(2) 점근선의 방정식 : $x=\frac{n}{2}\pi+\frac{\pi}{4}$ (n은 정수),
주기 : $\frac{\pi}{2}$
(3) 점근선의 방정식 : $x=\frac{n}{4}\pi+\frac{\pi}{8}$ (n은 정수),
주기 : $\frac{\pi}{4}$
(4) 점근선의 방정식 : $x=4n\pi+2\pi$ (n은 정수),
주기 : 4π
(5) 점근선의 방정식 : $x=3n\pi+\frac{3}{2}\pi$ (n은 정수),
주기 : 3π

057 (1) 치역 : 실수 전체의 집합, 주기 : π
(2) 치역 : 실수 전체의 집합, 주기 : $\frac{\pi}{3}$
(3) 치역 : 실수 전체의 집합, 주기 : $\frac{\pi}{5}$
(4) 치역 : 실수 전체의 집합, 주기 : 6π

058 (1) $a=3$, $b=\frac{1}{2}$, $c=-2$
(2) $a=\frac{4\sqrt{3}}{3}$, $b=\frac{1}{3}$, $c=-1$
(3) $a=5\sqrt{3}$, $b=3$, $c=-3$

059 (1) 풀이 참고, 치역 : $\{y|0\le y\le 1\}$, 주기 : π
(2) 풀이 참고, 치역 : $\{y|y\ge 0\}$, 주기 : π

060 (1) 풀이 참고, 치역 : $\{y|-1\le y\le 1\}$, 주기 : 2π
(2) 풀이 참고, 치역 : 실수 전체의 집합, 주기 : 없다.

061 (1) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (2) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (3) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (4) 1 (5) $\frac{1}{2}$ (6) $\sqrt{3}$

062 (1) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ (2) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (3) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ (4) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ (5) $-\sqrt{3}$
(6) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

063 (1) $-\frac{1}{2}$ (2) $-\frac{1}{2}$ (3) 1 (4) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ (5) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$
(6) $\sqrt{3}$

064 (1) $\frac{1}{2}$ (2) $-\frac{1}{2}$ (3) -1 (4) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (5) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$
(6) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$

065 (1) $\frac{1}{2}$ (2) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ (3) $-\sqrt{3}$ (4) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (5) $-\frac{1}{2}$
(6) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$

066 (1) $\sqrt{3}$ (2) 0 (3) $-\frac{3}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}$

067 (1) $\frac{89}{2}$ (2) 1

068 (1) 최댓값 : 3, 최솟값 : -1
(2) 최댓값 : 0, 최솟값 : -6
(3) 최댓값 : 1, 최솟값 : -5
(4) 최댓값 : 4, 최솟값 : 0

069 (1) 최댓값 : 4, 최솟값 : 0
(2) 최댓값 : 6, 최솟값 : 3
(3) 최댓값 : -1, 최솟값 : -4

070 (1) 최댓값 : 5, 최솟값 : 1
(2) 최댓값 : 0, 최솟값 : -4
(3) 최댓값 : $\frac{9}{4}$, 최솟값 : 0

071 (1) $x=\frac{\pi}{4}$ 또는 $x=\frac{3}{4}\pi$ (2) $x=\frac{\pi}{3}$ 또는 $x=\frac{5}{3}\pi$
(3) $x=\frac{\pi}{6}$ 또는 $x=\frac{11}{6}\pi$ (4) $x=\frac{\pi}{3}$ 또는 $x=\frac{4}{3}\pi$

072 (1) $x=\frac{\pi}{12}$ 또는 $x=\frac{5}{12}\pi$ 또는 $x=\frac{13}{12}\pi$ 또는 $x=\frac{17}{12}\pi$
(2) $x=\frac{\pi}{2}$ 또는 $x=\pi$
(3) $x=\frac{2}{9}\pi$ 또는 $x=\frac{8}{9}\pi$ 또는 $x=\frac{14}{9}\pi$

073 (1) $x=\frac{\pi}{2}$ 또는 $x=\frac{7}{6}\pi$ 또는 $x=\frac{11}{6}\pi$
(2) $x=\frac{\pi}{3}$ 또는 $x=\frac{5}{3}\pi$

074 (1) 7개 (2) 2개

075 (1) $\frac{7}{6}\pi<x<\frac{11}{6}\pi$
(2) $0\le x\le\frac{\pi}{3}$ 또는 $\frac{2}{3}\pi\le x<2\pi$
(3) $0\le x\le\frac{2}{3}\pi$ 또는 $\frac{4}{3}\pi\le x<2\pi$
(4) $\frac{\pi}{2}<x<\frac{5}{6}\pi$ 또는 $\frac{3}{2}\pi<x<\frac{11}{6}\pi$

076 (1) $\frac{\pi}{4}\le x\le\frac{3}{4}\pi$ 또는 $\frac{5}{4}\pi\le x\le\frac{7}{4}\pi$
(2) $0\le x<\frac{\pi}{3}$ 또는 $\frac{5}{3}\pi<x<2\pi$

077 $\frac{8}{15}$ 078 ⑤ 079 $-\sqrt{2}$ 080 $1-2\cos^2\theta$

081 $-\frac{3}{4}$, $\frac{11}{16}$ 082 ③ 083 ④, ⑤ 084 $\frac{4}{9}$

085 $a=1$, $b=2$, $c=\pi$, $d=2$ 086 ①

빠른 정답

087 풀이 참고, 치역 : $\{y \mid -2\le y\le 2\}$, 주기 : 없다.

088 $\sqrt{2}+\sqrt{3}$ 089 $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ 090 1 091 ④

092 $-\frac{2}{3}\pi$ 093 $\frac{\pi}{2}$ 094 $\frac{\pi}{3}\le\theta\le\frac{5}{3}\pi$

3 사인법칙과 코사인법칙

123쪽~134쪽

095 (1) $\sqrt{6}$ (2) 8

096 (1) $6\sqrt{2}$ (2) $10\sqrt{3}$ (3) $2\sqrt{3}$ (4) $2\sqrt{3}$

097 (1) 90° (2) 30° (3) 30°

098 (1) 2 (2) $\frac{5\sqrt{2}}{2}$ (3) $6\sqrt{2}$ (4) 4

099 (1) 4 (2) 6 (3) $12\sqrt{3}$

100 (1) 5 (2) $\frac{2}{3}$ (3) $4:5:6$ (4) $2:3:5$

101 (1) $4\sqrt{3}$ (2) $2\sqrt{2}+2\sqrt{6}$ (3) $1+\sqrt{3}$

102 (1) $\sqrt{3}$ (2) $\sqrt{5}$

103 (1) $\sqrt{39}$ (2) $\sqrt{7}$ (3) 2 (4) 13

104 (1) $\frac{3}{4}$ (2) $\frac{5\sqrt{3}}{9}$ (3) $\frac{8}{15}$

105 (1) $\frac{11}{16}$ (2) $\frac{5}{8}$ (3) 45° (4) 120°

106 (1) 정삼각형 (2) $C=90^\circ$인 직각삼각형

107 (1) $A=90^\circ$인 직각삼각형 (2) $b=c$인 이등변삼각형

108 (1) $12\sqrt{2}$ (2) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ (3) $2\sqrt{3}$ (4) $12\sqrt{3}$

109 (1) 6 (2) $4\sqrt{2}$ (3) $6\sqrt{3}$ (4) $2\sqrt{6}$

110 (1) $4\sqrt{6}$ (2) $4\sqrt{5}$ (3) $6\sqrt{6}$ (4) $10\sqrt{3}$ (5) $12\sqrt{5}$

111 (1) $\frac{9\sqrt{2}}{8}$ (2) $\frac{9\sqrt{5}}{5}$ (3) $\frac{27\sqrt{2}}{8}$

112 (1) $7+6\sqrt{3}$ (2) $20\sqrt{3}$

113 (1) 12 (2) $21\sqrt{2}$ (3) $16\sqrt{3}$

114 (1) 15 (2) $\frac{9}{2}$ (3) $12\sqrt{2}$ (4) 18

115 ③ 116 2 117 100 m 118 $\sqrt{7}$ 119 $\frac{5}{7}$

120 ⑤ 121 $a=c$인 이등변삼각형 122 60°

123 $2\sqrt{2}$

124 삼각형 ABC의 넓이 : 8, 외접원의 반지름의 길이 : $2\sqrt{2}$

125 45° 126 ②

Ⅲ 수열

1 등차수열

138쪽~147쪽

001 (1) 2, 4, 6 (2) 4, 5, 6 (3) 3, 5, 9 (4) 2, 6, 12
(5) $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$

002 (1) 18 (2) 36 (3) 64 (4) $\frac{1}{13}$

003 (1) $a_n=5n$ (2) $a_n=(-1)^n$ (3) $a_n=9-6n$
(4) $a_n=\frac{2n-1}{2n}$

004 (1) 첫째항 : 4, 공차 : 3 (2) 첫째항 : $\frac{1}{2}$, 공차 : $\frac{1}{2}$
(3) 첫째항 : 8, 공차 : -5

005 (1) 7, 10 (2) 15, 22 (3) 9, 14 (4) 19, 13

006 (1) $a_n=5n-4$ (2) $a_n=7n-12$ (3) $a_n=4n+6$
(4) $a_n=-2n-1$

007 (1) $a_n=4n+1$ (2) $a_n=2n-6$ (3) $a_n=-4n+10$
(4) $a_n=-9n+4$

008 (1) $a_n=6n-16$, $a_{10}=44$ (2) $a_n=-4n+1$, $a_{10}=-39$
(3) $a_n=-5n+26$, $a_{10}=-24$ (4) $a_n=3n+8$, $a_{10}=38$
(5) $a_n=4n-19$, $a_{10}=21$ (6) $a_n=-3n+13$, $a_{10}=-17$

009 (1) $a=-4$, $d=5$ (2) $a=-16$, $d=4$
(3) $a=-6$, $d=9$

010 (1) $a_n=2n-17$ (2) $a_n=-4n+30$ (3) $a_n=7n+2$

011 (1) $a_n=4n-5$ (2) $a_n=7n+1$ (3) $a_n=-6n+31$
(4) $a_n=-5n+22$

012 (1) 제5항 (2) 제9항 (3) 제10항 (4) 제26항

013 (1) 제16항 (2) 제17항 (3) 제17항 (4) 제16항
(5) 제13항

014 (1) 3 (2) 5 (3) 7 (4) -2

015 (1) $x=5$, $y=9$ (2) $x=-2$, $y=4$ (3) $x=16$, $y=2$

016 (1) 6 (2) 5 (3) 5

017 -9

018 $\frac{1}{3}$

019 $-\frac{9}{8}$

020 (1) -2, 1, 4 (2) 1, 4, 7

021 (1) 1, 5, 9, 13 (2) -4, 2, 8, 14

022 (1) 72 (2) 95 (3) 21

023 (1) 185 (2) 12 (3) -210

024 (1) 23 (2) 16 (3) -12 (4) -4

025 (1) 2 (2) 7 (3) 3 (4) -3

026 (1) 49 (2) 242

01-09 빠답-ok.indd 8 2018-04-17 오후 2:17:31

027 (1) -100 (2) -288 (3) -133 (4) -162

028 ② 029 제9항 030 ④ 031 14 032 $\frac{3}{5}$

033 450 034 16

2 등비수열

150쪽~157쪽

035 (1) 첫째항 : 2, 공비 : 2 (2) 첫째항 : 3, 공비 : $\sqrt{3}$

(3) 첫째항 : 2, 공비 : $-\frac{1}{2}$

036 (1) 18, 54 (2) 1, $\frac{1}{3}$ (3) -12, 24 (4) $-\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$

037 (1) $a_n=5\cdot2^{n-1}$ (2) $a_n=3\cdot(-2)^{n-1}$

(3) $a_n=(-1)\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^{n-2}$ (4) $a_n=16\cdot\left(\frac{3}{2}\right)^{n-1}$

038 (1) $a_n=3^{n-1}$ (2) $a_n=\left(\frac{1}{2}\right)^{n-3}$ (3) $a_n=0.1^n$

(4) $a_n=(-1)^{n-1}\cdot\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{n-5}$

039 (1) $a_n=2^{n+1}$, $a_6=128$

(2) $a_n=(-1)\cdot3^{n-4}$, $a_6=-9$

(3) $a_n=(-1)^{n-1}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{n-6}$, $a_6=-1$

(4) $a_n=\frac{32}{81}\cdot\left(\frac{3}{2}\right)^{n-1}$, $a_6=3$

(5) $a_n=(-1)^n$, $a_6=1$

(6) $a_n=(-1)^{n-1}\cdot\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^{n-2}$, $a_6=-\frac{1}{25}$

040 (1) $a=\frac{2}{3}$, $r=3$ (2) $a=64$, $r=\frac{1}{2}$ (3) $a=-\frac{3}{8}$, $r=4$

041 (1) $a_n=9^{n-3}$ (2) $a_n=3\cdot2^{n-1}$ (3) $a_n=(-1)\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{n-8}$

042 (1) $a_n=(-1)\cdot2^n$ (2) $a_n=3^{n-2}$ (3) $a_n=2^{n-2}$

(4) $a_n=81\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}$

043 (1) $a=6$, $b=12$, $c=24$ (2) $a=5$, $b=10$, $c=20$

(3) $a=4$, $b=12$, $c=36$ (4) $a=18$, $b=6$, $c=2$

044 (1) ±4 (2) ±15 (3) ±4

045 (1) 1 또는 $-\frac{3}{4}$ (2) 1 (3) 0 또는 5

046 $a=6$, $b=12$

047 $a=-1$, $b=-3$

048 (1) $2(2^n-1)$ (2) $\frac{1}{9}(3^n-1)$ (3) $\frac{8}{3}\left\{1-\left(-\frac{1}{2}\right)^n\right\}$

(4) $5n$

049 (1) 75 (2) 244 (3) $\frac{255}{64}$

050 13

051 26

052 (1) 16만 원 (2) 17.9만 원

053 (1) 196만 원 (2) 252만 원

054 (1) 1122만 원 (2) 1100만 원

055 (1) 1040만 원 (2) 1000만 원

056 (1) $a_n=2n+1$ (단, $n\geq1$)

(2) $a_1=-1$, $a_n=2n-4$ (단, $n\geq2$)

(3) $a_n=2^{n-1}$ (단, $n\geq1$)

057 제6항 058 ② 059 5 060 $\frac{189}{8}$

061 ③ 062 363

3 수열의 합

160쪽~168쪽

063 (1) $\sum_{k=1}^{10}a_k$ (2) $\sum_{k=1}^{n}2k$ (3) $\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k}$ (4) $\sum_{k=1}^{9}k^2$

(5) $\sum_{k=1}^{21}(4k-2)$ (6) $\sum_{k=1}^{50}k(2k-1)$

064 (1) $3+6+9+\cdots+24$ (2) $2+2^2+2^3+\cdots+2^7$

(3) $3+5+7+\cdots+21$

(4) $1\times3+2\times4+3\times5+\cdots+8\times10$

(5) $\frac{1}{3\times5}+\frac{1}{4\times6}+\frac{1}{5\times7}+\cdots+\frac{1}{13\times15}$

(6) $-1+2-3+4-\cdots-19+20$

065 (1) 7 (2) 3 (3) -1 (4) 28 (5) 29

066 (1) 12 (2) 7 (3) -3 (4) 17 (5) 1 (6) -27

067 (1) 65 (2) 110 (3) 385 (4) 335 (5) 3025 (6) 1870

068 (1) $n(2n-1)$ (2) $\frac{n(n+1)(n+2)}{3}$

(3) $\frac{n(n-1)(2n-1)}{6}$ (4) $\frac{n(n-1)(n+1)(n+2)}{4}$

069 (1) 133 (2) 265 (3) 432 (4) 852

070 (1) 495 (2) 1100 (3) 2845 (4) 220

071 (1) $\frac{1}{2}(3^{11}-3)$ (2) $3\left\{\left(\frac{3}{2}\right)^{10}-1\right\}$ (3) $2^{11}+53$

(4) $3\times2^{10}+217$ (5) $\frac{773-3^{11}}{2}$

072 (1) $\frac{19}{20}$ (2) $\frac{7}{18}$ (3) $\frac{67}{180}$

073 (1) 6 (2) 7 (3) 4 (4) $\frac{1}{2}(4+\sqrt{15}-\sqrt{2}-\sqrt{3})$

074 (1) $\frac{19}{4}\times3^{11}+\frac{3}{4}$ (2) $2-13\times\left(\frac{1}{2}\right)^{11}$ (3) $8\times2^{10}+2$

075 제46항

076 제31항

077 (1) 385 (2) 120 (3) $\frac{3}{4}\times\left(\frac{1}{3}\right)^{9}+\frac{51}{4}$

078 (1) (1), (2, 3), (4, 5, 6), (7, 8, 9, 10), ⋯

(2) n개 (3) 23 (4) 27

079 (1) (1), (2, 3), (4, 5, 6, 7),

(8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15), ⋯

(2) 2^{n-1}개 (3) 32 (4) 36

080 24 081 155 082 ① 083 3 084 $2^{n+1}-n-2$

085 ⑤

4 수학적 귀납법

170쪽~176쪽

086 (1) 10 (2) 41 (3) -46 (4) 11

087 (1) $a_n=5n-2$ (2) $a_n=-3n+13$ (3) $a_n=4n-3$

088 (1) $a_n=-3^{n-1}$ (2) $a_n=\left(\frac{1}{3}\right)^{n-3}$ (3) $a_n=3^{n-1}$

089 (1) $a_n=n^2-n+5$ (2) $a_n=\frac{3n^2-3n-6}{2}$

(3) $a_n=\frac{3n-1}{n}$

090 (1) $a_n=-\frac{2}{n+1}$ (2) $a_n=\frac{4}{n^2+n}$

091 (1) $a_n=2^n+1$ (2) $a_n=3^n-1$

092 (1) × (2) ○ (3) ×

093 풀이 참고

094 9, 9^k-1

095 $2\cdot5^{k-1}$, $2\cdot5^{k-1}$, $7N-5^{k-1}$

096 풀이 참고

097 ③ 098 ① 099 ② 100 ① 101 ⑤

Ⅰ 지수함수와 로그함수

1 거듭제곱과 거듭제곱근

7쪽~10쪽

001 답 (1) x^6y^{15} (2) $-108x^{13}y^9$ (3) $\frac{72x^{10}}{y^{17}}$ (4) $\frac{x^7}{y^4}$

(2) $(2x^2y^3)^2\times(-3x^3y)^3=4x^4y^6\times(-27x^9y^3)=-108x^{13}y^9$

(3) $\left(\frac{2x^2}{y^3}\right)^3\div\left(\frac{y^4}{3x^2}\right)^2=\frac{8x^6}{y^9}\div\frac{y^8}{9x^4}=\frac{8x^6}{y^9}\times\frac{9x^4}{y^8}=\frac{72x^{10}}{y^{17}}$

(4) $(x^3y^2)^4\div(x^4y^3)^2\times\left(\frac{x}{y^2}\right)^3=x^{12}y^8\times\frac{1}{x^8y^6}\times\frac{x^3}{y^6}=\frac{x^{15}y^8}{x^8y^{12}}=\frac{x^7}{y^4}$

002 답 (1) $x=-1$ 또는 $x=\frac{1\pm\sqrt{3}i}{2}$

(2) $x=\pm2$ 또는 $x=\pm2i$

(3) $x=-4$ 또는 $x=2\pm2\sqrt{3}i$

(4) $x=\pm3$ 또는 $x=\pm3i$

(1) -1의 세제곱근을 x라 하면 $x^3=-1$에서

$x^3+1=0$, $(x+1)(x^2-x+1)=0$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=\frac{1\pm\sqrt{3}i}{2}$

(2) 16의 네제곱근을 x라 하면 $x^4=16$에서

$x^4-16=0$, $(x-2)(x+2)(x^2+4)=0$

$\therefore x=\pm2$ 또는 $x=\pm2i$

(3) -64의 세제곱근을 x라 하면 $x^3=-64$에서

$x^3+64=0$, $(x+4)(x^2-4x+16)=0$

$\therefore x=-4$ 또는 $x=2\pm2\sqrt{3}i$

(4) 81의 네제곱근을 x라 하면 $x^4=81$에서

$x^4-81=0$, $(x-3)(x+3)(x^2+9)=0$

$\therefore x=\pm3$ 또는 $x=\pm3i$

003 답 (1) 없다. (2) -2 (3) -4, 4

(1) -9의 제곱근을 x라 하면 $x^2=-9$에서

$x^2+9=0$, $(x+3i)(x-3i)=0$

$\therefore x=\pm3i$

따라서 -9의 제곱근 중에서 실수인 것은 없다.

(2) -8의 세제곱근을 x라 하면 $x^3=-8$에서

$x^3+8=0$, $(x+2)(x^2-2x+4)=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=1\pm\sqrt{3}i$

따라서 -8의 세제곱근 중에서 실수인 것은 -2이다.

(3) 256의 네제곱근을 x라 하면 $x^4=256$에서

$x^4-256=0$, $(x+4)(x-4)(x+4i)(x-4i)=0$

$\therefore x=\pm4$ 또는 $x=\pm4i$

따라서 256의 네제곱근 중에서 실수인 것은 -4, 4이다.

004 답 (1) × (2) × (3) ○ (4) ○

(1) 8의 세제곱근은 2 또는 $-1\pm\sqrt{3}i$의 3개이다.

(2) 27의 세제곱근 중 실수인 것은 3의 1개이다.

005 답 (1) 2 (2) -4 (3) 0.3 (4) $\frac{1}{5}$ (5) 3 (6) $-\frac{1}{5}$ (7) -2

(1) $\sqrt[3]{8}=\sqrt[3]{2^3}=2$

(2) $\sqrt[3]{-64}=\sqrt[3]{(-4)^3}=-4$

(3) $\sqrt[3]{0.027}=\sqrt[3]{(0.3)^3}=0.3$

(4) $\sqrt[3]{\frac{1}{125}}=\sqrt[3]{\left(\frac{1}{5}\right)^3}=\frac{1}{5}$

(5) $\sqrt[4]{81}=\sqrt[4]{3^4}=3$

(6) $-\sqrt[4]{\frac{1}{625}}=-\sqrt[4]{\left(\frac{1}{5}\right)^4}=-\frac{1}{5}$

(7) $\sqrt[5]{-32}=\sqrt[5]{(-2)^5}=-2$

006 답 (1) 5 (2) 3 (3) 125 (4) 2 (5) 2 (6) 3

(1) $\sqrt[3]{5}\sqrt[3]{25}=\sqrt[3]{5\times25}=\sqrt[3]{125}=\sqrt[3]{5^3}=5$

(2) $\frac{\sqrt[4]{162}}{\sqrt[4]{2}}=\sqrt[4]{\frac{162}{2}}=\sqrt[4]{81}=\sqrt[4]{3^4}=3$

(3) $(\sqrt[3]{5})^9=\sqrt[3]{5^9}=5^3=125$

(4) $(\sqrt[8]{4})^4=\sqrt[8]{4^4}=\sqrt[2]{4}=\sqrt[2]{2^2}=2$

(5) $\sqrt{\sqrt[3]{64}}=\sqrt[6]{2^6}=2$

(6) $\sqrt[3]{\sqrt{729}}=\sqrt[6]{3^6}=3$

007 답 (1) 2 (2) 2 (3) $3\sqrt{3}$ (4) 1 (5) 7

(1) $\sqrt[3]{2}\times\sqrt[6]{16}=\sqrt[6]{2^2}\times\sqrt[6]{2^4}$

$=\sqrt[6]{2^2\times2^4}$

$=\sqrt[6]{2^6}=2$

(2) $\sqrt[3]{16}\div\sqrt{\sqrt[3]{4}}=\sqrt[3]{16}\div\sqrt[3]{\sqrt{4}}=\sqrt[3]{16}\div\sqrt[3]{2}$

$=\frac{\sqrt[3]{16}}{\sqrt[3]{2}}=\sqrt[3]{\frac{16}{2}}=\sqrt[3]{8}=\sqrt[3]{2^3}=2$

(3) $\sqrt[3]{27\sqrt{27}}=\sqrt[3]{27}\sqrt[3]{\sqrt{27}}=\sqrt[3]{3^3}\sqrt{\sqrt[3]{3^3}}=3\sqrt{3}$

(4) $\sqrt[3]{\frac{\sqrt[4]{5}}{\sqrt{3}}}\times\sqrt{\frac{\sqrt[3]{3}}{\sqrt[6]{5}}}=\frac{\sqrt[12]{5}}{\sqrt[6]{3}}\times\frac{\sqrt[6]{3}}{\sqrt[12]{5}}=1$

(5) $\sqrt[3]{4}\sqrt[3]{16}+\frac{\sqrt[3]{243}}{\sqrt[3]{9}}=\sqrt[3]{64}+\sqrt[3]{\frac{243}{9}}=\sqrt[3]{64}+\sqrt[3]{27}$

$=\sqrt[3]{4^3}+\sqrt[3]{3^3}=4+3=7$

008 답 ④

$\{(-3)^3\times27^2\}^4=\{(-3)^3\times(3^3)^2\}^4=\{(-3)^3\times3^6\}^4$

$=(-3)^{12}\times3^{24}=3^{12}\times3^{24}=3^{36}$

즉, $3^{36}=(3^3)^n=3^{3n}$이므로 $36=3n$

$\therefore n=12$

009 답 ④

① $-\sqrt{5},\ \sqrt{5}$　　② $-2,\ 1\pm\sqrt{3}i$

③ $-2,\ 2,\ -2i,\ 2i$　　⑤ 없다.

010 답 ③

-64의 세제곱근 중 실수인 것은

$\sqrt[3]{-64}=\sqrt[3]{(-4)^3}=-4$이므로 $a=1$

5의 네제곱근 중 실수인 것은 $\pm\sqrt[4]{5}$이므로 $b=2$

$\therefore\ a+b=3$

011 답 ⑤

① $\sqrt[3]{3}\times\sqrt[3]{9}=\sqrt[3]{27}=\sqrt[3]{3^3}=3$

② $\dfrac{\sqrt[4]{512}}{\sqrt[4]{8}}=\dfrac{\sqrt[4]{2^9}}{\sqrt[4]{2^3}}=\sqrt[4]{2^6}=\sqrt{2^3}=2\sqrt{2}$

③ $\sqrt[3]{2\times\sqrt[3]{64}}=\sqrt[3]{2\times\sqrt[3]{2^6}}=\sqrt[3]{2\times2^2}=\sqrt[3]{2^3}=2$

④ $\sqrt{\sqrt[3]{729}}=\sqrt{\sqrt[3]{3^6}}=\sqrt[6]{3^6}=3$

⑤ $\sqrt{2\times\sqrt[3]{4}}\div\sqrt[3]{4\sqrt{2}}=\sqrt{\sqrt[3]{2^3\times4}}\div\sqrt[3]{\sqrt{4^2\times2}}=\sqrt[6]{2^5}\div\sqrt[6]{2^5}=1$

012 답 ②

$\sqrt[4]{\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt[8]{3}}}=\dfrac{\sqrt[8]{3}}{\sqrt[32]{3}}=\dfrac{\sqrt[32]{3^4}}{\sqrt[32]{3}}=\sqrt[32]{\dfrac{3^4}{3}}=\sqrt[32]{3^3}$

즉, $\sqrt[32]{3^3}=\sqrt[32]{3^k}$이므로 $k=3$

013 답 ③

$\sqrt[4]{\dfrac{\sqrt{b}}{\sqrt[3]{a}}}\times\sqrt{\dfrac{\sqrt[6]{a}}{\sqrt[4]{b}}}=\dfrac{\sqrt[4]{\sqrt{b}}}{\sqrt[4]{\sqrt[3]{a}}}\times\dfrac{\sqrt{\sqrt[6]{a}}}{\sqrt{\sqrt[4]{b}}}$

$=\dfrac{\sqrt[8]{b}}{\sqrt[12]{a}}\times\dfrac{\sqrt[12]{a}}{\sqrt[8]{b}}=1$

2 지수의 확장

12쪽~20쪽

014 답 (1) 1　(2) 9　(3) 82　(4) 256

(2) $3^4\times3^{-2}=3^{4-2}=3^2=9$

(3) $\left(-\dfrac{1}{3}\right)^0+\left(\dfrac{1}{9}\right)^{-2}=1+\dfrac{1}{\left(\dfrac{1}{9}\right)^2}=1+\dfrac{1}{\dfrac{1}{81}}=1+81=82$

(4) $(2^2\div2^{-2})^2=\left(2^2\div\dfrac{1}{2^2}\right)^2=(2^2\times2^2)^2=(2^4)^2=2^8=256$

015 답 (1) a^3　(2) $\dfrac{1}{a^2}$　(3) $\dfrac{1}{a^{22}}$　(4) a^{12}　(5) a^6

(1) $a^5\times a^{-2}=a^{5-2}=a^3$

(2) $a^3\times a^4\div a^9=a^3\times a^4\times a^{-9}=a^{3+4-9}$

$=a^{-2}=\dfrac{1}{a^2}$

(3) $(a^{-2})^5\times(a^3)^{-4}=a^{-10}\times a^{-12}=a^{-22}=\dfrac{1}{a^{22}}$

(4) $(a^{-4})^2\times(a^{-5})^{-3}\div a^{-5}=a^{-8}\times a^{15}\div a^{-5}$

$=a^{-8+15-(-5)}=a^{12}$

(5) $(a^5)^{-2}\times(a^{-3})^{-4}\div(a^{-2})^2=a^{-10}\times a^{12}\div a^{-4}$

$=a^{-10+12-(-4)}=a^6$

016 답 (1) $2^{\frac{5}{4}}$　(2) $5^{\frac{1}{3}}$　(3) $3^{-\frac{2}{3}}$

017 답 (1) $a^{\frac{1}{3}}$　(2) $a^{\frac{1}{8}}$　(3) $a^{-\frac{2}{5}}$

018 답 (1) $\sqrt[3]{9}$　(2) $\dfrac{\sqrt{5}}{25}$　(3) $9\sqrt{3}$

(1) $3^{\frac{2}{3}}=\sqrt[3]{3^2}=\sqrt[3]{9}$

(2) $5^{-\frac{3}{2}}=5^{\frac{-3}{2}}=\sqrt{5^{-3}}=\sqrt{\dfrac{1}{5^3}}=\dfrac{1}{\sqrt{5^3}}=\dfrac{1}{5\sqrt{5}}=\dfrac{\sqrt{5}}{25}$

(3) $\left(\dfrac{1}{9}\right)^{-\frac{5}{4}}=(3^{-2})^{-\frac{5}{4}}=3^{\frac{5}{2}}=\sqrt{3^5}=9\sqrt{3}$

019 답 (1) 125　(2) $16\sqrt{2}$　(3) $\dfrac{1}{5}$　(4) 24

(1) $\{(-5)^2\}^{\frac{3}{2}}=25^{\frac{3}{2}}=(5^2)^{\frac{3}{2}}=5^3=125$

(2) $(2^{\frac{5}{4}})^2\times2^2=2^{\frac{5}{2}}\times2^2=2^{\frac{5}{2}+2}=2^{\frac{9}{2}}=\sqrt{2^9}=16\sqrt{2}$

(3) $5^{\frac{2}{3}}\times25^{-\frac{5}{6}}=5^{\frac{2}{3}}\times(5^2)^{-\frac{5}{6}}=5^{\frac{2}{3}}\times5^{-\frac{5}{3}}$

$=5^{\frac{2}{3}+\left(-\frac{5}{3}\right)}=5^{-1}=\dfrac{1}{5}$

(4) $16^{-\frac{3}{2}}\times64^{\frac{3}{2}}\div27^{-\frac{1}{3}}=(2^4)^{-\frac{3}{2}}\times(2^6)^{\frac{3}{2}}\div(3^3)^{-\frac{1}{3}}$

$=2^{-6}\times2^9\div3^{-1}=2^3\div\dfrac{1}{3}=8\times3=24$

020 답 (1) $a^{\frac{5}{6}}$　(2) $a^{\frac{11}{10}}$　(3) $a^{\frac{11}{3}}$

(1) $a^{\frac{1}{3}}\times a^{\frac{1}{2}}=a^{\frac{1}{3}+\frac{1}{2}}=a^{\frac{5}{6}}$

(2) $a^{\frac{3}{5}}\div a^{-\frac{1}{2}}=a^{\frac{3}{5}-\left(-\frac{1}{2}\right)}=a^{\frac{11}{10}}$

(3) $a^{\frac{3}{2}}\div a^{\frac{5}{6}}\times(a^2)^{\frac{3}{2}}=a^{\frac{3}{2}}\div a^{\frac{5}{6}}\times a^3=a^{\frac{3}{2}-\frac{5}{6}+3}=a^{\frac{11}{3}}$

021 답 (1) $a^{\frac{13}{12}}$　(2) $a^{\frac{1}{3}}$　(3) $a^{\frac{7}{8}}$　(4) $a^{\frac{7}{8}}$

(1) $\sqrt[4]{a^5}\times\sqrt{a^3}\div\sqrt[3]{a^5}=a^{\frac{5}{4}}\times a^{\frac{3}{2}}\div a^{\frac{5}{3}}=a^{\frac{5}{4}+\frac{3}{2}-\frac{5}{3}}=a^{\frac{13}{12}}$

(2) $\sqrt[4]{a\sqrt[3]{a}}=(a\times a^{\frac{1}{3}})^{\frac{1}{4}}=(a^{1+\frac{1}{3}})^{\frac{1}{4}}=(a^{\frac{4}{3}})^{\frac{1}{4}}=a^{\frac{1}{3}}$

(3) $\sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a}}}=\sqrt{a\sqrt{a\times a^{\frac{1}{2}}}}=\sqrt{a\sqrt{a^{\frac{3}{2}}}}=\sqrt{a\times a^{\frac{3}{4}}}=\sqrt{a^{\frac{7}{4}}}=a^{\frac{7}{8}}$

(4) $\sqrt{a\sqrt[3]{a\sqrt[4]{a^5}}}=\sqrt{a\sqrt[3]{a\times a^{\frac{5}{4}}}}=\sqrt{a\times(a^{\frac{9}{4}})^{\frac{1}{3}}}$

$=\sqrt{a\times a^{\frac{3}{4}}}=(a^{\frac{7}{4}})^{\frac{1}{2}}=a^{\frac{7}{8}}$

022 답 (1) $3^{2\sqrt{5}}$　(2) 125　(3) 32　(4) $12^{\sqrt{6}}$　(5) 324

(1) $3^{\frac{\sqrt{5}}{2}}\times3^{\frac{\sqrt{45}}{2}}=3^{\frac{\sqrt{5}}{2}+\frac{3\sqrt{5}}{2}}=3^{\frac{4\sqrt{5}}{2}}=3^{2\sqrt{5}}$

(2) $5^{\sqrt{3}+2}\div5^{\sqrt{3}-1}=5^{\sqrt{3}+2-(\sqrt{3}-1)}=5^3=125$

(3) $(4^{\sqrt{5}})^{\frac{\sqrt{5}}{2}}=4^{\sqrt{5}\times\frac{\sqrt{5}}{2}}=4^{\frac{5}{2}}=(2^2)^{\frac{5}{2}}=2^5=32$

(4) $3^{\sqrt{6}}\times 4^{\sqrt{6}}=(3\times 4)^{\sqrt{6}}=12^{\sqrt{6}}$

(5) $(3^{\sqrt{8}}\times 2^{\sqrt{2}})^{\sqrt{2}}=3^{\sqrt{16}}\times 2^2=3^4\times 2^2=324$

023 답 (1) $a^{3\sqrt{2}}$ (2) $a^{2\sqrt{3}}$ (3) $a^{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$ (4) a^6b^9 (5) a^3b^{-1}

(1) $a^{\sqrt{2}}\times a^{\sqrt{8}}=a^{\sqrt{2}+2\sqrt{2}}=a^{3\sqrt{2}}$

(2) $(a^{\frac{\sqrt{3}}{2}})^6\div a^{\sqrt{3}}=a^{3\sqrt{3}-\sqrt{3}}=a^{2\sqrt{3}}$

(3) $a^{\sqrt{2}}\div a^{2\sqrt{2}}\times a^{\sqrt{3}}=a^{\sqrt{2}-2\sqrt{2}+\sqrt{3}}=a^{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$

(4) $(a^{2\sqrt{3}}\times b^{3\sqrt{3}})^{\frac{3}{\sqrt{3}}}=(a^{2\sqrt{3}})^{\frac{3}{\sqrt{3}}}\times(b^{3\sqrt{3}})^{\frac{3}{\sqrt{3}}}=a^6b^9$

(5) $(a^{2\sqrt{2}}\times b^{\sqrt{2}})^{\frac{1}{\sqrt{2}}}\times(a^{-\sqrt{2}}\times b^{2\sqrt{2}})^{-\frac{1}{\sqrt{2}}}=a^2b\times ab^{-2}=a^3b^{-1}$

024 답 (1) 4 (2) $a+a^{-1}$ (3) $a-b$

(1) $(a^{\frac{1}{2}}+a^{-\frac{1}{2}})^2-(a^{\frac{1}{2}}-a^{-\frac{1}{2}})^2=a+2+a^{-1}-(a-2+a^{-1})=4$

(2) $(a^{\frac{1}{3}}+a^{-\frac{1}{3}})(a^{\frac{2}{3}}-a^{\frac{1}{3}}a^{-\frac{1}{3}}+a^{-\frac{2}{3}})=(a^{\frac{1}{3}})^3+(a^{-\frac{1}{3}})^3=a+a^{-1}$

(3) $a^{\frac{1}{4}}=A$, $b^{\frac{1}{4}}=B$로 놓으면 $a^{\frac{1}{2}}=A^2$, $b^{\frac{1}{2}}=B^2$

$\therefore (a^{\frac{1}{4}}-b^{\frac{1}{4}})(a^{\frac{1}{4}}+b^{\frac{1}{4}})(a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}})$

$=(A-B)(A+B)(A^2+B^2)$

$=(A^2-B^2)(A^2+B^2)$

$=A^4-B^4$

$=(a^{\frac{1}{4}})^4-(b^{\frac{1}{4}})^4=a-b$

025 답 (1) 14 (2) 194 (3) 52

(1) $a^{\frac{1}{2}}+a^{-\frac{1}{2}}=4$의 양변을 제곱하면

$a+2+a^{-1}=16$ $\quad\therefore a+a^{-1}=14$

(2) $a+a^{-1}=14$의 양변을 제곱하면

$a^2+2+a^{-2}=196$ $\quad\therefore a^2+a^{-2}=194$

(3) $a^{\frac{1}{2}}+a^{-\frac{1}{2}}=4$의 양변을 세제곱하면

$a^{\frac{3}{2}}+3(a^{\frac{1}{2}}+a^{-\frac{1}{2}})+a^{-\frac{3}{2}}=64$

$\therefore a^{\frac{3}{2}}+a^{-\frac{3}{2}}=64-3\times 4=52$

026 답 (1) 7 (2) 18 (3) $\sqrt{5}$

(1) $a+a^{-1}=3$의 양변을 제곱하면

$a^2+2+a^{-2}=9$ $\quad\therefore a^2+a^{-2}=7$

(2) $a+a^{-1}=3$의 양변을 세제곱하면

$a^3+3(a+a^{-1})+a^{-3}=27$

$\therefore a^3+a^{-3}=27-3\times 3=18$

(3) $(a-a^{-1})^2=(a+a^{-1})^2-4=3^2-4=5$

$\therefore a-a^{-1}=\sqrt{5}$ ($\because a>1$)

027 답 (1) 3 (2) $\frac{9}{2}$ (3) 2 (4) $\frac{7}{9}$

(1) $\frac{a^x+a^{-x}}{a^x-a^{-x}}=\frac{a^x(a^x+a^{-x})}{a^x(a^x-a^{-x})}=\frac{a^{2x}+1}{a^{2x}-1}=\frac{2+1}{2-1}=3$

(2) $\frac{a^{3x}+a^{-3x}}{a^x-a^{-x}}=\frac{a^{3x}(a^{3x}+a^{-3x})}{a^{3x}(a^x-a^{-x})}=\frac{a^{6x}+1}{a^{4x}-a^{2x}}$

$=\frac{(a^{2x})^3+1}{(a^{2x})^2-a^{2x}}=\frac{8+1}{4-2}=\frac{9}{2}$

(3) $\frac{a^{3x}+a^{-x}}{a^x+a^{-3x}}=\frac{a^{3x}(a^{3x}+a^{-x})}{a^{3x}(a^x+a^{-3x})}=\frac{a^{6x}+a^{2x}}{a^{4x}+1}$

$=\frac{(a^{2x})^3+a^{2x}}{(a^{2x})^2+1}=\frac{8+2}{4+1}=2$

(4) $\frac{a^{3x}-a^{-3x}}{a^{3x}+a^{-3x}}=\frac{a^{3x}(a^{3x}-a^{-3x})}{a^{3x}(a^{3x}+a^{-3x})}=\frac{a^{6x}-1}{a^{6x}+1}$

$=\frac{(a^{2x})^3-1}{(a^{2x})^3+1}=\frac{8-1}{8+1}=\frac{7}{9}$

028 답 (1) 3 (2) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ (3) $\frac{28\sqrt{3}}{9}$

(1) $\frac{a^x+a^{-x}}{a^x-a^{-x}}=\frac{a^x(a^x+a^{-x})}{a^x(a^x-a^{-x})}=\frac{a^{2x}+1}{a^{2x}-1}=2$

$a^{2x}+1=2a^{2x}-2$ $\quad\therefore a^{2x}=3$

(2) $a^{2x}=(a^x)^2=3$에서

$a^x=\sqrt{3}$ ($\because a>0$)

$\therefore a^x-a^{-x}=a^x-(a^x)^{-1}=\sqrt{3}-\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$

(3) $a^{3x}+a^{-3x}=(a^x)^3+(a^x)^{-3}$

$=3\sqrt{3}+\frac{1}{3\sqrt{3}}=\frac{28\sqrt{3}}{9}$

029 답 (1) $\frac{10}{3}$ (2) $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ (3) $\frac{26\sqrt{3}}{9}$

(1) $\frac{2^x-2^{-x}}{2^x+2^{-x}}=\frac{2^x(2^x-2^{-x})}{2^x(2^x+2^{-x})}=\frac{2^{2x}-1}{2^{2x}+1}=\frac{1}{2}$

$2\times 2^{2x}-2=2^{2x}+1$ $\quad\therefore 2^{2x}=3$

$\therefore 4^x+4^{-x}=2^{2x}+(2^{2x})^{-1}=3+\frac{1}{3}=\frac{10}{3}$

(2) $2^{2x}=(2^x)^2=3$에서 $2^x=\sqrt{3}$ ($\because 2^x>0$)

$\therefore 2^x+2^{-x}=2^x+(2^x)^{-1}=\sqrt{3}+\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{4\sqrt{3}}{3}$

(3) $8^x-8^{-x}=(2^x)^3-(2^x)^{-3}=3\sqrt{3}-\frac{1}{3\sqrt{3}}=\frac{26\sqrt{3}}{9}$

030 답 (1) 1 (2) 1 (3) -2 (4) 2

(1) $5=20^{\frac{1}{x}}$, $4=20^{\frac{1}{y}}$에서

$20^{\frac{1}{x}}\times 20^{\frac{1}{y}}=5\times 4$, $20^{\frac{1}{x}+\frac{1}{y}}=20$

$\therefore \frac{1}{x}+\frac{1}{y}=1$

(2) $18=6^{\frac{1}{x}}$, $3=6^{\frac{1}{y}}$에서

$6^{\frac{1}{x}}\div 6^{\frac{1}{y}}=18\div 3$, $6^{\frac{1}{x}-\frac{1}{y}}=6$

$\therefore \frac{1}{x}-\frac{1}{y}=1$

(3) $67=27^{\frac{1}{x}}=3^{\frac{3}{x}}$, $603=81^{\frac{1}{y}}=3^{\frac{4}{y}}$

$3^{\frac{3}{x}}\div3^{\frac{4}{y}}=67\div603$, $3^{\frac{3}{x}-\frac{4}{y}}=\frac{1}{9}=3^{-2}$

$\therefore \frac{3}{x}-\frac{4}{y}=-2$

(4) $972=8^{\frac{1}{x}}=2^{\frac{3}{x}}$, $243=16^{\frac{1}{y}}=2^{\frac{4}{y}}$

$2^{\frac{3}{x}}\div2^{\frac{4}{y}}=972\div243$, $2^{\frac{3}{x}-\frac{4}{y}}=2^2$

$\therefore \frac{3}{x}-\frac{4}{y}=2$

031 답 (1) $\sqrt{3}>\sqrt[3]{5}$ (2) $\sqrt[3]{2}<\sqrt[4]{3}$ (3) $\sqrt[3]{2}>\sqrt[4]{\sqrt{6}}$
(4) $\sqrt[5]{\sqrt{3}}<\sqrt[4]{\sqrt[3]{4}}$

(1) $\sqrt{3}=\sqrt[6]{3^3}=\sqrt[6]{27}$, $\sqrt[3]{5}=\sqrt[6]{5^2}=\sqrt[6]{25}$

$\therefore \sqrt{3}>\sqrt[3]{5}$

(2) $\sqrt[3]{2}=\sqrt[12]{2^4}=\sqrt[12]{16}$, $\sqrt[4]{3}=\sqrt[12]{3^3}=\sqrt[12]{27}$

$\therefore \sqrt[3]{2}<\sqrt[4]{3}$

(3) $\sqrt[3]{2}=\sqrt[24]{2^8}=\sqrt[24]{256}$, $\sqrt[4]{\sqrt{6}}=\sqrt[8]{6}=\sqrt[24]{6^3}=\sqrt[24]{216}$

$\therefore \sqrt[3]{2}>\sqrt[4]{\sqrt{6}}$

(4) $\sqrt[5]{\sqrt{3}}=\sqrt[10]{3}=\sqrt[60]{3^6}=\sqrt[60]{729}$, $\sqrt[4]{\sqrt[3]{4}}=\sqrt[12]{4}=\sqrt[60]{4^5}=\sqrt[60]{1024}$

$\therefore \sqrt[5]{\sqrt{3}}<\sqrt[4]{\sqrt[3]{4}}$

032 답 (1) $3^{30}>5^{20}$ (2) $2^{18}<5^{12}$

(1) $3^{30}=(3^3)^{10}=27^{10}$, $5^{20}=(5^2)^{10}=25^{10}$

$\therefore 3^{30}>5^{20}$

(2) $2^{18}=(2^3)^6=8^6$, $5^{12}=(5^2)^6=25^6$

$\therefore 2^{18}<5^{12}$

033 답 (1) $\sqrt{2}<\sqrt[3]{3}<\sqrt[4]{5}$ (2) $\sqrt[6]{6}<\sqrt{2}<\sqrt[3]{3}$ (3) $\sqrt[3]{4}<\sqrt[4]{7}<\sqrt{3}$
(4) $\sqrt[3]{2}<\sqrt[9]{10}<\sqrt[6]{5}$

(1) $\sqrt{2}$, $\sqrt[3]{3}$, $\sqrt[4]{5}$에서 2, 3, 4의 최소공배수가 12이고

$\sqrt{2}=\sqrt[12]{2^6}$, $\sqrt[3]{3}=\sqrt[12]{3^4}$, $\sqrt[4]{5}=\sqrt[12]{5^3}$

이때 2^6, 3^4, 5^3의 대소를 비교하면

$2^6<3^4<5^3$ $\therefore \sqrt{2}<\sqrt[3]{3}<\sqrt[4]{5}$

(2) $\sqrt{2}$, $\sqrt[3]{3}$, $\sqrt[6]{6}$에서 2, 3, 6의 최소공배수가 6이고

$\sqrt{2}=\sqrt[6]{2^3}$, $\sqrt[3]{3}=\sqrt[6]{3^2}$, $\sqrt[6]{6}$

이때 2^3, 3^2, 6의 대소를 비교하면

$6<2^3<3^2$ $\therefore \sqrt[6]{6}<\sqrt{2}<\sqrt[3]{3}$

(3) $\sqrt{3}$, $\sqrt[3]{4}$, $\sqrt[4]{7}$에서 2, 3, 4의 최소공배수가 12이고

$\sqrt{3}=\sqrt[12]{3^6}$, $\sqrt[3]{4}=\sqrt[12]{4^4}$, $\sqrt[4]{7}=\sqrt[12]{7^3}$

이때 3^6, 4^4, 7^3의 대소를 비교하면

$4^4<7^3<3^6$ $\therefore \sqrt[3]{4}<\sqrt[4]{7}<\sqrt{3}$

(4) $\sqrt[3]{2}$, $\sqrt[6]{5}$, $\sqrt[9]{10}$에서 3, 6, 9의 최소공배수가 18이고

$\sqrt[3]{2}=\sqrt[18]{2^6}$, $\sqrt[6]{5}=\sqrt[18]{5^3}$, $\sqrt[9]{10}=\sqrt[18]{10^2}$

이때 2^6, 5^3, 10^2의 대소를 비교하면

$2^6<10^2<5^3$ $\therefore \sqrt[3]{2}<\sqrt[9]{10}<\sqrt[6]{5}$

034 답 ⑤

$$\frac{10}{3^2+9^2}\times\frac{27}{2^{-5}+8^{-2}}=\frac{10}{3^2+(3^2)^2}\times\frac{27}{2^{-5}+(2^3)^{-2}}$$
$$=\frac{10}{3^2+3^4}\times\frac{27}{2^{-5}+2^{-6}}$$
$$=\frac{10}{3^2(1+3^2)}\times\frac{3^3}{2^{-6}(2+1)}$$
$$=\frac{1}{3^2}\times\frac{3^2}{2^{-6}}=2^6=64$$

035 답 ②

① $\left(-\frac{1}{5}\right)^{-3}=(-5)^3=-125$ ② $(-5)^{-3}=\frac{1}{(-5)^3}=-\frac{1}{125}$

③ $-3^0=-1$ ④ $\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}=2^2=4$ ⑤ $2^{-2}=\frac{1}{2^2}=\frac{1}{4}$

따라서 ①<③<②<⑤<④이므로 세 번째로 큰 것은 ②이다.

036 답 ③

$$\sqrt[4]{a\sqrt[3]{a\sqrt{a}}}=\sqrt[4]{a\sqrt[3]{a\times a^{\frac{1}{2}}}}=\sqrt[4]{a\times(a^{\frac{3}{2}})^{\frac{1}{3}}}$$
$$=\sqrt[4]{a\times a^{\frac{1}{2}}}=(a^{\frac{3}{2}})^{\frac{1}{4}}=a^{\frac{3}{8}}$$

$\therefore m-n=8-3=5$

037 답 ④

$$\sqrt{ab^3}\div\sqrt[3]{a^2b^4}\times(ab^5)^{\frac{1}{6}}=(ab^3)^{\frac{1}{2}}\div(a^2b^4)^{\frac{1}{3}}\times(ab^5)^{\frac{1}{6}}$$
$$=a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{3}{2}}\div a^{\frac{2}{3}}b^{\frac{4}{3}}\times a^{\frac{1}{6}}b^{\frac{5}{6}}$$
$$=a^{\frac{1}{2}-\frac{2}{3}+\frac{1}{6}}b^{\frac{3}{2}-\frac{4}{3}+\frac{5}{6}}=a^0b^1=b$$

038 답 $\sqrt{6}$

$$(a^{\sqrt{3}})^{2\sqrt{2}}\times(\sqrt[3]{a})^{6\sqrt{6}}\div a^{3\sqrt{6}}=a^{2\sqrt{6}}\times a^{2\sqrt{6}}\div a^{3\sqrt{6}}=a^{2\sqrt{6}+2\sqrt{6}-3\sqrt{6}}=a^{\sqrt{6}}$$

$\therefore k=\sqrt{6}$

039 답 $\frac{8}{1-a^2}$

$$\frac{1}{1-a^{\frac{1}{4}}}+\frac{1}{1+a^{\frac{1}{4}}}+\frac{2}{1+a^{\frac{1}{2}}}+\frac{4}{1+a}$$
$$=\frac{1+a^{\frac{1}{4}}+1-a^{\frac{1}{4}}}{(1-a^{\frac{1}{4}})(1+a^{\frac{1}{4}})}+\frac{2}{1+a^{\frac{1}{2}}}+\frac{4}{1+a}$$
$$=\frac{2}{1-a^{\frac{1}{2}}}+\frac{2}{1+a^{\frac{1}{2}}}+\frac{4}{1+a}=\frac{2(1+a^{\frac{1}{2}})+2(1-a^{\frac{1}{2}})}{(1-a^{\frac{1}{2}})(1+a^{\frac{1}{2}})}+\frac{4}{1+a}$$
$$=\frac{4}{1-a}+\frac{4}{1+a}=\frac{4(1+a)+4(1-a)}{(1-a)(1+a)}=\frac{8}{1-a^2}$$

040 답 ④

$(a^{\frac{1}{2}}+a^{-\frac{1}{2}})^2=a+a^{-1}+2=12$

$a>0$이므로 $a^{\frac{1}{2}}+a^{-\frac{1}{2}}>0$

$\therefore\ a^{\frac{1}{2}}+a^{-\frac{1}{2}}=\sqrt{12}=2\sqrt{3}$

041 답 ④

$$\begin{aligned}(2^x-2^{-x})^3&=2^{3x}-2^{-3x}-3\times2^x\times2^{-x}(2^x-2^{-x})\\&=8^x-8^{-x}-9\ (\because\ 2^x-2^{-x}=3)\\&=27\end{aligned}$$

$\therefore\ 8^x-8^{-x}=36$

042 답 ③

$9^x=3^{2x}=\sqrt{2}-1$이므로 주어진 식의 분모, 분자에 3^x을 곱하면

$$\begin{aligned}\frac{3^x(3^{3x}+3^{-3x})}{3^x(3^x+3^{-x})}&=\frac{3^{4x}+3^{-2x}}{3^{2x}+1}=\frac{(\sqrt{2}-1)^2+\frac{1}{\sqrt{2}-1}}{(\sqrt{2}-1)+1}\\&=\frac{4-\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=2\sqrt{2}-1\end{aligned}$$

043 답 ⑤

$\frac{a^x-a^{-x}}{a^x+a^{-x}}=\frac{2}{3}$에서 좌변의 분모, 분자에 a^x을 곱하면

$\frac{(a^x-a^{-x})a^x}{(a^x+a^{-x})a^x}=\frac{2}{3},\ \frac{a^{2x}-1}{a^{2x}+1}=\frac{2}{3}$

$3(a^{2x}-1)=2(a^{2x}+1)\qquad\therefore\ a^{2x}=5$

$\therefore\ a^{6x}=(a^{2x})^3=5^3=125$

044 답 ④

$2^x=9^y=18^z=k\ (k>0)$로 놓으면 $xyz\neq0$에서 $k\neq1$

$2^x=k$에서 $2=k^{\frac{1}{x}}$, $9^y=k$에서 $9=k^{\frac{1}{y}}$, $18^z=k$에서 $18=k^{\frac{1}{z}}$

$2\times9\div18=k^{\frac{1}{x}}\times k^{\frac{1}{y}}\div k^{\frac{1}{z}}$

$\therefore\ k^{\frac{1}{x}+\frac{1}{y}-\frac{1}{z}}=1$

그런데 $k\neq1$이므로 $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}-\frac{1}{z}=0$

045 답 ③

$\sqrt[3]{\sqrt{6}}=(6^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{3}}=6^{\frac{1}{6}},\ \sqrt[3]{2}=2^{\frac{1}{3}},\ \sqrt[4]{\sqrt[3]{12}}=(12^{\frac{1}{3}})^{\frac{1}{4}}=12^{\frac{1}{12}}$

에서 지수를 $\frac{1}{12}$로 같게 하면

$\sqrt[3]{\sqrt{6}}=6^{\frac{1}{6}}=6^{\frac{2}{12}}=(6^2)^{\frac{1}{12}}=36^{\frac{1}{12}}$

$\sqrt[3]{2}=2^{\frac{1}{3}}=2^{\frac{4}{12}}=(2^4)^{\frac{1}{12}}=16^{\frac{1}{12}}$

이때 $12<16<36$이므로 $\sqrt[4]{\sqrt[3]{12}}<\sqrt[3]{2}<\sqrt[3]{\sqrt{6}}$

따라서 $a=\sqrt[3]{\sqrt{6}}=6^{\frac{1}{6}}$이므로 $a^6=(6^{\frac{1}{6}})^6=6$

3 로그의 뜻과 성질

22쪽~32쪽

046 답 (1) $\log_2 32=5$ (2) $\log_3 81=4$ (3) $\log_{10} 1000=3$

(4) $\log_2\frac{1}{4}=-2$ (5) $\log_{\sqrt{3}}\frac{1}{3}=-2$ (6) $\log_{125}5=\frac{1}{3}$

047 답 (1) $4^2=16$ (2) $81^{\frac{1}{4}}=3$ (3) $5^{\frac{1}{2}}=\sqrt{5}$

048 답 (1) 3 (2) 9 (3) $\frac{1}{81}$ (4) 8

(1) $2^x=8,\ 2^x=2^3\qquad\therefore\ x=3$

(2) $x=(\sqrt{3})^4=3^2=9$

(3) $x=3^{-4}=\frac{1}{81}$

(4) $\log_3(\log_2 x)=1$에서 $\log_2 x=3^1=3$

$\therefore\ x=2^3=8$

049 답 (1) $x>1$ (2) $x<-4$ 또는 $x>-1$

(3) $x<-1$ 또는 $x>3$ (4) $-3<x<-2$ 또는 $x>-2$

(5) $2<x<3$ 또는 $3<x<5$

(1) 진수 조건에서 $x-1>0\qquad\therefore\ x>1$

(2) 진수 조건에서 $(x+1)(x+4)>0$

$\therefore\ x<-4$ 또는 $x>-1$

(3) 진수 조건에서 $x^2-2x-3>0,\ (x+1)(x-3)>0$

$\therefore\ x<-1$ 또는 $x>3$

(4) 밑 조건에서 $x+3>0,\ x+3\neq1$

$\therefore\ -3<x<-2$ 또는 $x>-2$

(5) 밑 조건에서 $x-2>0,\ x-2\neq1$

$\therefore\ 2<x<3$ 또는 $x>3$ …… ㉠

진수 조건에서 $-x^2+6x-5>0,\ x^2-6x+5<0$

$(x-1)(x-5)<0\qquad\therefore\ 1<x<5$ …… ㉡

㉠, ㉡의 공통 범위이므로

$2<x<3$ 또는 $3<x<5$

050 답 (1) $N,\ a^n,\ m+n$ (2) $M,\ a^m,\ m-n$

(3) $a^m,\ a^m,\ a^{mk},\ mk$

(1) $\log_a M=m,\ \log_a N=n$으로 놓으면

$a^m=M,\ a^n=\boxed{N}$

$MN=a^m\cdot\boxed{a^n}=a^{\boxed{m+n}}$이므로

$\log_a MN=m+n=\log_a M+\log_a N$

(2) $\log_a M=m,\ \log_a N=n$으로 놓으면

$a^m=\boxed{M},\ a^n=N$

$\frac{M}{N}=\frac{\boxed{a^m}}{a^n}=a^{\boxed{m-n}}$이므로

$\log_a\frac{M}{N}=m-n=\log_a M-\log_a N$

(3) $\log_a M = m$으로 놓으면 $M = \boxed{a^m}$

$M^k = (\boxed{a^m})^k = \boxed{a^{mk}}$에서 $\boxed{mk} = \log_a M^k$이므로

$\log_a M^k = k\log_a M$

051 답 (1) 0 (2) 1 (3) 3 (4) -3 (5) $\frac{2}{5}$ (6) 2 (7) -4 (8) -1

(3) $\log_5 5^3 = 3\log_5 5 = 3$

(4) $\log_7 7^{-3} = -3\log_7 7 = -3$

(5) $\log_3 3^{\frac{2}{5}} = \frac{2}{5}\log_3 3 = \frac{2}{5}$

(6) $4\log_2\sqrt{2} = 4\log_2 2^{\frac{1}{2}} = 2\log_2 2 = 2$

(7) $\log_3\frac{1}{81} = \log_3 3^{-4} = -4\log_3 3 = -4$

(8) $\log_{10}\sqrt{0.01} = \log_{10}\left(\frac{1}{100}\right)^{\frac{1}{2}} = \log_{10}(10^{-2})^{\frac{1}{2}} = -1$

052 답 (1) 1 (2) 1 (3) 2 (4) 2 (5) 4 (6) -1

(1) $\log_2\frac{2}{3} + \log_2 3 = \log_2\left(\frac{2}{3}\times 3\right) = \log_2 2 = 1$

(2) $\log_{12}2 + \log_{12}6 = \log_{12}(2\times 6) = \log_{12}12 = 1$

(3) $\log_3 27 + \log_3\frac{1}{3} = \log_3\left(27\times\frac{1}{3}\right) = \log_3 9 = \log_3 3^2 = 2$

(4) $\log_4\sqrt{128} + \log_4\sqrt{2} = \log_4(\sqrt{128}\times\sqrt{2}) = \log_4\sqrt{256}$

$= \log_4 16 = \log_4 4^2 = 2$

(5) $\log_2\frac{4}{3} + 2\log_2\sqrt{12} = \log_2\frac{4}{3} + \log_2 12$

$= \log_2\left(\frac{4}{3}\times 12\right) = \log_2 16 = \log_2 2^4$

$= 4\log_2 2 = 4$

(6) $\log_{\frac{1}{5}}\frac{\sqrt{5}}{2} + \log_{\frac{1}{5}}2\sqrt{5} = \log_{\frac{1}{5}}\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\times 2\sqrt{5}\right)$

$= \log_{\frac{1}{5}}5 = \log_{\frac{1}{5}}\left(\frac{1}{5}\right)^{-1} = -1$

053 답 (1) 1 (2) 2 (3) 2 (4) 1 (5) -3

(1) $\log_2 10 - \log_2 5 = \log_2\frac{10}{5} = \log_2 2 = 1$

(2) $\log_3 63 - \log_3 7 = \log_3\frac{63}{7} = \log_3 9 = \log_3 3^2 = 2$

(3) $\log_5 10 - \log_5\frac{2}{5} = \log_5\left(10\times\frac{5}{2}\right) = \log_5 25 = \log_5 5^2 = 2$

(4) $\log_2\sqrt{8} - \log_2\sqrt{2} = \log_2\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}} = \log_2\sqrt{4} = \log_2 2 = 1$

(5) $\log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{3} - \log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{24} = \log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{3}\div\frac{1}{24}\right) = \log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{3}\times 24\right)$

$= \log_{\frac{1}{2}}8 = \log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{2}\right)^{-3} = -3$

054 답 (1) $4a+b$ (2) $a+b+1$ (3) $2b-4a$ (4) $1-a$ (5) $3a-3$ (6) $-\frac{1}{4}a+\frac{1}{4}b+\frac{1}{4}$

(1) $\log_{10}48 = \log_{10}(2^4\times 3)$

$= \log_{10}2^4 + \log_{10}3$

$= 4\log_{10}2 + \log_{10}3$

$= 4a+b$

(2) $\log_{10}60 = \log_{10}(2\times 3\times 10)$

$= \log_{10}2 + \log_{10}3 + \log_{10}10$

$= a+b+1$

(3) $\log_{10}\frac{9}{16} = \log_{10}\frac{3^2}{2^4} = \log_{10}3^2 - \log_{10}2^4$

$= 2\log_{10}3 - 4\log_{10}2 = 2b-4a$

(4) $\log_{10}5 = \log_{10}\frac{10}{2} = \log_{10}10 - \log_{10}2 = 1-a$

(5) $\log_{10}\frac{1}{125} = \log_{10}5^{-3} = -3\log_{10}5 = -3\log_{10}\frac{10}{2}$

$= -3(1-a) = 3a-3$

(6) $\log_{10}\sqrt[4]{15} = \log_{10}15^{\frac{1}{4}} = \frac{1}{4}\log_{10}15 = \frac{1}{4}\log_{10}\frac{3\times 10}{2}$

$= \frac{1}{4}(\log_{10}3 + \log_{10}10 - \log_{10}2)$

$= \frac{1}{4}(b+1-a) = -\frac{1}{4}a + \frac{1}{4}b + \frac{1}{4}$

055 답 (1) 8 (2) $\frac{1}{3}$ (3) $\frac{1}{2}$ (4) 2

(1) $\log_2 9\cdot\log_3 16 = \frac{\log_{10}9}{\log_{10}2}\cdot\frac{\log_{10}16}{\log_{10}3}$

$= \frac{2\log_{10}3}{\log_{10}2}\cdot\frac{4\log_{10}2}{\log_{10}3} = 8$

(2) $\log_{25}9\cdot\log_{27}5 = \frac{\log_{10}9}{\log_{10}25}\cdot\frac{\log_{10}5}{\log_{10}27} = \frac{\log_{10}3^2}{\log_{10}5^2}\cdot\frac{\log_{10}5}{\log_{10}3^3}$

$= \frac{2\log_{10}3}{2\log_{10}5}\cdot\frac{\log_{10}5}{3\log_{10}3} = \frac{1}{3}$

(3) $\log_3\sqrt{5}\cdot\log_{25}9 = \frac{\log_{10}\sqrt{5}}{\log_{10}3}\cdot\frac{\log_{10}9}{\log_{10}25}$

$= \frac{\frac{1}{2}\log_{10}5}{\log_{10}3}\cdot\frac{2\log_{10}3}{2\log_{10}5} = \frac{1}{2}$

(4) $\log_3 5\cdot\log_5 7\cdot\log_7 9 = \frac{\log_{10}5}{\log_{10}3}\cdot\frac{\log_{10}7}{\log_{10}5}\cdot\frac{\log_{10}9}{\log_{10}7}$

$= \frac{\log_{10}9}{\log_{10}3} = \frac{2\log_{10}3}{\log_{10}3} = 2$

056 답 (1) 3 (2) 2 (3) 1 (4) 1 (5) 2

(1) $\log_6 24 + \frac{1}{\log_9 6} = \log_6 24 + \log_6 9$

$= \log_6(24\times 9)$

$= \log_6 6^3 = 3$

(2) $\log_2 20 - \frac{1}{\log_5 2} = \log_2 20 - \log_2 5$

$= \log_2\frac{20}{5} = 2$

(3) $\log_2 3^4 \times \log_3 \sqrt{5} \times \log_5 \sqrt{2} = 4\log_2 3 \cdot \dfrac{\log_2 \sqrt{5}}{\log_2 3} \cdot \dfrac{\log_2 \sqrt{2}}{\log_2 5}$

$= 4\log_2 3 \cdot \dfrac{\frac{1}{2}\log_2 5}{\log_2 3} \cdot \dfrac{\frac{1}{2}\log_2 2}{\log_2 5}$

$= 4 \cdot \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{1}{2} = 1$

(4) $\log_2(\log_2 3) + \log_2(\log_3 4) = \log_2(\log_2 3 \cdot \log_3 4)$

$= \log_2\left(\dfrac{\log_2 3}{\log_2 2} \cdot \dfrac{2\log_2 2}{\log_2 3}\right)$

$= \log_2 2 = 1$

(5) $(\log_3 15 - \log_3 3)(\log_5 27 - \log_5 3) = \log_3 \dfrac{15}{3} \cdot \log_5 \dfrac{27}{3}$

$= \log_3 5 \cdot \log_5 9$

$= \dfrac{\log_{10} 5}{\log_{10} 3} \cdot \dfrac{\log_{10} 9}{\log_{10} 5}$

$= \dfrac{\log_{10} 5}{\log_{10} 3} \cdot \dfrac{2\log_{10} 3}{\log_{10} 5} = 2$

057 답 (1) $\dfrac{b}{a}$ (2) $\dfrac{a+2b}{b}$ (3) $\dfrac{2a+b}{a+b}$ (4) $\dfrac{3a+2b}{4a}$

(5) $\dfrac{1-a}{a+b}$

(1) $\log_2 3 = \dfrac{\log_{10} 3}{\log_{10} 2} = \dfrac{b}{a}$

(2) $\log_3 18 = \dfrac{\log_{10} 18}{\log_{10} 3} = \dfrac{\log_{10} 2 + 2\log_{10} 3}{\log_{10} 3} = \dfrac{a+2b}{b}$

(3) $\log_6 12 = \dfrac{\log_{10} 12}{\log_{10} 6} = \dfrac{2\log_{10} 2 + \log_{10} 3}{\log_{10} 2 + \log_{10} 3} = \dfrac{2a+b}{a+b}$

(4) $\log_4 \sqrt{72} = \dfrac{1}{2}\log_4 72 = \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{\log_{10} 72}{\log_{10} 4}$

$= \dfrac{3\log_{10} 2 + 2\log_{10} 3}{4\log_{10} 2} = \dfrac{3a+2b}{4a}$

(5) $\log_6 5 = \dfrac{\log_{10} 5}{\log_{10} 6} = \dfrac{\log_{10} 10 - \log_{10} 2}{\log_{10} 2 + \log_{10} 3} = \dfrac{1-a}{a+b}$

058 답 (1) $x+y$ (2) $y-x$ (3) $\dfrac{3y}{x}$ (4) $\dfrac{y}{2x}$

(1) $10^x = a$, $10^y = b$에서 $x = \log_{10} a$, $y = \log_{10} b$이므로

$\log_{10} ab = \log_{10} a + \log_{10} b = x+y$

(2) $\log_{10} \dfrac{b}{a} = \log_{10} b - \log_{10} a = y-x$

(3) $\log_a b^3 = \dfrac{\log_{10} b^3}{\log_{10} a} = \dfrac{3\log_{10} b}{\log_{10} a} = \dfrac{3y}{x}$

(4) $\log_a \sqrt{b} = \dfrac{1}{2}\log_a b = \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{\log_{10} b}{\log_{10} a} = \dfrac{y}{2x}$

059 답 (1) $3a-b$ (2) $\dfrac{4a+b}{a+b}$

(1) $5^a = 2$, $5^b = 3$에서 $a = \log_5 2$, $b = \log_5 3$이므로

$\log_5 \dfrac{8}{3} = \log_5 8 - \log_5 3 = 3\log_5 2 - \log_5 3 = 3a-b$

(2) $\log_6 48 = \dfrac{\log_5 48}{\log_5 6} = \dfrac{4\log_5 2 + \log_5 3}{\log_5 2 + \log_5 3} = \dfrac{4a+b}{a+b}$

060 답 (1) $\log_a b^n$, n (2) $\log_c a$, $b^{\log_c a}$ (3) b, 1

(1) $\log_{a^m} b^n = \dfrac{\boxed{\log_a b^n}}{\log_a a^m}$

$= \dfrac{\boxed{n}\log_a b}{m\log_a a}$

$= \dfrac{n}{m}\log_a b$

(2) $a^{\log_c b} = x$로 놓고 양변에 밑을 c로 하는 로그를 취하면

$\log_c a^{\log_c b} = \log_c x$에서

$\log_c b \cdot \log_c a = \log_c x$

또, $\log_c a \cdot \log_c b = \log_c x$에서

$\log_c b^{\boxed{\log_c a}} = \log_c x$

즉, $x = \boxed{b^{\log_c a}}$

$\therefore a^{\log_c b} = b^{\log_c a}$

(3) $a^{\log_a b} = \boxed{b}^{\log_a a}$이므로

$a^{\log_a b} = b$ ($\because \log_a a = \boxed{1}$)

061 답 (1) $\dfrac{4}{3}$ (2) $\dfrac{7}{3}$ (3) 6 (4) 4 (5) 5 (6) 16

(1) $\log_{5^3} 5^4 = \dfrac{4}{3}\log_5 5 = \dfrac{4}{3}$

(2) $\log_8 128 = \log_{2^3} 2^7 = \dfrac{7}{3}\log_2 2 = \dfrac{7}{3}$

(3) $\log_{\sqrt{3}} 27 = \log_{3^{\frac{1}{2}}} 3^3 = 6\log_3 3 = 6$

(4) $3^{\log_3 4} = 4^{\log_3 3} = 4^1 = 4$

(5) $9^{\log_3 \sqrt{5}} = (\sqrt{5})^{\log_3 3^2} = (\sqrt{5})^{2\log_3 3} = (\sqrt{5})^2 = 5$

(6) $81^{\log_9 4} = 4^{\log_9 81} = 4^{\log_9 9^2} = 4^2 = 16$

062 답 (1) $\dfrac{3}{4}$ (2) $\log_2 15$ (3) $-1-2\log_3 5$ (4) 10 (5) 6

(1) $\log_4 2 + \log_{16} 2 = \log_{2^2} 2 + \log_{2^4} 2 = \dfrac{1}{2}\log_2 2 + \dfrac{1}{4}\log_2 2$

$= \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{4} = \dfrac{3}{4}$

(2) $\log_2 5 + \log_4 9 = \log_2 5 + \log_{2^2} 3^2$

$= \log_2 5 + \log_2 3 = \log_2 15$

(3) $\log_{\frac{1}{3}} 15 + \log_{\frac{1}{9}} 25 = \log_{3^{-1}} 15 + \log_{3^{-2}} 5^2$

$= -\log_3(3 \times 5) + \dfrac{2}{-2}\log_3 5$

$= -(\log_3 3 + \log_3 5) - \log_3 5$

$= -1 - 2\log_3 5$

(4) $3^{\log_3 2 + \log_3 5} = 3^{\log_3 10} = 10^{\log_3 3} = 10$

(5) 지수를 간단히 하면

$\log_2 \dfrac{2}{3} + \log_2 27 - \log_2 3 = \log_2 \dfrac{\frac{2}{3} \times 27}{3} = \log_2 6$

$\therefore 2^{\log_2 \frac{2}{3} + \log_2 27 - \log_2 3} = 2^{\log_2 6} = 6^{\log_2 2} = 6$

063 답 (1) 5 (2) 25 (3) $\sqrt{3}$ (4) 25

(1) $a=\log_7 2$, $b=\log_7 5$이므로

$$\frac{b}{a}=\frac{\log_7 5}{\log_7 2}=\log_2 5$$

$$\therefore\ 2^{\frac{b}{a}}=2^{\log_2 5}=5$$

(2) $a=\log_{27} 8=\log_{3^3} 2^3=\log_3 2$,

$b=\log_3 25=\log_3 5^2=2\log_3 5$이므로

$$\frac{b}{a}=\frac{2\log_3 5}{\log_3 2}=2\log_2 5$$

$$\therefore\ 2^{\frac{b}{a}}=2^{2\log_2 5}=2^{\log_2 25}=25$$

(3) $a=\log_4 343=\log_{2^2} 7^3=\frac{3}{2}\log_2 7$,

$b=\log_{16} 27=\log_{2^4} 3^3=\frac{3}{4}\log_2 3$이므로

$$\frac{b}{a}=\frac{\frac{3}{4}\log_2 3}{\frac{3}{2}\log_2 7}=\frac{1}{2}\log_7 3$$

$$\therefore\ 7^{\frac{b}{a}}=7^{\frac{1}{2}\log_7 3}=7^{\log_7 \sqrt{3}}=\sqrt{3}$$

(4) $a+b=\log_3 4$, $a-b=\log_2 5$이므로

$$a^2-b^2=(a+b)(a-b)=\log_3 4\cdot\log_2 5$$

$$=\frac{\log_2 4}{\log_2 3}\cdot\log_2 5=2\cdot\frac{\log_2 5}{\log_2 3}=2\log_3 5$$

$$\therefore\ 3^{a^2-b^2}=3^{2\log_3 5}=3^{\log_3 25}=25$$

064 답 (1) 정수 부분 : 1, 소수 부분 : $\log_2 3-1$

(2) 정수 부분 : 4, 소수 부분 : $\log_2 28-4$

(3) 정수 부분 : 2, 소수 부분 : $\log_3 26-2$

(4) 정수 부분 : 2, 소수 부분 : $\log_5 112-2$

(1) $\log_2 2<\log_2 3<\log_2 4$이므로

$1<\log_2 3<2$

따라서 정수 부분은 1, 소수 부분은 $\log_2 3-1$

(2) $\log_2 16<\log_2 28<\log_2 32$이므로

$4<\log_2 28<5$

따라서 정수 부분은 4, 소수 부분은 $\log_2 28-4$

(3) $\log_3 9<\log_3 26<\log_3 27$이므로

$2<\log_3 26<3$

따라서 정수 부분은 2, 소수 부분은 $\log_3 26-2$

(4) $\log_5 25<\log_5 112<\log_5 125$이므로

$2<\log_5 112<3$

따라서 정수 부분은 2, 소수 부분은 $\log_5 112-2$

065 답 (1) 2 (2) -1

(1) 근과 계수의 관계에 의하여 $\alpha+\beta=8$, $\alpha\beta=2$

$$\therefore\ \log_2(\alpha^{-1}+\beta^{-1})=\log_2\left(\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}\right)=\log_2\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}$$

$$=\log_2\frac{8}{2}=\log_2 2^2=2$$

(2) 근과 계수의 관계에 의하여

$\alpha+\beta=-4$, $\alpha\beta=-8$

$$\therefore\ \log_2(\alpha^{-1}+\beta^{-1})=\log_2\left(\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}\right)=\log_2\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}$$

$$=\log_2\frac{-4}{-8}=\log_2\frac{1}{2}=\log_2 2^{-1}=-1$$

066 답 (1) 7 (2) 14

(1) $x^2-6x+4=0$의 두 근이 $\log_3\alpha$, $\log_3\beta$이므로

이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$\log_3\alpha+\log_3\beta=6$, $\log_3\alpha\cdot\log_3\beta=4$

$$\therefore\ \log_\alpha\beta+\log_\beta\alpha=\frac{\log_3\beta}{\log_3\alpha}+\frac{\log_3\alpha}{\log_3\beta}=\frac{(\log_3\alpha)^2+(\log_3\beta)^2}{\log_3\alpha\cdot\log_3\beta}$$

$$=\frac{(\log_3\alpha+\log_3\beta)^2-2\log_3\alpha\cdot\log_3\beta}{\log_3\alpha\cdot\log_3\beta}$$

$$=\frac{6^2-2\cdot4}{4}=7$$

(2) $x^2-4x+1=0$의 두 근이 $\log_3\alpha$, $\log_3\beta$이므로

이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$\log_3\alpha+\log_3\beta=4$, $\log_3\alpha\cdot\log_3\beta=1$

$$\therefore\ \log_\alpha\beta+\log_\beta\alpha=\frac{\log_3\beta}{\log_3\alpha}+\frac{\log_3\alpha}{\log_3\beta}=\frac{(\log_3\alpha)^2+(\log_3\beta)^2}{\log_3\alpha\cdot\log_3\beta}$$

$$=\frac{(\log_3\alpha+\log_3\beta)^2-2\log_3\alpha\cdot\log_3\beta}{\log_3\alpha\cdot\log_3\beta}$$

$$=\frac{4^2-2\cdot1}{1}=14$$

067 답 ②

$\log_2 x=2$에서 $x=2^2=4$

$\log_y\frac{1}{8}=3$에서 $y^3=\frac{1}{8}$ $\quad\therefore\ y=\frac{1}{2}$

$\therefore\ xy=4\cdot\frac{1}{2}=2$

068 답 ④

$\log_2\{\log_4(\log_3 a)\}=-1$에서 $\log_4(\log_3 a)=2^{-1}=\frac{1}{2}$

$\log_4(\log_3 a)=\frac{1}{2}$에서 $\log_3 a=4^{\frac{1}{2}}=2$

$\log_3 a=2$에서 $a=3^2=9$

069 답 ②

(i) $a-5>0$, $a-5\neq1$이어야 하므로

$a>5$, $a\neq6$ …… ㉠

(ii) $-a^2+11a-18>0$이어야 하므로

$a^2-11a+18<0$, $(a-2)(a-9)<0$

$\therefore\ 2<a<9$ …… ㉡

㉠, ㉡을 동시에 만족하는 정수 a는 7, 8의 2개이다.

070 답 ④

$$\frac{1}{3}\log_2\frac{5}{4}-\log_2\frac{\sqrt[3]{10}}{8}-\frac{1}{3}\log_2 4$$

$$=\frac{1}{3}(\log_2 5-\log_2 4)-\left(\frac{1}{3}\log_2 10-\log_2 8\right)-\frac{1}{3}\log_2 4$$

$$=\frac{1}{3}\log_2 5-\frac{2}{3}-\frac{1}{3}(\log_2 5+\log_2 2)+3-\frac{2}{3}$$

$$=-\frac{2}{3}-\frac{1}{3}+3-\frac{2}{3}=\frac{4}{3}$$

071 답 ②

$$\log_{10}\left(1-\frac{1}{2}\right)+\log_{10}\left(1-\frac{1}{3}\right)+\log_{10}\left(1-\frac{1}{4}\right)+\cdots+\log_{10}\left(1-\frac{1}{100}\right)$$

$$=\log_{10}\frac{1}{2}+\log_{10}\frac{2}{3}+\log_{10}\frac{3}{4}+\cdots+\log_{10}\frac{99}{100}$$

$$=\log_{10}\left(\frac{1}{\cancel{2}}\times\frac{\cancel{2}}{\cancel{3}}\times\frac{\cancel{3}}{\cancel{4}}\times\cdots\times\frac{\cancel{99}}{100}\right)=\log_{10}\frac{1}{100}$$

$$=\log_{10}10^{-2}=-2\log_{10}10=-2$$

072 답 ①

$$\log_3\frac{2}{15}=\log_3 2-\log_3 15=\log_3 2-\log_3(3\times5)$$

$$=\log_3 2-(\log_3 3+\log_3 5)$$

$$=\log_3 2-1-\log_3 5$$

$$=a-b-1$$

073 답 ②

$$\frac{1}{\log_2 x}+\frac{1}{\log_6 x}+\frac{1}{\log_{12} x}=\log_x 2+\log_x 6+\log_x 12$$

$$=\log_x(2\times6\times12)=\log_x 12^2$$

$$=2\log_x 12$$

즉, $2\log_x 12=2$이므로 $\log_x 12=1$

$\therefore\ x=12$

074 답 ③

$\log_a c=5$에서 $\log_c a=\frac{1}{5}$

$\log_b c=1$에서 $\log_c b=1$

$$\therefore\ \log_{ab}c=\frac{\log_c c}{\log_c ab}=\frac{1}{\log_c a+\log_c b}$$

$$=\frac{1}{\frac{1}{5}+1}=\frac{5}{6}$$

075 답 7

$$2^{4\log_2\sqrt{7}-\log_2 63+\log_2 9}=2^{\log_2(\sqrt{7})^4-\log_2 63+\log_2 9}$$

$$=2^{\log_2\left(\frac{49\times9}{63}\right)}=2^{\log_2 7}=7^{\log_2 2}=7$$

076 답 ②

$12^x=8$의 양변에 2를 밑으로 하는 로그를 취하면

$x\log_2 12=\log_2 8$이므로 $x=\dfrac{3}{2+\log_2 3}$

$24^y=16$의 양변에 2를 밑으로 하는 로그를 취하면

$y\log_2 24=\log_2 16$이므로 $y=\dfrac{4}{3+\log_2 3}$

$$\therefore\ \frac{3}{x}-\frac{4}{y}=(2+\log_2 3)-(3+\log_2 3)=-1$$

077 답 ③

$\log_2 16<\log_2 17<\log_2 32$이므로

$4<\log_2 17<5$

$$\therefore\ x=\log_2 17-4=\log_2 17-\log_2 16=\log_2\frac{17}{16}$$

$$\therefore\ 2^{x+4}=2^{\log_2\frac{17}{16}}\times2^4=\frac{17}{16}\times16=17$$

078 답 $-\log_{12}4$

이차방정식 $x^2+ax+b=0$의 두 근이 1, $\log_3 4$이므로

근과 계수의 관계에 의하여

$-a=1+\log_3 4$, $b=\log_3 4$

$\therefore\ a=-1-\log_3 4$

$$\therefore\ \frac{b}{a}=\frac{\log_3 4}{-1-\log_3 4}=-\frac{\log_3 4}{\log_3 3+\log_3 4}=-\frac{\log_3 4}{\log_3 12}=-\log_{12}4$$

4 상용로그

34쪽~41쪽

079 답 (1) 2 (2) 4 (3) -1 (4) -2 (5) $\frac{1}{3}$ (6) $\frac{3}{4}$

(1) $\log 100=\log 10^2=2$

(2) $\log 10000=\log 10^4=4$

(3) $\log 0.1=\log\frac{1}{10}=\log 10^{-1}=-1$

(4) $\log 0.01=\log\frac{1}{100}=\log 10^{-2}=-2$

(5) $\log\sqrt[3]{10}=\log 10^{\frac{1}{3}}=\frac{1}{3}$

(6) $\log\sqrt[4]{1000}=\log(10^3)^{\frac{1}{4}}=\log 10^{\frac{3}{4}}=\frac{3}{4}$

080 답 (1) 1.6284 (2) 3.6284 (3) -0.3716 (4) -1.3716

(1) $\log 42.5=\log(10\times4.25)=\log 10+\log 4.25$

$=1+0.6284=1.6284$

(2) $\log 4250=\log(10^3\times4.25)=\log 10^3+\log 4.25$

$=3\log 10+\log 4.25=3+0.6284=3.6284$

(3) $\log 0.425=\log(10^{-1}\times 4.25)=\log 10^{-1}+\log 4.25$

$=-\log 10+\log 4.25=-1+0.6284=-0.3716$

(4) $\log 0.0425=\log(10^{-2}\times 4.25)=\log 10^{-2}+\log 4.25$

$=-2\log 10+\log 4.25=-2+0.6284=-1.3716$

081 답 (1) 1.1118 (2) -7.8820

(1) $\log 412+\log 0.0314$

$=\log(10^2\times 4.12)+\log(10^{-2}\times 3.14)$

$=\log 10^2+\log 4.12+\log 10^{-2}+\log 3.14$

$=2+0.6149-2+0.4969=1.1118$

(2) $\log 0.00412-\log 314000$

$=\log(10^{-3}\times 4.12)-\log(10^5\times 3.14)$

$=\log 10^{-3}+\log 4.12-(\log 10^5+\log 3.14)$

$=-3+0.6149-(5+0.4969)$

$=-8+0.1180=-7.8820$

082 답 (1) 0.6990 (2) 0.7781 (3) 0.9030 (4) 1.0791 (5) -0.7781 (6) -0.2219 (7) 0.3495

(1) $\log 5=\log\frac{10}{2}=\log 10-\log 2=1-0.3010=0.6990$

(2) $\log 6=\log(2\times 3)=\log 2+\log 3=0.3010+0.4771=0.7781$

(3) $\log 8=3\log 2=3\times 0.3010=0.9030$

(4) $\log 12=\log(2^2\times 3)=2\log 2+\log 3$

$=2\times 0.3010+0.4771=0.6020+0.4771=1.0791$

(5) $\log\frac{1}{6}=\log 6^{-1}=-\log(2\times 3)=-(\log 2+\log 3)$

$=-(0.3010+0.4771)=-0.7781$

(6) $\log\frac{3}{5}=\log\frac{2\times 3}{10}=\log 2+\log 3-\log 10$

$=0.3010+0.4771-1=-0.2219$

(7) $\log\sqrt{5}=\log\left(\frac{10}{2}\right)^{\frac{1}{2}}=\frac{1}{2}(\log 10-\log 2)$

$=\frac{1}{2}(1-0.3010)=0.3495$

083 답 (1) $n=0$, $\alpha=0.2304$ (2) $n=2$, $\alpha=0.5092$ (3) $n=-4$, $\alpha=0.7471$

(2) $\log N=2.5092=2+0.5092$이므로

$n=2$, $\alpha=0.5092$

(3) $\log N=-3.2529=-4+0.7471$이므로

$n=-4$, $\alpha=0.7471$

084 답 (1) $n=2$, $\alpha=0.3118$ (2) $n=-3$, $\alpha=0.3118$

(1) $\log 205=\log(10^2\times 2.05)=\log 10^2+\log 2.05$

$=2+0.3118$

$\therefore n=2,\ \alpha=0.3118$

(2) $\log 0.00205=\log(10^{-3}\times 2.05)=\log 10^{-3}+\log 2.05$

$=-3+0.3118$

$\therefore n=-3,\ \alpha=0.3118$

085 답 (1) 0 (2) 1 (3) 2 (4) -1 (5) -2 (6) -3

086 답 (1) 5자리 (2) 10자리 (3) 15자리

(1) $\log 3^{10}=10\log 3=4.771$

$\log 3^{10}$의 정수 부분이 4이므로 3^{10}은 5자리의 정수이다.

(2) $\log 3^{20}=20\log 3=9.542$

$\log 3^{20}$의 정수 부분이 9이므로 3^{20}은 10자리의 정수이다.

(3) $\log 3^{30}=30\log 3=14.313$

$\log 3^{30}$의 정수 부분이 14이므로 3^{30}은 15자리의 정수이다.

087 답 (1) 9자리 (2) 17자리

(1) $\log 7^{100}$의 정수 부분은 84이므로

$84\le\log 7^{100}<85$, $84\le 100\log 7<85$

$\therefore 0.84\le\log 7<0.85$ …… ㉠

㉠의 각 변에 10을 곱하면

$8.4\le 10\log 7<8.5$ $\therefore 8.4\le\log 7^{10}<8.5$

따라서 $\log 7^{10}$의 정수 부분이 8이므로 7^{10}은 9자리의 정수이다.

(2) ㉠의 각 변에 20을 곱하면

$16.8\le 20\log 7<17$ $\therefore 16.8\le\log 7^{20}<17$

따라서 $\log 7^{20}$의 정수 부분이 16이므로 7^{20}은 17자리의 정수이다.

088 답 (1) 소수점 아래 5번째 자리 (2) 소수점 아래 10번째 자리

(1) $\log 3^{-10}=-10\log 3=-4.771=-5+0.229$

$\log 3^{-10}$의 정수 부분이 -5이므로 3^{-10}은 소수점 아래 5번째 자리에서 처음으로 0이 아닌 숫자가 나타난다.

(2) $\log 3^{-20}=-20\log 3=-9.542=-10+0.458$

$\log 3^{-20}$의 정수 부분이 -10이므로 3^{-20}은 소수점 아래 10번째 자리에서 처음으로 0이 아닌 숫자가 나타난다.

089 답 (1) 소수점 아래 6번째 자리 (2) 소수점 아래 24번째 자리

(1) $\log 0.3^{10}=10\log\frac{3}{10}=10(\log 3-\log 10)$

$=10\times(0.4771-1)=-5.229=-6+0.771$

$\log 0.3^{10}$의 정수 부분이 -6이므로 0.3^{10}은 소수점 아래 6번째 자리에서 처음으로 0이 아닌 숫자가 나타난다.

(2) $\log\left(\frac{1}{6}\right)^{30}=\log 6^{-30}=-30\log 6$

$=-30\log(2\times3)=-30(\log 2+\log 3)$

$=-30(0.3010+0.4771)=-23.343$

$=-24+0.657$

$\log\left(\frac{1}{6}\right)^{30}$의 정수 부분이 -24이므로 $\left(\frac{1}{6}\right)^{30}$은 소수점 아래 24번째 자리에서 처음으로 0이 아닌 숫자가 나타난다.

090 답 (1) 0.6609 (2) 0.6609 (3) 0.6609 (4) 0.6609 (5) 0.6609 (6) 0.6609

091 답 (1) 1 (2) 3 (3) 9 (4) 3

(1) $\log 2^{30}=30\log 2=9.030$

$\log 2^{30}$의 소수 부분은 0.030이고,

$0<0.030<0.3010$이므로 $\log 1<0.030<\log 2$

따라서 2^{30}의 최고 자리의 숫자는 1이다.

(2) $\log 3^{20}=20\log 3=9.542$

$\log 3^{20}$의 소수 부분은 0.542이고,

$0.4771<0.542<2\times0.3010$이므로 $\log 3<0.542<\log 2^2$

따라서 3^{20}의 최고 자리의 숫자는 3이다.

(3) $\log 5^{10}=10\log 5=10\log\frac{10}{2}$

$=10(\log 10-\log 2)=6.990$

$\log 5^{10}$의 소수 부분은 0.990이고,

$2\times0.4771<0.990<1$이므로 $\log 3^2<0.990<\log 10$

따라서 5^{10}의 최고 자리의 숫자는 9이다.

(4) $\log 6^{20}=20\log 6=20(\log 2+\log 3)=15.562$

$\log 6^{20}$의 소수 부분은 0.562이고,

$0.4771<0.562<2\times0.3010$이므로 $\log 3<0.562<\log 2^2$

따라서 6^{20}의 최고 자리의 숫자는 3이다.

092 답 (1) 2 (2) 1 (3) 1 (4) 2

(1) $\log 3^{-20}=-20\log 3=-9.542=-10+0.458$

$\log 3^{-20}$의 소수 부분은 0.458이고,

$0.3010<0.458<0.4771$이므로 $\log 2<0.458<\log 3$

따라서 3^{-20}의 소수점 아래에서 처음으로 나타나는 0이 아닌 숫자는 2이다.

(2) $\log 5^{-20}=-20\log 5=-20\log\frac{10}{2}$

$=-20(\log 10-\log 2)=-13.980=-14+0.020$

$\log 5^{-20}$의 소수 부분은 0.020이고,

$0<0.020<0.3010$이므로 $\log 1<0.020<\log 2$

따라서 5^{-20}의 소수점 아래에서 처음으로 나타나는 0이 아닌 숫자는 1이다.

(3) $\log 6^{-10}=-10\log 6=-10(\log 2+\log 3)$

$=-7.781=-8+0.219$

$\log 6^{-10}$의 소수 부분은 0.219이고,

$0<0.219<0.3010$이므로 $\log 1<0.219<\log 2$

따라서 6^{-10}의 소수점 아래에서 처음으로 나타나는 0이 아닌 숫자는 1이다.

(4) $\log 12^{-20}=-20\log 12=-20(2\log 2+\log 3)$

$=-21.582=-22+0.418$

$\log 12^{-20}$의 소수 부분은 0.418이고,

$0.3010<0.418<0.4771$이므로 $\log 2<0.418<\log 3$

따라서 12^{-20}의 소수점 아래에서 처음으로 나타나는 0이 아닌 숫자는 2이다.

093 답 (1) $100\sqrt{10}$ (2) $10\sqrt{10}$ (3) $100\sqrt{10}$

(1) 두 수 $\log x$, $\log\frac{1}{x}$의 소수 부분이 같으므로

$\log x-\log\frac{1}{x}=\log x-\log x^{-1}=2\log x$에서 $2\log x$가 정수이다. 이때 $100<x<1000$에서 $2<\log x<3$

즉, $4<2\log x<6$이므로

$2\log x=5$, $\log x=\frac{5}{2}$ $\quad\therefore x=10^{\frac{5}{2}}=100\sqrt{10}$

(2) 두 수 $\log x$, $\log x^3$의 소수 부분이 같으므로

$\log x-\log x^3=\log x-3\log x=-2\log x$에서 $-2\log x$가 정수이다. 이때 $10<x<100$에서 $1<\log x<2$

즉, $-4<-2\log x<-2$이므로

$-2\log x=-3$, $\log x=\frac{3}{2}$ $\quad\therefore x=10^{\frac{3}{2}}=10\sqrt{10}$

(3) 두 수 $\log\frac{1}{x^3}$, $\log\frac{1}{x^5}$의 소수 부분이 같으므로

$\log\frac{1}{x^3}-\log\frac{1}{x^5}=\log x^{-3}-\log x^{-5}=2\log x$에서

$2\log x$가 정수이다.

이때 $100<x<1000$에서 $2<\log x<3$

즉, $4<2\log x<6$이므로

$2\log x=5$, $\log x=\frac{5}{2}$ $\quad\therefore x=10^{\frac{5}{2}}=100\sqrt{10}$

094 답 (1) $100\sqrt[3]{100}$ (2) $10\sqrt{10}$ (3) $\sqrt[3]{10}$ 또는 $\sqrt[3]{100}$

(1) 두 수 $\log x$, $\log\sqrt{x}$의 소수 부분의 합이 1이므로

$\log x+\log\sqrt{x}=\log x+\frac{1}{2}\log x=\frac{3}{2}\log x$에서

$\frac{3}{2}\log x$가 정수이다.

이때 $100<x<1000$에서 $2<\log x<3$

즉, $3<\frac{3}{2}\log x<\frac{9}{2}$이므로

$\frac{3}{2}\log x=4$, $\log x=\frac{8}{3}$ $\quad\therefore x=10^{\frac{8}{3}}=100\sqrt[3]{100}$

(2) 두 수 $\log x^5$, $\log \frac{1}{x^3}$의 소수 부분의 합이 1이므로

$\log x^5 + \log \frac{1}{x^3} = 5\log x - 3\log x = 2\log x$에서 $2\log x$가 정수이다.

이때 $10 < x < 100$에서 $1 < \log x < 2$

즉, $2 < 2\log x < 4$이므로

$2\log x = 3$, $\log x = \frac{3}{2}$

$\therefore x = 10^{\frac{3}{2}} = 10\sqrt{10}$

(3) 두 수 $\log x$, $\log x^2$의 소수 부분의 합이 1이므로

$\log x + \log x^2 = \log x + 2\log x = 3\log x$에서 $3\log x$가 정수이다.

이때 $1 < x < 10$에서 $0 < \log x < 1$

즉, $0 < 3\log x < 3$이므로

$3\log x = 1$ 또는 $3\log x = 2$

$\therefore \log x = \frac{1}{3}$ 또는 $\log x = \frac{2}{3}$

$\therefore x = \sqrt[3]{10}$ 또는 $x = \sqrt[3]{100}$

095 답 3.3 km

기압이 30기압인 곳과 300기압인 곳의 높이의 차는

$3.3\log \frac{1}{30} - 3.3\log \frac{1}{300} = 3.3\log 10 = 3.3(\text{km})$

096 답 54

규모 4 이상인 지진이 1년에 평균 64번 발생하므로

$\log 64 = a - 0.9 \times 4$

$\therefore a = \log 64 + 3.6 = 6\log 2 + 3.6 = 6 \times 0.3 + 3.6 = 5.4$

또 규모 x 이상인 지진은 1년에 평균 한 번 발생하므로

$\log 1 = 5.4 - 0.9x$, $0.9x = 5.4$

$\therefore 9x = 54$

097 답 239GB

컴퓨터가 256GB를 인식하는 실제 용량 N은

$N = 256 \times \left(\frac{1000}{1024}\right)^3 = \frac{10^9}{2^{22}}$

$\log N = \log \frac{10^9}{2^{22}} = 9 - 22\log 2 = 2.378$

$\log 2.39 = 0.378$이므로 $N = 239$

따라서 컴퓨터가 인식하는 실제 용량은 239GB이다.

098 답 13%

이번 달 저축 금액을 a라 하고 저축 금액을 매달 r%씩 증가시킨다고 하면 12개월 후의 저축 금액은 $4a$이므로

$a\left(1+\frac{r}{100}\right)^{12} = 4a \qquad \therefore \left(1+\frac{r}{100}\right)^{12} = 4$

양변에 상용로그를 취하면

$12\log\left(1+\frac{r}{100}\right) = \log 4$, $\log\left(1+\frac{r}{100}\right) = \frac{0.6}{12} = 0.05$

이때 $\log 1.13 = 0.05$이므로 $1+\frac{r}{100} = 1.13 \qquad \therefore r = 13$

따라서 매달 13%씩 증가시켜야 한다.

099 답 1.6

기어를 1단 높일 때마다 속력은 10%씩 증가하므로

6단 기어일 때의 속력은 1단 기어일 때의 속력의 1.1^5배이다.

$\therefore x = 1.1^5$

양변에 상용로그를 취하면

$\log x = \log 1.1^5 = 5\log 1.1 = 5 \times 0.04 = 0.2$

이때 $\log 1.6 = 0.2$이므로 $\log x = \log 1.6 \qquad \therefore x = 1.6$

100 답 34.8%

현재 가격을 A원이라 하면 보상 기준 가격이 매년 10%씩 감소하므로 10년 후 보상 기준 가격은

$A\left(1-\frac{10}{100}\right)^{10} \qquad \therefore A \times 0.9^{10}$(원)

$x = 0.9^{10}$이라 하고 양변에 상용로그를 취하면

$\log x = 10\log 0.9 = 10\log \frac{9}{10} = 10(2\log 3 - 1)$

$= -0.458 = -1 + 0.542 = -1 + \log 3.48$

$= \log 10^{-1} + \log 3.48 = \log 0.348$

$\therefore x = 0.9^{10} = 0.348$

따라서 건물의 10년 후 보상 기준 가격은 현재 가격의 34.8%이다.

101 답 ③

$\log 100 - \log \frac{1}{1000} - \log \sqrt[3]{10} = \log 10^2 - \log 10^{-3} - \log 10^{\frac{1}{3}}$

$= 2\log 10 + 3\log 10 - \frac{1}{3}\log 10$

$= 2 + 3 - \frac{1}{3} = \frac{14}{3}$

102 답 ③

$\log x = -2 + 0.1614 = -3 + 1.1614 = \log 10^{-3} + \log 14.5$

$= \log(10^{-3} \times 14.5) = \log 0.0145$

$\therefore x = 0.0145$

103 답 ⑤

$\log\left(\frac{2}{3}\right)^{50} = 50(\log 2 - \log 3) = 50(0.3010 - 0.4771)$

$= -8.805 = -9 + 0.195$

따라서 $\log\left(\frac{2}{3}\right)^{50}$의 정수 부분이 -9이므로 $\left(\frac{2}{3}\right)^{50}$은

소수점 아래 9번째 자리에서 처음으로 0이 아닌 숫자가 나타난다.

$\therefore n = 9$

104 답 ⑤

$a=\log 3430=\log(10^3\times 3.43)=3+0.5353=3.5353$

$\log b=-1.4647=-2+0.5353$

$\quad =\log 10^{-2}+\log 3.43=\log 0.0343$

$\therefore\ b=0.0343$

$\therefore\ a+100b=3.5353+100\times 0.0343=6.9653$

105 답 ②

$\log\left(\frac{5}{6}\right)^{30}=30\log\frac{10}{2^2\times 3}=30(1-2\log 2-\log 3)$

$\quad =-2.373=-3+0.627$ ...... ㉠

$\log\left(\frac{5}{6}\right)^{30}$의 정수 부분이 -3이므로 $\left(\frac{5}{6}\right)^{30}$은

소수점 아래 3번째 자리에서 처음으로 0이 아닌 숫자가 나타난다.

$\therefore\ a=3$

㉠에서 $\log\left(\frac{5}{6}\right)^{30}$의 소수 부분은 0.627이고

$2\times 0.3010<0.627<1-0.3010,\ 2\log 2<0.627<\log 5$

$-3+\log 4<-3+0.627<-3+\log 5$

$\log(10^{-3}\times 4)<\log\left(\frac{5}{6}\right)^{30}<\log(10^{-3}\times 5)$

$\therefore\ \frac{4}{10^3}<\left(\frac{5}{6}\right)^{30}<\frac{5}{10^3}$

따라서 $\left(\frac{5}{6}\right)^{30}$의 소수점 아래 셋째 자리의 숫자는 4이다.

$\therefore\ b=4 \qquad \therefore\ a-b=3-4=-1$

106 답 $2^{\frac{4}{5}}$

$\log_a S_A=\frac{4}{5}\log_a 1000000-\frac{3}{10}$ ...... ㉠

$\log_a S_B=\frac{4}{5}\log_a 500000-\frac{3}{10}$ ...... ㉡

㉠−㉡을 하면

$\log_a S_A-\log_a S_B=\frac{4}{5}(\log_a 1000000-\log_a 500000)$

$\therefore\ \log_a\frac{S_A}{S_B}=\frac{4}{5}\log_a 2 \qquad \therefore\ \frac{S_A}{S_B}=2^{\frac{4}{5}}$

5 지수함수의 뜻과 그래프

43쪽~51쪽

107 답 (1) ○ (2) × (3) × (4) ○

108 답 (1) 9 (2) $\frac{1}{27}$ (3) $\sqrt{3}$

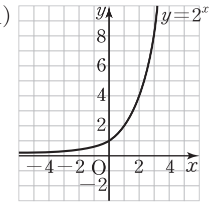
(1) $f(x)=3^x$에서 $f(2)=3^2=9$

(2) $f(x)=3^x$에서 $f(-3)=3^{-3}=\frac{1}{27}$

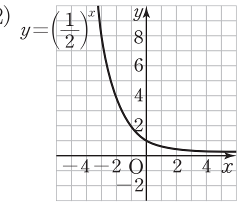
(3) $f(x)=3^x$에서 $f\left(\frac{1}{2}\right)=3^{\frac{1}{2}}=\sqrt{3}$

109 답

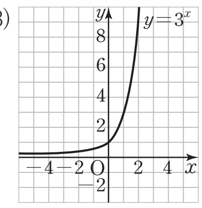
(1)



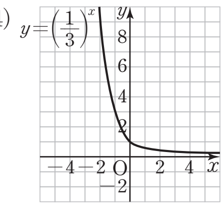
(2)



(3)



(4)



110 답 (1) ○ (2) × (3) × (4) ○ (5) ○

111 답 (1) ○ (2) × (3) × (4) ○

112 답 (1) $a=\frac{1}{9}$, $b=2$ (2) $a=5$, $b=2$ (3) $a=8$, $b=1$

(1) 함수 $y=3^x$의 그래프가 두 점 $(-2,\ a)$, $(b,\ 9)$를 지나므로

$a=3^{-2}=\frac{1}{9}$

$9=3^b$에서 $3^2=3^b$

$\therefore\ b=2$

(2) 함수 $y=5^x$의 그래프가 두 점 $(1,\ a)$, $(b,\ 25)$를 지나므로

$a=5^1=5$

$25=5^b$에서 $5^2=5^b$

$\therefore\ b=2$

(3) 함수 $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$의 그래프가

두 점 $(-3,\ a)$, $(0,\ b)$를 지나므로

$a=\left(\frac{1}{2}\right)^{-3}=2^{-(-3)}=2^3=8$

$b=\left(\frac{1}{2}\right)^0=1$

113 답 (1) $y=3^{x-1}+3$ (2) $y=\left(\frac{1}{2}\right)^{x-3}-1$ (3) $y=-5^{x-2}-2$

114 답 (1) 점근선의 방정식 : $y=1$, 치역 : $\{y|y>1\}$

(2) 점근선의 방정식 : $y=-2$, 치역 : $\{y|y>-2\}$

(1) $y=2^{x-3}+1$의 그래프는 $y=2^x$의 그래프를 x축의 방향으로 3만큼, y축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이다.

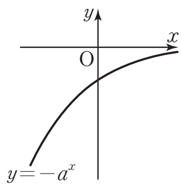
$\therefore$ 점근선의 방정식 : $y=1$, 치역 : $\{y|y>1\}$

(2) $y=\left(\frac{1}{3}\right)^{x+1}-2$의 그래프는 $y=\left(\frac{1}{3}\right)^x$의 그래프를 x축의 방향으로 -1만큼, y축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 것이다.

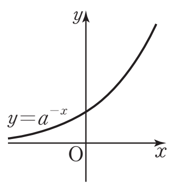
$\therefore$ 점근선의 방정식 : $y=-2$, 치역 : $\{y|y>-2\}$

115 답 풀이 참고

(1)

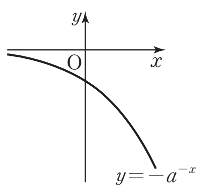


(2)



$y=a^{-x}=\left(\frac{1}{a}\right)^x$

(3)



$y=-a^{-x}=-\left(\frac{1}{a}\right)^x$

116 답 (1) ① $y=-7^x$ ② $y=\left(\frac{1}{7}\right)^x$ ③ $y=-\left(\frac{1}{7}\right)^x$

(2) ① $y=3^x$ ② $y=-\left(\frac{1}{3}\right)^x$ ③ $y=\left(\frac{1}{3}\right)^x$

(3) ① $y=-\left(\frac{1}{2}\right)^x$ ② $y=2^x$ ③ $y=-2^x$

(4) ① $y=5^x$ ② $y=-\left(\frac{1}{5}\right)^x$ ③ $y=\left(\frac{1}{5}\right)^x$

(3) $2^{-x}=\left(\frac{1}{2}\right)^x$이므로

① x축에 대하여 대칭이동 : $y=-\left(\frac{1}{2}\right)^x$

② y축에 대하여 대칭이동 : $y=2^x$

③ 원점에 대하여 대칭이동 : $y=-2^x$

(4) $-\left(\frac{1}{5}\right)^{-x}=-5^x$이므로

① x축에 대하여 대칭이동 : $y=5^x$

② y축에 대하여 대칭이동 : $y=-\left(\frac{1}{5}\right)^x$

③ 원점에 대하여 대칭이동 : $y=\left(\frac{1}{5}\right)^x$

117 답 (1) $y=-7^{-x-3}-2$ (2) $y=-2^{x-3}+3$ (3) $y=-5^x-1$

(1) 함수 $y=-7^x$의 그래프를 y축에 대하여 대칭이동하면

$y=-7^{-x}$

다시 x축의 방향으로 -3만큼, y축의 방향으로 -2만큼 평행이동하면

$y=-7^{-(x+3)}-2 \qquad \therefore y=-7^{-x-3}-2$

(2) 함수 $y=2^{x-1}-2$의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 -1만큼 평행이동하면

$y=2^{(x-2)-1}-2-1 \qquad \therefore y=2^{x-3}-3$

다시 x축에 대하여 대칭이동하면

$-y=2^{x-3}-3 \qquad \therefore y=-2^{x-3}+3$

(3) 함수 $y=5^{1-x}+3$의 그래프를 x축의 방향으로 -1만큼, y축의 방향으로 -2만큼 평행이동하면

$y=5^{1-(x+1)}+3-2 \qquad \therefore y=5^{-x}+1$

다시 원점에 대하여 대칭이동하면

$-y=5^{-(-x)}+1 \qquad \therefore y=-5^x-1$

118 답 (1) ○ (2) ○ (3) ○ (4) ×

(1) $y=\frac{3^x}{9}=\frac{3^x}{3^2}=3^{x-2}$의 그래프는 $y=3^x$의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼 평행이동한 것과 같다.

(2) $y=\left(\frac{1}{3}\right)^x+1$의 그래프는 $y=3^x$의 그래프를 y축에 대하여 대칭이동한 후, y축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것과 같다.

(3) $y=\frac{3^x+1}{3}=3^{x-1}+\frac{1}{3}$의 그래프는 $y=3^x$의 그래프를 x축의 방향으로 1만큼, y축의 방향으로 $\frac{1}{3}$만큼 평행이동한 것과 같다.

(4) $y=3^{3x}+1=27^x+1$이므로 $y=3^x$의 그래프를 평행이동, 대칭이동하여 겹칠 수 없다.

119 답 (1) $a=2$, $b=1$ (2) $a=1$, $b=2$ (3) $a=\frac{1}{2}$, $b=4$

(1) 함수 $y=\left(\frac{1}{2}\right)^{x-a}+b$의 그래프의 점근선의 방정식이

$y=1$이므로 $b=1$

즉, 함수 $y=\left(\frac{1}{2}\right)^{x-a}+1$의 그래프가 점 $(0,\ 5)$를 지나므로

$5=\left(\frac{1}{2}\right)^{-a}+1 \qquad \therefore a=2$

(2) 함수 $y=-2^{x+a}-b$의 그래프의 점근선의 방정식이

$y=-2$이므로 $-b=-2 \qquad \therefore b=2$

즉, 함수 $y=-2^{x+a}-2$의 그래프가 점 $(0,\ -4)$를 지나므로

$-4=-2^a-2 \qquad \therefore a=1$

(3) 함수 $y=-a^{x+1}+b$의 그래프의 점근선의 방정식이

$y=4$이므로 $b=4$

즉, 함수 $y=-a^{x+1}+4$의 그래프가 점 $(-3,\ 0)$을 지나므로

$0=-a^{-2}+4$, $a^2=\frac{1}{4} \qquad \therefore a=\frac{1}{2}$ ($\because a>0$)

120 답 (1) $\sqrt[3]{3^4}<\sqrt{27}$ (2) $(0.2)^{-\frac{1}{2}}>(0.2)^{\frac{2}{3}}$

(1) $\sqrt[3]{3^4}=3^{\frac{4}{3}}$, $\sqrt{27}=\sqrt{3^3}=3^{\frac{3}{2}}$이고, $\frac{4}{3}<\frac{3}{2}$

이때 함수 $y=3^x$은 x의 값이 증가하면 y의 값도 증가하므로

$3^{\frac{4}{3}}<3^{\frac{3}{2}}$

$\therefore \sqrt[3]{3^4}<\sqrt{27}$

(2) $-\frac{1}{2}<\frac{2}{3}$

이때 함수 $y=(0.2)^x$은 x의 값이 증가하면 y의 값은 감소하므로 $(0.2)^{-\frac{1}{2}}>(0.2)^{\frac{2}{3}}$

121 답 $\sqrt[4]{\frac{1}{8}}$, $\sqrt[3]{\frac{1}{4}}$, $\sqrt{\frac{1}{2}}$

$\sqrt{\frac{1}{2}}=\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}}$, $\sqrt[3]{\frac{1}{4}}=\sqrt[3]{\left(\frac{1}{2}\right)^2}=\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{2}{3}}$, $\sqrt[4]{\frac{1}{8}}=\sqrt[4]{\left(\frac{1}{2}\right)^3}=\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{3}{4}}$

이고, $\frac{1}{2}<\frac{2}{3}<\frac{3}{4}$

이때 함수 $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$은 x의 값이 증가하면 y의 값은 감소하므로

$\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}}>\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{2}{3}}>\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{3}{4}}$

따라서 작은 순으로 나열하면 $\sqrt[4]{\frac{1}{8}}$, $\sqrt[3]{\frac{1}{4}}$, $\sqrt{\frac{1}{2}}$

122 답 (1) 최댓값 : 8, 최솟값 : 1 (2) 최댓값 : 3, 최솟값 : $\frac{51}{25}$

(3) 최댓값 : 10, 최솟값 : $\frac{10}{9}$

(4) 최댓값 : 4, 최솟값 : $\frac{49}{16}$

(5) 최댓값 : $\frac{3}{2}$, 최솟값 : $-\frac{39}{16}$

(6) 최댓값 : 9, 최솟값 : $\frac{9}{8}$

(1) 함수 $y=2^{x+1}$은 x의 값이 증가하면 y의 값도 증가하고,

$-1\le x\le 2$이므로

최댓값은 $x=2$일 때 $2^{2+1}=8$,

최솟값은 $x=-1$일 때 $2^{-1+1}=1$이다.

(2) 함수 $y=5^{x-1}+2$는 x의 값이 증가하면 y의 값도 증가하고,

$-1\le x\le 1$이므로

최댓값은 $x=1$일 때 $5^{1-1}+2=3$,

최솟값은 $x=-1$일 때 $5^{-1-1}+2=\frac{51}{25}$이다.

(3) 함수 $y=\left(\frac{1}{3}\right)^x+1$은 x의 값이 증가하면 y의 값은 감소하고,

$-2\le x\le 2$이므로

최댓값은 $x=-2$일 때 $\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}+1=3^2+1=10$,

최솟값은 $x=2$일 때 $\left(\frac{1}{3}\right)^2+1=\frac{1}{9}+1=\frac{10}{9}$이다.

(4) 함수 $y=\left(\frac{1}{2}\right)^{x+1}+3$은 x의 값이 증가하면 y의 값은 감소하고,

$-1\le x\le 3$이므로

최댓값은 $x=-1$일 때 $\left(\frac{1}{2}\right)^{-1+1}+3=1+3=4$,

최솟값은 $x=3$일 때 $\left(\frac{1}{2}\right)^4+3=\frac{1}{16}+3=\frac{49}{16}$이다.

(5) 함수 $y=\left(\frac{1}{4}\right)^{x+2}-\frac{5}{2}$는 x의 값이 증가하면 y의 값은

감소하고, $-3\le x\le 0$이므로

최댓값은 $x=-3$일 때 $\left(\frac{1}{4}\right)^{-3+2}-\frac{5}{2}=4-\frac{5}{2}=\frac{3}{2}$,

최솟값은 $x=0$일 때 $\left(\frac{1}{4}\right)^{0+2}-\frac{5}{2}=\frac{1}{16}-\frac{5}{2}=-\frac{39}{16}$이다.

(6) 함수 $y=2^{2-x}+1$, 즉 $y=\left(\frac{1}{2}\right)^{x-2}+1$은 x의 값이 증가하면

y의 값은 감소하고, $-1\le x\le 5$이므로

최댓값은 $x=-1$일 때 $\left(\frac{1}{2}\right)^{-1-2}+1=2^3+1=9$,

최솟값은 $x=5$일 때 $\left(\frac{1}{2}\right)^{5-2}+1=\frac{1}{8}+1=\frac{9}{8}$이다.

123 답 (1) 최댓값 : 4, 최솟값 : $\frac{1}{4}$ (2) 최댓값 : 27, 최솟값 : $\frac{1}{3}$

(3) 최댓값 : 1, 최솟값 : $\frac{1}{256}$

(1) $f(x)=-x^2+6x-7=-(x-3)^2+2$로 놓으면

$2\le x\le 5$일 때 $-2\le f(x)\le 2$

이때 $y=2^{f(x)}$은 $f(x)$의 값이 증가하면 y의 값도 증가하므로

최댓값은 $f(x)=2$일 때 $2^2=4$,

최솟값은 $f(x)=-2$일 때 $2^{-2}=\frac{1}{4}$이다.

(2) $f(x)=x^2-6x+6=(x-3)^2-3$으로 놓으면

$1\le x\le 4$일 때 $-3\le f(x)\le 1$

이때 $y=\left(\frac{1}{3}\right)^{f(x)}$은 $f(x)$의 값이 증가하면 y의 값은

감소하므로 최댓값은 $f(x)=-3$일 때 $\left(\frac{1}{3}\right)^{-3}=3^3=27$,

최솟값은 $f(x)=1$일 때 $\left(\frac{1}{3}\right)^1=\frac{1}{3}$이다.

(3) $f(x)=-x^2-4x=-(x+2)^2+4$로 놓으면

$-3\le x\le 0$일 때 $0\le f(x)\le 4$

이때 $y=\left(\frac{1}{4}\right)^{f(x)}$은 $f(x)$의 값이 증가하면 y의 값은

감소하므로 최댓값은 $f(x)=0$일 때 $\left(\frac{1}{4}\right)^0=1$,

최솟값은 $f(x)=4$일 때 $\left(\frac{1}{4}\right)^4=\frac{1}{256}$이다.

124 답 (1) 최댓값 : 137, 최솟값 : 9

(2) 최댓값 : 3, 최솟값 : -1

(3) 최댓값 : 35, 최솟값 : -1

(1) $y=9^x+2\cdot 3^{x+1}+2=(3^x)^2+6\cdot 3^x+2$에서

$3^x=t\ (t>0)$로 놓으면 $y=t^2+6t+2=(t+3)^2-7$

이때 $0\le x\le 2$에서 $1\le t\le 9$이므로

주어진 함수의 최댓값은 $t=9$일 때 137,

최솟값은 $t=1$일 때 9이다.

(2) $y=2^{x+2}-4^x-1=-(2^x)^2+4\cdot 2^x-1$에서

$2^x=t\ (t>0)$로 놓으면 $y=-t^2+4t-1=-(t-2)^2+3$

이때 $0\le x\le 2$에서 $1\le t\le 4$이므로

주어진 함수의 최댓값은 $t=2$일 때 3,

최솟값은 $t=4$일 때 -1이다.

(3) $y=\left(\frac{1}{4}\right)^x-\left(\frac{1}{2}\right)^{x-2}+3=\left\{\left(\frac{1}{2}\right)^x\right\}^2-4\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^x+3$에서

$\left(\frac{1}{2}\right)^x=t\ (t>0)$로 놓으면 $y=t^2-4t+3=(t-2)^2-1$

이때, $-3\le x\le 1$에서 $\frac{1}{2}\le t\le 8$이므로

주어진 함수의 최댓값은 $t=8$일 때 35,

최솟값은 $t=2$일 때 -1이다.

125 답 (1) 6 (2) 12 (3) $4\sqrt{3}$

(1) $3^x>0$, $3^{-x+2}>0$이므로

$y=3^x+3^{-x+2}\ge 2\sqrt{3^x\cdot 3^{-x+2}}=6$

(단, 등호는 $3^x=3^{-x+2}$일 때 성립)

따라서 주어진 함수의 최솟값은 6이다.

(2) $3^x>0$, $\frac{1}{3^x}=3^{-x}>0$이므로

$y=4\cdot 3^x+\frac{9}{3^x}\ge 2\sqrt{4\cdot 3^x\cdot\frac{9}{3^x}}=2\sqrt{36}=12$

$\left(\text{단, 등호는 } 4\cdot 3^x=\frac{9}{3^x}\text{일 때 성립}\right)$

따라서 주어진 함수의 최솟값은 12이다.

(3) $2^{-x+1}>0$, $2^x>0$이므로

$y=2^{-x+1}+6\cdot 2^x\ge 2\sqrt{2^{-x+1}\cdot 6\cdot 2^x}=2\sqrt{12}=4\sqrt{3}$

(단, 등호는 $2^{-x+1}=6\cdot 2^x$일 때 성립)

따라서 주어진 함수의 최솟값은 $4\sqrt{3}$이다.

126 답 ⑤

⑤ 점근선의 방정식은 $y=0$이다.

127 답 ④

$y=2^x$에서 $a=2^0=1$

$y=x$에서 $b=a=1$

$\therefore c=2^1=2,\ d=2^2=4$

$\therefore a+b+c+d=1+1+2+4=8$

128 답 ②

$y=4\cdot 2^{2x}-2=2^2\cdot 2^{2x}-2=2^{2(x+1)}-2$

이므로 함수 $y=2^{2x}$의 그래프를 x축의 방향으로 -1만큼, y축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 것이다.

$\therefore m=-1,\ n=-2$

$\therefore m+n=-3$

129 답 ⑤

$y=3^x$의 그래프를 x축의 방향으로 -3만큼, y축의 방향으로 2만큼 평행이동하면

$y-2=3^{x+3}\qquad \therefore y=3^{x+3}+2$

이 그래프를 원점에 대하여 대칭이동하면

$-y=3^{-x+3}+2\qquad \therefore y=-3^3\cdot 3^{-x}-2=-27\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^x-2$

$\therefore a=-27,\ b=-2$

$\therefore a-b=-27-(-2)=-25$

130 답 ③

함수 $y=2^{x+1}+k$는 x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.

따라서 $-2\le x\le 1$에서 $x=1$일 때 최댓값이 5이므로

$2^2+k=5\qquad \therefore k=1$

함수 $y=2^{x+1}+1$은 $x=-2$일 때 최솟값을 가지므로

$(\text{최솟값})=2^{-1}+1=\frac{3}{2}$

131 답 ②

$y=2^{-3x}\cdot 3^x$, 즉 함수 $y=\left(\frac{3}{8}\right)^x$은 x의 값이 증가하면 y의 값은 감소하고, $-2\le x\le 3$이므로

최댓값은 $x=-2$일 때 $\left(\frac{3}{8}\right)^{-2}=\left(\frac{8}{3}\right)^2=\frac{64}{9}$

최솟값은 $x=3$일 때 $\left(\frac{3}{8}\right)^3=\frac{27}{512}$

따라서 $M=\frac{64}{9}$, $m=\frac{27}{512}$이므로 $Mm=\frac{3}{8}$

6 로그함수의 뜻과 그래프 53쪽~62쪽

132 답 (1) 0 (2) 1 (3) -2

(1) $f(1)=\log_3 1=0$

(2) $f(3)=\log_3 3=1$

(3) $f\left(\frac{1}{9}\right)=\log_3\frac{1}{9}=\log_3 3^{-2}=-2$

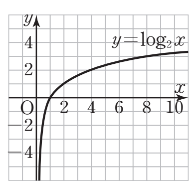
133 답 (1) -2 (2) 0 (3) -4

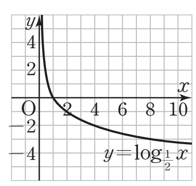
(1) $f(1)=\log_2 2-3=1-3=-2$

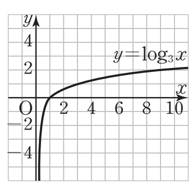
(2) $f(7)=\log_2 8-3=\log_2 2^3-3=3-3=0$

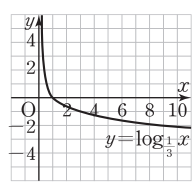
(3) $f\left(-\frac{1}{2}\right)=\log_2\frac{1}{2}-3=\log_2 2^{-1}-3=-1-3=-4$

134 답

(1)


(2)


(3)


(4)


135 답 (1) × (2) ○ (3) ○ (4) × (5) ○

136 답 (1) ○ (2) × (3) ○ (4) ○

137 답 (1) $a=1$, $b=4$ (2) $a=4$, $b=2$ (3) $a=\frac{1}{3}$, $b=-1$

(1) $y=\log_2 x$의 그래프가 두 점 $(2,\ a)$, $(b,\ 2)$를 지나므로

$a=\log_2 2=1$

$2=\log_2 b$에서 $b=2^2=4$

(2) $y=\log_4 x$의 그래프가 두 점 $(a,\ 1)$, $(16,\ b)$를 지나므로

$1=\log_4 a$에서 $a=4$

$b=\log_4 16=\log_4 4^2=2$

(3) $y=\log_{\frac{1}{3}} x$의 그래프가 두 점 $(a,\ 1)$, $(3,\ b)$를 지나므로

$1=\log_{\frac{1}{3}} a$에서 $a=\frac{1}{3}$

$b=\log_{\frac{1}{3}} 3=\log_{\frac{1}{3}}\left(\frac{1}{3}\right)^{-1}=-1$

138 답 (1) $y=\log_2(x-1)-2$, 점근선의 방정식 : $x=1$,

정의역 : $\{x|x>1\}$

(2) $y=\log_{\frac{1}{3}}(x+2)+3$, 점근선의 방정식 : $x=-2$,

정의역 : $\{x|x>-2\}$

(3) $y=\log_5(x-2)+3$, 점근선의 방정식 : $x=2$,

정의역 : $\{x|x>2\}$

(4) $y=\log_3(x-2)-1$, 점근선의 방정식 : $x=2$,

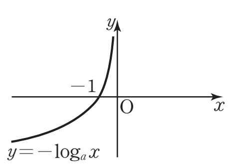
정의역 : $\{x|x>2\}$

(4) $y=\log_3 27x=\log_3 27+\log_3 x=\log_3 x+3$

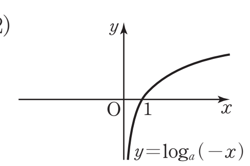
이므로 $y=\log_3 27x$의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 -4만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=\log_3(x-2)-1$

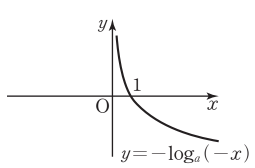
139 답 (1)



(2)



(3)



140 답 (1) ① $y=-\log_5 x$ ② $y=\log_5(-x)$

③ $y=-\log_5(-x)$

(2) ① $y=-\log_6(-x)$ ② $y=\log_6 x$ ③ $y=-\log_6 x$

(3) ① $y=\log_4 x$ ② $y=-\log_4(-x)$ ③ $y=\log_4(-x)$

(4) ① $y=-\log_3(x-1)-2$ ② $y=\log_3(-x-1)+2$

③ $y=-\log_3(-x-1)-2$

(3) $y=\log_{\frac{1}{4}} x=-\log_4 x$이므로

① x축에 대하여 대칭이동 : $y=\log_4 x$

② y축에 대하여 대칭이동 : $y=-\log_4(-x)$

③ 원점에 대하여 대칭이동 : $y=\log_4(-x)$

(4) ① $-y=\log_3(x-1)+2$

$\therefore\ y=-\log_3(x-1)-2$

③ $-y=\log_3(-x-1)+2$

$\therefore\ y=-\log_3(-x-1)-2$

141 답 (1) $y=-\log_5(x+1)+3$ (2) $y=-\log_4(-x-1)+1$

(3) $y=\log_2(x-3)+3$

(1) 함수 $y=\log_5(-x)$의 그래프를 원점에 대하여 대칭이동하면

$-y=\log_5 x$ $\therefore\ y=-\log_5 x$

다시 x축의 방향으로 -1만큼, y축의 방향으로 3만큼 평행이동하면 $y=-\log_5(x+1)+3$

(2) 함수 $y=\log_4 16x+1=(\log_4 x+2)+1=\log_4 x+3$이므로

x축의 방향으로 1만큼, y축의 방향으로 -4만큼 평행이동하면

$y=\log_4(x-1)+3-4$ $\therefore\ y=\log_4(x-1)-1$

다시 원점에 대하여 대칭이동하면

$-y=\log_4(-x-1)-1$ $\therefore\ y=-\log_4(-x-1)+1$

(3) 함수 $y=\log_{\frac{1}{2}}(4x-8)+2=-\log_2 4(x-2)+2$

$=-\log_2(x-2)$이므로

x축의 방향으로 1만큼, y축의 방향으로 -3만큼 평행이동하면

$y=-\log_2\{(x-1)-2\}-3$ $\therefore\ y=-\log_2(x-3)-3$

다시 x축에 대하여 대칭이동하면

$-y=-\log_2(x-3)-3$ $\therefore\ y=\log_2(x-3)+3$

142 답 (1) ○ (2) ○ (3) × (4) ○

(1) 함수 $y=\log_5(x-3)$의 그래프는 $y=\log_5 x$의 그래프를 x축의 방향으로 3만큼 평행이동한 것과 같다.

(2) 함수 $y=\log_5(x-2)+1$의 그래프는 $y=\log_5 x$의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것과 같다.

(3) $y=\log_{\sqrt{5}} x-3=2\log_5 x-3$이므로

함수 $y=\log_{\sqrt{5}} x-3$의 그래프는 함수 $y=\log_5 x$의 그래프를 평행이동 또는 대칭이동하여도 겹쳐질 수 없다.

(4) $y=\log_{\frac{1}{5}}(x+2)-4=\log_{5^{-1}}(x+2)-4=-\log_5(x+2)-4$

이므로 함수 $y=\log_{\frac{1}{5}}(x+2)-4$의 그래프는 함수 $y=\log_5 x$

의 그래프를 x축의 방향으로 -2만큼, y축의 방향으로 4만큼 평행이동한 후 x축에 대하여 대칭이동한 그래프이다.

143 답 (1) $a=4$, $b=-2$ (2) $a=2$, $b=-2$ (3) $a=27$, $b=1$

(1) 함수 $y=\log_{\frac{1}{4}}(x+a)+b$의 그래프의 점근선의 방정식이 $x=-4$이므로

$-a=-4$ $\therefore a=4$

즉, 함수 $y=\log_{\frac{1}{4}}(x+4)+b$의 그래프가 점 $(0, -3)$을 지나므로

$-3=\log_{\frac{1}{4}}4+b$, $-3=-1+b$ $\therefore b=-2$

(2) 함수 $y=\log_{\frac{1}{2}}(-x+a)+b$의 그래프의 점근선의 방정식이 $x=2$이므로 $a=2$

즉, 함수 $y=\log_{\frac{1}{2}}(-x+2)+b$의 그래프가 점 $(0, -3)$을 지나므로

$-3=\log_{\frac{1}{2}}2+b$, $-3=-1+b$ $\therefore b=-2$

(3) 함수 $y=\log_3 a(b-x)$의 그래프의 점근선의 방정식이 $x=1$이므로 $b=1$

즉, 함수 $y=\log_3 a(1-x)$의 그래프가 점 $(0, 3)$을 지나므로

$3=\log_3 a$ $\therefore a=27$

144 답 (1) $\log_3 7<3\log_3 2$ (2) $\log_{\frac{1}{5}}3>\log_{\frac{1}{5}}8$ (3) $\log_4 30>\log_2 5$ (4) $\log_{\frac{1}{2}}10<-\log_2 7$

(1) $3\log_3 2=\log_3 2^3=\log_3 8$

함수 $y=\log_3 x$의 그래프는 x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.

이때 $7<8$이므로

$\log_3 7<3\log_3 2$

(2) 함수 $y=\log_{\frac{1}{5}}x$의 그래프는 x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.

이때 $3<8$이므로

$\log_{\frac{1}{5}}3>\log_{\frac{1}{5}}8$

(3) $\log_4 30$, $\log_2 5=\log_{2^2}5^2=\log_4 25$

함수 $y=\log_4 x$의 그래프는 x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.

이때 $30>25$이므로

$\log_4 30>\log_4 25$ $\therefore \log_4 30>\log_2 5$

(4) $\log_{\frac{1}{2}}10$, $-\log_2 7=\log_{2^{-1}}7=\log_{\frac{1}{2}}7$

함수 $y=\log_{\frac{1}{2}}x$의 그래프는 x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.

이때 $10>7$이므로

$\log_{\frac{1}{2}}10<\log_{\frac{1}{2}}7$ $\therefore \log_{\frac{1}{2}}10<-\log_2 7$

145 답 (1) $\log_3 x<\log_3 x^3$ (2) $\log_3 x>\log_3 \frac{1}{x}$ (3) $\log_3 x<\log_x 3$

(1) $1<x<3$이므로 $\log_3 1<\log_3 x<\log_3 3$

$\therefore 0<\log_3 x<1$

$\log_3 x-\log_3 x^3=\log_3 x-3\log_3 x=-2\log_3 x<0$

$\therefore \log_3 x<\log_3 x^3$

(2) $\log_3 x-\log_3 \frac{1}{x}=\log_3 x+\log_3 x=2\log_3 x>0$

$\therefore \log_3 x>\log_3 \frac{1}{x}$

(3) $\log_3 x>0$, $\log_x 3>0$이므로

$\frac{\log_3 x}{\log_x 3}=\frac{\log_3 x}{\frac{1}{\log_3 x}}=(\log_3 x)^2<1$ $\therefore \log_3 x<\log_x 3$

146 답 (1) $y=\log_5 \frac{x}{3}-2$ $(x>0)$ (2) $y=\log_2(x-1)+1$ $(x>1)$ (3) $y=3^x$ (4) $y=3^{x-1}+2$

(1) 함수 $y=3\cdot 5^{x+2}$은 치역이 $\{y|y>0\}$인 일대일대응이다.

$y=3\cdot 5^{x+2}$에서 x와 y를 서로 바꾸고 양변을 3으로 나누면

$x=3\cdot 5^{y+2}$ $\therefore \frac{x}{3}=5^{y+2}$

양변에 밑이 5인 로그를 취하면

$\log_5 \frac{x}{3}=\log_5 5^{y+2}$, $\log_5 \frac{x}{3}=y+2$

따라서 구하는 역함수는 $y=\log_5 \frac{x}{3}-2$ $(x>0)$

(2) 함수 $y=2^{x-1}+1$은 치역이 $\{y|y>1\}$인 일대일대응이다.

$y=2^{x-1}+1$에서 x와 y를 서로 바꾸면

$x=2^{y-1}+1$ $\therefore x-1=2^{y-1}$

양변에 밑이 2인 로그를 취하면

$\log_2(x-1)=\log_2 2^{y-1}$, $\log_2(x-1)=y-1$

따라서 구하는 역함수는 $y=\log_2(x-1)+1$ $(x>1)$

(3) $y=\log_3 x$에서 x와 y를 서로 바꾸면

$x=\log_3 y$, $\log_3 3^x=\log_3 y$ $\therefore y=3^x$

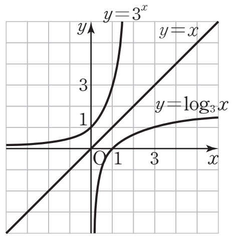
(4) $y=\log_3(x-2)+1$에서 x와 y를 서로 바꾸면

$x=\log_3(y-2)+1$, $\log_3(y-2)=x-1$

$\log_3(y-2)=\log_3 3^{x-1}$, $y-2=3^{x-1}$

$\therefore y=3^{x-1}+2$

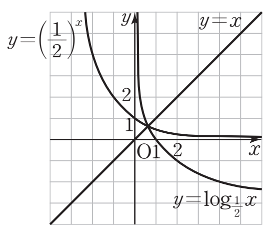
147 답 (1)



(2) 대칭이다.

(2) 함수 $y=3^x$의 그래프와 함수 $y=\log_3 x$의 그래프는 직선 $y=x$에 대하여 대칭이다.

148 답 (1)



(2) 대칭이다.

(2) 함수 $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$의 그래프와 함수 $y=\log_{\frac{1}{2}} x$의 그래프는 직선 $y=x$에 대하여 대칭이다.

149 답 (1) 최댓값 : 4, 최솟값 : 3 (2) 최댓값 : 4, 최솟값 : 2

(3) 최댓값 : -2, 최솟값 : -3

(4) 최댓값 : $\log_2 5$, 최솟값 : 0

(5) 최댓값 : 2, 최솟값 : 0

(6) 최댓값 : -2, 최솟값 : -3

(1) 함수 $y=\log_3 9x=\log_3 x+2$는 x의 값이 증가하면 y의 값도 증가하고, $3\le x\le 9$이므로

최댓값은 $x=9$일 때 $\log_3 9+2=\log_3 3^2+2=4$

최솟값은 $x=3$일 때 $\log_3 3+2=1+2=3$

(2) 함수 $y=\log_3(x-1)+1$은 x의 값이 증가하면 y의 값도 증가하고, $4\le x\le 28$이므로

최댓값은 $x=28$일 때 $\log_3 27+1=\log_3 3^3+1=3+1=4$

최솟값은 $x=4$일 때 $\log_3 3+1=1+1=2$

(3) 함수 $y=\log_{\frac{1}{3}}(3x+1)-1$은 x의 값이 증가하면 y의 값은 감소하고, $\frac{2}{3}\le x\le \frac{8}{3}$이므로

최댓값은 $x=\frac{2}{3}$일 때

$\log_{\frac{1}{3}} 3-1=\log_{\frac{1}{3}}\left(\frac{1}{3}\right)^{-1}-1=-1-1=-2$

최솟값은 $x=\frac{8}{3}$일 때

$\log_{\frac{1}{3}} 9-1=\log_{\frac{1}{3}}\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}-1=-2-1=-3$

(4) $y=\log_2(x^2-6x+10)$에서

$f(x)=x^2-6x+10=(x-3)^2+1$로 놓으면

$2\le x\le 5$일 때, $1\le f(x)\le 5$

이때 함수 $y=\log_2 f(x)$는 $f(x)$의 값이 증가하면 y의 값도 증가하므로 최댓값은 $f(x)=5$일 때 $\log_2 5$

최솟값은 $f(x)=1$일 때 $\log_2 1=0$

(5) $y=\log_3(-x^2+2x+9)$에서

$f(x)=-x^2+2x+9=-(x-1)^2+10$으로 놓으면

$2\le x\le 4$일 때, $1\le f(x)\le 9$

이때 함수 $y=\log_3 f(x)$는 $f(x)$의 값이 증가하면 y의 값도 증가하므로

최댓값은 $f(x)=9$일 때 $\log_3 9=\log_3 3^2=2$

최솟값은 $f(x)=1$일 때 $\log_3 1=0$

(6) $y=\log_{\frac{1}{2}}(-x^2+4x+4)$에서

$f(x)=-x^2+4x+4=-(x-2)^2+8$로 놓으면

$0\le x\le 4$일 때, $4\le f(x)\le 8$

이때 함수 $y=\log_{\frac{1}{2}} f(x)$는 $f(x)$의 값이 증가하면 y의 값은 감소하므로

최댓값은 $f(x)=4$일 때 $\log_{\frac{1}{2}} 4=-2$

최솟값은 $f(x)=8$일 때 $\log_{\frac{1}{2}} 8=-3$

150 답 (1) 최댓값 : 3, 최솟값 : 2 (2) 최댓값 : 26, 최솟값 : 2

(3) 최댓값 : 0, 최솟값 : -9

(1) $y=(\log_3 x)^2-\log_3 x^2+3=(\log_3 x)^2-2\log_3 x+3$에서

$\log_3 x=t$로 놓으면 $y=t^2-2t+3=(t-1)^2+2$

이때 $1\le x\le 9$에서 $0\le t\le 2$이므로

주어진 함수의 최댓값은 $t=0$ 또는 $t=2$일 때 3,

최솟값은 $t=1$일 때 2이다.

(2) $y=(\log_2 x)^2-\log_{\frac{1}{2}} x^2+2=(\log_2 x)^2+2\log_2 x+2$에서

$\log_2 x=t$로 놓으면 $y=t^2+2t+2=(t+1)^2+1$

이때 $1\le x\le 16$에서 $0\le t\le 4$이므로

주어진 함수의 최댓값은 $t=4$일 때 26,

최솟값은 $t=0$일 때 2이다.

(3) $y=(\log_{\frac{1}{2}} x)^2+3\log_{\frac{1}{2}} x^2=(\log_{\frac{1}{2}} x)^2+6\log_{\frac{1}{2}} x$에서

$\log_{\frac{1}{2}} x=t$로 놓으면 $y=t^2+6t=(t+3)^2-9$

이때 $1\le x\le 16$에서 $-4\le t\le 0$이므로

주어진 함수의 최댓값은 $t=0$일 때 0,

최솟값은 $t=-3$일 때 -9이다.

151 답 2

$\log_7\left(x+\frac{6}{y}\right)+\log_7\left(\frac{1}{x}+6y\right)$

$=\log_7\left(x+\frac{6}{y}\right)\left(\frac{1}{x}+6y\right)=\log_7\left(6xy+\frac{6}{xy}+37\right)$

이때 $x>0$, $y>0$에서 $6xy>0$, $\frac{6}{xy}>0$이므로

산술평균과 기하평균의 관계에 의하여

$6xy+\frac{6}{xy}+37\ge 2\sqrt{6xy\cdot\frac{6}{xy}}+37=49$

$\left(\text{단, 등호는 } 6xy=\frac{6}{xy}\text{, 즉 } xy=1\text{일 때 성립}\right)$

$\therefore \log_7\left(6xy+\frac{6}{xy}+37\right)\ge\log_7 49=2$

따라서 구하는 최솟값은 2이다.

152 답 -4

$\log_{\frac{1}{2}}\left(3x+\frac{1}{y}\right)+\log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{3}{x}+y\right)$

$=\log_{\frac{1}{2}}\left(3x+\frac{1}{y}\right)\left(\frac{3}{x}+y\right)=\log_{\frac{1}{2}}\left(3xy+\frac{3}{xy}+10\right)$

이때 $x>0$, $y>0$에서 $3xy>0$, $\frac{3}{xy}>0$이므로

산술평균과 기하평균의 관계에 의하여

$3xy+\frac{3}{xy}+10\geq 2\sqrt{3xy\cdot\frac{3}{xy}}+10=16$

$\left(\text{단, 등호는 } 3xy=\frac{3}{xy}\text{, 즉 } xy=1\text{일 때 성립}\right)$

$\therefore \log_{\frac{1}{2}}\left(3xy+\frac{3}{xy}+10\right)\leq\log_{\frac{1}{2}}16=-4$

따라서 구하는 최댓값은 -4이다.

153 답 ④

① 그래프는 원점을 지나지 않는다.

② 그래프는 점 $(1, 0)$을 지난다.

③ 정의역은 양의 실수 전체의 집합이고, 치역은 실수 전체의 집합이다.

⑤ 그래프의 점근선의 방정식은 $x=0$이다.

따라서 옳은 것은 ④이다.

154 답 ①

$y=\log_3 x$의 그래프를 x축의 방향으로 a만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=\log_3(x-a)$

이 그래프가 점 $(5, 1)$을 지나므로

$1=\log_3(5-a)$, $5-a=3$ $\quad\therefore a=2$

또 $y=\log_b x$의 그래프가 점 $(5, 1)$을 지나므로

$1=\log_b 5$ $\quad\therefore b=5$

$\therefore a+b=7$

155 답 ⑤

(ㄱ) 함수 $y=\log_3(x-2)$의 그래프는 로그함수 $y=\log_3 x$의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼 평행이동한 것이다.

(ㄴ) 함수 $y=\log_3(-x)$의 그래프는 로그함수 $y=\log_3 x$의 그래프를 y축에 대하여 대칭이동한 것이다.

(ㄷ) $y=\log_3 3x=\log_3 x+1$이므로 로그함수 $y=\log_3 x$의 그래프를 y축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이다.

(ㄹ) $y=3\log_3 x=\log_3 x^3$이므로 로그함수 $y=\log_3 x$의 그래프를 평행이동 또는 대칭이동하여 함수 $y=3\log_3 x$의 그래프와 일치할 수 없다.

따라서 로그함수 $y=\log_3 x$의 그래프를 평행이동 또는 대칭이동하여 일치할 수 있는 것은 (ㄱ), (ㄴ), (ㄷ)이다.

156 답 ④

$y=\frac{1}{2}\log_2(x-3)+1$에서 $\log_2(x-3)=2(y-1)$

로그의 정의에 의하여 $x-3=2^{2(y-1)}$

$\therefore x=4^{y-1}+3$

x와 y를 바꾸어 역함수를 구하면 $y=4^{x-1}+3$

$\therefore a=4$, $b=-1$, $c=3$

$\therefore a-b+c=8$

157 답 ①

$y=\log_{\frac{1}{3}}(x-1)+b$에서 밑이 $0<\frac{1}{3}<1$이므로

$x=a$일 때 최댓값이 1이고, $x=10$일 때 최솟값이 -3이다.

즉, $\log_{\frac{1}{3}}(a-1)+b=1$, $\log_{\frac{1}{3}}9+b=-3$에서

$b=-1$, $a=\frac{10}{9}$ $\quad\therefore 18ab=-20$

158 답 ③

$y=\log_a(x^2-2x+3)$에서 $x^2-2x+3=t$라 하면

$t=(x-1)^2+2$ $\quad\therefore t\geq 2$

한편 $y=\log_a t$의 밑이 a이므로

(i) $a>1$일 때

함수 $y=\log_a t$는 t의 값이 증가하면 y의 값도 증가하므로 $t=2$일 때 최솟값을 가지고, 최댓값은 없다.

(ii) $0<a<1$일 때

함수 $y=\log_a t$는 t의 값이 증가하면 y의 값은 감소하므로 $t=2$일 때 최댓값을 가지고, 최솟값은 없다.

그런데 주어진 함수의 최솟값은 없고, 최댓값이 -1이므로

(ii)에 의해 $\log_a 2=-1$ $\quad\therefore a=\frac{1}{2}$

7 지수함수와 로그함수의 활용 64쪽~76쪽

159 답 (1) $x=6$ (2) $x=-3$ (3) $x=5$ (4) $x=-2$ (5) $x=\frac{1}{2}$ (6) $x=-7$

(1) $2^x=64$에서 $2^x=2^6$이므로 $x=6$

(2) $3^x=\frac{1}{27}$에서 $3^x=3^{-3}$이므로 $x=-3$

(3) $3^{x-1}=3^4$이므로 $x-1=4$ $\quad\therefore x=5$

(4) $\left(\frac{1}{2}\right)^{x-2}=16$에서 $2^{-x+2}=2^4$이므로

$-x+2=4$ $\quad\therefore x=-2$

(5) $8^x=2\sqrt{2}$에서 $2^{3x}=2^{\frac{3}{2}}$이므로

$3x=\frac{3}{2}$ $\quad\therefore x=\frac{1}{2}$

(6) $2^{x+2}=\frac{1}{32}$에서 $2^{x+2}=2^{-5}$이므로

$x+2=-5$ $\therefore x=-7$

160 답 (1) $x=2$ (2) $x=\frac{1}{2}$ (3) $x=-2$ (4) $x=-1$

(5) $x=0$ (6) $x=-1$ 또는 $x=\frac{3}{2}$

(1) $9\cdot3^x=9^x$에서 $3^{x+2}=3^{2x}$이므로

$x+2=2x$ $\therefore x=2$

(2) $2^{x+1}=8^x$에서 $2^{x+1}=2^{3x}$이므로

$x+1=3x$ $\therefore x=\frac{1}{2}$

(3) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-x+1}=2^{2x+1}$에서 $2^{-(-x+1)}=2^{2x+1}$이므로

$x-1=2x+1$ $\therefore x=-2$

(4) $5^x=(0.2)^{x+2}$에서 $5^x=\left(\frac{1}{5}\right)^{x+2}$

$5^x=5^{-x-2}$이므로 $x=-x-2$

$\therefore x=-1$

(5) $9^{x+2}=27\cdot3^{x+1}$에서 $3^{2x+4}=3^{x+4}$이므로

$2x+4=x+4$ $\therefore x=0$

(6) $\left(\frac{3}{4}\right)^{2x^2-7}=\left(\frac{4}{3}\right)^{4-x}$에서 $\left(\frac{3}{4}\right)^{2x^2-7}=\left(\frac{3}{4}\right)^{-4+x}$이므로

$2x^2-7=-4+x$, $2x^2-x-3=0$

$(x+1)(2x-3)=0$ $\therefore x=-1$ 또는 $x=\frac{3}{2}$

161 답 (1) $x=0$ 또는 $x=2$ (2) $x=2$ (3) $x=-1$ 또는 $x=-3$

(4) $x=0$

(1) $(2^x)^2-5\cdot2^x+4=0$에서 $2^x=t$ $(t>0)$로 놓으면

$t^2-5t+4=0$, $(t-1)(t-4)=0$

$\therefore t=1$ 또는 $t=4$

즉, $2^x=1$ 또는 $2^x=4$이므로

$x=0$ 또는 $x=2$

(2) $(2^x)^2-2\cdot2^x-8=0$에서 $2^x=t$ $(t>0)$로 놓으면

$t^2-2t-8=0$, $(t+2)(t-4)=0$

$\therefore t=4$ $(\because t>0)$

즉, $2^x=4$이므로 $x=2$

(3) $\left(\frac{1}{4}\right)^x-5\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{x-1}+16=0$, 즉

$\left\{\left(\frac{1}{2}\right)^x\right\}^2-5\cdot2\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^x+16=0$에서 $\left(\frac{1}{2}\right)^x=t$ $(t>0)$로

놓으면 $t^2-10t+16=0$, $(t-2)(t-8)=0$

$\therefore t=2$ 또는 $t=8$

즉, $\left(\frac{1}{2}\right)^x=2$ 또는 $\left(\frac{1}{2}\right)^x=8$이므로

$x=-1$ 또는 $x=-3$

(4) $5^x+5^{-x}=2$, 즉 $5^x+\frac{1}{5^x}=2$에서

$5^x=t$ $(t>0)$로 놓으면 $t+\frac{1}{t}=2$

양변에 t를 곱하면

$t^2+1=2t$, $t^2-2t+1=0$

$(t-1)^2=0$ $\therefore t=1$

즉, $5^x=1$이므로 $x=0$

162 답 (1) $x=1$ 또는 $x=3$ (2) $x=1$ (3) $x=2$ 또는 $x=1$

(4) $x=5$ 또는 $x=3$

(1) (i) 밑이 1일 때

$x=1$이면 주어진 방정식은 $1^3=1^9$이므로 성립한다.

(ii) 지수가 같을 때

$4x-1=x+8$ $\therefore x=3$

(i), (ii)에서 $x=1$ 또는 $x=3$

(2) (i) 밑이 1일 때

$x=1$이면 주어진 방정식은 $1^7=1^1$이므로 성립한다.

(ii) 지수가 같을 때

$3x+4=-x+2$ $\therefore x=-\frac{1}{2}$

그런데 $x>0$이므로 만족하는 x의 값은 없다.

(i), (ii)에서 $x=1$

(3) $(x+2)^{x-1}=4^{x-1}$에서

(i) 밑이 같을 때

$x+2=4$ $\therefore x=2$

(ii) 지수가 0일 때

$x-1=0$, 즉 $x=1$이면 주어진 방정식은 $3^0=4^0=1$

이므로 성립한다.

(i), (ii)에서 $x=2$ 또는 $x=1$

(4) $(x-1)^{x-3}=4^{x-3}$에서

(i) 밑이 같을 때

$x-1=4$ $\therefore x=5$

(ii) 지수가 0일 때

$x-3=0$, 즉 $x=3$이면 주어진 방정식은 $2^0=4^0=1$

이므로 성립한다.

(i), (ii)에서 $x=5$ 또는 $x=3$

163 답 3

$9^x-5\cdot3^{x+1}+27=0$, 즉 $(3^x)^2-15\cdot3^x+27=0$ …… ㉠에서

$3^x=t$ $(t>0)$로 놓으면 $t^2-15t+27=0$ …… ㉡

이때 ㉠의 두 근이 α, β이므로 ㉡의 두 근은 3^α, 3^β이다.

$3^\alpha\cdot3^\beta=27$, $3^{\alpha+\beta}=3^3$ $\therefore \alpha+\beta=3$

164 답 128

$4^x-3\cdot 2^{x+2}+8=0$, 즉 $(2^x)^2-12\cdot 2^x+8=0$ …… ㉠에서

$2^x=t\ (t>0)$로 놓으면 $t^2-12t+8=0$ …… ㉡

이때 ㉠의 두 근이 α, β이므로 ㉡의 두 근은 2^α, 2^β이다.

$2^\alpha+2^\beta=12$, $2^\alpha\cdot 2^\beta=8$

$\therefore 2^{2\alpha}+2^{2\beta}=(2^\alpha+2^\beta)^2-2\cdot 2^\alpha\cdot 2^\beta$

$=12^2-2\cdot 8=128$

165 답 $a>2$

$4^x-a\cdot 2^{x+2}+16=0$, 즉 $(2^x)^2-4a\cdot 2^x+16=0$ …… ㉠에서

$2^x=t\ (t>0)$로 놓으면 $t^2-4at+16=0$ …… ㉡

이때 ㉠이 서로 다른 두 실근을 가지려면 ㉡이 서로 다른 두 양의 실근을 가져야 한다.

이차방정식 ㉡에서

(i) 판별식을 D라 하면

$\frac{D}{4}=4a^2-16>0$, $a^2-4>0$, $(a+2)(a-2)>0$

$\therefore a<-2$ 또는 $a>2$

(ii) (두 근의 합)>0에서 $4a>0$ $\therefore a>0$

(iii) (두 근의 곱)>0에서 $16>0$

(i), (ii), (iii)을 동시에 만족하는 a의 값의 범위는 $a>2$

166 답 (1) $x>2$ (2) $x<-2$ (3) $x\ge 4$ (4) $-2<x<3$

(1) $3^{2x}>81$에서 $3^{2x}>3^4$

밑이 1보다 크므로 $2x>4$ $\therefore x>2$

(2) $\left(\frac{1}{5}\right)^x>25$에서 $5^{-x}>5^2$

밑이 1보다 크므로 $-x>2$ $\therefore x<-2$

(3) $\left(\frac{1}{10}\right)^{x-2}\le\frac{1}{100}$에서 $\left(\frac{1}{10}\right)^{x-2}\le\left(\frac{1}{10}\right)^2$

밑이 1보다 작으므로 $x-2\ge 2$ $\therefore x\ge 4$

(4) $\frac{1}{9}<3^x<27$에서 $3^{-2}<3^x<3^3$

밑이 1보다 크므로 $-2<x<3$

167 답 (1) $x<1$ (2) $x>-\frac{2}{3}$ (3) $x\le -1$ (4) $x>2$

(5) $-2<x<\frac{3}{2}$

(1) $4^x<2^{x+1}$에서 $(2^x)^2<2^{x+1}$ $\therefore 2^{2x}<2^{x+1}$

밑이 1보다 크므로 $2x<x+1$

$\therefore x<1$

(2) $\left(\frac{1}{4}\right)^{x+1}<\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{-2x}$에서 $2^{-2x-2}<2^x$

밑이 1보다 크므로 $-2x-2<x$

$\therefore x>-\frac{2}{3}$

(3) $\left(\frac{2}{3}\right)^{3x}\ge\left(\frac{3}{2}\right)^{2-x}$에서 $\left(\frac{2}{3}\right)^{3x}\ge\left(\frac{2}{3}\right)^{x-2}$

밑이 1보다 작으므로

$3x\le x-2$, $2x\le -2$ $\therefore x\le -1$

(4) $5^{7-2x}<(\sqrt{5})^{3x}$에서

$(\sqrt{5})^{2(7-2x)}<(\sqrt{5})^{3x}$ $\therefore (\sqrt{5})^{14-4x}<(\sqrt{5})^{3x}$

밑이 1보다 크므로

$14-4x<3x$, $7x>14$ $\therefore x>2$

(5) $9^{x(x-1)}<27^{2-x}$에서

$(3^2)^{x(x-1)}<(3^3)^{2-x}$ $\therefore 3^{2x^2-2x}<3^{6-3x}$

밑이 1보다 크므로

$2x^2-2x<6-3x$, $2x^2+x-6<0$

$(x+2)(2x-3)<0$ $\therefore -2<x<\frac{3}{2}$

168 답 (1) $x>2$ (2) $1<x<3$ (3) $-1\le x\le 0$ (4) $-1\le x\le 1$

(1) $2^{2x}+4\cdot 2^x-32>0$, 즉 $(2^x)^2+4\cdot 2^x-32>0$에서

$2^x=t\ (t>0)$로 놓으면 $t^2+4t-32>0$

$(t+8)(t-4)>0$

이때 $t>0$에서 $t+8>0$이므로

$t-4>0$ $\therefore t>4$

즉, $2^x>2^2$이고, 밑이 1보다 크므로 $x>2$

(2) $9^x-10\cdot 3^{x+1}+81<0$, 즉 $(3^x)^2-30\cdot 3^x+81<0$에서

$3^x=t\ (t>0)$로 놓으면 $t^2-30t+81<0$

$(t-3)(t-27)<0$ $\therefore 3<t<27$

즉, $3<3^x<3^3$이고, 밑이 1보다 크므로 $1<x<3$

(3) $\left(\frac{1}{9}\right)^x-4\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^x+3\le 0$, 즉 $\left\{\left(\frac{1}{3}\right)^x\right\}^2-4\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^x+3\le 0$에서

$\left(\frac{1}{3}\right)^x=t\ (t>0)$로 놓으면 $t^2-4t+3\le 0$

$(t-1)(t-3)\le 0$ $\therefore 1\le t\le 3$

즉, $1\le\left(\frac{1}{3}\right)^x\le 3$, $\left(\frac{1}{3}\right)^0\le\left(\frac{1}{3}\right)^x\le\left(\frac{1}{3}\right)^{-1}$이고,

밑이 1보다 작으므로 $-1\le x\le 0$

(4) $7^{2x+1}-50\cdot 7^x+7\le 0$, 즉 $7\cdot(7^x)^2-50\cdot 7^x+7\le 0$에서

$7^x=t\ (t>0)$로 놓으면 $7t^2-50t+7\le 0$

$(7t-1)(t-7)\le 0$ $\therefore \frac{1}{7}\le t\le 7$

즉, $7^{-1}\le 7^x\le 7$이고, 밑이 1보다 크므로 $-1\le x\le 1$

169 답 (1) $1<x<2$ (2) $1<x<7$ (3) $0<x\le 1$ 또는 $x\ge 3$

(1) (i) $0<x<1$일 때,

$3x-1>x+3$ $\therefore x>2$

그런데 $0<x<1$이므로 해는 없다.

(ii) $x=1$일 때,

$1^2<1^4$이므로 주어진 부등식은 성립하지 않는다.

(iii) $x>1$일 때, $3x-1<x+3$ $\quad\therefore x<2$

그런데 $x>1$이므로 $1<x<2$

(i), (ii), (iii)에서 $x^{3x-1}<x^{x+3}$의 해는 $1<x<2$

(2) (i) $0<x<1$일 때, $2x+5<3x-2$ $\quad\therefore x>7$

그런데 $0<x<1$이므로 해는 없다.

(ii) $x=1$일 때,

$1^7>1^1$이므로 주어진 부등식은 성립하지 않는다.

(iii) $x>1$일 때, $2x+5>3x-2$ $\quad\therefore x<7$

그런데 $x>1$이므로 $1<x<7$

(i), (ii), (iii)에서 $x^{2x+5}>x^{3x-2}$의 해는 $1<x<7$

(3) (i) $0<x<1$일 때,

$3x-2\le x+4$ $\quad\therefore x\le 3$

그런데 $0<x<1$이므로 $0<x<1$

(ii) $x=1$일 때,

$1^1\ge 1^5$이므로 주어진 부등식은 성립한다.

(iii) $x>1$일 때,

$3x-2\ge x+4$ $\quad\therefore x\ge 3$

그런데 $x>1$이므로 $x\ge 3$

(i), (ii), (iii)에서 $x^{3x-2}\ge x^{x+4}$의 해는 $0<x\le 1$ 또는 $x\ge 3$

170 답 $k<-1$

$4^x-2^{x+1}-k>0$, 즉 $(2^x)^2-2\cdot 2^x-k>0$에서

$2^x=t\ (t>0)$로 놓으면

$t^2-2t-k>0$ $\quad\therefore (t-1)^2-1-k>0$

위의 부등식이 $t>0$인 모든 실수 t에 대하여 성립해야 하므로

$-1-k>0$ $\quad\therefore k<-1$

171 답 $k>9$

$3^{2x}-2\cdot 3^{x+1}+k>0$, 즉 $(3^x)^2-6\cdot 3^x+k>0$에서

$3^x=t\ (t>0)$로 놓으면

$t^2-6t+k>0$ $\quad\therefore (t-3)^2+k-9>0$

위의 부등식이 $t>0$인 모든 실수 t에 대하여 성립해야 하므로

$k-9>0$ $\quad\therefore k>9$

172 답 $k>\frac{27}{4}$

$\left(\frac{1}{9}\right)^x-\left(\frac{1}{3}\right)^{x-2}+3k>0$, 즉 $\left\{\left(\frac{1}{3}\right)^x\right\}^2-9\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^x+3k>0$에서

$\left(\frac{1}{3}\right)^x=t\ (t>0)$로 놓으면

$t^2-9t+3k>0$ $\quad\therefore \left(t-\frac{9}{2}\right)^2-\frac{81}{4}+3k>0$

위의 부등식이 $t>0$인 모든 실수 t에 대하여 성립해야 하므로

$-\frac{81}{4}+3k>0$ $\quad\therefore k>\frac{27}{4}$

173 답 (1) $x=27$ (2) $x=\frac{1}{8}$ (3) $x=5$ (4) $x=1$

(1) $\log_3 x=3$에서 $x=3^3=27$ $\cdots\cdots$ ㉠

이때 진수의 조건에서 $x>0$ $\cdots\cdots$ ㉡

㉠은 ㉡을 만족하므로 주어진 방정식의 해는 $x=27$이다.

(2) $\log_{\frac{1}{2}} x=3$에서 $x=\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{1}{8}$ $\cdots\cdots$ ㉠

이때 진수의 조건에서 $x>0$ $\cdots\cdots$ ㉡

㉠은 ㉡을 만족하므로 주어진 방정식의 해는 $x=\frac{1}{8}$이다.

(3) $\log_2(3x+1)=4$에서 $3x+1=2^4$, $3x=15$

$\therefore x=5$ $\cdots\cdots$ ㉠

이때 진수의 조건에서 $3x+1>0$ $\quad\therefore x>-\frac{1}{3}$ $\cdots\cdots$ ㉡

㉠은 ㉡을 만족하므로 주어진 방정식의 해는 $x=5$이다.

(4) $\log_4(5x-3)=\frac{1}{2}$에서 $5x-3=4^{\frac{1}{2}}=2$

$\therefore x=1$ $\cdots\cdots$ ㉠

이때 진수의 조건에서 $5x-3>0$ $\quad\therefore x>\frac{3}{5}$ $\cdots\cdots$ ㉡

㉠은 ㉡을 만족하므로 주어진 방정식의 해는 $x=1$이다.

174 답 (1) $x=3$ (2) $x=2$ (3) $x=1$ (4) $x=8$

(1) $\log_3(x+2)=\log_3 5$에서

$x+2=5$ $\quad\therefore x=3$ $\cdots\cdots$ ㉠

이때 진수의 조건에서

$x+2>0$ $\quad\therefore x>-2$ $\cdots\cdots$ ㉡

㉠은 ㉡을 만족하므로 주어진 방정식의 해는 $x=3$이다.

(2) $\log_2(3x+1)=\log_2(x+5)$에서

$3x+1=x+5$ $\quad\therefore x=2$ $\cdots\cdots$ ㉠

이때 진수의 조건에서

$3x+1>0$, $x+5>0$ $\quad\therefore x>-\frac{1}{3}$ $\cdots\cdots$ ㉡

㉠은 ㉡을 만족하므로 주어진 방정식의 해는 $x=2$이다.

(3) $\log_{\frac{1}{2}}(x+4)=\log_{\frac{1}{2}}(6-x)$에서

$x+4=6-x$ $\quad\therefore x=1$ $\cdots\cdots$ ㉠

이때 진수의 조건에서

$x+4>0$, $6-x>0$ $\quad\therefore -4<x<6$ $\cdots\cdots$ ㉡

㉠은 ㉡을 만족하므로 주어진 방정식의 해는 $x=1$이다.

(4) $\log_{\frac{1}{3}}(4x-3)=\log_{\frac{1}{3}}(3x+5)$에서

$4x-3=3x+5$ $\quad\therefore x=8$ $\cdots\cdots$ ㉠

이때 진수의 조건에서

$4x-3>0$, $3x+5>0$ $\quad\therefore x>\frac{3}{4}$ $\cdots\cdots$ ㉡

㉠은 ㉡을 만족하므로 주어진 방정식의 해는 $x=8$이다.

175 답 (1) $x=7$ (2) $x=6$ (3) $x=3$ (4) $x=5$

(1) $\log_2(x+1)+\log_2(x-3)=5$, 즉

$\log_2(x+1)(x-3)=5$에서 $(x+1)(x-3)=2^5$

$x^2-2x-35=0$, $(x+5)(x-7)=0$

$\therefore x=-5$ 또는 $x=7$ …… ㉠

이때 진수의 조건에서

$x+1>0$, $x-3>0$ $\therefore x>3$ …… ㉡

㉠에서 ㉡을 만족하는 것은 $x=7$이므로

주어진 방정식의 해는 $x=7$이다.

(2) $\log_5(2x+3)=1+\log_5(x-3)$, 즉

$\log_5(2x+3)=\log_5 5(x-3)$에서

$2x+3=5x-15$ $\therefore x=6$ …… ㉠

이때 진수의 조건에서

$2x+3>0$, $x-3>0$ $\therefore x>3$ …… ㉡

㉠은 ㉡을 만족하므로 주어진 방정식의 해는 $x=6$이다.

(3) $\log_{\frac{1}{3}}(x-2)+\log_{\frac{1}{3}}(x+6)=-2$, 즉

$\log_{\frac{1}{3}}(x-2)(x+6)=-2$에서

$(x-2)(x+6)=\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}$, $x^2+4x-21=0$

$(x+7)(x-3)=0$ $\therefore x=-7$ 또는 $x=3$ …… ㉠

이때 진수의 조건에서

$x-2>0$, $x+6>0$ $\therefore x>2$ …… ㉡

㉠에서 ㉡을 만족하는 것은 $x=3$이므로

주어진 방정식의 해는 $x=3$이다.

(4) $2\log_2(x+1)=\log_2(x+4)+2$, 즉

$\log_2(x+1)^2=\log_2 4(x+4)$에서

$(x+1)^2=4(x+4)$, $x^2-2x-15=0$

$(x+3)(x-5)=0$ $\therefore x=-3$ 또는 $x=5$ …… ㉠

이때 진수의 조건에서

$x+1>0$, $x+4>0$ $\therefore x>-1$ …… ㉡

㉠에서 ㉡을 만족하는 것은 $x=5$이므로

주어진 방정식의 해는 $x=5$이다.

176 답 (1) $x=3$ (2) $x=2$ (3) $x=1$

(1) $\log_2(x-1)=\log_4(4-x)+1$, 즉

$\log_2(x-1)=\frac{1}{2}\log_2(4-x)+\log_2 2$,

$2\log_2(x-1)=\log_2(4-x)+2\log_2 2$,

$\log_2(x-1)^2=\log_2 4(4-x)$에서

$(x-1)^2=4(4-x)$, $x^2+2x-15=0$

$(x+5)(x-3)=0$ $\therefore x=-5$ 또는 $x=3$ …… ㉠

이때 진수의 조건에서

$x-1>0$, $4-x>0$ $\therefore 1<x<4$ …… ㉡

㉠에서 ㉡을 만족하는 것은 $x=3$이므로

주어진 방정식의 해는 $x=3$이다.

(2) $\log_{\frac{1}{3}}(x+4)=-\log_3(8-x)$, 즉

$-\log_3(x+4)=-\log_3(8-x)$에서

$x+4=8-x$ $\therefore x=2$ …… ㉠

이때 진수의 조건에서

$x+4>0$, $8-x>0$ $\therefore -4<x<8$ …… ㉡

㉠은 ㉡을 만족하므로 주어진 방정식의 해는 $x=2$이다.

(3) $\log_3 x+\log_9(x+8)^2=2$, 즉

$\log_3 x+\log_{3^2}(x+8)^2=2$, $\log_3 x+\log_3(x+8)=2$

$\log_3 x(x+8)=2$에서

$x(x+8)=3^2$, $x^2+8x-9=0$

$(x+9)(x-1)=0$ $\therefore x=-9$ 또는 $x=1$ …… ㉠

이때 진수의 조건에서

$x>0$, $(x+8)^2>0$ $\therefore x>0$ …… ㉡

㉠에서 ㉡을 만족하는 것은 $x=1$이므로

주어진 방정식의 해는 $x=1$이다.

177 답 (1) $x=2$ 또는 $x=\frac{1}{4}$ (2) $x=\frac{1}{3}$ 또는 $x=\frac{1}{9}$

(3) $x=2$ 또는 $x=4$

(1) $(\log_2 x)^2+\log_2 x-2=0$에서 $\log_2 x=t$로 놓으면

$t^2+t-2=0$, $(t-1)(t+2)=0$

$\therefore t=1$ 또는 $t=-2$

즉, $\log_2 x=1$ 또는 $\log_2 x=-2$이므로

$x=2$ 또는 $x=2^{-2}=\frac{1}{4}$

(2) $(\log_{\frac{1}{3}} x)^2-3\log_{\frac{1}{3}} x+2=0$에서 $\log_{\frac{1}{3}} x=t$로 놓으면

$t^2-3t+2=0$, $(t-1)(t-2)=0$

$\therefore t=1$ 또는 $t=2$

즉, $\log_{\frac{1}{3}} x=1$ 또는 $\log_{\frac{1}{3}} x=2$이므로

$x=\frac{1}{3}$ 또는 $x=\left(\frac{1}{3}\right)^2=\frac{1}{9}$

(3) $(\log_{\sqrt{2}} x)^2-6\log_{\sqrt{2}} x+8=0$에서 $\log_{\sqrt{2}} x=t$로 놓으면

$t^2-6t+8=0$, $(t-2)(t-4)=0$

$\therefore t=2$ 또는 $t=4$

즉, $\log_{\sqrt{2}} x=2$ 또는 $\log_{\sqrt{2}} x=4$이므로

$x=(\sqrt{2})^2=2$ 또는 $x=(\sqrt{2})^4=4$

178 답 (1) $x=32$ 또는 $x=\frac{1}{2}$ (2) $x=3$ 또는 $x=9$

(1) $x^{\log_2 x}=32x^4$의 양변에 밑이 2인 로그를 취하면

$\log_2 x^{\log_2 x}=\log_2 32x^4$, $(\log_2 x)^2=\log_2 2^5+\log_2 x^4$

$\therefore (\log_2 x)^2-4\log_2 x-5=0$

$\log_2 x=t$로 놓으면

$t^2-4t-5=0$, $(t-5)(t+1)=0$

$\therefore t=5$ 또는 $t=-1$

즉, $\log_2 x=5$ 또는 $\log_2 x=-1$

$\therefore x=2^5=32$ 또는 $x=2^{-1}=\frac{1}{2}$

(2) $x^{\log_3 x}=\frac{x^3}{9}$의 양변에 밑이 3인 로그를 취하면

$\log_3 x^{\log_3 x}=\log_3\frac{x^3}{9}$, $(\log_3 x)^2=\log_3 x^3-\log_3 9$

$\therefore (\log_3 x)^2-3\log_3 x+2=0$

$\log_3 x=t$로 놓으면

$t^2-3t+2=0$, $(t-1)(t-2)=0$

$\therefore t=1$ 또는 $t=2$

즉, $\log_3 x=1$ 또는 $\log_3 x=2$이므로

$x=3$ 또는 $x=3^2=9$

179 답 (1) $\frac{3}{2}<x<\frac{7}{2}$ (2) $\frac{1}{2}<x<\frac{3}{4}$

(3) $-2\le x<-1$ 또는 $2<x\le 3$

(1) $\log_2(2x-3)<2$, 즉 $\log_2(2x-3)<\log_2 4$에서

밑이 1보다 크므로 $2x-3<4$ $\therefore x<\frac{7}{2}$ …… ㉠

이때 진수의 조건에서 $2x-3>0$ $\therefore x>\frac{3}{2}$ …… ㉡

㉠, ㉡에서 $\frac{3}{2}<x<\frac{7}{2}$

(2) $\log_{\frac{1}{2}}(2x-1)>1$, 즉 $\log_{\frac{1}{2}}(2x-1)>\log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{2}$에서

밑이 1보다 작으므로 $2x-1<\frac{1}{2}$ $\therefore x<\frac{3}{4}$ …… ㉠

이때 진수의 조건에서 $2x-1>0$ $\therefore x>\frac{1}{2}$ …… ㉡

㉠, ㉡에서 $\frac{1}{2}<x<\frac{3}{4}$

(3) $\log_2(x^2-x-2)\le 2$, 즉 $\log_2(x^2-x-2)\le\log_2 4$에서

밑이 1보다 크므로 $x^2-x-2\le 4$, $x^2-x-6\le 0$

$(x+2)(x-3)\le 0$ $\therefore -2\le x\le 3$ …… ㉠

이때 진수의 조건에서 $x^2-x-2>0$, $(x+1)(x-2)>0$

$\therefore x<-1$ 또는 $x>2$ …… ㉡

㉠, ㉡에서 $-2\le x<-1$ 또는 $2<x\le 3$

180 답 (1) $x>2$ (2) $2<x<6$ (3) $\frac{1}{3}<x<2$ (4) $x>5$

(1) $\log_{\frac{1}{2}}(x+1)<\log_{\frac{1}{2}}3$에서 밑이 1보다 작으므로

$x+1>3$ $\therefore x>2$ …… ㉠

이때 진수의 조건에서 $x+1>0$ $\therefore x>-1$ …… ㉡

㉠, ㉡에서 $x>2$

(2) $\log_3(3x-2)>\log_3(6-x)$에서 밑이 1보다 크므로

$3x-2>6-x$ $\therefore x>2$ …… ㉠

이때 진수의 조건에서 $3x-2>0$, $6-x>0$

$\therefore \frac{2}{3}<x<6$ …… ㉡

㉠, ㉡에서 $2<x<6$

(3) $\log_{\frac{1}{5}}(3x-1)>\log_{\frac{1}{5}}(x+3)$에서 밑이 1보다 작으므로

$3x-1<x+3$, $2x<4$ $\therefore x<2$ …… ㉠

이때 진수의 조건에서 $3x-1>0$, $x+3>0$

$\therefore x>\frac{1}{3}$ …… ㉡

㉠, ㉡에서 $\frac{1}{3}<x<2$

(4) $\log_{0.1}(x+6)>\log_{0.1}(2x+1)$에서 밑이 1보다 작으므로

$x+6<2x+1$ $\therefore x>5$ …… ㉠

이때 진수의 조건에서 $x+6>0$, $2x+1>0$

$\therefore x>-\frac{1}{2}$ …… ㉡

㉠, ㉡에서 $x>5$

181 답 (1) $\frac{5}{2}<x<3$ (2) $x\ge 7$ (3) $-1<x<1$ (4) $4<x<5$

(1) $\log_3(x-1)>1+\log_3(3-x)$, 즉

$\log_3(x-1)>\log_3 3(3-x)$에서

밑이 1보다 크므로 $x-1>9-3x$, $4x>10$

$\therefore x>\frac{5}{2}$ …… ㉠

이때 진수의 조건에서

$x-1>0$, $3-x>0$ $\therefore 1<x<3$ …… ㉡

㉠, ㉡에서 $\frac{5}{2}<x<3$

(2) $\log_2(x+1)\le 2+\log_2(x-5)$, 즉

$\log_2(x+1)\le\log_2 4(x-5)$에서

밑이 1보다 크므로 $x+1\le 4x-20$, $21\le 3x$

$\therefore x\ge 7$ …… ㉠

이때 진수의 조건에서

$x+1>0$, $x-5>0$ $\therefore x>5$ …… ㉡

㉠, ㉡에서 $x\ge 7$

(3) $\log_{\frac{1}{2}}(x+1)>\log_{\frac{1}{2}}12-\log_{\frac{1}{2}}(x+5)$, 즉

$\log_{\frac{1}{2}}(x+1)+\log_{\frac{1}{2}}(x+5)>\log_{\frac{1}{2}}12$,

$\log_{\frac{1}{2}}(x+1)(x+5)>\log_{\frac{1}{2}}12$

$\log_{\frac{1}{2}}(x^2+6x+5)>\log_{\frac{1}{2}}12$에서

밑이 1보다 작으므로 $x^2+6x+5<12$, $x^2+6x-7<0$

$(x+7)(x-1)<0$ $\therefore -7<x<1$ …… ㉠

이때 진수의 조건에서

$x+1>0$, $x+5>0$　　$\therefore x>-1$　…… ㉡

㉠, ㉡에서 $-1<x<1$

(4) $\log_{\frac{1}{4}}(2x-4)+1<\log_{\frac{1}{4}}(5-x)$, 즉

$\log_{\frac{1}{4}}\frac{1}{4}(2x-4)<\log_{\frac{1}{4}}(5-x)$에서

밑이 1보다 작으므로

$\frac{1}{2}x-1>5-x$, $\frac{3}{2}x>6$　　$\therefore x>4$　…… ㉠

이때 진수의 조건에서

$2x-4>0$, $5-x>0$　　$\therefore 2<x<5$　…… ㉡

㉠, ㉡에서 $4<x<5$

182 답 (1) $4<x\le 8$　(2) $2<x<5$　(3) $2<x<3$

(1) $\log_3(x-4)\le\log_9(x+8)$, 즉

$\log_9(x-4)^2\le\log_9(x+8)$에서

밑이 1보다 크므로

$(x-4)^2\le x+8$, $x^2-9x+8\le 0$

$(x-1)(x-8)\le 0$　　$\therefore 1\le x\le 8$　…… ㉠

이때 진수의 조건에서

$x-4>0$, $x+8>0$　　$\therefore x>4$　…… ㉡

㉠, ㉡에서 $4<x\le 8$

(2) $\log_{\frac{1}{3}}(x-2)>\log_{\frac{1}{9}}(x+4)$, 즉

$\log_{\frac{1}{9}}(x-2)^2>\log_{\frac{1}{9}}(x+4)$에서

밑이 1보다 작으므로

$(x-2)^2<x+4$, $x^2-5x<0$

$x(x-5)<0$　　$\therefore 0<x<5$　…… ㉠

이때 진수의 조건에서

$x-2>0$, $x+4>0$　　$\therefore x>2$　…… ㉡

㉠, ㉡에서 $2<x<5$

(3) $\log_{\frac{1}{2}}(x-2)>\log_{\frac{1}{4}}(7-2x)$, 즉

$\log_{\frac{1}{4}}(x-2)^2>\log_{\frac{1}{4}}(7-2x)$에서

밑이 1보다 작으므로

$(x-2)^2<7-2x$, $x^2-2x-3<0$

$(x+1)(x-3)<0$　　$\therefore -1<x<3$　…… ㉠

이때 진수의 조건에서

$x-2>0$, $7-2x>0$　　$\therefore 2<x<\frac{7}{2}$　…… ㉡

㉠, ㉡에서 $2<x<3$

183 답 (1) $\frac{1}{3}<x<9$　(2) $0<x\le\frac{1}{27}$ 또는 $x\ge 9$　(3) $\frac{1}{81}<x<9$

(1) $\log_3 x=t$로 놓으면

$t^2-t-2<0$, $(t+1)(t-2)<0$

$\therefore -1<t<2$

즉, $\log_3 3^{-1}<\log_3 x<\log_3 3^2$에서

밑이 1보다 크므로 $\frac{1}{3}<x<9$　…… ㉠

이때 진수의 조건에서 $x>0$　…… ㉡

㉠, ㉡에 $\frac{1}{3}<x<9$

(2) $\log_{\frac{1}{3}}x=t$로 놓으면

$t^2-t-6\ge 0$, $(t+2)(t-3)\ge 0$

$\therefore t\le -2$ 또는 $t\ge 3$

즉, $\log_{\frac{1}{3}}x\le\log_{\frac{1}{3}}\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}$ 또는 $\log_{\frac{1}{3}}x\ge\log_{\frac{1}{3}}\left(\frac{1}{3}\right)^3$에서

밑이 1보다 작으므로 $x\ge 9$ 또는 $x\le\frac{1}{27}$　…… ㉠

이때 진수의 조건에서 $x>0$　…… ㉡

㉠, ㉡에서 $0<x\le\frac{1}{27}$ 또는 $x\ge 9$

(3) $(\log_3 27x)\left(\log_3\frac{x}{3}\right)<5$에서

$(3+\log_3 x)(-1+\log_3 x)<5$

$\therefore (\log_3 x)^2+2\log_3 x-8<0$

$\log_3 x=t$로 놓으면

$t^2+2t-8<0$, $(t+4)(t-2)<0$　　$\therefore -4<t<2$

즉, $\log_3 3^{-4}<\log_3 x<\log_3 3^2$에서

밑이 1보다 크므로 $\frac{1}{81}<x<9$　…… ㉠

이때 진수의 조건에서 $x>0$　…… ㉡

㉠, ㉡에서 $\frac{1}{81}<x<9$

184 답 (1) $\frac{1}{2}<x<16$　(2) $\frac{1}{9}<x<\frac{1}{3}$

(1) $x^{\log_2 x}<16x^3$의 양변에 밑이 2인 로그를 취하면

$\log_2 x^{\log_2 x}<\log_2 16x^3$, $(\log_2 x)^2<\log_2 16+\log_2 x^3$

$\therefore (\log_2 x)^2-3\log_2 x-4<0$

$\log_2 x=t$로 놓으면

$t^2-3t-4<0$, $(t+1)(t-4)<0$　　$\therefore -1<t<4$

즉, $\log_2 2^{-1}<\log_2 x<\log_2 2^4$에서

밑이 1보다 크므로 $\frac{1}{2}<x<16$　…… ㉠

이때 진수의 조건에서 $x>0$　…… ㉡

㉠, ㉡에서 $\frac{1}{2}<x<16$

(2) $x^{\log_{\frac{1}{3}}x}>9x^3$의 양변에 밑이 $\frac{1}{3}$인 로그를 취하면

$\log_{\frac{1}{3}}x^{\log_{\frac{1}{3}}x}<\log_{\frac{1}{3}}9x^3$, $(\log_{\frac{1}{3}}x)^2<\log_{\frac{1}{3}}9+\log_{\frac{1}{3}}x^3$

$\therefore (\log_{\frac{1}{3}}x)^2-3\log_{\frac{1}{3}}x+2<0$

$\log_{\frac{1}{3}} x = t$로 놓으면

$t^2-3t+2<0$, $(t-1)(t-2)<0$ $\quad \therefore 1<t<2$

즉, $\log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{3} < \log_{\frac{1}{3}} x < \log_{\frac{1}{3}} \left(\frac{1}{3}\right)^2$에서

밑이 1보다 작으므로 $\frac{1}{9}<x<\frac{1}{3}$ $\cdots\cdots$ ㉠

이때 진수의 조건에서 $x>0$ $\cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서 $\frac{1}{9}<x<\frac{1}{3}$

185 답 (1) $x>25$ (2) $1<x<81$ (3) $1<x\le 8$

(1) $\log_2(\log_5 x)>1$, 즉

$\log_2(\log_5 x)>\log_2 2$에서 밑이 1보다 크므로

$\log_5 x>2$

$\log_5 x>\log_5 25$에서 밑이 1보다 크므로

$x>25$ $\cdots\cdots$ ㉠

이때 진수의 조건에서

$\log_5 x>0$, $x>0$이므로 $x>1$ $\cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서 $x>25$

(2) $\log_{\frac{1}{2}}(\log_3 x)>-2$, 즉

$\log_{\frac{1}{2}}(\log_3 x)>\log_{\frac{1}{2}} 4$에서 밑이 1보다 작으므로

$\log_3 x<4$

$\log_3 x<\log_3 81$에서 밑이 1보다 크므로

$x<81$ $\cdots\cdots$ ㉠

이때 진수의 조건에서

$\log_3 x>0$, $x>0$이므로 $x>1$ $\cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서 $1<x<81$

(3) $\log_{\frac{1}{3}}(\log_2 x)\ge -1$, 즉

$\log_{\frac{1}{3}}(\log_2 x)\ge \log_{\frac{1}{3}} 3$에서 밑이 1보다 작으므로

$\log_2 x\le 3$

$\log_2 x\le \log_2 8$에서 밑이 1보다 크므로 $x\le 8$ $\cdots\cdots$ ㉠

이때 진수의 조건에서

$\log_2 x>0$, $x>0$이므로 $x>1$ $\cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서 $1<x\le 8$

186 답 2

$(\log_5 x)^2-k\log_5 x-6=0$ $\cdots\cdots$ ㉠에서

$\log_5 x=t$로 놓으면 $t^2-kt-6=0$ $\cdots\cdots$ ㉡

㉠의 두 근을 α, β라 하면 $\alpha\beta=25$이고,

㉡의 두 근은 $\log_5\alpha$, $\log_5\beta$이다.

방정식 ㉡에서 근과 계수의 관계에 의하여

$\log_5\alpha+\log_5\beta=k$, 즉 $\log_5\alpha\beta=k$이므로

$k=\log_5 25=2$

187 답 -2

$(\log_{\frac{1}{2}} 2x)^2+k\log_{\frac{1}{2}} x=0$, 즉

$(\log_{\frac{1}{2}} x-1)^2+k\log_{\frac{1}{2}} x=0$ $\cdots\cdots$ ㉠에서

$\log_{\frac{1}{2}} x=t$로 놓으면

$(t-1)^2+kt=0$, $t^2-(2-k)t+1=0$ $\cdots\cdots$ ㉡

㉠의 두 근을 α, β라 하면 $\alpha\beta=\frac{1}{16}$이고,

㉡의 두 근은 $\log_{\frac{1}{2}}\alpha$, $\log_{\frac{1}{2}}\beta$이다.

방정식 ㉡에서 근과 계수의 관계에 의하여

$\log_{\frac{1}{2}}\alpha+\log_{\frac{1}{2}}\beta=2-k$, 즉 $\log_{\frac{1}{2}}\alpha\beta=2-k$이므로

$2-k=\log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{16}=4$ $\quad \therefore k=-2$

188 답 $-12<k<0$

$x^{\log_3 x}>(27x)^k$의 양변에 밑이 3인 로그를 취하면

$\log_3 x^{\log_3 x}>\log_3(27x)^k$, $(\log_3 x)^2>k(3+\log_3 x)$

$\therefore (\log_3 x)^2-k\log_3 x-3k>0$

$\log_3 x=t$로 놓으면

$t^2-kt-3k>0$ $\cdots\cdots$ ㉠

x가 양수이면 t는 모든 실수이므로 모든 실수 t에 대하여

㉠이 성립해야 한다.

이차방정식 $t^2-kt-3k=0$의 판별식을 D라 하면

$D=k^2-4\cdot(-3k)=k(k+12)<0$

$\therefore -12<k<0$

189 답 ⑤

$\left(\frac{1}{3}\right)^x=t$ $(t>0)$라 하면 $t^2+\frac{t}{9}=9t+1$

$9t^2-80t-9=0$, $(9t+1)(t-9)=0$

$\therefore t=9$ $(\because t>0)$

$t=\left(\frac{1}{3}\right)^x$이므로

$\left(\frac{1}{3}\right)^x=9$, $\left(\frac{1}{3}\right)^x=\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}$ $\quad \therefore x=-2$

따라서 $\alpha=-2$이므로 $\log_2\alpha^4=\log_2(-2)^4=4$

190 답 ④

$a^{2x}-5a^x+6=0$, 즉 $(a^x)^2-5a^x+6=0$ $\cdots\cdots$ ㉠에서

$a^x=t$ $(t>0)$로 놓으면 $t^2-5t+6=0$ $\cdots\cdots$ ㉡

㉠의 두 근을 α, β라 하면 ㉡의 두 근은 a^α, a^β이므로 근과 계수의 관계에 의하여

$a^\alpha\cdot a^\beta=6$, 즉 $a^{\alpha+\beta}=6$이다.

이때 ㉠의 두 근의 합이 2이므로 $\alpha+\beta=2$

따라서 $a^2=6$이므로 $a=\sqrt{6}$ $(\because a>1)$

191 답 ③

$\left(\frac{1}{8}\right)^{2x+1} \le 32 \le \left(\frac{1}{2}\right)^{3x-9}$을 변형하면

$2^{-3(2x+1)} \le 2^5 \le 2^{-(3x-9)}$　　∴ $2^{-6x-3} \le 2^5 \le 2^{-3x+9}$

밑이 1보다 크므로 $-6x-3 \le 5 \le -3x+9$

(i) $-6x-3 \le 5$에서 $x \ge -\frac{4}{3}$　…… ㉠

(ii) $5 \le -3x+9$에서 $x \le \frac{4}{3}$　…… ㉡

㉠, ㉡에 의해 $-\frac{4}{3} \le x \le \frac{4}{3}$

따라서 x의 최댓값은 $\frac{4}{3}$, 최솟값은 $-\frac{4}{3}$이므로

그 합은 $\frac{4}{3}+\left(-\frac{4}{3}\right)=0$

192 답 ⑤

$\log_5 x = t$로 놓으면 $t+\frac{6}{t}-5=0$, $t^2-5t+6=0$

$(t-2)(t-3)=0$　　∴ $t=2$ 또는 $t=3$

$t=\log_5 x$이므로 $\log_5 x=2$ 또는 $\log_5 x=3$

∴ $x=25$ 또는 $x=125$

따라서 두 근의 차는 $125-25=100$

193 답 ②

$(\log_2 x)^2-3\log_2 x+2=0$에서 $\log_2 x=t$로 놓으면

$t^2-3t+2=0$, $(t-1)(t-2)=0$

∴ $t=1$ 또는 $t=2$

즉, $\log_2 x=1$ 또는 $\log_2 x=2$이므로

$x=2$ 또는 $x=4$　…… ㉠

이때 진수의 조건에서 $x>0$　…… ㉡

㉠, ㉡에서 $x=2$ 또는 $x=4$

따라서 $\alpha=2$, $\beta=4$이므로 $2\alpha+\beta=8$

194 답 ①

$\log_2\{\log_3(\log_4 x)\} \le 0$에서

$\log_2\{\log_3(\log_4 x)\} \le \log_2 1$에서 밑이 1보다 크므로

$\log_3(\log_4 x) \le 1$

$\log_3(\log_4 x) \le \log_3 3$에서 밑이 1보다 크므로

$\log_4 x \le 3$

$\log_4 x \le \log_4 64$에서 밑이 1보다 크므로

$x \le 64$　…… ㉠

이때 진수의 조건에서

$x>0$, $\log_4 x>0$, $\log_3(\log_4 x)>0$이므로 $x>4$　…… ㉡

㉠, ㉡에서 $4<x\le 64$

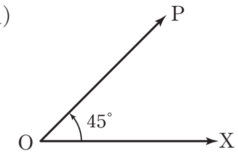
따라서 정수 x의 개수는 $64-4=60$

Ⅱ 삼각함수

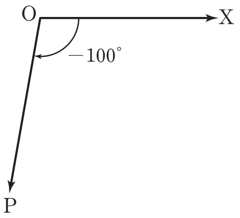
1 일반각과 호도법

80쪽~89쪽

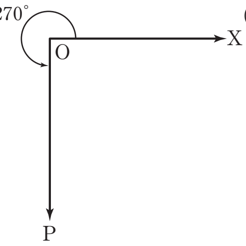
001 답 (1)



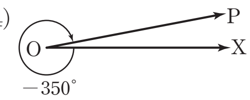
(2)



(3)



(4)



002 답 (1) $\theta=360^\circ \times n+120^\circ$ (n은 정수)

(2) $\theta=360^\circ \times n+20^\circ$ (n은 정수)

(3) $\theta=360^\circ \times n+40^\circ$ (n은 정수)

003 답 (1) $360^\circ \times n+150^\circ$ (n은 정수)

(2) $360^\circ \times n+230^\circ$ (n은 정수)

(3) $360^\circ \times n+90^\circ$ (n은 정수)

(4) $360^\circ \times n+220^\circ$ (n은 정수)

(5) $360^\circ \times n+120^\circ$ (n은 정수)

(6) $360^\circ \times n+80^\circ$ (n은 정수)

(2) $-130^\circ=360^\circ \times (-1)+230^\circ$이므로

$360^\circ \times n+230^\circ$ (n은 정수)

(3) $450^\circ=360^\circ \times 1+90^\circ$이므로

$360^\circ \times n+90^\circ$ (n은 정수)

(4) $-500^\circ=360^\circ \times (-2)+220^\circ$이므로

$360^\circ \times n+220^\circ$ (n은 정수)

(5) $1200^\circ=360^\circ \times 3+120^\circ$이므로

$360^\circ \times n+120^\circ$ (n은 정수)

(6) $-1000^\circ=360^\circ \times (-3)+80^\circ$이므로

$360^\circ \times n+80^\circ$ (n은 정수)

004 답 (1) 제3사분면의 각　(2) 제1사분면의 각

(3) 제2사분면의 각　(4) 제4사분면의 각

(5) 제3사분면의 각

(1) $250^\circ=360^\circ \times 0+250^\circ$이므로

250°는 제3사분면의 각이다.

(2) $390^\circ=360^\circ\times1+30^\circ$이므로 390°는 제1사분면의 각이다.

(3) $-225^\circ=360^\circ\times(-1)+135^\circ$이므로 -225°는 제2사분면의 각이다.

(4) $1060^\circ=360^\circ\times2+340^\circ$이므로 1060°는 제4사분면의 각이다.

(5) $-480^\circ=360^\circ\times(-2)+240^\circ$이므로 -480°는 제3사분면의 각이다.

005 답 (1) 제1사분면 또는 제3사분면의 각
(2) 제2사분면 또는 제4사분면의 각
(3) 제1사분면 또는 제2사분면 또는 제3사분면의 각
(4) 제1사분면 또는 제3사분면 또는 제4사분면의 각

(1) θ가 제2사분면의 각이므로

$360^\circ\times n+90^\circ<\theta<360^\circ\times n+180^\circ$ (단, n은 정수)

$\therefore\ 180^\circ\times n+45^\circ<\frac{\theta}{2}<180^\circ\times n+90^\circ$

$360^\circ=180^\circ\times2$이므로 n을 $n=2k$, $n=2k+1$ (k는 정수)인 경우로 나누어 $\frac{\theta}{2}$의 범위를 일반각으로 나타내면

(i) $n=2k$ (k는 정수)일 때

$360^\circ\times k+45^\circ<\frac{\theta}{2}<360^\circ\times k+90^\circ$이므로

$\frac{\theta}{2}$는 제1사분면의 각이다.

(ii) $n=2k+1$ (k는 정수)일 때

$360^\circ\times k+225^\circ<\frac{\theta}{2}<360^\circ\times k+270^\circ$이므로

$\frac{\theta}{2}$는 제3사분면의 각이다.

(i), (ii)에서 $\frac{\theta}{2}$는 제1사분면 또는 제3사분면의 각이다.

(2) θ가 제3사분면의 각이므로

$360^\circ\times n+180^\circ<\theta<360^\circ\times n+270^\circ$ (단, n은 정수)

$\therefore\ 180^\circ\times n+90^\circ<\frac{\theta}{2}<180^\circ\times n+135^\circ$

$360^\circ=180^\circ\times2$이므로 n을 $n=2k$, $n=2k+1$ (k는 정수)인 경우로 나누어 $\frac{\theta}{2}$의 범위를 일반각으로 나타내면

(i) $n=2k$ (k는 정수)일 때

$360^\circ\times k+90^\circ<\frac{\theta}{2}<360^\circ\times k+135^\circ$이므로

$\frac{\theta}{2}$는 제2사분면의 각이다.

(ii) $n=2k+1$ (k는 정수)일 때

$360^\circ\times k+270^\circ<\frac{\theta}{2}<360^\circ\times k+315^\circ$이므로

$\frac{\theta}{2}$는 제4사분면의 각이다.

(i), (ii)에서 $\frac{\theta}{2}$는 제2사분면 또는 제4사분면의 각이다.

(3) θ가 제1사분면의 각이므로

$360^\circ\times n<\theta<360^\circ\times n+90^\circ$ (단, n은 정수)

$\therefore\ 120^\circ\times n<\frac{\theta}{3}<120^\circ\times n+30^\circ$

$360^\circ=120^\circ\times3$이므로 n을 $n=3k$, $n=3k+1$, $n=3k+2$ (k는 정수)인 경우로 나누어 $\frac{\theta}{3}$의 범위를 일반각으로 나타내면

(i) $n=3k$ (k는 정수)일 때

$360^\circ\times k<\frac{\theta}{3}<360^\circ\times k+30^\circ$이므로

$\frac{\theta}{3}$는 제1사분면의 각이다.

(ii) $n=3k+1$ (k는 정수)일 때

$360^\circ\times k+120^\circ<\frac{\theta}{3}<360^\circ\times k+150^\circ$이므로

$\frac{\theta}{3}$는 제2사분면의 각이다.

(iii) $n=3k+2$ (k는 정수)일 때

$360^\circ\times k+240^\circ<\frac{\theta}{3}<360^\circ\times k+270^\circ$이므로

$\frac{\theta}{3}$는 제3사분면의 각이다.

(i), (ii), (iii)에서 $\frac{\theta}{3}$는 제1사분면 또는 제2사분면 또는 제3사분면의 각이다.

(4) θ가 제3사분면의 각이므로

$360^\circ\times n+180^\circ<\theta<360^\circ\times n+270^\circ$ (단, n은 정수)

$\therefore\ 120^\circ\times n+60^\circ<\frac{\theta}{3}<120^\circ\times n+90^\circ$

$360^\circ=120^\circ\times3$이므로 n을 $n=3k$, $n=3k+1$, $n=3k+2$ (k는 정수)인 경우로 나누어 $\frac{\theta}{3}$의 범위를 일반각으로 나타내면

(i) $n=3k$ (k는 정수)일 때

$360^\circ\times k+60^\circ<\frac{\theta}{3}<360^\circ\times k+90^\circ$이므로

$\frac{\theta}{3}$는 제1사분면의 각이다.

(ii) $n=3k+1$ (k는 정수)일 때

$360^\circ\times k+180^\circ<\frac{\theta}{3}<360^\circ\times k+210^\circ$이므로

$\frac{\theta}{3}$는 제3사분면의 각이다.

(iii) $n=3k+2$ (k는 정수)일 때

$360^\circ\times k+300^\circ<\frac{\theta}{3}<360^\circ\times k+330^\circ$이므로

$\frac{\theta}{3}$는 제4사분면의 각이다.

(i), (ii), (iii)에서 $\frac{\theta}{3}$는 제1사분면 또는 제3사분면 또는 제4사분면의 각이다.

006 답 (1) 일치한다. (2) y축에 대하여 대칭이다.
(3) 직선 $y=x$에 대하여 대칭이다.
(4) x축에 대하여 대칭이다. (5) 원점에 대하여 대칭이다.

(1) $395°-35°=360°$이므로 일치한다.

(2) $230°+310°=540°=360°\times1+180°$이므로
y축에 대하여 대칭이다.

(3) $400°+410°=810°=360°\times2+90°$이므로
직선 $y=x$에 대하여 대칭이다.

(4) $185°+535°=720°=360°\times2$이므로
x축에 대하여 대칭이다.

(5) $1050°-150°=900°=360°\times2+180°$이므로
원점에 대하여 대칭이다.

007 답 (1) $72°$ (2) $40°$, $80°$ (3) $45°$, $90°$, $135°$

(1) 3θ와 8θ를 나타내는 동경이 일치하므로
$8\theta-3\theta=5\theta=360°\times n$ (단, n은 정수)
$\therefore\ \theta=72°\times n$
이때 $0°<\theta<90°$이므로
$\theta=72°$

(2) 5θ와 14θ를 나타내는 동경이 일치하므로
$14\theta-5\theta=9\theta=360°\times n$ (단, n은 정수)
$\therefore\ \theta=40°\times n$
이때 $0°<\theta<90°$이므로
$\theta=40°$ 또는 $\theta=80°$

(3) 2θ와 10θ를 나타내는 동경이 일치하므로
$10\theta-2\theta=8\theta=360°\times n$ (단, n은 정수)
$\therefore\ \theta=45°\times n$
이때 $0°<\theta<180°$이므로
$\theta=45°$ 또는 $\theta=90°$ 또는 $\theta=135°$

008 답 (1) $36°$, $72°$ (2) $18°$, $36°$ (3) $12°$, $24°$, $36°$

(1) 4θ와 6θ를 나타내는 동경이
x축에 대하여 대칭이므로
$4\theta+6\theta=10\theta=360°\times n$ (단, n은 정수)
$\therefore\ \theta=36°\times n$
이때 $0°<\theta<90°$이므로
$\theta=36°$ 또는 $\theta=72°$

(2) 3θ와 17θ를 나타내는 동경이
x축에 대하여 대칭이므로
$3\theta+17\theta=20\theta=360°\times n$ (단, n은 정수)
$\therefore\ \theta=18°\times n$
이때 $0°<\theta<45°$이므로
$\theta=18°$ 또는 $\theta=36°$

(3) 10θ와 20θ를 나타내는 동경이
x축에 대하여 대칭이므로
$10\theta+20\theta=30\theta=360°\times n$ (단, n은 정수)
$\therefore\ \theta=12°\times n$
이때 $0°<\theta<45°$이므로
$\theta=12°$ 또는 $\theta=24°$ 또는 $\theta=36°$

009 답 (1) $12°$, $36°$ (2) $108°$ (3) $100°$, $140°$

(1) 5θ와 10θ를 나타내는 동경이
y축에 대하여 대칭이므로
$5\theta+10\theta=15\theta=360°\times n+180°$ (단, n은 정수)
$\therefore\ \theta=24°\times n+12°$
이때 $0°<\theta<45°$이므로
$\theta=12°$ 또는 $\theta=36°$

(2) 2θ와 3θ를 나타내는 동경이
y축에 대하여 대칭이므로
$2\theta+3\theta=5\theta=360°\times n+180°$ (단, n은 정수)
$\therefore\ \theta=72°\times n+36°$
이때 $90°<\theta<180°$이므로
$\theta=108°$

(3) 4θ와 5θ를 나타내는 동경이
y축에 대하여 대칭이므로
$4\theta+5\theta=9\theta=360°\times n+180°$ (단, n은 정수)
$\therefore\ \theta=40°\times n+20°$
이때 $90°<\theta<180°$이므로
$\theta=100°$ 또는 $\theta=140°$

010 답 (1) $162°$ (2) $9°$, $45°$, $81°$ (3) $54°$, $78°$

(1) 2θ와 3θ를 나타내는 동경이
직선 $y=x$에 대하여 대칭이므로
$2\theta+3\theta=5\theta=360°\times n+90°$ (단, n은 정수)
$\therefore\ \theta=72°\times n+18°$
이때 $90°<\theta<180°$이므로
$\theta=162°$

(2) 3θ와 7θ를 나타내는 동경이
직선 $y=x$에 대하여 대칭이므로
$3\theta+7\theta=10\theta=360°\times n+90°$ (단, n은 정수)
$\therefore\ \theta=36°\times n+9°$
이때 $0°<\theta<90°$이므로
$\theta=9°$ 또는 $\theta=45°$ 또는 $\theta=81°$

(3) 6θ와 9θ를 나타내는 동경이
직선 $y=x$에 대하여 대칭이므로
$6\theta+9\theta=15\theta=360^\circ\times n+90^\circ$ (단, n은 정수)
$\therefore\ \theta=24^\circ\times n+6^\circ$
이때 $45^\circ<\theta<90^\circ$이므로
$\theta=54^\circ$ 또는 $\theta=78^\circ$

011 답 (1) 60° (2) 100°, 140° (3) 105°, 135°, 165°

(1) 4θ와 7θ를 나타내는 동경이
원점에 대하여 대칭이므로
$7\theta-4\theta=3\theta=360^\circ\times n+180^\circ$ (단, n은 정수)
$\therefore\ \theta=120^\circ\times n+60^\circ$
이때 $0^\circ<\theta<90^\circ$이므로
$\theta=60^\circ$

(2) 3θ와 12θ를 나타내는 동경이
원점에 대하여 대칭이므로
$12\theta-3\theta=9\theta=360^\circ\times n+180^\circ$ (단, n은 정수)
$\therefore\ \theta=40^\circ\times n+20^\circ$
이때 $90^\circ<\theta<180^\circ$이므로
$\theta=100^\circ$ 또는 $\theta=140^\circ$

(3) 6θ와 18θ를 나타내는 동경이
원점에 대하여 대칭이므로
$18\theta-6\theta=12\theta=360^\circ\times n+180^\circ$ (단, n은 정수)
$\therefore\ \theta=30^\circ\times n+15^\circ$
이때 $90^\circ<\theta<180^\circ$이므로
$\theta=105^\circ$ 또는 $\theta=135^\circ$ 또는 $\theta=165^\circ$

012 답 (1) $\frac{\pi}{4}$ (2) $\frac{\pi}{3}$ (3) $\frac{\pi}{2}$ (4) $-\frac{2}{3}\pi$ (5) $-\frac{3}{4}\pi$
(6) -2π

(1) $1^\circ=\frac{\pi}{180}$라디안이므로
$$45^\circ=45\times1^\circ=45\times\frac{\pi}{180}=\frac{\pi}{4}$$

(2) $1^\circ=\frac{\pi}{180}$라디안이므로
$$60^\circ=60\times1^\circ=60\times\frac{\pi}{180}=\frac{\pi}{3}$$

(3) $1^\circ=\frac{\pi}{180}$라디안이므로
$$90^\circ=90\times1^\circ=90\times\frac{\pi}{180}=\frac{\pi}{2}$$

(4) $1^\circ=\frac{\pi}{180}$라디안이므로
$$-120^\circ=-120\times1^\circ=-120\times\frac{\pi}{180}=-\frac{2}{3}\pi$$

(5) $1^\circ=\frac{\pi}{180}$라디안이므로
$$-135^\circ=-135\times1^\circ=-135\times\frac{\pi}{180}=-\frac{3}{4}\pi$$

(6) $1^\circ=\frac{\pi}{180}$라디안이므로
$$-360^\circ=-360\times1^\circ=-360\times\frac{\pi}{180}=-2\pi$$

013 답 (1) 240° (2) 108° (3) 150° (4) -60°
(5) -225° (6) -210°

(1) 1라디안$=\frac{180^\circ}{\pi}$이므로 $\frac{4}{3}\pi=\frac{4}{3}\pi\times\frac{180^\circ}{\pi}=240^\circ$

(2) 1라디안$=\frac{180^\circ}{\pi}$이므로 $\frac{3}{5}\pi=\frac{3}{5}\pi\times\frac{180^\circ}{\pi}=108^\circ$

(3) 1라디안$=\frac{180^\circ}{\pi}$이므로 $\frac{5}{6}\pi=\frac{5}{6}\pi\times\frac{180^\circ}{\pi}=150^\circ$

(4) 1라디안$=\frac{180^\circ}{\pi}$이므로 $-\frac{\pi}{3}=-\frac{\pi}{3}\times\frac{180^\circ}{\pi}=-60^\circ$

(5) 1라디안$=\frac{180^\circ}{\pi}$이므로 $-\frac{5}{4}\pi=-\frac{5}{4}\pi\times\frac{180^\circ}{\pi}=-225^\circ$

(6) 1라디안$=\frac{180^\circ}{\pi}$이므로 $-\frac{7}{6}\pi=-\frac{7}{6}\pi\times\frac{180^\circ}{\pi}=-210^\circ$

014 답 (1) $l=\frac{\pi}{2}$, $S=\frac{3}{4}\pi$ (2) $l=2\pi$, $S=6\pi$
(3) $l=6\pi$, $S=27\pi$ (4) $l=\frac{9}{2}\pi$, $S=9\pi$

(1) $l=3\times\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{2}$, $S=\frac{1}{2}\times3^2\times\frac{\pi}{6}=\frac{3}{4}\pi$

(2) $l=6\times\frac{\pi}{3}=2\pi$, $S=\frac{1}{2}\times6^2\times\frac{\pi}{3}=6\pi$

(3) $l=9\times\frac{2}{3}\pi=6\pi$, $S=\frac{1}{2}\times9^2\times\frac{2}{3}\pi=27\pi$

(4) $l=4\times\frac{9}{8}\pi=\frac{9}{2}\pi$, $S=\frac{1}{2}\times4^2\times\frac{9}{8}\pi=9\pi$

015 답 (1) $l=4\pi$, $S=12\pi$ (2) $l=2\pi$, $S=10\pi$
(3) $l=\frac{5}{2}\pi$, $S=\frac{15}{4}\pi$ (4) $l=\frac{3}{2}\pi$, $S=\frac{27}{4}\pi$
(5) $l=\frac{20}{3}\pi$, $S=\frac{100}{3}\pi$

(1) $120^\circ=120\times\frac{\pi}{180}=\frac{2}{3}\pi$이므로
$$l=6\times\frac{2}{3}\pi=4\pi,\ S=\frac{1}{2}\times6^2\times\frac{2}{3}\pi=12\pi$$

(2) $36^\circ=36\times\frac{\pi}{180}=\frac{\pi}{5}$이므로
$$l=10\times\frac{\pi}{5}=2\pi,\ S=\frac{1}{2}\times10^2\times\frac{\pi}{5}=10\pi$$

(3) $150^\circ=150\times\frac{\pi}{180}=\frac{5}{6}\pi$이므로
$$l=3\times\frac{5}{6}\pi=\frac{5}{2}\pi,\ S=\frac{1}{2}\times3^2\times\frac{5}{6}\pi=\frac{15}{4}\pi$$

(4) $30^\circ=30\times\frac{\pi}{180}=\frac{\pi}{6}$이므로

$l=9\times\frac{\pi}{6}=\frac{3}{2}\pi$, $S=\frac{1}{2}\times9^2\times\frac{\pi}{6}=\frac{27}{4}\pi$

(5) $120^\circ=120\times\frac{\pi}{180}=\frac{2}{3}\pi$이므로

$l=10\times\frac{2}{3}\pi=\frac{20}{3}\pi$, $S=\frac{1}{2}\times10^2\times\frac{2}{3}\pi=\frac{100}{3}\pi$

016 답 $\frac{4}{3}\pi$

부채꼴의 반지름의 길이를 r, 호의 길이를 l, 중심각의 크기를 θ라 하면 $l=r\theta$이므로 $4\pi=3\theta$

$\therefore\ \theta=\frac{4}{3}\pi$

017 답 π

부채꼴의 반지름의 길이를 r, 호의 길이를 l, 넓이를 S라 하면

$S=\frac{1}{2}rl$이므로

$8\pi=\frac{1}{2}\times r\times4\pi\qquad\therefore\ r=4$

중심각의 크기를 θ라 하면 $l=r\theta$이므로

$4\pi=4\theta\qquad\therefore\ \theta=\pi$

018 답 (부채꼴의 반지름의 길이)$=6$, (부채꼴의 넓이)$=6\pi$

부채꼴의 반지름의 길이를 r, 중심각을 θ, 호의 길이를 l, 넓이를 S라 하면

$l=r\theta$이므로 $2\pi=r\times\frac{\pi}{3}\qquad\therefore\ r=6$

$S=\frac{1}{2}rl$이므로 $S=\frac{1}{2}\times6\times2\pi=6\pi$

019 답 (1) $\frac{5}{2}$ (2) 4 (3) 7

(1) 부채꼴의 호의 길이를 l이라 하면

$10=2r+l\qquad\therefore\ l=10-2r$

이때 $r>0$, $l>0$이므로 $0<r<5$

$S=\frac{1}{2}rl=\frac{1}{2}r(10-2r)=-r^2+5r=-\left(r-\frac{5}{2}\right)^2+\frac{25}{4}$

따라서 S는 $r=\frac{5}{2}$일 때 최대이다.

(2) 부채꼴의 호의 길이를 l이라 하면

$16=2r+l\qquad\therefore\ l=16-2r$

이때 $r>0$, $l>0$이므로 $0<r<8$

$S=\frac{1}{2}rl=\frac{1}{2}r(16-2r)=-r^2+8r=-(r-4)^2+16$

따라서 S는 $r=4$일 때 최대이다.

(3) 부채꼴의 호의 길이를 l이라 하면

$28=2r+l\qquad\therefore\ l=28-2r$

이때 $r>0$, $l>0$이므로 $0<r<14$

$S=\frac{1}{2}rl=\frac{1}{2}r(28-2r)=-r^2+14r=-(r-7)^2+49$

따라서 S는 $r=7$일 때 최대이다.

020 답 ③

① $380^\circ=360^\circ\times1+20^\circ$

② $740^\circ=360^\circ\times2+20^\circ$

③ $1060^\circ=360^\circ\times2+340^\circ$

④ $-340^\circ=360^\circ\times(-1)+20^\circ$

⑤ $-700^\circ=360^\circ\times(-2)+20^\circ$

따라서 동경 OP가 나타낼 수 없는 각은 ③이다.

021 답 (ㄱ)과 (ㄹ), (ㄴ)과 (ㅁ)

(ㄱ) $50^\circ=360^\circ\times0+50^\circ$

(ㄴ) $70^\circ=360^\circ\times0+70^\circ$

(ㄷ) $-280^\circ=360^\circ\times(-1)+80^\circ$

(ㄹ) $-310^\circ=360^\circ\times(-1)+50^\circ$

(ㅁ) $430^\circ=360^\circ\times1+70^\circ$

(ㅂ) $-660^\circ=360^\circ\times(-2)+60^\circ$

따라서 동경의 위치가 서로 같은 것은 (ㄱ)과 (ㄹ), (ㄴ)과 (ㅁ)이다.

022 답 제2사분면 또는 제3사분면 또는 제4사분면의 각

θ가 제4사분면의 각이므로

$360^\circ\times n+270^\circ<\theta<360^\circ\times n+360^\circ$

$\therefore\ 120^\circ\times n+90^\circ<\frac{\theta}{3}<120^\circ\times n+120^\circ$

$360^\circ=120^\circ\times3$이므로 n을 $n=3k$, $n=3k+1$, $n=3k+2$ (k는 정수)인 경우로 나누어 $\frac{\theta}{3}$의 범위를 일반각으로 나타내면

(i) $n=3k$ (k는 정수)일 때

$360^\circ\times k+90^\circ<\frac{\theta}{3}<360^\circ\times k+120^\circ$이므로

$\frac{\theta}{3}$는 제2사분면의 각이다.

(ii) $n=3k+1$ (k는 정수)일 때

$360^\circ\times k+210^\circ<\frac{\theta}{3}<360^\circ\times k+240^\circ$이므로

$\frac{\theta}{3}$는 제3사분면의 각이다.

(iii) $n=3k+2$ (k는 정수)일 때

$360^\circ\times k+330^\circ<\frac{\theta}{3}<360^\circ\times k+360^\circ$이므로

$\frac{\theta}{3}$는 제4사분면의 각이다.

(i), (ii), (iii)에서 $\frac{\theta}{3}$는 제2사분면 또는 제3사분면 또는 제4사분면의 각이다.

023 답 180°

4θ와 8θ를 나타내는 동경이 원점에 대하여 대칭이므로

$8\theta-4\theta=4\theta=360°\times n+180°$ (단, n은 정수)

$\therefore\ \theta=90°\times n+45°$

이때 $0°<\theta<180°$이므로 $\theta=45°$ 또는 $\theta=135°$

따라서 모든 각 θ의 크기의 합은 $45°+135°=180°$

024 답 ⑤

$1°=\frac{\pi}{180}$라디안, 1라디안$=\frac{180°}{\pi}$이므로

① $10°=10\times1°=10\times\frac{\pi}{180}=\frac{\pi}{18}$

② $12°=12\times1°=12\times\frac{\pi}{180}=\frac{\pi}{15}$

③ $75°=75\times1°=75\times\frac{\pi}{180}=\frac{5}{12}\pi$

④ $\frac{\pi}{9}=\frac{\pi}{9}\times1=\frac{\pi}{9}\times\frac{180°}{\pi}=20°$

⑤ $\frac{13}{6}\pi=\frac{13}{6}\pi\times1=\frac{13\pi}{6}\times\frac{180°}{\pi}=390°$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

025 답 $\frac{15}{8}\pi$

부채꼴의 반지름의 길이를 r, 넓이를 S라 하면

$S=\frac{1}{2}rl$이므로 $3\pi=\frac{1}{2}\times4\times l$ $\quad\therefore\ l=\frac{3}{2}\pi$

$l=r\theta$이므로 $\frac{3}{2}\pi=4\times\theta$ $\quad\therefore\ \theta=\frac{3}{8}\pi$

$\therefore\ \theta+l=\frac{3}{8}\pi+\frac{3}{2}\pi=\frac{15}{8}\pi$

2 삼각함수의 뜻과 그래프

93쪽~121쪽

026 답 (1) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ (2) $\frac{1}{3}$ (3) $2\sqrt{2}$ (4) $\frac{1}{3}$ (5) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

(1) $\sin A=\frac{4}{3\sqrt{2}}=\frac{2\sqrt{2}}{3}$

(2) $\cos A=\frac{\sqrt{2}}{3\sqrt{2}}=\frac{1}{3}$

(3) $\tan A=\frac{4}{\sqrt{2}}=2\sqrt{2}$

(4) $\sin C=\frac{\sqrt{2}}{3\sqrt{2}}=\frac{1}{3}$

(5) $\cos C=\frac{4}{3\sqrt{2}}=\frac{2\sqrt{2}}{3}$

027 답 (1) $\frac{1}{2}$ (2) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (3) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

(1) $\triangle$ADC에서 $\sin45°=\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{\overline{AD}}{4}$ $\quad\therefore\ \overline{AD}=2\sqrt{2}$

$\triangle$ABD에서 $\sin\theta=\frac{2\sqrt{2}}{4\sqrt{2}}=\frac{1}{2}$

(2) $\triangle$ADC에서 $\tan30°=\frac{\sqrt{3}}{3}=\frac{\overline{AD}}{3\sqrt{3}}$ $\quad\therefore\ \overline{AD}=3$

$\triangle$ABD에서 $\sin\theta=\frac{3}{2\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

(3) $\triangle$ADC에서 $\sin45°=\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{\overline{AD}}{\sqrt{6}}$ $\quad\therefore\ \overline{AD}=\sqrt{3}$

$\triangle$ABD에서 $\sin\theta=\frac{\sqrt{3}}{3}$

028 답 (1) $\frac{12}{13}$ (2) $-\frac{5}{13}$ (3) $-\frac{12}{5}$ (4) $\frac{7}{13}$

(1) $\overline{OP}=\sqrt{(-5)^2+12^2}=13$이므로 $\sin\theta=\frac{12}{13}$

(4) $\sin\theta+\cos\theta=\frac{12}{13}-\frac{5}{13}=\frac{7}{13}$

029 답 (1) $\sin\theta<0$, $\cos\theta<0$, $\tan\theta>0$

(2) $\sin\theta>0$, $\cos\theta>0$, $\tan\theta>0$

(3) $\sin\theta>0$, $\cos\theta<0$, $\tan\theta<0$

(4) $\sin\theta<0$, $\cos\theta>0$, $\tan\theta<0$

(1) θ가 제3사분면의 각이므로 $\sin\theta<0$, $\cos\theta<0$, $\tan\theta>0$

(2) θ가 제1사분면의 각이므로 $\sin\theta>0$, $\cos\theta>0$, $\tan\theta>0$

(3) θ가 제2사분면의 각이므로 $\sin\theta>0$, $\cos\theta<0$, $\tan\theta<0$

(4) θ가 제4사분면의 각이므로 $\sin\theta<0$, $\cos\theta>0$, $\tan\theta<0$

030 답 (1) 제4사분면의 각 (2) 제2사분면의 각

(3) 제2사분면의 각 (4) 제1사분면 또는 제3사분면의 각

(5) 제2사분면 또는 제3사분면의 각

(1) $\sin\theta<0$이면 θ는 제3사분면 또는 제4사분면의 각

$\cos\theta>0$이면 θ는 제1사분면 또는 제4사분면의 각

따라서 조건을 만족시키는 각 θ는 제4사분면의 각이다.

(2) $\sin\theta>0$이면 θ는 제1사분면 또는 제2사분면의 각

$\tan\theta<0$이면 θ는 제2사분면 또는 제4사분면의 각

따라서 조건을 만족시키는 각 θ는 제2사분면의 각이다.

(3) $\sin\theta>0$이면 θ는 제1사분면 또는 제2사분면의 각

$\cos\theta<0$이면 θ는 제2사분면 또는 제3사분면의 각

따라서 조건을 만족시키는 각 θ는 제2사분면의 각이다.

(4) (i) $\sin\theta>0$, $\cos\theta>0$이면 각 θ는 제1사분면의 각이다.

(ii) $\sin\theta<0$, $\cos\theta<0$이면 각 θ는 제3사분면의 각이다.

따라서 조건을 만족시키는 각 θ는 제1사분면 또는 제3사분면의 각이다.

(5) (i) $\sin\theta>0$, $\tan\theta<0$이면 각 θ는 제2사분면의 각이다.

(ii) $\sin\theta<0$, $\tan\theta>0$이면 각 θ는 제3사분면의 각이다.

따라서 조건을 만족시키는 각 θ는 제2사분면 또는 제3사분면의 각이다.

031 답 (1) $\cos\theta=-\frac{12}{13}$, $\tan\theta=-\frac{5}{12}$

(2) $\sin\theta=\frac{2\sqrt{2}}{3}$, $\tan\theta=-2\sqrt{2}$

(1) $\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$이므로

$\cos^2\theta=1-\sin^2\theta=1-\left(\frac{5}{13}\right)^2=\frac{144}{169}$

이때 각 θ가 제2사분면의 각이므로 $\cos\theta<0$

$\therefore \cos\theta=-\frac{12}{13}$

$\therefore \tan\theta=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}=\frac{\frac{5}{13}}{-\frac{12}{13}}=-\frac{5}{12}$

(2) $\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$이므로

$\sin^2\theta=1-\cos^2\theta=1-\left(-\frac{1}{3}\right)^2=\frac{8}{9}$

이때 각 θ가 제2사분면의 각이므로 $\sin\theta>0$

$\therefore \sin\theta=\frac{2\sqrt{2}}{3}$

$\therefore \tan\theta=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}=\frac{\frac{2\sqrt{2}}{3}}{-\frac{1}{3}}=-2\sqrt{2}$

032 답 (1) $\cos\theta=-\frac{\sqrt{15}}{4}$, $\tan\theta=\frac{\sqrt{15}}{15}$

(2) $\sin\theta=-\frac{\sqrt{10}}{5}$, $\tan\theta=\frac{\sqrt{6}}{3}$

(1) $\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$이므로

$\cos^2\theta=1-\sin^2\theta=1-\left(-\frac{1}{4}\right)^2=\frac{15}{16}$

이때 각 θ가 제3사분면의 각이므로 $\cos\theta<0$

$\therefore \cos\theta=-\frac{\sqrt{15}}{4}$

$\therefore \tan\theta=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}=\frac{-\frac{1}{4}}{-\frac{\sqrt{15}}{4}}=\frac{\sqrt{15}}{15}$

(2) $\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$이므로

$\sin^2\theta=1-\cos^2\theta=1-\left(-\frac{\sqrt{15}}{5}\right)^2=\frac{10}{25}$

이때 각 θ가 제3사분면의 각이므로 $\sin\theta<0$

$\therefore \sin\theta=-\frac{\sqrt{10}}{5}$

$\therefore \tan\theta=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}=\frac{-\frac{\sqrt{10}}{5}}{-\frac{\sqrt{15}}{5}}=\frac{\sqrt{6}}{3}$

033 답 (1) $\cos\theta=\frac{\sqrt{7}}{4}$, $\tan\theta=-\frac{3\sqrt{7}}{7}$

(2) $\sin\theta=-\frac{\sqrt{6}}{3}$, $\tan\theta=-\sqrt{2}$

(1) $\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$이므로

$\cos^2\theta=1-\sin^2\theta=1-\left(-\frac{3}{4}\right)^2=\frac{7}{16}$

이때 각 θ가 제4사분면의 각이므로 $\cos\theta>0$

$\therefore \cos\theta=\frac{\sqrt{7}}{4}$

$\therefore \tan\theta=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}=\frac{-\frac{3}{4}}{\frac{\sqrt{7}}{4}}=-\frac{3\sqrt{7}}{7}$

(2) $\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$이므로

$\sin^2\theta=1-\cos^2\theta=1-\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2=\frac{6}{9}$

이때 각 θ가 제4사분면의 각이므로 $\sin\theta<0$

$\therefore \sin\theta=-\frac{\sqrt{6}}{3}$

$\therefore \tan\theta=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}=\frac{-\frac{\sqrt{6}}{3}}{\frac{\sqrt{3}}{3}}=-\sqrt{2}$

034 답 (1) $-\frac{3}{8}$ (2) $-\frac{4}{3}$ (3) $-\frac{8}{3}$ (4) $\frac{1}{4}$ (5) $\frac{11}{16}$

(1) $\sin\theta+\cos\theta=\frac{1}{2}$의 양변을 제곱하면

$\sin^2\theta+2\sin\theta\cos\theta+\cos^2\theta=\frac{1}{4}$

$\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$이므로 $2\sin\theta\cos\theta=-\frac{3}{4}$

$\therefore \sin\theta\cos\theta=-\frac{3}{8}$

(2) $\frac{1}{\sin\theta}+\frac{1}{\cos\theta}=\frac{\sin\theta+\cos\theta}{\sin\theta\cos\theta}=\frac{\frac{1}{2}}{-\frac{3}{8}}=-\frac{4}{3}$

(3) $\frac{\sin\theta}{\cos\theta}+\frac{\cos\theta}{\sin\theta}=\frac{\sin^2\theta+\cos^2\theta}{\sin\theta\cos\theta}$

$=\frac{1}{\sin\theta\cos\theta}=\frac{1}{-\frac{3}{8}}=-\frac{8}{3}$

(4) $(\sin\theta+\cos\theta)^2=\sin^2\theta+\cos^2\theta+2\sin\theta\cos\theta$

$=1+2\times\left(-\frac{3}{8}\right)=\frac{1}{4}$

(5) $\sin^3\theta+\cos^3\theta$

$=(\sin\theta+\cos\theta)^3-3\sin\theta\cos\theta(\sin\theta+\cos\theta)$

$=\left(\frac{1}{2}\right)^3-3\times\left(-\frac{3}{8}\right)\times\frac{1}{2}=\frac{1}{8}+\frac{9}{16}=\frac{11}{16}$

035 답 (1) 2 (2) $\frac{1}{\cos\theta}$ (3) $\frac{2}{\sin\theta\cos\theta}$

(1) $(\sin\theta+\cos\theta)^2+(\sin\theta-\cos\theta)^2$

$=\sin^2\theta+2\sin\theta\cos\theta+\cos^2\theta+\sin^2\theta-2\sin\theta\cos\theta+\cos^2\theta$

$=2(\sin^2\theta+\cos^2\theta)=2$

(2) $\frac{\cos\theta}{1-\sin\theta}-\tan\theta$

$=\frac{\cos\theta}{1-\sin\theta}-\frac{\sin\theta}{\cos\theta}=\frac{\cos^2\theta-\sin\theta(1-\sin\theta)}{\cos\theta(1-\sin\theta)}$

$=\frac{(\sin^2\theta+\cos^2\theta)-\sin\theta}{\cos\theta(1-\sin\theta)}=\frac{1-\sin\theta}{\cos\theta(1-\sin\theta)}=\frac{1}{\cos\theta}$

(3) $\dfrac{\tan\theta}{1+\cos\theta}+\dfrac{\tan\theta}{1-\cos\theta}$

$=\dfrac{\tan\theta(1-\cos\theta)+\tan\theta(1+\cos\theta)}{(1+\cos\theta)(1-\cos\theta)}$

$=\dfrac{\tan\theta-\tan\theta\cos\theta+\tan\theta+\tan\theta\cos\theta}{1-\cos^2\theta}$

$=\dfrac{2\tan\theta}{\sin^2\theta}=2\times\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}\times\dfrac{1}{\sin^2\theta}=\dfrac{2}{\sin\theta\cos\theta}$

036 답 (1) $-\dfrac{3}{8}$ (2) $-\dfrac{5}{6}$

(1) 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$\sin\theta+\cos\theta=-\dfrac{1}{2}$, $\sin\theta\cos\theta=k$

$\sin\theta+\cos\theta=-\dfrac{1}{2}$의 양변을 제곱하면

$\sin^2\theta+2\sin\theta\cos\theta+\cos^2\theta=\dfrac{1}{4}$

$1+2\sin\theta\cos\theta=\dfrac{1}{4}$에 $\sin\theta\cos\theta=k$를 대입하면

$1+2k=\dfrac{1}{4}$ $\qquad\therefore k=-\dfrac{3}{8}$

(2) 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$\sin\theta+\cos\theta=\dfrac{2}{3}$, $\sin\theta\cos\theta=\dfrac{k}{3}$

$\sin\theta+\cos\theta=\dfrac{2}{3}$의 양변을 제곱하면

$\sin^2\theta+2\sin\theta\cos\theta+\cos^2\theta=\dfrac{4}{9}$

$1+2\sin\theta\cos\theta=\dfrac{4}{9}$에 $\sin\theta\cos\theta=\dfrac{k}{3}$를 대입하면

$1+\dfrac{2}{3}k=\dfrac{4}{9}$ $\qquad\therefore k=-\dfrac{5}{6}$

037 답 (1) $\dfrac{\sqrt{15}}{3}$ (2) $\dfrac{\sqrt{6}}{2}$ (3) $2\sqrt{2}$

(1) 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$\sin\theta+\cos\theta=-k$, $\sin\theta\cos\theta=\dfrac{1}{3}$

$\sin\theta+\cos\theta=-k$의 양변을 제곱하면

$\sin^2\theta+2\sin\theta\cos\theta+\cos^2\theta=k^2$

$1+2\sin\theta\cos\theta=k^2$에 $\sin\theta\cos\theta=\dfrac{1}{3}$을 대입하면

$1+\dfrac{2}{3}=k^2$ $\qquad\therefore k=\dfrac{\sqrt{15}}{3}$ ($\because k>0$)

(2) 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$\sin\theta+\cos\theta=-k$, $\sin\theta\cos\theta=\dfrac{1}{4}$

$\sin\theta+\cos\theta=-k$의 양변을 제곱하면

$\sin^2\theta+2\sin\theta\cos\theta+\cos^2\theta=k^2$

$1+2\sin\theta\cos\theta=k^2$에 $\sin\theta\cos\theta=\dfrac{1}{4}$을 대입하면

$1+\dfrac{1}{2}=k^2$ $\qquad\therefore k=\dfrac{\sqrt{6}}{2}$ ($\because k>0$)

(3) 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$\sin\theta+\cos\theta=\dfrac{k}{2}$, $\sin\theta\cos\theta=\dfrac{1}{2}$

$\sin\theta+\cos\theta=\dfrac{k}{2}$의 양변을 제곱하면

$\sin^2\theta+2\sin\theta\cos\theta+\cos^2\theta=\dfrac{k^2}{4}$

$1+2\sin\theta\cos\theta=\dfrac{k^2}{4}$에 $\sin\theta\cos\theta=\dfrac{1}{2}$을 대입하면

$1+1=\dfrac{k^2}{4}$ $\qquad\therefore k=2\sqrt{2}$ ($\because k>0$)

038 답 (1) 3 (2) -10 (3) -2 (4) 5

(1) 함수 $f(x)$의 주기가 2이므로 $f(x+2)=f(x)$

$\therefore f(3)=f(1+2)=f(1)=3$

(2) 함수 $f(x)$의 주기가 3이므로 $f(x+3)=f(x)$

$\therefore f(5)=f(2+3)=f(2)=-10$

(3) 함수 $f(x)$의 주기가 4이므로 $f(x+4)=f(x)$

$\therefore f(10)=f(6+4)=f(6)=f(2+4)=f(2)=-2$

(4) 함수 $f(x)$의 주기가 π이므로 $f(x+\pi)=f(x)$

$\therefore f(2\pi)=f(\pi+\pi)=f(\pi)=f(0+\pi)=f(0)=5$

039 답 (1) 8 (2) 7 (3) $\dfrac{1}{2}$ (4) 1

(1) $f(x+3)=f(x)$이므로 $f(8)=f(5)=f(2)=8$

(2) $f(x+4)=f(x)$이므로 $f(15)=f(11)=f(7)=f(3)=7$

(3) $f(x+2\pi)=f(x)$이므로 $f\left(\dfrac{5}{2}\pi\right)=f\left(\dfrac{\pi}{2}+2\pi\right)=f\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=\dfrac{1}{2}$

(4) $f(x+2\pi)=f(x)$이므로

$f(6\pi)=f(4\pi+2\pi)=f(4\pi)$

$=f(2\pi+2\pi)=f(2\pi)$

$=f(0+2\pi)=f(0)=1$

040 답 (1) × (2) ○ (3) × (4) ○ (5) ×

(1) 정의역은 실수 전체의 집합이다.

(3) 원점에 대하여 대칭이다.

(5) $0<x<\dfrac{\pi}{2}$에서 x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.

041 답 (1) × (2) × (3) ○ (4) × (5) ○

(1) 정의역은 실수 전체의 집합이다.

(2) 주기가 2π인 함수이다.

(4) 최댓값은 1이고, 최솟값은 -1이다.

042 답 (1) × (2) ○ (3) ○ (4) × (5) ×

(1) 정의역은 $x=n\pi+\dfrac{\pi}{2}$ (n은 정수)를 제외한 실수 전체의 집합이다.

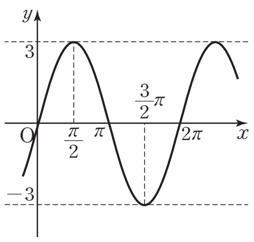
(4) 최댓값, 최솟값은 없다.

(5) 점근선의 방정식은 $x=n\pi+\dfrac{\pi}{2}$이다. (단, n은 정수)

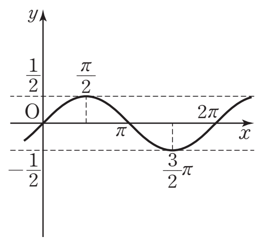
043 답 (1) 풀이 참고, 치역 : $\{y\,|\,-3\le y\le 3\}$, 주기 : 2π

(2) 풀이 참고, 치역 : $\left\{y\,\middle|\,-\frac{1}{2}\le y\le\frac{1}{2}\right\}$, 주기 : 2π

(1)



(2)

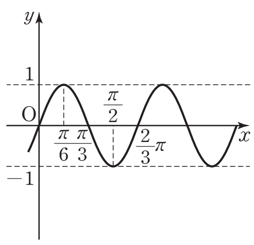


044 답 (1) 풀이 참고, 치역 : $\{y\,|\,-1\le y\le 1\}$, 주기 : $\frac{2}{3}\pi$

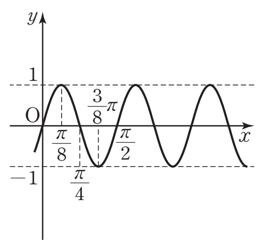
(2) 풀이 참고, 치역 : $\{y\,|\,-1\le y\le 1\}$, 주기 : $\frac{\pi}{2}$

(3) 풀이 참고, 치역 : $\{y\,|\,-1\le y\le 1\}$, 주기 : 4π

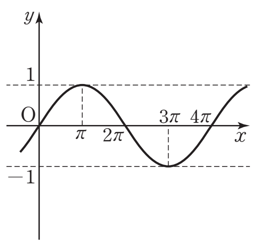
(1)



(2)



(3)



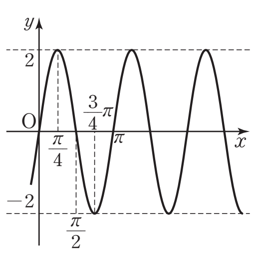
045 답 (1) 풀이 참고, 치역 : $\{y\,|\,-2\le y\le 2\}$, 주기 : π

(2) 풀이 참고, 치역 : $\{y\,|\,-3\le y\le 3\}$, 주기 : 4π

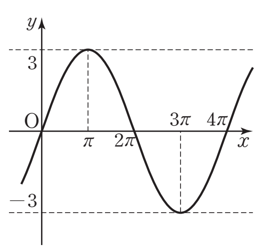
(3) 풀이 참고, 치역 : $\left\{y\,\middle|\,-\frac{1}{3}\le y\le\frac{1}{3}\right\}$, 주기 : $\frac{2}{3}\pi$

(4) 풀이 참고, 치역 : $\left\{y\,\middle|\,-\frac{1}{2}\le y\le\frac{1}{2}\right\}$, 주기 : $\frac{\pi}{2}$

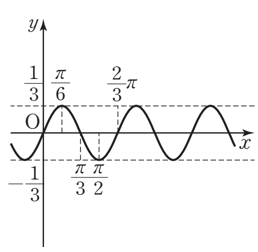
(1)



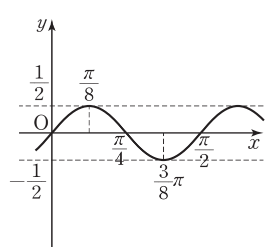
(2)



(3)



(4)



046 답 (1) 치역 : $\{y\,|\,2\le y\le 8\}$, 주기 : 2π

(2) 치역 : $\{y\,|\,-2\le y\le 2\}$, 주기 : π

(3) 치역 : $\left\{y\,\middle|\,\frac{3}{2}\le y\le\frac{5}{2}\right\}$, 주기 : 2π

(4) 치역 : $\left\{y\,\middle|\,-\frac{7}{3}\le y\le -\frac{5}{3}\right\}$, 주기 : 4π

(1) 최댓값은 $3+5=8$, 최솟값은 $-3+5=2$이므로

치역 : $\{y\,|\,2\le y\le 8\}$

주기 : 2π

(2) 최댓값은 2, 최솟값은 -2이므로

치역 : $\{y\,|\,-2\le y\le 2\}$

주기 : $\frac{2\pi}{2}=\pi$

(3) 최댓값은 $\frac{1}{2}+2=\frac{5}{2}$, 최솟값은 $-\frac{1}{2}+2=\frac{3}{2}$이므로

치역 : $\left\{y\,\middle|\,\frac{3}{2}\le y\le\frac{5}{2}\right\}$

주기 : 2π

(4) 최댓값은 $\frac{1}{3}-2=-\frac{5}{3}$, 최솟값은 $-\frac{1}{3}-2=-\frac{7}{3}$이므로

치역 : $\left\{y\,\middle|\,-\frac{7}{3}\le y\le -\frac{5}{3}\right\}$

주기 : $\frac{2\pi}{\frac{1}{2}}=4\pi$

047 답 (1) $a=1$, $b=\frac{1}{2}$, $c=3$ (2) $a=6$, $b=\frac{1}{3}$, $c=1$

(3) $a=3$, $b=6$, $c=2$

(1) 주기가 4π이므로

$\frac{2\pi}{b}=4\pi \qquad \therefore b=\frac{1}{2}$

$f(0)=a\sin 0+c=c \qquad \therefore c=3$

$f(x)=a\sin\frac{x}{2}+3$의 최댓값이 4이므로

$a+3=4 \qquad \therefore a=1$

(2) 주기가 6π이므로

$\frac{2\pi}{b}=6\pi \qquad \therefore b=\frac{1}{3}$

$f(0)=a\sin 0+c=c \qquad \therefore c=1$

$f(x)=a\sin\frac{x}{3}+1$의 최솟값이 -5이므로

$-a+1=-5 \qquad \therefore a=6$

(3) 주기가 $\frac{\pi}{3}$이므로

$\frac{2\pi}{b}=\frac{\pi}{3} \qquad \therefore b=6$

$f(x)=a\sin 6x+c$의

최댓값이 5이므로 $a+c=5$ …… ㉠

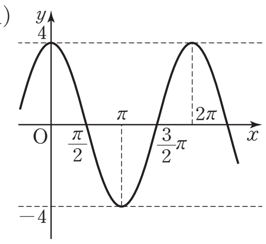
최솟값이 -1이므로 $-a+c=-1$ …… ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=3$, $c=2$

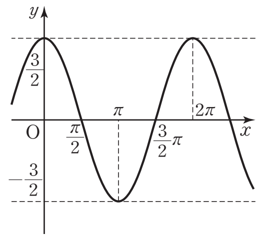
048 답 (1) 풀이 참고, 치역 : $\{y|-4\le y\le 4\}$, 주기 : 2π

(2) 풀이 참고, 치역 : $\left\{y\,\middle|\,-\dfrac{3}{2}\le y\le\dfrac{3}{2}\right\}$, 주기 : 2π

(1)



(2)

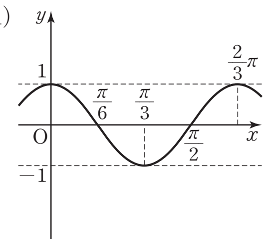


049 답 (1) 풀이 참고, 치역 : $\{y|-1\le y\le 1\}$, 주기 : $\dfrac{2}{3}\pi$

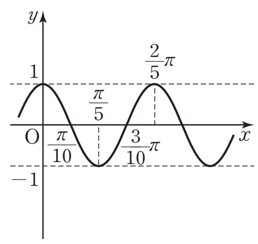
(2) 풀이 참고, 치역 : $\{y|-1\le y\le 1\}$, 주기 : $\dfrac{2}{5}\pi$

(3) 풀이 참고, 치역 : $\{y|-1\le y\le 1\}$, 주기 : 6π

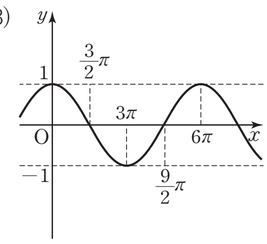
(1)



(2)



(3)



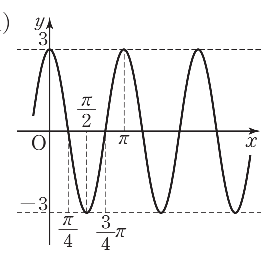
050 답 (1) 풀이 참고, 치역 : $\{y|-3\le y\le 3\}$, 주기 : π

(2) 풀이 참고, 치역 : $\{y|-4\le y\le 4\}$, 주기 : 4π

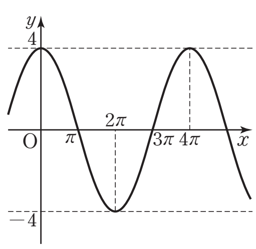
(3) 풀이 참고, 치역 : $\left\{y\,\middle|\,-\dfrac{1}{2}\le y\le\dfrac{1}{2}\right\}$, 주기 : $\dfrac{2}{3}\pi$

(4) 풀이 참고, 치역 : $\left\{y\,\middle|\,-\dfrac{3}{2}\le y\le\dfrac{3}{2}\right\}$, 주기 : $\dfrac{2}{5}\pi$

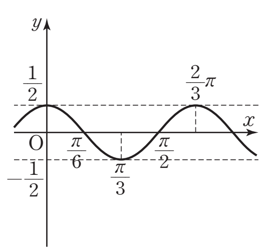
(1)



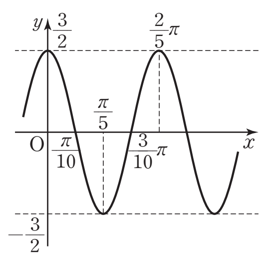
(2)



(3)



(4)



051 답 (1) 치역 : $\{y|4\le y\le 8\}$, 주기 : 2π

(2) 치역 : $\{y|-3\le y\le 3\}$, 주기 : $\dfrac{\pi}{2}$

(3) 치역 : $\left\{y\,\middle|\,\dfrac{4}{5}\le y\le\dfrac{6}{5}\right\}$, 주기 : 2π

(4) 치역 : $\left\{y\,\middle|\,-\dfrac{13}{4}\le y\le-\dfrac{11}{4}\right\}$, 주기 : 12π

(1) 최댓값은 $2+6=8$, 최솟값은 $-2+6=4$이므로

치역 : $\{y|4\le y\le 8\}$

주기 : 2π

(2) 최댓값은 3, 최솟값은 -3이므로

치역 : $\{y|-3\le y\le 3\}$

주기 : $\dfrac{2\pi}{4}=\dfrac{\pi}{2}$

(3) 최댓값은 $\dfrac{1}{5}+1=\dfrac{6}{5}$, 최솟값은 $-\dfrac{1}{5}+1=\dfrac{4}{5}$이므로

치역 : $\left\{y\,\middle|\,\dfrac{4}{5}\le y\le\dfrac{6}{5}\right\}$

주기 : 2π

(4) 최댓값은 $\dfrac{1}{4}-3=-\dfrac{11}{4}$, 최솟값은 $-\dfrac{1}{4}-3=-\dfrac{13}{4}$이므로

치역 : $\left\{y\,\middle|\,-\dfrac{13}{4}\le y\le-\dfrac{11}{4}\right\}$

주기 : $\dfrac{2\pi}{\frac{1}{6}}=12\pi$

052 답 (1) $a=6$, $b=4$, $c=-3$ (2) $a=\dfrac{3}{2}$, $b=2$, $c=-\dfrac{1}{2}$

(3) $a=4$, $b=\dfrac{1}{2}$, $c=1$ (4) $a=3$, $b=2$, $c=-1$

(1) 주기가 $\dfrac{\pi}{2}$이므로

$\dfrac{2\pi}{b}=\dfrac{\pi}{2}\qquad\therefore b=4$

$f\left(\dfrac{\pi}{8}\right)=a\cos\dfrac{\pi}{2}+c=c\qquad\therefore c=-3$

$f(x)=a\cos 4x-3$의 최댓값이 3이므로

$a-3=3\qquad\therefore a=6$

(2) 주기가 π이므로

$\dfrac{2\pi}{b}=\pi\qquad\therefore b=2$

$f(0)=a\cos 0+c=a+c=1$ …… ㉠

$f(x)=a\cos 2x+c$의 최솟값이 -2이므로

$-a+c=-2$ …… ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$a=\dfrac{3}{2}$, $c=-\dfrac{1}{2}$

(3) 주기가 4π이므로

$\dfrac{2\pi}{b}=4\pi\qquad\therefore b=\dfrac{1}{2}$

$f(x)=a\cos\dfrac{x}{2}+c$의

최댓값이 5이므로 $a+c=5$ …… ㉠

최솟값이 -3이므로 $-a+c=-3$ …… ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$a=4,\ c=1$

(4) 주기가 π이므로

$\frac{2\pi}{b}=\pi \qquad \therefore b=2$

$f(x)=a\cos 2x+c$의

최댓값이 2이므로 $a+c=2$ …… ㉠

최솟값이 -4이므로 $-a+c=-4$ …… ㉡

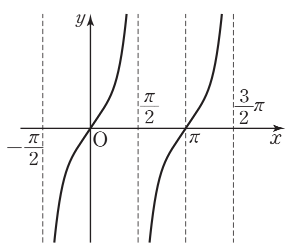
㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$a=3,\ c=-1$

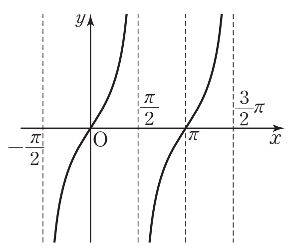
053 답 (1) 풀이 참고, 치역 : 실수 전체의 집합, 주기 : π

(2) 풀이 참고, 치역 : 실수 전체의 집합, 주기 : π

(1)



(2)

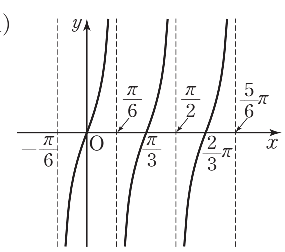


054 답 (1) 풀이 참고, 치역 : 실수 전체의 집합, 주기 : $\frac{\pi}{3}$

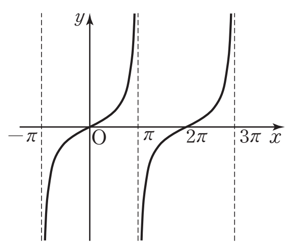
(2) 풀이 참고, 치역 : 실수 전체의 집합, 주기 : 2π

(3) 풀이 참고, 치역 : 실수 전체의 집합, 주기 : $\frac{2}{3}\pi$

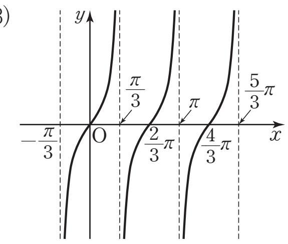
(1)



(2)



(3)



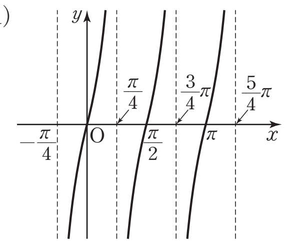
055 답 (1) 풀이 참고, 치역 : 실수 전체의 집합, 주기 : $\frac{\pi}{2}$

(2) 풀이 참고, 치역 : 실수 전체의 집합, 주기 : 2π

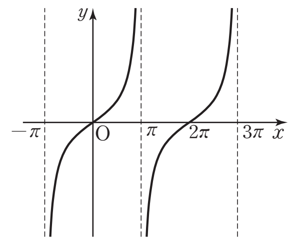
(3) 풀이 참고, 치역 : 실수 전체의 집합, 주기 : $\frac{\pi}{3}$

(4) 풀이 참고, 치역 : 실수 전체의 집합, 주기 : 6π

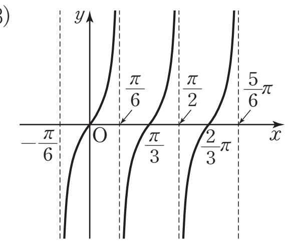
(1)



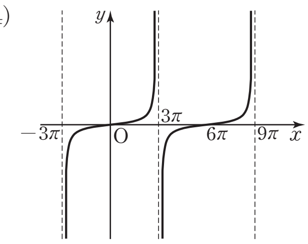
(2)



(3)



(4)



056 답 (1) 점근선의 방정식 : $x=n\pi+\frac{\pi}{2}$ (n은 정수), 주기 : π

(2) 점근선의 방정식 : $x=\frac{n}{2}\pi+\frac{\pi}{4}$ (n은 정수), 주기 : $\frac{\pi}{2}$

(3) 점근선의 방정식 : $x=\frac{n}{4}\pi+\frac{\pi}{8}$ (n은 정수), 주기 : $\frac{\pi}{4}$

(4) 점근선의 방정식 : $x=4n\pi+2\pi$ (n은 정수), 주기 : 4π

(5) 점근선의 방정식 : $x=3n\pi+\frac{3}{2}\pi$ (n은 정수), 주기 : 3π

(4) 주기 : $\dfrac{\pi}{\frac{1}{4}}=4\pi$

(5) 주기 : $\dfrac{\pi}{\frac{1}{3}}=3\pi$

057 답 (1) 치역 : 실수 전체의 집합, 주기 : π

(2) 치역 : 실수 전체의 집합, 주기 : $\dfrac{\pi}{3}$

(3) 치역 : 실수 전체의 집합, 주기 : $\dfrac{\pi}{5}$

(4) 치역 : 실수 전체의 집합, 주기 : 6π

(4) 주기 : $\dfrac{\pi}{\frac{1}{6}}=6\pi$

058 답 (1) $a=3$, $b=\dfrac{1}{2}$, $c=-2$

(2) $a=\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$, $b=\dfrac{1}{3}$, $c=-1$

(3) $a=5\sqrt{3}$, $b=3$, $c=-3$

(1) 주기가 2π이므로 $\dfrac{\pi}{b}=2\pi$ $\quad\therefore b=\dfrac{1}{2}$

$f(0)=a\tan 0+c=c$ $\quad\therefore c=-2$

$f\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=a\tan\dfrac{\pi}{4}-2=a-2=1$ $\quad\therefore a=3$

(2) 주기가 3π이므로 $\dfrac{\pi}{b}=3\pi$ $\quad\therefore b=\dfrac{1}{3}$

$f(0)=a\tan 0+c=c$ $\quad\therefore c=-1$

$f(\pi)=a\tan\dfrac{\pi}{3}-1=\sqrt{3}a-1=3$ $\quad\therefore a=\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$

(3) 주기가 $\dfrac{\pi}{3}$이므로 $\dfrac{\pi}{b}=\dfrac{\pi}{3}$ $\quad\therefore b=3$

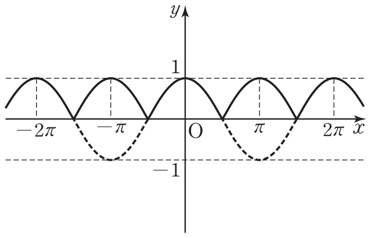
$f(0)=a\tan 0+c=c$ $\quad\therefore c=-3$

$f\left(\dfrac{\pi}{18}\right)=a\tan\dfrac{\pi}{6}-3=\dfrac{\sqrt{3}}{3}a-3=2$ $\quad\therefore a=5\sqrt{3}$

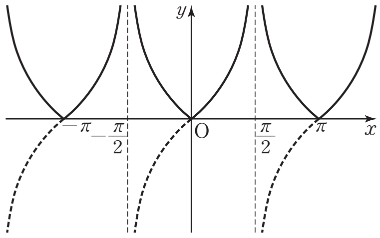
059 답 (1) 풀이 참고, 치역 : $\{y\,|\,0\le y\le 1\}$, 주기 : π

(2) 풀이 참고, 치역 : $\{y\,|\,y\ge 0\}$, 주기 : π

(1)



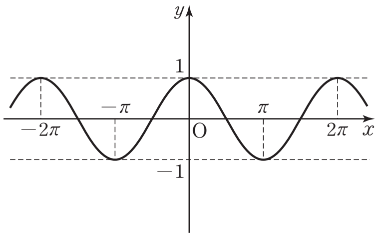
(2)



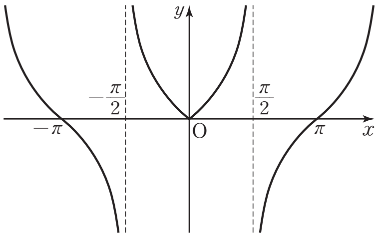
060 답 (1) 풀이 참고, 치역 : $\{y\,|\,-1\le y\le 1\}$, 주기 : 2π

(2) 풀이 참고, 치역 : 실수 전체의 집합, 주기 : 없다.

(1)



(2)



061 답 (1) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ (2) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ (3) $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ (4) 1 (5) $\dfrac{1}{2}$ (6) $\sqrt{3}$

(1) $\sin\dfrac{13}{3}\pi=\sin\left(4\pi+\dfrac{\pi}{3}\right)=\sin\dfrac{\pi}{3}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

(2) $\cos\dfrac{9}{4}\pi=\cos\left(2\pi+\dfrac{\pi}{4}\right)=\cos\dfrac{\pi}{4}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

(3) $\tan\dfrac{13}{6}\pi=\tan\left(2\pi+\dfrac{\pi}{6}\right)=\tan\dfrac{\pi}{6}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

(4) $\sin 450^\circ=\sin(360^\circ+90^\circ)=\sin 90^\circ=1$

(5) $\cos 780^\circ=\cos(720^\circ+60^\circ)=\cos 60^\circ=\dfrac{1}{2}$

(6) $\tan 420^\circ=\tan(360^\circ+60^\circ)=\tan 60^\circ=\sqrt{3}$

062 답 (1) $-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ (2) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ (3) $-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ (4) $-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

(5) $-\sqrt{3}$ (6) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

(1) $\sin\left(-\dfrac{\pi}{3}\right)=-\sin\dfrac{\pi}{3}=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

(2) $\cos\left(-\dfrac{\pi}{4}\right)=\cos\dfrac{\pi}{4}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

(3) $\tan\left(-\dfrac{\pi}{6}\right)=-\tan\dfrac{\pi}{6}=-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

(4) $\sin(-45^\circ)=-\sin 45^\circ=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

(5) $\tan(-60^\circ)=-\tan 60^\circ=-\sqrt{3}$

(6) $\cos(-390^\circ)=\cos 390^\circ=\cos(360^\circ+30^\circ)=\cos 30^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

063 답 (1) $-\dfrac{1}{2}$ (2) $-\dfrac{1}{2}$ (3) 1 (4) $-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

(5) $-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ (6) $\sqrt{3}$

(1) $\sin\dfrac{7}{6}\pi=\sin\left(\pi+\dfrac{\pi}{6}\right)=-\sin\dfrac{\pi}{6}=-\dfrac{1}{2}$

(2) $\cos\dfrac{4}{3}\pi=\cos\left(\pi+\dfrac{\pi}{3}\right)=-\cos\dfrac{\pi}{3}=-\dfrac{1}{2}$

(3) $\tan\frac{5}{4}\pi=\tan\left(\pi+\frac{\pi}{4}\right)=\tan\frac{\pi}{4}=1$

(4) $\sin 240^\circ=\sin(180^\circ+60^\circ)=-\sin 60^\circ=-\frac{\sqrt{3}}{2}$

(5) $\cos 210^\circ=\cos(180^\circ+30^\circ)=-\cos 30^\circ=-\frac{\sqrt{3}}{2}$

(6) $\tan 240^\circ=\tan(180^\circ+60^\circ)=\tan 60^\circ=\sqrt{3}$

064 답 (1) $\frac{1}{2}$ (2) $-\frac{1}{2}$ (3) -1 (4) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
(5) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ (6) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$

(1) $\sin\frac{5}{6}\pi=\sin\left(\pi-\frac{\pi}{6}\right)=\sin\frac{\pi}{6}=\frac{1}{2}$

(2) $\cos\frac{2}{3}\pi=\cos\left(\pi-\frac{\pi}{3}\right)=-\cos\frac{\pi}{3}=-\frac{1}{2}$

(3) $\tan\frac{3}{4}\pi=\tan\left(\pi-\frac{\pi}{4}\right)=-\tan\frac{\pi}{4}=-1$

(4) $\sin 120^\circ=\sin(180^\circ-60^\circ)=\sin 60^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}$

(5) $\cos 135^\circ=\cos(180^\circ-45^\circ)=-\cos 45^\circ=-\frac{\sqrt{2}}{2}$

(6) $\tan 150^\circ=\tan(180^\circ-30^\circ)=-\tan 30^\circ=-\frac{\sqrt{3}}{3}$

065 답 (1) $\frac{1}{2}$ (2) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ (3) $-\sqrt{3}$ (4) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
(5) $-\frac{1}{2}$ (6) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$

(1) $\sin\frac{5}{6}\pi=\sin\left(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{3}\right)=\cos\frac{\pi}{3}=\frac{1}{2}$

(2) $\cos\frac{3}{4}\pi=\cos\left(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{4}\right)=-\sin\frac{\pi}{4}=-\frac{\sqrt{2}}{2}$

(3) $\tan\frac{2}{3}\pi=\tan\left(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{6}\right)=-\frac{1}{\tan\frac{\pi}{6}}=-\sqrt{3}$

(4) $\sin 135^\circ=\sin(90^\circ+45^\circ)=\cos 45^\circ=\frac{\sqrt{2}}{2}$

(5) $\cos 120^\circ=\cos(90^\circ+30^\circ)=-\sin 30^\circ=-\frac{1}{2}$

(6) $\tan 150^\circ=\tan(90^\circ+60^\circ)=-\frac{1}{\tan 60^\circ}=-\frac{\sqrt{3}}{3}$

066 답 (1) $\sqrt{3}$ (2) 0 (3) $-\frac{3}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}$

(1) $\sin\frac{2}{3}\pi=\sin\left(\pi-\frac{\pi}{3}\right)=\sin\frac{\pi}{3}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\tan\frac{5}{4}\pi=\tan\left(\pi+\frac{\pi}{4}\right)=\tan\frac{\pi}{4}=1$

$\cos\frac{5}{6}\pi=\cos\left(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{3}\right)=-\sin\frac{\pi}{3}=-\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore \sin\frac{2}{3}\pi\tan\frac{5}{4}\pi-\cos\frac{5}{6}\pi=\frac{\sqrt{3}}{2}\times1+\frac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$

(2) $\sin\left(-\frac{17}{6}\pi\right)=-\sin\frac{17}{6}\pi=-\sin\left(3\pi-\frac{\pi}{6}\right)$

$=-\sin\frac{\pi}{6}=-\frac{1}{2}$

$\tan\left(-\frac{\pi}{4}\right)=-\tan\frac{\pi}{4}=-1$

$\cos\left(-\frac{10}{3}\pi\right)=\cos\frac{10}{3}\pi=\cos\left(3\pi+\frac{\pi}{3}\right)$

$=-\cos\frac{\pi}{3}=-\frac{1}{2}$

$\therefore \sin\left(-\frac{17}{6}\pi\right)-\tan\left(-\frac{\pi}{4}\right)+\cos\left(-\frac{10}{3}\pi\right)$

$=-\frac{1}{2}+1-\frac{1}{2}=0$

(3) $\sin(-750^\circ)=-\sin 750^\circ=-\sin(720^\circ+30^\circ)$

$=-\sin 30^\circ=-\frac{1}{2}$

$\cos 315^\circ=\cos(360^\circ-45^\circ)=\cos(-45^\circ)=\cos 45^\circ=\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\tan 135^\circ=\tan(90^\circ+45^\circ)=-\frac{1}{\tan 45^\circ}=-1$

$\therefore \sin(-750^\circ)+\cos 315^\circ+\tan 135^\circ$

$=-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}-1=-\frac{3}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}$

067 답 (1) $\frac{89}{2}$ (2) 1

(1) $\cos 89^\circ=\cos(90^\circ-1^\circ)=\sin 1^\circ$,

$\cos 88^\circ=\cos(90^\circ-2^\circ)=\sin 2^\circ$,

$\vdots$

$\cos 46^\circ=\cos(90^\circ-44^\circ)=\sin 44^\circ$이므로

$\cos^2 1^\circ+\cos^2 2^\circ+\cdots+\cos^2 89^\circ+\cos^2 90^\circ$

$=(\cos^2 1^\circ+\cos^2 89^\circ)+(\cos^2 2^\circ+\cos^2 88^\circ)+\cdots$

$+(\cos^2 44^\circ+\cos^2 46^\circ)+\cos^2 45^\circ+\cos^2 90^\circ$

$=(\cos^2 1^\circ+\sin^2 1^\circ)+(\cos^2 2^\circ+\sin^2 2^\circ)+\cdots$

$+(\cos^2 44^\circ+\sin^2 44^\circ)+\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2$

$=\underbrace{1+1+\cdots+1}_{44\text{개}}+\frac{1}{2}=\frac{89}{2}$

(2) $\tan 80^\circ=\tan(90^\circ-10^\circ)=\frac{1}{\tan 10^\circ}$,

$\tan 70^\circ=\tan(90^\circ-20^\circ)=\frac{1}{\tan 20^\circ}$,

$\tan 60^\circ=\tan(90^\circ-30^\circ)=\frac{1}{\tan 30^\circ}$,

$\tan 50^\circ=\tan(90^\circ-40^\circ)=\frac{1}{\tan 40^\circ}$이므로

$\tan 10^\circ\times\tan 20^\circ\times\cdots\times\tan 70^\circ\times\tan 80^\circ$

$=(\tan 10^\circ\times\tan 80^\circ)\times(\tan 20^\circ\times\tan 70^\circ)$

$\times(\tan 30^\circ\times\tan 60^\circ)\times(\tan 40^\circ\times\tan 50^\circ)$

$=\left(\tan 10^\circ\times\frac{1}{\tan 10^\circ}\right)\times\left(\tan 20^\circ\times\frac{1}{\tan 20^\circ}\right)$

$\times\left(\tan 30^\circ\times\frac{1}{\tan 30^\circ}\right)\times\left(\tan 40^\circ\times\frac{1}{\tan 40^\circ}\right)$

$=1\times1\times1\times1=1$

068 답 (1) 최댓값 : 3, 최솟값 : -1
(2) 최댓값 : 0, 최솟값 : -6
(3) 최댓값 : 1, 최솟값 : -5
(4) 최댓값 : 4, 최솟값 : 0

(1) $\sin\left(\frac{\pi}{2}+x\right)=\cos x$이므로 $y=2\cos x+1$
$\cos x=t$로 치환하면 $y=2t+1$
이때 $-1\le t\le 1$이므로 $-1\le 2t+1\le 3$
따라서 최댓값은 3, 최솟값은 -1이다.

(2) $\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=\cos x$이므로 $y=3\cos x-3$
$\cos x=t$로 치환하면 $y=3t-3$
이때 $-1\le t\le 1$이므로 $-6\le 3t-3\le 0$
따라서 최댓값은 0, 최솟값은 -6이다.

(3) $\cos\left(\frac{\pi}{2}+x\right)=-\sin x$이므로 $y=3\sin x-2$
$\sin x=t$로 치환하면 $y=3t-2$
이때 $-1\le t\le 1$이므로 $-5\le 3t-2\le 1$
따라서 최댓값은 1, 최솟값은 -5이다.

(4) $\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=\sin x$이므로 $y=2\sin x+2$
$\sin x=t$로 치환하면 $y=2t+2$
이때 $-1\le t\le 1$이므로 $0\le 2t+2\le 4$
따라서 최댓값은 4, 최솟값은 0이다.

069 답 (1) 최댓값 : 4, 최솟값 : 0
(2) 최댓값 : 6, 최솟값 : 3
(3) 최댓값 : -1, 최솟값 : -4

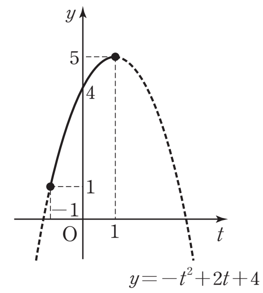
(1) $y=2|\sin x-1|$에서
$-2\le \sin x-1\le 0$,
$0\le |\sin x-1|\le 2$이므로
$0\le 2|\sin x-1|\le 4$
따라서 최댓값은 4, 최솟값은 0이다.

(2) $y=|2\sin x-1|+3$에서
$-3\le 2\sin x-1\le 1$, $0\le |2\sin x-1|\le 3$이므로
$3\le |2\sin x-1|+3\le 6$
따라서 최댓값은 6, 최솟값은 3이다.

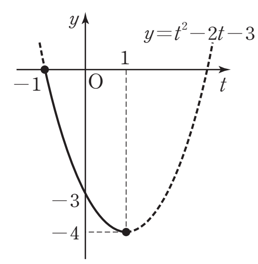
(3) $y=-2\left|\cos x-\frac{1}{2}\right|-1$에서
$-\frac{3}{2}\le \cos x-\frac{1}{2}\le \frac{1}{2}$, $0\le \left|\cos x-\frac{1}{2}\right|\le \frac{3}{2}$,
$-3\le -2\left|\cos x-\frac{1}{2}\right|\le 0$이므로
$-4\le -2\left|\cos x-\frac{1}{2}\right|-1\le -1$
따라서 최댓값은 -1, 최솟값은 -4이다.

070 답 (1) 최댓값 : 5, 최솟값 : 1
(2) 최댓값 : 0, 최솟값 : -4
(3) 최댓값 : $\frac{9}{4}$, 최솟값 : 0

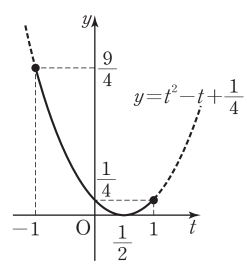
(1) $\sin^2 x+\cos^2 x=1$이므로
$y=-\sin^2 x+2\sin x+4$
$\sin x=t$로 치환하면
$y=-t^2+2t+4$
$=-(t-1)^2+5$
이때 $-1\le t\le 1$이므로
오른쪽 그림에서
$t=1$일 때 최댓값은 5,
$t=-1$일 때 최솟값은 1이다.



(2) $\sin^2 x+\cos^2 x=1$이므로
$y=\sin^2 x-2\sin x-3$
$\sin x=t$로 치환하면
$y=t^2-2t-3=(t-1)^2-4$
이때 $-1\le t\le 1$이므로
오른쪽 그림에서
$t=-1$일 때 최댓값은 0,
$t=1$일 때 최솟값은 -4이다.

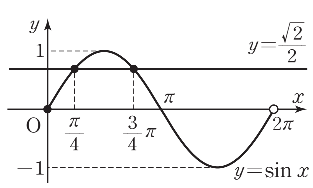


(3) $\sin^2 x+\cos^2 x=1$이므로
$y=\cos^2 x-\cos x+\frac{1}{4}$
$\cos x=t$로 치환하면
$y=t^2-t+\frac{1}{4}=\left(t-\frac{1}{2}\right)^2$
이때 $-1\le t\le 1$이므로
오른쪽 그림에서
$t=-1$일 때 최댓값은 $\frac{9}{4}$, $t=\frac{1}{2}$일 때 최솟값은 0이다.



071 답 (1) $x=\frac{\pi}{4}$ 또는 $x=\frac{3}{4}\pi$ (2) $x=\frac{\pi}{3}$ 또는 $x=\frac{5}{3}\pi$
(3) $x=\frac{\pi}{6}$ 또는 $x=\frac{11}{6}\pi$ (4) $x=\frac{\pi}{3}$ 또는 $x=\frac{4}{3}\pi$

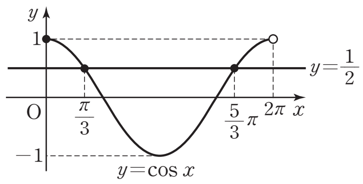
(1) $2\sin x-\sqrt{2}=0$ 즉, $\sin x=\frac{\sqrt{2}}{2}$의 해는
함수 $y=\sin x\,(0\le x<2\pi)$의 그래프와 직선 $y=\frac{\sqrt{2}}{2}$의
교점의 x좌표이므로 $x=\frac{\pi}{4}$ 또는 $x=\frac{3}{4}\pi$



(2) $2\cos x-1=0$, 즉 $\cos x=\frac{1}{2}$의 해는

함수 $y=\cos x\,(0\le x<2\pi)$의 그래프와 직선 $y=\frac{1}{2}$의

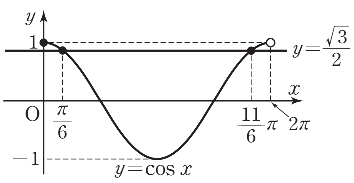
교점의 x좌표이므로 $x=\frac{\pi}{3}$ 또는 $x=\frac{5}{3}\pi$



(3) $2\cos x-\sqrt{3}=0$, 즉 $\cos x=\frac{\sqrt{3}}{2}$의 해는

함수 $y=\cos x\,(0\le x<2\pi)$의 그래프와 직선 $y=\frac{\sqrt{3}}{2}$의

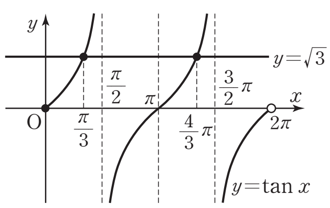
교점의 x좌표이므로 $x=\frac{\pi}{6}$ 또는 $x=\frac{11}{6}\pi$



(4) $2\tan x-2\sqrt{3}=0$, 즉 $\tan x=\sqrt{3}$의 해는

함수 $y=\tan x\,(0\le x<2\pi)$의 그래프와 직선 $y=\sqrt{3}$의

교점의 x좌표이므로 $x=\frac{\pi}{3}$ 또는 $x=\frac{4}{3}\pi$



072 답 (1) $x=\frac{\pi}{12}$ 또는 $x=\frac{5}{12}\pi$ 또는 $x=\frac{13}{12}\pi$ 또는 $x=\frac{17}{12}\pi$

(2) $x=\frac{\pi}{2}$ 또는 $x=\pi$

(3) $x=\frac{2}{9}\pi$ 또는 $x=\frac{8}{9}\pi$ 또는 $x=\frac{14}{9}\pi$

(1) $\sin(2x+\pi)=-\frac{1}{2}$에서 $2x+\pi=t$로 치환하면 $\sin t=-\frac{1}{2}$

$0\le x<2\pi$이므로 $\pi\le t<5\pi$

따라서 구하는 해는 함수 $y=\sin t\,(\pi\le t<5\pi)$의 그래프와

직선 $y=-\frac{1}{2}$의 교점의 t좌표이므로

$t=\frac{7}{6}\pi$ 또는 $t=\frac{11}{6}\pi$ 또는 $t=\frac{19}{6}\pi$ 또는 $t=\frac{23}{6}\pi$

$\therefore$ $x=\frac{\pi}{12}$ 또는 $x=\frac{5}{12}\pi$ 또는 $x=\frac{13}{12}\pi$ 또는 $x=\frac{17}{12}\pi$

(2) $\cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=-\frac{\sqrt{2}}{2}$에서 $x+\frac{\pi}{4}=t$로 치환하면

$\cos t=-\frac{\sqrt{2}}{2}$

$0\le x<2\pi$이므로 $\frac{\pi}{4}\le t<\frac{9}{4}\pi$

따라서 구하는 해는 함수 $y=\cos t\left(\frac{\pi}{4}\le t<\frac{9}{4}\pi\right)$의 그래프와

직선 $y=-\frac{\sqrt{2}}{2}$의 교점의 t좌표이므로 $t=\frac{3}{4}\pi$ 또는 $t=\frac{5}{4}\pi$

$\therefore$ $x=\frac{\pi}{2}$ 또는 $x=\pi$

(3) $\tan\frac{3}{2}x=\sqrt{3}$에서 $\frac{3}{2}x=t$로 치환하면 $\tan t=\sqrt{3}$

$0\le x<2\pi$이므로 $0\le t<3\pi$

따라서 구하는 해는 함수 $y=\tan t\,(0\le t<3\pi)$의 그래프와

직선 $y=\sqrt{3}$의 교점의 t좌표이므로

$t=\frac{\pi}{3}$ 또는 $t=\frac{4}{3}\pi$ 또는 $t=\frac{7}{3}\pi$

$\therefore$ $x=\frac{2}{9}\pi$ 또는 $x=\frac{8}{9}\pi$ 또는 $x=\frac{14}{9}\pi$

073 답 (1) $x=\frac{\pi}{2}$ 또는 $x=\frac{7}{6}\pi$ 또는 $x=\frac{11}{6}\pi$

(2) $x=\frac{\pi}{3}$ 또는 $x=\frac{5}{3}\pi$

(1) $2\sin^2 x-\sin x-1=0$

$(2\sin x+1)(\sin x-1)=0$

$\therefore$ $\sin x=-\frac{1}{2}$ 또는 $\sin x=1$

$0\le x<2\pi$에서

(i) $\sin x=-\frac{1}{2}$일 때, $x=\frac{7}{6}\pi$ 또는 $x=\frac{11}{6}\pi$

(ii) $\sin x=1$일 때, $x=\frac{\pi}{2}$

$\therefore$ $x=\frac{\pi}{2}$ 또는 $x=\frac{7}{6}\pi$ 또는 $x=\frac{11}{6}\pi$

(2) $\sin^2 x+\cos^2 x=1$이므로 $2\sin^2 x-5\cos x+1=0$

$2(1-\cos^2 x)-5\cos x+1=0$

$2\cos^2 x+5\cos x-3=0$

$(2\cos x-1)(\cos x+3)=0$

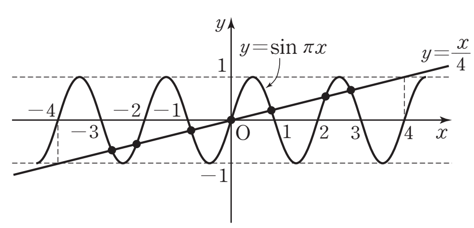
$\therefore$ $\cos x=\frac{1}{2}$ ($\because$ $-1\le\cos x\le1$)

$0\le x<2\pi$에서 $\cos x=\frac{1}{2}$일 때, $x=\frac{\pi}{3}$ 또는 $x=\frac{5}{3}\pi$

074 답 (1) 7개 (2) 2개

(1) $\sin\pi x=\frac{x}{4}$의 서로 다른 실근의 개수는 함수 $y=\sin\pi x$의

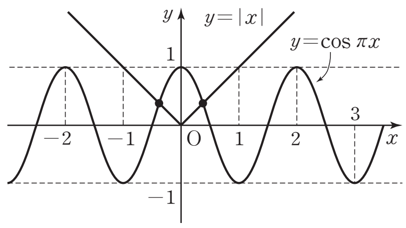
그래프와 직선 $y=\frac{x}{4}$의 교점의 개수와 같다.



위의 그림에서 교점의 개수가 7개이므로

$\sin \pi x=\frac{x}{4}$의 서로 다른 실근의 개수는 7개이다.

(2) $\cos \pi x=|x|$의 서로 다른 실근의 개수는 함수 $y=\cos \pi x$의 그래프와 $y=|x|$의 그래프의 교점의 개수와 같다.



위의 그림에서 교점의 개수가 2개이므로 $\cos \pi x=|x|$의 서로 다른 실근의 개수는 2개이다.

075 답 (1) $\frac{7}{6}\pi<x<\frac{11}{6}\pi$

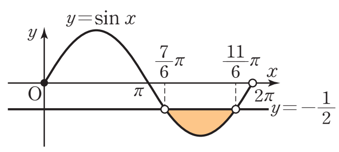
(2) $0\le x\le\frac{\pi}{3}$ 또는 $\frac{2}{3}\pi\le x<2\pi$

(3) $0\le x\le\frac{2}{3}\pi$ 또는 $\frac{4}{3}\pi\le x<2\pi$

(4) $\frac{\pi}{2}<x<\frac{5}{6}\pi$ 또는 $\frac{3}{2}\pi<x<\frac{11}{6}\pi$

(1) $2\sin x<-1$에서 $\sin x<-\frac{1}{2}$

함수 $y=\sin x\,(0\le x<2\pi)$의 그래프와 직선 $y=-\frac{1}{2}$의 그래프는 다음 그림과 같다.

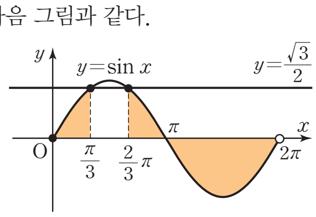


$\sin x=-\frac{1}{2}$에서 $x=\frac{7}{6}\pi$ 또는 $x=\frac{11}{6}\pi$

함수 $y=\sin x$의 그래프가 직선 $y=-\frac{1}{2}$의 그래프보다 아래쪽에 있는 x의 값의 범위는 $\frac{7}{6}\pi<x<\frac{11}{6}\pi$

(2) $2\sin x-\sqrt{3}\le 0$에서 $\sin x\le\frac{\sqrt{3}}{2}$

함수 $y=\sin x\,(0\le x<2\pi)$의 그래프와 직선 $y=\frac{\sqrt{3}}{2}$의 그래프는 다음 그림과 같다.



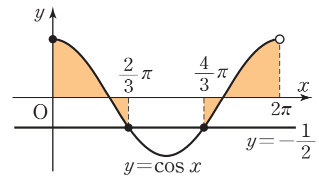
$\sin x=\frac{\sqrt{3}}{2}$에서 $x=\frac{\pi}{3}$ 또는 $x=\frac{2}{3}\pi$

함수 $y=\sin x$의 그래프가 직선 $y=\frac{\sqrt{3}}{2}$의 그래프와 만나거나 아래쪽에 있는 x의 값의 범위는

$0\le x\le\frac{\pi}{3}$ 또는 $\frac{2}{3}\pi\le x<2\pi$

(3) $2\cos x+1\ge 0$에서 $\cos x\ge-\frac{1}{2}$

함수 $y=\cos x\,(0\le x<2\pi)$의 그래프와 직선 $y=-\frac{1}{2}$의 그래프는 다음 그림과 같다.



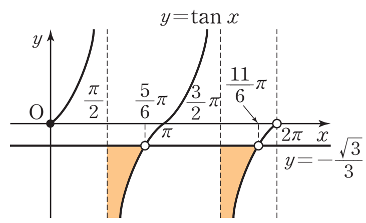
$\cos x=-\frac{1}{2}$에서 $x=\frac{2}{3}\pi$ 또는 $x=\frac{4}{3}\pi$

함수 $y=\cos x$의 그래프가 직선 $y=-\frac{1}{2}$의 그래프와 만나거나 위쪽에 있는 x의 값의 범위는

$0\le x\le\frac{2}{3}\pi$ 또는 $\frac{4}{3}\pi\le x<2\pi$

(4) $\sqrt{3}\tan x+1<0$에서 $\tan x<-\frac{\sqrt{3}}{3}$

함수 $y=\tan x\,(0\le x<2\pi)$의 그래프와 직선 $y=-\frac{\sqrt{3}}{3}$의 그래프는 다음 그림과 같다.



$\tan x=-\frac{\sqrt{3}}{3}$에서 $x=\frac{5}{6}\pi$ 또는 $x=\frac{11}{6}\pi$

함수 $y=\tan x$의 그래프가 직선 $y=-\frac{\sqrt{3}}{3}$의 그래프보다 아래쪽에 있는 x의 값의 범위는

$\frac{\pi}{2}<x<\frac{5}{6}\pi$ 또는 $\frac{3}{2}\pi<x<\frac{11}{6}\pi$

076 답 (1) $\frac{\pi}{4}\le x\le\frac{3}{4}\pi$ 또는 $\frac{5}{4}\pi\le x\le\frac{7}{4}\pi$

(2) $0\le x<\frac{\pi}{3}$ 또는 $\frac{5}{3}\pi<x<2\pi$

(1) $2\sin^2 x-1\ge 0$

$\left(\sin x-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\left(\sin x+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\ge 0$

$\therefore \sin x\le-\frac{\sqrt{2}}{2}$ 또는 $\sin x\ge\frac{\sqrt{2}}{2}$

$0\le x<2\pi$에서

(i) $\sin x=-\frac{\sqrt{2}}{2}$일 때, $x=\frac{5}{4}\pi$ 또는 $x=\frac{7}{4}\pi$

(ii) $\sin x=\frac{\sqrt{2}}{2}$일 때, $x=\frac{\pi}{4}$ 또는 $x=\frac{3}{4}\pi$

함수 $y=\sin x$의 그래프가 직선 $y=-\frac{\sqrt{2}}{2}$의 그래프와 만나거

나 아래쪽에 있고, 직선 $y=\frac{\sqrt{2}}{2}$의 그래프와 만나거나 위쪽에 있는 x의 값의 범위는

$\frac{\pi}{4}\le x\le\frac{3}{4}\pi$ 또는 $\frac{5}{4}\pi\le x\le\frac{7}{4}\pi$

(2) $2\sin^2 x-3\cos x<0$에서 $\sin^2 x=1-\cos^2 x$이므로

$2(1-\cos^2 x)-3\cos x<0$

$2\cos^2 x+3\cos x-2>0$

$(\cos x+2)(2\cos x-1)>0$

$\therefore \cos x>\frac{1}{2}$ ($\because -1\le\cos x\le1$)

$0\le x<2\pi$에서 $\cos x=\frac{1}{2}$일 때, $x=\frac{\pi}{3}$ 또는 $x=\frac{5}{3}\pi$

함수 $y=\cos x$의 그래프가 직선 $y=\frac{1}{2}$의 그래프보다 위쪽에 있는 x의 값의 범위는 $0\le x<\frac{\pi}{3}$ 또는 $\frac{5}{3}\pi<x<2\pi$

077 답 $\frac{8}{15}$

$\overline{OP}=\sqrt{6^2+(-8)^2}=10$이므로 $\sin\theta=-\frac{8}{10}=-\frac{4}{5}$

$\tan\theta=-\frac{8}{6}=-\frac{4}{3}$

$\therefore \sin\theta-\tan\theta=-\frac{4}{5}+\frac{4}{3}=\frac{8}{15}$

078 답 ⑤

$\sin\theta\cos\theta<0$이고 $\sin\theta>\cos\theta$이므로 $\sin\theta>0$, $\cos\theta<0$

따라서 각 θ는 제2사분면의 각이므로 $\tan\theta<0$

⑤ $\frac{\tan\theta}{\cos\theta}>0$

079 답 $-\sqrt{2}$

θ는 제4사분면의 각이므로 $\sin\theta<0$, $\cos\theta>0$, $\tan\theta<0$

$(\sin\theta-\cos\theta)^2=\sin^2\theta+\cos^2\theta-2\sin\theta\cos\theta$

$=1-2\times\left(-\frac{1}{2}\right)=2$

$\sin\theta<0$, $\cos\theta>0$이므로 $\sin\theta-\cos\theta=-\sqrt{2}$

080 답 $1-2\cos^2\theta$

$\sin^4\theta-\cos^4\theta=(\sin^2\theta)^2-(\cos^2\theta)^2$

$=(\sin^2\theta+\cos^2\theta)(\sin^2\theta-\cos^2\theta)$

$=\sin^2\theta-\cos^2\theta=(1-\cos^2\theta)-\cos^2\theta$

$=1-2\cos^2\theta$

081 답 $-\frac{3}{4}$, $\frac{11}{16}$

이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$\sin\theta+\cos\theta=\frac{1}{2}$, $\sin\theta\cos\theta=\frac{k}{2}$

$\sin\theta+\cos\theta=\frac{1}{2}$의 양변을 제곱하면

$\sin^2\theta+\cos^2\theta+2\sin\theta\cos\theta=\frac{1}{4}$

$1+2\sin\theta\cos\theta=\frac{1}{4}$에 $\sin\theta\cos\theta=\frac{k}{2}$를 대입하면 $k=-\frac{3}{4}$

$\therefore \sin^3\theta+\cos^3\theta=(\sin\theta+\cos\theta)(\sin^2\theta-\sin\theta\cos\theta+\cos^2\theta)$

$=\frac{1}{2}\times\left\{1-\left(-\frac{3}{8}\right)\right\}=\frac{11}{16}$

082 답 ③

$f(x-1)=f(x+1)$의 양변에 x 대신 $x-1$을 대입하면

$f(x-2)=f(x)$이므로

$f(24)=f(22)=\cdots=f(4)=2$

$f(31)=f(29)=\cdots=f(5)=-1$

$\therefore f(24)+f(31)=1$

083 답 ④, ⑤

① 주기가 π인 함수이다.

② 정의역은 $x=n\pi+\frac{\pi}{2}$ (n은 정수)를 제외한 실수 전체의 집합이다.

③ 그래프는 원점에 대하여 대칭이다.

084 답 $\frac{4}{9}$

함수 $y=a\sin 3x$의 최댓값이 $\frac{2}{3}$이므로 $|a|=\frac{2}{3}$

$\therefore a=\frac{2}{3}$ ($\because a>0$)

주기가 $b\pi$이므로 $\frac{2\pi}{3}=b\pi$　　$\therefore b=\frac{2}{3}$

$\therefore ab=\frac{4}{9}$

085 답 $a=1$, $b=2$, $c=\pi$, $d=2$

주어진 그래프에서 함수의 최댓값이 3, 최솟값이 1이고 $a>0$이므로

최댓값 : $a+d=3$ ...... ㉠

최솟값 : $-a+d=1$ ...... ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=1$, $d=2$

주기는 π이고 $b>0$이므로 $\frac{2\pi}{b}=\pi$　　$\therefore b=2$

따라서 주어진 함수의 식은 $y=\cos(2x+c)+2$이고,

점 $\left(\frac{\pi}{2}, 3\right)$을 지나므로

$3=\cos(\pi+c)+2$　　$\therefore \cos(\pi+c)=1$

$\frac{\pi}{2}<c<\frac{3}{2}\pi$이므로 $c=\pi$

086 답 ①

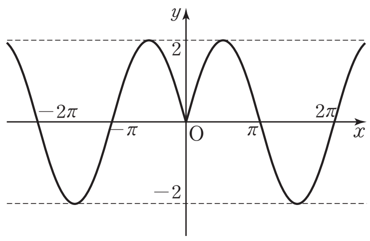
① 정의역은 $x=\frac{n}{4}\pi+\frac{\pi}{8}$ (n은 정수)를 제외한 실수 전체의 집합이다.

③ 주기는 $\frac{\pi}{|4|}=\frac{\pi}{4}$

④ $y=\sqrt{3}\tan 4x$에 $x=\frac{\pi}{16}$를 대입하면

$y=\sqrt{3}\times\tan\frac{\pi}{4}=\sqrt{3}\times 1=\sqrt{3}$

087 답 풀이 참고, 치역 : $\{y\mid -2\le y\le 2\}$, 주기 : 없다.



088 답 $\sqrt{2}+\sqrt{3}$

$\sin\frac{9}{4}\pi=\sin\left(2\pi+\frac{\pi}{4}\right)=\sin\frac{\pi}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\cos\frac{\pi}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\tan\frac{7}{3}\pi=\tan\left(2\pi+\frac{\pi}{3}\right)=\tan\frac{\pi}{3}=\sqrt{3}$

$\therefore \sin\frac{9}{4}\pi+\cos\frac{\pi}{4}+\tan\frac{7}{3}\pi=\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}+\sqrt{3}=\sqrt{2}+\sqrt{3}$

089 답 $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\cos\left(\pi-\frac{\pi}{3}\right)=-\cos\frac{\pi}{3}=-\frac{1}{2}$

$\sin\left(\pi+\frac{\pi}{6}\right)=-\sin\frac{\pi}{6}=-\frac{1}{2}$

$\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)=-\sin\frac{\pi}{4}=-\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\therefore \cos\left(\pi-\frac{\pi}{3}\right)-\sin\left(\pi+\frac{\pi}{6}\right)+\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)$

$=-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}=-\frac{\sqrt{2}}{2}$

090 답 1

$\cos 70^\circ=\cos(90^\circ-20^\circ)=\sin 20^\circ$,

$\sin 70^\circ=\sin(90^\circ-20^\circ)=\cos 20^\circ$이므로

$\left(1-\frac{1}{\sin 20^\circ}\right)\left(1+\frac{1}{\cos 70^\circ}\right)\left(1-\frac{1}{\cos 20^\circ}\right)\left(1+\frac{1}{\sin 70^\circ}\right)$

$=\left(1-\frac{1}{\sin 20^\circ}\right)\left(1+\frac{1}{\sin 20^\circ}\right)\left(1-\frac{1}{\cos 20^\circ}\right)\left(1+\frac{1}{\cos 20^\circ}\right)$

$=\left(1-\frac{1}{\sin^2 20^\circ}\right)\left(1-\frac{1}{\cos^2 20^\circ}\right)$

$=\left(\frac{\sin^2 20^\circ-1}{\sin^2 20^\circ}\right)\left(\frac{\cos^2 20^\circ-1}{\cos^2 20^\circ}\right)$

$=-\frac{\cos^2 20^\circ}{\sin^2 20^\circ}\times\left(-\frac{\sin^2 20^\circ}{\cos^2 20^\circ}\right)=1$

091 답 ④

$\sin^2 x+\cos^2 x=1$이므로

$y=4\sin^2 x-4\sin x-3$

$\sin x=t$로 치환하면

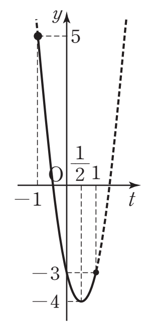
$y=4t^2-4t-3=4\left(t-\frac{1}{2}\right)^2-4$

이때 $-1\le t\le 1$이므로 오른쪽 그림에서

$t=-1$일 때 최댓값은 5,

$t=\frac{1}{2}$일 때 최솟값은 -4

따라서 $M=5$, $m=-4$이므로 $M+m=1$



092 답 $-\frac{2}{3}\pi$

$\sin\frac{x}{2}=\frac{\sqrt{3}}{2}$에서 $\frac{x}{2}=t$로 치환하면 $\sin t=\frac{\sqrt{3}}{2}$

$0\le x<2\pi$이므로 $0\le t<\pi$

따라서 함수 $y=\sin t\,(0\le t<\pi)$의 그래프와 직선 $y=\frac{\sqrt{3}}{2}$의 교점의 t좌표는 $t=\frac{\pi}{3}$ 또는 $t=\frac{2}{3}\pi$이므로

$x=\frac{2}{3}\pi$ 또는 $x=\frac{4}{3}\pi$

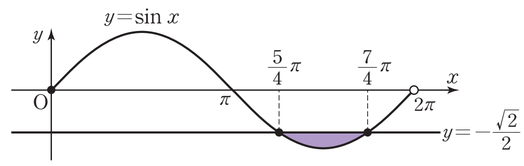
$\alpha>\beta$이므로 $\alpha=\frac{4}{3}\pi$, $\beta=\frac{2}{3}\pi$

$\therefore \beta-\alpha=\frac{2}{3}\pi-\frac{4}{3}\pi=-\frac{2}{3}\pi$

093 답 $\frac{\pi}{2}$

$4\sin x+2\sqrt{2}\le 0$에서 $\sin x\le -\frac{\sqrt{2}}{2}$

함수 $y=\sin x\,(0\le x<2\pi)$의 그래프와 직선 $y=-\frac{\sqrt{2}}{2}$의 그래프는 다음 그림과 같다.



$\sin x=-\frac{\sqrt{2}}{2}$에서 $x=\frac{5}{4}\pi$ 또는 $x=\frac{7}{4}\pi$

함수 $y=\sin x$의 그래프가 직선 $y=-\frac{\sqrt{2}}{2}$의 그래프와 만나거나 아래쪽에 있는 x의 값의 범위는 $\frac{5}{4}\pi\le x\le\frac{7}{4}\pi$

따라서 $\alpha=\frac{5}{4}\pi$, $\beta=\frac{7}{4}\pi$이므로 $\beta-\alpha=\frac{7}{4}\pi-\frac{5}{4}\pi=\frac{\pi}{2}$

094 답 $\frac{\pi}{3}\le\theta\le\frac{5}{3}\pi$

$x^2-4x\sin\theta+6\cos\theta=0$의 판별식을 D라 하면

$\frac{D}{4}=(-2\sin\theta)^2-6\cos\theta\ge0$, $2\cos^2\theta+3\cos\theta-2\le0$

$4(1-\cos^2\theta)-6\cos\theta\ge0$

$(2\cos\theta-1)(\cos\theta+2)\le0$

$\therefore -1\le\cos\theta\le\frac{1}{2}$ $(\because -1\le\cos\theta\le1)$

$0\le\theta<2\pi$에서

(i) $\cos\theta=-1$일 때, $\theta=\pi$

(ii) $\cos\theta=\frac{1}{2}$일 때, $\theta=\frac{\pi}{3}$ 또는 $\theta=\frac{5}{3}\pi$

함수 $y=\cos\theta$의 그래프가 직선 $y=-1$의 그래프와 만나거나 위쪽에 있고, 직선 $y=\frac{1}{2}$의 그래프와 만나거나 아래쪽에 있는 θ의 값의 범위는 $\frac{\pi}{3}\le\theta\le\frac{5}{3}\pi$

3 사인법칙과 코사인법칙

123쪽~134쪽

095 답 (1) $\sqrt{6}$ (2) 8

(1) 사인법칙에 의하여 $\frac{3}{\sin60^\circ}=\frac{x}{\sin45^\circ}$이므로

$\frac{3}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=\frac{x}{\frac{\sqrt{2}}{2}}$ $\therefore x=\sqrt{6}$

(2) 사인법칙에 의하여 $\frac{4\sqrt{2}}{\sin30^\circ}=\frac{x}{\sin45^\circ}$이므로

$\frac{4\sqrt{2}}{\frac{1}{2}}=\frac{x}{\frac{\sqrt{2}}{2}}$ $\therefore x=8$

096 답 (1) $6\sqrt{2}$ (2) $10\sqrt{3}$ (3) $2\sqrt{3}$ (4) $2\sqrt{3}$

(1) 사인법칙에 의하여 $\frac{6}{\sin30^\circ}=\frac{b}{\sin45^\circ}$이므로

$\frac{6}{\frac{1}{2}}=\frac{b}{\frac{\sqrt{2}}{2}}$ $\therefore b=6\sqrt{2}$

(2) 사인법칙에 의하여 $\frac{10}{\sin30^\circ}=\frac{c}{\sin60^\circ}$이므로

$\frac{10}{\frac{1}{2}}=\frac{c}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$ $\therefore c=10\sqrt{3}$

(3) 사인법칙에 의하여 $\frac{a}{\sin120^\circ}=\frac{2}{\sin30^\circ}$이므로

$\frac{a}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=\frac{2}{\frac{1}{2}}$ $\therefore a=2\sqrt{3}$

(4) $60^\circ+B+75^\circ=180^\circ$이므로 $B=45^\circ$

사인법칙에 의하여 $\frac{3\sqrt{2}}{\sin60^\circ}=\frac{b}{\sin45^\circ}$이므로

$\frac{3\sqrt{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=\frac{b}{\frac{\sqrt{2}}{2}}$ $\therefore b=2\sqrt{3}$

097 답 (1) 90° (2) 30° (3) 30°

(1) 사인법칙에 의하여 $\frac{6\sqrt{3}}{\sin60^\circ}=\frac{12}{\sin C}$이므로

$\frac{6\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=\frac{12}{\sin C}$ $\therefore \sin C=1$

$\therefore C=90^\circ$ $(\because 0^\circ<C<120^\circ)$

(2) 사인법칙에 의하여 $\frac{5}{\sin B}=\frac{5\sqrt{2}}{\sin45^\circ}$이므로

$\frac{5}{\sin B}=\frac{5\sqrt{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}}$ $\therefore \sin B=\frac{1}{2}$

$\therefore B=30^\circ$ $(\because 0^\circ<B<135^\circ)$

(3) 사인법칙에 의하여 $\frac{2\sqrt{2}}{\sin A}=\frac{4}{\sin135^\circ}$이므로

$\frac{2\sqrt{2}}{\sin A}=\frac{4}{\frac{\sqrt{2}}{2}}$ $\therefore \sin A=\frac{1}{2}$

$\therefore A=30^\circ$ $(\because 0^\circ<A<45^\circ)$

098 답 (1) 2 (2) $\frac{5\sqrt{2}}{2}$ (3) $6\sqrt{2}$ (4) 4

(1) 사인법칙에 의하여 $\frac{2\sqrt{3}}{\sin60^\circ}=2R$이므로

$\frac{2\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=2R$ $\therefore R=2$

(2) 사인법칙에 의하여 $\frac{5}{\sin45^\circ}=2R$이므로

$\frac{5}{\frac{\sqrt{2}}{2}}=2R$ $\therefore R=\frac{5\sqrt{2}}{2}$

(3) 사인법칙에 의하여 $\frac{6\sqrt{2}}{\sin150^\circ}=2R$이므로

$\frac{6\sqrt{2}}{\frac{1}{2}}=2R$ $\therefore R=6\sqrt{2}$

(4) $C=180^\circ-(60^\circ+75^\circ)=45^\circ$

사인법칙에 의하여 $\frac{4\sqrt{2}}{\sin45^\circ}=2R$이므로

$\frac{4\sqrt{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}}=2R$ $\therefore R=4$

099 답 (1) 4 (2) 6 (3) $12\sqrt{3}$

(1) 외접원의 반지름의 길이를 R라 하면

$4\cdot\frac{b}{2R}-\frac{c}{2R}=\frac{a}{2R}$에서

$4b-c=a$, $4b=a+c=16$ $\therefore b=4$

(2) 외접원의 반지름의 길이를 R라 하면

$\frac{c}{2R}-3\cdot\frac{a}{2R}=\frac{b}{2R}$에서

$c-3a=b$, $3a=c-b=18$ $\therefore a=6$

(3) 외접원의 반지름의 길이를 R라 하면

$\frac{a}{2R}+\frac{b}{2R}+\frac{c}{2R}=\sqrt{6}$에서

$a+b+c=2\sqrt{6}R$

$\therefore a+b+c=12\sqrt{3}$

100 답 (1) 5 (2) $\frac{2}{3}$ (3) $4:5:6$ (4) $2:3:5$

(1) $a:b:c=\sin A:\sin B:\sin C=2:5:4$이므로

$a=2k$, $b=5k$, $c=4k$라 하면 $\frac{bc}{a^2}=\frac{20k^2}{4k^2}=5$

(2) $A+B+C=180^\circ$이고, $A:B:C=1:2:3$이므로

$A=180^\circ\times\frac{1}{6}=30^\circ$, $B=180^\circ\times\frac{2}{6}=60^\circ$, $C=180^\circ\times\frac{3}{6}=90^\circ$

$\therefore \sin A:\sin B:\sin C=\frac{1}{2}:\frac{\sqrt{3}}{2}:1=1:\sqrt{3}:2$

이때 $a:b:c=\sin A:\sin B:\sin C=1:\sqrt{3}:2$이므로

$a=k$, $b=\sqrt{3}k$, $c=2k$라 하면 $\frac{ac}{b^2}=\frac{2k^2}{3k^2}=\frac{2}{3}$

(3) $a:b:c=\sin A:\sin B:\sin C=5:3:7$이므로

$a=5k$, $b=3k$, $c=7k$라 하면

$(a+b):(b+c):(c+a)=8k:10k:12k=4:5:6$

(4) $a+b-c=0$ …… ㉠

$2a-3b+c=0$ …… ㉡

$2\times$㉠$-$㉡을 하면

$5b-3c=0$ $\therefore b=\frac{3}{5}c$ …… ㉢

㉢을 ㉠에 대입하면

$a+\frac{3}{5}c-c=0$ $\therefore a=\frac{2}{5}c$

따라서 $a:b:c=\frac{2}{5}c:\frac{3}{5}c:c=2:3:5$이므로

$\sin A:\sin B:\sin C=a:b:c=2:3:5$

101 답 (1) $4\sqrt{3}$ (2) $2\sqrt{2}+2\sqrt{6}$ (3) $1+\sqrt{3}$

(1) $x=2\sqrt{3}\cos 60^\circ+6\cos 30^\circ=\sqrt{3}+3\sqrt{3}=4\sqrt{3}$

(2) $x=4\cos 45^\circ+4\sqrt{2}\cos 30^\circ=2\sqrt{2}+2\sqrt{6}$

(3) $x=2\cos 60^\circ+\sqrt{6}\cos 45^\circ=1+\sqrt{3}$

102 답 (1) $\sqrt{3}$ (2) $\sqrt{5}$

(1) $x^2=a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$

$=(2\sqrt{3})^2+3^2-2\cdot2\sqrt{3}\cdot3\cdot\cos 30^\circ$

$=21-18=3$

$\therefore x=\sqrt{3}$ ($\because x>0$)

(2) $x^2=b^2=c^2+a^2-2ca\cos B$

$=(2\sqrt{2})^2+3^2-2\cdot2\sqrt{2}\cdot3\cdot\cos 45^\circ$

$=17-12=5$

$\therefore x=\sqrt{5}$ ($\because x>0$)

103 답 (1) $\sqrt{39}$ (2) $\sqrt{7}$ (3) 2 (4) 13

(1) $a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$

$=5^2+7^2-2\cdot5\cdot7\cdot\cos 60^\circ$

$=74-35=39$

$\therefore a=\sqrt{39}$ ($\because a>0$)

(2) $c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$

$=4^2+(3\sqrt{3})^2-2\cdot4\cdot3\sqrt{3}\cdot\cos 30^\circ$

$=43-36=7$

$\therefore c=\sqrt{7}$ ($\because c>0$)

(3) $b^2=c^2+a^2-2ca\cos B$

$=(1+\sqrt{3})^2+(\sqrt{2})^2-2\cdot(1+\sqrt{3})\cdot\sqrt{2}\cdot\cos 45^\circ$

$=6+2\sqrt{3}-2-2\sqrt{3}=4$

$\therefore b=2$ ($\because b>0$)

(4) $a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$

$=8^2+7^2-2\cdot8\cdot7\cdot\cos 120^\circ$

$=113+56=169$

$\therefore a=13$ ($\because a>0$)

104 답 (1) $\frac{3}{4}$ (2) $\frac{5\sqrt{3}}{9}$ (3) $\frac{8}{15}$

(1) $\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\frac{5^2+6^2-4^2}{2\cdot5\cdot6}=\frac{45}{60}=\frac{3}{4}$

(2) $\cos C=\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}=\frac{3^2+(2\sqrt{3})^2-1^2}{2\cdot3\cdot2\sqrt{3}}=\frac{20}{12\sqrt{3}}=\frac{5\sqrt{3}}{9}$

(3) $\cos B=\frac{c^2+a^2-b^2}{2ca}=\frac{3^2+5^2-(3\sqrt{2})^2}{2\cdot3\cdot5}=\frac{16}{30}=\frac{8}{15}$

105 답 (1) $\frac{11}{16}$ (2) $\frac{5}{8}$ (3) 45° (4) 120°

(1) $a=2k$, $b=3k$, $c=4k$라 하면

$\cos B=\frac{c^2+a^2-b^2}{2ca}=\frac{(4k)^2+(2k)^2-(3k)^2}{2\cdot4k\cdot2k}=\frac{11k^2}{16k^2}=\frac{11}{16}$

(2) $a=2k$, $b=6k$, $c=5k$라 하면

$\cos C=\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}=\frac{(2k)^2+(6k)^2-(5k)^2}{2\cdot2k\cdot6k}=\frac{15k^2}{24k^2}=\frac{5}{8}$

(3) $\cos C=\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}=\frac{(2\sqrt{2})^2+6^2-(2\sqrt{5})^2}{2\cdot2\sqrt{2}\cdot6}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\therefore C=45^\circ$ ($\because 0^\circ<C<180^\circ$)

(4) $\cos B=\frac{c^2+a^2-b^2}{2ca}=\frac{5^2+3^2-7^2}{2\cdot5\cdot3}=-\frac{1}{2}$

$\therefore B=120^\circ$ ($\because 0^\circ<B<180^\circ$)

106 답 (1) 정삼각형 (2) $C=90^\circ$인 직각삼각형

(1) 삼각형 ABC의 외접원의 반지름의 길이를 R라 하면

$\sin A=\frac{a}{2R}$, $\sin B=\frac{b}{2R}$, $\sin C=\frac{c}{2R}$이므로

$a\cdot\frac{a}{2R}=b\cdot\frac{b}{2R}=c\cdot\frac{c}{2R}$

$a^2=b^2=c^2$ $\quad\therefore a=b=c$ ($\because a>0,\ b>0,\ c>0$)

따라서 삼각형 ABC는 정삼각형이다.

(2) 삼각형 ABC의 외접원의 반지름의 길이를 R라 하면

$\sin A=\frac{a}{2R}$, $\sin B=\frac{b}{2R}$, $\sin C=\frac{c}{2R}$이므로

$\left(\frac{a}{2R}\right)^2+\left(\frac{b}{2R}\right)^2=\left(\frac{c}{2R}\right)^2$ $\quad\therefore a^2+b^2=c^2$

따라서 삼각형 ABC는 $C=90^\circ$인 직각삼각형이다.

107 답 (1) $A=90^\circ$인 직각삼각형 (2) $b=c$인 이등변삼각형

(1) $\cos B=\frac{c^2+a^2-b^2}{2ca}$, $\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$이므로

$a\cdot\frac{c^2+a^2-b^2}{2ca}=b\cdot\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}+c$

양변에 $2c$를 곱하여 정리하면 $b^2+c^2=a^2$

따라서 삼각형 ABC는 $A=90^\circ$인 직각삼각형이다.

(2) 삼각형 ABC의 외접원의 반지름의 길이를 R라 하면

$\sin A=\frac{a}{2R}$, $\sin C=\frac{c}{2R}$, $\cos B=\frac{c^2+a^2-b^2}{2ca}$이므로

$\frac{a}{2R}=2\cdot\frac{c^2+a^2-b^2}{2ca}\cdot\frac{c}{2R}$, $a^2=c^2+a^2-b^2$

$b^2-c^2=0$, $(b+c)(b-c)=0$ $\quad\therefore b=c$ ($\because b+c>0$)

따라서 삼각형 ABC는 $b=c$인 이등변삼각형이다.

108 답 (1) $12\sqrt{2}$ (2) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ (3) $2\sqrt{3}$ (4) $12\sqrt{3}$

(1) 삼각형 ABC의 넓이를 S라 하면

$S=\frac{1}{2}\cdot6\cdot8\cdot\sin45^\circ=\frac{1}{2}\cdot6\cdot8\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}=12\sqrt{2}$

(2) 삼각형 ABC의 넓이를 S라 하면

$S=\frac{1}{2}\cdot\sqrt{3}\cdot2\sqrt{2}\cdot\sin60^\circ=\frac{1}{2}\cdot\sqrt{3}\cdot2\sqrt{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{3\sqrt{2}}{2}$

(3) 삼각형 ABC의 넓이를 S라 하면

$S=\frac{1}{2}\cdot\sqrt{8}\cdot2\sqrt{6}\cdot\sin150^\circ=\frac{1}{2}\cdot2\sqrt{2}\cdot2\sqrt{6}\cdot\frac{1}{2}=2\sqrt{3}$

(4) 삼각형 ABC의 넓이를 S라 하면

$S=\frac{1}{2}\cdot8\cdot3\sqrt{6}\cdot\sin135^\circ=\frac{1}{2}\cdot8\cdot3\sqrt{6}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}=12\sqrt{3}$

109 답 (1) 6 (2) $4\sqrt{2}$ (3) $6\sqrt{3}$ (4) $2\sqrt{6}$

(1) $S=\frac{1}{2}\cdot2\sqrt{5}\cdot c\cdot\sin30^\circ=3\sqrt{5}$

$\frac{\sqrt{5}}{2}c=3\sqrt{5}$ $\quad\therefore c=6$

(2) $S=\frac{1}{2}\cdot\sqrt{6}\cdot b\cdot\sin45^\circ=2\sqrt{6}$

$\frac{\sqrt{3}}{2}b=2\sqrt{6}$ $\quad\therefore b=4\sqrt{2}$

(3) $S=\frac{1}{2}\cdot8\cdot c\cdot\sin60^\circ=36$

$2\sqrt{3}c=36$ $\quad\therefore c=6\sqrt{3}$

(4) $S=\frac{1}{2}\cdot a\cdot3\sqrt{2}\cdot\sin120^\circ=9$

$\frac{3\sqrt{6}}{4}a=9$ $\quad\therefore a=2\sqrt{6}$

110 답 (1) $4\sqrt{6}$ (2) $4\sqrt{5}$ (3) $6\sqrt{6}$ (4) $10\sqrt{3}$ (5) $12\sqrt{5}$

(1) $s=\frac{4+5+7}{2}=8$이므로

삼각형 ABC의 넓이를 S라 하면

$S=\sqrt{8(8-4)(8-5)(8-7)}=4\sqrt{6}$

(2) $s=\frac{3+7+6}{2}=8$이므로

삼각형 ABC의 넓이를 S라 하면

$S=\sqrt{8(8-3)(8-7)(8-6)}=4\sqrt{5}$

(3) $s=\frac{5+6+7}{2}=9$이므로

삼각형 ABC의 넓이를 S라 하면

$S=\sqrt{9(9-5)(9-6)(9-7)}=6\sqrt{6}$

(4) $s=\frac{5+7+8}{2}=10$이므로

삼각형 ABC의 넓이를 S라 하면

$S=\sqrt{10(10-5)(10-7)(10-8)}=10\sqrt{3}$

(5) $s=\frac{7+8+9}{2}=12$이므로

삼각형 ABC의 넓이를 S라 하면

$S=\sqrt{12(12-7)(12-8)(12-9)}=12\sqrt{5}$

111 답 (1) $\frac{9\sqrt{2}}{8}$ (2) $\frac{9\sqrt{5}}{5}$ (3) $\frac{27\sqrt{2}}{8}$

(1) $s=\frac{2+3+3}{2}=4$이므로

삼각형 ABC의 넓이를 S라 하면

$S=\sqrt{4(4-2)(4-3)(4-3)}=2\sqrt{2}$

외접원의 반지름의 길이를 R라 하면

$\frac{2\cdot3\cdot3}{4R}=2\sqrt{2}$ $\quad\therefore R=\frac{9\sqrt{2}}{8}$

(2) $s=\frac{6+6+8}{2}=10$이므로

삼각형 ABC의 넓이를 S라 하면

$S=\sqrt{10(10-6)(10-6)(10-8)}=8\sqrt{5}$

외접원의 반지름의 길이를 R라 하면

$\frac{6\cdot6\cdot8}{4R}=8\sqrt{5}$ $\quad\therefore R=\frac{9\sqrt{5}}{5}$

(3) $s=\dfrac{5+6+9}{2}=10$이므로

삼각형 ABC의 넓이를 S라 하면

$S=\sqrt{10(10-5)(10-6)(10-9)}=10\sqrt{2}$

외접원의 반지름의 길이를 R라 하면

$\dfrac{5\cdot6\cdot9}{4R}=10\sqrt{2}$ $\quad\therefore R=\dfrac{27\sqrt{2}}{8}$

112 답 (1) $7+6\sqrt{3}$ (2) $20\sqrt{3}$

(1) $\triangle\mathrm{ABD}=\dfrac{1}{2}\cdot4\cdot7\cdot\sin30^\circ=7$

$\triangle$BCD에서 $s=\dfrac{7+8+3}{2}=9$이므로

$\triangle\mathrm{BCD}=\sqrt{9(9-7)(9-8)(9-3)}=6\sqrt{3}$

사각형 ABCD의 넓이를 S라 하면

$S=\triangle\mathrm{ABD}+\triangle\mathrm{BCD}=7+6\sqrt{3}$

(2) $\triangle$BCD에서 코사인법칙에 의하여

$\overline{\mathrm{BD}}^2=10^2+5^2-2\cdot10\cdot5\cdot\cos60^\circ=75$

$\therefore \overline{\mathrm{BD}}=5\sqrt{3}$ ($\because \overline{\mathrm{BD}}>0$)

$\triangle\mathrm{ABD}=\dfrac{1}{2}\cdot6\cdot5\sqrt{3}\cdot\sin30^\circ=\dfrac{15\sqrt{3}}{2}$

$\triangle\mathrm{BCD}=\dfrac{1}{2}\cdot5\cdot10\cdot\sin60^\circ=\dfrac{25\sqrt{3}}{2}$

사각형 ABCD의 넓이를 S라 하면

$S=\triangle\mathrm{ABD}+\triangle\mathrm{BCD}=\dfrac{15\sqrt{3}}{2}+\dfrac{25\sqrt{3}}{2}=20\sqrt{3}$

113 답 (1) 12 (2) $21\sqrt{2}$ (3) $16\sqrt{3}$

(1) 평행사변형 ABCD의 넓이를 S라 하면

$S=4\cdot6\cdot\sin30^\circ=4\cdot6\cdot\dfrac{1}{2}=12$

(2) $B=45^\circ$이므로 평행사변형 ABCD의 넓이를 S라 하면

$S=6\cdot7\cdot\sin45^\circ=6\cdot7\cdot\dfrac{\sqrt{2}}{2}=21\sqrt{2}$

(3) $\overline{\mathrm{AD}}=8$이므로 평행사변형 ABCD의 넓이를 S라 하면

$S=4\cdot8\cdot\sin120^\circ=4\cdot8\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{2}=16\sqrt{3}$

114 답 (1) 15 (2) $\dfrac{9}{2}$ (3) $12\sqrt{2}$ (4) 18

(1) 사각형 ABCD의 넓이를 S라 하면

$S=\dfrac{1}{2}\cdot6\cdot10\cdot\sin30^\circ=\dfrac{1}{2}\cdot6\cdot10\cdot\dfrac{1}{2}=15$

(2) 사각형 ABCD의 넓이를 S라 하면

$S=\dfrac{1}{2}\cdot3\cdot2\sqrt{3}\cdot\sin60^\circ=\dfrac{1}{2}\cdot3\cdot2\sqrt{3}\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{9}{2}$

(3) 사각형 ABCD의 넓이를 S라 하면

$S=\dfrac{1}{2}\cdot6\cdot8\cdot\sin135^\circ=\dfrac{1}{2}\cdot6\cdot8\cdot\dfrac{\sqrt{2}}{2}=12\sqrt{2}$

(4) 사각형 ABCD의 넓이를 S라 하면

$S=\dfrac{1}{2}\cdot4\sqrt{3}\cdot6\cdot\sin120^\circ=\dfrac{1}{2}\cdot4\sqrt{3}\cdot6\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{2}=18$

115 답 ③

외접원의 반지름의 길이를 R라 하면

사인법칙에 의하여 $\dfrac{3}{\sin60^\circ}=2R$이므로

$\dfrac{3}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=2R$ $\quad\therefore R=\sqrt{3}$

따라서 외접원의 넓이는 $\pi\times(\sqrt{3})^2=3\pi$

116 답 2

외접원의 반지름의 길이를 R라 하면

$\sin A+\sin B+\sin C=\dfrac{a}{2R}+\dfrac{b}{2R}+\dfrac{c}{2R}=\dfrac{a+b+c}{2R}$

이때 외접원의 반지름의 길이가 4이고

삼각형 ABC의 둘레의 길이가 16이므로

$\sin A+\sin B+\sin C=\dfrac{16}{2\cdot4}=2$

117 답 100 m

원 모양의 호수의 반지름의 길이를 R라 하면

사인법칙에 의하여 $\dfrac{\overline{\mathrm{AB}}}{\sin C}=2R$

이때 $\overline{\mathrm{AB}}=50$ m, $C=180^\circ-(45^\circ+105^\circ)=30^\circ$이므로

$2R=\dfrac{50}{\sin30^\circ}=100(\mathrm{m})$

따라서 호수의 지름의 길이는 100 m이다.

118 답 $\sqrt{7}$

코사인법칙에 의하여

$\overline{\mathrm{BC}}^2=4^2+5^2-2\cdot4\cdot5\cdot\cos60^\circ=16+25-20=21$

$\therefore \overline{\mathrm{BC}}=\sqrt{21}$ ($\because \overline{\mathrm{BC}}>0$)

따라서 사인법칙에 의하여

$\dfrac{\sqrt{21}}{\sin60^\circ}=2R$, $\dfrac{\sqrt{21}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=2R$ $\quad\therefore R=\sqrt{7}$

119 답 $\dfrac{5}{7}$

$\dfrac{\sin A}{5}=\dfrac{\sin B}{7}=\dfrac{\sin C}{6}=k$라 하면

$\sin A=5k$, $\sin B=7k$, $\sin C=6k$

$\therefore a:b:c=\sin A:\sin B:\sin C=5:7:6$

$a=5m$, $b=7m$, $c=6m$이라 하면

$\cos A=\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\dfrac{(7m)^2+(6m)^2-(5m)^2}{2\cdot7m\cdot6m}=\dfrac{60m^2}{84m^2}=\dfrac{5}{7}$

120 답 ⑤

코사인법칙에 의하여

$\overline{AB}^2=\overline{AC}^2+\overline{BC}^2-2\cdot\overline{AC}\cdot\overline{BC}\cdot\cos C$

$=3^2+4^2-2\cdot3\cdot4\cdot\cos 60^\circ=25-12=13$

$\therefore \overline{AB}=\sqrt{13}$ ($\because \overline{AB}>0$)

따라서 두 건물 A, B 사이의 거리는 $\sqrt{13}$ km이다.

121 답 $a=c$인 이등변삼각형

코사인법칙에 의하여 $b=2a\cdot\dfrac{a^2+b^2-c^2}{2ab}$, $b^2=a^2+b^2-c^2$

$a^2-c^2=0$, $(a+c)(a-c)=0$ $\quad\therefore a=c$ ($\because a+c>0$)

따라서 삼각형 ABC는 $a=c$인 이등변삼각형이다.

122 답 60°

$\dfrac{1}{2}\cdot6\cdot4\sqrt{3}\cdot\sin C=18$ $\quad\therefore \sin C=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore C=60^\circ$ ($\because 0^\circ<C<90^\circ$)

123 답 $2\sqrt{2}$

$s=\dfrac{9+10+11}{2}=15$이므로 삼각형 ABC의 넓이를 S라 하면

$S=\sqrt{15(15-9)(15-10)(15-11)}=30\sqrt{2}$

삼각형 ABC의 내접원의 반지름의 길이를 r라 하면

$\dfrac{1}{2}r(9+10+11)=15r=30\sqrt{2}$ $\quad\therefore r=2\sqrt{2}$

124 답 삼각형 ABC의 넓이 : 8, 외접원의 반지름의 길이 : $2\sqrt{2}$

코사인법칙에 의하여

$a^2=4^2+(4\sqrt{2})^2-2\cdot4\cdot4\sqrt{2}\cdot\cos 45^\circ=16$

$\therefore a=4$ ($\because a>0$)

이때 삼각형 ABC의 넓이는 $\dfrac{1}{2}\cdot4\cdot4\sqrt{2}\cdot\sin 45^\circ=8$

외접원의 반지름의 길이를 R라 하면

$\dfrac{4\cdot4\cdot4\sqrt{2}}{4R}=8$ $\quad\therefore R=2\sqrt{2}$

125 답 45°

평행사변형 ABCD의 넓이를 S라 하면

$S=ab\sin\theta=4\sqrt{2}\cdot6\cdot\sin\theta=24\sqrt{2}\sin\theta=24$

$\therefore \sin\theta=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ $\quad\therefore \theta=45^\circ$ ($\because 0^\circ<\theta<90^\circ$)

126 답 ②

$\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$이므로 $\sin^2\theta=1-\dfrac{1}{9}=\dfrac{8}{9}$

$\therefore \sin\theta=\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$ ($\because 0^\circ<\theta<180^\circ$)

따라서 사각형 ABCD의 넓이를 S라 하면

$S=\dfrac{1}{2}\cdot7\cdot9\cdot\sin\theta=\dfrac{1}{2}\cdot7\cdot9\cdot\dfrac{2\sqrt{2}}{3}=21\sqrt{2}$

Ⅲ 수열

1 등차수열

138쪽~147쪽

001 답 (1) 2, 4, 6 (2) 4, 5, 6 (3) 3, 5, 9 (4) 2, 6, 12

(5) $\dfrac{1}{2}$, $\dfrac{2}{3}$, $\dfrac{3}{4}$

002 답 (1) 18 (2) 36 (3) 64 (4) $\dfrac{1}{13}$

(1) $a_1=3\times1=3$, $a_2=3\times2=6$, $a_3=3\times3=9$,

$a_4=3\times4=12$, $\cdots$이므로 $a_6=3\times6=18$

(2) $a_1=1^2=1$, $a_2=2^2=4$, $a_3=3^2=9$,

$a_4=4^2=16$, $\cdots$이므로 $a_6=6^2=36$

(3) $a_1=(-2)^1=-2$, $a_2=(-2)^2=4$, $a_3=(-2)^3=-8$,

$a_4=(-2)^4=16$, $\cdots$이므로 $a_6=(-2)^6=64$

(4) $a_1=\dfrac{1}{2\times1+1}=\dfrac{1}{3}$, $a_2=\dfrac{1}{2\times2+1}=\dfrac{1}{5}$, $a_3=\dfrac{1}{2\times3+1}=\dfrac{1}{7}$,

$a_4=\dfrac{1}{2\times4+1}=\dfrac{1}{9}$, $\cdots$이므로 $a_6=\dfrac{1}{2\times6+1}=\dfrac{1}{13}$

003 답 (1) $a_n=5n$ (2) $a_n=(-1)^n$ (3) $a_n=9-6n$

(4) $a_n=\dfrac{2n-1}{2n}$

(1) $a_1=5\times1=5$, $a_2=5\times2=10$, $a_3=5\times3=15$,

$a_4=5\times4=20$, $\cdots$

$\therefore a_n=5n$

(2) $a_1=(-1)^1=-1$, $a_2=(-1)^2=1$, $a_3=(-1)^3=-1$,

$a_4=(-1)^4=1$, $\cdots$

$\therefore a_n=(-1)^n$

(3) $a_1=9-6\times1=3$, $a_2=9-6\times2=-3$, $a_3=9-6\times3=-9$,

$a_4=9-6\times4=-15$, $\cdots$

$\therefore a_n=9-6n$

(4) $a_1=\dfrac{2\times1-1}{2\times1}=\dfrac{1}{2}$, $a_2=\dfrac{2\times2-1}{2\times2}=\dfrac{3}{4}$, $a_3=\dfrac{2\times3-1}{2\times3}=\dfrac{5}{6}$,

$a_4=\dfrac{2\times4-1}{2\times4}=\dfrac{7}{8}$, $\cdots$

$\therefore a_n=\dfrac{2n-1}{2n}$

004 답 (1) 첫째항 : 4, 공차 : 3 (2) 첫째항 : $\dfrac{1}{2}$, 공차 : $\dfrac{1}{2}$

(3) 첫째항 : 8, 공차 : -5

(1) 첫째항 : 4, 공차 : $7-4=3$

(2) 첫째항 : $\dfrac{1}{2}$, 공차 : $1-\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{2}$

(3) 첫째항 : 8, 공차 : $3-8=-5$

005 답 (1) 7, 10 (2) 15, 22 (3) 9, 14 (4) 19, 13

(1) $16-13=3$에서 공차가 3이므로

주어진 수열은 4, 7, 10, 13, 16, ⋯

따라서 차례로 7, 10이다.

(2) $8-1=7$에서 공차가 7이므로

주어진 수열은 1, 8, 15, 22, 29, ⋯

따라서 차례로 15, 22이다.

(3) $4-(-1)=5$에서 공차가 5이므로

주어진 수열은 -1, 4, 9, 14, 19, ⋯

따라서 차례로 9, 14이다.

(4) $1-7=-6$에서 공차가 -6이므로

주어진 수열은 25, 19, 13, 7, 1, ⋯

따라서 차례로 19, 13이다.

006 답 (1) $a_n=5n-4$ (2) $a_n=7n-12$ (3) $a_n=4n+6$ (4) $a_n=-2n-1$

(1) $a=1$, $d=5$이므로

$a_n=1+(n-1)\times5=5n-4$

(2) $a=-5$, $d=7$이므로

$a_n=-5+(n-1)\times7=7n-12$

(3) $a=10$, $d=4$이므로

$a_n=10+(n-1)\times4=4n+6$

(4) $a=-3$, $d=-2$이므로

$a_n=-3+(n-1)\times(-2)=-2n-1$

007 답 (1) $a_n=4n+1$ (2) $a_n=2n-6$ (3) $a_n=-4n+10$ (4) $a_n=-9n+4$

(1) 첫째항이 5, 공차가 4이므로

$a_n=5+(n-1)\times4=4n+1$

(2) 첫째항이 -4, 공차가 2이므로

$a_n=-4+(n-1)\times2=2n-6$

(3) 첫째항이 6, 공차가 -4이므로

$a_n=6+(n-1)\times(-4)=-4n+10$

(4) 첫째항이 -5, 공차가 -9이므로

$a_n=-5+(n-1)\times(-9)=-9n+4$

008 답 (1) $a_n=6n-16$, $a_{10}=44$ (2) $a_n=-4n+1$, $a_{10}=-39$ (3) $a_n=-5n+26$, $a_{10}=-24$ (4) $a_n=3n+8$, $a_{10}=38$ (5) $a_n=4n-19$, $a_{10}=21$ (6) $a_n=-3n+13$, $a_{10}=-17$

(1) $a=-10$, $d=6$이므로

$a_n=-10+(n-1)\times6=6n-16$

$\therefore a_{10}=44$

(2) $a=-3$, $d=-4$이므로

$a_n=-3+(n-1)\times(-4)=-4n+1$

$\therefore a_{10}=-39$

(3) $a=21$, $d=-5$이므로

$a_n=21+(n-1)\times(-5)=-5n+26$

$\therefore a_{10}=-24$

(4) $a=11$, $d=14-11=3$이므로

$a_n=11+(n-1)\times3=3n+8$

$\therefore a_{10}=38$

(5) $a=-15$, $d=-11-(-15)=4$이므로

$a_n=-15+(n-1)\times4=4n-19$

$\therefore a_{10}=21$

(6) $a=10$, $d=7-10=-3$이므로

$a_n=10+(n-1)\times(-3)=-3n+13$

$\therefore a_{10}=-17$

009 답 (1) $a=-4$, $d=5$ (2) $a=-16$, $d=4$ (3) $a=-6$, $d=9$

(1) $a_2=a+d=1$ ⋯⋯ ㉠

$a_6=a+5d=21$ ⋯⋯ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=-4$, $d=5$

(2) $a_3=a+2d=-8$ ⋯⋯ ㉠

$a_7=a+6d=8$ ⋯⋯ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=-16$, $d=4$

(3) $a_2=a+d=3$ ⋯⋯ ㉠

$a_7=a+6d=48$ ⋯⋯ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=-6$, $d=9$

010 답 (1) $a_n=2n-17$ (2) $a_n=-4n+30$ (3) $a_n=7n+2$

(1) $a_2=a+d=-13$ ⋯⋯ ㉠

$a_5=a+4d=-7$ ⋯⋯ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=-15$, $d=2$

$\therefore a_n=-15+(n-1)\times2=2n-17$

(2) $a_5=a+4d=10$ ⋯⋯ ㉠

$a_{11}=a+10d=-14$ ⋯⋯ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=26$, $d=-4$

$\therefore a_n=26+(n-1)\times(-4)=-4n+30$

(3) $a_4=a+3d=30$ ⋯⋯ ㉠

$a_{10}=a+9d=72$ ⋯⋯ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=9$, $d=7$

$\therefore a_n=9+(n-1)\times7=7n+2$

011 답 (1) $a_n=4n-5$ (2) $a_n=7n+1$ (3) $a_n=-6n+31$ (4) $a_n=-5n+22$

(1) $a_2+a_5=(a+d)+(a+4d)$

$=2a+5d=18$ …… ㉠

$a_6+a_9=(a+5d)+(a+8d)$

$=2a+13d=50$ …… ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=-1$, $d=4$

$\therefore a_n=-1+(n-1)\times4=4n-5$

(2) $a_2+a_3=(a+d)+(a+2d)$

$=2a+3d=37$ …… ㉠

$a_4+a_6=(a+3d)+(a+5d)$

$=2a+8d=72$ …… ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=8$, $d=7$

$\therefore a_n=8+(n-1)\times7=7n+1$

(3) $a_3+a_7=(a+2d)+(a+6d)$

$=2a+8d=2$ …… ㉠

$a_8+a_{10}=(a+7d)+(a+9d)$

$=2a+16d=-46$ …… ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=25$, $d=-6$

$\therefore a_n=25+(n-1)\times(-6)=-6n+31$

(4) $a_4+a_8=(a+3d)+(a+7d)$

$=2a+10d=-16$ …… ㉠

$a_9+a_{11}=(a+8d)+(a+10d)$

$=2a+18d=-56$ …… ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=17$, $d=-5$

$\therefore a_n=17+(n-1)\times(-5)=-5n+22$

012 답 (1) 제5항 (2) 제9항 (3) 제10항 (4) 제26항

(1) $a_n>0$에서 $3n-14>0$, $3n>14$ $\quad\therefore n>\frac{14}{3}$

따라서 처음으로 양수가 되는 항은 제5항이다.

(2) $a_n>0$에서 $5n-44>0$, $5n>44$ $\quad\therefore n>\frac{44}{5}$

따라서 처음으로 양수가 되는 항은 제9항이다.

(3) 공차가 $-47-(-53)=6$이므로

$a_n=-53+(n-1)\times6=6n-59$

$a_n>0$에서 $6n-59>0$, $6n>59$ $\quad\therefore n>\frac{59}{6}$

따라서 처음으로 양수가 되는 항은 제10항이다.

(4) 공차가 $-93-(-97)=4$이므로

$a_n=-97+(n-1)\times4=4n-101$

$a_n>0$에서 $4n-101>0$, $4n>101$ $\quad\therefore n>\frac{101}{4}$

따라서 처음으로 양수가 되는 항은 제26항이다.

013 답 (1) 제16항 (2) 제17항 (3) 제17항 (4) 제16항 (5) 제13항

(1) $a_n<0$에서 $-2n+31<0$, $2n>31$ $\quad\therefore n>\frac{31}{2}$

따라서 처음으로 음수가 되는 항은 제16항이다.

(2) $a_n<0$에서 $-3n+49<0$, $3n>49$ $\quad\therefore n>\frac{49}{3}$

따라서 처음으로 음수가 되는 항은 제17항이다.

(3) 공차가 $58-62=-4$이므로

$a_n=62+(n-1)\times(-4)=-4n+66$

$a_n<0$에서 $-4n+66<0$, $4n>66$ $\quad\therefore n>\frac{33}{2}$

따라서 처음으로 음수가 되는 항은 제17항이다.

(4) 공차가 $92-99=-7$이므로

$a_n=99+(n-1)\times(-7)=-7n+106$

$a_n<0$에서 $-7n+106<0$, $7n>106$ $\quad\therefore n>\frac{106}{7}$

따라서 처음으로 음수가 되는 항은 제16항이다.

(5) 공차가 $91-100=-9$이므로

$a_n=100+(n-1)\times(-9)=-9n+109$

$a_n<0$에서 $-9n+109<0$, $9n>109$ $\quad\therefore n>\frac{109}{9}$

따라서 처음으로 음수가 되는 항은 제13항이다.

014 답 (1) 3 (2) 5 (3) 7 (4) -2

(1) 19는 제7항이므로

$19=1+6d$ $\quad\therefore d=3$

(2) 39는 제8항이므로

$39=4+7d$ $\quad\therefore d=5$

(3) 30은 제6항이므로

$30=-5+5d$ $\quad\therefore d=7$

(4) -8은 제10항이므로

$-8=10+9d$ $\quad\therefore d=-2$

015 답 (1) $x=5$, $y=9$ (2) $x=-2$, $y=4$ (3) $x=16$, $y=2$

(1) x는 3과 7의 등차중항이므로 $x=\frac{3+7}{2}=5$

y는 7과 11의 등차중항이므로 $y=\frac{7+11}{2}=9$

(2) x는 -5와 1의 등차중항이므로 $x=\frac{-5+1}{2}=-2$

y는 1과 7의 등차중항이므로 $y=\frac{1+7}{2}=4$

(3) x는 23과 9의 등차중항이므로 $x=\frac{23+9}{2}=16$

y는 9와 -5의 등차중항이므로 $y=\frac{9-5}{2}=2$

016 답 (1) 6 (2) 5 (3) 5

(1) 15는 x와 $4x$의 등차중항이므로 $15=\frac{x+4x}{2}$

$5x=30$ $\quad\therefore x=6$

(2) $3x-1$은 x와 $4x+3$의 등차중항이므로

$3x-1=\frac{x+(4x+3)}{2}$

$6x-2=5x+3$ $\quad\therefore x=5$

(3) $4x-5$는 $x+2$와 $5x-2$의 등차중항이므로

$4x-5=\frac{(x+2)+(5x-2)}{2}$

$8x-10=6x,\ 2x=10$ $\quad\therefore x=5$

017 답 -9

다항식 $f(x)=x^2+ax-2$를 $x-1,\ x-2,\ x-4$로 나누었을 때의 나머지는 각각

$f(1)=a-1,\ f(2)=2a+2,\ f(4)=4a+14$

따라서 세 수 $a-1,\ 2a+2,\ 4a+14$가 이 순서로 등차수열을 이루므로

$2(2a+2)=(a-1)+(4a+14)$ $\quad\therefore a=-9$

018 답 $\frac{1}{3}$

다항식 $f(x)=ax^2+x-1$을 $x-2,\ x-1,\ x+1$로 나누었을 때의 나머지는 각각

$f(2)=4a+1,\ f(1)=a,\ f(-1)=a-2$

따라서 세 수 $4a+1,\ a,\ a-2$가 이 순서로 등차수열을 이루므로

$2a=(4a+1)+(a-2)$ $\quad\therefore a=\frac{1}{3}$

019 답 $-\frac{9}{8}$

다항식 $f(x)=-x^2+2ax-3$을 $x-1,\ x-2,\ x+5$로 나누었을 때의 나머지는 각각

$f(1)=2a-4,\ f(2)=4a-7,\ f(-5)=-10a-28$

따라서 세 수 $2a-4,\ 4a-7,\ -10a-28$이 이 순서로 등차수열을 이루므로

$2(4a-7)=(2a-4)+(-10a-28)$ $\quad\therefore a=-\frac{9}{8}$

020 답 (1) $-2,\ 1,\ 4$ (2) $1,\ 4,\ 7$

(1) 세 수를 $a-d,\ a,\ a+d$로 놓으면

세 수의 합이 3이므로

$(a-d)+a+(a+d)=3,\ 3a=3$ $\quad\therefore a=1$

세 수는 $1-d,\ 1,\ 1+d$이고

세 수의 곱이 -8이므로 $(1-d)\times1\times(1+d)=-8$

$1-d^2=-8,\ d^2=9$ $\quad\therefore d=\pm3$

따라서 구하는 세 수는 $-2,\ 1,\ 4$이다.

(2) 세 수를 $a-d,\ a,\ a+d$로 놓으면

세 수의 합이 12이므로

$(a-d)+a+(a+d)=12,\ 3a=12$ $\quad\therefore a=4$

세 수는 $4-d,\ 4,\ 4+d$이고

세 수의 곱이 28이므로 $(4-d)\times4\times(4+d)=28$

$64-4d^2=28,\ d^2=9$ $\quad\therefore d=\pm3$

따라서 구하는 세 수는 $1,\ 4,\ 7$이다.

021 답 (1) $1,\ 5,\ 9,\ 13$ (2) $-4,\ 2,\ 8,\ 14$

(1) 네 수를 $a-3d,\ a-d,\ a+d,\ a+3d$로 놓으면

네 수의 합이 28이므로

$(a-3d)+(a-d)+(a+d)+(a+3d)=28$

$4a=28$ $\quad\therefore a=7$

네 수는 $7-3d,\ 7-d,\ 7+d,\ 7+3d$이고

가운데 두 수의 곱이 처음 수와 마지막 수의 곱보다 32가 크므로

$(7-d)(7+d)=(7-3d)(7+3d)+32$

$49-d^2=49-9d^2+32,\ d^2=4$ $\quad\therefore d=\pm2$

따라서 구하는 네 수는 $1,\ 5,\ 9,\ 13$이다.

(2) 네 수를 $a-3d,\ a-d,\ a+d,\ a+3d$로 놓으면

네 수의 합이 20이므로

$(a-3d)+(a-d)+(a+d)+(a+3d)=20$

$4a=20$ $\quad\therefore a=5$

네 수는 $5-3d,\ 5-d,\ 5+d,\ 5+3d$이고

가운데 두 수의 곱이 처음 수와 마지막 수의 곱보다 72가 크므로

$(5-d)(5+d)=(5-3d)(5+3d)+72$

$25-d^2=25-9d^2+72,\ d^2=9$ $\quad\therefore d=\pm3$

따라서 구하는 네 수는 $-4,\ 2,\ 8,\ 14$이다.

022 답 (1) 72 (2) 95 (3) 21

(1) $S_6=\frac{6(3+21)}{2}=72$

(2) $S_{10}=\frac{10(2+17)}{2}=95$

(3) $S_7=\frac{7(-8+14)}{2}=21$

023 답 (1) 185 (2) 12 (3) -210

(1) $S_{10}=\frac{10\{2\times5+(10-1)\times3\}}{2}=185$

(2) $S_{12}=\dfrac{12\{2\times(-10)+(12-1)\times2\}}{2}=12$

(3) $S_{14}=\dfrac{14\{2\times11+(14-1)\times(-4)\}}{2}=-210$

024 답 (1) 23 (2) 16 (3) -12 (4) -4

(1) $S_{10}=\dfrac{10(3+a_{10})}{2}=130$에서 $3+a_{10}=26$ $\quad\therefore a_{10}=23$

(2) $S_{14}=\dfrac{14(9+a_{14})}{2}=175$에서 $9+a_{14}=25$ $\quad\therefore a_{14}=16$

(3) $S_{18}=\dfrac{18(24+a_{18})}{2}=108$에서 $24+a_{18}=12$ $\quad\therefore a_{18}=-12$

(4) $S_{20}=\dfrac{20(30+a_{20})}{2}=260$에서 $30+a_{20}=26$ $\quad\therefore a_{20}=-4$

025 답 (1) 2 (2) 7 (3) 3 (4) -3

(1) $S_{10}=\dfrac{10\{2\times3+(10-1)d\}}{2}=5(6+9d)=120$에서

$6+9d=24$ $\quad\therefore d=2$

(2) $S_{10}=\dfrac{10\{2\times(-3)+(10-1)d\}}{2}=5(-6+9d)=285$에서

$-6+9d=57$ $\quad\therefore d=7$

(3) $S_{12}=\dfrac{12\{2\times4+(12-1)d\}}{2}=6(8+11d)=246$에서

$8+11d=41$ $\quad\therefore d=3$

(4) $S_{20}=\dfrac{20\{2\times2+(20-1)d\}}{2}=10(4+19d)=-530$에서

$4+19d=-53$ $\quad\therefore d=-3$

026 답 (1) 49 (2) 242

(1) $a_n=13+(n-1)\times(-2)=-2n+15$이므로

$a_n>0$에서 $-2n+15>0$ $\quad\therefore n<7.5$

즉, 등차수열 $\{a_n\}$은 첫째항부터 제7항까지가 양수이고, 제8항부터 음수이므로 첫째항부터 제7항까지의 합이 최대이다.

따라서 S_n의 최댓값은

$S_7=\dfrac{7\{2\times13+(7-1)\times(-2)\}}{2}=49$

(2) $a_n=42+(n-1)\times(-4)=-4n+46$이므로

$a_n>0$에서 $-4n+46>0$ $\quad\therefore n<11.5$

즉, 등차수열 $\{a_n\}$은 첫째항부터 제11항까지가 양수이고, 제12항부터 음수이므로 첫째항부터 제11항까지의 합이 최대이다.

따라서 S_n의 최댓값은

$S_{11}=\dfrac{11\{2\times42+(11-1)\times(-4)\}}{2}=242$

027 답 (1) -100 (2) -288 (3) -133 (4) -162

(1) $a_n=-19+(n-1)\times2=2n-21$이므로

$a_n<0$에서 $2n-21<0$ $\quad\therefore n<10.5$

즉, 등차수열 $\{a_n\}$은 첫째항부터 제10항까지가 음수이고, 제11항부터 양수이므로 첫째항부터 제10항까지의 합이 최소이다.

따라서 S_n의 최솟값은

$S_{10}=\dfrac{10\{2\times(-19)+(10-1)\times2\}}{2}=-100$

(2) $a_n=-46+(n-1)\times4=4n-50$이므로

$a_n<0$에서 $4n-50<0$ $\quad\therefore n<12.5$

즉, 등차수열 $\{a_n\}$은 첫째항부터 제12항까지가 음수이고, 제13항부터 양수이므로 첫째항부터 제12항까지의 합이 최소이다.

따라서 S_n의 최솟값은

$S_{12}=\dfrac{12\{2\times(-46)+(12-1)\times4\}}{2}=-288$

(3) $a_n=-34+(n-1)\times5=5n-39$이므로

$a_n<0$에서 $5n-39<0$ $\quad\therefore n<7.8$

즉, 등차수열 $\{a_n\}$은 첫째항부터 제7항까지가 음수이고, 제8항부터 양수이므로 첫째항부터 제7항까지의 합이 최소이다.

따라서 S_n의 최솟값은

$S_7=\dfrac{7\{2\times(-34)+(7-1)\times5\}}{2}=-133$

(4) $a_n=-52+(n-1)\times10=10n-62$이므로

$a_n<0$에서 $10n-62<0$ $\quad\therefore n<6.2$

즉, 등차수열 $\{a_n\}$은 첫째항부터 제6항까지가 음수이고, 제7항부터 양수이므로 첫째항부터 제6항까지의 합이 최소이다.

따라서 S_n의 최솟값은

$S_6=\dfrac{6\{2\times(-52)+(6-1)\times10\}}{2}=-162$

028 답 ②

$a=5\times1-4=1$, $d=5$이므로 $a+d=6$

029 답 제9항

$a=-8$, $d=4$이므로

$a_n=-8+(n-1)\times4=4n-12$

$4n-12=24$, $4n=36$ $\quad\therefore n=9$

따라서 24는 제9항이다.

030 답 ④

첫째항을 a, 공차를 d라 하면

$a_4=a+3d=52$ ······ ㉠

$a_8=a+7d=32$ ······ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=67$, $d=-5$

$\therefore a_n=67+(n-1)\times(-5)=-5n+72$

$a_n<0$에서 $-5n+72<0$, $5n>72$

$\therefore n>\frac{72}{5}$

따라서 처음으로 음수가 되는 항은 제15항이다.

031 답 14

33은 제$(n+2)$항이므로

$33=3+2(n+1)$ $\quad\therefore n=14$

032 답 $\frac{3}{5}$

b는 2와 3의 등차중항이므로 $b=\frac{2+3}{2}=\frac{5}{2}$

2는 a와 b의 등차중항이므로 $2=\frac{a+\frac{5}{2}}{2}$ $\quad\therefore a=\frac{3}{2}$

$\therefore \frac{a}{b}=\frac{\frac{3}{2}}{\frac{5}{2}}=\frac{3}{5}$

033 답 450

$a_5=a+4d=18$ ······ ㉠

$a_{20}=a+19d=78$ ······ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=2$, $d=4$

$\therefore a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{15}=S_{15}=\frac{15\{2\times2+(15-1)\times4\}}{2}=450$

034 답 16

$S_3=\frac{3\{2\times7+(3-1)d\}}{2}=21+3d$

$S_5=\frac{5\{2\times7+(5-1)d\}}{2}=35+10d$

이때 $S_3=S_5$이므로 $21+3d=35+10d$

$\therefore d=-2$

$a_n=7+(n-1)\times(-2)=-2n+9$이므로

$a_n>0$에서 $-2n+9>0$

$\therefore n<4.5$

즉, 등차수열 $\{a_n\}$은 첫째항부터 제4항까지가 양수이고,

제5항부터 음수이므로 첫째항부터 제4항까지의 합이 최대이다.

따라서 S_n의 최댓값은

$S_4=\frac{4\{2\times7+(4-1)\times(-2)\}}{2}=16$

2 등비수열

150쪽~157쪽

035 답 (1) 첫째항 : 2, 공비 : 2 (2) 첫째항 : 3, 공비 : $\sqrt{3}$

(3) 첫째항 : 2, 공비 : $-\frac{1}{2}$

(1) 첫째항 : 2, 공비 : $\frac{4}{2}=2$

(2) 첫째항 : 3, 공비 : $\frac{3\sqrt{3}}{3}=\sqrt{3}$

(3) 첫째항 : 2, 공비 : $\frac{-1}{2}=-\frac{1}{2}$

036 답 (1) 18, 54 (2) 1, $\frac{1}{3}$ (3) -12, 24 (4) $-\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$

(1) $\frac{6}{2}=3$에서 공비가 3이므로 주어진 수열은

2, 6, 18, 54, 162, $\cdots$

따라서 차례로 18, 54이다.

(2) $\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$에서 공비가 $\frac{1}{3}$이므로 주어진 수열은

9, 3, 1, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{9}$, $\cdots$

따라서 차례로 1, $\frac{1}{3}$이다.

(3) $\frac{6}{-3}=-2$에서 공비가 -2이므로 주어진 수열은

-3, 6, -12, 24, -48, $\cdots$

따라서 차례로 -12, 24이다.

(4) $\frac{\frac{1}{16}}{-\frac{1}{8}}=-\frac{1}{2}$에서 공비가 $-\frac{1}{2}$이므로 주어진 수열은

1, $-\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $-\frac{1}{8}$, $\frac{1}{16}$, $\cdots$

따라서 차례로 $-\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$이다.

037 답 (1) $a_n=5\cdot2^{n-1}$ (2) $a_n=3\cdot(-2)^{n-1}$

(3) $a_n=(-1)\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^{n-2}$ (4) $a_n=16\cdot\left(\frac{3}{2}\right)^{n-1}$

(1) $a=5$, $r=2$이므로 $a_n=5\cdot2^{n-1}$

(2) $a=3$, $r=-2$이므로 $a_n=3\cdot(-2)^{n-1}$

(3) $a=-3$, $r=\frac{1}{3}$이므로 $a_n=-3\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}=(-1)\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^{n-2}$

(4) $a=16$, $r=\frac{3}{2}$이므로 $a_n=16\cdot\left(\frac{3}{2}\right)^{n-1}$

038 답 (1) $a_n=3^{n-1}$ (2) $a_n=\left(\frac{1}{2}\right)^{n-3}$ (3) $a_n=0.1^n$

(4) $a_n=(-1)^{n-1}\cdot\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{n-5}$

(1) 첫째항이 1, 공비가 3이므로 $a_n=1\cdot3^{n-1}=3^{n-1}$

(2) 첫째항이 4, 공비가 $\frac{1}{2}$이므로 $a_n=4\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}=\left(\frac{1}{2}\right)^{n-3}$

3단원해설-ok.indd 65 2018-04-17 오후 2:20:03

(3) 첫째항이 0.1, 공비가 0.1이므로 $a_n=0.1\cdot(0.1)^{n-1}=(0.1)^n$

(4) 첫째항이 4, 공비가 $-\frac{1}{\sqrt{2}}$이므로

$a_n=4\cdot\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{n-1}=(-1)^{n-1}\cdot\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{n-5}$

039 답 (1) $a_n=2^{n+1}$, $a_6=128$ (2) $a_n=(-1)\cdot3^{n-4}$, $a_6=-9$

(3) $a_n=(-1)^{n-1}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{n-6}$, $a_6=-1$

(4) $a_n=\frac{32}{81}\cdot\left(\frac{3}{2}\right)^{n-1}$, $a_6=3$ (5) $a_n=(-1)^n$, $a_6=1$

(6) $a_n=(-1)^{n-1}\cdot\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^{n-2}$, $a_6=-\frac{1}{25}$

(1) $a=4$, $r=2$이므로 $a_n=4\cdot2^{n-1}=2^{n+1}$

$\therefore a_6=128$

(2) $a=-\frac{1}{27}$, $r=3$이므로 $a_n=-\frac{1}{27}\cdot3^{n-1}=(-1)\cdot3^{n-4}$

$\therefore a_6=-9$

(3) $a=32$, $r=-\frac{1}{2}$이므로

$a_n=32\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}=(-1)^{n-1}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{n-6}$

$\therefore a_6=-1$

(4) $a=\frac{32}{81}$, $r=\frac{\frac{4}{3}}{\frac{8}{9}}=\frac{3}{2}$이므로 $a_n=\frac{32}{81}\cdot\left(\frac{3}{2}\right)^{n-1}$

$\therefore a_6=3$

(5) $a=-1$, $r=\frac{1}{-1}=-1$이므로

$a_n=-1\cdot(-1)^{n-1}=(-1)^n$

$\therefore a_6=1$

(6) $a=\sqrt{5}$, $r=\frac{-1}{\sqrt{5}}=-\frac{1}{\sqrt{5}}$이므로

$a_n=\sqrt{5}\cdot\left(-\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^{n-1}=(-1)^{n-1}\cdot\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^{n-2}$

$\therefore a_6=-\frac{1}{25}$

040 답 (1) $a=\frac{2}{3}$, $r=3$ (2) $a=64$, $r=\frac{1}{2}$ (3) $a=-\frac{3}{8}$, $r=4$

(1) $a_2=ar=2$ …… ㉠

$a_5=ar^4=54$ …… ㉡

㉡÷㉠을 하면 $r^3=27$ $\therefore r=3$ ($\because r>0$)

$r=3$을 ㉠에 대입하면 $a=\frac{2}{3}$

(2) $a_2=ar=32$ …… ㉠

$a_5=ar^4=4$ …… ㉡

㉡÷㉠을 하면 $r^3=\frac{1}{8}$ $\therefore r=\frac{1}{2}$ ($\because r>0$)

$r=\frac{1}{2}$을 ㉠에 대입하면 $a=64$

(3) $a_3=ar^2=-6$ …… ㉠

$a_5=ar^4=-96$ …… ㉡

㉡÷㉠을 하면 $r^2=16$ $\therefore r=4$ ($\because r>0$)

$r=4$를 ㉠에 대입하면 $a=-\frac{3}{8}$

041 답 (1) $a_n=9^{n-3}$ (2) $a_n=3\cdot2^{n-1}$ (3) $a_n=(-1)\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{n-8}$

(1) $a_3=ar^2=1$ …… ㉠

$a_5=ar^4=81$ …… ㉡

㉡÷㉠을 하면 $r^2=81$ $\therefore r=9$ ($\because r>0$)

$r=9$를 ㉠에 대입하면 $a=\frac{1}{81}$

$\therefore a_n=\frac{1}{81}\cdot9^{n-1}=9^{n-3}$

(2) $a_4=ar^3=24$ …… ㉠

$a_7=ar^6=192$ …… ㉡

㉡÷㉠을 하면 $r^3=8$ $\therefore r=2$ ($\because r>0$)

$r=2$를 ㉠에 대입하면 $a=3$

$\therefore a_n=3\cdot2^{n-1}$

(3) $a_5=ar^4=-8$ …… ㉠

$a_8=ar^7=-1$ …… ㉡

㉡÷㉠을 하면 $r^3=\frac{1}{8}$ $\therefore r=\frac{1}{2}$ ($\because r>0$)

$r=\frac{1}{2}$을 ㉠에 대입하면 $a=-128$

$\therefore a_n=-128\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}=(-1)\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{n-8}$

042 답 (1) $a_n=(-1)\cdot2^n$ (2) $a_n=3^{n-2}$ (3) $a_n=2^{n-2}$

(4) $a_n=81\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}$

(1) $a_1+a_2=a+ar=-6$

$a(1+r)=-6$ …… ㉠

$a_3+a_4=ar^2+ar^3=-24$

$ar^2(1+r)=-24$ …… ㉡

㉡÷㉠을 하면 $r^2=4$ $\therefore r=2$ ($\because r>0$)

$r=2$를 ㉠에 대입하면 $a=-2$

$\therefore a_n=-2\cdot2^{n-1}=(-1)\cdot2^n$

(2) $a_2+a_3=ar+ar^2=4$

$ar(1+r)=4$ …… ㉠

$a_4+a_5=ar^3+ar^4=36$

$ar^3(1+r)=36$ …… ㉡

㉡÷㉠을 하면 $r^2=9$ $\therefore r=3$ ($\because r>0$)

$r=3$을 ㉠에 대입하면 $a=\frac{1}{3}$

$\therefore a_n=\frac{1}{3}\cdot3^{n-1}=3^{n-2}$

(3) $a_2+a_4=ar+ar^3=5$

$ar(1+r^2)=5$ …… ㉠

$a_5+a_7=ar^4+ar^6=40$

$ar^4(1+r^2)=40$ …… ㉡

㉡÷㉠을 하면 $r^3=8$ $\quad\therefore r=2\ (\because r>0)$

$r=2$를 ㉠에 대입하면 $a=\frac{1}{2}$ $\quad\therefore a_n=\frac{1}{2}\cdot 2^{n-1}=2^{n-2}$

(4) $a_2+a_3=ar+ar^2=90$

$ar(1+r)=90$ …… ㉠

$a_4+a_5=ar^3+ar^4=40$

$ar^3(1+r)=40$ …… ㉡

㉡÷㉠을 하면 $r^2=\frac{4}{9}$ $\quad\therefore r=\frac{2}{3}\ (\because r>0)$

$r=\frac{2}{3}$를 ㉠에 대입하면 $a=81$

$\therefore a_n=81\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}$

043 답 (1) $a=6,\ b=12,\ c=24$ (2) $a=5,\ b=10,\ c=20$ (3) $a=4,\ b=12,\ c=36$ (4) $a=18,\ b=6,\ c=2$

(1) 3, a, b, c, 48은 첫째항이 3, 제5항이 48인 등비수열이므로

$48=3\times r^4$ $\quad\therefore r=2\ (\because r>0)$

$\therefore a=3\times 2=6,\ b=3\times 2^2=12,\ c=3\times 2^3=24$

(2) $\frac{5}{2}$, a, b, c, 40은 첫째항이 $\frac{5}{2}$, 제5항이 40인 등비수열이므로

$40=\frac{5}{2}\times r^4$ $\quad\therefore r=2\ (\because r>0)$

$\therefore a=\frac{5}{2}\times 2=5,\ b=\frac{5}{2}\times 2^2=10,\ c=\frac{5}{2}\times 2^3=20$

(3) $\frac{4}{3}$, a, b, c, 108은 첫째항이 $\frac{4}{3}$, 제5항이 108인 등비수열이므로

$108=\frac{4}{3}\times r^4$ $\quad\therefore r=3\ (\because r>0)$

$\therefore a=\frac{4}{3}\times 3=4,\ b=\frac{4}{3}\times 3^2=12,\ c=\frac{4}{3}\times 3^3=36$

(4) 54, a, b, c, $\frac{2}{3}$는 첫째항이 54, 제5항이 $\frac{2}{3}$인 등비수열이므로

$\frac{2}{3}=54\times r^4$ $\quad\therefore r=\frac{1}{3}\ (\because r>0)$

$\therefore a=54\times\frac{1}{3}=18,\ b=54\times\left(\frac{1}{3}\right)^2=6,\ c=54\times\left(\frac{1}{3}\right)^3=2$

044 답 (1) ± 4 (2) ± 15 (3) ± 4

(1) $x^2=\frac{1}{4}\times 64=16$ $\quad\therefore x=\pm 4$

(2) $x^2=3\times 75=225$ $\quad\therefore x=\pm 15$

(3) $x^2=6\times\frac{8}{3}=16$ $\quad\therefore x=\pm 4$

045 답 (1) 1 또는 $-\frac{3}{4}$ (2) 1 (3) 0 또는 5

(1) $4x^2=x+3,\ 4x^2-x-3=0$

$(x-1)(4x+3)=0$ $\quad\therefore x=1$ 또는 $x=-\frac{3}{4}$

(2) $(x+1)^2=(x-2)(x-5),\ x^2+2x+1=x^2-7x+10$

$9x=9$ $\quad\therefore x=1$

(3) $(x+1)^2=(x-1)(2x-1),\ x^2+2x+1=2x^2-3x+1$

$x^2-5x=0,\ x(x-5)=0$ $\quad\therefore x=0$ 또는 $x=5$

046 답 $a=6,\ b=12$

a, b, 18이 등차수열을 이루므로 $2b=a+18$ …… ㉠

3, a, b가 등비수열을 이루므로

$a^2=3b,\ b=\frac{a^2}{3}$을 ㉠에 대입하여 정리하면

$2a^2-3a-54=0,\ (a-6)(2a+9)=0$

$\therefore a=6,\ b=12\ (\because a>0,\ b>0)$

047 답 $a=-1,\ b=-3$

1, a, b가 등차수열을 이루므로

$2a=b+1,\ b=2a-1$ …… ㉠

a, $\sqrt{3}$, b가 등비수열을 이루므로 $(\sqrt{3})^2=ab$

$3=ab$에 ㉠을 대입하여 정리하면

$2a^2-a-3=0,\ (2a-3)(a+1)=0$

$\therefore a=-1,\ b=-3\ (\because a,\ b$는 정수$)$

048 답 (1) $2(2^n-1)$ (2) $\frac{1}{9}(3^n-1)$ (3) $\frac{8}{3}\left\{1-\left(-\frac{1}{2}\right)^n\right\}$ (4) $5n$

(1) 첫째항이 2, 공비가 2이므로 $S_n=\frac{2(2^n-1)}{2-1}=2(2^n-1)$

(2) 첫째항이 $\frac{2}{9}$, 공비가 3이므로 $S_n=\frac{\frac{2}{9}(3^n-1)}{3-1}=\frac{1}{9}(3^n-1)$

(3) 첫째항이 4, 공비가 $-\frac{1}{2}$이므로

$$S_n=\frac{4\left\{1-\left(-\frac{1}{2}\right)^n\right\}}{1-\left(-\frac{1}{2}\right)}=\frac{8}{3}\left\{1-\left(-\frac{1}{2}\right)^n\right\}$$

(4) 첫째항이 5, 공비가 1이므로 $S_n=5n$

049 답 (1) 75 (2) 244 (3) $\frac{255}{64}$

(1) $S_4=\frac{5(2^4-1)}{2-1}=5(2^4-1)=75$

(2) $S_5=\frac{4\{1-(-3)^5\}}{1-(-3)}=1-(-3)^5=244$

(3) $S_8=\frac{2\left\{1-\left(\frac{1}{2}\right)^8\right\}}{1-\frac{1}{2}}=4\left\{1-\left(\frac{1}{2}\right)^8\right\}=\frac{255}{64}$

050 답 13

첫째항을 a, 공비를 r라 하면

$S_3=1$에서 $\dfrac{a(r^3-1)}{r-1}=1$ …… ㉠

$S_6=4$에서 $\dfrac{a(r^6-1)}{r-1}=4$ …… ㉡

㉡÷㉠을 하면 $r^3+1=4$ $\quad\therefore r^3=3$

$\therefore S_9=\dfrac{a(r^9-1)}{r-1}=\dfrac{a(r^3-1)(r^6+r^3+1)}{r-1}$

$=r^6+r^3+1=3^2+3+1=13$

051 답 26

첫째항을 a, 공비를 r라 하면

$S_4=2$에서 $\dfrac{a(r^4-1)}{r-1}=2$ …… ㉠

$S_8=8$에서 $\dfrac{a(r^8-1)}{r-1}=8$ …… ㉡

㉡÷㉠을 하면 $r^4+1=4$ $\quad\therefore r^4=3$

$\therefore S_{12}=\dfrac{a(r^{12}-1)}{r-1}=\dfrac{a(r^4-1)(r^8+r^4+1)}{r-1}$

$=2(r^8+r^4+1)=2(3^2+3+1)=26$

052 답 (1) 16만 원 (2) 17.9만 원

(1) $10(1+10\times0.06)=10\times1.6=16$(만 원)

(2) $10(1+0.06)^{10}=10\times1.79=17.9$(만 원)

053 답 (1) 196만 원 (2) 252만 원

(1) $100(1+12\times0.08)=100\times1.96=196$(만 원)

(2) $100(1+0.08)^{12}=100\times2.52=252$(만 원)

054 답 (1) 1122만 원 (2) 1100만 원

(1) $100(1+0.02)+100(1+0.02)^2+\cdots+100(1+0.02)^{10}$

$=\dfrac{100(1+0.02)\{(1+0.02)^{10}-1\}}{(1+0.02)-1}=\dfrac{100\times1.02\times0.22}{0.02}$

$=1122$(만 원)

(2) $100+100(1+0.02)+100(1+0.02)^2+\cdots+100(1+0.02)^9$

$=\dfrac{100\{(1+0.02)^{10}-1\}}{(1+0.02)-1}=\dfrac{100\times0.22}{0.02}$

$=1100$(만 원)

055 답 (1) 1040만 원 (2) 1000만 원

(1) $50(1+0.04)+50(1+0.04)^2+\cdots+50(1+0.04)^{15}$

$=\dfrac{50(1+0.04)\{(1+0.04)^{15}-1\}}{(1+0.04)-1}=\dfrac{50\times1.04\times0.8}{0.04}$

$=1040$(만 원)

(2) $50+50(1+0.04)+50(1+0.04)^2+\cdots+50(1+0.04)^{14}$

$=\dfrac{50\{(1+0.04)^{15}-1\}}{(1+0.04)-1}=\dfrac{50\times0.8}{0.04}=1000$(만 원)

056 답 (1) $a_n=2n+1$ (단, $n\ge1$)

(2) $a_1=-1$, $a_n=2n-4$ (단, $n\ge2$)

(3) $a_n=2^{n-1}$ (단, $n\ge1$)

(1) $a_n=S_n-S_{n-1}$

$=n^2+2n-\{(n-1)^2+2(n-1)\}$

$=2n+1$ (단, $n\ge2$)

이때 $S_1=3$과 $a_n=2n+1$에 $n=1$을 대입한 것이 같으므로 일반항 a_n은

$a_n=2n+1$ (단, $n\ge1$)

(2) $a_n=S_n-S_{n-1}$

$=n^2-3n+1-\{(n-1)^2-3(n-1)+1\}$

$=2n-4$ (단, $n\ge2$)

이때 $S_1=-1$과 $a_n=2n-4$에 $n=1$을 대입한 것이 같지 않으므로 일반항 a_n은

$a_1=-1$, $a_n=2n-4$ (단, $n\ge2$)

(3) $a_n=S_n-S_{n-1}$

$=2^n-1-(2^{n-1}-1)$

$=2^{n-1}$ (단, $n\ge2$)

이때 $S_1=1$과 $a_n=2^{n-1}$에 $n=1$을 대입한 것이 같으므로 일반항 a_n은

$a_n=2^{n-1}$ (단, $n\ge1$)

057 답 제6항

$a=-\dfrac{1}{27}$, $r=-3$이므로 $a_n=-\dfrac{1}{27}\times(-3)^{n-1}$

$-\dfrac{1}{27}\times(-3)^{n-1}=9$, $(-3)^{n-1}=-3^5$ $\quad\therefore n=6$

따라서 9는 제6항이다.

058 답 ②

$\dfrac{7}{2}$, a, b, c, 56은 첫째항이 $\dfrac{7}{2}$, 제5항이 56인 등비수열이므로

$56=\dfrac{7}{2}\times r^4$ $\quad\therefore r=2$ ($\because r>0$)

$\therefore a=\dfrac{7}{2}\times2=7$, $b=\dfrac{7}{2}\times2^2=14$, $c=\dfrac{7}{2}\times2^3=28$

$\therefore a+b+c=49$

059 답 5

$(x+1)^2=(x-2)(2x+1)$, $x^2+2x+1=2x^2-3x-2$

$\therefore x^2-5x-3=0$

따라서 근과 계수의 관계에 의하여 모든 x의 값의 합은 5이다.

060 답 $\frac{189}{8}$

$a_3=ar^2=3$ …… ㉠

$a_5=ar^4=\frac{3}{4}$ …… ㉡

㉡÷㉠을 하면 $r^2=\frac{1}{4}$ $\therefore r=\frac{1}{2}$ ($\because r>0$)

$r=\frac{1}{2}$을 ㉠에 대입하면 $a=12$

$\therefore a_1+a_2+a_3+\cdots+a_6=S_6=\frac{12\left\{1-\left(\frac{1}{2}\right)^6\right\}}{1-\frac{1}{2}}=\frac{189}{8}$

061 답 ③

$30+30(1+0.05)+30(1+0.05)^2+\cdots+30(1+0.05)^9$

$=\frac{30\{(1+0.05)^{10}-1\}}{(1+0.05)-1}=\frac{30\times0.6}{0.05}$

$=360$(만 원)

062 답 363

$a_n=S_n-S_{n-1}$

$=2\times3^n-3-(2\times3^{n-1}-3)$

$=4\times3^{n-1}$ (단, $n\ge2$)

이때 $S_1=3$과 $a_n=4\times3^{n-1}$에 $n=1$을 대입한 것이 같지 않으므로

일반항 a_n은 $a_1=3$, $a_n=4\times3^{n-1}$ (단, $n\ge2$)

$\therefore a_1+a_3+a_5=3+36+324=363$

3 수열의 합

160쪽~168쪽

063 답 (1) $\sum_{k=1}^{10}a_k$ (2) $\sum_{k=1}^{n}2k$ (3) $\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k}$ (4) $\sum_{k=1}^{9}k^2$

(5) $\sum_{k=1}^{21}(4k-2)$ (6) $\sum_{k=1}^{50}k(2k-1)$

(1) $a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{10}=\sum_{k=1}^{10}a_k$

(2) $2+4+6+\cdots+2n=\sum_{k=1}^{n}2k$

(3) $1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{n}=\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k}$

(4) $1^2+2^2+3^2+\cdots+9^2=\sum_{k=1}^{9}k^2$

(5) $a_n=4n-2$, $4n-2=82$ $\therefore n=21$

첫째항부터 제21항까지의 합이므로

$2+6+10+\cdots+82=\sum_{k=1}^{21}(4k-2)$

(6) $a_n=n(2n-1)$

첫째항부터 제50항까지의 합이므로

$1\times1+2\times3+3\times5+\cdots+50\times99=\sum_{k=1}^{50}k(2k-1)$

064 답 (1) $3+6+9+\cdots+24$ (2) $2+2^2+2^3+\cdots+2^7$

(3) $3+5+7+\cdots+21$

(4) $1\times3+2\times4+3\times5+\cdots+8\times10$

(5) $\frac{1}{3\times5}+\frac{1}{4\times6}+\frac{1}{5\times7}+\cdots+\frac{1}{13\times15}$

(6) $-1+2-3+4-\cdots-19+20$

(1) $\sum_{k=1}^{8}3k=3+6+9+\cdots+24$

(2) $\sum_{k=1}^{7}2^k=2+2^2+2^3+\cdots+2^7$

(3) $\sum_{k=1}^{10}(2k+1)=3+5+7+\cdots+21$

(4) $\sum_{k=2}^{9}(k-1)(k+1)=1\times3+2\times4+3\times5+\cdots+8\times10$

(5) $\sum_{k=3}^{13}\frac{1}{k(k+2)}=\frac{1}{3\times5}+\frac{1}{4\times6}+\frac{1}{5\times7}+\cdots+\frac{1}{13\times15}$

(6) $\sum_{k=1}^{20}(-1)^k\times k=-1+2-3+4-\cdots-19+20$

065 답 (1) 7 (2) 3 (3) -1 (4) 28 (5) 29

(1) $\sum_{k=1}^{10}(a_k+b_k)=\sum_{k=1}^{10}a_k+\sum_{k=1}^{10}b_k=5+2=7$

(2) $\sum_{k=1}^{10}(a_k-b_k)=\sum_{k=1}^{10}a_k-\sum_{k=1}^{10}b_k=5-2=3$

(3) $\sum_{k=1}^{10}(a_k+2b_k-1)=\sum_{k=1}^{10}a_k+2\sum_{k=1}^{10}b_k-\sum_{k=1}^{10}1$

$=5+2\times2-10=-1$

(4) $\sum_{k=1}^{10}(2a_k-b_k+2)=2\sum_{k=1}^{10}a_k-\sum_{k=1}^{10}b_k+\sum_{k=1}^{10}2$

$=2\times5-2+20=28$

(5) $\sum_{k=1}^{10}(5a_k-3b_k+1)=5\sum_{k=1}^{10}a_k-3\sum_{k=1}^{10}b_k+\sum_{k=1}^{10}1$

$=5\times5-3\times2+10=29$

066 답 (1) 12 (2) 7 (3) -3 (4) 17 (5) 1 (6) -27

(1) $\sum_{k=1}^{5}(a_k^2+2a_k)=\sum_{k=1}^{5}a_k^2+2\sum_{k=1}^{5}a_k=6+2\times3=12$

(2) $\sum_{k=1}^{5}(2a_k^2-5a_k+2)=2\sum_{k=1}^{5}a_k^2-5\sum_{k=1}^{5}a_k+\sum_{k=1}^{5}2$

$=2\times6-5\times3+10=7$

(3) $\sum_{k=1}^{5}a_k(a_k-3)=\sum_{k=1}^{5}a_k^2-3\sum_{k=1}^{5}a_k=6-3\times3=-3$

(4) $\sum_{k=1}^{5}(a_k+1)^2=\sum_{k=1}^{5}(a_k^2+2a_k+1)$

$=\sum_{k=1}^{5}a_k^2+2\sum_{k=1}^{5}a_k+\sum_{k=1}^{5}1=6+2\times3+5=17$

(5) $\sum_{k=1}^{5}(a_k-1)(a_k+1)=\sum_{k=1}^{5}(a_k^2-1)=\sum_{k=1}^{5}a_k^2-\sum_{k=1}^{5}1=6-5=1$

(6) $\sum_{k=1}^{5}(a_k+2)(a_k-3)=\sum_{k=1}^{5}(a_k^2-a_k-6)$

$=\sum_{k=1}^{5}a_k^2-\sum_{k=1}^{5}a_k-\sum_{k=1}^{5}6=6-3-30=-27$

067 답 (1) 65 (2) 110 (3) 385 (4) 335 (5) 3025 (6) 1870

(1) $\sum_{k=1}^{10}(k+1)=\sum_{k=1}^{10}k+\sum_{k=1}^{10}1=\frac{10\times11}{2}+10=55+10=65$

(2) $\sum_{k=1}^{10}2k=2\sum_{k=1}^{10}k=2\times\frac{10\times11}{2}=110$

(3) $\sum_{k=1}^{10}k^2=\frac{10\times11\times21}{6}=385$

(4) $\sum_{k=1}^{10}(k^2-5)=\sum_{k=1}^{10}k^2-\sum_{k=1}^{10}5=\frac{10\times11\times21}{6}-50=335$

(5) $\sum_{k=1}^{10}k^3=\left(\frac{10\times11}{2}\right)^2=55^2=3025$

(6) $\sum_{k=1}^{10}k(k^2-3k)=\sum_{k=1}^{10}(k^3-3k^2)=\sum_{k=1}^{10}k^3-3\sum_{k=1}^{10}k^2$

$=\left(\frac{10\times11}{2}\right)^2-3\times\frac{10\times11\times21}{6}$

$=3025-1155=1870$

068 답 (1) $n(2n-1)$ (2) $\frac{n(n+1)(n+2)}{3}$

(3) $\frac{n(n-1)(2n-1)}{6}$ (4) $\frac{n(n-1)(n+1)(n+2)}{4}$

(1) $\sum_{k=1}^{n}(4k-3)=4\sum_{k=1}^{n}k-\sum_{k=1}^{n}3=4\times\frac{n(n+1)}{2}-3n$

$=2n^2-n=n(2n-1)$

(2) $\sum_{k=1}^{n}k(k+1)=\sum_{k=1}^{n}(k^2+k)=\sum_{k=1}^{n}k^2+\sum_{k=1}^{n}k$

$=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}+\frac{n(n+1)}{2}$

$=\frac{n(n+1)\{(2n+1)+3\}}{6}$

$=\frac{n(n+1)(n+2)}{3}$

(3) $\sum_{k=1}^{n}(k-1)^2=\sum_{k=1}^{n}(k^2-2k+1)=\sum_{k=1}^{n}k^2-2\sum_{k=1}^{n}k+\sum_{k=1}^{n}1$

$=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}-2\times\frac{n(n+1)}{2}+n$

$=\frac{n\{(n+1)(2n+1)-6(n+1)+6\}}{6}$

$=\frac{n(n-1)(2n-1)}{6}$

(4) $\sum_{k=1}^{n}k(k+1)(k-1)=\sum_{k=1}^{n}(k^3-k)=\sum_{k=1}^{n}k^3-\sum_{k=1}^{n}k$

$=\left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2-\frac{n(n+1)}{2}$

$=\frac{n^2(n+1)^2}{4}-\frac{2n(n+1)}{4}$

$=\frac{n(n+1)\{n(n+1)-2\}}{4}$

$=\frac{n(n-1)(n+1)(n+2)}{4}$

069 답 (1) 133 (2) 265 (3) 432 (4) 852

(1) $\sum_{k=4}^{10}(3k-2)=\sum_{k=1}^{10}(3k-2)-\sum_{k=1}^{3}(3k-2)$

$=\left(3\times\frac{10\times11}{2}-20\right)-\left(3\times\frac{3\times4}{2}-6\right)$

$=145-12=133$

(2) $\sum_{k=5}^{10}(k^2-2k)$

$=\sum_{k=1}^{10}(k^2-2k)-\sum_{k=1}^{4}(k^2-2k)$

$=\left(\frac{10\times11\times21}{6}-2\times\frac{10\times11}{2}\right)-\left(\frac{4\times5\times9}{6}-2\times\frac{4\times5}{2}\right)$

$=275-10=265$

(3) $\sum_{k=3}^{10}k(k+1)$

$=\sum_{k=3}^{10}(k^2+k)=\sum_{k=1}^{10}(k^2+k)-\sum_{k=1}^{2}(k^2+k)$

$=\left(\frac{10\times11\times21}{6}+\frac{10\times11}{2}\right)-\left(\frac{2\times3\times5}{6}+\frac{2\times3}{2}\right)$

$=440-8=432$

(4) $\sum_{k=3}^{5}k(2k-1)(2k+1)$

$=\sum_{k=3}^{5}(4k^3-k)=\sum_{k=1}^{5}(4k^3-k)-\sum_{k=1}^{2}(4k^3-k)$

$=\left\{4\times\left(\frac{5\times6}{2}\right)^2-\frac{5\times6}{2}\right\}-\left\{4\times\left(\frac{2\times3}{2}\right)^2-\frac{2\times3}{2}\right\}$

$=885-33=852$

070 답 (1) 495 (2) 1100 (3) 2845 (4) 220

(1) 일반항이 $n(n+2)=n^2+2n$이므로

$\sum_{k=1}^{10}(k^2+2k)=\sum_{k=1}^{10}k^2+2\sum_{k=1}^{10}k$

$=\frac{10\times11\times21}{6}+2\times\frac{10\times11}{2}=495$

(2) 일반항이 $2n(n+3)=2n^2+6n$이므로

$\sum_{k=1}^{10}(2k^2+6k)=2\sum_{k=1}^{10}k^2+6\sum_{k=1}^{10}k$

$=2\times\frac{10\times11\times21}{6}+6\times\frac{10\times11}{2}=1100$

(3) 일반항이 $(3n-2)^2=9n^2-12n+4$이므로

$\sum_{k=1}^{10}(9k^2-12k+4)=9\sum_{k=1}^{10}k^2-12\sum_{k=1}^{10}k+\sum_{k=1}^{10}4$

$=9\times\frac{10\times11\times21}{6}-12\times\frac{10\times11}{2}+40$

$=2845$

(4) 일반항이 $\frac{n(n+1)}{2}=\frac{n^2+n}{2}$이므로

$\sum_{k=1}^{10}\left(\frac{k^2+k}{2}\right)=\frac{1}{2}\left(\sum_{k=1}^{10}k^2+\sum_{k=1}^{10}k\right)$

$=\frac{1}{2}\left(\frac{10\times11\times21}{6}+\frac{10\times11}{2}\right)=220$

071 답 (1) $\frac{1}{2}(3^{11}-3)$ (2) $3\left\{\left(\frac{3}{2}\right)^{10}-1\right\}$ (3) $2^{11}+53$

(4) $3\times2^{10}+217$ (5) $\frac{773-3^{11}}{2}$

(1) $\sum_{k=1}^{10}3^k=3+3^2+3^3+\cdots+3^{10}$

$=\frac{3(3^{10}-1)}{3-1}=\frac{1}{2}(3^{11}-3)$

(2) $\displaystyle\sum_{k=1}^{10}\left(\frac{3}{2}\right)^k=\frac{3}{2}+\left(\frac{3}{2}\right)^2+\left(\frac{3}{2}\right)^3+\cdots+\left(\frac{3}{2}\right)^{10}$

$\displaystyle=\frac{\frac{3}{2}\left\{\left(\frac{3}{2}\right)^{10}-1\right\}}{\frac{3}{2}-1}=3\left\{\left(\frac{3}{2}\right)^{10}-1\right\}$

(3) $\displaystyle\sum_{k=1}^{10}(2^k+k)=\sum_{k=1}^{10}2^k+\sum_{k=1}^{10}k$

$\displaystyle=\frac{2(2^{10}-1)}{2-1}+\frac{10\times 11}{2}=2^{11}+53$

(4) $\displaystyle\sum_{k=1}^{10}(3\times 2^{k-1}+4k)=\sum_{k=1}^{10}3\times 2^{k-1}+4\sum_{k=1}^{10}k$

$\displaystyle=\frac{3(2^{10}-1)}{2-1}+4\times\frac{10\times 11}{2}$

$=3\times 2^{10}+217$

(5) $\displaystyle\sum_{k=1}^{10}(k^2-3^k)=\sum_{k=1}^{10}k^2-\sum_{k=1}^{10}3^k$

$\displaystyle=\frac{10\times 11\times 21}{6}-\frac{3(3^{10}-1)}{3-1}=\frac{773-3^{11}}{2}$

072 답 (1) $\frac{19}{20}$ (2) $\frac{7}{18}$ (3) $\frac{67}{180}$

(1) $\displaystyle\frac{1}{1\times 2}+\frac{1}{2\times 3}+\frac{1}{3\times 4}+\cdots+\frac{1}{19\times 20}$

$\displaystyle=\left(\frac{1}{1}-\cancel{\frac{1}{2}}\right)+\left(\cancel{\frac{1}{2}}-\cancel{\frac{1}{3}}\right)+\left(\cancel{\frac{1}{3}}-\cancel{\frac{1}{4}}\right)+\cdots+\left(\cancel{\frac{1}{19}}-\frac{1}{20}\right)$

$\displaystyle=1-\frac{1}{20}=\frac{19}{20}$

(2) $\displaystyle\sum_{k=1}^{7}\frac{1}{(k+1)(k+2)}$

$\displaystyle=\sum_{k=1}^{7}\left(\frac{1}{k+1}-\frac{1}{k+2}\right)$

$\displaystyle=\left(\frac{1}{2}-\cancel{\frac{1}{3}}\right)+\left(\cancel{\frac{1}{3}}-\cancel{\frac{1}{4}}\right)+\left(\cancel{\frac{1}{4}}-\cancel{\frac{1}{5}}\right)+\cdots+\left(\cancel{\frac{1}{8}}-\frac{1}{9}\right)$

$\displaystyle=\frac{1}{2}-\frac{1}{9}=\frac{7}{18}$

(3) $\displaystyle\sum_{k=1}^{6}\frac{2}{(k+2)(k+4)}$

$\displaystyle=\sum_{k=1}^{6}\frac{2}{2}\left(\frac{1}{k+2}-\frac{1}{k+4}\right)$

$\displaystyle=\left(\frac{1}{3}-\cancel{\frac{1}{5}}\right)+\left(\frac{1}{4}-\cancel{\frac{1}{6}}\right)+\left(\cancel{\frac{1}{5}}-\cancel{\frac{1}{7}}\right)+$

$\displaystyle\cdots+\left(\cancel{\frac{1}{7}}-\frac{1}{9}\right)+\left(\cancel{\frac{1}{8}}-\frac{1}{10}\right)$

$\displaystyle=\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{9}-\frac{1}{10}=\frac{67}{180}$

073 답 (1) 6 (2) 7 (3) 4 (4) $\frac{1}{2}(4+\sqrt{15}-\sqrt{2}-\sqrt{3})$

(1) $\displaystyle\frac{2}{\sqrt{3}+1}+\frac{2}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}+\frac{2}{\sqrt{7}+\sqrt{5}}+\cdots+\frac{2}{\sqrt{49}+\sqrt{47}}$

$=(\cancel{\sqrt{3}}-1)+(\cancel{\sqrt{5}}-\cancel{\sqrt{3}})+(\cancel{\sqrt{7}}-\cancel{\sqrt{5}})+\cdots+(\sqrt{49}-\cancel{\sqrt{47}})$

$=7-1=6$

(2) $\displaystyle\frac{3}{\sqrt{4}+1}+\frac{3}{\sqrt{7}+\sqrt{4}}+\frac{3}{\sqrt{10}+\sqrt{7}}+\cdots+\frac{3}{\sqrt{64}+\sqrt{61}}$

$=(\cancel{\sqrt{4}}-1)+(\cancel{\sqrt{7}}-\cancel{\sqrt{4}})+(\cancel{\sqrt{10}}-\cancel{\sqrt{7}})+\cdots+(\sqrt{64}-\cancel{\sqrt{61}})$

$=8-1=7$

(3) $\displaystyle\sum_{k=1}^{24}\frac{1}{\sqrt{k+1}+\sqrt{k}}$

$\displaystyle=\sum_{k=1}^{24}\frac{\sqrt{k+1}-\sqrt{k}}{(\sqrt{k+1}+\sqrt{k})(\sqrt{k+1}-\sqrt{k})}$

$\displaystyle=\sum_{k=1}^{24}(\sqrt{k+1}-\sqrt{k})$

$=(\cancel{\sqrt{2}}-1)+(\cancel{\sqrt{3}}-\cancel{\sqrt{2}})+(\cancel{\sqrt{4}}-\cancel{\sqrt{3}})+\cdots+(\sqrt{25}-\cancel{\sqrt{24}})$

$=5-1=4$

(4) $\displaystyle\sum_{k=1}^{13}\frac{1}{\sqrt{k+3}+\sqrt{k+1}}$

$\displaystyle=\sum_{k=1}^{13}\frac{\sqrt{k+3}-\sqrt{k+1}}{(\sqrt{k+3}+\sqrt{k+1})(\sqrt{k+3}-\sqrt{k+1})}$

$\displaystyle=\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{13}(\sqrt{k+3}-\sqrt{k+1})$

$\displaystyle=\frac{1}{2}\{(\cancel{\sqrt{4}}-\sqrt{2})+(\cancel{\sqrt{5}}-\sqrt{3})+(\cancel{\sqrt{6}}-\cancel{\sqrt{4}})+$

$\cdots+(\sqrt{15}-\cancel{\sqrt{13}})+(\sqrt{16}-\cancel{\sqrt{14}})\}$

$\displaystyle=\frac{1}{2}(\sqrt{15}+\sqrt{16}-\sqrt{2}-\sqrt{3})=\frac{1}{2}(4+\sqrt{15}-\sqrt{2}-\sqrt{3})$

074 답 (1) $\frac{19}{4}\times 3^{11}+\frac{3}{4}$ (2) $2-13\times\left(\frac{1}{2}\right)^{11}$ (3) $8\times 2^{10}+2$

(1)
$$\begin{array}{rl} S= & 1\times 3+2\times 3^2+3\times 3^3+\cdots+10\times 3^{10} \\ -\big)\,3S= & \qquad\quad 1\times 3^2+2\times 3^3+\cdots+\ 9\times 3^{10}+10\times 3^{11} \\ \hline -2S= & 3+\quad 3^2+\quad 3^3+\cdots+\quad 3^{10}-10\times 3^{11} \end{array}$$

$\displaystyle=\frac{3(3^{10}-1)}{3-1}-10\times 3^{11}$

$\displaystyle\therefore\ S=\frac{19}{4}\times 3^{11}+\frac{3}{4}$

(2)
$$\begin{array}{rl} S= & 1\times\frac{1}{2}+2\times\left(\frac{1}{2}\right)^2+3\times\left(\frac{1}{2}\right)^3+\cdots+11\times\left(\frac{1}{2}\right)^{11} \\ -\big)\,\frac{1}{2}S= & \qquad 1\times\left(\frac{1}{2}\right)^2+2\times\left(\frac{1}{2}\right)^3+\cdots+10\times\left(\frac{1}{2}\right)^{11}+11\times\left(\frac{1}{2}\right)^{12} \\ \hline \frac{1}{2}S= & \frac{1}{2}+\quad\left(\frac{1}{2}\right)^2+\quad\left(\frac{1}{2}\right)^3+\cdots+\quad\left(\frac{1}{2}\right)^{11}-11\times\left(\frac{1}{2}\right)^{12} \end{array}$$

$\displaystyle=\frac{\frac{1}{2}\left\{1-\left(\frac{1}{2}\right)^{11}\right\}}{1-\frac{1}{2}}-11\times\left(\frac{1}{2}\right)^{12}$

$\displaystyle\therefore\ S=2-13\times\left(\frac{1}{2}\right)^{11}$

(3) $S=1\times 2+2\times 2^2+3\times 2^3+\cdots+9\times 2^9$이므로

$$\begin{array}{rl} S= & 1\times 2+2\times 2^2+3\times 2^3+\cdots+9\times 2^9 \\ -\big)\,2S= & \qquad\quad 1\times 2^2+2\times 2^3+\cdots+8\times 2^9+9\times 2^{10} \\ \hline -S= & 2+\quad 2^2+\quad 2^3+\cdots+\quad 2^9-9\times 2^{10} \end{array}$$

$\displaystyle=\frac{2(2^9-1)}{2-1}-9\times 2^{10}$

$\therefore\ S=8\times 2^{10}+2$

075 답 제46항

주어진 수열을 군수열로 나타내면

(1), (2, 2), (3, 3, 3), (4, 4, 4, 4), ⋯

10은 10군의 1번째 항이다.

각 군의 항의 개수는 1, 2, 3, 4, ⋯이므로

제9군까지의 항의 개수는 $\frac{9\times 10}{2}=45$(개)

따라서 10은 $45+1=46$번째 항에서 처음으로 나타난다.

076 답 제31항

주어진 수열을 군수열로 나타내면

$\left(\frac{1}{1}\right)$, $\left(\frac{1}{2}, \frac{2}{2}\right)$, $\left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{3}{3}\right)$, $\left(\frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}, \frac{4}{4}\right)$, $\cdots$

$\frac{3}{8}$은 8군의 3번째 항이다.

각 군의 항의 개수는 1, 2, 3, 4, …이므로

제7군까지의 항의 개수는 $\frac{7\times8}{2}=28$(개)

따라서 $\frac{3}{8}$은 $28+3=31$번째 항에서 처음으로 나타난다.

077 답 (1) 385 (2) 120 (3) $\frac{3}{4}\times\left(\frac{1}{3}\right)^9+\frac{51}{4}$

(1) 제n군의 항의 개수는 n개이므로

제n군의 항의 합은 $n\times n=n^2$

또한 제10군까지의 합이므로

$1+(2+2)+(3+3+3)+\cdots+(10+10+\cdots+10)$

$=\sum_{k=1}^{10}k^2=\frac{10\times11\times21}{6}=385$

(2) $1+(1+2)+(1+2+4)+\cdots+(1+2+4+\cdots+64)$

$=1+(1+2^2)+(1+2+2^2)+\cdots+(1+2+2^2+\cdots+2^6)$

제n군의 항의 개수는 n개이므로

제n군의 항의 합은 $\frac{1(2^n-1)}{2-1}=2^n-1$

또한 제6군까지의 합이므로

$1+(1+2)+(1+2+4)+\cdots+(1+2+4+\cdots+64)$

$=\sum_{k=1}^{6}(2^k-1)=\sum_{k=1}^{6}2^k-\sum_{k=1}^{6}1=\frac{2(2^6-1)}{2-1}-6=120$

(3) 제n군의 항의 개수는 n개이므로

제n군의 항의 합은 $\dfrac{1\times\left\{1-\left(\frac{1}{3}\right)^n\right\}}{1-\frac{1}{3}}=\frac{3}{2}\left\{1-\left(\frac{1}{3}\right)^n\right\}$

또한 제9군까지의 합이므로

$1+\left(1+\frac{1}{3}\right)+\left(1+\frac{1}{3}+\frac{1}{3^2}\right)+\cdots+\left(1+\frac{1}{3}+\frac{1}{3^2}+\cdots+\frac{1}{3^9}\right)$

$=\frac{3}{2}\sum_{k=1}^{9}\left\{1-\left(\frac{1}{3}\right)^k\right\}=\frac{3}{2}\left\{\sum_{k=1}^{9}1-\sum_{k=1}^{9}\left(\frac{1}{3}\right)^k\right\}$

$=\frac{3}{2}\left[9-\dfrac{\frac{1}{3}\left\{1-\left(\frac{1}{3}\right)^9\right\}}{1-\frac{1}{3}}\right]=\frac{3}{4}\times\left(\frac{1}{3}\right)^9+\frac{51}{4}$

078 답 (1) (1), (2, 3), (4, 5, 6), (7, 8, 9, 10), …
(2) n개 (3) 23 (4) 27

(2) 제1군부터 항의 개수는 1, 2, 3, …이므로

제n군의 항의 개수는 n개이다.

(3) 제6군까지의 항의 개수는 $\sum_{k=1}^{6}k=\frac{6\times7}{2}=21$(개)

따라서 제7군의 2번째 항은 $21+2=23$

(4) 제7군의 2번째 항이 23이므로

제7군의 6번째 항은 $23+4=27$

079 답 (1) (1), (2, 3), (4, 5, 6, 7),
(8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15), …
(2) 2^{n-1}개 (3) 32 (4) 36

(2) 제1군부터 항의 개수는 1, 2^1, 2^2, …이므로

제n군의 항의 개수는 2^{n-1}개이다.

(3) 제5군까지의 항의 개수는 $\sum_{k=1}^{5}2^{k-1}=\frac{1(2^5-1)}{2-1}=31$(개)

따라서 제6군의 첫 번째 항은 $31+1=32$

(4) 제6군의 첫 번째 항이 32이므로

제6군의 5번째 항은 $32+4=36$

080 답 24

$\sum_{k=6}^{10}a_k=\sum_{k=1}^{10}a_k-\sum_{k=1}^{5}a_k=32-8=24$

081 답 155

$\alpha+\beta=4$, $\alpha\beta=-1$이므로

$\sum_{k=1}^{10}(k-\alpha)(k-\beta)=\sum_{k=1}^{10}(k^2-4k-1)=\sum_{k=1}^{10}k^2-4\sum_{k=1}^{10}k-\sum_{k=1}^{10}1$

$=\frac{10\times11\times21}{6}-4\times\frac{10\times11}{2}-10$

$=385-220-10=155$

082 답 ①

$\sum_{k=1}^{n}\frac{2}{k(k+1)}$

$=2\sum_{k=1}^{n}\left(\frac{1}{k}-\frac{1}{k+1}\right)$

$=2\left\{\left(\frac{1}{1}-\cancel{\frac{1}{2}}\right)+\left(\cancel{\frac{1}{2}}-\cancel{\frac{1}{3}}\right)+\left(\cancel{\frac{1}{3}}-\cancel{\frac{1}{4}}\right)+\cdots+\left(\cancel{\frac{1}{n}}-\frac{1}{n+1}\right)\right\}$

$=\frac{2n}{n+1}=\frac{17}{9}$

$\therefore\ n=17$

083 답 3

$\sum_{k=1}^{24}\frac{1}{\sqrt{2k+1}+\sqrt{2k-1}}$

$=\sum_{k=1}^{24}\frac{\sqrt{2k+1}-\sqrt{2k-1}}{(\sqrt{2k+1}+\sqrt{2k-1})(\sqrt{2k+1}-\sqrt{2k-1})}$

$=\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{24}(\sqrt{2k+1}-\sqrt{2k-1})$

$=\frac{1}{2}\{(\cancel{\sqrt{3}}-\sqrt{1})+(\cancel{\sqrt{5}}-\cancel{\sqrt{3}})+(\cancel{\sqrt{7}}-\cancel{\sqrt{5}})+\cdots+(\sqrt{49}-\cancel{\sqrt{47}})\}$

$=\frac{1}{2}\times(7-1)=3$

084 답 $2^{n+1}-n-2$

$$\begin{array}{rl} S= & n+(n-1)\times2+(n-2)\times2^2+\cdots+\quad 2^{n-1} \\ -\underline{)\,2S=} & \underline{\qquad\quad n\times2+(n-1)\times2^2+\cdots+2\times2^{n-1}+2^n} \\ -S= & n-\qquad 2-\qquad 2^2-\cdots-\quad 2^{n-1}-2^n \\ = & n-(2+2^2+\cdots+2^{n-1}+2^n) \end{array}$$

$\therefore\ S=\frac{2(2^n-1)}{2-1}-n=2^{n+1}-n-2$

085 답 ⑤

주어진 수열을 군수열로 나타내면

$\left(\frac{1}{2}\right), \left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right), \left(\frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}\right), \left(\frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{3}{5}, \frac{4}{5}\right), \cdots$

제n군의 분모는 $n+1$이므로 $\frac{5}{12}$는 11군의 5번째 항이다.

각 군의 항의 개수는 1, 2, 3, 4, $\cdots$이므로

제10군까지의 항의 개수는 $\frac{10\times11}{2}=55$(개)

따라서 $\frac{5}{12}$는 $55+5=60$번째 항에서 처음으로 나타난다.

4 수학적 귀납법

170쪽~176쪽

086 답 (1) 10 (2) 41 (3) -46 (4) 11

(1) $a_2=a_1+2=2+2=4$

$a_3=a_2+2=4+2=6$

$a_4=a_3+2=6+2=8$

$\therefore a_5=a_4+2=8+2=10$

(2) $a_2=3a_1-1=3-1=2$

$a_3=3a_2-1=6-1=5$

$a_4=3a_3-1=15-1=14$

$\therefore a_5=3a_4-1=42-1=41$

(3) $a_2=3a_1+2=-6+2=-4$

$a_3=3a_2+4=-12+4=-8$

$a_4=3a_3+6=-24+6=-18$

$\therefore a_5=3a_4+8=-54+8=-46$

(4) $a_3=a_2+a_1=3+1=4$

$a_4=a_3+a_2=4+3=7$

$\therefore a_5=a_4+a_3=7+4=11$

087 답 (1) $a_n=5n-2$ (2) $a_n=-3n+13$ (3) $a_n=4n-3$

(1) $a_{n+1}=a_n+5$이므로 $\{a_n\}$은 공차가 5인 등차수열이다.

$a_1=3$이므로 $a_n=3+(n-1)\times5=5n-2$

(2) $a_{n+2}-a_{n+1}=a_{n+1}-a_n$이므로 $\{a_n\}$은 두 항 사이의 차가 일정한 등차수열이다.

이때 $a_2-a_1=-3$, 즉 공차가 -3이고 $a_1=10$이므로

$a_n=10+(n-1)\times(-3)=-3n+13$

(3) $2a_{n+1}=a_n+a_{n+2}$에서 a_{n+1}은 a_n과 a_{n+2}의 등차중항임을 알 수 있다.

이때 $a_2-a_1=4$, $a_1=1$이므로 $\{a_n\}$은 첫째항이 1, 공차가 4인 등차수열이다.

$\therefore a_n=1+(n-1)\times4=4n-3$

088 답 (1) $a_n=-3^{n-1}$ (2) $a_n=\left(\frac{1}{3}\right)^{n-3}$ (3) $a_n=3^{n-1}$

(1) $a_{n+1}=3a_n$이므로 $\{a_n\}$은 공비가 3인 등비수열이다.

$a_1=-1$이므로 $a_n=-3^{n-1}$

(2) $\frac{a_{n+2}}{a_{n+1}}=\frac{a_{n+1}}{a_n}$이므로 $\{a_n\}$은 두 항 사이의 비가 일정한 등비수열이다.

이때 $\frac{a_2}{a_1}=\frac{1}{3}$, 즉 공비가 $\frac{1}{3}$이고 $a_1=9$이므로

$a_n=9\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}=\left(\frac{1}{3}\right)^{n-3}$

(3) $a_{n+1}{}^2=a_na_{n+2}$에서 a_{n+1}은 a_n과 a_{n+2}의 등비중항임을 알 수 있다.

이때 $\frac{a_2}{a_1}=3$, $a_1=1$이므로 $\{a_n\}$의 첫째항이 1, 공비가 3인 등비수열이다.

$\therefore a_n=3^{n-1}$

089 답 (1) $a_n=n^2-n+5$ (2) $a_n=\frac{3n^2-3n-6}{2}$

(3) $a_n=\frac{3n-1}{n}$

(1) $a_{n+1}=a_n+2n$의 n에

1, 2, 3, $\cdots$, $n-1$을 차례로

대입하여 변끼리 각각 더하면

$$\begin{aligned}
&\cancel{a_2}=a_1+2\\
&\cancel{a_3}=\cancel{a_2}+4\\
&\cancel{a_4}=\cancel{a_3}+6\\
&\quad\vdots\\
&a_n=\cancel{a_{n-1}}+2(n-1)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
a_n&=a_1+2+4+6+\cdots+2(n-1)\\
&=5+2\{1+2+3+\cdots+(n-1)\}\\
&=5+2\times\frac{(n-1)n}{2}=n^2-n+5
\end{aligned}$$

(2) $a_{n+1}=a_n+3n$의 n에

1, 2, 3, $\cdots$, $n-1$을 차례로

대입하여 변끼리 각각 더하면

$$\begin{aligned}
&\cancel{a_2}=a_1+3\\
&\cancel{a_3}=\cancel{a_2}+6\\
&\cancel{a_4}=\cancel{a_3}+9\\
&\quad\vdots\\
&a_n=\cancel{a_{n-1}}+3(n-1)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
a_n&=a_1+3+6+9+\cdots+3(n-1)\\
&=-3+3\{1+2+3+\cdots+(n-1)\}\\
&=-3+3\times\frac{(n-1)n}{2}\\
&=\frac{3n^2-3n-6}{2}
\end{aligned}$$

(3) $a_{n+1}=a_n+\frac{1}{n^2+n}=a_n+\frac{1}{n(n+1)}=a_n+\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)$

의 n에 1, 2, 3, $\cdots$, $n-1$을

차례로 대입하여 변끼리

각각 더하면

$$\begin{aligned}
&\cancel{a_2}=a_1+\left(1-\frac{1}{2}\right)\\
&\cancel{a_3}=\cancel{a_2}+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)\\
&\cancel{a_4}=\cancel{a_3}+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)\\
&\quad\vdots\\
&a_n=\cancel{a_{n-1}}+\left(\frac{1}{n-1}-\frac{1}{n}\right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
a_n&=a_1+\left(1-\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)\\
&\quad+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)+\cdots\\
&\quad+\left(\frac{1}{n-1}-\frac{1}{n}\right)\\
&=2+1-\frac{1}{n}=\frac{3n-1}{n}
\end{aligned}$$

3단원해설-ok.indd 73 2018-04-17 오후 2:20:11

090 답 (1) $a_n=-\dfrac{2}{n+1}$ (2) $a_n=\dfrac{4}{n^2+n}$

(1) $a_{n+1}=\dfrac{n+1}{n+2}a_n$의 n에

1, 2, 3, ⋯, $n-1$을 차례로 대입하여

변끼리 각각 곱하면

$$a_n=\frac{n}{n+1}\cdot\cdots\cdot\frac{4}{5}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{2}{3}\cdot a_1$$

$$=\frac{2}{n+1}\cdot(-1)=-\frac{2}{n+1}$$

$$\cancel{a_2}=\frac{2}{3}a_1$$
$$\cancel{a_3}=\frac{3}{4}\cancel{a_2}$$
$$\cancel{a_4}=\frac{4}{5}\cancel{a_3}$$
$$\vdots$$
$$a_n=\frac{n}{n+1}\cancel{a_{n-1}}$$

(2) $a_{n+1}=\dfrac{n}{n+2}a_n$의 n에

1, 2, 3, ⋯, $n-1$을 차례로 대입하여

변끼리 각각 곱하면

$$a_n=\frac{n-1}{n+1}\cdot\frac{n-2}{n}\cdot\cdots\cdot\frac{3}{5}\cdot\frac{2}{4}\cdot\frac{1}{3}\cdot a_1$$

$$=\frac{2}{n(n+1)}\cdot 2=\frac{4}{n^2+n}$$

$$\cancel{a_2}=\frac{1}{3}a_1$$
$$\cancel{a_3}=\frac{2}{4}\cancel{a_2}$$
$$\cancel{a_4}=\frac{3}{5}\cancel{a_3}$$
$$\vdots$$
$$a_n=\frac{n-1}{n+1}\cancel{a_{n-1}}$$

091 답 (1) $a_n=2^n+1$ (2) $a_n=3^n-1$

(1) $a_{n+1}=2a_n-1$을 $a_{n+1}-\alpha=2(a_n-\alpha)$ 꼴로 변형하면

$a_{n+1}=2a_n-\alpha$에서 $\alpha=1$

$\therefore a_{n+1}-1=2(a_n-1)$

따라서 수열 $\{a_n-1\}$은 첫째항이 a_1-1, 공비가 2인 등비수열이다.

이때 $a_1-1=2$이므로

$a_n-1=2\cdot 2^{n-1}=2^n$ $\quad\therefore a_n=2^n+1$

(2) $a_{n+1}=3a_n+2$를 $a_{n+1}-\alpha=3(a_n-\alpha)$ 꼴로 변형하면

$a_{n+1}=3a_n-2\alpha$에서 $\alpha=-1$

$\therefore a_{n+1}+1=3(a_n+1)$

따라서 수열 $\{a_n+1\}$은 첫째항이 a_1+1, 공비가 3인 등비수열이다.

이때 $a_1+1=3$이므로

$a_n+1=3\cdot 3^{n-1}=3^n$ $\quad\therefore a_n=3^n-1$

092 답 (1) × (2) ○ (3) ×

(1) $p(1)$이 참이면 $p(3\cdot1)=p(3)$이 참

$p(3)$이 참이면 $p(3\cdot3)=p(9)$가 참

$p(9)$가 참이면 $p(3\cdot9)=p(27)$이 참

⋮

$p(3^{k-1})$이 참이면 $p(3\cdot3^{k-1})=p(3^k)$이 참

즉, $n=3^k$인 $p(n)$이 참이다. $(k=0, 1, 2, 3, \cdots)$

따라서 $p(72)$는 참인지 알 수 없다.

(2) $p(2)$가 참이면 $p(3\cdot2)=p(6)$이 참

$p(6)$이 참이면 $p(3\cdot6)=p(18)$이 참

$p(18)$이 참이면 $p(3\cdot18)=p(54)$가 참

⋮

$p(2\cdot3^{k-1})$이 참이면 $p(3\cdot2\cdot3^{k-1})=p(2\cdot3^k)$이 참이다.

즉, $n=2\cdot3^k$인 $p(n)$이 참이다. $(k=0, 1, 2, 3, \cdots)$

이때, $162=2\cdot3^4$이므로 $p(162)$는 참이다.

(3) 소수 k에 대하여 $p(k)$가 참이라고 하면

$p(3k)$, $p(3^2\cdot k)$, $p(3^3\cdot k)$, ⋯가 참이다.

$p(3^{m-1}\cdot k)$가 참이면 $p(3\cdot3^{m-1}\cdot k)=p(3^m\cdot k)$가 참이다.

즉, $n=3^m\cdot k$인 $p(n)$이 참이다.

(k는 소수, $m=0, 1, 2, 3, \cdots$)

그런데 4는 3의 거듭제곱과 소수의 곱으로 나타낼 수 없으므로 $p(4)$의 참, 거짓을 알 수 없다.

093 답 (1) $\dfrac{k(k+1)}{2}$, $\dfrac{k(k+1)}{2}$, $\dfrac{(k+1)\{(k+1)+1\}}{2}$, $k+1$

(2) $2k+1$, $2k+1$, $2k+1$, $(k+1)^2$

(3) $(k+1)^2$, $(k+1)^2$, $(k+1)^2$, $(k+1)$, $2(k+1)+1$

(4) 2^k, 2^k, 2^k, $2^{k+1}-1$

(1) (i) $n=1$일 때,

(좌변)$=1$, (우변)$=\dfrac{1\times2}{2}=1$

따라서 $n=1$일 때, 주어진 등식이 성립한다.

(ii) $n=k$일 때, 주어진 등식이 성립한다고 가정하면

$1+2+3+\cdots+k=\boxed{\dfrac{k(k+1)}{2}}$ ⋯⋯ ㉠

㉠의 양변에 $k+1$을 더하면

$$1+2+3+\cdots+k+k+1=\boxed{\frac{k(k+1)}{2}}+k+1$$
$$=\boxed{\frac{(k+1)\{(k+1)+1\}}{2}}$$

따라서 $n=\boxed{k+1}$일 때도 주어진 등식이 성립한다.

(i), (ii)에 의해 주어진 등식은 모든 자연수 n에 대하여 성립한다.

(2) (i) $n=1$일 때,

(좌변)$=1$, (우변)$=1^2=1$

따라서 $n=1$일 때, 주어진 등식이 성립한다.

(ii) $n=k$일 때, 주어진 등식이 성립한다고 가정하면

$1+3+5+\cdots+(2k-1)=k^2$ ⋯⋯ ㉠

㉠의 양변에 $\boxed{2k+1}$을 더하면

$$1+3+5+\cdots+(2k-1)+\boxed{2k+1}=k^2+\boxed{2k+1}$$
$$=\boxed{(k+1)^2}$$

따라서 $n=k+1$일 때도 주어진 등식이 성립한다.

(ⅰ), (ⅱ)에 의해 주어진 등식은 모든 자연수 n에 대하여 성립한다.

(3) (ⅰ) $n=1$일 때,

(좌변)$=1$, (우변)$=\frac{1\times2\times3}{6}=1$

따라서 $n=1$일 때, 주어진 등식이 성립한다.

(ⅱ) $n=k$일 때, 주어진 등식이 성립한다고 가정하면

$1^2+2^2+3^2+\cdots+k^2=\frac{k(k+1)(2k+1)}{6}$ …… ㉠

㉠의 양변에 $\boxed{(k+1)^2}$을 더하면

$1^2+2^2+3^2+\cdots+k^2+\boxed{(k+1)^2}$

$=\frac{k(k+1)(2k+1)}{6}+\boxed{(k+1)^2}$

$=\frac{1}{6}(k+1)\{k(2k+1)+6\boxed{(k+1)}\}$

$=\frac{1}{6}(k+1)(k+2)(2k+3)$

$=\frac{1}{6}(k+1)\{(k+1)+1\}\{\boxed{2(k+1)+1}\}$

따라서 $n=k+1$일 때도 주어진 등식이 성립한다.

(ⅰ), (ⅱ)에 의해 주어진 등식은 모든 자연수 n에 대하여 성립한다.

(4) (ⅰ) $n=1$일 때,

(좌변)$=1$, (우변)$=2^1-1=1$

따라서 $n=1$일 때, 주어진 등식이 성립한다.

(ⅱ) $n=k$일 때, 주어진 등식이 성립한다고 가정하면

$1+2+2^2+\cdots+2^{k-1}=2^k-1$ …… ㉠

㉠의 양변에 $\boxed{2^k}$을 더하면

$1+2+2^2+\cdots+2^{k-1}+\boxed{2^k}=2^k-1+\boxed{2^k}$

$=\boxed{2^{k+1}-1}$

따라서 $n=k+1$일 때도 주어진 등식이 성립한다.

(ⅰ), (ⅱ)에 의해 주어진 등식은 모든 자연수 n에 대하여 성립한다.

094 답 9, 9^k-1

(ⅰ) $n=1$일 때,

$9^1-1=8$

따라서 $n=1$일 때 9^n-1은 8의 배수이다.

(ⅱ) $n=k$일 때, 9^k-1이 8의 배수라고 가정하면

$9^k-1=8N$ (N은 자연수)으로 놓을 수 있다.

$n=k+1$이면

$9^{k+1}-1=\boxed{9}\times9^k-1$

$=8\times9^k+\boxed{9^k-1}=8(9^k+N)$

따라서 $n=k+1$일 때도 9^n-1은 8의 배수이다.

(ⅰ), (ⅱ)에 의해 모든 자연수 n에 대하여 9^n-1은 8의 배수이다.

095 답 $2\cdot5^{k-1}$, $2\cdot5^{k-1}$, $7N-5^{k-1}$

(ⅰ) $n=1$일 때,

$7^1+5^{1-1}=7+1=8$

따라서 $n=1$일 때, 7^n+5^{n-1}은 2의 배수이다.

(ⅱ) $n=k$일 때, 7^k+5^{k-1}이 2의 배수라고 가정하면

$7^k+5^{k-1}=2N$ (N은 자연수)으로 놓을 수 있다.

$n=k+1$이면

$7^{k+1}+5^k=7\cdot7^k+5\cdot5^{k-1}=7(7^k+5^{k-1})-\boxed{2\cdot5^{k-1}}$

$=7\cdot2N-\boxed{2\cdot5^{k-1}}=2(\boxed{7N-5^{k-1}})$

따라서 $n=k+1$일 때도 7^n+5^{n-1}은 2의 배수이다.

(ⅰ), (ⅱ)에 의해 모든 자연수 n에 대하여 7^n+5^{n-1}은 2의 배수이다.

096 답 (1) $\frac{1}{(k+1)^2}$, $\frac{1}{(k+1)^2}$, $\frac{1}{(k+1)^2}$, $2-\frac{1}{k+1}$, 0

(2) $1+h$, $k+1$ (3) 2, $(k+1)^2$, $(k+1)^2$

(4) 2, 2, 2, $4k+2$, $4k+2$

(1) (ⅰ) $n=2$일 때,

(좌변)$=1+\frac{1}{2^2}=\frac{5}{4}$, (우변)$=2-\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$

$\frac{5}{4}<\frac{3}{2}$이므로 $n=2$일 때, 주어진 부등식이 성립한다.

(ⅱ) $n=k$ $(k\ge2)$일 때, 주어진 부등식이 성립한다고 가정하면

$1+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+\cdots+\frac{1}{k^2}<2-\frac{1}{k}$ …… ㉠

㉠의 양변에 $\boxed{\frac{1}{(k+1)^2}}$을 더하면

$1+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+\cdots+\frac{1}{k^2}+\boxed{\frac{1}{(k+1)^2}}<2-\frac{1}{k}+\boxed{\frac{1}{(k+1)^2}}$

이때 $\left\{2-\frac{1}{k}+\frac{1}{(k+1)^2}\right\}-\left(\boxed{2-\frac{1}{k+1}}\right)$

$=-\frac{1}{k(k+1)^2}<\boxed{0}$이므로

$1+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+\cdots+\frac{1}{k^2}+\frac{1}{(k+1)^2}<2-\frac{1}{k+1}$

따라서 $n=k+1$일 때도 주어진 부등식이 성립한다.

(ⅰ), (ⅱ)에 의해 주어진 부등식은 $n\ge2$인 모든 자연수 n에 대하여 성립한다.

(2) (ⅰ) $n=2$일 때,

(좌변)$=(1+h)^2=1+2h+h^2$, (우변)$=1+2h$

$1+2h+h^2>1+2h$이므로 주어진 부등식이 성립한다.

(ⅱ) $n=k$ $(k\ge2)$일 때, 주어진 부등식이 성립한다고 가정하면 $(1+h)^k>1+kh$ …… ㉠

㉠의 양변에 $\boxed{1+h}$를 곱하면

$(1+h)^{k+1}>(1+kh)(1+h)$

$=1+(k+1)h+kh^2$

$>1+(\boxed{k+1})h$ ($\because kh^2>0$)

따라서 $n=k+1$일 때도 주어진 부등식이 성립한다.

(ⅰ), (ⅱ)에 의해 주어진 부등식은 $n\geq 2$인 모든 자연수 n에 대하여 성립한다.

(3) (ⅰ) $n=5$일 때,

(좌변)$=2^5=32$, (우변)$=5^2=25$

$32>25$이므로 $n=5$일 때, 주어진 부등식이 성립한다.

(ⅱ) $n=k$ $(k\geq 5)$일 때, 주어진 부등식이 성립한다고 가정하면 $2^k>k^2$ …… ㉠

㉠의 양변에 $\boxed{2}$를 곱하면

$2^{k+1}>2k^2$ …… ㉡

한편 $2k^2-(k+1)^2=k^2-2k-1=(k-1)^2-2>0$

이므로 $2k^2>\boxed{(k+1)^2}$ …… ㉢

㉡, ㉢에서 $2^{k+1}>\boxed{(k+1)^2}$

따라서 $n=k+1$일 때도 주어진 부등식이 성립한다.

(ⅰ), (ⅱ)에 의해 주어진 부등식은 $n\geq 5$인 모든 자연수 n에 대하여 성립한다.

(4) (ⅰ) $n=3$일 때,

(좌변)$=2^3=8$, (우변)$=2\cdot 3+1=7$

$8>7$이므로 $n=3$일 때, 주어진 부등식이 성립한다.

(ⅱ) $n=k$ $(k\geq 3)$일 때, 주어진 부등식이 성립한다고 가정하면 $2^k>2k+1$ …… ㉠

㉠의 양변에 $\boxed{2}$를 곱하면

$2^k\times\boxed{2}>(2k+1)\times\boxed{2}$

$2^{k+1}>\boxed{4k+2}$

이때 $(\boxed{4k+2})-\{2(k+1)+1\}=2k-1>0$이므로

$2^{k+1}>2(k+1)+1$

따라서 $n=k+1$일 때도 주어진 부등식이 성립한다.

(ⅰ), (ⅱ)에 의해 주어진 부등식은 $n\geq 3$인 모든 자연수 n에 대하여 성립한다.

097 답 ③

$a_{n+1}=a_n+d$에서 $a_{n+1}-a_n=d$ (d는 상수)이므로

수열 $\{a_n\}$은 공차가 d인 등차수열이다.

$a_3=2+2d=8$이므로 $d=3$

$\therefore a_n=2+(n-1)\times 3=3n-1$

$\therefore a_{30}=3\times 30-1=89$

098 답 ①

수열 $\{a_n\}$은 첫째항이 $\frac{1}{4}$, 공비가 2인 등비수열이므로

$a_n=\frac{1}{4}\cdot 2^{n-1}=2^{n-3}$

이때 제k항에서 처음으로 1000보다 커진다고 하면

$2^{k-3}>1000$

이때 $2^9=512$, $2^{10}=1024$이므로 처음으로 1000보다 커지는 항은 제13항이다.

099 답 ②

$a_1=2$, $a_{n+1}=a_n+2^n$이므로

$a_2=a_1+2=2+2=4$

$a_3=a_2+2^2=4+4=8$

$a_4=a_3+2^3=8+8=16$

$a_5=a_4+2^4=16+16=32$

$\therefore \sum_{k=1}^{5}a_k=2+4+8+16+32=62$

100 답 ①

$a_{n+1}=\frac{2n-1}{2n+1}a_n$의 n에

1, 2, 3, …, $n-1$을 차례로 대입하여

변끼리 각각 곱하면

$a_n=\frac{2n-3}{2n-1}\cdot\cdots\cdot\frac{5}{7}\cdot\frac{3}{5}\cdot\frac{1}{3}\cdot a_1$

$\therefore a_n=\frac{3}{2n-1}$

$\therefore a_5+\frac{1}{a_{12}}=\frac{1}{3}+\frac{23}{3}=8$

$\cancel{a_2}=\frac{1}{3}a_1$

$\cancel{a_3}=\frac{3}{5}\cancel{a_2}$

$\cancel{a_4}=\frac{5}{7}\cancel{a_3}$,

⋮

$a_n=\frac{2n-3}{2n-1}\cancel{a_{n-1}}$

101 답 ⑤

(ㄱ) $p(1)$이 참이면 $p(1+3)=p(4)$도 참이다.

$p(4)$가 참이면 $p(4+3)=p(7)$도 참이다.

$p(7)$이 참이면 $p(7+3)=p(10)$도 참이다.

즉, $p(1)$이 참이면 $p(4)$, $p(7)$, $p(10)$, … 도 참이므로 모든 자연수 k에 대하여 $p(3k+1)$도 참이다.

(ㄴ) $p(3)$이 참이면 $p(3+3)=p(6)$도 참이다.

$p(6)$이 참이면 $p(6+3)=p(9)$도 참이다.

$p(9)$가 참이면 $p(9+3)=p(12)$도 참이다.

즉, $p(3)$이 참이면 $p(6)$, $p(9)$, $p(12)$, …도 참이므로 모든 자연수 k에 대하여 $p(3k)$도 참이다.

(ㄷ) $p(1)$이 참이면 $p(4)$, $p(7)$, $p(10)$, …도 참이다.

$p(2)$가 참이면 $p(5)$, $p(8)$, $p(11)$, …도 참이다.

$p(3)$이 참이면 $p(6)$, $p(9)$, $p(12)$, …도 참이다.

즉, $p(1)$, $p(2)$, $p(3)$이 참이면 $p(4)$, $p(5)$, $p(6)$, $p(7)$, …도 참이므로 모든 자연수 k에 대하여 $p(k)$도 참이다.

따라서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄴ), (ㄷ)이다.