SOLUTION

LECTURE BOOK

WORK BOOK

LECTURE BOOK

I. 수와 연산

01 소인수분해

L 9쪽 핵심 유형 Q+Q

01 2 02 ② 03 ③
04 ② 05 3 06 ③ 07 ③ 08 25 09 ②, ⑤
10 585 11 ⑤ 12 4 13 ⑤

L 11쪽 발전 유형 Q+Q

01 ⑤ 02 2 03 ④
04 50 05 12 06 ③

L 13쪽 핵심 유형 Q+Q

01 ④ 02 33 03 ②
04 5 05 ②, ③ 06 12 07 ⑤ 08 2
09 ①, ④ 10 6 11 15 12 36 13 ②
14 119 15 147 16 1, 2, 3, 6 17 ④ 18 ③

L 16쪽 발전 유형 Q+Q

01 6 02 ② 03 ④
04 ③ 05 6, 27 06 ④ 07 30 08 375 09 540
10 ① 11 ③ 12 A: 8번, B: 5번

L 18쪽 중단원 실전 TEST

01 ④ 02 3 03 ④
04 40 05 ③ 06 3 07 ③ 08 12 09 ①
10 4 11 5 12 ③ 13 $\frac{18}{5}$ 14 12 15 ②
16 ③ 17 8 18 ② 19 26000원 20 ⑤
21 ④ 22 300 23 216 24 ④

I. 수와 연산

02 정수와 유리수

L 23쪽 핵심 유형 Q+Q

01 ③ 02 ④
03 $+\frac{4}{3}$, $+0.8$, $-1\frac{3}{5}$ 04 1 05 5 06 ④
07 (ㄷ), (ㄹ) 08 ② 09 $-\frac{3}{2}$ 10 $a=-3$, $b=1$
11 ④ 12 -5, 3

L 25쪽 발전 유형 Q+Q

01 11 02 ①
03 A: -6, D: 3 04 D: 11, F: -4

L 27쪽 핵심 유형 Q+Q

01 $\frac{3}{2}$ 02 ① 03 9, -9
04 $\frac{9}{2}$ 05 ① 06 $a=-\frac{11}{2}$, $b=\frac{2}{5}$ 07 ④
08 $\frac{7}{4}$ 09 ④ 10 ⑤ 11 5 12 -3

L 29쪽 발전 유형 Q+Q

01 ② 02 5 03 17
04 3 05 ① 06 9 07 ③
08 $-\frac{1}{14}$, $\frac{1}{14}$, $\frac{3}{14}$, $\frac{5}{14}$ 09 $a<c<b<d$
10 c, a, b, d 11 2 12 ④

L 31쪽 중단원 실전 TEST

01 ⑤ 02 ④ 03 ⑤
04 ⑤ 05 $a=-1$, $b=2$ 06 ③, ④
07 $a=-\frac{4}{3}$, $b=\frac{4}{3}$ 08 ③ 09 C 10 -2, 2
11 ④ 12 ④ 13 0 14 ③ 15 ⑤ 16 5
17 9 18 $-\frac{5}{2}$ 19 8 20 ③ 21 ④ 22 -5
23 8 24 $(-4, 4, 4)$, $(1, 8, 8)$, $(-1, 8, 8)$

I. 수와 연산

03 유리수의 계산

L 36쪽 핵심 유형 Q+Q

01 ③
02 (가) 덧셈의 교환법칙 (나) 덧셈의 결합법칙 03 ③ 04 ①
05 ⑤ 06 7 07 ① 08 ⑤ 09 $\frac{8}{5}$ 10 -10
11 $\frac{7}{8}$ 12 ④ 13 2

L 38쪽 발전 유형 Q+Q

01 3 02 $-\frac{25}{4}$
03 8 04 ③ 05 1450명 06 $\frac{19}{3}$ m

L 40쪽 핵심 유형 Q+Q

01 ④
02 (가) 곱셈의 교환법칙 (나) 곱셈의 결합법칙 03 $-\frac{1}{6}$ 04 ③

05 ⑤ 06 2 07 $\frac{11}{15}$ 08 ⑤ 09 $-\frac{2}{7}$ 10 ④
11 ⑤ 12 ③ 13 ③ 14 1 15 $-\frac{7}{3}$ 16 ⑤
17 $-\frac{3}{10}$ 18 $\frac{4}{7}$ 19 $-\frac{16}{11}$ 20 ②
21 ③

L 43쪽 **발전 유형 Q+Q** 01 ⑤ 02 95 03 ③
04 $\frac{3}{4}$ 05 ③ 06 -1 07 -15 08 40 09 ③
10 $-\frac{10}{9}$ 11 11점 12 $\frac{31}{6}$

L 45쪽 **중단원 실전 TEST** 01 ③ 02 ⑤ 03 ②
04 ② 05 35개 06 $-\frac{2}{3}$ 07 $\frac{10}{3}$ 08 ① 09 ③
10 ④ 11 $-\frac{1}{20}$ 12 ① 13 -18 14 ④
15 $-\frac{5}{4}$ 16 ④ 17 $\frac{28}{5}$ 18 ② 19 $\frac{49}{18}$ 20 ⑤
21 3칸 22 $\frac{5}{3}$ 23 $-\frac{2}{9}$ 24 $\frac{65}{2}$

L 49쪽 **최고 수준 도전하기** 01 7 02 11번 03 55
04 $2, -2, 5, 10, -15$ 05 -11 06 10개

Ⅱ. 방정식

04 문자의 사용과 식

L 53쪽 **핵심 유형 Q+Q** 01 ④ 02 $-\frac{3x^2(y+1)}{z}$
03 ㄴ, ㅂ 04 ④ 05 ④ 06 $\left(\frac{a}{4}+\frac{1}{2}\right)$시간
07 $(400-60x)$ km 08 ③ 09 $\frac{2}{3}a$ % 10 ⑤
11 ③ 12 ② 13 (1) $\frac{1}{2}h(x+y)$ (2) 44

L 55쪽 **발전 유형 Q+Q** 01 -68 02 ①, ④
03 (1) $2(n-1)+1$ (2) 29
04 (1) $(40n+80)$ cm (2) 360 cm

L 57쪽 **핵심 유형 Q+Q** 01 ④ 02 ③ 03 ⑤
04 28 05 ③, ⑤ 06 ㄴ, ㄷ, ㄹ 07 ④
08 9 09 ④ 10 $\frac{1}{12}x+\frac{2}{3}$ 11 $6x+11y$
12 ⑤ 13 ② 14 $8a+4b$

L 59쪽 **발전 유형 Q+Q** 01 ⑤ 02 -2
03 $-2x+11$ 04 $-9x-4$ 05 $10x+2$
06 $-x-15$ 07 (1) $-6x+3$ (2) $6x-3$
08 $\frac{7}{6}x+\frac{7}{6}$ 09 ⑤ 10 $550-\frac{1}{2}a$
11 $(5x-30)$ cm^2 12 $20x+16$

L 61쪽 **중단원 실전 TEST** 01 ③ 02 ③ 03 ⑤
04 $\left(\frac{1}{20}a+5b\right)$ g 05 ① 06 ② 07 ②
08 (1) 초속 346 m (2) 1730 m 09 (1) $4n-3$ (2) 45
10 ④ 11 ② 12 ③ 13 ⑤ 14 18 15 ①
16 ④ 17 19 18 $-3x+45$ 19 $8x-11$
20 $-\frac{7}{3}x-\frac{20}{3}$ 21 $26x-14$ 22 ①
23 $\frac{3}{20}x+5$ 24 $33x+15$

Ⅱ. 방정식

05 일차방정식

L 67쪽 **핵심 유형 Q+Q** 01 ④ 02 ⑤ 03 ㄷ, ㅁ
04 ⑤ 05 -3 06 ③ 07 (가): ㄱ, (나): ㄷ 08 ⑤
09 ② 10 ⑤ 11 ㄱ, ㄷ 12 ④ 13 0
14 ④ 15 24 16 ③ 17 ② 18 $x=15$
19 ① 20 -5

L 70쪽 **발전 유형 Q+Q** 01 ③ 02 ③ 03 -13
04 -1 05 ⑤ 06 5 07 ③ 08 4 09 2
10 ① 11 ② 12 1

L 73쪽 **핵심 유형 Q+Q** 01 ② 02 26 03 28
04 ③ 05 9개 06 ③ 07 ③ 08 10 cm
09 ④ 10 20일 11 3시간 12 4일 13 ①
14 220 km 15 4분 16 ③ 17 ② 18 8분
19 ⑤ 20 ① 21 600 g 22 ②

L 77쪽 발전 유형 Q+Q

01 160　02 ④
03 4000원　04 ⑤　05 ③　06 22　07 174
08 ③　09 초속 30 m　10 3시 $\frac{180}{11}$분
11 7시 $\frac{60}{11}$분　12 ②　13 14일, 20일, 21일, 22일, 28일

L 79쪽 중단원 실전 TEST

01 ④　02 ④　03 ⑤
04 ③, ④　05 7　06 ③　07 ③　08 4
09 8　10 16　11 7　12 ③　13 493　14 ②
15 324 cm^2　16 ①　17 12　18 ⑤　19 100 g
20 47　21 22　22 ④　23 ③　24 초속 25 m

L 83쪽 최고 수준 도전하기

01 $50x+5y+3$
02 $\frac{75}{4}n+\frac{25}{4}$　03 4　04 -3　05 150　06 340
07 시속 115 km　08 7 : 1

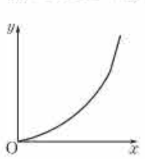
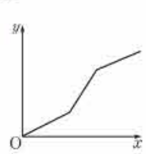
Ⅲ. 그래프와 비례

06 좌표평면과 그래프

L 87쪽 핵심 유형 Q+Q

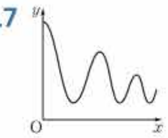
01 ①
02 (5, 1), (6, 2), (7, 3), (8, 4), (9, 5), (10, 6)　03 ⑤
04 2　05 ④　06 ⑤　07 ②　08 ①　09 ④
10 6　11 ⑤　12 ⑤　13 (1) 3　(2) 140 m
14 (1) ㄷ　(2) ㄴ　(3) ㄱ　15 ③

L 90쪽 발전 유형 Q+Q

01 ②　02 제1사분면
03 ①　04 24　05 12　06 ⑤
07 (1) 150 m　(2) C, B, A
08 
09 

L 92쪽 중단원 실전 TEST

01 (1, 2), (1, 3), (2, 3)
02 ③　03 -4　04 ③　05 15　06 ⑤　07 ④
08 ④　09 ③　10 1　11 ④
12 (1) 20 °C　(2) 최고 기온: 25 °C, 최저 기온: 10 °C
13 (1) 40 m　(2) 4분, 8분, 16분, 20분, 28분, 32분　(3) 24분

14 (1) ㄴ　(2) 12분, 8분　15 3　16 ①
17 

Ⅲ. 그래프와 비례

07 정비례와 반비례

L 97쪽 핵심 유형 Q+Q

01 ③　02 ㄱ, ㄷ
03 ④　04 -6　05 (1) $y=2x$　(2) 26 cm
06 $y=8x$, 17 L　07 ④　08 ⑤　09 ⑤　10 18
11 ②　12 20　13 ④　14 $\frac{35}{2}$

L 100쪽 발전 유형 Q+Q

01 (1) $\mathrm{A}(-5, 10)$, $\mathrm{B}\left(\frac{5}{2}, 10\right)$　(2) 4　02 (8, 2)
03 $\frac{3}{4}$　04 ④　05 60 km　06 3개

L 102쪽 핵심 유형 Q+Q

01 ③, ⑤　02 ㄷ, ㄹ
03 ②　04 -10　05 (1) $y=\frac{36}{x}$　(2) 4대
06 $y=\frac{42}{x}$, 6 cm　07 ④　08 ④　09 ④　10 10
11 ③　12 -3　13 20　14 ①

L 105쪽 발전 유형 Q+Q

01 ③　02 10　03 36
04 6　05 $\frac{1}{3}$　06 16

L 106쪽 중단원 실전 TEST

01 ②　02 ④　03 ④
04 $y=4x$, 20 cm^2　05 ①　06 ①　07 ③
08 $y=\frac{5}{2}x$　09 ④　10 $\left(\frac{9}{4}, 3\right)$　11 15분
12 ⑤　13 (1) $y=\frac{36}{x}$　(2) $a=9$, $b=\frac{9}{2}$　14 ④　15 ②
16 ①, ③　17 49　18 $\frac{39}{4}$　19 ③　20 -64
21 20　22 (1, 2)　23 ①　24 10

L 110쪽 최고 수준 도전하기

01 제4사분면
02 $a=8$, $b=8$, 넓이: 256　03 $(-7, 4)$　04 ③
05 23　06 $y=\frac{5}{12}x$

WORK BOOK

I. 수와 연산

01 소인수분해

Ⓦ 2쪽 Lecture 01

01 61 02 ① 03 2 04 ④, ⑤
05 4 06 ① 07 (ㄱ), (ㄷ) 08 ② 09 ⑤
10 1 11 25 12 ④ 13 ③ 14 40 15 ④
16 ② 17 ① 18 ③ 19 12 20 3 21 ④
22 6 23 ② 24 ③ 25 9 26 21 27 ①
28 112 29 48 30 289, 361 31 ④

Ⓦ 7쪽 Lecture 02

01 ② 02 80 03 ③ 04 6
05 2 06 ② 07 ② 08 42 09 ④ 10 ④
11 ② 12 9 13 ②, ③ 14 945 15 120
16 15 17 ② 18 28 19 147 20 ③ 21 ③
22 2 23 183 24 ②, ⑤ 25 ② 26 ①
27 52 28 16 29 60 30 ② 31 ⑤ 32 ④
33 66 34 56, 104 35 80 36 78 37 15
38 ① 39 ① 40 22개 41 ④ 42 5400 cm^2

Ⓦ 14쪽 고난도 Training

01 108 02 ② 03 24 04 1명

I. 수와 연산

02 정수와 유리수

Ⓦ 15쪽 Lecture 03

01 ④ 02 (ㄷ), (ㄹ) 03 8
04 ④ 05 5 06 ③ 07 (ㄱ), (ㄴ) 08 ③
09 ② 10 -4 11 1 12 ① 13 $a=-1$, $b=7$
14 $\frac{16}{45}$ 15 3 16 ② 17 $\frac{7}{2}$
18 B: 3, C: 7, E: 15 19 (1) C, B, D, A, E (2) 3 m

Ⓦ 18쪽 Lecture 04

01 ⑤ 02 $a=5$, $b=-\frac{1}{3}$ 03 ②, ⑤
04 ③ 05 6 06 ④ 07 7 08 ④
09 -6, $-\frac{3}{7}$ 10 ③ 11 ⑤ 12 $\frac{16}{3}$ 13 ②
14 ③ 15 ② 16 15 17 -4 18 ② 19 7
20 6 21 6, -18 22 $(4, -12)$, $(-4, 12)$
23 ④ 24 5 25 $-\frac{11}{4}$ 26 7 27 ④
28 c, a, b, d 29 $c<a<b$ 30 $a=-3$, $b=2$
31 ③

Ⓦ 23쪽 고난도 Training

01 b, d, c, a 02 25 03 ①
04 $a=5$, $b=4$, $c=-4$

I. 수와 연산

03 유리수의 계산

Ⓦ 24쪽 Lecture 05

01 ③ 02 ② 03 $\frac{13}{10}$ 04 ④
05 ④ 06 ③ 07 ④ 08 ⑤ 09 $-\frac{4}{9}$ 10 $\frac{5}{14}$
11 $\frac{11}{12}$ 12 $\frac{41}{15}$ 13 ③ 14 ① 15 16 16 13
17 $-\frac{31}{12}$ 18 $-\frac{29}{6}$ 19 ② 20 9
21 $A=\frac{1}{2}$, $B=2$, $C=\frac{2}{5}$, $D=\frac{1}{2}$ 22 ① 23 42쪽
24 ③

Ⓦ 28쪽 Lecture 06

01 ② 02 ④ 03 $\frac{4}{9}$ 04 $-\frac{1}{101}$
05 ⑤ 06 $-\frac{1}{8}$ 07 ③ 08 ③ 09 250 10 6
11 20 12 ④ 13 $-\frac{16}{9}$ 14 ③ 15 5 16 -3
17 (ㄹ), (ㄷ), (ㅁ), (ㄴ), (ㄱ) 18 ③ 19 ② 20 -90 21 $-\frac{5}{8}$
22 $-\frac{48}{25}$ 23 $\frac{27}{10}$ 24 -21 25 ③ 26 ③, ④
27 ⑤ 28 ② 29 $-\frac{2}{3}$ 30 ④ 31 $\frac{1}{2}$ 32 -240
33 ① 34 -2 35 -24 36 12 37 10 38 $\frac{19}{60}$
39 ③ 40 ① 41 갑: 11, 을: 1 42 ②

Ⓦ 35쪽 고난도 Training

01 $\frac{1}{2}$ 02 $-\frac{42}{11}$ 03 $b-a$, b, $-a$, a, $a-b$ 04 $-\frac{57}{40}$

04 문자의 사용과 식

W 36쪽 **Lecture 07**

01 $0.1x(x-y)$ **02** ④ **03** ⑤
04 ③ **05** ④ **06** ⑤ **07** $\left(\frac{3}{2}x+\frac{5}{2}y\right)\text{cm}^2$
08 $\left(\frac{2}{5}a+5b\right)$mg **09** $(15-4x)$ km **10** $\left(\frac{3}{x}+\frac{2}{y}\right)$시간
11 $\left(3a+\frac{3}{50}b\right)$g **12** $\frac{600+100x}{200+x}$ % **13** ⑤ **14** ③
15 -6 **16** 29 **17** ③ **18** (1) $(20-ab)$ cm (2) 14 cm
19 (1) $(4a+9b+200)$ kcal (2) 332 kcal
20 (1) $85(60-x)\text{ m}^2$ (2) 3400 m^2 **21** -16 **22** ①, ⑤
23 (1) $3(n-1)+4$ (2) 73 **24** (1) $n(n+1)$ (2) 90

W 40쪽 **Lecture 08**

01 ③ **02** ③, ④ **03** ④
04 $-\frac{3}{2}$ **05** ④ **06** 21 **07** ⑤ **08** $2x+9y-6$
09 2 **10** ⑤ **11** ⑤ **12** $27x+1$ **13** $a-2$
14 0 **15** ⑤ **16** $\frac{1}{3}$ **17** ④ **18** $4x-38$
19 ③ **20** ④ **21** ⑤ **22** $-3x+10$ **23** $7x-3$
24 $a=2,\ b\neq 6$ **25** ④ **26** -14 **27** $7x-15y$
28 ① **29** $9x-1$ **30** $10x+5$ **31** $2x-5$
32 $-8x+5$ **33** $(24000x+1000)$원
34 (1) A: $\frac{24}{25}x$원, B: $\frac{24}{25}x$원 (2) 같다. **35** $34.26r$
36 ② **37** $7x+56$

W 46쪽 **고난도 Training**

01 1 **02** ① **03** $\left(x+\frac{1}{2}\right)$시간 **04** $\frac{9}{8}a$

05 일차방정식

W 47쪽 **Lecture 09**

01 ④ **02** $x=2$ **03** ④, ⑤
04 ⑤ **05** ⑤ **06** 6 **07** (ㄱ), (ㄷ), (ㅁ) **08** ④
09 (가) $-3x$ (나) 4 (다) 12 (라) 4 (마) 3 **10** ①, ②
11 ③ **12** ④ **13** ⑤ **14** ③ **15** ⑤ **16** $x=4$
17 ① **18** 4 **19** 9 **20** ① **21** 14 **22** -4
23 ② **24** -8 **25** $x=3$ **26** ⑤ **27** -3 **28** ⑤
29 ③ **30** 4 **31** 5 **32** ④ **33** ② **34** $\frac{1}{15}$
35 ② **36** -2 **37** ① **38** 10 **39** 1 **40** -7
41 ① **42** $\frac{9}{10}$ **43** -4

W 54쪽 **Lecture 10**

01 ② **02** 13 **03** ③ **04** 48
05 326 **06** ④ **07** 10 **08** ③ **09** 54 cm^2
10 128 cm^2 **11** 15개월 **12** ② **13** 6일
14 3시간 **15** ⑤ **16** ① **17** 4 km **18** ④ **19** 50분
20 ④ **21** 2700 m **22** 오후 4시 12분 **23** ④
24 4분 **25** ③ **26** 50 g **27** ① **28** ④ **29** 10 %
30 ② **31** 150 g **32** ④ **33** 300 **34** ⑤
35 10600원 **36** ⑤ **37** 11000원 **38** ③
39 ① **40** 18개 **41** ④ **42** 26, 157 **43** ④
44 초속 20 m **45** 9시 $\frac{180}{11}$분
46 (1) $6x-(240+0.5x)=30$ (2) 8시 $\frac{540}{11}$분 **47** ①
48 17개

W 62쪽 **고난도 Training**

01 1 **02** 2 **03** (1) 10 cm (2) 40초 **04** ①

06 좌표평면과 그래프

63쪽 Lecture 11

01 5 **02** ③ **03** ③ **04** ④

05 ③ **06** 9 **07** ③ **08** 12 **09** 8 **10** 2

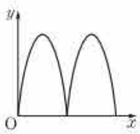
11 ② **12** ④ **13** ③ **14** 제2사분면 **15** 7

16 ③ **17** ⑤ **18** ④ **19** (1) 400 m (2) 4분 (3) 24분

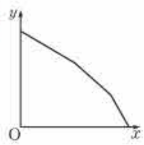
20 ③ **21** ③ **22** ① **23** ④ **24** 제3사분면

25 제3사분면 **26** ② **27** 40 **28** $\frac{13}{2}$ **29** (ㄱ), (ㄴ)

30 ② **31**



32



69쪽 고난도 Training

01 $(5,\ -2)$ **02** ④ **03** $(9,\ -5)$ **04** ③

Ⅲ. 그래프와 비례

07 정비례와 반비례

70쪽 Lecture 12

01 4 **02** ② **03** $y=\frac{3}{4}x$

04 ① **05** $y=\frac{9}{10}x$ **06** (1) $y=6x$ (2) 312 kcal

07 $y=0.5x$, 40분 **08** ② **09** ③ **10** ①, ⑤

11 (ㄴ), (ㄷ) **12** $b<a<c$ **13** 12 **14** ②

15 ⑤ **16** 4 **17** $y=\frac{3}{7}x$ **18** ③ **19** $\frac{10}{3}$

20 6 **21** ② **22** $(2,\ -1)$ **23** ⑤ **24** $\frac{4}{5}$

25 ③ **26** 1.2 km **27** 세운, 20분 **28** 50분

75쪽 Lecture 13

01 (ㄴ), (ㅁ) **02** ⑤

03 $y=-\frac{18}{x}$ **04** ⑤ **05** (1) $y=\frac{240}{x}$ (2) 15일

06 $y=\frac{120}{x}$ **07** ④ **08** ③ **09** ④

10 (ㄴ), (ㄹ), (ㅁ) **11** ②, ⑤ **12** ① **13** -1

14 ③ **15** ④ **16** 81 **17** 16 **18** $y=-\frac{28}{x}$

19 ④ **20** 20초 **21** 3 **22** ② **23** ④

24 $(1,\ 9)$, $(3,\ 3)$, $(9,\ 1)$ **25** 1 **26** $\frac{25}{3}$ **27** ①

28 9 **29** 16

80쪽 고난도 Training

01 7 **02** 150 **03** 15 **04** $1\le a\le 4$

LECTURE BOOK

I. 수와 연산

01 소인수분해

Lecture 01 소인수분해

핵심 유형 Q+Q L 9쪽

01 소수는 23, 47, 89의 3개이므로 $a=3$
합성수는 6, 51, 63, 117, 133의 5개이므로
$b=5$
$\therefore b-a=5-3=2$ 답 2

02 (ㄱ) 9는 홀수이지만 소수가 아니다.
(ㄷ) 2는 소수이지만 홀수가 아니다.
(ㄹ) 10 이하의 소수는 2, 3, 5, 7의 4개이다.
(ㅁ) 27은 일의 자리의 숫자가 7이지만 소수가 아니다.
이상에서 옳은 것은 (ㄴ), (ㄹ)이다. 답 ②

03 ① $4\times4\times4=4^3$
② $3\times3\times3\times3=3^4$
④ $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\left(\frac{1}{2}\right)^4$
⑤ $\frac{1}{3\times3\times7\times7\times7}=\frac{1}{3^2\times7^3}$
답 ③

04 $3^3=27$, $5^4=625$이므로 $a=3$, $b=4$
$\therefore a+b=3+4=7$ 답 ②

05 $252=2^2\times3^2\times7$이므로 $a=2$, $b=2$, $c=1$
$\therefore a+b-c=2+2-1=3$ 답 3

06 ① $36=2^2\times3^2$이므로 소인수는 2, 3
② $54=2\times3^3$이므로 소인수는 2, 3
③ $78=2\times3\times13$이므로 소인수는 2, 3, 13
④ $144=2^4\times3^2$이므로 소인수는 2, 3
⑤ $162=2\times3^4$이므로 소인수는 2, 3
답 ③

07 $126=2\times3^2\times7$에서 소인수 2, 7의 지수가 홀수이므로 2와 7을 곱해야 한다.
따라서 곱할 수 있는 가장 작은 자연수는
$2\times7=14$ 답 ③

> 어떤 자연수의 제곱인 수
> ➡ 소인수분해하였을 때 모든 소인수의 지수가 짝수인 수

08 $198=2\times3^2\times11$에서 소인수 2, 11의 지수가 홀수이므로 2와 11로 나누어야 한다.
$\therefore a=2\times11=22$
$b^2=198\div22=9=3^2$이므로 $b=3$
$\therefore a+b=22+3=25$ 답 25

Q BOX

09 $240=2^4\times3\times5$의 약수는
$(2^4$의 약수$)\times(3$의 약수$)\times(5$의 약수$)$
꼴이다.
① 2×3^2에서 3^2은 3의 약수가 아니다.
③ $2^2\times5^2$에서 5^2은 5의 약수가 아니다.
④ $2^2\times3^2\times5$에서 3^2은 3의 약수가 아니다.
따라서 240의 약수인 것은 ②, ⑤이다. 답 ②, ⑤

10 $2^3\times3\times7^2$의 약수는
$(2^3$의 약수$)\times(3$의 약수$)\times(7^2$의 약수$)$
꼴이므로
$a=3$, $b=2^2\times3\times7^2=588$
$\therefore b-a=588-3=585$ 답 585

> 약수를 작은 수부터 차례대로 나열하면
> 1, 2, 3, 4, 6, ⋯

> 약수 중 가장 큰 수는 $2^3\times3\times7^2$이므로 두 번째로 큰 수는 $2^2\times3\times7^2$이다.

11 $80=2^4\times5$이므로 약수의 개수는
$(4+1)\times(1+1)=10$
① $44=2^2\times11$이므로 약수의 개수는
$(2+1)\times(1+1)=6$
② $81=3^4$이므로 약수의 개수는 $4+1=5$
③ $120=2^3\times3\times5$이므로 약수의 개수는
$(3+1)\times(1+1)\times(1+1)=16$
④ $154=2\times7\times11$이므로 약수의 개수는
$(1+1)\times(1+1)\times(1+1)=8$
⑤ $162=2\times3^4$이므로 약수의 개수는
$(1+1)\times(4+1)=10$
답 ⑤

12 $60=2^2\times3\times5$이므로
$n(60)=(2+1)\times(1+1)\times(1+1)=12$
$105=3\times5\times7$이므로
$n(105)=(1+1)\times(1+1)\times(1+1)=8$
$\therefore n(60)-n(105)=12-8=4$ 답 4

13 ① $3^4\times6=2\times3^5$이므로 약수의 개수는
$(1+1)\times(5+1)=12$
② $3^4\times9=3^6$이므로 약수의 개수는 $6+1=7$
③ $3^4\times16=2^4\times3^4$이므로 약수의 개수는
$(4+1)\times(4+1)=25$
④ $3^4\times20=2^2\times3^4\times5$이므로 약수의 개수는
$(2+1)\times(4+1)\times(1+1)=30$
⑤ $3^4\times25=3^4\times5^2$이므로 약수의 개수는
$(4+1)\times(2+1)=15$
답 ⑤

Q쌤 한마디

$15=5\times3=(4+1)\times(2+1)$ 또는 $15=15\times1=14+1$
이므로 □ 안에 들어갈 수 있는 수는
$(3$이 아닌 소수$)^2$ 또는 3^{10}
입니다.

발전 유형 Q+Q

11쪽

01 $3^1=3$, $3^2=9$, $3^3=27$, $3^4=81$, $3^5=243$, …이므로 3의 거듭제곱의 일의 자리의 숫자는

$3, 9, 7, 1$

이 이 순서대로 반복된다.
이때 $198=4\times49+2$이므로 3^{198}의 일의 자리의 숫자는 3^2의 일의 자리의 숫자와 같은 9이다. 답 ⑤

거듭제곱의 일의 자리의 숫자
➡ 반복되는 규칙을 찾는다.

02 $2^1=2$, $2^2=4$, $2^3=8$, $2^4=16$, $2^5=32$, …이므로 2의 거듭제곱의 일의 자리의 숫자는

$2, 4, 8, 6$

이 이 순서대로 반복된다.
이때 $1001=4\times250+1$이므로 2^{1001}의 일의 자리의 숫자는 2이다. 답 2

03 $225=3^2\times5^2$이므로 225에 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 세제곱이 되려면 소인수 3, 5의 지수가 3의 배수이어야 한다.
따라서 곱할 수 있는 가장 작은 자연수는

$3\times5=15$ 답 ④

생각
어떤 자연수의 세제곱인 수는 소인수분해하였을 때 모든 소인수의 지수가 3의 배수임을 이용한다.

04 $540=2^2\times3^3\times5$이므로 540에 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 세제곱이 되려면 소인수 2, 5의 지수가 3의 배수이어야 한다.
따라서 곱할 수 있는 가장 작은 자연수는

$2\times5^2=50$ 답 50

$540\times2\times5^2=27000$
$=30^3$

05 $6=6\times1$ 또는 $6=3\times2$
(i) $6=6\times1=5+1$일 때,
a^5(a는 소수) 꼴이어야 하므로 가장 작은 자연수는
$2^5=32$
(ii) $6=3\times2=(2+1)\times(1+1)$일 때,
$a^2\times b$ (a, b는 서로 다른 소수) 꼴이어야 하므로 가장 작은 자연수는
$2^2\times3=12$
(i), (ii)에서 가장 작은 자연수는 12이다. 답 12

06 약수의 개수가 3인 자연수는 (소수)^2 꼴이다.
따라서 구하는 수는

$2^2=4$, $3^2=9$, $5^2=25$, $7^2=49$,
$11^2=121$, $13^2=169$

의 6개이다. 답 ③

Q쌤 보충학습

① 약수의 개수가 2인 자연수 ➔ 소수
② 약수의 개수가 3인 자연수 ➔ (소수)^2 꼴
③ 약수의 개수가 4인 자연수
➔ (소수)^3 또는 $a\times b$ (a, b는 서로 다른 소수) 꼴

Lecture 02 최대공약수와 최소공배수

핵심 유형 Q+Q

13쪽

01 주어진 두 수의 최대공약수는 각각 다음과 같다.
① 3 ② 5 ③ 3 ④ 1 ⑤ 13
따라서 두 수가 서로소인 것은 ④이다. 답 ④

02 $54=2\times3^3$이므로 54와 서로소인 자연수는 2의 배수도 아니고 3의 배수도 아닌 수이다.
이때 100 이하의 자연수 중 2의 배수는 50개, 3의 배수는 33개, 2의 배수이면서 3의 배수인 수는 16개이므로 구하는 자연수의 개수는

$100-(50+33-16)=33$ 답 33

6의 배수

03 $168=2^3\times3\times7$이므로 세 수의 최대공약수는

$2^3\times3$ 답 ②

04 $a=3$, $b=2$이므로

$a+b=3+2=5$ 답 5

05 두 수의 공약수는 두 수의 최대공약수인 $2^2\times3^2$의 약수이다. 답 ②, ③

06 세 수의 공약수는 세 수의 최대공약수인 $2^3\times5^2$의 약수이다.
따라서 세 수의 공약수의 개수는

$(3+1)\times(2+1)=12$ 답 12

07 $60=2^2\times3\times5$이므로 세 수의 최소공배수는

$2^2\times3^2\times5^2$ 답 ⑤

08 최대공약수가 $2^2\times3$이므로 $a=2$
최소공배수가 $2^3\times3^2\times7^c$이므로 $b=2$, $c=2$
$\therefore a-b+c=2-2+2=2$ 답 2

09 세 수의 공배수는 세 수의 최소공배수인 $2^3\times3^2\times5^2$의 배수이다. 답 ①, ④

10 $8=2^3$, $16=2^4$, $20=2^2\times5$이므로 세 수의 공배수는 세 수의 최소공배수인 $2^4\times5=80$의 배수이다.
따라서 500 이하의 자연수 중 세 수의 공배수는

$80, 160, 240, 320, 400, 480$

의 6개이다. 답 6

11 어떤 자연수로 46을 나누면 1이 남고, 65를 나누면 5가 남고, 72를 나누면 나누어떨어지기에 3이 부족하므로 어떤 자연수로

$46-1$, $65-5$, $72+3$, 즉 45, 60, 75

를 나누면 나누어떨어진다.

따라서 구하는 수는 45, 60, 75의 최대공약수이므로

$3\times5=15$

$$\begin{array}{rl} 45= & 3^2\times5 \\ 60= & 2^2\times3\times5 \\ 75= & 3\times5^2 \\ \hline & 3\times5 \end{array}$$

답 15

Q쌤 보충학습

① 어떤 수 x로 A를 나누면 나머지가 r이다.
→ x로 $A-r$를 나누면 나누어떨어진다.
→ x는 $A-r$의 약수이다.

② 어떤 수 x로 A를 나누면 나누어떨어지기에 s가 부족하다.
→ x로 $A+s$를 나누면 나누어떨어진다.
→ x는 $A+s$의 약수이다.

12 어떤 자연수로 110, 74를 나누면 모두 2가 남으므로 어떤 자연수로

$110-2$, $74-2$, 즉 108, 72

를 나누면 나누어떨어진다.

따라서 구하는 수는 108, 72의 최대공약수이므로

$2^2\times3^2=36$

$$\begin{array}{rl} 108= & 2^2\times3^3 \\ 72= & 2^3\times3^2 \\ \hline & 2^2\times3^2 \end{array}$$

답 36

13 어떤 자연수를 A라 하면 $A-1$은 4, 6, 9의 공배수이다.

4, 6, 9의 최소공배수는 $2^2\times3^2=36$이므로

$A-1=36, 72, 108, \cdots$

$\therefore A=37, 73, 109, \cdots$

$$\begin{array}{rl} 4= & 2^2 \\ 6= & 2\times3 \\ 9= & 3^2 \\ \hline & 2^2\times3^2 \end{array}$$

따라서 구하는 가장 작은 수는 37이다. 답 ②

14 어떤 자연수를 A라 하면 $A+1$은 3, 4, 5의 공배수이다.

3, 4, 5의 최소공배수는 $3\times4\times5=60$이므로

$A+1=60, 120, 180, \cdots$

$\therefore A=59, 119, 179, \cdots$

따라서 구하는 가장 작은 세 자리 자연수는 119이다.

답 119

15 $\frac{1}{21}$과 $\frac{1}{49}$ 중 어느 것을 택하여 곱해도 자연수가 되려면 21과 49의 공배수를 곱해야 한다.

이때 가장 작은 수는 21과 49의 최소공배수인 147이다. 답 147

16 n은 24, 30, 42의 공약수이므로 최대공약수인 6의 약수이다.

$\therefore n=1, 2, 3, 6$ 답 1, 2, 3, 6

17 A, B의 최대공약수가 6이므로

$A=6\times a$, $B=6\times b$ (a, b는 서로소, $a>b$)

라 하자.

이때 A, B의 최소공배수가 42이므로

$6\times a\times b=42$ $\therefore a\times b=7$

따라서 $a=7$, $b=1$이므로

$A=42$, $B=6$

$\therefore A-B=42-6=36$ 답 ④

18 최대공약수를 G라 하면

$2^4\times3^3\times5^2=G\times(2^3\times3^2\times5)$

$\therefore G=2\times3\times5$ 답 ③

Q BOX

6을 곱하여 42가 되는 수는 7이므로 $a\times b=7$

어떤 자연수 A를 두 개 이상의 자연수로 나눈 나머지가 모두 r이다. ⇒ $A-r$는 나눈 수들의 공배수이다.

3, 4, 5로 나누면 나누어떨어지기에 모두 1이 부족하므로 어떤 자연수에 1을 더하면 그 수는 3, 4, 5로 나누어떨어진다.

발전 유형 Q+Q

L 16쪽

01 $6\times x=2\times3\times x$, $10\times x=2\times5\times x$, $20\times x=2^2\times5\times x$이므로

$2^2\times3\times5\times x=180$ $\therefore x=3$

따라서 세 수의 최대공약수는

$2\times x=2\times3=6$ 답 6

02 세 자연수를 $5\times x$, $6\times x$, $8\times x$라 하면

$6\times x=2\times3\times x$, $8\times x=2^3\times x$이므로

$2^3\times3\times5\times x=480$ $\therefore x=4$

따라서 세 자연수는

$5\times4=20$, $6\times4=24$, $8\times4=32$

이므로 세 수의 합은

$20+24+32=76$ 답 ②

03 $18=6\times3$, $30=6\times5$이고 18, 30, A의 최대공약수가 6이므로

$A=6\times a$ (a는 자연수)

라 하자.

이때 세 수의 최소공배수가 $180=6\times2\times3\times5$이므로 a는 2의 배수이면서 $2\times3\times5$의 약수이어야 한다.

a의 값이 될 수 있는 수는

2, 2×3, 2×5, $2\times3\times5$

이때 $A=6\times a$이므로 A의 값이 될 수 있는 수는

$6\times2=12$, $6\times2\times3=36$, $6\times2\times5=60$,

$6\times2\times3\times5=180$

답 ④

다른풀이 $18=2\times3^2$, $30=2\times3\times5$이고 최대공약수가 $6=2\times3$이므로 A는 2×3의 배수이다.

또 최소공배수가 $180=2^2\times3^2\times5$이므로 A는 $2^2\times3^2\times5$의 약수이면서 2^2의 배수이다.

따라서 A는 $2^2\times3^2\times5$의 약수이면서 $2^2\times3$의 배수이므로 A의 값이 될 수 있는 수는

$2^2\times3=12$, $2^2\times3^2=36$, $2^2\times3\times5=60$,

$2^2\times3^2\times5=180$

04 $24=12\times2$, $60=12\times5$이고 24, 60, N의 최대공약수가 12이므로

$N=12\times a$ (a는 자연수)

라 하자.
이때 세 수의 최소공배수가 $360=12\times2\times3\times5$이므로 a는 3의 배수이면서 $2\times3\times5$의 약수이어야 한다.
a의 값이 될 수 있는 수는

3, 2×3, 3×5, $2\times3\times5$

이때 $N=12\times a$이므로 가장 작은 자연수 N의 값은

$12\times3=36$ 　　답 ③

05 두 수의 최대공약수가 3이므로 두 수를

$3\times a$, $3\times b$ (a, b는 서로소, $a>b$)

라 하면

$3\times a\times3\times b=162$ 　　$\therefore a\times b=18$

9를 곱하여 162가 되는 수는 18이므로
$a\times b=18$

(i) $a=18$, $b=1$일 때, 두 수는 54, 3이므로
$54+3=57$
(ii) $a=9$, $b=2$일 때, 두 수는 27, 6이므로
$27+6=33$
(i), (ii)에서 구하는 두 수는 6, 27이다. 　　답 6, 27

06 최대공약수를 G라 하면

$540=G\times90$ 　　$\therefore G=6$

따라서

$A=6\times a$, $B=6\times b$ (a, b는 서로소, $a>b$)

라 하면

$6\times a\times b=90$ 　　$\therefore a\times b=15$

(i) $a=15$, $b=1$일 때, 　$A=90$, $B=6$
이때 $A+B=90+6=96$이므로 조건을 만족시키지 않는다.
(ii) $a=5$, $b=3$일 때, 　$A=30$, $B=18$
이때 $A+B=30+18=48$이므로 조건을 만족시킨다.
(i), (ii)에서 　$A=30$, $B=18$
$\therefore A-B=30-18=12$ 　　답 ④

$A+B=48$에서
$6\times a+6\times b=48$
$\therefore a+b=8$
따라서 $a=5$, $b=3$이므로
$A=30$, $B=18$
임을 알 수도 있다.

07 조건 (가)에서 x는 3과 5의 최소공배수인 15의 배수이다.
조건 (나)에서 $60=2^2\times3\times5$, $90=2\times3^2\times5$이므로 x는 두 수의 최대공약수인 $2\times3\times5=30$의 약수이다.
즉 x는 15의 배수이면서 30의 약수이므로

$x=15$ 또는 $x=30$

이때 $15=3\times5$, $30=2\times3\times5$이므로 15와 30의 약수의 개수는 각각

$(1+1)\times(1+1)=4$,
$(1+1)\times(1+1)\times(1+1)=8$

따라서 조건 (다)에서 　$x=30$ 　　답 30

08 조건 (가)에서 $50=25\times2$이므로

$x=25\times a$ (a는 2와 서로소) 　…… ㉠

라 하고, 조건 (나)에서 $45=15\times3$이므로

$x=15\times b$ (b는 3과 서로소) 　…… ㉡

라 하자.
이때 x가 ㉠, ㉡을 모두 만족시켜야 하므로 x는 25와 15의 공배수이면서 a, b가 2, 3과 서로소이어야 한다.
25와 15의 최소공배수는 $3\times5^2=75$이므로

$x=75\times k$ (k는 2, 3과 서로소)

따라서 조건 (다)를 만족시키는 가장 작은 자연수 x의 값은

$75\times5=375$ 　　답 375

09 되도록 큰 정육면체 모양의 주사위를 만들려면 한 모서리의 길이는 30, 54, 72의 최대공약수이어야 하므로

$$\begin{array}{r} 30=2\times3\times5 \\ 54=2\times3^3 \\ 72=2^3\times3^2 \\ \hline 2\times3 \end{array}$$

$2\times3=6$(cm)

이때 $30\div6=5$, $54\div6=9$, $72\div6=12$이므로 만들 수 있는 주사위의 개수는

$5\times9\times12=540$ 　　답 540

10 나무를 되도록 적게 심으려면 나무 사이의 간격은 84, 70의 최대공약수이어야 하므로

$$\begin{array}{r} 84=2^2\times3\times7 \\ 70=2\times5\times7 \\ \hline 2\times7 \end{array}$$

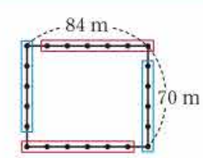
$2\times7=14$(m)

이때 $84\div14=6$, $70\div14=5$이므로 필요한 나무는

$6\times2+5\times2=22$(그루) 　　답 ①

Q쌤 한마디

오른쪽 그림과 같이 생각하면 필요한 나무의 수를 쉽게 구할 수 있습니다.



11 세 열차가 처음으로 다시 동시에 출발할 때까지 걸리는 시간은 18, 20, 60의 최소공배수이므로

$$\begin{array}{r} 18=2\times3^2 \\ 20=2^2\times5 \\ 60=2^2\times3\times5 \\ \hline 2^2\times3^2\times5 \end{array}$$

$2^2\times3^2\times5=180$(분)

따라서 처음으로 다시 동시에 출발하는 시각은 180분, 즉 3시간 후인 오후 7시이다. 　　답 ③

12 두 톱니바퀴가 처음으로 다시 같은 톱니에서 맞물릴 때까지 돌아간 톱니의 개수는 45와 72의 최소공배수이므로

$$\begin{array}{r} 45=3^2\times5 \\ 72=2^3\times3^2 \\ \hline 2^3\times3^2\times5 \end{array}$$

$2^3\times3^2\times5=360$

따라서 두 톱니바퀴가 처음으로 다시 같은 톱니에서 맞물리려면

A: $360\div45=8$(번), B: $360\div72=5$(번)

회전해야 한다. 　　답 A: 8번, B: 5번

중단원 실전 TEST

Ⓛ 18쪽

01 ① 57의 약수는 1, 3, 19, 57이므로 57은 소수가 아니다.
② 2는 짝수이지만 소수이다.
③ $25=5^2$이므로 소인수는 5뿐이다.
⑤ 4, 9, 16, …과 같은 수는 약수의 개수가 홀수이다.

답 ④

02 $2\times5\times2\times7\times7\times2\times5=2^3\times5^2\times7^2$이므로

$x=3,\ y=2,\ z=2$

$\therefore x+y-z=3+2-2=3$

답 3

03 $140=2^2\times5\times7$이므로 소인수는 2, 5, 7

따라서 모든 소인수의 합은

$2+5+7=14$

답 ④

04 $360=2^3\times3^2\times5$이므로 나눌 수 있는 자연수는

$2\times5,\ 2^3\times5,\ 2\times3^2\times5,\ 2^3\times3^2\times5$

따라서 두 번째로 작은 자연수는

$2^3\times5=40$

답 40

05 $540=2^2\times3^3\times5$이므로 540의 약수가 아닌 것은 ③이다.

답 ③

06 $240=2^4\times3\times5$의 약수의 개수는

$(4+1)\times(1+1)\times(1+1)=20$ ··· ❶

즉 $2^a\times7^4$의 약수의 개수가 20이므로

$(a+1)\times(4+1)=20$

$a+1=4 \qquad \therefore a=3$ ··· ❷

답 3

채점 기준	배점
❶ 240의 약수의 개수를 구할 수 있다.	2점
❷ a의 값을 구할 수 있다.	2점

07 $8^1=8,\ 8^2=64,\ 8^3=512,\ 8^4=4096,\ 8^5=32768,$ …이므로 8의 거듭제곱의 일의 자리의 숫자는 8, 4, 2, 6이 이 순서대로 반복된다.

이때 $106=4\times26+2$이므로 8^{106}의 일의 자리의 숫자는 8^2의 일의 자리의 숫자와 같은 4이다.

답 ③

Q쌤 한마디

거듭제곱에서 일의 자리의 숫자가 반복되는 규칙을 찾을 때는 거듭제곱을 직접 계산하지 않고 일의 자리의 숫자만 계산하여 구할 수 있습니다.

예를 들어 $8^2=64$이므로 8^3의 일의 자리의 숫자는 $4\times8=32$에서 2임을 알 수 있습니다. 마찬가지로 8^4의 일의 자리의 숫자는 $2\times8=16$에서 6임을 알 수 있습니다. 이와 같은 방법으로 하면 8의 거듭제곱의 일의 자리의 숫자는 8, 4, 2, 6이 이 순서대로 반복되는 것을 알 수 있습니다.

Q BOX

24, 12, 36의 최대공약수는 12이다.

360의 약수이면서 $2\times5\times(\text{자연수})^2$ 꼴이다.

5를 곱하여 20이 되는 수는 4이므로

$a+1=4$

볼펜이 2자루 부족하므로 학생 수는 2보다 큰 수이어야 한다.

두 분수 $\frac{B}{A}$, $\frac{D}{C}$ 중 어느 것을 택하여 곱해도 자연수가 되게 하는 가장 작은 분수

➡ $\dfrac{(A,\ C\text{의 최소공배수})}{(B,\ D\text{의 최대공약수})}$

두 수 A, B의 최대공약수를 G, 최소공배수를 L이라 하면

$A\times B=G\times L$

08 두 수의 공약수는 두 수의 최대공약수인 $2^3\times3^2$의 약수이다.

따라서 두 수의 공약수의 개수는

$(3+1)\times(2+1)=12$

답 12

09 세 수의 최대공약수가 6이어야 한다.

$24=6\times2^2,\ 36=6\times2\times3$이므로

$A=6\times a$ (a는 2와 서로소)

꼴이다.

① $12=6\times2$ ② $18=6\times3$ ③ $30=6\times5$

④ $42=6\times7$ ⑤ $54=6\times9$

답 ①

10 최대공약수가 $12=2^2\times3$이므로

$a=2$

최소공배수가 $504=2^3\times3^2\times7$이므로

$b=2$

$\therefore a+b=2+2=4$

답 4

11 $12=2^2\times3,\ 18=2\times3^2,\ 24=2^3\times3$이므로 세 수의 공배수는 세 수의 최소공배수인 $2^3\times3^2=72$의 배수이다. ··· ❶

따라서 400보다 작은 자연수 중 세 수의 공배수는

72, 144, 216, 288, 360

의 5개이다. ··· ❷

답 5

채점 기준	배점
❶ 세 수의 공배수는 72의 배수임을 알 수 있다.	2점
❷ 세 수의 공배수의 개수를 구할 수 있다.	2점

12 공책은 2권이 남고, 볼펜은 2자루가 부족하므로 공책이 $110-2$, 즉 108권, 볼펜이 $70+2$, 즉 72자루이면 학생들에게 똑같이 나누어 줄 수 있다.

학생 수는 108, 72의 최대공약수인

$2^2\times3^2=36$

의 약수이면서 2보다 큰 수이므로

학생 수가 될 수 없는 것은 ③이다.

$$\begin{array}{r} 108=2^2\times3^3 \\ 72=2^3\times3^2 \\ \hline 2^2\times3^2 \end{array}$$

답 ③

13 6과 9의 최소공배수는 18이고 25와 20의 최대공약수는 5이므로 구하는 기약분수는

$\frac{18}{5}$

답 $\frac{18}{5}$

14 $12\times A=6\times180$이므로 $A=90$ ··· ❶

이때 $90=2\times3^2\times5$이므로 A의 약수의 개수는

$(1+1)\times(2+1)\times(1+1)=12$ ··· ❷

답 12

채점 기준	배점
❶ A의 값을 구할 수 있다.	2점
❷ A의 약수의 개수를 구할 수 있다.	2점

15 세 자연수 $6\times x=2\times 3\times x$, $8\times x=2^3\times x$, $9\times x=3^2\times x$의 최소공배수는 $2^3\times 3^2\times x$이므로

$2^3\times 3^2\times x=216$ $\quad\therefore x=3$ 　답 ②

16 조건 (가)에서 $14\times A=18\times B$, 즉 $2\times 7\times A=2\times 9\times B$이고 7과 9는 서로소이므로 A는 9의 배수, B는 7의 배수이다.

$A=9\times k$, $B=7\times k$ (k는 자연수)라 하면 조건 (나)에서 A, B의 최소공배수가 693이므로

$9\times 7\times k=693$ $\quad\therefore k=11$

따라서 $A=9\times 11=99$, $B=7\times 11=77$이므로

$A+B=99+77=176$ 　답 ③

17 세 수 62, 126, 198을 A로 나눈 나머지를 r라 하면

$62=A\times a+r$,

$126=A\times b+r$,

$198=A\times c+r$

(단, a, b, c는 자연수, $0\le r<A$)

와 같이 나타낼 수 있다. 이때

$126-62=A\times b-A\times a=64$,

$198-62=A\times c-A\times a=136$,

$198-126=A\times c-A\times b=72$

이므로 64, 136, 72는 A의 배수이다.

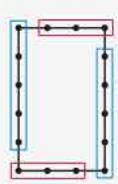
즉 A는 64, 136, 72의 공약수이고 A의 값 중 가장 큰 수는 64, 136, 72의 최대공약수인 $2^3=8$이다. 　답 8

$$\begin{array}{l} 64=2^6 \\ 136=2^3\quad\times 17 \\ 72=2^3\times 3^2 \\ \hline \quad\;\; 2^3 \end{array}$$

18 63과 105의 최대공약수는 21이므로 21 m 간격으로 말뚝을 박아야 한다.

이때 $63\div 21=3$, $105\div 21=5$이므로 필요한 말뚝은

$3\times 2+5\times 2=16$(개) 　답 ②



19 126, 90, 54의 최대공약수는 18이므로 꽃다발을 최대 18개 만들 수 있다. ··· ❶

이때 꽃다발 한 개에 들어가는 장미, 튤립, 수국의 수는 각각

$126\div 18=7$, $90\div 18=5$, $54\div 18=3$ ··· ❷

따라서 꽃다발 한 개의 가격은

$1000\times 7+2000\times 5+3000\times 3=26000$(원) ··· ❸

답 26000원

채점 기준	배점
❶ 꽃다발의 개수를 구할 수 있다.	2점
❷ 꽃다발 한 개에 들어가는 장미, 튤립, 수국의 수를 각각 구할 수 있다.	2점
❸ 꽃다발 한 개의 가격을 구할 수 있다.	2점

72 kg은 한 사람이 가질 수 있는 들깨의 최소 무게이므로 수확한 들깨의 최소 무게는 (1인당 최소 무게)×2

$2\times 8=16$ 또는 $4\times 4=16$

두 수 A, B의 최대공약수가 G, 최소공배수가 L일 때,
$A=a\times G$,
$B=b\times G$
(a, b는 서로소)
라 하면
$L=a\times b\times G$

20 18과 24의 최소공배수는 72이므로 수확한 들깨의 최소 무게는

$72\times 2=144$ (kg) 　답 ⑤

21 5, 8, 10의 최소공배수는 40이므로 오전 11시까지 세 버스가 동시에 출발하는 시각은

6시 40분, 7시 20분, 8시, 8시 40분,
9시 20분, 10시, 10시 40분

의 7번이다. 　답 ④

22 $60\times a=2^2\times 3\times 5\times a$가 제곱인 수가 되려면 소인수의 지수가 모두 짝수이어야 하므로

$a=3\times 5\times m^2$ (m은 자연수) 꼴이어야 한다.

$\therefore 60\times a=2^2\times 3^2\times 5^2\times m^2$

$108\times b=2^2\times 3^3\times b$가 제곱인 수가 되려면 소인수의 지수가 모두 짝수이어야 하므로

$b=3\times n^2$ (n은 자연수) 꼴이어야 한다.

$\therefore 108\times b=2^2\times 3^4\times n^2$

이때 $60\times a=108\times b$이므로

$2^2\times 3^2\times 5^2\times m^2=2^2\times 3^4\times n^2$

$\therefore 5^2\times m^2=3^2\times n^2$

이를 만족시키는 가장 작은 자연수 m, n의 값은

$m=3$, $n=5$

$\therefore a=3^3\times 5=135$, $b=3\times 5^2=75$

이때 $c^2=2^2\times 3^4\times 5^2=8100=90^2$이므로

$c=90$

$\therefore a+b+c=135+75+90=300$ 　답 300

23 조건 (가)에서 $N=2^a\times 3^b$ (a, b는 자연수)이라 하면 조건 (나)에서 약수의 개수가 16이므로

$(a+1)\times(b+1)=16$

(i) $(1+1)\times(7+1)=16$일 때,

$a=1$, $b=7$ 또는 $a=7$, $b=1$

$\therefore N=2^1\times 3^7$ 또는 $N=2^7\times 3^1$

(ii) $(3+1)\times(3+1)=16$일 때,

$a=3$, $b=3$ $\quad\therefore N=2^3\times 3^3$

(i), (ii)에서 가장 작은 자연수 N은

$2^3\times 3^3=216$ 　답 216

24 $A=8\times a$, $B=8\times b$ (a, b는 서로소, $a<b$)라 하면

$8\times a\times b=504$ $\quad\therefore a\times b=63$

(i) $a=1$, $b=63$일 때,

$A=8$, $B=504$

(ii) $a=7$, $b=9$일 때,

$A=56$, $B=72$

(i), (ii)에서 A, B가 두 자리 자연수이므로

$A=56$, $B=72$

$\therefore B-A=72-56=16$ 　답 ④

02 정수와 유리수

Lecture 03 정수와 유리수

핵심 유형 Q+Q

23쪽

01 ① $+5$ ② $+5000$ ④ $+20$ ⑤ -3

답 ③

02 ① $+100$ ② $+2$ ③ $+10$ ④ -5000 ⑤ $+8$

답 ④

03 $\frac{10}{2}=5$이므로 정수이다.

답 $+\frac{4}{3}$, $+0.8$, $-1\frac{3}{5}$

04 양의 정수는 $+3$, $\frac{4}{2}=2$의 2개이므로

$a=2$

음의 정수는 $-\frac{15}{5}=-3$의 1개이므로

$b=1$

$\therefore a-b=2-1=1$

답 1

05 음의 유리수는 -3.5, -11의 2개이므로

$a=2$

정수가 아닌 유리수는 -3.5, 7.2, $+0.12$의 3개이므로 $b=3$

$\therefore a+b=2+3=5$

답 5

06 ④ 양수가 아닌 수는 0 또는 음수이다.

답 ④

07 (ㄱ) 유리수는 양의 유리수, 0, 음의 유리수로 이루어져 있다.

(ㄴ) 0은 자연수가 아니다.

이상에서 옳은 것은 (ㄷ), (ㄹ)이다.

답 (ㄷ), (ㄹ)

0은 양의 유리수도 아니고 음의 유리수도 아니다.

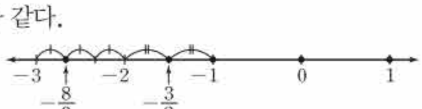
Q쌤 한마디

서로 다른 두 유리수 사이에는 무수히 많은 유리수가 존재합니다. 예를 들어 0과 1 사이에 있는 유리수는 0.1, 0.11, 0.111, …과 같이 무수히 많습니다.

08 ② B: $-\frac{7}{3}$

답 ②

09 주어진 수를 수직선 위에 점으로 나타내면 다음 그림과 같다.

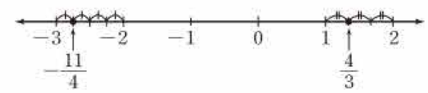


따라서 왼쪽에서 두 번째에 있는 수는 $-\frac{3}{2}$이다.

답 $-\frac{3}{2}$

두 번째로 작은 수와 같다.

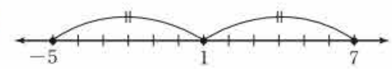
10 $-\frac{11}{4}$, $\frac{4}{3}$를 수직선 위에 점으로 나타내면 다음 그림과 같다.



$\therefore a=-3,\ b=1$

답 $a=-3$, $b=1$

11

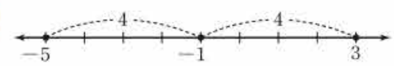


위의 그림에서 -5와 7을 나타내는 두 점으로부터 같은 거리에 있는 점이 나타내는 수는 1이다.

답 ④

수직선에서 두 수를 나타내는 두 점으로부터 같은 거리에 있는 점이 나타내는 수
➡ 두 점의 한가운데에 있는 점이 나타내는 수

12



위의 그림에서 -1을 나타내는 점으로부터 거리가 4인 점이 나타내는 수는 -5, 3이다.

답 -5, 3

발전 유형 Q+Q

25쪽

01 점 A가 나타내는 수는 2 또는 -2

점 B가 나타내는 수는 9 또는 -3

따라서 두 점 A, B가 나타내는 수가 각각 -2, 9일 때 두 점은 가장 멀리 떨어져 있고, 이때 두 점 사이의 거리는 11이다.

답 11

두 점 사이의 거리는
(i) A: 2, B: 9일 때, 7
(ii) A: 2, B: -3일 때, 5
(iii) A: -2, B: 9일 때, 11
(iv) A: -2, B: -3일 때, 1

02 점 A가 나타내는 수는 3 또는 -3

점 B가 나타내는 수는 5 또는 -5

따라서 두 점 A, B가 나타내는 수가 각각 3, 5 또는 -3, -5일 때 두 점은 가장 가까이 있고, 이때 두 점 사이의 거리는 2이다.

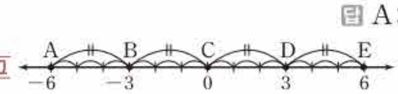
답 ①

03 두 점 B, E가 나타내는 수는 각각 -3, 6이고, 두 점 사이의 거리는 9이므로 두 점 A와 B, B와 C, C와 D, D와 E 사이의 거리는 모두 $\frac{9}{3}=3$

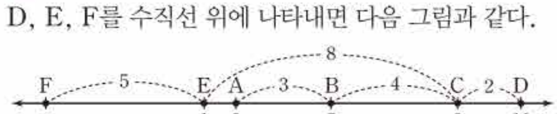
따라서 두 점 A, D가 나타내는 수는 각각 -6, 3이다.

답 A: -6, D: 3

참고



04 주어진 조건을 만족시키는 여섯 개의 점 A, B, C, D, E, F를 수직선 위에 나타내면 다음 그림과 같다.



따라서 두 점 D, F가 나타내는 수는 각각 11, -4이다.

답 D: 11, F: -4

Lecture 04 수의 대소 관계

핵심 유형 Q+Q

L 27쪽

01 $a=|-4|=4$

절댓값이 $\frac{5}{2}$인 수는 $\quad \frac{5}{2}, -\frac{5}{2}$

> 절댓값이 a $(a>0)$인 수
> ➡ $+a, -a$

이 중 양수는 $\frac{5}{2}$이므로 $\quad b=\frac{5}{2}$

$\therefore a-b=4-\frac{5}{2}=\frac{3}{2}$ 　　답 $\frac{3}{2}$

02 (ㄴ) 절댓값이 가장 작은 정수는 0이다.

(ㄷ) 수직선에서 0을 나타내는 점에 가까워질수록 절댓값은 작아진다.

이상에서 옳은 것은 (ㄱ)뿐이다. 　　답 ①

03 두 수는 0을 나타내는 점에서 각각 $18\times\frac{1}{2}=9$만큼 떨어진 점이 나타내는 수이므로 9, -9이다.

답 9, -9

04 두 수 x, y는 0을 나타내는 점에서 각각 $9\times\frac{1}{2}=\frac{9}{2}$만큼 떨어진 점이 나타내는 수이다.

이때 $x>y$이므로 $\quad x=\frac{9}{2}, y=-\frac{9}{2}$ 　　답 $\frac{9}{2}$

05 $\left|\frac{5}{3}\right|<|3.4|<|-6|<|7|<\left|-\frac{15}{2}\right|$이므로 0을 나타내는 점에서 가장 멀리 떨어진 것은 ①이다.

> 0을 나타내는 점에서 가장 멀리 떨어져 있다.
> ➡ 절댓값이 가장 크다.

답 ①

06 $\left|\frac{2}{5}\right|<|1.6|<\left|-\frac{7}{3}\right|<|3|<\left|-\frac{11}{2}\right|$이므로

$a=-\frac{11}{2}, b=\frac{2}{5}$ 　　답 $a=-\frac{11}{2}, b=\frac{2}{5}$

07 ④ $\left|-\frac{3}{8}\right|=\frac{3}{8}=\frac{15}{40}$, $\left|-\frac{3}{5}\right|=\frac{3}{5}=\frac{24}{40}$

$\left|-\frac{3}{8}\right|<\left|-\frac{3}{5}\right|$이므로 $\quad -\frac{3}{8}>-\frac{3}{5}$

> 음수끼리는 절댓값이 큰 수가 작다.

답 ④

08 $|-2|=2$이므로

$|-2|>\frac{7}{4}>\frac{2}{3}>-\frac{7}{8}>-1.2$

따라서 두 번째에 오는 수는 $\frac{7}{4}$이다. 　　답 $\frac{7}{4}$

09 답 ④

10 ⑤ $-7\le x\le 1$ 　　답 ⑤

11 $\frac{10}{3}=3.333\cdots$이므로 구하는 정수 x는

> 분수를 소수로 고쳐서 생각하면 편리하다.

$-1, 0, 1, 2, 3$

의 5개이다. 　　답 5

12 주어진 조건을 부등호를 사용하여 나타내면

$-\frac{7}{2}\le x<\frac{4}{3}$

$-\frac{7}{2}=-3.5$, $\frac{4}{3}=1.333\cdots$이므로 $-\frac{7}{2}$과 $\frac{4}{3}$ 사이에 있는 정수 x는

$-3, -2, -1, 0, 1$

이 중에서 절댓값이 가장 큰 수는 -3이다. 　　답 -3

발전 유형 Q+Q

L 29쪽

> 생각 톡
> $|a|\ge0$, $|b|\ge0$이므로
> $|a|=0, |b|=3,$
> $|a|=1, |b|=2,$
> $|a|=2, |b|=1,$
> $|a|=3, |b|=0$
> 일 때로 나누어 a, b의 값을 구한다.

01 $|a|+|b|=3$인 경우는

(i) $|a|=0$, $|b|=3$일 때,

$a=0, b=3$ 또는 $a=0, b=-3$

(ii) $|a|=1$, $|b|=2$일 때,

$a=1, b=2$ 또는 $a=1, b=-2$

또는 $a=-1, b=2$ 또는 $a=-1, b=-2$

(iii) $|a|=2$, $|b|=1$일 때,

$a=2, b=1$ 또는 $a=2, b=-1$

또는 $a=-2, b=1$ 또는 $a=-2, b=-1$

(iv) $|a|=3$, $|b|=0$일 때,

$a=3, b=0$ 또는 $a=-3, b=0$

이상에서 (a, b)는

$(0, 3), (0, -3), (1, 2), (1, -2), (-1, 2), (-1, -2), (2, 1), (2, -1), (-2, 1), (-2, -1), (3, 0), (-3, 0)$

의 12개이다. 　　답 ②

> 생각 톡
> $|x|+|y|\le2$이므로
> $|x|+|y|=0,$
> $|x|+|y|=1,$
> $|x|+|y|=2$
> 일 때로 나누어 x, y의 값을 구한다.

02 $x>y$이고 $|x|+|y|\le2$인 경우는

(i) $|x|+|y|=0$일 때,

$x=0, y=0$이므로 $x>y$를 만족시키지 않는다.

(ii) $|x|+|y|=1$일 때,

$x=0, y=-1$ 또는 $x=1, y=0$

(iii) $|x|+|y|=2$일 때,

$x=0, y=-2$ 또는 $x=1, y=-1$

또는 $x=2, y=0$

이상에서 (x, y)는

$(0, -1), (1, 0), (0, -2), (1, -1), (2, 0)$

의 5개이다. 　　답 5

03 $|x|=1$이므로 $\quad x=1$ 또는 $x=-1$

(i) $x=1$일 때,

오른쪽 그림에서

$y=15$

(ii) $x=-1$일 때,

오른쪽 그림에서

$y=17$

(i), (ii)에서 y의 값이 될 수 있는 수는 15, 17이고 이 중 소수는 17이다. 답 17

04 조건 ㈎, ㈏에서 a, b를 나타내는 점은 0을 나타내는 점으로부터 각각 $14\times\frac{1}{2}=7$만큼 떨어져 있으므로 두 수는 7, -7이다.
두 수 a, b를 나타내는 두 점 사이의 거리를 7등분하는 점들 사이의 간격은 $14\times\frac{1}{7}=2$이므로 7등분하는 6개의 점이 나타내는 수를 작은 것부터 차례대로 나열하면

$-5,\ -3,\ -1,\ 1,\ 3,\ 5$

따라서 오른쪽에서 두 번째에 있는 점이 나타내는 수는 3이다. 답 3

05 $|-3|=3$, $|-4|=4$이므로 $\quad m(-3,\ -4)=3$
$|-5|=5$, $|2|=2$이므로 $\quad m(-5,\ 2)=2$

$\therefore m(-3,\ -4)+m(-5,\ 2)=3+2=5$

답 ①

06 $-\frac{5}{2}<3$이므로 $\quad M\left(-\frac{5}{2},\ 3\right)=|3|=3$

$-6=-\frac{18}{3}$이고 $\left|-\frac{20}{3}\right|>\left|-\frac{18}{3}\right|$이므로

$-\frac{20}{3}<-6$

$\therefore M\left(-\frac{20}{3},\ -6\right)=|-6|=6$

$\therefore M\left(-\frac{5}{2},\ 3\right)+M\left(-\frac{20}{3},\ -6\right)=3+6=9$

답 9

07 $2=\frac{6}{3}$과 $\frac{17}{3}$ 사이에 있는 유리수 중에서 기약분수로 나타낼 때 분모가 3인 것은

$\frac{7}{3},\ \frac{8}{3},\ \frac{10}{3},\ \frac{11}{3},\ \frac{13}{3},\ \frac{14}{3},\ \frac{16}{3}$

의 7개이다. 답 ③

08 $-\frac{1}{7}=-\frac{2}{14}$와 $\frac{1}{2}=\frac{7}{14}$ 사이에 있는 정수가 아닌 유리수 중에서 기약분수로 나타낼 때 분모가 14인 것은 $-\frac{1}{14},\ \frac{1}{14},\ \frac{3}{14},\ \frac{5}{14}$이다.

답 $-\frac{1}{14},\ \frac{1}{14},\ \frac{3}{14},\ \frac{5}{14}$

09 조건 ㈐에서 $\quad b=0$
조건 ㈎에서 $\quad a<0$
조건 ㈑에서 $\quad c<0,\ d>0$
이때 조건 ㈏에서 $|a|>|c|$이므로 $\quad a<c$

$\therefore a<c<b<d$ 답 $a<c<b<d$

10 b, c가 서로 다른 수이므로 조건 ㈎, ㈏에서

$b<0,\ c>0$

Q BOX

x보다 크지 않은 수
➡ x보다 작거나 같은 수

$m(a,\ b)$는 $|a|$, $|b|$ 중 작거나 같은 값이다.

$M(a,\ b)$는 a, b 중 크거나 같은 수의 절댓값이다.

기약분수
➡ 분모와 분자가 더 이상 약분되지 않는 분수

$\frac{9}{3}=3$, $\frac{12}{3}=4$, $\frac{15}{3}=5$는 기약분수로 나타낼 때 분모가 3인 분수가 아니다.

유리수는 양수, 0, 음수로 이루어져 있다.

$a<0$, $c<0$이고 음수끼리는 절댓값이 큰 수가 더 작으므로
$a<c$

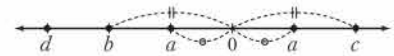
이때 조건 ㈑에서 절댓값이 가장 작은 수는 a이므로

$b<a<c$

조건 ㈐, ㈑에서 d는 가장 작은 수이다.

$\therefore d<b<a<c$ 답 $c,\ a,\ b,\ d$

참고 네 수 a, b, c, d를 수직선 위에 점으로 나타내면 다음 그림과 같고 주어진 조건으로 a의 부호는 알 수 없다.



11 -3보다 작거나 같은 수 중에서 가장 큰 정수는 -3이므로

$a=[-3]=-3 \qquad \therefore |a|=|-3|=3$

1.4보다 작거나 같은 수 중에서 가장 큰 정수는 1이므로

$b=[1.4]=1 \qquad \therefore |b|=|1|=1$

$\therefore |a|-|b|=3-1=2$ 답 2

Q쌤 한마디

11번 문제에서 -3보다 작거나 같은 정수는 -3, -4, -5, …이고 이 중에서 가장 큰 정수는 -3이므로 $[-3]=-3$입니다.
또 1.4보다 작거나 같은 정수는 1, 0, -1, …이고 이 중에서 가장 큰 정수는 1이므로 $[1.4]=1$입니다.
이와 같이 x보다 크지 않은 수 중에서 가장 큰 정수를 구하는 문제는 x보다 작거나 같은 정수를 나열한 후 가장 큰 수를 찾으면 쉽게 구할 수 있습니다.

12 -4.7보다 작거나 같은 수 중에서 가장 큰 정수는 -5이므로

$a=[-4.7]=-5 \qquad \therefore |a|=|-5|=5$

0보다 작거나 같은 수 중에서 가장 큰 정수는 0이므로

$b=[0]=0 \qquad \therefore |b|=|0|=0$

2.6보다 작거나 같은 수 중에서 가장 큰 정수는 2이므로

$c=[2.6]=2 \qquad \therefore |c|=|2|=2$

$\therefore |a|+|b|+|c|=5+0+2=7$ 답 ④

중단원 실전 TEST

31쪽

01 ⑤ ㈐ $+0.8$ 답 ⑤

02 $\left\langle+\frac{2}{3}\right\rangle=1$, $\langle-1.3\rangle=1$, $\langle0\rangle=0$, $\langle-5\rangle=0$이므로

$\left\langle+\frac{2}{3}\right\rangle+\langle-1.3\rangle+\langle0\rangle+\langle-5\rangle+\langle a\rangle$

$=1+1+0+0+\langle a\rangle$

$=2+\langle a\rangle$

즉 $2+\langle a\rangle=2$이므로 $\quad \langle a\rangle=0$

따라서 a는 정수이므로 a가 될 수 없는 것은 ④이다.

답 ④

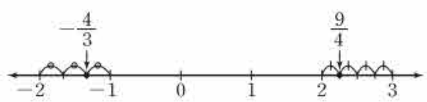
03 ① 0.5는 유리수이지만 정수가 아니다.
② 가장 작은 양의 정수는 1이다.
③ 정수 중 양의 정수가 아닌 수는 음의 정수와 0이다.
④ 1과 2 사이에는 정수가 없다. 답 ⑤

04 점 A, B, C, D, E가 나타내는 수는 다음과 같다.

A: $-\frac{7}{2}$, B: -2, C: $-\frac{1}{4}$, D: $\frac{5}{3}$, E: 4

④ 정수는 -2, 4의 2개이다.
⑤ 유리수는 $-\frac{7}{2}$, -2, $-\frac{1}{4}$, $\frac{5}{3}$, 4의 5개이다.
답 ⑤

05 $-\frac{4}{3}$와 $\frac{9}{4}$를 수직선 위에 점으로 나타내면 다음 그림과 같다.



$\therefore a=-1,\ b=2$ 답 $a=-1,\ b=2$

06 ③ $|a|=a$이면 a는 0 또는 양수이다.
④ $|1|=|-1|$이지만 $1\neq-1$이다.
답 ③, ④

07 $b=a+\frac{8}{3}$이므로 b는 a보다 $\frac{8}{3}$만큼 큰 수이다.
절댓값이 같고 $b>a$인 두 수 a, b는 0을 나타내는 점에서 거리가 각각 $\frac{8}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{4}{3}$만큼 떨어진 점이 나타내는 수이므로

$a=-\frac{4}{3},\ b=\frac{4}{3}$ 답 $a=-\frac{4}{3},\ b=\frac{4}{3}$

08 절댓값이 $\frac{13}{4}=3.25$보다 작은 정수는
$-3,\ -2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2,\ 3$
의 7개이다. 답 ③

절댓값이 0, 1, 2, 3인 정수

09 $|2.3|=2.3$, $\left|-\frac{5}{2}\right|=\frac{5}{2}=2.5$이므로

$|2.3|<\left|-\frac{5}{2}\right|$

$|3.1|=3.1$, $\left|\frac{12}{4}\right|=|3|=3$이므로

$|3.1|>\left|\frac{12}{4}\right|$

따라서 도착점은 C이다. 답 C

10 조건 (가)에서 $x=-2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2$ ··· ❶
조건 (나)에서 $x=-3,\ -2,\ 2,\ 3$ ··· ❷
따라서 조건 (가), (나)를 모두 만족시키는 정수 x의 값은 $-2,\ 2$ ··· ❸
답 $-2,\ 2$

$\frac{8}{3}=2.666\cdots$이므로 x는 절댓값이 0, 1, 2인 정수이다.

x는 절댓값이 2, 3인 정수이다.

채점 기준	배점
❶ 조건 (가)를 만족시키는 x의 값을 구할 수 있다.	2점
❷ 조건 (나)를 만족시키는 x의 값을 구할 수 있다.	2점
❸ 조건 (가), (나)를 모두 만족시키는 정수 x의 값을 구할 수 있다.	2점

11 $-\frac{27}{5}=-5.4$이므로 $x=-6$
따라서 -6과 절댓값이 같으면서 부호가 반대인 수는 6이다. 답 ④

$-\frac{27}{5}$보다 작은 정수는 $-6,\ -7,\ -8,\ \cdots$ 이 중 가장 큰 수는 -6이다.

12 ④ $\left|-\frac{7}{5}\right|=\frac{7}{5}=\frac{21}{15}$, $\frac{4}{3}=\frac{20}{15}$이므로
$\left|-\frac{7}{5}\right|>\frac{4}{3}$ 답 ④

수의 대소 관계
① (음수)<0<(양수)
② 양수
➡ 절댓값이 큰 수가 더 크다.
③ 음수
➡ 절댓값이 큰 수가 더 작다.

13 $-\frac{9}{2}<-3<0<\frac{15}{4}<4.5$이므로

$a=4.5,\ b=-\frac{9}{2}$ ··· ❶

$\therefore |b|-|a|=\left|-\frac{9}{2}\right|-|4.5|$

$=\frac{9}{2}-4.5=0$ ··· ❷

답 0

채점 기준	배점
❶ a, b의 값을 구할 수 있다.	2점
❷ $\lvert b\rvert-\lvert a\rvert$의 값을 구할 수 있다.	2점

14 주어진 수의 대소를 비교하면

$-5<-3.7<-1<-\frac{2}{3}<\frac{11}{2}<6$

주어진 수의 절댓값의 대소를 비교하면

$\left|-\frac{2}{3}\right|<|-1|<|-3.7|<|-5|<\left|\frac{11}{2}\right|<|6|$

① 가장 작은 수는 -5이다.
② 음수 중 가장 큰 수는 $-\frac{2}{3}$이다.
③ -3.7보다 큰 수는 6, $\frac{11}{2}$, -1, $-\frac{2}{3}$의 4개이다.
④ 절댓값이 가장 큰 수는 6이다.
⑤ 절댓값이 가장 작은 수는 $-\frac{2}{3}$이다.
답 ③

15 ① $a>5$ ② $a\geq-8$
③ $a\geq3$ ④ $4<a<7$
답 ⑤

작지 않다.
➡ 크거나 같다.

16 $\frac{9}{4}=2.25$이므로 구하는 정수는
$-2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2$
의 5개이다. 답 5

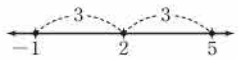
17 $|a|=5$이므로 $a=5$ 또는 $a=-5$ ··· ❶

L 02 정수와 유리수

(ⅰ) $a=5$일 때,

오른쪽 그림에서

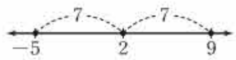
$b=-1$



(ⅱ) $a=-5$일 때,

오른쪽 그림에서

$b=9$



(ⅰ), (ⅱ)에서 양수 b의 값은 9이다. ⋯ ❷

답 9

채점 기준	배점
❶ a의 값을 구할 수 있다.	2점
❷ 양수 b의 값을 구할 수 있다.	4점

18 $\left|\frac{7}{3}\right|=\frac{7}{3}=\frac{14}{6}$, $\left|-\frac{5}{2}\right|=\frac{5}{2}=\frac{15}{6}$이므로

$\left|\frac{7}{3}\right|<\left|-\frac{5}{2}\right|$ $\quad\therefore \frac{7}{3}\triangle\left(-\frac{5}{2}\right)=-\frac{5}{2}$

$|-2.6|=2.6$, $\left|-\frac{5}{2}\right|=\frac{5}{2}=2.5$이므로

$|-2.6|>\left|-\frac{5}{2}\right|$

$\therefore (-2.6)☆\left\{\frac{7}{3}\triangle\left(-\frac{5}{2}\right)\right\}$

$=(-2.6)☆\left(-\frac{5}{2}\right)=-\frac{5}{2}$

답 $-\frac{5}{2}$

19 $\frac{2}{3}=\frac{10}{15}$과 $\frac{8}{5}=\frac{24}{15}$ 사이에 있는 유리수 중에서 기약분수로 나타낼 때 분모가 15인 것은

$\frac{11}{15}$, $\frac{13}{15}$, $\frac{14}{15}$, $\frac{16}{15}$, $\frac{17}{15}$, $\frac{19}{15}$, $\frac{22}{15}$, $\frac{23}{15}$

의 8개이다.

답 8

20 ㈀ $a<0$이므로 $-|a|=a$이다.

이때 $a>b$이므로 $\quad -|a|>b$

㈁ $a<0$, $b<0$이고 $a>b$이므로 $\quad |a|<|b|$

㈂ $a<0$, $|b|>0$이므로 $\quad |b|>a$

이상에서 옳은 것은 ㈀, ㈁이다.

답 ③

21 ④ $[-0.6]=-1$

답 ④

22 점 A가 나타내는 수를 a라 하면

$a=7$ 또는 $a=-7$

점 B가 나타내는 수를 b라 하면

$b=-1$ 또는 $b=-3$

(ⅰ) $a=7$, $b=-1$일 때,

두 점 A, B로부터 같은 거리에 있는 점이 나타내는 수는 $\quad 3$

(ⅱ) $a=7$, $b=-3$일 때,

두 점 A, B로부터 같은 거리에 있는 점이 나타내는 수는 $\quad 2$

(ⅲ) $a=-7$, $b=-1$일 때,

두 점 A, B로부터 같은 거리에 있는 점이 나타내는 수는 $\quad -4$

(ⅳ) $a=-7$, $b=-3$일 때,

두 점 A, B로부터 같은 거리에 있는 점이 나타내는 수는 $\quad -5$

이상에서 가장 작은 수는 -5이다.

답 -5

Q BOX

23 $|x|=\left|-\frac{10}{3}\right|=\frac{10}{3}$이므로

$x=\frac{10}{3}$ 또는 $x=-\frac{10}{3}$

$x=\frac{10}{3}$일 때, $\frac{10}{3}$보다 큰 수 중 가장 작은 정수는 4이므로 $\quad X=4$

$\frac{10}{3}=3.333\cdots$

$x=-\frac{10}{3}$일 때, $-\frac{10}{3}$보다 큰 수 중 가장 작은 정수는 -3이므로 $\quad X=-3$

$|y|=\left|\frac{7}{2}\right|=\frac{7}{2}$이므로 $\quad y=\frac{7}{2}$ 또는 $y=-\frac{7}{2}$

$y=\frac{7}{2}$일 때, $\frac{7}{2}$보다 작은 수 중 가장 큰 정수는 3이므로 $\quad Y=3$

$\frac{7}{2}=3.5$

$y=-\frac{7}{2}$일 때, $-\frac{7}{2}$보다 작은 수 중 가장 큰 정수는 -4이므로 $\quad Y=-4$

따라서 $|X|+|Y|$의 값 중 가장 큰 수는

$|4|+|-4|=4+4=8$

답 8

24 조건 ㈎, ㈏를 만족시키는 $|x|$, $|y|$, $|z|$의 값은 다음과 같다.

(ⅰ) $|x|=|y|=1$, $|z|=64$

(ⅱ) $|x|=1$, $|y|=2$, $|z|=32$

(ⅲ) $|x|=1$, $|y|=4$, $|z|=16$

(ⅳ) $|x|=1$, $|y|=|z|=8$

(ⅴ) $|x|=|y|=2$, $|z|=16$

(ⅵ) $|x|=2$, $|y|=4$, $|z|=8$

(ⅶ) $|x|=|y|=|z|=4$

이상에서 조건 ㈐를 만족시키는 (x, y, z)가 존재하는 경우는 다음과 같다.

(ⅳ) $|x|=1$, $|y|=|z|=8$일 때,

$(1, 8, 8)$, $(-1, 8, 8)$

(ⅶ) $|x|=|y|=|z|=4$일 때, $\quad (-4, 4, 4)$

따라서 (x, y, z)는

$(-4, 4, 4)$, $(1, 8, 8)$, $(-1, 8, 8)$

답 $(-4, 4, 4)$, $(1, 8, 8)$, $(-1, 8, 8)$

Q쌤 한마디

24번에서 (ⅰ)의 경우에 조건 ㈐의 $z\le y$를 만족시키는 y, z의 값은 $y=-1$, $z=-64$ 또는 $y=1$, $z=-64$입니다. 이때 $|x|=1$이면서 $x<z$를 만족시키는 x의 값은 없습니다. 이와 같은 방법으로 구해 보면 (ⅱ), (ⅲ), (ⅴ), (ⅵ)의 경우에도 조건 ㈐를 만족시키는 (x, y, z)가 존재하지 않음을 알 수 있습니다.

03 유리수의 계산

Lecture 05 유리수의 덧셈과 뺄셈

핵심 유형

L 36쪽

01 ① $(-6)+(+5)=-(6-5)=-1$

② $(+2.2)+(-0.4)=+(2.2-0.4)=1.8$

③ $(-4.3)+(+2.8)=-(4.3-2.8)=-1.5$

④ $\left(-\frac{1}{2}\right)+\left(-\frac{1}{4}\right)=\left(-\frac{2}{4}\right)+\left(-\frac{1}{4}\right)$
$=-\left(\frac{2}{4}+\frac{1}{4}\right)=-\frac{3}{4}$

⑤ $\left(+\frac{4}{3}\right)+\left(-\frac{5}{6}\right)=\left(+\frac{8}{6}\right)+\left(-\frac{5}{6}\right)$
$=+\left(\frac{8}{6}-\frac{5}{6}\right)=\frac{1}{2}$

따라서 계산 결과가 가장 작은 것은 ③이다. 답 ③

$-1.5<-1<-\frac{3}{4}<\frac{1}{2}<1.8$

02 답 (가) 덧셈의 교환법칙 (나) 덧셈의 결합법칙

03 ① $(+5)-(-2)=(+5)+(+2)=7$

② $(-0.5)-(+1.4)=(-0.5)+(-1.4)$
$=-1.9$

③ $(-1.6)-(-2.9)=(-1.6)+(+2.9)=1.3$

④ $\left(+\frac{2}{3}\right)-\left(+\frac{1}{6}\right)=\left(+\frac{4}{6}\right)+\left(-\frac{1}{6}\right)=\frac{1}{2}$

⑤ $\left(-\frac{5}{4}\right)-\left(-\frac{1}{5}\right)=\left(-\frac{25}{20}\right)+\left(+\frac{4}{20}\right)=-\frac{21}{20}$

답 ③

$-(+\square)=+(-\square)$, $-(-\square)=+(+\square)$

04 $A=\left(-\frac{5}{4}\right)-\left(+\frac{3}{4}\right)=\left(-\frac{5}{4}\right)+\left(-\frac{3}{4}\right)=-2$

$B=\left(+\frac{1}{2}\right)-\left(-\frac{5}{6}\right)=\left(+\frac{3}{6}\right)+\left(+\frac{5}{6}\right)=\frac{4}{3}$

$\therefore A-B=(-2)-\left(+\frac{4}{3}\right)$
$=\left(-\frac{6}{3}\right)+\left(-\frac{4}{3}\right)=-\frac{10}{3}$ 답 ①

05 ① $-3.4+5.6-8$
$=(-3.4)+(+5.6)-(+8)$
$=(-3.4)+(+5.6)+(-8)$
$=\{(-3.4)+(+5.6)\}+(-8)$
$=(+2.2)+(-8)=-5.8$

부호가 생략된 수의 덧셈과 뺄셈
➡ 생략된 양의 부호 +를 넣은 후 계산한다.

② $\left(-\frac{1}{3}\right)+\left(-\frac{2}{7}\right)-\left(-\frac{2}{3}\right)$
$=\left(-\frac{1}{3}\right)+\left(-\frac{2}{7}\right)+\left(+\frac{2}{3}\right)$
$=\left\{\left(-\frac{1}{3}\right)+\left(+\frac{2}{3}\right)\right\}+\left(-\frac{2}{7}\right)$
$=\left(+\frac{1}{3}\right)+\left(-\frac{2}{7}\right)$
$=\left(+\frac{7}{21}\right)+\left(-\frac{6}{21}\right)=\frac{1}{21}$

덧셈의 교환법칙과 결합법칙을 이용하여 분모가 같은 분수끼리 먼저 계산한다.

③ $0.4-1.1+3-8.7$
$=(+0.4)-(+1.1)+(+3)-(+8.7)$
$=(+0.4)+(-1.1)+(+3)+(-8.7)$
$=\{(+0.4)+(-1.1)\}+\{(+3)+(-8.7)\}$
$=(-0.7)+(-5.7)=-6.4$

④ $(-0.5)+(+1)-\left(+\frac{1}{5}\right)-\left(-\frac{3}{10}\right)$
$=(-0.5)+(+1)+\left(-\frac{1}{5}\right)+\left(+\frac{3}{10}\right)$
$=\{(-0.5)+(+1)\}+\left\{\left(-\frac{2}{10}\right)+\left(+\frac{3}{10}\right)\right\}$
$=0.5+\frac{1}{10}$
$=\frac{5}{10}+\frac{1}{10}=\frac{3}{5}$

⑤ $\left(-\frac{11}{6}\right)+\left(-\frac{3}{4}\right)-\left(-\frac{7}{12}\right)-(+2)$
$=\left(-\frac{11}{6}\right)+\left(-\frac{3}{4}\right)+\left(+\frac{7}{12}\right)+(-2)$
$=\left\{\left(-\frac{22}{12}\right)+\left(+\frac{7}{12}\right)\right\}+\left\{\left(-\frac{3}{4}\right)+\left(-\frac{8}{4}\right)\right\}$
$=\left(-\frac{5}{4}\right)+\left(-\frac{11}{4}\right)=-4$

답 ⑤

06 $1-\frac{1}{2}+\frac{1}{4}-\frac{1}{3}$
$=(+1)-\left(+\frac{1}{2}\right)+\left(+\frac{1}{4}\right)-\left(+\frac{1}{3}\right)$
$=(+1)+\left(-\frac{1}{2}\right)+\left(+\frac{1}{4}\right)+\left(-\frac{1}{3}\right)$
$=\left\{\left(+\frac{2}{2}\right)+\left(-\frac{1}{2}\right)\right\}+\left\{\left(+\frac{3}{12}\right)+\left(-\frac{4}{12}\right)\right\}$
$=\left(+\frac{1}{2}\right)+\left(-\frac{1}{12}\right)$
$=\left(+\frac{6}{12}\right)+\left(-\frac{1}{12}\right)=\frac{5}{12}$

따라서 $a=12$, $b=5$이므로
$a-b=12-5=7$ 답 7

07 $\square-\left(-\frac{2}{7}\right)=-\frac{1}{21}$에서
$\square=-\frac{1}{21}+\left(-\frac{2}{7}\right)$
$=-\frac{1}{21}+\left(-\frac{6}{21}\right)=-\frac{1}{3}$ 답 ①

08 $-\frac{3}{5}-\frac{5}{2}+\square=-\frac{13}{10}$에서
$-\frac{6}{10}-\frac{25}{10}+\square=-\frac{13}{10}$
$-\frac{31}{10}+\square=-\frac{13}{10}$
$\therefore \square=-\frac{13}{10}-\left(-\frac{31}{10}\right)$
$=-\frac{13}{10}+\frac{31}{10}=\frac{9}{5}$ 답 ⑤

09 어떤 수를 $\square$라 하면 $\square+\left(-\frac{2}{3}\right)=\frac{4}{15}$

$\therefore \square = \frac{4}{15} - \left(-\frac{2}{3}\right)$

$= \frac{4}{15} + \frac{10}{15} = \frac{14}{15}$

따라서 바르게 계산하면

$\frac{14}{15} - \left(-\frac{2}{3}\right) = \frac{14}{15} + \frac{10}{15} = \frac{8}{5}$ 답 $\frac{8}{5}$

10 $|a|=3$이므로 $a=3$ 또는 $a=-3$

$|b|=7$이므로 $b=7$ 또는 $b=-7$

a가 음수이고 b도 음수일 때 $a+b$의 값이 가장 작으므로 구하는 값은

$a+b=-3+(-7)=-10$ 답 -10

11 a의 절댓값이 $\frac{3}{8}$이므로

$a=\frac{3}{8}$ 또는 $a=-\frac{3}{8}$

b의 절댓값이 $\frac{1}{2}$이므로

$b=\frac{1}{2}$ 또는 $b=-\frac{1}{2}$

a가 양수이고 b가 음수일 때 $a-b$의 값이 가장 크므로 구하는 값은

$a-b=\frac{3}{8}-\left(-\frac{1}{2}\right)$

$=\frac{3}{8}+\frac{4}{8}=\frac{7}{8}$ 답 $\frac{7}{8}$

12 점 A가 나타내는 수는

$-\frac{7}{6}+\frac{11}{2}-\frac{5}{3}=-\frac{7}{6}+\frac{33}{6}-\frac{10}{6}$

$=\frac{8}{3}$ 답 ④

13 $a=-\frac{1}{3}-\frac{5}{6}=-\frac{2}{6}-\frac{5}{6}=-\frac{7}{6}$

$b=-\frac{1}{3}+\frac{7}{2}=-\frac{2}{6}+\frac{21}{6}=\frac{19}{6}$

$\therefore a+b=-\frac{7}{6}+\frac{19}{6}=2$ 답 2

발전 유형 Q+Q

38쪽

01 $a=-\frac{3}{2}+1=-\frac{3}{2}+\frac{2}{2}=-\frac{1}{2}$

$b=\frac{5}{3}-\left(-\frac{1}{2}\right)=\frac{10}{6}+\frac{3}{6}=\frac{13}{6}$

따라서 $-\frac{1}{2}<x<\frac{13}{6}$을 만족시키는 정수 x는 0, 1, 2의 3개이다. 답 3

02 $a=-\frac{1}{3}+\frac{7}{4}=-\frac{4}{12}+\frac{21}{12}=\frac{17}{12}$

$b=2-\left(-\frac{1}{6}\right)=\frac{12}{6}+\frac{1}{6}=\frac{13}{6}$

$c=-\frac{5}{2}+(-3)=-\frac{5}{2}+\left(-\frac{6}{2}\right)=-\frac{11}{2}$

$\therefore a-b+c=\frac{17}{12}-\frac{13}{6}+\left(-\frac{11}{2}\right)$

$=\frac{17}{12}-\left(+\frac{13}{6}\right)+\left(-\frac{11}{2}\right)$

$=\frac{17}{12}+\left(-\frac{26}{12}\right)+\left(-\frac{66}{12}\right)$

$=-\frac{25}{4}$ 답 $-\frac{25}{4}$

03 $-3+2+4=3$이므로 각 변에 놓인 세 수의 합은 모두 3이다.

$A+1+(-3)=3$에서 $A-2=3$ $\therefore A=5$

$A+0+B=3$에서 $5+B=3$ $\therefore B=-2$

$B+C+4=3$에서 $C+2=3$ $\therefore C=1$

$\therefore A-B+C=5-(-2)+1$

$=5+2+1=8$ 답 8

04 $e+\left(-\frac{3}{2}\right)=\frac{5}{6}$이므로

$e=\frac{5}{6}-\left(-\frac{3}{2}\right)=\frac{5}{6}+\frac{9}{6}=\frac{7}{3}$

$d=-2+e=-2+\frac{7}{3}=-\frac{6}{3}+\frac{7}{3}=\frac{1}{3}$이므로

$c+d=-\frac{1}{4}$, 즉 $c+\frac{1}{3}=-\frac{1}{4}$

$\therefore c=-\frac{1}{4}-\frac{1}{3}=-\frac{1}{4}-\left(+\frac{1}{3}\right)$

$=-\frac{3}{12}+\left(-\frac{4}{12}\right)=-\frac{7}{12}$

또 $b=d+\frac{5}{6}=\frac{1}{3}+\frac{5}{6}=\frac{2}{6}+\frac{5}{6}=\frac{7}{6}$이므로

$a=-\frac{1}{4}+b=-\frac{1}{4}+\frac{7}{6}$

$=-\frac{3}{12}+\frac{14}{12}=\frac{11}{12}$ 답 ③

05 $1300-250-150+300+250=1450$(명)

답 1450명

06 건물 C의 높이를 0 m라 하자.

조건 (가)에서 건물 A의 높이는

$0+\frac{9}{2}=\frac{9}{2}$ (m)

조건 (다)에서 건물 D의 높이는

$\frac{9}{2}-\frac{10}{3}=\frac{27}{6}-\frac{20}{6}=\frac{7}{6}$ (m)

조건 (나)에서 건물 B의 높이는

$\frac{7}{6}-3=\frac{7}{6}-\frac{18}{6}=-\frac{11}{6}$ (m)

따라서 가장 낮은 건물 B와 가장 높은 건물 A의 높이의 차는

$\frac{9}{2}-\left(-\frac{11}{6}\right)=\frac{27}{6}+\left(+\frac{11}{6}\right)$

$=\frac{19}{3}$ (m) 답 $\frac{19}{3}$ m

Q BOX

$a+b$의 값 중
① 가장 큰 것
➡ (양수)+(양수)
② 가장 작은 것
➡ (음수)+(음수)

생각 톡
먼저 합을 알 수 있는 한 변에 놓인 세 수의 합을 구한다.

$a-b$의 값 중
① 가장 큰 것
➡ (양수)−(음수)
② 가장 작은 것
➡ (음수)−(양수)

① a보다 b만큼 큰 수
➡ $a+b$
② a보다 b만큼 작은 수
➡ $a-b$

음의 부호 −는 건물 C보다 높이가 낮은 것을 의미한다.

Lecture 06 유리수의 곱셈과 나눗셈

핵심 유형 Q+Q

L 40쪽

01 ① $\left(-\frac{2}{7}\right)\times\left(+\frac{3}{4}\right)=-\left(\frac{2}{7}\times\frac{3}{4}\right)=-\frac{3}{14}$

② $(-1.2)\times\left(+\frac{15}{4}\right)=\left(-\frac{6}{5}\right)\times\left(+\frac{15}{4}\right)$

$=-\left(\frac{6}{5}\times\frac{15}{4}\right)=-\frac{9}{2}$

③ $\left(+\frac{6}{5}\right)\times\left(-\frac{3}{8}\right)\times\left(+\frac{2}{9}\right)$

$=-\left(\frac{6}{5}\times\frac{3}{8}\times\frac{2}{9}\right)=-\frac{1}{10}$

④ $(+1.5)\times(-3)\times(-0.2)$

$=+(1.5\times3\times0.2)=0.9$

⑤ $\left(-\frac{3}{5}\right)\times\left(-\frac{8}{9}\right)\times\left(-\frac{15}{2}\right)$

$=-\left(\frac{3}{5}\times\frac{8}{9}\times\frac{15}{2}\right)=-4$

답 ④

> 세 개 이상의 수의 곱셈의 부호
> ① 음수가 하나도 없거나 짝수 개 ➡ +
> ② 음수가 홀수 개 ➡ −

02 답 (가) 곱셈의 교환법칙 (나) 곱셈의 결합법칙

> 세 수 a, b, c에 대하여
> ① 곱셈의 교환법칙
> ➡ $a\times b=b\times a$
> ② 곱셈의 결합법칙
> ➡ $(a\times b)\times c$
> $=a\times(b\times c)$

03 $\left(-\frac{1}{2}\right)\times\left(+\frac{2}{3}\right)\times\left(-\frac{3}{4}\right)\times\left(+\frac{4}{5}\right)\times\left(-\frac{5}{6}\right)$

$=-\left(\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}\times\frac{3}{4}\times\frac{4}{5}\times\frac{5}{6}\right)$

$=-\frac{1}{6}$

답 $-\frac{1}{6}$

04 ① $\left(-\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{4}$

② $-\left(-\frac{1}{4}\right)^2=-\frac{1}{16}$

④ $-\left(-\frac{1}{3}\right)^3=-\left(-\frac{1}{27}\right)=\frac{1}{27}$

⑤ $\left\{-\left(-\frac{1}{2}\right)\right\}^4=\left(-\frac{1}{2}\right)^4=\frac{1}{16}$

답 ③

> 음수의 거듭제곱의 부호
> ① 지수가 짝수 ➡ +
> ② 지수가 홀수 ➡ −

05 $-2^3-(-3)^3+(-2)^3=-8-(-27)+(-8)$

$=-8+27-8$

$=11$

답 ⑤

06 $(-1)^{100}-(-1)^{101}+(-1)^{102}+(-1)^{103}$

$=1-(-1)+1+(-1)$

$=1+1+1-1=2$

답 2

07 $a\times(b+c)=a\times b+a\times c$이므로

$\frac{1}{3}=-\frac{2}{5}+a\times c$

$\therefore a\times c=\frac{1}{3}-\left(-\frac{2}{5}\right)$

$=\frac{5}{15}+\frac{6}{15}=\frac{11}{15}$

답 $\frac{11}{15}$

> **분배법칙**
> 세 수 a, b, c에 대하여
> ① $a\times(b+c)$
> $=a\times b+a\times c$
> ② $(a+b)\times c$
> $=a\times c+b\times c$

08 $27\times(-0.6)+23\times(-0.6)$

$=(27+23)\times(-0.6)$

$=50\times(-0.6)=-30$

따라서 $a=50$, $b=-30$이므로

$a-b=50-(-30)=80$

답 ⑤

09 $-\frac{5}{2}$의 역수는 $-\frac{2}{5}$이므로

$a=-\frac{2}{5}$

$1.4=\frac{7}{5}$의 역수는 $\frac{5}{7}$이므로

$b=\frac{5}{7}$

$\therefore a\times b=\left(-\frac{2}{5}\right)\times\left(+\frac{5}{7}\right)$

$=-\left(\frac{2}{5}\times\frac{5}{7}\right)=-\frac{2}{7}$

답 $-\frac{2}{7}$

> $\frac{b}{a}$ $(a\neq0,\ b\neq0)$의 역수
> ➡ $\frac{a}{b}$

> 소수는 분수로 나타낸 후 역수를 구한다.

10 ④ $0.5=\frac{1}{2}$의 역수는 2

답 ④

11 ① $(-18)\div(+3)=-(18\div3)=-6$

② $(+36)\div(-4)=-(36\div4)=-9$

③ $\left(+\frac{5}{8}\right)\div\left(-\frac{5}{12}\right)=\left(+\frac{5}{8}\right)\times\left(-\frac{12}{5}\right)$

$=-\left(\frac{5}{8}\times\frac{12}{5}\right)=-\frac{3}{2}$

④ $\left(-\frac{3}{5}\right)\div\left(+\frac{2}{15}\right)=\left(-\frac{3}{5}\right)\times\left(+\frac{15}{2}\right)$

$=-\left(\frac{3}{5}\times\frac{15}{2}\right)=-\frac{9}{2}$

⑤ $\left(-\frac{3}{2}\right)\div(-9)=\left(-\frac{3}{2}\right)\times\left(-\frac{1}{9}\right)$

$=+\left(\frac{3}{2}\times\frac{1}{9}\right)=\frac{1}{6}$

답 ⑤

12 $\left(-\frac{7}{18}\right)\div\left(-\frac{5}{3}\right)\div\left(+\frac{14}{5}\right)$

$=\left(-\frac{7}{18}\right)\times\left(-\frac{3}{5}\right)\times\left(+\frac{5}{14}\right)$

$=+\left(\frac{7}{18}\times\frac{3}{5}\times\frac{5}{14}\right)=\frac{1}{12}$

답 ③

13 $\left(-\frac{3}{5}\right)\times(-2)\div\left(-\frac{5}{7}\right)\times\frac{9}{14}$

$=\left(-\frac{3}{5}\right)\times(-2)\times\left(-\frac{7}{5}\right)\times\left(+\frac{9}{14}\right)$

$=-\left(\frac{3}{5}\times2\times\frac{7}{5}\times\frac{9}{14}\right)=-\frac{27}{25}$

답 ③

> 유리수의 곱셈과 나눗셈의 혼합 계산
> ➡ 나눗셈을 곱셈으로 바꾸어 계산한다.

14 $\left(-\frac{1}{3}\right)^2\times\left(+\frac{15}{16}\right)\div\frac{1}{12}$

$=\left(+\frac{1}{9}\right)\times\left(+\frac{15}{16}\right)\times(+12)$

$=+\left(\frac{1}{9}\times\frac{15}{16}\times12\right)=\frac{5}{4}$

따라서 $a=4$, $b=5$이므로

$b-a=5-4=1$

답 1

15 $\frac{5}{3}-(-2)^3\div\left\{(-3)^2\times\frac{2}{3}-8\right\}$

$=\frac{5}{3}-(-8)\div\left(9\times\frac{2}{3}-8\right)=\frac{5}{3}-(-8)\div(-2)$

$=\frac{5}{3}-4=\frac{5}{3}-\frac{12}{3}=-\frac{7}{3}$ 답 $-\frac{7}{3}$

16 $1-\left[\frac{3}{2}-2\times\left\{\left(\frac{4}{5}-\frac{1}{3}\right)\div\frac{1}{5}\right\}\right]$

$=1-\left\{\frac{3}{2}-2\times\left(\frac{7}{15}\times5\right)\right\}=1-\left(\frac{3}{2}-\frac{14}{3}\right)$

$=1-\left(-\frac{19}{6}\right)=\frac{6}{6}+\frac{19}{6}=\frac{25}{6}$ 답 ⑤

17 $\frac{4}{15}\div\square=-\frac{8}{9}$에서

$\square=\frac{4}{15}\div\left(-\frac{8}{9}\right)$

$=\frac{4}{15}\times\left(-\frac{9}{8}\right)=-\frac{3}{10}$ 답 $-\frac{3}{10}$

18 $\square\times(-2)^3\div\frac{10}{7}=\square\times(-8)\times\frac{7}{10}$

$=\square\times\left(-\frac{28}{5}\right)$

즉 $\square\times\left(-\frac{28}{5}\right)=-\frac{16}{5}$이므로

$\square=\left(-\frac{16}{5}\right)\div\left(-\frac{28}{5}\right)$

$=\left(-\frac{16}{5}\right)\times\left(-\frac{5}{28}\right)=\frac{4}{7}$ 답 $\frac{4}{7}$

19 어떤 수를 $\square$라 하면

$\square\div\frac{12}{11}=-\frac{11}{9}$

$\therefore\ \square=\left(-\frac{11}{9}\right)\times\frac{12}{11}=-\frac{4}{3}$

따라서 바르게 계산하면

$\left(-\frac{4}{3}\right)\times\frac{12}{11}=-\frac{16}{11}$ 답 $-\frac{16}{11}$

20 ① 부호를 알 수 없다.
③, ④, ⑤ 음수

답 ②

Q쌤 한마디

$a>0$, $b<0$일 때 $a+b$의 부호에 대하여 생각해 봅시다.
$a=1$, $b=-2$이면 $a+b=-1<0$
$a=1$, $b=-1$이면 $a+b=0$
$a=2$, $b=-1$이면 $a+b=1>0$
이처럼 양수와 음수의 합의 부호는 두 수 중 절댓값이 큰 수의 부호와 같으므로 주어진 조건으로 $a+b$의 부호는 알 수 없습니다.

21 $a\times b<0$, $a-b>0$이므로 $a>0$, $b<0$
$b\div c>0$이므로 b와 c는 같은 부호이다.

$\therefore\ c<0$ 답 ③

Q BOX

혼합 계산에서 계산 순서는 다음과 같다.
거듭제곱 → 괄호 → ×, ÷ → +, −

$(-1)^{\text{짝수}}=1$,
$(-1)^{\text{홀수}}=-1$

$(-1)\times(-1)^n=-1$
$\therefore\ (-1)^n=1$

$a>0$, $b<0$
또는 $a<0$, $b>0$

발전 유형 Q+Q

43쪽

01 주어진 네 수 중에서 세 수를 골라 곱한 값이 가장 크려면 (양수)×(음수)×(음수) 꼴이어야 한다.
이때 양수는 절댓값이 큰 수이어야 하므로 가장 큰 수는

$10\times\left(-\frac{12}{5}\right)\times\left(-\frac{1}{2}\right)=12$ 답 ⑤

02 주어진 네 수 중에서 세 수를 골라 곱한 값이 가장 크려면 (양수)×(음수)×(음수) 꼴이어야 한다.
이때 음수는 절댓값이 큰 두 수이어야 하므로

$M=6\times(-12)\times\left(-\frac{5}{4}\right)=90$

또 세 수를 골라 곱한 값이 가장 작으려면 (음수)×(음수)×(음수) 꼴이어야 하므로

$m=\left(-\frac{5}{4}\right)\times\left(-\frac{1}{3}\right)\times(-12)=-5$

$\therefore\ M-m=90-(-5)=95$ 답 95

03 $\left(-\frac{2}{5}\right)*\frac{1}{2}=-\frac{2}{5}-\frac{1}{2}-\frac{1}{10}$

$=-\frac{4}{10}-\frac{5}{10}-\frac{1}{10}=-1$

$\therefore\ \left\{\left(-\frac{2}{5}\right)*\frac{1}{2}\right\}*\left(-\frac{9}{10}\right)$

$=(-1)*\left(-\frac{9}{10}\right)$

$=-1-\left(-\frac{9}{10}\right)-\frac{1}{10}$

$=-\frac{10}{10}+\frac{9}{10}-\frac{1}{10}=-\frac{1}{5}$ 답 ③

04 $\frac{3}{4}\triangle\left(-\frac{5}{2}\right)^2=\frac{3}{4}\triangle\frac{25}{4}=\left(\frac{3}{4}+\frac{25}{4}\right)\div4$

$=7\div4=\frac{7}{4}$

$\therefore\ \left\{\frac{3}{4}\triangle\left(-\frac{5}{2}\right)^2\right\}\blacktriangle\left(-\frac{9}{7}\right)$

$=\frac{7}{4}\blacktriangle\left(-\frac{9}{7}\right)=\frac{7}{4}\times\left(-\frac{9}{7}\right)+3$

$=-\frac{9}{4}+3=-\frac{9}{4}+\frac{12}{4}=\frac{3}{4}$ 답 $\frac{3}{4}$

05 n이 짝수이므로 $n+1$은 홀수이고 $n+2$, $n\times2$, $n\times3$은 짝수이다.

$\therefore$ (주어진 식)$=(-1)\times(+1)+(+1)\times(+1)$

$=(-1)+(+1)=0$ 답 ③

06 $(-1)^{50}\times(-1)^{99}\times(-1)^n$

$=(+1)\times(-1)\times(-1)^n=-1$

이므로 $(-1)^n=1$

따라서 n은 짝수이므로 $n+1$, $n+3$은 홀수이고 $n+2$는 짝수이다.

$\therefore\ (-1)^{n+1}+(-1)^{n+2}+(-1)^{n+3}$

$=(-1)+(+1)+(-1)=-1$ 답 -1

07 조건 (나)에서 $|a|=3$이므로

$a=3$ 또는 $a=-3$

그런데 조건 (가)에서 $a<0$이므로　　$a=-3$

조건 (다)에서 $(-3)\times b\times c=-33$이므로

$b\times c=11$

이때 조건 (가)에서 $b<0$, $c<0$이므로

$b=-1$, $c=-11$ 또는 $b=-11$, $c=-1$

$\therefore$ $a+b+c=-15$　　답 -15

> $b=-1$, $c=-11$일 때,
> $a+b+c$
> $=-3+(-1)+(-11)$
> $=-15$
> $b=-11$, $c=-1$일 때,
> $a+b+c$
> $=-3+(-11)+(-1)$
> $=-15$

08 조건 (나)에서 $|c|=5$이므로

$c=5$ 또는 $c=-5$

그런데 조건 (가)에서 $c<0$이므로　　$c=-5$

조건 (다)에서

$a=|c+1|=|(-5)+1|=|-4|=4$

조건 (라)에서 $a+b+c=-3$이므로

$4+b+(-5)=-3$

$b-1=-3$　　$\therefore b=-2$

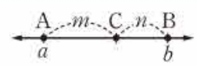
$\therefore a\times b\times c=4\times(-2)\times(-5)=40$　　답 40

09 두 점 A, B 사이의 거리는　　$2-\left(-\dfrac{1}{2}\right)=\dfrac{5}{2}$

두 점 A, C 사이의 거리는　　$\dfrac{5}{2}\times\dfrac{2}{5}=1$

따라서 점 C가 나타내는 수는

$-\dfrac{1}{2}+1=-\dfrac{1}{2}+\dfrac{2}{2}=\dfrac{1}{2}$　　답 ③



> 점 C가 두 점 A, B 사이의 거리를 $m:n$으로 나누는 점일 때
> ① 두 점 A, B 사이의 거리 ➡ $b-a$
> ② 두 점 A, C 사이의 거리 ➡ $(b-a)\times\dfrac{m}{m+n}$
> ③ 점 C가 나타내는 수 ➡ $a+(b-a)\times\dfrac{m}{m+n}$

10 두 점 A, B 사이의 거리는　　$4-(-3)=7$

두 점 A, P 사이의 거리는　　$7\times\dfrac{1}{3}=\dfrac{7}{3}$

따라서 $p=-3+\dfrac{7}{3}=-\dfrac{2}{3}$, $q=-\dfrac{2}{3}+\dfrac{7}{3}=\dfrac{5}{3}$이므로

$p\times q=\left(-\dfrac{2}{3}\right)\times\dfrac{5}{3}=-\dfrac{10}{9}$　　답 $-\dfrac{10}{9}$

11 7승을 했으므로　　$7\times(+3)=21$(점)

8무 중 3번은 득점이 없었으므로　　$3\times0=0$(점)

8무 중 5번은 득점이 있었으므로

$5\times(+2)=10$(점)

5패를 했으므로　　$5\times(-4)=-20$(점)

따라서 재혁이네 팀의 점수는

$21+0+10+(-20)=11$(점)　　답 11점

12 인웅이는 15번의 가위바위보에서 4번 이기고 5번 비겼으므로 6번 졌다.

> 수직선 위에서 바둑돌이 오른쪽으로 가는 것은 +, 왼쪽으로 가는 것은 −를 의미한다.

인웅이의 바둑돌의 위치는

$4\times\left(+\dfrac{5}{4}\right)+5\times\left(-\dfrac{1}{5}\right)+6\times\left(-\dfrac{4}{3}\right)$

$=5-1-8=-4$

혜리는 6번 이기고 5번 비기고 4번 졌으므로 혜리의 바둑돌의 위치는

$6\times\left(+\dfrac{5}{4}\right)+5\times\left(-\dfrac{1}{5}\right)+4\times\left(-\dfrac{4}{3}\right)$

$=\dfrac{15}{2}-1-\dfrac{16}{3}=\dfrac{7}{6}$

따라서 두 바둑돌 사이의 거리는

$\dfrac{7}{6}-(-4)=\dfrac{31}{6}$　　답 $\dfrac{31}{6}$

중단원 실전 TEST

L 45쪽

01 0을 나타내는 점에서 오른쪽으로 4만큼 이동한 후 다시 왼쪽으로 7만큼 이동한 것이 0을 나타내는 점에서 왼쪽으로 3만큼 이동한 것과 같음을 나타내므로

$(+4)+(-7)=-3$　　답 ③

02 $\dfrac{2}{3}-\dfrac{5}{4}+\dfrac{13}{12}-\dfrac{1}{6}$

$=\left(+\dfrac{2}{3}\right)-\left(+\dfrac{5}{4}\right)+\left(+\dfrac{13}{12}\right)-\left(+\dfrac{1}{6}\right)$

$=\left\{\left(+\dfrac{8}{12}\right)+\left(-\dfrac{15}{12}\right)\right\}+\left\{\left(+\dfrac{13}{12}\right)+\left(-\dfrac{2}{12}\right)\right\}$

$=\left(-\dfrac{7}{12}\right)+\left(+\dfrac{11}{12}\right)=\dfrac{1}{3}$　　답 ⑤

03 $a=-\dfrac{1}{2}-\left(-\dfrac{2}{5}\right)=-\dfrac{5}{10}+\dfrac{4}{10}=-\dfrac{1}{10}$

> ① □+△=○ ➡ □=○−△
> ② □−△=○ ➡ □=○+△

$b=\dfrac{1}{2}+\left(-\dfrac{4}{3}\right)=\dfrac{3}{6}+\left(-\dfrac{8}{6}\right)=-\dfrac{5}{6}$

$\therefore a+b=-\dfrac{1}{10}+\left(-\dfrac{5}{6}\right)$

$=-\dfrac{3}{30}+\left(-\dfrac{25}{30}\right)=-\dfrac{14}{15}$　　답 ②

04 $|a|<7$이므로 a가 될 수 있는 값은

$-6, -5, \cdots, 5, 6$

$|b|<3$이므로 b가 될 수 있는 값은

$-2, -1, 0, 1, 2$

$a=-6$, $b=2$일 때 $a-b$의 값이 가장 작으므로 구하는 값은　　$-6-2=-8$　　답 ②

05 $30+1-2+5-2+3=35$(개)　　답 35개

06 $a=-\dfrac{1}{4}-\left(-\dfrac{4}{3}\right)=-\dfrac{3}{12}+\dfrac{16}{12}=\dfrac{13}{12}$　　⋯ ❶

$b=-1+\dfrac{5}{13}=-\dfrac{13}{13}+\dfrac{5}{13}=-\dfrac{8}{13}$　　⋯ ❷

$\therefore a\times b=\dfrac{13}{12}\times\left(-\dfrac{8}{13}\right)=-\dfrac{2}{3}$　　⋯ ❸

답 $-\dfrac{2}{3}$

채점 기준	배점
❶ a의 값을 구할 수 있다.	1점
❷ b의 값을 구할 수 있다.	1점
❸ $a\times b$의 값을 구할 수 있다.	2점

07 $\frac{3}{5}$, $0.4=\frac{2}{5}$, $-1\frac{1}{5}=-\frac{6}{5}$의 역수는 각각

$\frac{5}{3}$, $\frac{5}{2}$, $-\frac{5}{6}$

> Q BOX: 역수를 구할 때 부호는 바뀌지 않음에 주의한다.

따라서 구하는 합은

$$\frac{5}{3}+\frac{5}{2}+\left(-\frac{5}{6}\right)=\frac{10}{6}+\frac{15}{6}+\left(-\frac{5}{6}\right)$$
$$=\frac{10}{3}$$

답 $\frac{10}{3}$

08 $1\frac{1}{8}=\frac{9}{8}$의 역수는 $\frac{8}{9}$이므로 $\quad x=\frac{8}{9}$

절댓값이 $\frac{3}{16}$인 음수는 $-\frac{3}{16}$이므로 $\quad y=-\frac{3}{16}$

$$\therefore 1\div x\div y=1\div\frac{8}{9}\div\left(-\frac{3}{16}\right)$$
$$=1\times\frac{9}{8}\times\left(-\frac{16}{3}\right)$$
$$=-6$$

답 ①

09 한 변에 놓인 네 수의 합은

$$(-2)+\left(-\frac{1}{4}\right)+\frac{5}{2}+4=-\frac{9}{4}+\frac{13}{2}$$
$$=-\frac{9}{4}+\frac{26}{4}=\frac{17}{4}$$

$(-2)+\frac{1}{2}+(-3)+A=\frac{17}{4}$이므로

$$\left(-\frac{4}{2}\right)+\left(+\frac{1}{2}\right)+\left(-\frac{6}{2}\right)+A=\frac{17}{4}$$
$$A+\left(-\frac{9}{2}\right)=\frac{17}{4}$$
$$\therefore A=\frac{17}{4}-\left(-\frac{9}{2}\right)=\frac{17}{4}+\frac{18}{4}=\frac{35}{4}$$

$A+9+B+4=\frac{17}{4}$, 즉 $\frac{35}{4}+9+B+4=\frac{17}{4}$이므로

$$\frac{35}{4}+\frac{36}{4}+B+\frac{16}{4}=\frac{17}{4}$$
$$B+\frac{87}{4}=\frac{17}{4}$$
$$\therefore B=\frac{17}{4}-\frac{87}{4}=-\frac{35}{2}$$
$$\therefore A\div B=\frac{35}{4}\div\left(-\frac{35}{2}\right)$$
$$=\frac{35}{4}\times\left(-\frac{2}{35}\right)=-\frac{1}{2}$$

답 ③

10 $A=\left(+\frac{9}{2}\right)\times\left(-\frac{10}{3}\right)\div\left(-\frac{20}{7}\right)$

$$=\left(+\frac{9}{2}\right)\times\left(-\frac{10}{3}\right)\times\left(-\frac{7}{20}\right)=\frac{21}{4}$$

따라서 A보다 작은 자연수는 1, 2, 3, 4, 5이므로 구하는 합은

$$1+2+3+4+5=15$$

답 ④

11 (주어진 식)

$$=\left(-\frac{1}{2}\right)\times\left(-\frac{2}{3}\right)\times\left(-\frac{3}{4}\right)\times\cdots\times\left(-\frac{19}{20}\right)$$
$$=-\left(\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}\times\frac{3}{4}\times\cdots\times\frac{19}{20}\right)$$

> Q BOX: 음수가 19개이므로 계산 결과의 부호는 $-$이다.

$$=-\frac{1}{20}$$

답 $-\frac{1}{20}$

12 $\left(-\frac{4}{9}\right)\times\left[(-3)^3-\left\{6+(-2)\div\frac{1}{3}\right\}\right]$

$$=\left(-\frac{4}{9}\right)\times[(-27)-\{6+(-2)\times3\}]$$
$$=\left(-\frac{4}{9}\right)\times\{(-27)-(6-6)\}$$
$$=\left(-\frac{4}{9}\right)\times(-27)=12$$

답 ①

13 $\frac{50}{3}\div A\times\left(-\frac{9}{2}\right)=\frac{15}{2}$에서

$$A=\frac{50}{3}\times\left(-\frac{9}{2}\right)\div\frac{15}{2}$$
$$=\frac{50}{3}\times\left(-\frac{9}{2}\right)\times\frac{2}{15}=-10 \quad \cdots ❶$$

$(-18)\times B\div\frac{5}{4}=-8$에서

$$B=(-8)\div(-18)\times\frac{5}{4}$$
$$=(-8)\times\left(-\frac{1}{18}\right)\times\frac{5}{4}=\frac{5}{9} \quad \cdots ❷$$
$$\therefore A\div B=(-10)\div\frac{5}{9}$$
$$=(-10)\times\frac{9}{5}=-18 \quad \cdots ❸$$

답 -18

채점 기준	배점
❶ A의 값을 구할 수 있다.	2점
❷ B의 값을 구할 수 있다.	2점
❸ $A\div B$의 값을 구할 수 있다.	2점

14 $\left(-\frac{4}{15}\right)\div\square\times\left(\frac{3}{2}\right)^2\div(-10)=\frac{1}{2}$에서

$$\left(-\frac{4}{15}\right)\div\square\times\frac{9}{4}\times\left(-\frac{1}{10}\right)=\frac{1}{2}$$
$$\therefore \square=\left(-\frac{4}{15}\right)\times\frac{9}{4}\times\left(-\frac{1}{10}\right)\div\frac{1}{2}$$
$$=\left(-\frac{4}{15}\right)\times\frac{9}{4}\times\left(-\frac{1}{10}\right)\times2$$
$$=\frac{3}{25}$$

답 ④

15 어떤 수를 $\square$라 하면 $\quad \square-\left(-\frac{2}{3}\right)=\frac{3}{2}$

$$\therefore \square=\frac{3}{2}+\left(-\frac{2}{3}\right)=\frac{9}{6}+\left(-\frac{4}{6}\right)=\frac{5}{6}$$

따라서 바르게 계산하면

$$\frac{5}{6}\div\left(-\frac{2}{3}\right)=\frac{5}{6}\times\left(-\frac{3}{2}\right)=-\frac{5}{4}$$

답 $-\frac{5}{4}$

16 $a<0$, $b>0$이고 $|a|<|b|$이므로

$a+b>0$, $a-b<0$, $a\times b<0$, $a\div b<0$

> Q BOX: 부호가 다른 두 수의 합의 부호는 절댓값이 큰 수의 부호와 같다.

이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄷ)이다.

답 ④

17 주어진 네 수 중에서 세 수를 골라 곱한 값이 가장 크려면 (양수)×(음수)×(음수) 꼴이어야 한다.
이때 음수는 절댓값이 큰 두 수이어야 하므로

$$a=\frac{5}{3}\times(-6)\times\left(-\frac{4}{5}\right)=8 \quad \cdots ❶$$

또 세 수를 골라 곱한 값이 가장 작으려면 (음수)×(음수)×(음수) 꼴이어야 하므로

$b=(-6)\times\left(-\frac{1}{2}\right)\times\left(-\frac{4}{5}\right)=-\frac{12}{5}$ ··· ②

$\therefore a+b=8+\left(-\frac{12}{5}\right)$

$=\frac{40}{5}+\left(-\frac{12}{5}\right)=\frac{28}{5}$ ··· ③

답 $\frac{28}{5}$

채점 기준	배점
① a의 값을 구할 수 있다.	2점
② b의 값을 구할 수 있다.	2점
③ $a+b$의 값을 구할 수 있다.	2점

18 n이 홀수이므로 $n+1$은 짝수, $n+2$는 홀수이다.

∴ (주어진 식)$=(-1)-(+1)-(-1)$

$=-1-1+1=-1$

답 ②

19 두 점 A, B 사이의 거리는

$\frac{10}{3}-\frac{3}{2}=\frac{20}{6}-\frac{9}{6}=\frac{11}{6}$ ··· ①

두 점 A, P 사이의 거리는

$\frac{11}{6}\times\frac{2}{3}=\frac{11}{9}$ ··· ②

따라서 점 P가 나타내는 수는

$\frac{3}{2}+\frac{11}{9}=\frac{27}{18}+\frac{22}{18}=\frac{49}{18}$ ··· ③

답 $\frac{49}{18}$

채점 기준	배점
① 두 점 A, B 사이의 거리를 구할 수 있다.	1점
② 두 점 A, P 사이의 거리를 구할 수 있다.	1점
③ 점 P가 나타내는 수를 구할 수 있다.	2점

20 4개의 원의 반지름의 길이는 각각

$\frac{1}{3}$ cm, $\frac{1}{3}\times2=\frac{2}{3}$ (cm), $\frac{2}{3}\times2=\frac{4}{3}$ (cm),

$\frac{4}{3}\times2=\frac{8}{3}$ (cm)

이때 4개의 정사각형의 한 변의 길이는 각각

$\frac{1}{3}\times2=\frac{2}{3}$ (cm), $\frac{2}{3}\times2=\frac{4}{3}$ (cm),

$\frac{4}{3}\times2=\frac{8}{3}$ (cm), $\frac{8}{3}\times2=\frac{16}{3}$ (cm)

따라서 4개의 정사각형의 둘레의 길이의 합은

$\frac{2}{3}\times4+\frac{4}{3}\times4+\frac{8}{3}\times4+\frac{16}{3}\times4$

$=\frac{8}{3}+\frac{16}{3}+\frac{32}{3}+\frac{64}{3}=40$ (cm)

답 ⑤

21 계단을 올라가는 것을 +, 내려가는 것을 −로 나타내면 영준이가 오른 계단은

$3\times(+2)+2\times(-1)+2\times(+1)$

$=6-2+2=6$(칸)

태희가 오른 계단은

$2\times(+2)+3\times(-1)+2\times(+1)$

$=4-3+2=3$(칸)

태희는 2번 이기고, 3번 지고, 2번 비겼다.

따라서 두 사람은 3칸 떨어져 있다.

$6-3=3$(칸)

답 3칸

22 $\left(-\frac{15}{2}\right)■(-5)=\left(-\frac{15}{2}\right)\div(-5)-5$

$=\left(-\frac{15}{2}\right)\times\left(-\frac{1}{5}\right)-5$

$=\frac{3}{2}-5=-\frac{7}{2}$

$\therefore \frac{8}{21}▲\left\{\left(-\frac{15}{2}\right)■(-5)\right\}$

$=\frac{8}{21}▲\left(-\frac{7}{2}\right)=\frac{8}{21}\times\left(-\frac{7}{2}\right)+3$

$=-\frac{4}{3}+3=\frac{5}{3}$

답 $\frac{5}{3}$

23 5를 A에 넣어 나온 수는

$5\times\left(-\frac{2}{5}\right)-\frac{1}{3}=-2-\frac{1}{3}=-\frac{7}{3}$

$-\frac{7}{3}$을 B에 넣어 나온 수는

$\left(-\frac{7}{3}\right)\div3+\frac{4}{9}=\left(-\frac{7}{3}\right)\times\frac{1}{3}+\frac{4}{9}$

$=-\frac{7}{9}+\frac{4}{9}=-\frac{1}{3}$

$-\frac{1}{3}$을 C에 넣어 나온 수는

$\left(-\frac{1}{3}\right)\times\frac{8}{3}\div4=\left(-\frac{1}{3}\right)\times\frac{8}{3}\times\frac{1}{4}$

$=-\frac{2}{9}$

답 $-\frac{2}{9}$

24 4개의 정육면체의 각 면에 적힌 수의 합은

$\left\{(-2)+\left(-\frac{1}{2}\right)+0+2+\frac{5}{2}+4\right\}\times4=24$

마주 보는 면에 적힌 두 수의 합이 2이고 마주 보는 면은 3쌍이므로

$2\times3=6$

과 같이 구할 수도 있다.

가려지는 면에 적힌 수의 합이 가장 작을 때, 가려지는 면을 제외한 면에 적힌 수의 합이 가장 크게 된다. 즉 한 면이 가려지는 정육면체의 경우 가려진 면에 −2가 있으면 되고, 세 면이 가려지는 정육면체의 경우 가려진 면에 -2, $-\frac{1}{2}$, 0이 있으면 된다.

마주 보는 면에 적힌 두 수를 순서쌍으로 나타내면

$(-2, 4)$,

$\left(-\frac{1}{2}, \frac{5}{2}\right)$,

$(0, 2)$

따라서 가려지는 면을 제외한 모든 면에 적힌 수의 합 중에서 가장 큰 값은

$24-\left\{(-2)\times4+\left(-\frac{1}{2}\right)+0\right\}$

$=24-\left(-8-\frac{1}{2}\right)=24-\left(-\frac{17}{2}\right)$

$=24+\frac{17}{2}=\frac{65}{2}$

답 $\frac{65}{2}$

최고 수준 도전하기

49쪽

01 1st 3^1, 3^2, 3^3, …을 11로 나누었을 때의 나머지를 구한다.

$3^1=3$을 11로 나누었을 때의 나머지는 3

$3^2=9$를 11로 나누었을 때의 나머지는 　9
$3^3=27$을 11로 나누었을 때의 나머지는 　5
$3^4=81$을 11로 나누었을 때의 나머지는 　4
$3^5=243$을 11로 나누었을 때의 나머지는 　1
$3^6=729$를 11로 나누었을 때의 나머지는 　3
⋮

(2nd) 3^{108}을 11로 나누었을 때의 나머지를 구한다.
3의 거듭제곱을 11로 나누었을 때의 나머지는 3, 9, 5, 4, 1이 이 순서대로 반복된다.
이때 $108=5\times21+3$이므로 3^{108}을 11로 나누었을 때의 나머지는 5이다.

(3rd) $3^{108}+2$를 11로 나누었을 때의 나머지를 구한다.
$3^{108}+2$를 11로 나누었을 때의 나머지는
$5+2=7$ 　답 7

02 (1st) 두 점 B, C가 원의 둘레를 한 바퀴 도는 데 걸리는 시간을 구한다.
원의 둘레를 한 바퀴 도는 데 점 A는 7초, 점 B는 $60\div12=5$(초), 점 C는 $60\div20=3$(초)가 걸린다.
(2nd) 세 점이 20분 동안 점 P에서 만난 횟수를 구한다.
7, 5, 3의 최소공배수는 105이므로 세 점 A, B, C는 105초마다 점 P에서 만난다.
이때 20분은 $20\times60=1200$(초)이고
$1200=105\times11+45$
이므로 세 점 A, B, C는 20분 동안 점 P에서 11번 만난다. 　답 11번

03 (1st) 주어진 식을 간단히 정리한다.
$\frac{a}{b}=\frac{a-24}{b-68}$에서
$a\times(b-68)=b\times(a-24)$
$a\times b-68\times a=a\times b-24\times b$
$\therefore 17\times a=6\times b$
(2nd) a, b를 k에 대한 식으로 나타낸 후 k의 값을 구한다.
$a:b=6:17$이므로
$a=6\times k$, $b=17\times k$ (k는 자연수)
로 놓을 수 있다.
이때 a, b의 최대공약수와 최소공배수의 곱이 2550이므로
$(6\times k)\times(17\times k)=2550$
$k^2=25$ 　$\therefore k=5\ (\because k>0)$
(3rd) $b-a$의 값을 구한다.
따라서 $a=6\times5=30$, $b=17\times5=85$이므로
$b-a=85-30=55$ 　답 55

04 (1st) 조건 (가), (나)를 이용하여 5개의 정수를 식으로 나타낸다.
조건 (가)에서 합이 0인 두 수 중에서 양수인 수를 a라 하면 다른 한 수는 $-a$이다.
조건 (가), (나)에서 합이 0인 세 수 중에서 절댓값이 가장 작은 수의 절댓값을 b라 하면 다른 두 수의 절댓값은 $2\times b$, $3\times b$이다.
(2nd) 조건 (다)를 이용하여 5개의 정수를 식으로 나타낸다.
조건 (다)에서 5개의 수의 곱이 양수이므로 절댓값이 $3\times b$인 수는 음수이다.
이때 5개의 수의 곱이 3000이므로
$a\times(-a)\times b\times(2\times b)\times\{-(3\times b)\}=3000$
$a\times a\times b\times b\times b=500=2^2\times5^3$
즉 $a^2\times b^3=2^2\times5^3$이므로 　$a=2$, $b=5$
따라서 5개의 수는 2, -2, 5, 10, -15이다.
답 2, -2, 5, 10, -15

05 (1st) $[-3.8]$, $[2.3]$, $[-5]$, $[6.3]$, $[-1.5]$의 값을 구한다.
$[-3.8]=-4$, $[2.3]=2$, $[-5]=-5$, $[6.3]=6$, $[-1.5]=-2$
(2nd) 주어진 식의 값을 구한다.
$(\text{주어진 식})=\{(-4)^2\div2-(-5)\}-6\times(-2)^2$
$=(16\div2+5)-6\times4$
$=(8+5)-24=-11$ 　답 -11

06 (1st) 꺼낸 두 수가 모두 양수일 때, 계산 결과가 양의 정수인 것을 구한다.
(i) 꺼낸 두 수가 모두 양수인 경우
양수는 1, 3, 5이므로
$1+3=4$, $1+5=6$, $3+5=8$,
$3-1=2$, $5-1=4$, $5-3=2$,
$1\times3=3$, $1\times5=5$, $3\times5=15$,
$3\div1=3$, $5\div1=5$
따라서 계산 결과 중 양의 정수인 것은 2, 3, 4, 5, 6, 8, 15이다.
(2nd) 꺼낸 두 수가 모두 음수일 때, 계산 결과가 양의 정수인 것을 구한다.
(ii) 꺼낸 두 수가 모두 음수인 경우
음수는 -2, -4이므로
$(-2)-(-4)=2$, $(-2)\times(-4)=8$,
$(-4)\div(-2)=2$
따라서 계산 결과 중 양의 정수인 것은 2, 8이다.
(3rd) 꺼낸 두 수의 부호가 다를 때, 계산 결과가 양의 정수인 것을 구한다.
(iii) 꺼낸 두 수의 부호가 다른 경우
$3+(-2)=1$, $5+(-2)=3$, $5+(-4)=1$,
$1-(-2)=3$, $1-(-4)=5$, $3-(-2)=5$,
$3-(-4)=7$, $5-(-2)=7$, $5-(-4)=9$
따라서 계산 결과 중 양의 정수인 것은 1, 3, 5, 7, 9이다.
(4th) 계산 결과 중 양의 정수인 것의 개수를 구한다.
구하는 양의 정수는 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 15의 10개이다. 　답 10개

BOX

3^{108}을 11로 나누었을 때의 나머지는 3^3을 11로 나누었을 때의 나머지와 같다.

7, 5, 3은 소수이므로 세 수의 최소공배수는
$7\times5\times3=105$

절댓값이 $3\times b$인 수가 양수이면 절댓값이 b, $2\times b$인 수는 음수이다. 이때 5개의 수 중 음수인 수가 3개이므로 5개의 수의 곱은 음수이다.

x보다 크지 않은 수
➡ x보다 작거나 같은 수

L 49~54쪽

04 문자의 사용과 식

Lecture 07 문자의 사용

핵심 유형

L 53쪽

01 ④ $x\times5-y\div z=x\times5-y\times\frac{1}{z}=5x-\frac{y}{z}$

답 ④

02 $x\div\frac{1}{3}\times(y+1)\div(-z)\times x$

$=x\times3\times(y+1)\times\left(-\frac{1}{z}\right)\times x$

$=-\frac{3x^2(y+1)}{z}$　　답 $-\frac{3x^2(y+1)}{z}$

03 (ㄱ) $a\times b\div c=a\times b\times\frac{1}{c}=\frac{ab}{c}$

(ㄴ) $a\div b\times c=a\times\frac{1}{b}\times c=\frac{ac}{b}$

(ㄷ) $a\div b\div c=a\times\frac{1}{b}\times\frac{1}{c}=\frac{a}{bc}$

(ㄹ) $a\times(b\div c)=a\times\frac{b}{c}=\frac{ab}{c}$

(ㅁ) $a\div(b\times c)=a\div bc=\frac{a}{bc}$

(ㅂ) $a\div(b\div c)=a\div\frac{b}{c}=a\times\frac{c}{b}=\frac{ac}{b}$

이상에서 $\frac{ac}{b}$와 같은 것은 (ㄴ), (ㅂ)이다.　　답 (ㄴ), (ㅂ)

04 ④ $10\times x+y=10x+y$

답 ④

05 할인 금액은

$3000\times\frac{x}{100}=30x$(원)

따라서 물건의 판매 가격은

$(3000-30x)$원　　답 ④

06 a km의 거리를 시속 4 km로 가는 데 걸린 시간은 $\frac{a}{4}$시간이고 30분은 $\frac{30}{60}=\frac{1}{2}$(시간)이므로 구하는 시간은

$\left(\frac{a}{4}+\frac{1}{2}\right)$시간　　답 $\left(\frac{a}{4}+\frac{1}{2}\right)$시간

07 x시간 동안 간 거리는

$60\times x=60x$ (km)

두 지점 A, B 사이의 거리가 400 km이므로 B 지점까지 남은 거리는

$(400-60x)$ km　　답 $(400-60x)$ km

Q BOX

생각

새로 만든 소금물에 들어 있는 소금의 양은 처음 소금물에 들어 있는 소금의 양과 같음을 이용한다.

곱셈 기호는 생략할 수 있지만 덧셈 기호와 뺄셈 기호는 생략할 수 없다.

나눗셈 기호의 생략

➡ 나눗셈 기호를 생략하고 분수 꼴로 나타내거나 나눗셈을 역수의 곱셈으로 바꾼 후 곱셈 기호를 생략한다.

분모에 분수를 대입할 때는 생략된 나눗셈 기호를 다시 쓴다.

(시간)$=\frac{(거리)}{(속력)}$

단위를 시간으로 통일한다.

08 농도가 x %인 소금물 300 g에 들어 있는 소금의 양은

$\frac{x}{100}\times300=3x$ (g)

농도가 y %인 소금물 400 g에 들어 있는 소금의 양은

$\frac{y}{100}\times400=4y$ (g)

따라서 구하는 소금의 양은

$(3x+4y)$ g　　답 ③

09 새로 만든 소금물에 들어 있는 소금의 양은

$\frac{a}{100}\times200=2a$ (g)

따라서 구하는 소금물의 농도는

$\frac{2a}{200+100}\times100=\frac{2}{3}a$ (%)　　답 $\frac{2}{3}a$ %

10 $\frac{y^2}{2x+y}-3x=\frac{4^2}{2\times(-1)+4}-3\times(-1)$

$=\frac{16}{-2+4}+3$

$=8+3=11$　　답 ⑤

11 ① $\frac{1}{3}xy=\frac{1}{3}\times\left(-\frac{1}{2}\right)\times3=-\frac{1}{2}$

② $8x+\frac{y}{2}=8\times\left(-\frac{1}{2}\right)+\frac{3}{2}=-4+\frac{3}{2}=-\frac{5}{2}$

③ $x^2-\frac{y^2}{3}=\left(-\frac{1}{2}\right)^2-\frac{3^2}{3}=\frac{1}{4}-3=-\frac{11}{4}$

④ $\frac{2}{x}+y=2\div x+y=2\div\left(-\frac{1}{2}\right)+3$

$=2\times(-2)+3=-4+3=-1$

⑤ $-\frac{3}{x}-\frac{7}{y}=-3\div x-\frac{7}{y}$

$=-3\div\left(-\frac{1}{2}\right)-\frac{7}{3}$

$=-3\times(-2)-\frac{7}{3}$

$=6-\frac{7}{3}=\frac{11}{3}$

따라서 식의 값이 가장 작은 것은 ③이다.　　답 ③

12 $\frac{5}{9}(p-32)$에 $p=86$을 대입하면

$\frac{5}{9}\times(86-32)=\frac{5}{9}\times54=30$

따라서 86 °F를 섭씨온도로 나타내면 30 °C이다.

답 ②

13 (1) (사다리꼴의 넓이)$=\frac{1}{2}\times(x+y)\times h$

$=\frac{1}{2}h(x+y)$

(2) $\frac{1}{2}h(x+y)$에 $x=6$, $y=10$, $h=\frac{11}{2}$을 대입하면

$\frac{1}{2}\times\frac{11}{2}\times(6+10)=44$

따라서 사다리꼴의 넓이는 44이다.

답 (1) $\frac{1}{2}h(x+y)$　(2) 44

발전 유형 Q+Q

55쪽

01 $|a|=|b|=4$이고 $a>b$이므로 $a=4$, $b=-4$

$\therefore a^2b-\dfrac{b^2}{a}=4^2\times(-4)-\dfrac{(-4)^2}{4}$

$=-64-4=-68$ 답 -68

02 두 정수 a, b에 대하여 $|a|+|b|=2$이고 $ab<0$이므로 $a=1$, $b=-1$ 또는 $a=-1$, $b=1$

(i) $a=1$, $b=-1$일 때,

$a^3-3b=1^3-3\times(-1)=1+3=4$

(ii) $a=-1$, $b=1$일 때,

$a^3-3b=(-1)^3-3\times1=-1-3=-4$

(i), (ii)에서 a^3-3b의 값이 될 수 있는 것은 4, -4이다.

답 ①, ④

Q쌤 한마디

a, b는 정수이므로 $|a|+|b|=2$에서

$|a|=2$, $|b|=0$ 또는 $|a|=1$, $|b|=1$

또는 $|a|=0$, $|b|=2$

이때 $ab<0$이므로 $|a|\neq0$, $|b|\neq0$입니다.

따라서 $|a|=1$, $|b|=1$이고 a, b의 부호가 서로 다르므로

$a=1$, $b=-1$ 또는 $a=-1$, $b=1$

입니다.

03 (1) 각 단계의 모양을 만드는 데 필요한 바둑돌의 개수는

$1,\ 1+2\times1,\ 1+2\times2,\ 1+2\times3,\ \cdots$

따라서 [n단계]의 모양을 만드는 데 필요한 바둑돌의 개수는

$1+2\times(n-1)=2(n-1)+1$

(2) $2(n-1)+1$에 $n=15$를 대입하면

$2\times(15-1)+1=29$

따라서 [15단계]의 모양을 만드는 데 필요한 바둑돌의 개수는 29이다.

답 (1) $2(n-1)+1$ (2) 29

04 (1) 종이를 1번 자를 때마다 길이가 20 cm인 변이 2개씩 늘어난다.

따라서 종이를 n번 자를 때 늘어나는 변의 길이의 합은

$20\times2\times n=40n$ (cm)

이므로 구하는 직사각형의 둘레의 길이의 합은

$20\times4+40n=40n+80$ (cm)

(2) $40n+80$에 $n=7$을 대입하면

$40\times7+80=360$

따라서 종이를 7번 잘라 만들어진 모든 직사각형의 둘레의 길이의 합은 360 cm이다.

답 (1) $(40n+80)$ cm (2) 360 cm

Q BOX

일차식
➡ 차수가 1인 다항식

상수항은 모두 동류항이다.

생각 톡

만들어진 모든 직사각형의 가로의 길이의 합은 원래 정사각형의 한 변의 길이와 같고, 세로의 길이의 합만 늘어남을 이용한다.

길이가 20 cm인 변이 $(2\times n)$개 늘어난다.

Lecture 08 일차식의 계산

핵심 유형 Q+Q

57쪽

01 (ㄱ) 항은 $4x^2$, $-x$, 3이다.

이상에서 옳은 것은 (ㄴ), (ㄷ)이다. 답 ④

Q쌤 한마디

다항식에서 각 항의 계수를 구할 때 숫자 앞의 부호를 빠뜨리지 않도록 주의해야 합니다.

특히 $x=1\times x$이므로 x의 계수는 1이고 $-x=(-1)\times x$이므로 $-x$의 계수는 -1입니다.

02 ① 다항식의 차수가 2이므로 일차식이 아니다.

② 분모에 문자가 포함된 식이므로 다항식이 아니다.

④ $0\times x+5=5$는 상수항으로만 이루어진 식이므로 일차식이 아니다.

⑤ 다항식의 차수가 3이므로 일차식이 아니다.

답 ③

03 ⑤ $(-3x+4y)\div\dfrac{1}{5}=(-3x+4y)\times5$

$=-15x+20y$

답 ⑤

04 $\left(\dfrac{x}{5}-1\right)\times(-10)=-2x+10$이므로

$a=-2$, $b=10$

$\left(\dfrac{4}{9}x-\dfrac{8}{3}\right)\div\left(-\dfrac{1}{9}\right)=\left(\dfrac{4}{9}x-\dfrac{8}{3}\right)\times(-9)$

$=-4x+24$

이므로 $c=-4$, $d=24$

$\therefore a+b+c+d=-2+10+(-4)+24$

$=28$ 답 28

05 ① 차수가 다르다.

② 문자가 다르다.

④ $\dfrac{3}{x}$은 다항식이 아니다.

답 ③, ⑤

06 답 (ㄴ), (ㄷ), (ㄹ)

07 ① $2x-5-4x=-2x-5$이므로 x의 계수는 -2

② $5x-(7x+1)=5x-7x-1=-2x-1$이므로 x의 계수는 -2

③ $\dfrac{1}{2}(6x-2)+1-5x=3x-1+1-5x=-2x$이므로 x의 계수는 -2

④ $x-6-\dfrac{1}{4}(12-4x)=x-6-3+x=2x-9$이므로 x의 계수는 2

⑤ $6(3-x)+2(2x+3)=18-6x+4x+6$
$=-2x+24$
이므로 x의 계수는 -2
답 ④

08 $\frac{1}{3}(3x-6)-\frac{1}{2}(4-8x)=x-2-2+4x$
$=5x-4$
따라서 $a=5$, $b=-4$이므로
$a-b=5-(-4)=9$
답 9

09 $5x-[2x-\{4-(1-3x)\}]$
$=5x-\{2x-(4-1+3x)\}$
$=5x-\{2x-(3+3x)\}$
$=5x-(2x-3-3x)$
$=5x-(-x-3)$
$=5x+x+3=6x+3$
답 ④

10 $0.5(x-3)-\frac{2x-5}{3}+\frac{x+2}{4}$
$=\frac{1}{2}(x-3)-\frac{2x-5}{3}+\frac{x+2}{4}$
$=\frac{1}{2}x-\frac{3}{2}-\frac{2}{3}x+\frac{5}{3}+\frac{1}{4}x+\frac{1}{2}$
$=\frac{6}{12}x-\frac{8}{12}x+\frac{3}{12}x-\frac{9}{6}+\frac{10}{6}+\frac{3}{6}$
$=\frac{1}{12}x+\frac{2}{3}$
답 $\frac{1}{12}x+\frac{2}{3}$

11 $3(A-2B)+(A+3B)$
$=3A-6B+A+3B=4A-3B$
$=4(3x-y)-3(2x-5y)$
$=12x-4y-6x+15y$
$=6x+11y$
답 $6x+11y$

12 $2A-(B-A)=2A-B+A=3A-B$
$=3(2x-y)-(-x+2y)$
$=6x-3y+x-2y=7x-5y$
따라서 x의 계수는 7, y의 계수는 -5이므로 구하는 합은
$7+(-5)=2$
답 ⑤

13 $3x-2+(\boxed{})=x+1$에서
$\boxed{}=x+1-(3x-2)$
$=x+1-3x+2$
$=-2x+3$
답 ②

14 어떤 다항식을 $\boxed{}$라 하면
$\boxed{}-(6a+5b)=2a-b$
$\therefore \boxed{}=2a-b+(6a+5b)$
$=8a+4b$
답 $8a+4b$

BOX

x에 대한 일차식
➡ $ax+b\ (a\neq 0)$

괄호가 여러 개인 일차식의 덧셈, 뺄셈
➡ ( ) → { } → [ ]의 순서로 괄호를 풀어서 계산한다. 이때 괄호 앞의 부호에 주의한다.

분수 꼴인 일차식의 덧셈, 뺄셈
➡ 분모의 최소공배수로 통분하여 계산한다.

$A+\boxed{}=B$
➡ $\boxed{}=B-A$

$\boxed{}-A=B$
➡ $\boxed{}=B+A$

발전 유형 Q+Q

59쪽

01 $(a-3)x^2-4x+5+x+1=(a-3)x^2-3x+6$
이 식이 x에 대한 일차식이 되려면
$a-3=0 \quad \therefore a=3$
답 ⑤

02 $(k-2)x^2+3x-5$가 x에 대한 일차식이 되려면
$k-2=0 \quad \therefore k=2$
따라서 $B=-2x+1$이므로 다항식 B의 x의 계수는 -2이다.
답 -2

03 어떤 다항식을 $\boxed{}$라 하면
$\boxed{}+(4x-3)=6x+5$
$\therefore \boxed{}=6x+5-(4x-3)$
$=6x+5-4x+3=2x+8$
따라서 바르게 계산한 식은
$2x+8-(4x-3)=2x+8-4x+3$
$=-2x+11$
답 $-2x+11$

04 어떤 다항식을 $\boxed{}$라 하면
$\boxed{}-(-7x+2)=5x-8$
$\therefore \boxed{}=5x-8+(-7x+2)=-2x-6$
따라서 바르게 계산한 식은
$-2x-6+(-7x+2)=-9x-4$
답 $-9x-4$

05 $(-x-4)+(2x+3)+(5x+10)=6x+9$이므로
$A+(4x-3)+(5x+10)=6x+9$에서
$A+9x+7=6x+9$
$\therefore A=6x+9-(9x+7)$
$=6x+9-9x-7=-3x+2$
$A+(2x+3)+B=6x+9$에서
$(-3x+2)+(2x+3)+B=6x+9$
$-x+5+B=6x+9$
$\therefore B=6x+9-(-x+5)$
$=6x+9+x-5=7x+4$
$\therefore B-A=7x+4-(-3x+2)$
$=7x+4+3x-2$
$=10x+2$
답 $10x+2$

06 $\boxed{(다)}+(-x+3)=-3x-2$이므로
$\boxed{(다)}=-3x-2-(-x+3)$
$=-3x-2+x-3=-2x-5$
$\boxed{(나)}=4x+1+\boxed{(다)}$이므로
$\boxed{(나)}=4x+1+(-2x-5)=2x-4$
$\boxed{(가)}=\boxed{(나)}+(-3x-2)$이므로
$\boxed{(가)}=2x-4+(-3x-2)=-x-6$

따라서 구하는 세 식의 합은

$-x-6+2x-4+(-2x-5)=-x-15$

답 $-x-15$

07 (1) n이 짝수일 때,

$n+1$은 홀수, $n+2$는 짝수이므로

$(-1)^{n+1}=-1,\ (-1)^{n+2}=1$

$\therefore (-1)^{n+1}(2x-6)-(-1)^{n+2}(4x+3)$
$=-(2x-6)-(4x+3)$
$=-2x+6-4x-3$
$=-6x+3$

BOX
$(-1)^{짝수}=1$
$(-1)^{홀수}=-1$

(2) n이 홀수일 때,

$n+1$은 짝수, $n+2$는 홀수이므로

$(-1)^{n+1}=1,\ (-1)^{n+2}=-1$

$\therefore (-1)^{n+1}(2x-6)-(-1)^{n+2}(4x+3)$
$=(2x-6)-(-1)\times(4x+3)$
$=2x-6+4x+3$
$=6x-3$

답 (1) $-6x+3$ (2) $6x-3$

08 n이 자연수일 때, $2n$은 짝수, $2n+1$은 홀수이므로

$(-1)^{2n}=1,\ (-1)^{2n+1}=-1$

$\therefore (-1)^{2n}\left(\dfrac{x-1}{2}\right)-(-1)^{2n+1}\left(\dfrac{2x+5}{3}\right)$
$=\dfrac{x-1}{2}-(-1)\times\dfrac{2x+5}{3}$
$=\dfrac{1}{2}x-\dfrac{1}{2}+\dfrac{2}{3}x+\dfrac{5}{3}$
$=\dfrac{3}{6}x+\dfrac{4}{6}x-\dfrac{3}{6}+\dfrac{10}{6}$
$=\dfrac{7}{6}x+\dfrac{7}{6}$

답 $\dfrac{7}{6}x+\dfrac{7}{6}$

09 7명이 모두 앉은 의자의 개수는 $x-4$

2명이 앉은 의자 1개와 완전히 빈 의자 3개

따라서 사람 수는

$7(x-4)+2=7x-28+2$
$=7x-26$

답 ⑤

10 올해 남학생 수는

$300-300\times\dfrac{a}{100}=300-3a$

올해 여학생 수는

$250+250\times\dfrac{a}{100}=250+\dfrac{5}{2}a$

따라서 올해 전체 학생 수는

$300-3a+\left(250+\dfrac{5}{2}a\right)=550-\dfrac{1}{2}a$

답 $550-\dfrac{1}{2}a$

11 작은 직사각형의 가로의 길이는

$x-2\times3=x-6\ (\mathrm{cm})$

작은 직사각형의 세로의 길이는

$11-2\times3=5\ (\mathrm{cm})$

따라서 작은 직사각형의 넓이는

$(x-6)\times5=5x-30\ (\mathrm{cm}^2)$

답 $(5x-30)\ \mathrm{cm}^2$

12 직사각형의 세로의 길이는 $4x+3$이고, 가로의 길이는

$(4x+3)\times2-(2x+1)=8x+6-2x-1$
$=6x+5$

따라서 직사각형의 둘레의 길이는

$2\times\{(6x+5)+(4x+3)\}=2(10x+8)$
$=20x+16$

답 $20x+16$

중단원 실전 TEST

61쪽

01 ① $0.01\times x=0.01x$

1 또는 -1과 문자의 곱에서 1은 생략하지만 $0.01\times x$는 $0.0x$로 쓰지 않고 $0.01x$로 쓴다.

② $a\div\dfrac{5}{3}=a\times\dfrac{3}{5}=\dfrac{3}{5}a$

④ $a-3\div b=a-3\times\dfrac{1}{b}=a-\dfrac{3}{b}$

⑤ $a\div b\div 8=a\times\dfrac{1}{b}\times\dfrac{1}{8}=\dfrac{a}{8b}$

답 ③

02 ① $(-8)\times a\times b\times b\div c\times1$
$=(-8)\times a\times b\times b\times\dfrac{1}{c}\times1=-\dfrac{8ab^2}{c}$

② $(-8)\times a\times b\times b\div c+1$
$=(-8)\times a\times b\times b\times\dfrac{1}{c}+1=-\dfrac{8ab^2}{c}+1$

③ $(-8)\times a\times b\times b\div(c+1)$
$=(-8)\times a\times b\times b\times\dfrac{1}{c+1}=-\dfrac{8ab^2}{c+1}$

④ $(-8)\times a\times b\times b\times c+1=-8ab^2c+1$

⑤ $(-8)\times a\times b\times b\times(c+1)=-8ab^2(c+1)$

답 ③

03 ⑤ 1 cm는 0.01 m이므로 남은 실의 길이는

$(2-0.01x)$ m

문자를 사용하여 식을 세울 때는 단위에 주의한다.

답 ⑤

04 농도가 5 %인 설탕물 a g에 들어 있는 설탕의 양은

$\dfrac{5}{100}\times a=\dfrac{1}{20}a\ (\mathrm{g})$

농도가 b %인 설탕물 500 g에 들어 있는 설탕의 양은

$\dfrac{b}{100}\times500=5b\ (\mathrm{g})$

따라서 구하는 설탕의 양은

$\left(\dfrac{1}{20}a+5b\right)$ g

답 $\left(\dfrac{1}{20}a+5b\right)$ g

05 ① $-x=-\left(-\frac{1}{3}\right)=\frac{1}{3}$

② $6x=6\times\left(-\frac{1}{3}\right)=-2$

③ $-x^2=-\left(-\frac{1}{3}\right)^2=-\frac{1}{9}$

④ $x^2=\left(-\frac{1}{3}\right)^2=\frac{1}{9}$

⑤ $\frac{1}{x}=1\div x=1\div\left(-\frac{1}{3}\right)=1\times(-3)=-3$

따라서 식의 값이 가장 큰 것은 ①이다. 답 ①

06 $2x^2-xy-5y^3=2\times(-3)^2-(-3)\times1-5\times1^3$
$=18+3-5=16$ 답 ②

07 $0.72(x+y)+40.6$에 $x=23$, $y=17$을 대입하면
$0.72\times(23+17)+40.6=0.72\times40+40.6$
$=28.8+40.6$
$=69.4$
따라서 구하는 불쾌지수는 69.4이다. 답 ②

08 (1) $0.6x+331$에 $x=25$를 대입하면
$0.6\times25+331=15+331=346$
따라서 구하는 속력은 초속 346 m이다. ··· ❶
(2) (거리)=(속력)×(시간)이므로 구하는 거리는
$346\times5=1730$ (m) ··· ❷
답 (1) 초속 346 m (2) 1730 m

채점 기준	배점
❶ 공기 중에서 소리의 속력을 구할 수 있다.	2점
❷ 공기 중에서 5초 동안 소리가 전달되는 거리를 구할 수 있다.	2점

09 (1) 각 단계의 모양을 만드는 데 필요한 자갈의 개수는
$1,\ 1+4\times1,\ 1+4\times2,\ 1+4\times3,\ \cdots$
따라서 [n단계]의 모양을 만드는 데 필요한 자갈의 개수는
$1+4\times(n-1)=1+4n-4=4n-3$
(2) $4n-3$에 $n=12$를 대입하면
$4\times12-3=45$
답 (1) $4n-3$ (2) 45

10 ④ 다항식의 차수는 2이다.
답 ④

11 $-3(a-5)x+7$이 x에 대한 일차식이 되려면
$a-5\neq0$ $\therefore a\neq5$ 답 ②

12 (ㄱ) $\frac{3}{10}x\div\left(-\frac{3}{2}\right)=\frac{3}{10}x\times\left(-\frac{2}{3}\right)=-\frac{1}{5}x$

(ㄷ) $\frac{7x+3}{2}\times4=(7x+3)\times2=14x+6$

(ㄹ) $\left(-\frac{15}{4}x+\frac{9}{8}\right)\div\left(-\frac{3}{16}\right)$
$=\left(-\frac{15}{4}x+\frac{9}{8}\right)\times\left(-\frac{16}{3}\right)$
$=20x-6$
이상에서 옳은 것은 (ㄴ), (ㄹ)이다. 답 ③

문자에 음수를 대입할 때는 괄호를 사용한다.

분모에 분수를 대입할 때는 생략된 나눗셈 기호를 다시 쓴다.

$-3<-2<-\frac{1}{9}<\frac{1}{9}<\frac{1}{3}$

13 ① 차수가 다르다.
② 각 문자의 차수가 다르다.
③ 문자가 다르다.
④ $\frac{1}{b}$은 다항식이 아니다.
답 ⑤

14 $10x-y-\{3x+5y-(2x-3y)\}$
$=10x-y-(3x+5y-2x+3y)$
$=10x-y-(x+8y)$
$=10x-y-x-8y$
$=9x-9y$ ··· ❶
따라서 $a=9$, $b=-9$이므로 ··· ❷
$a-b=9-(-9)=18$ ··· ❸
답 18

채점 기준	배점
❶ 주어진 식을 계산할 수 있다.	2점
❷ a, b의 값을 구할 수 있다.	1점
❸ $a-b$의 값을 구할 수 있다.	1점

15 $\frac{x}{2}-\frac{4x-1}{3}-\frac{2x+3}{4}$
$=\frac{x}{2}-\frac{4}{3}x+\frac{1}{3}-\frac{x}{2}-\frac{3}{4}$
$=-\frac{4}{3}x+\frac{4}{12}-\frac{9}{12}$
$=-\frac{4}{3}x-\frac{5}{12}$
따라서 x의 계수는 $-\frac{4}{3}$, 상수항은 $-\frac{5}{12}$이므로 구하는 합은
$\left(-\frac{4}{3}\right)+\left(-\frac{5}{12}\right)=\left(-\frac{16}{12}\right)+\left(-\frac{5}{12}\right)$
$=-\frac{7}{4}$ 답 ①

16 $3A-B=3(5x-2y)-(-4x+y)$
$=15x-6y+4x-y$
$=19x-7y$ 답 ④

17 $A+(3x-5)=-x+1$에서
$A=-x+1-(3x-5)$
$=-x+1-3x+5$
$=-4x+6$ ··· ❶

$B-(8-2x)=6x+5$에서

$B=6x+5+(8-2x)=4x+13$ ···· ❷

$\therefore A+B=-4x+6+(4x+13)=19$ ···· ❸

답 19

채점 기준	배점
❶ 다항식 A를 구할 수 있다.	2점
❷ 다항식 B를 구할 수 있다.	2점
❸ $A+B$를 계산할 수 있다.	2점

18 어떤 다항식을 $\square$라 하면

$\square-\frac{1}{3}(12-3x)=7x+5$

$\therefore \square=7x+5+\frac{1}{3}(12-3x)$

$=7x+5+4-x$

$=6x+9$

따라서 바르게 계산한 식은

$6x+9+3(12-3x)=6x+9+36-9x$

$=-3x+45$

답 $-3x+45$

19 $3x+4$, $-2x-7$이 각각 적힌 두 면이 마주 보므로

$3x+4+(-2x-7)=x-3$

즉 마주 보는 한 쌍의 면에 적힌 식의 합은 $x-3$이다.

$A+(-5x+4)=x-3$에서

$A=x-3-(-5x+4)$

$=x-3+5x-4$

$=6x-7$

$B+(2x-5)=x-3$에서

$B=x-3-(2x-5)$

$=x-3-2x+5$

$=-x+2$

$\therefore A-2B=6x-7-2(-x+2)$

$=6x-7+2x-4$

$=8x-11$

답 $8x-11$

20 n이 짝수일 때, $n+3$은 홀수, $n+4$는 짝수이므로

$(-1)^{n+3}=-1$, $(-1)^{n+4}=1$

$\therefore (-1)^{n+3}(x+7)-(-1)^{n+4}\left(\frac{4x-1}{3}\right)$

$=-(x+7)-\frac{4x-1}{3}$

$=-x-7-\frac{4}{3}x+\frac{1}{3}$

$=-\frac{3}{3}x-\frac{4}{3}x-\frac{21}{3}+\frac{1}{3}$

$=-\frac{7}{3}x-\frac{20}{3}$

답 $-\frac{7}{3}x-\frac{20}{3}$

21 (큰 직사각형의 넓이)$=(x-3+2x+1)\times(2+8)$

$=(3x-2)\times 10$

$=30x-20$ ···· ❶

(직사각형 A의 넓이)$=(x-3)\times 2=2x-6$

(직사각형 B의 넓이)$=x\times 2=2x$ ···· ❷

$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)

$=30x-20-(2x-6)-2x$

$=30x-20-2x+6-2x$

$=26x-14$ ···· ❸

답 $26x-14$

채점 기준	배점
❶ 큰 직사각형의 넓이를 구할 수 있다.	2점
❷ 두 직사각형 A, B의 넓이를 각각 구할 수 있다.	2점
❸ 색칠한 부분의 넓이를 구할 수 있다.	2점

22 x의 계수가 -2인 일차식을 $-2x+k$ (k는 상수)라 하자.

$x=5$일 때, $-2\times 5+k=A$

$\therefore A=-10+k$

$x=-2$일 때, $-2\times(-2)+k=B$

$\therefore B=4+k$

$\therefore A-B=-10+k-(4+k)$

$=-10+k-4-k$

$=-14$

답 ①

23 8문제를 맞힌 x명의 맞힌 문제 수의 총합은

$8x$

5문제를 맞힌 $(20-x)$명의 맞힌 문제 수의 총합은

$5\times(20-x)=100-5x$

따라서 이 반 전체 학생의 맞힌 문제 수의 총합은

$8x+(100-5x)=3x+100$

이므로 구하는 평균은

$\frac{3x+100}{20}=\frac{3}{20}x+5$

답 $\frac{3}{20}x+5$

24 새로 만든 사다리꼴의 윗변의 길이는

$x+x\times\frac{5}{100}=x+\frac{1}{20}x=\frac{21}{20}x$

새로 만든 사다리꼴의 아랫변의 길이는

$3x+2-(3x+2)\times\frac{25}{100}=3x+2-\left(\frac{3}{4}x+\frac{1}{2}\right)$

$=\frac{9}{4}x+\frac{3}{2}$

따라서 구하는 사다리꼴의 넓이는

$\frac{1}{2}\times\left\{\frac{21}{20}x+\left(\frac{9}{4}x+\frac{3}{2}\right)\right\}\times 20$

$=10\left(\frac{33}{10}x+\frac{3}{2}\right)$

$=33x+15$

답 $33x+15$

BOX

x에 대한 일차식
➡ $ax+b$ $(a\neq 0)$

생각 톡
먼저 적힌 식을 알 수 있는 마주 보는 한 쌍의 면을 찾아 그 합을 구한다.

(맞힌 문제 수의 총합)
=(맞힌 문제 수)
×(학생 수)

(색칠한 부분의 넓이)
=(큰 직사각형의 넓이)
−(직사각형 A의 넓이)
−(직사각형 B의 넓이)

05 일차방정식

Lecture 09 일차방정식

핵심 유형 67쪽

01 ① $2\times(-2)-5\neq 9$
② $5\times(-1)-8\neq -3\times(-1)$
③ $6-0\neq 2\times 0$
④ $4-1=2\times 1+1$
⑤ $9-4\times 2\neq 2\times 2+3$

답 ④

02 x가 -1 이상 3 미만의 정수이므로
$x=-1,\ 0,\ 1,\ 2$
① $x=1$을 대입하면 $3\times 1-7=-4$
따라서 해는 $x=1$이다.
② $x=2$를 대입하면 $\frac{1}{2}\times 2+5=3\times 2$
따라서 해는 $x=2$이다.
③ $x=-1$을 대입하면 $5\times(-1)+7=-1+3$
따라서 해는 $x=-1$이다.
④ $x=0$을 대입하면 $4\times(2-0)=8-3\times 0$
따라서 해는 $x=0$이다.
⑤ $x=-1$을 대입하면
$6-\{3\times(-1)+1\}\neq -(-1)-1$
$x=0$을 대입하면 $6-(3\times 0+1)\neq -0-1$
$x=1$을 대입하면 $6-(3\times 1+1)\neq -1-1$
$x=2$를 대입하면 $6-(3\times 2+1)\neq -2-1$
따라서 $x=-1,\ 0,\ 1,\ 2$일 때, 해가 없다.

답 ⑤

03 (ㄷ) (좌변)$=6x-x=5x$
즉 (좌변)=(우변)이므로 항등식이다.
(ㅁ) (우변)$=4(2-x)=8-4x$
즉 (좌변)=(우변)이므로 항등식이다.
이상에서 항등식인 것은 (ㄷ), (ㅁ)이다. 답 (ㄷ), (ㅁ)

참고 (ㄱ) 일차식 (ㄴ), (ㅂ) 방정식 (ㄹ) 거짓인 등식

04 x의 값에 관계없이 항상 참인 등식은 항등식이다.
⑤ (좌변)$=3x-(2x-7)=3x-2x+7=x+7$
즉 (좌변)=(우변)이므로 항등식이다.

답 ⑤

Q쌤 보충학습

어떤 등식이 x에 대한 항등식이다.
➔ 모든 x의 값에 대하여 항상 참이다.
➔ x가 어떤 값을 갖더라도 항상 참이다.
➔ x의 값에 관계없이 항상 참이다.

Q BOX

$ax+b=cx+d$가 x에 대한 항등식
➔ $a=c,\ b=d$

$a=b$이면
① $a+c=b+c$
② $a-c=b-c$
③ $ac=bc$
④ $\frac{a}{c}=\frac{b}{c}$ (단, $c\neq 0$)

$+a$를 이항 ➔ $-a$
$-a$를 이항 ➔ $+a$

생각 Ⓣ
어떤 등식이 항등식임을 확인할 때는 등식의 양변을 간단히 하여 서로 같은지 확인한다.

괄호가 있는 일차방정식
➔ 분배법칙을 이용하여 괄호를 푼다.

05 $2a=4,\ -5=b$이므로 $a=2,\ b=-5$
$\therefore a+b=2+(-5)=-3$ 답 -3

06 ① $a=b$의 양변에 10을 더하면 $a+10=b+10$
② $a=b$의 양변에 -6을 곱하면 $-6a=-6b$
③ $a=b+1$의 양변에 1을 더하면 $a+1=b+2$
④ $a=3b$의 양변을 3으로 나누면 $\frac{a}{3}=b$
⑤ $2a=b$의 양변에서 2를 빼면 $2a-2=b-2$
$\therefore 2(a-1)=b-2$

답 ③

07 (가) 등식의 양변에 3을 더한다.
(나) 등식의 양변에 2를 곱한다.

답 (가): (ㄱ), (나): (ㄷ)

08 ① 4를 이항하면 $2x=8-4$
② -2를 이항하면 $5x=10+2$
③ 6과 $-2x$를 이항하면 $3x+2x=1-6$
④ 5와 x를 이항하면 $-4x-x=7-5$

답 ⑤

09 $4x-9=-3x+5$에서 -9와 $-3x$를 이항하면
$4x+3x=5+9$ $\therefore 7x=14$
따라서 $a=7,\ b=14$이므로
$b-a=14-7=7$ 답 ②

10 ① $x+5=-1$에서 $x+6=0$
② $2x-1=6-3x$에서 $5x-7=0$
③ $x^2=2x+x^2$에서 $-2x=0$
④ $x+6=6-x$에서 $2x=0$
⑤ $x(x+1)=7-x$에서 $x^2+2x-7=0$
따라서 일차방정식이 아닌 것은 ⑤이다. 답 ⑤

11 (ㄱ) $60-4x=8$에서 $-4x+52=0$
(ㄴ) $x^3=64$에서 $x^3-64=0$
(ㄷ) $40000-40000\times\frac{x}{100}=32000$에서
$-400x+8000=0$
이상에서 일차방정식인 것은 (ㄱ), (ㄷ)이다. 답 (ㄱ), (ㄷ)

12 ① $9x=4x-5$에서 $5x=-5$ $\therefore x=-1$
② $-3x-7=4x$에서 $-7x=7$ $\therefore x=-1$
③ $4x-3=5x-2$에서 $-x=1$ $\therefore x=-1$
④ $3x-5=2(x-2)$에서
$3x-5=2x-4$ $\therefore x=1$

⑤ $5(x+4)=3(3-2x)$에서 $5x+20=9-6x$

$11x=-11$ $\therefore x=-1$

답 ④

13 $x-5=5x+3$에서

$-4x=8$ $\therefore x=-2$

$4-3x=2(x-3)$에서 $4-3x=2x-6$

$-5x=-10$ $\therefore x=2$

따라서 $a=-2$, $b=2$이므로

$a+b=-2+2=0$

답 0

14 ① $16-x=2x-5$에서

$-3x=-21$ $\therefore x=7$

② $5(x+1)=2(3x-2)$에서

$5x+5=6x-4$, $-x=-9$

$\therefore x=9$

③ $0.7x-2=0.4x+0.3$의 양변에 10을 곱하면

$7x-20=4x+3$, $3x=23$

$\therefore x=\frac{23}{3}$

④ $\frac{6-x}{3}=\frac{3x-4}{7}-2$의 양변에 21을 곱하면

$7(6-x)=3(3x-4)-42$

$42-7x=9x-12-42$, $-16x=-96$

$\therefore x=6$

⑤ $0.2x+\frac{1}{5}=0.3(x-1)-\frac{1}{4}$의 양변에 20을 곱하면

$4x+4=6(x-1)-5$

$4x+4=6x-6-5$, $-2x=-15$

$\therefore x=\frac{15}{2}$

따라서 해가 가장 작은 것은 ④이다.

답 ④

15 양변에 12를 곱하면

$9x+30=4x-10$, $5x=-40$

$\therefore x=-8$

따라서 $a=-8$이므로

$a^2+5a=(-8)^2+5\times(-8)=24$

답 24

16 $(2x+1):(x-3)=3:2$에서

$2(2x+1)=3(x-3)$, $4x+2=3x-9$

$\therefore x=-11$

답 ③

17 $x=2$를 주어진 방정식에 대입하면

$5(2-a)=15$, $10-5a=15$

$-5a=5$ $\therefore a=-1$

답 ②

18 $x=-1$을 $7x+2a=\frac{1}{2}(x-1)$에 대입하면

$-7+2a=-1$, $2a=6$ $\therefore a=3$

BOX

생각 톡

두 방정식의 해가 같으므로 두 방정식 중 해를 구할 수 있는 방정식의 해를 먼저 구한 후 그 해를 다른 방정식에 대입한다.

계수에 소수, 분수가 있는 일차방정식
➡ 양변에 적당한 수를 곱하여 계수를 정수로 고쳐서 푼다.

$0.2=\frac{1}{5}$, $0.3=\frac{3}{10}$이므로 양변에 5, 10, 4의 최소공배수인 20을 곱한다.

$6<7<\frac{15}{2}<\frac{23}{3}<9$

$a:b=c:d$
➡ $ad=bc$

방정식의 해가 $x=p$
➡ $x=p$를 방정식에 대입하면 등식이 성립한다.

$a=3$을 $\frac{x+3a}{4}=0.2x+a$에 대입하면

$\frac{x+9}{4}=0.2x+3$

양변에 20을 곱하면 $5(x+9)=4x+60$

$5x+45=4x+60$

$\therefore x=15$

답 $x=15$

19 $2(x+5)=3x-2$에서

$2x+10=3x-2$, $-x=-12$

$\therefore x=12$

$x=12$를 $15-2x=a$에 대입하면

$15-24=a$ $\therefore a=-9$

답 ①

20 $0.2(x-3)-0.3x=-0.2$의 양변에 10을 곱하면

$2(x-3)-3x=-2$, $2x-6-3x=-2$

$-x=4$ $\therefore x=-4$

$x=-4$를 $\frac{3}{4}x=5a+7$에 대입하면

$-3=5a+7$, $-5a=10$ $\therefore a=-2$

$\therefore 4a+3=4\times(-2)+3=-5$

답 -5

발전 유형 Q+Q

L 70쪽

01 $ax-2=6x+b$에서 $(a-6)x-2-b=0$

이 방정식이 x에 대한 일차방정식이 되려면

$a-6\neq0$ $\therefore a\neq6$

답 ③

02 $ax^2+3=bx-7$에서 $ax^2-bx+10=0$

이 방정식이 x에 대한 일차방정식이 되려면

$a=0$, $b\neq0$

답 ③

03 좌변의 3을 a로 잘못 보았다고 하면 잘못 본 방정식은 $4x+a=x-7$

이때 $x=2$를 대입하면

$8+a=-5$ $\therefore a=-13$

따라서 좌변의 3을 -13으로 잘못 보고 풀었다.

답 -13

04 $x=1$을 $3x-2a=5$에 대입하면

$3-2a=5$, $-2a=2$ $\therefore a=-1$

따라서 주어진 방정식은

$3x+2=5$

이 방정식의 우변의 5를 b로 잘못 보았다고 하면 잘못 본 방정식은

$3x+2=b$

이때 $x=-1$을 대입하면

$-3+2=b$ $\therefore b=-1$

따라서 우변의 5를 -1로 잘못 보고 풀었다.

답 -1

05 $0.4x-3=\frac{1}{5}(x-10)$의 양변에 5를 곱하면

$2x-15=x-10 \qquad \therefore x=5$

따라서 $\frac{a}{6}x-\frac{x}{2}=5$의 해는 $x=10$이므로

$\frac{5}{3}a-5=5, \qquad \frac{5}{3}a=10$

$\therefore a=6$ 답 ⑤

5의 2배

06 $\frac{2}{5}x-\frac{4}{3}=3(1-0.2x)$, 즉 $\frac{2}{5}x-\frac{4}{3}=3-0.6x$의 양변에 15를 곱하면

$6x-20=45-9x, \qquad 15x=65$

$\therefore x=\frac{13}{3}$

따라서 $26ax-10=4a$의 해는 $x=\frac{3}{13}$이므로

$6a-10=4a, \qquad 2a=10 \qquad \therefore a=5$ 답 5

$\frac{13}{3}$의 역수

07 $3x-a=2x-5$에서 $\qquad x=a-5$

이때 $a-5$가 음의 정수이어야 하므로

$a=1, 2, 3, 4$

따라서 모든 자연수 a의 값의 합은

$1+2+3+4=10$ 답 ③

a는 5보다 작은 자연수이다.

08 $5x+a=3x+10$에서 $\qquad 2x=10-a$

$\therefore x=\frac{10-a}{2}$

이때 $\frac{10-a}{2}$가 자연수이려면 $10-a$는 2의 배수이어야 하므로

$a=2, 4, 6, 8$

따라서 자연수 a의 개수는 4이다. 답 4

$10-a=2$일 때, $a=8$
$10-a=4$일 때, $a=6$
$10-a=6$일 때, $a=4$
$10-a=8$일 때, $a=2$
$10-a$가 10 이상인 2의 배수일 때는 $a\le0$이므로 a는 자연수가 아니다.

09 $ax+5=2x-1$에서 $\qquad (a-2)x=-6$

이 방정식의 해가 없으므로

$a-2=0 \qquad \therefore a=2$ 답 2

10 $ax-3=7-x$에서 $\qquad (a+1)x=10$

이 방정식의 해가 없으므로

$a+1=0 \qquad \therefore a=-1$

$6+bx=c$에서 $\qquad bx=c-6$

이 방정식의 해가 무수히 많으므로

$b=0,\ c-6=0 \qquad \therefore b=0,\ c=6$

$\therefore a+b-c=-1+0-6=-7$ 답 ①

11 $x◎2=x+2-2x=-x+2$이므로

$(x◎2)◎5=(-x+2)◎5$

$=-x+2+5-5(-x+2)$

$=4x-3$

따라서 $4x-3=9$이므로 $\qquad 4x=12$

$\therefore x=3$ 답 ②

생각

기호의 규칙에 따라 좌변을 식으로 나타낸 후 정리한다.

12 $(-2)★x=-2-6\times(-2)\times x+3=12x+1$

$x★4=x-6\times x\times4+3=-23x+3$

따라서 $12x+1+(-23x+3)=-7x$이므로

$-4x=-4 \qquad \therefore x=1$ 답 1

Lecture 10 일차방정식의 활용

핵심 유형

73쪽

01 연속하는 세 자연수를 $x-1$, x, $x+1$이라 하면

$(x-1)+x+(x+1)=45$

$3x=45 \qquad \therefore x=15$

따라서 세 자연수 중 가장 큰 수는

$15+1=16$ 답 ②

다른풀이 연속하는 세 자연수를 $x-2$, $x-1$, x라 하면

$(x-2)+(x-1)+x=45, \qquad 3x-3=45$

$3x=48 \qquad \therefore x=16$

따라서 세 자연수 중 가장 큰 수는 16이다.

02 연속하는 두 짝수를 x, $x+2$라 하면

$x+(x+2)=\frac{1}{2}(x+2)+19$

$4x+4=x+2+38$

$3x=36 \qquad \therefore x=12$

따라서 두 짝수는 12, 14이므로 구하는 합은

$12+14=26$ 답 26

03 처음 수의 일의 자리의 숫자를 x라 하면

$10x+2=3(20+x)-2$

$10x+2=3x+58$

$7x=56 \qquad \therefore x=8$

따라서 처음 두 자리 자연수는

$20+8=28$ 답 28

십의 자리의 숫자가 a, 일의 자리의 숫자가 b인 두 자리 자연수
➡ $10a+b$

04 십의 자리의 숫자를 x라 하면

$10x+4=6(x+4)+4$

$10x+4=6x+28$

$4x=24 \qquad \therefore x=6$

따라서 구하는 자연수는

$60+4=64$ 답 ③

05 3점짜리 문제를 x개 맞혔다고 하면 4점짜리 문제는 $(23-x)$개 맞혔으므로

$3x+4(23-x)=83, \qquad 3x+92-4x=83$

$-x=-9 \qquad \therefore x=9$

따라서 3점짜리 문제는 9개 맞혔다. 답 9개

06 크림빵을 x개 샀다고 하면 우유는 $(15-x)$개 샀으므로

$1200x+800(15-x)=15500-300$

$1200x+12000-800x=15200$

$400x=3200 \qquad \therefore x=8$

따라서 크림빵은 8개 샀다. 답 ③

07 직사각형의 가로의 길이는 $8+4=12\ (\mathrm{cm})$이고 세로의 길이는 $(8-x)\ \mathrm{cm}$이므로

$2\{12+(8-x)\}=8\times4+4$

$40-2x=36, \qquad -2x=-4$

$\therefore x=2$ 답 ③

(직사각형의 둘레의 길이) $=2\times\{$(가로의 길이) $+$(세로의 길이)$\}$

08 아랫변의 길이를 x cm라 하면 윗변의 길이는 $(x-5)$ cm이므로

$\frac{1}{2}\times\{(x-5)+x\}\times6=45$

$3(2x-5)=45, \qquad 6x=60$

$\therefore x=10$

따라서 아랫변의 길이는 10 cm이다. 답 10 cm

09 x개월 후에 두 사람의 예금액이 같아진다고 하면

$30000+5000x=50000+3000x$

$2000x=20000 \qquad \therefore x=10$

따라서 10개월 후에 두 사람의 예금액이 같아진다. 답 ④

(x개월 후의 예금액) $=$(현재의 예금액) $+$(매월 예금액) $\times x$

10 x일 후에 형의 저금통에 들어 있는 금액이 동생의 저금통에 들어 있는 금액의 2배가 된다고 하면

$6000+900x=2(4000+400x)$

$100x=2000 \qquad \therefore x=20$

따라서 20일 후에 형의 저금통에 들어 있는 금액이 동생의 저금통에 들어 있는 금액의 2배가 된다. 답 20일

11 전체 입력하는 양을 1이라 하면 지민이와 정국이가 한 시간에 입력하는 양은 각각 $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{5}$이다.

정국이가 x시간 동안 입력했다고 하면

$\frac{1}{10}\times4+\frac{1}{5}\times x=1, \qquad \frac{1}{5}x=\frac{3}{5}$

$\therefore x=3$

따라서 정국이는 3시간 동안 입력했다. 답 3시간

12 전체 일의 양을 1이라 하면 A 기계와 B 기계가 하루에 하는 일의 양은 각각 $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{12}$이다.

A, B 두 기계를 x일 동안 모두 사용한다고 하면

$\left(\frac{1}{6}+\frac{1}{12}\right)x=1, \qquad \frac{1}{4}x=1$

$\therefore x=4$

따라서 두 기계를 모두 사용하면 일을 완성하는 데 4일이 걸린다. 답 4일

BOX

13 두 지점 A, B 사이의 거리를 x km라 하면 휴식을 취한 시간은 $\frac{15}{60}=\frac{1}{4}$(시간), 총 걸린 시간은 $6+\frac{30}{60}=\frac{13}{2}$(시간)이므로

$\frac{x}{3}+\frac{1}{4}+\frac{x}{4}=\frac{13}{2}, \qquad 4x+3+3x=78$

$7x=75 \qquad \therefore x=\frac{75}{7}$

따라서 두 지점 A, B 사이의 거리는 $\frac{75}{7}$ km이다.

답 ①

(시간) $=\frac{(\text{거리})}{(\text{속력})}$

14 대구와 광주 사이의 거리를 x km라 하면

$\frac{x}{60}=\frac{x}{80}+\frac{11}{12}, \qquad 4x=3x+220$

$\therefore x=220$

따라서 두 도시 사이의 거리는 220 km이다.

답 220 km

55분$=\frac{55}{60}$시간 $=\frac{11}{12}$시간

15 형이 출발한 지 x분 후에 동생과 만난다고 하면

$80(x+3)=140x, \qquad -60x=-240$

$\therefore x=4$

따라서 형이 출발한 지 4분 후에 동생과 만난다.

답 4분

생각 톡

두 사람이 움직인 거리가 같음을 이용하여 방정식을 세운다.

16 어머니가 출발한 지 x분 후에 은상이와 만난다고 하면

$150(x+24)=600x, \qquad -450x=-3600$

$\therefore x=8$

따라서 은상이가 출발한 지 $24+8=32$(분) 후인 10시 32분에 두 사람이 만난다. 답 ③

17 두 사람이 x분 후에 만난다고 하면 두 사람이 x분 동안 이동한 거리의 합은 두 사람의 집 사이의 거리와 같으므로

$50x+70x=2400, \qquad 120x=2400$

$\therefore x=20$

따라서 두 사람은 출발한 지 20분 후에 만난다.

답 ②

2.4 km$=$2400 m

18 두 사람이 x분 후에 처음으로 만난다고 하면 B는 A보다 호수를 한 바퀴 더 돌게 되므로

$90x-40x=400, \qquad 50x=400$

$\therefore x=8$

따라서 두 사람은 출발한 지 8분 후에 처음으로 만난다. 답 8분

B의 속력이 더 빠르다.

Q쌤 보충학습

두 사람이 호수의 같은 지점에서 동시에 출발하여 x분 후에 만날 때

① 호수의 둘레를 반대 방향으로 돌다가 처음으로 만나는 경우
→ (x분 동안 두 사람이 이동한 거리의 합)
=(호수의 둘레의 길이)

② 호수의 둘레를 같은 방향으로 돌다가 처음으로 만나는 경우
→ (x분 동안 두 사람이 이동한 거리의 차)
=(호수의 둘레의 길이)

19 더 넣은 물의 양을 x g이라 하면

$$\frac{8}{100}\times200=\frac{5}{100}\times(200+x)$$
$$1600=1000+5x,\qquad -5x=-600$$
$$\therefore x=120$$

따라서 물 120 g을 더 넣어야 한다. 답 ⑤

생각 소금물에 물을 더 넣어도 소금의 양은 변하지 않음을 이용하여 방정식을 세운다.

20 소금 x g을 더 넣는다고 하면

$$\frac{6}{100}\times400+x=\frac{20}{100}\times(400-100+x)$$
$$2400+100x=6000+20x$$
$$80x=3600\qquad \therefore x=45$$

따라서 소금 45 g을 더 넣어야 한다. 답 ①

21 5 %의 소금물을 x g 섞는다고 하면

$$\frac{9}{100}\times200+\frac{5}{100}\times x=\frac{6}{100}\times(200+x)$$
$$1800+5x=1200+6x\qquad \therefore x=600$$

따라서 5 %의 소금물 600 g을 섞어야 한다. 답 600 g

22 10 %의 소금물을 x g 섞었다고 하면

$$\frac{10}{100}\times x+\frac{20}{100}\times(500-x)=\frac{18}{100}\times500$$
$$10x+10000-20x=9000$$
$$-10x=-1000\qquad \therefore x=100$$

따라서 10 %의 소금물 100 g을 섞었다. 답 ②

10 %의 소금물의 양이 x g이므로 20 %의 소금물의 양은 $(500-x)$ g

발전 유형 Q+Q

L 77쪽

01 작년의 여학생 수를 x라 하면 작년의 남학생 수는 $300-x$이므로

$$\frac{10}{100}(300-x)-\frac{5}{100}x=6$$
$$3000-10x-5x=600$$
$$-15x=-2400\qquad \therefore x=160$$

따라서 작년의 여학생 수는 160이다. 답 160

02 작년의 남자 신생아 수를 x라 하면 작년의 여자 신생아 수는 $750-x$이므로

$$-\frac{6}{100}x+\frac{2}{100}(750-x)=-17$$
$$-6x+1500-2x=-1700$$
$$-8x=-3200\qquad \therefore x=400$$

따라서 작년의 남자 신생아 수는 400이므로 올해의 남자 신생아 수는

$$400-400\times\frac{6}{100}=376$$

답 ④

Q쌤 한마디

작년의 신생아 수와 올해의 신생아 수를 비교하는 문제에서 작년보다 a % 증가 또는 감소했다는 조건이 주어진 경우에는 작년의 신생아 수를 x로 놓고 방정식을 세우는 것이 편리합니다.

03 이 상품의 원가를 x원이라 하면

$$(\text{정가})=\left(1+\frac{30}{100}\right)x=\frac{13}{10}x(\text{원})$$
$$(\text{판매 가격})=\frac{13}{10}x-700(\text{원})$$

이때 (판매 가격)−(원가)=(이익)이므로

$$\left(\frac{13}{10}x-700\right)-x=500$$
$$\frac{3}{10}x=1200\qquad \therefore x=4000$$

따라서 이 상품의 원가는 4000원이다. 답 4000원

원가가 x원인 물건에 a %의 이익을 붙인 정가 ➡ $\left(1+\frac{a}{100}\right)x$원

04 이 물건의 원가를 x원이라 하면

$$(\text{정가})=\left(1+\frac{50}{100}\right)x=\frac{3}{2}x(\text{원})$$
$$(\text{판매 가격})=\left(1-\frac{30}{100}\right)\times\frac{3}{2}x=\frac{21}{20}x(\text{원})$$

이때 (판매 가격)−(원가)=(이익)이므로

$$\frac{21}{20}x-x=3000$$
$$\frac{1}{20}x=3000\qquad \therefore x=60000$$

따라서 이 물건의 정가는

$$\frac{3}{2}\times60000=90000(\text{원})$$

답 ⑤

정가가 x원인 물건을 a % 할인한 판매 가격 ➡ $\left(1-\frac{a}{100}\right)x$원

05 학생 수를 x라 하면

$$6x+4=7x-8,\qquad -x=-12$$
$$\therefore x=12$$

따라서 학생 수는 12이다. 답 ③

06 보트의 개수를 x라 하면

$$6x+19=7(x-1)+4$$
$$6x+19=7x-3$$
$$-x=-22\qquad \therefore x=22$$

따라서 보트의 개수는 22이다. 답 22

$(x-1)$개의 보트에는 7명씩 타고 마지막 1개의 보트에는 4명이 탄다.

07 $5x+12=6(x-3)+3$이므로

$5x+12=6x-15$

$-x=-27 \qquad \therefore x=27$

따라서 긴 의자의 개수가 27이므로 학생 수는

$y=5\times27+12=147$

$\therefore x+y=27+147=174$ 　　　　답 174

> **Q BOX**
> 완전히 빈 의자가 2개이므로 $(x-3)$개의 의자에는 6명씩 앉고 마지막 1개의 의자에는 3명이 앉는다.
>
> $x=27$을 $6x-15$에 대입하여 학생 수를 구할 수도 있다.

08 열차의 길이를 x m라 하면

$\frac{240+x}{15}=20, \qquad 240+x=300$

$\therefore x=60$

따라서 열차의 길이는 60 m이다. 　　　　답 ③

09 기차의 길이를 x m라 하면

$\frac{600+x}{30}=\frac{900+x}{40}$

$4(600+x)=3(900+x)$

$2400+4x=2700+3x \qquad \therefore x=300$

따라서 기차의 길이는 300 m이므로

$\frac{600+300}{30}=30$

즉 기차의 속력은 초속 30 m이다. 　　　　답 초속 30 m

10 3시 x분에 시침과 분침이 일치한다고 하면 x분 동안 시침과 분침이 움직인 각도는 각각 $0.5x°$, $6x°$이므로

$90+0.5x=6x, \qquad -5.5x=-90$

$\therefore x=\frac{180}{11}$

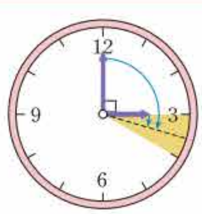
따라서 구하는 시각은 3시 $\frac{180}{11}$분이다.

답 3시 $\frac{180}{11}$분

> 시침은 60분에 30°, 즉 1분에 0.5°씩 움직이고 분침은 60분에 360°, 즉 1분에 6°씩 움직인다.

Q쌤 한마디

시침과 분침이 일치하는 시각을 3시 x분이라 하면 시침과 분침은 오른쪽 그림의 색칠한 부분에서 일치합니다.



이때 시침은 숫자 3에서부터, 분침은 숫자 12에서부터 x분 동안 움직이므로

(3시일 때 시침과 분침이 이루는 각도)

+(x분 동안 시침이 움직인 각도)

=(x분 동안 분침이 움직인 각도)

임을 이용합니다.

11 7시 x분에 시침과 분침이 서로 반대 방향으로 일직선을 이룬다고 하면 x분 동안 시침과 분침이 움직인 각도는 각각 $0.5x°$, $6x°$이므로

$(210+0.5x)-6x=180, \qquad -5.5x=-30$

$\therefore x=\frac{60}{11}$

> 7시에 시침과 분침이 이루는 각도
>
> 시침이 분침보다 시곗바늘이 도는 방향으로 180°만큼 더 회전한 위치에 있다.

따라서 구하는 시각은 7시 $\frac{60}{11}$분이다.

답 7시 $\frac{60}{11}$분

12 처음 정육각형을 만드는 데 성냥개비 6개가 필요하고, 정육각형을 1개씩 추가할 때마다 5개의 성냥개비가 더 필요하므로 x개의 정육각형을 만드는 데 필요한 성냥개비의 개수는

$6+5\times(x-1)=5x+1$

이때 $5x+1=86$에서 $\qquad 5x=85$

$\therefore x=17$

따라서 17개의 정육각형을 만들 수 있다. 　　　　답 ②

13 가운데의 수를 x라 하면

$(x-7)+(x-1)+x+(x+1)+(x+7)=5x$

이때 $5x=105$이므로 $\qquad x=21$

따라서 5개의 날짜는 14일, 20일, 21일, 22일, 28일이다. 　　　　답 14일, 20일, 21일, 22일, 28일

중단원 실전 TEST

79쪽

01 ④ $\frac{a+b+c}{3}=8$ 　　　　답 ④

02 ① $(-3)+2\neq5$

② $2\times(-3)+3\neq3$

③ $7-2\times(-3)\neq1$

④ $4\times(-3)+9=-3$

⑤ $3\times(-3)+8\neq-(-3)-2$

답 ④

03 x가 어떤 값을 갖더라도 항상 참인 등식은 항등식이다.

⑤ (우변)$=(2x+3)+(x+2)=3x+5$

즉 (좌변)=(우변)이므로 항등식이다.

답 ⑤

04 ① $a=b-2$의 양변에 4를 더하면

$a+4=b+2$

② $a=2b$의 양변에서 4를 빼면

$a-4=2b-4 \qquad \therefore a-4=2(b-2)$

③ $\frac{1}{2}a=\frac{1}{4}b$의 양변에 4를 곱하면 $\qquad 2a=b$

④ $5a-1=5b-1$의 양변에 1을 더하면 $\qquad 5a=5b$

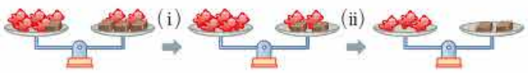
양변을 10으로 나누면 $\qquad \frac{a}{2}=\frac{b}{2}$

⑤ $2a=5b$의 양변에서 2를 빼면

$2a-2=5b-2 \qquad \therefore 2(a-1)=5\left(b-\frac{2}{5}\right)$

답 ③, ④

05 (i) 양쪽 접시에서 초콜릿을 1개씩 덜어 낸다.
(ii) 양쪽 접시에서 젤리를 2개씩 덜어 낸다.
(iii) 젤리 3개의 무게가 초콜릿 2개의 무게와 같고, 초콜릿 2개의 무게는 $6\times2=12\,(\mathrm{g})$이므로 젤리 1개의 무게는 $\quad 12\div3=4\,(\mathrm{g})$



이상에서 $a=1,\ b=2,\ c=12,\ d=4$이므로
$a-b+c-d=1-2+12-4=7$ 답 7

(왼쪽 접시의 무게)
=(오른쪽 접시의 무게)

06 $ax+3=5-bx$에서 $\quad (a+b)x-2=0$
이 방정식이 x에 대한 일차방정식이 되려면
$a+b\neq0$ 답 ③

07 ① $5-3x=2x-10$에서
$-5x=-15 \quad \therefore x=3$
② $13-3x=-5x+1$에서
$2x=-12 \quad \therefore x=-6$
③ $\frac{1}{3}(2x-5)=x-4$의 양변에 3을 곱하면
$2x-5=3x-12, \quad -x=-7 \quad \therefore x=7$
④ $\frac{1}{2}x+3=-\frac{3}{4}(x-5)$의 양변에 4를 곱하면
$2x+12=-3x+15, \quad 5x=3$
$\therefore x=\frac{3}{5}$
⑤ $0.25x-0.7=0.1x+0.05$의 양변에 100을 곱하면
$25x-70=10x+5, \quad 15x=75$
$\therefore x=5$
따라서 해가 가장 큰 것은 ③이다. 답 ③

$-6<\frac{3}{5}<3<5<7$

08 $\frac{6-5x}{8}=9-2x$의 양변에 8을 곱하면
$6-5x=72-16x, \quad 11x=66$
$\therefore x=6 \quad \therefore a=6$ ··· ❶
$\frac{3}{2}x+5=0.25(6-x)$의 양변에 4를 곱하면
$6x+20=6-x, \quad 7x=-14$
$\therefore x=-2 \quad \therefore b=-2$ ··· ❷
$\therefore a+b=6+(-2)=4$ ··· ❸
답 4

채점 기준	배점
❶ a의 값을 구할 수 있다.	2점
❷ b의 값을 구할 수 있다.	2점
❸ $a+b$의 값을 구할 수 있다.	2점

09 $\frac{x+2a}{3}:(a-5)=5:3$에서
$x+2a=5(a-5)$
$x=-1$을 $x+2a=5(a-5)$에 대입하면
$-1+2a=5a-25$
$-3a=-24 \quad \therefore a=8$ 답 8

10 $3x-1=-x-5$에서 $\quad 4x=-4$
$\therefore x=-1$ ··· ❶
$x=-1$을 $\frac{1}{2}(x+5)=ax-3$에 대입하면
$2=-a-3 \quad \therefore a=-5$ ··· ❷
$\therefore a^2+2a+1=(-5)^2+2\times(-5)+1$
$=25-10+1=16$ ··· ❸
답 16

채점 기준	배점
❶ 방정식 $3x-1=-x-5$의 해를 구할 수 있다.	1점
❷ a의 값을 구할 수 있다.	2점
❸ a^2+2a+1의 값을 구할 수 있다.	1점

11 좌변의 2를 a로 잘못 보았다고 하면 잘못 본 방정식은
$\frac{3x+a}{4}=2(5-x)$
이때 $x=3$을 대입하면
$\frac{9+a}{4}=4, \quad 9+a=16$
$\therefore a=7$
따라서 좌변의 2를 7로 잘못 보고 풀었다. 답 7

4보다 1만큼 작으므로
$4-1=3$

12 $x-\frac{5}{2}=\frac{x+5}{6}$의 양변에 6을 곱하면
$6x-15=x+5$
$5x=20 \quad \therefore x=4$
따라서 $2x=5(x-6)+3a$의 해는 $x=3$이므로
$6=-15+3a, \quad -3a=-21$
$\therefore a=7$ 답 ③

13 처음 수의 일의 자리의 숫자를 x라 하면
$100x+90+4=(400+90+x)-99$ ··· ❶
$100x+94=x+391$
$99x=297 \quad \therefore x=3$
따라서 처음 세 자리 자연수는
$400+90+3=493$ ··· ❷
답 493

채점 기준	배점
❶ 방정식을 세울 수 있다.	2점
❷ 처음 세 자리 자연수를 구할 수 있다.	2점

14 x년 후에 할머니의 나이가 형우의 나이의 4배가 된다고 하면
$70+x=4(13+x)$
$70+x=52+4x, \quad -3x=-18$
$\therefore x=6$
따라서 할머니의 나이가 형우의 나이의 4배가 되는 해는 2023년의 6년 후인 2029년이다. 답 ②

L 05 일차방정식

15 직사각형의 세로의 길이를 x cm라 하면 직사각형의 가로의 길이는 $\frac{x}{6}$ cm이므로

$2\left(x+\frac{x}{6}\right)=42$, $\quad \frac{7}{3}x=42$

$7x=126 \quad \therefore x=18$

따라서 정사각형의 한 변의 길이는 18 cm이므로 그 넓이는

$18\times18=324\ (\text{cm}^2)$ 답 324 cm²

16 x일 후에 주연이가 갖고 있는 돈이 경은이가 갖고 있는 돈의 2배가 된다고 하면

$40000-2000x=2(31000-2000x)$

$40000-2000x=62000-4000x$

$2000x=22000 \quad \therefore x=11$

따라서 11일 후에 주연이가 갖고 있는 돈이 경은이가 갖고 있는 돈의 2배가 된다. 답 ①

17 전체 여행 일수를 x라 하면

$\frac{1}{3}x+\frac{1}{6}x+\frac{1}{4}x+3=x$

$4x+2x+3x+36=12x$

$-3x=-36 \quad \therefore x=12$

따라서 전체 여행 일수는 12이다. 답 12

18 두 지점 A, B 사이의 거리를 x km라 하면

$\frac{x}{4}=\frac{x}{5}+\frac{1}{2}$, $\quad 5x=4x+10 \quad \therefore x=10$

따라서 두 지점 A, B 사이의 거리는 10 km이다.

답 ⑤

19 처음 소금물의 농도는

$\frac{30}{200}\times100=15\,(\%)$

이므로 물을 증발시킨 후의 소금물의 농도는

$15\times2=30\,(\%)$ ··· ❶

증발시켜야 하는 물의 양을 x g이라 하면

$30=\frac{30}{100}\times(200-x)$ ··· ❷

$3000=6000-30x$, $\quad 30x=3000$

$\therefore x=100$

따라서 증발시켜야 하는 물의 양은 100 g이다. ··· ❸

답 100 g

채점 기준	배점
❶ 물을 증발시킨 후의 소금물의 농도를 구할 수 있다.	2점
❷ 방정식을 세울 수 있다.	2점
❸ 증발시켜야 하는 물의 양을 구할 수 있다.	2점

20 수달의 수를 x라 하면

$4x+7=5x-3$, $\quad -x=-10 \quad \therefore x=10$

따라서 물고기의 수는

$4\times10+7=47$ 답 47

Q BOX

필요한 성냥개비의 개수는 다음과 같다.
1개의 정삼각형
➡ 3
2개의 정삼각형
➡ $3+2\times1$
3개의 정삼각형
➡ $3+2\times2$
⋮
x개의 정삼각형
➡ $3+2(x-1)$

생각 톡
전체를 x로 놓고 부분의 합이 전체와 같음을 이용하여 방정식을 세운다.

$30\text{분}=\frac{1}{2}\text{시간}$

$170+30=200\,(\text{g})$

$1\text{분}=60\text{초}$

21 처음 정삼각형을 만드는 데 성냥개비 3개가 필요하고, 정삼각형을 1개씩 추가할 때마다 2개의 성냥개비가 더 필요하므로 x개의 정삼각형을 만드는 데 필요한 성냥개비의 개수는

$3+2(x-1)=2x+1$

이때 $2x+1=45$에서 $\quad 2x=44$

$\therefore x=22$

따라서 만들 수 있는 정삼각형의 개수는 22이다.

답 22

22 $8-3x=2(a-1)$에서 $\quad 8-3x=2a-2$

$-3x=2a-10$

$\therefore x=\frac{10-2a}{3}$

이때 $\frac{10-2a}{3}$가 자연수이려면 $10-2a$는 3의 배수이어야 한다.

(i) $10-2a=3$일 때,

$-2a=-7 \quad \therefore a=\frac{7}{2}$

(ii) $10-2a=6$일 때,

$-2a=-4 \quad \therefore a=2$

(iii) $10-2a=9$일 때,

$-2a=-1 \quad \therefore a=\frac{1}{2}$

(iv) $10-2a$가 9보다 큰 3의 배수일 때,

$a<0$이므로 a는 양수가 아니다.

이상에서 모든 양수 a의 값의 합은

$\frac{1}{2}+2+\frac{7}{2}=6$ 답 ④

23 물통에 물이 가득 찼을 때의 물의 양을 1이라 하면 A 호스와 B 호스로 1시간에 채울 수 있는 물의 양은 각각 $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$이다. 또 C 호스로 1시간에 빼낼 수 있는 물의 양은 $\frac{1}{2}$이다.

물을 가득 채우는 데 x시간이 걸린다고 하면

$\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{2}\right)x=1$, $\quad \frac{x}{12}=1$

$\therefore x=12$

따라서 이 물통에 물을 가득 채우는 데 12시간이 걸린다. 답 ③

24 열차의 길이를 x m라 하면

$\frac{400+x}{20}=\frac{1600-x}{60}$

$3(400+x)=1600-x$, $\quad 1200+3x=1600-x$

$4x=400 \quad \therefore x=100$

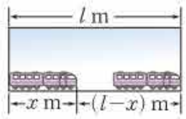
따라서 열차의 길이는 100 m이므로

$\frac{400+100}{20}=25$

즉 열차의 속력은 초속 25 m이다. 답 초속 25 m

Q쌤 한마디

길이가 x m인 열차가 길이가 l m인 터널을 통과할 때, 열차가 터널에 완전히 들어갔을 때부터 보이지 않으므로 열차가 보이지 않는 동안 열차가 달린 거리는 $(l-x)$ m입니다.



최고 수준 도전하기

L 83쪽

01 (1st) 주어진 세 자리 자연수를 x, y를 사용한 식으로 나타낸다.

백의 자리의 숫자가 x, 십의 자리의 숫자가 y, 일의 자리의 숫자가 7인 세 자리 자연수는

$100x+10y+7$

(2nd) 2로 나누었을 때의 몫을 x, y를 사용한 식으로 나타낸다.

$100x+10y+7=2(50x+5y+3)+1$이므로 2로 나누었을 때의 몫은 $50x+5y+3$, 나머지는 1이다.

답 $50x+5y+3$

> 생각 : P를 2로 나누었을 때의 몫을 Q, 나머지를 R라 하면 $P=2\times Q+R$임을 이용한다.

02 (1st) 색종이 1장의 넓이를 구한다.

정사각형 모양의 색종이 1장의 넓이는

$5\times5=25$

(2nd) 보이는 부분의 넓이를 n을 사용한 식으로 나타낸다.

색종이 n장을 포개어 놓았을 때, 가장 오른쪽에 있는 색종이를 제외한 $(n-1)$장의 색종이들의 보이는 부분의 넓이는 원래 정사각형 모양의 색종이의 넓이의 $\frac{3}{4}$이다.

따라서 구하는 넓이는

$\frac{3}{4}\times25\times(n-1)+25=\frac{75}{4}n+\frac{25}{4}$

답 $\frac{75}{4}n+\frac{25}{4}$

03 (1st) 주어진 해를 방정식에 대입한다.

$x=2$를 $0.5(k+3)x-2a=\frac{1}{3}bk+5$에 대입하면

$k+3-2a=\frac{1}{3}bk+5$

(2nd) 항등식임을 이용하여 a, b의 값을 구한 후 $b-a$의 값을 구한다.

이 식이 k에 대한 항등식이므로

$1=\frac{1}{3}b$, $3-2a=5$

따라서 $a=-1$, $b=3$이므로

$b-a=3-(-1)=4$

답 4

04 (1st) $\frac{5a-6b}{7b-4a}$의 값을 구한다.

$a:b=5:3$에서 $a=\frac{5}{3}b$이므로

> $a:b=c:d$ ➡ $ad=bc$

$$\begin{aligned}\frac{5a-6b}{7b-4a}&=(5a-6b)\div(7b-4a)\\&=\left(5\times\frac{5}{3}b-6b\right)\div\left(7b-4\times\frac{5}{3}b\right)\\&=\frac{7}{3}b\div\frac{1}{3}b\\&=\frac{7}{3}b\times\frac{3}{b}=7\end{aligned}$$

(2nd) k의 값을 구한다.

$x=7$을 $9-2x=5(kx+20)$에 대입하면

$9-14=5(7k+20)$, $\quad -5=35k+100$

$-35k=105 \qquad \therefore k=-3$

답 -3

05 (1st) 방정식을 세운다.

처음에 샀던 돼지의 수를 x라 하면 6개월 후 돼지의 수는

$1.2x-30$

> $x+0.2x=1.2x$

이므로 돼지를 팔고 다시 6개월 후, 즉 처음 돼지를 산 지 1년 후 돼지의 수는

$1.2(1.2x-30)=1.44x-36$

이때 돼지의 수가 180이므로

$1.44x-36=180$

(2nd) 처음에 샀던 돼지의 수를 구한다.

$1.44x-36=180$에서

$1.44x=216 \qquad \therefore x=150$

따라서 처음에 샀던 돼지의 수는 150이다.

답 150

06 (1st) 합격자 수를 문자를 포함한 식으로 나타낸 후 비례식을 세운다.

올해 불합격자 남녀 비는 $1:1$이고, 지원자 중 불합격한 남학생이 80명이므로 불합격한 여학생은 80명이다.

입학 지원한 남학생 수와 여학생 수를 각각 $10x$, $7x$라 하면

(합격한 남학생 수)$=10x-80$,

(합격한 여학생 수)$=7x-80$

이므로 $\quad (10x-80):(7x-80)=2:1$

(2nd) 비례식을 방정식으로 나타낸 후 방정식의 해를 구한다.

$(10x-80):(7x-80)=2:1$에서

$10x-80=2(7x-80)$

$10x-80=14x-160$

$-4x=-80 \qquad \therefore x=20$

(3rd) 전체 지원자 수를 구한다.

올해 입학 지원한 남학생 수는

$10\times20=200$

> $x=20$을 $10x$에 대입한다.

여학생 수는

$7\times20=140$

> $x=20$을 $7x$에 대입한다.

따라서 전체 지원자 수는

$200+140=340$

답 340

BOX

07 (1st) 민영이의 입장에서 바라본 기차의 속력을 구한다.
기차의 속력을 시속 x km라 하면 기차와 민영이가 같은 방향으로 움직일 때는 시속 $(x-5)$ km로 움직이는 것과 같고, 기차와 민영이가 반대 방향으로 움직일 때는 시속 $(x+5)$ km로 움직이는 것과 같다.
(2nd) 방정식을 세운다.
기차와 기차 사이의 운행 간격은 일정하므로

$$(x-5)\times\frac{24}{60}=(x+5)\times\frac{22}{60}$$

(3rd) 기차의 속력을 구한다.
$\frac{24}{60}(x-5)=\frac{22}{60}(x+5)$의 양변에 30을 곱하면

$12(x-5)=11(x+5)$

$12x-60=11x+55 \qquad \therefore x=115$

따라서 기차의 속력은 시속 115 km이다.

답 시속 115 km

08 (1st) 1회 시행 후 소금의 양을 구한다.
처음 소금의 양은

A 그릇: $\frac{x}{100}\times100=x$ (g)

B 그릇: $\frac{y}{100}\times100=y$ (g)

1회 시행 후 소금의 양은

A 그릇: $\frac{x}{100}\times70=\frac{7}{10}x$ (g)

B 그릇: $\frac{y}{100}\times70+\frac{x}{100}\times30$
$=\frac{3}{10}x+\frac{7}{10}y$ (g)

A 그릇에 들어 있던 소금물 70 g에 들어 있는 소금의 양

A 그릇에서 온 소금물 30 g에 들어 있는 소금의 양

(2nd) 2회 시행 후 소금의 양을 구한다.
2회 시행 후 소금의 양은

A 그릇: $\frac{7}{10}x\times\frac{70}{100}=\frac{49}{100}x$ (g)

B 그릇: $\left(\frac{3}{10}x+\frac{7}{10}y\right)\times\frac{70}{100}+\frac{7}{10}x\times\frac{30}{100}$
$=\frac{21}{50}x+\frac{49}{100}y$ (g)

1회 시행 후의 A 그릇에서 온 소금물 30 g에 들어 있는 소금의 양

(3rd) 방정식을 세운다.
두 그릇의 소금물의 양이 모두 100 g이므로 소금물의 농도는 각각

A 그릇: $\frac{49}{100}x$ %

B 그릇: $\left(\frac{21}{50}x+\frac{49}{100}y\right)$ %

이때 두 그릇의 소금물의 농도가 같으므로

$$\frac{49}{100}x=\frac{21}{50}x+\frac{49}{100}y$$

(4th) $x:y$를 가장 간단한 자연수의 비로 나타낸다.
$\frac{49}{100}x=\frac{21}{50}x+\frac{49}{100}y$의 양변에 100을 곱하면

$49x=42x+49y$

$7x=49y \qquad \therefore x=7y$

$\therefore x:y=7:1$

답 7 : 1

06 좌표평면과 그래프

Lecture 11 좌표평면과 그래프

핵심 유형

87쪽

01 $3a-1=a-7$이므로

$2a=-6 \qquad \therefore a=-3$

$b+5=-2b+8$이므로

$3b=3 \qquad \therefore b=1$

$\therefore a+b=-3+1=-2$

답 ①

두 순서쌍 (p, q), (r, s)가 서로 같다. ➡ $p=r$, $q=s$

02 $a-b=4$를 만족시키는 순서쌍 (a, b)는
$(5, 1)$, $(6, 2)$, $(7, 3)$, $(8, 4)$, $(9, 5)$, $(10, 6)$

답 $(5, 1)$, $(6, 2)$, $(7, 3)$, $(8, 4)$, $(9, 5)$, $(10, 6)$

03 ⑤ E$(4, -3)$

답 ⑤

04 점 P의 좌표가 $(7, 0)$이므로

$a=7$, $b=0$

점 Q의 좌표가 $(0, -5)$이므로

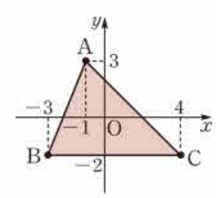
$c=0$, $d=-5$

$\therefore a-b-c+d=7-0-0+(-5)=2$

답 2

① x축 위의 점 ➡ y좌표가 0이다.
② y축 위의 점 ➡ x좌표가 0이다.

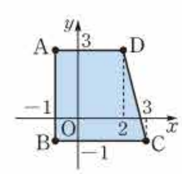
05 세 점 A, B, C를 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같으므로 삼각형 ABC의 넓이는



$\frac{1}{2}\times7\times5=\frac{35}{2}$

답 ④

06 네 점 A, B, C, D를 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같으므로 사각형 ABCD의 넓이는



$\frac{1}{2}\times(3+4)\times4=14$

답 ⑤

07 $a<0$, $-b>0$이므로 $\qquad a<0$, $b<0$

$\therefore a+b<0$, $ab>0$

따라서 점 $(a+b, ab)$는 제2사분면 위의 점이다.

답 ②

$(-)+(-)$ ➡ $(-)$
$(-)\times(-)$ ➡ $(+)$

08 점 $(-5, -4)$는 제3사분면 위의 점이다.
① 제3사분면 ② 제2사분면
③ 어느 사분면에도 속하지 않는다.
④ 제4사분면 ⑤ 제1사분면

y축 위의 점이다.

답 ①

09 $a-b>0$, $ab<0$이므로　　$a>0$, $b<0$
따라서 점 (a, b)는 제4사분면 위의 점이다.
① $ab<0$, $b-a<0$이므로 제3사분면 위의 점이다.
② $b<0$, $a>0$이므로 제2사분면 위의 점이다.
③ $-b>0$, $a>0$이므로 제1사분면 위의 점이다.
④ $a>0$, $\frac{a}{b}<0$이므로 제4사분면 위의 점이다.
⑤ $a+b$의 부호를 알 수 없으므로 어느 사분면 위의 점인지 알 수 없다.

답 ④

Q 쌤 보충학습

(1) $ab<0$일 때, a, b의 부호가 서로 다르다.
　① $a>b$이면　　$a>0$, $b<0$
　② $a<b$이면　　$a<0$, $b>0$
(2) $ab>0$일 때, a, b의 부호가 서로 같다.
　① $a+b>0$이면　　$a>0$, $b>0$
　② $a+b<0$이면　　$a<0$, $b<0$

10 $a=-2$, $b=8$이므로
$a+b=-2+8=6$　　답 6

점 (a, b)와
① x축에 대하여 대칭인 점의 좌표
➡ $(a, -b)$
② y축에 대하여 대칭인 점의 좌표
➡ $(-a, b)$
③ 원점에 대하여 대칭인 점의 좌표
➡ $(-a, -b)$

11 점 $(a+2, -3)$과 x축에 대하여 대칭인 점의 좌표는　　$(a+2, 3)$
점 $(4, b-1)$과 y축에 대하여 대칭인 점의 좌표는
$(-4, b-1)$
이때 점 $(a+2, 3)$과 점 $(-4, b-1)$의 좌표가 같으므로
$a+2=-4$, $3=b-1$　　$\therefore a=-6$, $b=4$
$\therefore b-a=4-(-6)=10$　　답 ⑤

12 ①, ② 주어진 그래프는 x의 값이 2가 될 때까지 y의 값은 3으로 변화가 없다.
따라서 기본요금은 3만 원, 데이터의 기본 제공량은 2 GB이다.
③ x의 값이 4일 때 y의 값은 5이므로 데이터를 4 GB 사용할 때의 요금은 5만 원이다.
④ x의 값이 6일 때 y의 값은 7이므로 데이터를 6 GB 사용할 때의 요금은 7만 원이다.
⑤ x의 값이 2보다 클 때, x의 값이 1만큼 커지면 y의 값도 1만큼 커지므로 1 GB당 만 원씩 요금이 추가된다.

답 ⑤

13 (1) 출발한 지 12초 후에 방향을 바꿔 아래로 움직이다가 4초 후에 방향을 바꿔 위로 움직이고, 4초 후에 다시 방향을 바꿔 아래로 움직였다.
따라서 지면에 다시 내려올 때까지 방향을 바꾼 것은 출발한 지 12초 후, 16초 후, 20초 후의 3회이다.

출발한 후 4초에서 8초 사이에 놀이기구는 움직이지 않고 정지해 있다.

(2) 놀이기구는 출발한 후 4초 동안 20 m 상승, 8초에서 12초 사이에 $50-20=30$ (m) 상승, 12초에서 16초 사이에 $50-40=10$ (m) 하강, 16초에서 20초 사이에 $60-40=20$ (m) 상승, 20초에서 24초 사이에 60 m 하강하였다.
따라서 지면에 다시 내려올 때까지 이동한 거리는
$20+30+10+20+60=140$ (m)
답 (1) 3　(2) 140 m

14 (1) 컵의 폭이 일정하므로 물의 높이도 일정하게 증가한다.
따라서 알맞은 그래프는 (ㄷ)이다.
(2) 컵의 폭이 위로 갈수록 좁아지므로 물의 높이는 처음에는 느리게 증가하다가 점점 빠르게 증가한다.
따라서 알맞은 그래프는 (ㄴ)이다.
(3) 컵의 폭이 위로 갈수록 넓어지므로 물의 높이는 처음에는 빠르게 증가하다가 점점 느리게 증가한다.
따라서 알맞은 그래프는 (ㄱ)이다.
답 (1) (ㄷ)　(2) (ㄴ)　(3) (ㄱ)

15 물 로켓의 높이는 증가하다가 감소하므로 그래프로 알맞은 것은 ③이다.　　답 ③

발전 유형 Q+Q　　L 90쪽

01 $ab<0$에서
$a>0$, $b<0$ 또는 $a<0$, $b>0$
그런데 $a+b>0$이고 $|a|<|b|$이므로
$a<0$, $b>0$
따라서 점 (a, b)는 제2사분면 위의 점이다.　　답 ②

a, b의 부호가 서로 다르다.

02 $\frac{b}{a}<0$에서
$a>0$, $b<0$ 또는 $a<0$, $b>0$
그런데 $a+b<0$이고 $|a|<|b|$이므로
$a>0$, $b<0$
따라서 점 $(-b, a)$는 제1사분면 위의 점이다.
답 제1사분면

$-b>0$, $a>0$

03 점 (a, b)와 x축에 대하여 대칭인 점의 좌표는
$(a, -b)$
즉 $a=c$, $-b=d$이고 $a>0$, $b<0$이므로
$c>0$, $d>0$
$\therefore a+c>0$, $\frac{b-d}{ab}>0$
따라서 점 $\left(a+c, \frac{b-d}{ab}\right)$는 제1사분면 위의 점이다.
답 ①

$ab<0$, $b-d<0$이므로 $\frac{b-d}{ab}>0$

04 점 A$(6, 5a-10)$이 x축 위의 점이므로

A$(6, 0)$

$5a-10=0$, $\quad 5a=10$

$\therefore a=2$

점 B$(2a-b, 3)$이 y축 위의 점이므로

B$(0, 3)$

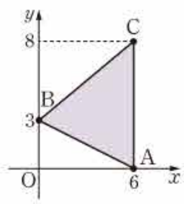
$2a-b=0$, $\quad 4-b=0$

$\therefore b=4$

한편 $a+b=2+4=6$, $ab=2\times4=8$이므로

C$(6, 8)$

세 점 A, B, C를 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



따라서 삼각형 ABC의 넓이는

$\frac{1}{2}\times8\times6=24$ 답 24

05 점 P$(3, -1)$과 x축에 대하여 대칭인 점은

Q$(3, 1)$

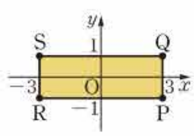
점 P와 y축에 대하여 대칭인 점은

R$(-3, -1)$

점 P와 원점에 대하여 대칭인 점은

S$(-3, 1)$

네 점 P, Q, R, S를 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



따라서 사각형 PQSR의 넓이는

$6\times2=12$ 답 12

좌표평면 위의 점의 좌표 ➡ (x좌표, y좌표)

06 ① 정훈이가 집에서 출발한 시각은 그래프의 y의 값이 0보다 커지기 시작하는 지점의 x의 값이므로 정훈이는 5시에 출발했다.

② 두 사람의 그래프가 만나는 점의 x의 값은 6이므로 정훈이와 솜이는 6시에 만났다.

③ 5시 30분에 정훈이는 집에서 3 km, 솜이는 집에서 4.5 km 떨어져 있으므로 두 사람 사이의 거리는

$4.5-3=1.5$ (km)

④ 6시 30분에 정훈이의 그래프의 y의 값이 솜이의 그래프의 y의 값보다 크므로 정훈이가 솜이보다 집에서 멀리 떨어져 있다.

⑤ 솜이는 집에서 4시에 출발하여 할머니 댁에 7시에 도착하였으므로 전체 걸린 시간은 3시간이다. 이때

$7-4=3$(시간)

$\frac{(\text{전체 이동한 거리})}{(\text{전체 걸린 시간})}=\frac{9}{3}=3$

이므로 솜이의 평균 속력은 시속 3 km이다.

답 ⑤

07 (1) 출발점으로부터 150 m 떨어진 지점에서 B가 A를 추월하면서 처음으로 순위에 변화가 생긴다.

(2) A, B, C 세 선수는 출발한 지 각각 60초, 54초, 48초 후에 결승점에 도착하므로 도착한 순서대로 나열하면 C, B, A이다.

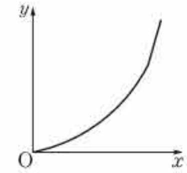
결승점에 도착하는 경우는 y의 값이 400일 때이다.

답 (1) 150 m (2) C, B, A

BOX

08 폭이 점점 좁아지는 부분에서는 물의 높이가 점점 빠르게 증가하고, 폭이 일정한 부분에서는 물의 높이가 일정하게 증가한다.

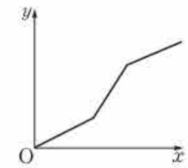
따라서 그래프는 오른쪽과 같다.



답 풀이 참조

09 병의 폭이 일정하면 물의 높이는 일정하게 증가한다.

이때 병의 폭이 넓으면 물의 높이는 느리게 증가하고, 병의 폭이 좁으면 물의 높이는 빠르게 증가한다.



따라서 그래프는 위와 같다. 답 풀이 참조

중단원 실전 TEST

92쪽

01 $a<b$를 만족시키는 순서쌍 (a, b)는

$(1, 2)$, $(1, 3)$, $(2, 3)$

답 $(1, 2)$, $(1, 3)$, $(2, 3)$

02 x좌표와 y좌표의 합을 구하면 다음과 같다.

① A$(-3, 4)$이므로 $\quad -3+4=1$

② B$(-1, 0)$이므로 $\quad -1+0=-1$

③ C$(-2, -2)$이므로 $\quad -2+(-2)=-4$

④ D$(1, -4)$이므로 $\quad 1+(-4)=-3$

⑤ E$(4, 2)$이므로 $\quad 4+2=6$

따라서 x좌표와 y좌표의 합이 가장 작은 점은 점 C이다.

답 ③

03 점 A가 x축 위의 점이므로

y좌표가 0이다.

$a-2=0$ $\quad \therefore a=2$ ··· ❶

점 B가 y축 위의 점이므로

x좌표가 0이다.

$a+b=0$, $\quad 2+b=0$

$\therefore b=-2$ ··· ❷

$\therefore ab=2\times(-2)=-4$ ··· ❸

답 -4

채점 기준	배점
❶ a의 값을 구할 수 있다.	3점
❷ b의 값을 구할 수 있다.	3점
❸ ab의 값을 구할 수 있다.	2점

04 점 $(a+2, 3b-1)$이 x축 위의 점이므로

$3b-1=0$ $\quad \therefore b=\frac{1}{3}$

점 $(a-4, b-3)$이 y축 위의 점이므로

$a-4=0$ $\quad \therefore a=4$

① A$\left(4, \frac{1}{3}\right)$

② $3b=3\times\frac{1}{3}=1$, $-a=-4$이므로

$B(1,\ -4)$

③ $3b-1=3\times\frac{1}{3}-1=0$, $-a=-4$이므로

$C(0,\ -4)$

④ $-b=-\frac{1}{3}$, $a-12b=4-12\times\frac{1}{3}=0$이므로

$D\left(-\frac{1}{3},\ 0\right)$

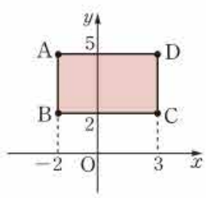
⑤ $a-3b=4-3\times\frac{1}{3}=3$이므로

$E\left(3,\ \frac{1}{3}\right)$

따라서 y축 위에 있는 점은 ③이다. 답 ③

05 네 점 A, B, C, D를 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같으므로 사각형 ABCD의 넓이는

$5\times3=15$ 답 15



06 ① 제2사분면 ② 제4사분면
③ 제1사분면 ④ 제3사분면

답 ⑤

07 $-x>0$, $y>0$이므로 $x<0$, $y>0$

㈀ $x+y$의 부호는 알 수 없다.

㈃ $\frac{x}{y}<0$

이상에서 옳은 것은 ㈁, ㈂이다. 답 ④

08 ① $a<0$, $b>0$이므로 점 $(b,\ a)$는 제4사분면 위의 점이다.

② $a>0$, $-b>0$이므로 $a>0$, $b<0$
따라서 점 $(b,\ a)$는 제2사분면 위의 점이다.

③ $-a<0$, $b<0$이므로 $a>0$, $b<0$
따라서 점 $(b,\ a)$는 제2사분면 위의 점이다.

④ $-a>0$, $-b<0$이므로 $a<0$, $b>0$
따라서 점 $(b,\ a)$는 제4사분면 위의 점이다.

⑤ $-b>0$, $-a>0$이므로 $a<0$, $b<0$
따라서 점 $(a,\ b)$는 제3사분면 위의 점이다.

답 ④

09 점 $(3,\ 8)$과 y축에 대하여 대칭인 점은

$Q(-3,\ 8)$

따라서 점 Q와 원점에 대하여 대칭인 점의 좌표는

$(3,\ -8)$ 답 ③

y축에 대하여 대칭인 두 점의 좌표는 x좌표의 부호만 반대이고, y좌표는 같다.

10 $2a+1=-(3a+4)$이므로 $5a=-5$

$\therefore a=-1$ ··· ❶

$b-2=3b+2$이므로 $-2b=4$

$\therefore b=-2$ ··· ❷

$\therefore a-b=-1-(-2)=1$ ··· ❸

답 1

채점 기준	배점
❶ a의 값을 구할 수 있다.	3점
❷ b의 값을 구할 수 있다.	3점
❸ $a-b$의 값을 구할 수 있다.	2점

11 x의 값이 35일 때 y의 값은 100이므로 35분 동안 운동할 때 소모되는 열량은 100 kcal이다. 답 ④

12 (1) x의 값이 21일 때 y의 값은 20이므로 오후 9시일 때의 기온은 20 °C이다.

오후 9시는 21시이다.

(2) y의 값이 가장 클 때가 최고 기온, y의 값이 가장 작을 때가 최저 기온이므로 최고 기온은 25 °C, 최저 기온은 10 °C이다.

답 (1) 20 °C
(2) 최고 기온: 25 °C, 최저 기온: 10 °C

13 (1) y의 값이 가장 클 때가 탑승한 칸이 가장 높은 곳에 위치할 때이므로 가장 높은 곳에 있을 때의 높이는 40 m이다. ··· ❶

(2) y의 값이 30일 때 x의 값은 4, 8, 16, 20, 28, 32이므로 높이가 30 m일 때는 탑승한 지 4분 후, 8분 후, 16분 후, 20분 후, 28분 후, 32분 후이다. ··· ❷

(3) 2바퀴를 돌아 처음 위치로 돌아오는 것은 탑승한 지 24분 후이다. ··· ❸

1바퀴를 도는 데 12분이 걸린다.

답 (1) 40 m
(2) 4분, 8분, 16분, 20분, 28분, 32분
(3) 24분

채점 기준	배점
❶ 지면으로부터 가장 높은 곳에 있을 때의 높이를 구할 수 있다.	2점
❷ 높이가 30 m일 때는 탑승한 지 몇 분 후인지 구할 수 있다.	4점
❸ 2바퀴를 돌아 처음 위치로 돌아오는 것은 탑승한 지 몇 분 후인지 구할 수 있다.	2점

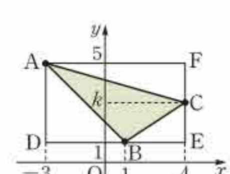
14 (1) 같은 시간 동안 ㉡이 더 적은 거리를 이동하였으므로 걸어갈 때의 그래프는 ㉡이다.

(2) ㉠의 그래프에서 y의 값이 1000일 때 x의 값은 8, ㉡의 그래프에서 y의 값이 1000일 때 x의 값은 12이다.
따라서 걸어갈 때 걸리는 시간은 12분, 자전거를 타고 갈 때 걸리는 시간은 8분이다.

이동 거리가 1 km, 즉 1000 m일 때 걸리는 시간은 8분이다.

답 (1) ㉡ (2) 12분, 8분

15 세 점 A, B, C를 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



사각형 ADEF의 넓이는

$7\times4=28$

삼각형 ADB의 넓이는

$\frac{1}{2}\times4\times4=8$

삼각형 BEC의 넓이는

$\frac{1}{2}\times3\times(k-1)=\frac{3}{2}(k-1)$

삼각형 ACF의 넓이는

$\frac{1}{2}\times7\times(5-k)=\frac{7}{2}(5-k)$

따라서 삼각형 ABC의 넓이는

$28-\left\{8+\frac{3}{2}(k-1)+\frac{7}{2}(5-k)\right\}$

$=28-(24-2k)=2k+4$

즉 $2k+4=10$이므로 $\quad 2k=6$

$\therefore k=3$

답 3

16 $a>0$, $b<0$, $|a|>|b|$이므로

$-ab>0$, $a+b>0$

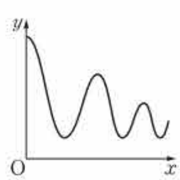
따라서 점 $(-ab,\ a+b)$는 제1사분면 위의 점이다.

답 ①

Q쌤 한마디

부호가 서로 다른 두 유리수의 덧셈은 절댓값이 큰 수의 부호를 따릅니다.
즉 **16**번에서 a의 절댓값이 b의 절댓값보다 크므로 $a+b$의 부호는 a의 부호와 같습니다.

17 번지 점프를 한 사람의 지면으로부터의 높이는 처음에 가장 높았다가 뛰어내리면서 낮아진다. 그 후 몇 번 높아졌다 낮아지기를 반복하면서 점차 일정한 높이에 가까워진다.



따라서 그래프는 위와 같다.

답 풀이 참조

Q BOX

07 정비례와 반비례

Lecture 12 정비례 관계

핵심 유형 Q+Q

97쪽

생각 톡
주어진 문장을
$y=(x$에 대한 식$)$
으로 나타낸 후
$y=ax\ (a\neq0)$
꼴인 식을 찾는다.

01 ① $y=\frac{50}{x}$ ② $y=\frac{40}{x}$

③ $y=3x$ ④ $y=24-x$

⑤ $y=0.4x+20$

따라서 y가 x에 정비례하는 것은 ③이다.

답 ③

02 (ㄴ) x의 값이 5배가 되면 y의 값도 5배가 된다.

(ㄷ) $y=\frac{x}{5}$에 $x=20$을 대입하면 $\quad y=\frac{20}{5}=4$

이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄷ)이다.

답 (ㄱ), (ㄷ)

y가 x에 정비례
➡ $y=ax\ (a\neq0)$

03 $y=ax\ (a\neq0)$라 하고 $x=4$, $y=12$를 대입하면

$12=4a \qquad \therefore a=3 \qquad \therefore y=3x$

$y=3x$에 $x=6$을 대입하면

$y=3\times6=18$

답 ④

$x=6$, $y=-\frac{3}{2}$을 대입하여 a의 값을 구할 수도 있다.

04 y가 x에 정비례하므로 $y=ax\ (a\neq0)$라 하고

$x=-2$, $y=\frac{1}{2}$을 대입하면

$\frac{1}{2}=-2a \qquad \therefore a=-\frac{1}{4} \qquad \therefore y=-\frac{1}{4}x$

$y=-\frac{1}{4}x$에 $x=3$, $y=A$를 대입하면

$A=-\frac{3}{4}$

$y=-\frac{1}{4}x$에 $x=B$, $y=-2$를 대입하면

$-2=-\frac{1}{4}B \qquad \therefore B=8$

$\therefore AB=-\frac{3}{4}\times8=-6$

답 -6

10 cm 높이의 물을 채우는 데 5분이 걸리므로 물의 높이가 1분에 2 cm씩 올라간다.

05 (1) 물의 높이가 1분에 2 cm씩 올라가므로 x분 후의 물의 높이는 $2x$ cm이다.

$\therefore y=2x$

(2) $y=2x$에 $x=13$을 대입하면

$y=2\times13=26$

따라서 13분 후의 물의 높이는 26 cm이다.

답 (1) $y=2x$ (2) 26 cm

3 L의 휘발유로 24 km를 달릴 수 있으므로 1 L의 휘발유로 8 km를 달릴 수 있다.

06 1 L의 휘발유로 8 km를 달릴 수 있으므로 x L의 휘발유로 달릴 수 있는 거리는 $8x$ km이다.

$\therefore y=8x$

$y=8x$에 $y=136$을 대입하면

$136=8x \qquad \therefore x=17$

따라서 17 L의 휘발유가 필요하다.

답 $y=8x$, 17 L

07 $x=3$일 때, $y=\frac{2}{3}\times 3=2$

따라서 $y=\frac{2}{3}x$의 그래프는 원점과 점 $(3,\ 2)$를 지나는 직선이므로 그래프는 ④이다. 답 ④

Q쌤 한마디

$x=-3$일 때, $y=\frac{2}{3}\times(-3)=-2$

따라서 $y=\frac{2}{3}x$의 그래프는 원점과 점 $(-3,\ -2)$를 지나는 직선이기도 합니다.

08 ⑤ $|-2|<|-3|$이므로 정비례 관계 $y=-2x$의 그래프보다 y축에 가깝다. 답 ⑤

Q쌤 보충학습

$y=ax$에 $x=0$을 대입하면 a의 값에 관계없이 $y=0$이므로 정비례 관계 $y=ax\ (a\neq 0)$의 그래프는 항상 점 $(0,\ 0)$, 즉 원점을 지난다.

09 ① $y=\frac{5}{6}x$에 $x=-6$, $y=-5$를 대입하면

$-5=\frac{5}{6}\times(-6)$

② $y=\frac{5}{6}x$에 $x=-2$, $y=-\frac{5}{3}$를 대입하면

$-\frac{5}{3}=\frac{5}{6}\times(-2)$

③ $y=\frac{5}{6}x$에 $x=\frac{1}{10}$, $y=\frac{1}{12}$을 대입하면

$\frac{1}{12}=\frac{5}{6}\times\frac{1}{10}$

④ $y=\frac{5}{6}x$에 $x=3$, $y=\frac{5}{2}$를 대입하면

$\frac{5}{2}=\frac{5}{6}\times 3$

⑤ $y=\frac{5}{6}x$에 $x=8$, $y=\frac{22}{3}$를 대입하면

$\frac{22}{3}\neq\frac{5}{6}\times 8$

답 ⑤

10 $y=ax$에 $x=\frac{1}{2}$, $y=-4$를 대입하면

$-4=\frac{1}{2}a$ $\quad\therefore a=-8$ $\quad\therefore y=-8x$

$y=-8x$에 $x=-\frac{5}{4}$, $y=b$를 대입하면

$b=-8\times\left(-\frac{5}{4}\right)=10$

$\therefore b-a=10-(-8)=18$ 답 18

11 그래프가 원점을 지나는 직선이므로

$y=ax\ (a\neq 0)$라 하고 $x=2$, $y=5$를 대입하면

$5=2a$ $\quad\therefore a=\frac{5}{2}$

$\therefore y=\frac{5}{2}x$ 답 ②

12 그래프가 원점을 지나는 직선이므로

$y=ax\ (a\neq 0)$라 하고 $x=-6$, $y=3$을 대입하면

$3=-6a$ $\quad\therefore a=-\frac{1}{2}$ $\quad\therefore y=-\frac{1}{2}x$

$y=-\frac{1}{2}x$에 $x=k$, $y=-10$을 대입하면

$-10=-\frac{1}{2}k$ $\quad\therefore k=20$ 답 20

13 $y=\frac{3}{4}x$에 $x=8$을 대입하면

(점 P의 x좌표) $=$(점 Q의 x좌표) $=8$

$y=\frac{3}{4}\times 8=6$ $\quad\therefore \mathrm{P}(8,\ 6)$

따라서 삼각형 POQ의 넓이는

$\frac{1}{2}\times 8\times 6=24$ 답 ④

14 $y=x$에 $x=5$를 대입하면

$y=5$ $\quad\therefore \mathrm{P}(5,\ 5)$

$y=-\frac{2}{5}x$에 $x=5$를 대입하면

$y=-\frac{2}{5}\times 5=-2$ $\quad\therefore \mathrm{Q}(5,\ -2)$

따라서 삼각형 POQ의 넓이는

$\frac{1}{2}\times 7\times 5=\frac{35}{2}$ 답 $\frac{35}{2}$

(선분 PQ의 길이) $=5-(-2)=7$

발전 유형 Q+Q

100쪽

01 (1) $y=-2x$에 $x=-5$를 대입하면

$y=-2\times(-5)=10$ $\quad\therefore \mathrm{A}(-5,\ 10)$

선분 AC의 길이가 5이므로 선분 BC의 길이는

$\frac{1}{2}\times 5=\frac{5}{2}$ $\quad\therefore \mathrm{B}\left(\frac{5}{2},\ 10\right)$

(2) $y=ax$의 그래프가 점 $\mathrm{B}\left(\frac{5}{2},\ 10\right)$을 지나므로

$y=ax$에 $x=\frac{5}{2}$, $y=10$을 대입하면

$10=\frac{5}{2}a$ $\quad\therefore a=4$

답 (1) $\mathrm{A}(-5,\ 10)$, $\mathrm{B}\left(\frac{5}{2},\ 10\right)$ (2) 4

02 점 B의 좌표를 $\left(a,\ \frac{1}{4}a\right)$라 하면 선분 BC의 길이가 3이므로 점 C의 좌표는

$\left(a,\ \frac{1}{4}a+3\right)$

(점 C의 x좌표) $=$(점 B의 x좌표) $=a$

선분 AC의 길이가 3이므로 점 A의 좌표는

$\left(a-3,\ \frac{1}{4}a+3\right)$

(점 A의 y좌표) $=$(점 C의 y좌표) $=\frac{1}{4}a+3$

이때 점 A는 $y=x$의 그래프 위의 점이므로 $y=x$에 $x=a-3$, $y=\frac{1}{4}a+3$을 대입하면

$\frac{1}{4}a+3=a-3$, $\quad -\frac{3}{4}a=-6$

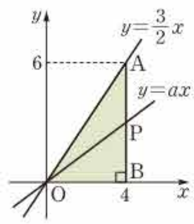
$\therefore a=8$

따라서 점 B의 좌표는 $(8, 2)$이다. 답 $(8, 2)$

03 $y=\frac{3}{2}x$에 $x=4$를 대입하면

$y=\frac{3}{2}\times4=6$

$\therefore A(4, 6)$



한편 오른쪽 그림과 같이 정비례 관계 $y=ax$의 그래프가 선분 AB와 만나는 점을 P라 하면

$P(4, 4a)$

이때

(삼각형 POB의 넓이)

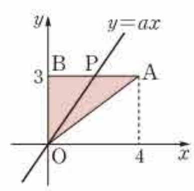
$=\frac{1}{2}\times$(삼각형 AOB의 넓이)

이므로

$\frac{1}{2}\times4\times4a=\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{2}\times4\times6\right)$

$\therefore a=\frac{3}{4}$ 답 $\frac{3}{4}$

04 오른쪽 그림과 같이 정비례 관계 $y=ax$의 그래프가 선분 AB와 만나는 점을 P라 하면



$P\left(\frac{3}{a}, 3\right)$

이때

(삼각형 PBO의 넓이)

$=\frac{1}{2}\times$(삼각형 ABO의 넓이)

이므로

$\frac{1}{2}\times\frac{3}{a}\times3=\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{2}\times4\times3\right)$

$\therefore a=\frac{3}{2}$ 답 ④

05 걸린 시간을 x시간, 이동한 거리를 y km라 하자.

자동차 A의 그래프는 원점을 지나는 직선이므로

$y=ax\ (a\neq0)$라 하고 $x=\frac{6}{5}$, $y=120$을 대입하면

$120=\frac{6}{5}a \qquad \therefore a=100 \qquad \therefore y=100x$

3시간 동안 자동차 A가 이동한 거리는

$y=100\times3=300$

자동차 B의 그래프는 원점을 지나는 직선이므로

$y=bx\ (b\neq0)$라 하고 $x=\frac{3}{2}$, $y=120$을 대입하면

$120=\frac{3}{2}b \qquad \therefore b=80 \qquad \therefore y=80x$

3시간 동안 자동차 B가 이동한 거리는

$y=80\times3=240$

따라서 출발한 지 3시간 후 두 자동차 사이의 거리는

$300-240=60$ (km) 답 60 km

06 무게를 x g, 열량을 y kcal라 하자.

단백질의 그래프는 원점을 지나는 직선이므로

$y=ax\ (a\neq0)$라 하고 $x=1$, $y=4$를 대입하면

$4=a \qquad \therefore y=4x$

삶은 계란 한 개에 들어 있는 단백질의 열량은

$y=4\times6=24$

지방의 그래프는 원점을 지나는 직선이므로

$y=bx\ (b\neq0)$라 하고 $x=1$, $y=9$를 대입하면

$9=b \qquad \therefore y=9x$

삶은 계란 한 개에 들어 있는 지방의 열량은

$y=9\times5=45$

삶은 계란 한 개에서 얻을 수 있는 열량은

(단백질 6 g의 열량) +(지방 5 g의 열량)

$24+45=69$ (kcal)

이므로 삶은 계란 n개에서 얻을 수 있는 열량은

$69n$ kcal이다.

이때 $69n=207$에서 $\qquad n=3$

따라서 삶은 계란을 3개 먹어야 한다. 답 3개

Lecture 13 반비례 관계

핵심 유형

102쪽

생각 톡
주어진 문장을 $y=$(x에 대한 식)으로 나타낸 후 $y=\frac{a}{x}\ (a\neq0)$ 꼴인 식을 찾는다.

01 ① $y=5x$ ② $y=4x$

③ $y=\frac{30}{x}$ ④ $y=x+1$

⑤ $y=\frac{20}{x}\times100$이므로 $\qquad y=\frac{2000}{x}$

따라서 y가 x에 반비례하는 것은 ③, ⑤이다.

답 ③, ⑤

02 (ㄱ) y는 x에 반비례한다.

(ㄴ) x의 값이 4배가 되면 y의 값은 $\frac{1}{4}$배가 된다.

(ㄷ) $y=-\frac{2}{x}$에서 $\qquad xy=-2$

(ㄹ) $y=-\frac{2}{x}$에 $x=6$을 대입하면 $\qquad y=-\frac{2}{6}=-\frac{1}{3}$

이상에서 옳은 것은 (ㄷ), (ㄹ)이다. 답 (ㄷ), (ㄹ)

y가 x에 반비례
➡ $y=\frac{a}{x}\ (a\neq0)$

03 $y=\frac{a}{x}\ (a\neq0)$라 하고 $x=10$, $y=\frac{3}{2}$을 대입하면

$\frac{3}{2}=\frac{a}{10} \qquad \therefore a=15 \qquad \therefore y=\frac{15}{x}$

$y=\frac{15}{x}$에 $y=-3$을 대입하면

$-3=\frac{15}{x} \qquad \therefore x=-5$ 답 ②

$x=10$, $y=\frac{4}{5}$를 대입하여 a의 값을 구할 수도 있다.

04 $y=\frac{a}{x}\ (a\neq0)$라 하고 $x=-2$, $y=-4$를 대입하면

$-4=\frac{a}{-2} \qquad \therefore a=8 \qquad \therefore y=\frac{8}{x}$

$y=\frac{8}{x}$에 $x=4$, $y=A$를 대입하면 $A=\frac{8}{4}=2$

$y=\frac{8}{x}$에 $x=B$, $y=\frac{2}{3}$를 대입하면

$\frac{2}{3}=\frac{8}{B}$ $\therefore B=8\times\frac{3}{2}=12$

$\therefore A-B=2-12=-10$

답 -10

05 (1) $x\times y=3\times12$이므로 $xy=36$

$\therefore y=\frac{36}{x}$

(2) $y=\frac{36}{x}$에 $x=9$를 대입하면 $y=\frac{36}{9}=4$

따라서 9일 만에 모두 끝내려면 4대의 기계로 작업해야 한다.

답 (1) $y=\frac{36}{x}$ (2) 4대

06 $\frac{1}{2}\times x\times y=21$이므로 $y=\frac{42}{x}$

(삼각형의 넓이) $=\frac{1}{2}\times$(밑변의 길이) $\times$(높이)

$y=\frac{42}{x}$에 $y=7$을 대입하면 $7=\frac{42}{x}$ $\therefore x=6$

따라서 이 삼각형의 밑변의 길이는 6 cm이다.

답 $y=\frac{42}{x}$, 6 cm

07 $x=-2$일 때, $y=-\frac{4}{-2}=2$

따라서 $y=-\frac{4}{x}$의 그래프는 제2사분면과 제4사분면을 지나는 한 쌍의 매끄러운 곡선이고, 점 $(-2,\ 2)$를 지나므로 그래프는 ④이다.

답 ④

08 ② $y=\frac{7}{x}$에 $x=-7$을 대입하면

$y=\frac{7}{-7}=-1$

④ $|2|<|7|$이므로 반비례 관계 $y=\frac{2}{x}$의 그래프보다 좌표축에서 멀다.

답 ④

09 ① $y=-\frac{6}{x}$에 $x=-9$, $y=\frac{1}{3}$을 대입하면

$\frac{1}{3}\neq-\frac{6}{-9}$

② $y=-\frac{6}{x}$에 $x=-6$, $y=-1$을 대입하면

$-1\neq-\frac{6}{-6}$

③ $y=-\frac{6}{x}$에 $x=-3$, $y=3$을 대입하면

$3\neq-\frac{6}{-3}$

④ $y=-\frac{6}{x}$에 $x=4$, $y=-\frac{3}{2}$을 대입하면

$-\frac{3}{2}=-\frac{6}{4}$

⑤ $y=-\frac{6}{x}$에 $x=10$, $y=-\frac{4}{5}$를 대입하면

$-\frac{4}{5}\neq-\frac{6}{10}$

답 ④

10 $y=\frac{a}{x}$에 $x=8$, $y=\frac{3}{2}$을 대입하면

$\frac{3}{2}=\frac{a}{8}$ $\therefore a=12$ $\therefore y=\frac{12}{x}$

$y=\frac{12}{x}$에 $x=2b$, $y=-3$을 대입하면

$-3=\frac{12}{2b}$, $-6b=12$ $\therefore b=-2$

$\therefore a+b=12+(-2)=10$

답 10

11 그래프가 한 쌍의 매끄러운 곡선이므로

$y=\frac{a}{x}$ $(a\neq0)$라 하고 $x=-8$, $y=2$를 대입하면

$2=\frac{a}{-8}$ $\therefore a=-16$

$\therefore y=-\frac{16}{x}$

답 ③

12 그래프가 한 쌍의 매끄러운 곡선이므로

$y=\frac{a}{x}$ $(a\neq0)$라 하고 $x=4$, $y=9$를 대입하면

$9=\frac{a}{4}$ $\therefore a=36$ $\therefore y=\frac{36}{x}$

$y=\frac{36}{x}$에 $x=-12$, $y=k$를 대입하면

$k=\frac{36}{-12}=-3$

답 -3

13 점 P의 좌표를 $\left(p,\ \frac{20}{p}\right)$이라 하면 직사각형 PBOA의 넓이는

점 P가 $y=\frac{20}{x}$의 그래프 위에 있으면 직사각형 PBOA의 넓이는 항상 20이다.

$|p|\times\left|\frac{20}{p}\right|=20$

답 20

14 점 P의 좌표를 $\left(p,\ \frac{14}{p}\right)$ $(p>0)$라 하면 삼각형 POQ의 넓이는

점 P가 $y=\frac{14}{x}$ $(x>0)$의 그래프 위에 있으면 삼각형 POQ의 넓이는 항상 $\frac{14}{2}=7$이다.

$\frac{1}{2}\times p\times\frac{14}{p}=7$

답 ①

발전 유형 Q+Q

L 105쪽

01 15의 약수는 1, 3, 5, 15

따라서 반비례 관계 $y=\frac{15}{x}$의 그래프 위의 점 $(m,\ n)$ 중에서 m, n이 모두 정수인 점은

$(1,\ 15)$, $(3,\ 5)$, $(5,\ 3)$, $(15,\ 1)$, $(-1,\ -15)$, $(-3,\ -5)$, $(-5,\ -3)$, $(-15,\ -1)$

의 8개이다.

답 ③

02 $y=\frac{a}{x}$에 $x=-2$, $y=8$을 대입하면

$8=\frac{a}{-2}$ $\quad\therefore a=-16$ $\quad\therefore y=-\frac{16}{x}$

한편 16의 약수는 1, 2, 4, 8, 16

따라서 반비례 관계 $y=-\frac{16}{x}$의 그래프 위의 점 중에서 x좌표와 y좌표가 모두 정수인 점은

$(1, -16)$, $(2, -8)$, $(4, -4)$, $(8, -2)$, $(16, -1)$, $(-1, 16)$, $(-2, 8)$, $(-4, 4)$, $(-8, 2)$, $(-16, 1)$

의 10개이다. 답 10

03 두 점 A, C가 $y=-\frac{18}{x}$의 그래프 위의 점이므로

$A\left(-3a, \frac{6}{a}\right)$, $C\left(3a, -\frac{6}{a}\right)$

두 삼각형 ABD, BCD는 밑변의 길이가

$3a-(-3a)=6a$

이고 높이가 $\frac{6}{a}$인 직각삼각형이므로 사각형 ABCD의 넓이는 삼각형 ABD의 넓이의 2배와 같다.

따라서 사각형 ABCD의 넓이는

$2\times\left(\frac{1}{2}\times6a\times\frac{6}{a}\right)=36$ 답 36

04 점 A의 좌표를 $\left(a, \frac{3}{a}\right)$ $(a>0)$이라 하면 점 C의 좌표는

$(a, 0)$

두 점 A, B의 y좌표가 같으므로 $y=\frac{9}{x}$에 $y=\frac{3}{a}$을 대입하면

$\frac{3}{a}=\frac{9}{x}$ $\quad\therefore x=3a$

즉 점 B의 좌표는 $\left(3a, \frac{3}{a}\right)$이므로 점 D의 좌표는

$(3a, 0)$

따라서 사각형 ACDB의 넓이는

$(3a-a)\times\frac{3}{a}=6$ 답 6

05 $y=\frac{12}{x}$에 $x=-6$을 대입하면

$y=\frac{12}{-6}=-2$ $\quad\therefore P(-6, -2)$

$y=ax$에 $x=-6$, $y=-2$를 대입하면

$-2=-6a$ $\quad\therefore a=\frac{1}{3}$ 답 $\frac{1}{3}$

06 $y=4x$에 $y=8$을 대입하면

$8=4x$ $\quad\therefore x=2$ $\quad\therefore P(2, 8)$

$y=\frac{a}{x}$에 $x=2$, $y=8$을 대입하면

$8=\frac{a}{2}$ $\quad\therefore a=16$ 답 16

BOX

(점 A의 x좌표)
$=$(점 B의 x좌표)
$=-3a$

(점 C의 x좌표)
$=$(점 D의 x좌표)
$=3a$

(삼각형의 넓이)
$=\frac{1}{2}\times$(밑변의 길이)
$\times$(높이)

두 그래프가 만나는 점이 주어진 경우
➡ 각각의 식에 만나는 점의 좌표를 대입하면 등식이 성립함을 이용한다.

점 (p, q)가 정비례 관계 $y=ax$ $(a\neq0)$의 그래프 위의 점
➡ $y=ax$에 $x=p$, $y=q$를 대입하면 등식이 성립한다.

중단원 실전 TEST

106쪽

01 y가 x에 정비례하므로 $y=ax$ $(a\neq0)$라 하고 $x=-3$, $y=\frac{1}{2}$을 대입하면

$\frac{1}{2}=-3a$ $\quad\therefore a=-\frac{1}{6}$ $\quad\therefore y=-\frac{1}{6}x$

$y=-\frac{1}{6}x$에 $y=4$를 대입하면

$4=-\frac{1}{6}x$ $\quad\therefore x=-24$ 답 ②

02 ③ $y=6x$에 $x=7$을 대입하면

$y=6\times7=42$

따라서 7상자에 들어 있는 도넛의 총개수는 42이다.

④ $\frac{y}{x}$의 값은 항상 6으로 일정하다.

답 ④

03 우유 1 L의 판매 가격은 400원이므로 우유 x L의 판매 가격은 $400x$원이다.

$\therefore y=400x$ 답 ④

04 $y=\frac{1}{2}\times8\times x$이므로 $\quad y=4x$

$y=4x$에 $x=5$를 대입하면

$y=4\times5=20$

따라서 삼각형 PBC의 넓이는 20 cm^2이다.

답 $y=4x$, 20 cm^2

05 그래프가 원점을 지나는 직선이므로 $y=ax$ $(a\neq0)$ 꼴이고, 제3사분면을 지나려면 $a>0$이어야 한다.

(ㄴ), (ㄷ) 그래프가 원점을 지나는 직선이고, 제2사분면과 제4사분면을 지난다.

(ㄹ) 그래프가 제1사분면과 제3사분면을 지나는 한 쌍의 매끄러운 곡선이다.

(ㅁ) 그래프가 제2사분면과 제4사분면을 지나는 한 쌍의 매끄러운 곡선이다.

이상에서 그래프가 원점을 지나는 직선이고, 제3사분면을 지나는 것은 (ㄱ), (ㅂ)이다. 답 ①

06 $a<0$, $|a|>|-1|$이므로

$a<-1$ 답 ①

07 $y=ax$에 $x=5$, $y=2$를 대입하면

$2=5a$ $\quad\therefore a=\frac{2}{5}$ $\quad\therefore y=\frac{2}{5}x$

① $y=\frac{2}{5}x$에 $x=-10$, $y=-4$를 대입하면

$-4=\frac{2}{5}\times(-10)$

② $y=\frac{2}{5}x$에 $x=-3$, $y=-\frac{6}{5}$을 대입하면

$-\frac{6}{5}=\frac{2}{5}\times(-3)$

③ $y=\frac{2}{5}x$에 $x=-\frac{1}{2}$, $y=-\frac{1}{10}$을 대입하면

$-\frac{1}{10}\neq\frac{2}{5}\times\left(-\frac{1}{2}\right)$

④ $y=\frac{2}{5}x$에 $x=\frac{3}{4}$, $y=\frac{3}{10}$을 대입하면

$\frac{3}{10}=\frac{2}{5}\times\frac{3}{4}$

⑤ $y=\frac{2}{5}x$에 $x=15$, $y=6$을 대입하면

$6=\frac{2}{5}\times15$

답 ③

08 $3-p=p-1$에서 $\quad -2p=-4$

$\therefore p=2$

$3q-4=2q+1$에서 $\quad q=5$

주어진 그래프가 원점을 지나는 직선이므로

$y=ax\ (a\neq0)$라 하고 $x=2$, $y=5$를 대입하면

주어진 그래프는 점 $(p,\ q)$, 즉 $(2,\ 5)$를 지난다.

$5=2a \qquad \therefore a=\frac{5}{2}$

$\therefore y=\frac{5}{2}x$ 답 $y=\frac{5}{2}x$

09 그래프가 원점을 지나는 직선이므로

$y=ax\ (a\neq0)$라 하고 $x=2$, $y=16$을 대입하면

$16=2a \qquad \therefore a=8 \qquad \therefore y=8x$

$y=8x$에 $y=600$을 대입하면

$600=8x \qquad \therefore x=75$

따라서 75분 동안 줄넘기를 해야 한다. 답 ④

10 점 P의 x좌표를 a라 하면 y좌표는 $\frac{4}{3}a$이므로

$\mathrm{P}\left(a,\ \frac{4}{3}a\right)$ ··· ❶

삼각형 POQ의 넓이가 9이므로

$\frac{1}{2}\times6\times\frac{4}{3}a=9 \qquad \therefore a=\frac{9}{4}$ ··· ❷

따라서 점 P의 좌표는 $\left(\frac{9}{4},\ 3\right)$이다. ··· ❸

$\frac{4}{3}a=\frac{4}{3}\times\frac{9}{4}=3$

답 $\left(\frac{9}{4},\ 3\right)$

채점 기준	배점
❶ 점 P의 좌표를 a를 사용하여 나타낼 수 있다.	1점
❷ a의 값을 구할 수 있다.	2점
❸ 점 P의 좌표를 구할 수 있다.	1점

11 걸린 시간을 x분, 이동한 거리를 y m라 하자.

지수의 그래프는 원점을 지나는 직선이므로

$y=ax\ (a\neq0)$라 하고 $x=3$, $y=600$을 대입하면

$600=3a \qquad \therefore a=200$

$\therefore y=200x$

집에서 학교까지의 거리는 2 km, 즉 2000 m이므로

$y=200x$에 $y=2000$을 대입하면

$2000=200x \qquad \therefore x=10$

즉 지수가 학교에 도착하는 데 걸리는 시간은 10분이다. ··· ❶

민호의 그래프도 원점을 지나는 직선이므로

$y=bx\ (b\neq0)$라 하고 $x=3$, $y=240$을 대입하면

$240=3b \qquad \therefore b=80 \qquad \therefore y=80x$

$y=80x$에 $y=2000$을 대입하면

$2000=80x \qquad \therefore x=25$

즉 민호가 학교에 도착하는 데 걸리는 시간은 25분이다. ··· ❷

따라서 지수가 기다려야 하는 시간은

$25-10=15$(분) ··· ❸

답 15분

채점 기준	배점
❶ 지수가 학교에 도착하는 데 걸리는 시간을 구할 수 있다.	2점
❷ 민호가 학교에 도착하는 데 걸리는 시간을 구할 수 있다.	2점
❸ 지수가 기다려야 하는 시간을 구할 수 있다.	2점

12 $y=\frac{a}{x}\ (a\neq0)$라 하고 $x=3$, $y=-9$를 대입하면

$-9=\frac{a}{3} \qquad \therefore a=-27$

$\therefore y=-\frac{27}{x}$ 답 ⑤

(직사각형의 넓이) $=$(가로의 길이) $\times$(세로의 길이)

13 (1) $x\times y=36$이므로 $\quad y=\frac{36}{x}$ ··· ❶

(2) $y=\frac{36}{x}$에 $x=4$, $y=a$를 대입하면

$a=\frac{36}{4}=9$ ··· ❷

$y=\frac{36}{x}$에 $x=b$, $y=8$을 대입하면

$8=\frac{36}{b} \qquad \therefore b=\frac{9}{2}$ ··· ❸

답 (1) $y=\frac{36}{x}$ (2) $a=9$, $b=\frac{9}{2}$

채점 기준	배점
❶ y를 x에 대한 식으로 나타낼 수 있다.	2점
❷ a의 값을 구할 수 있다.	1점
❸ b의 값을 구할 수 있다.	1점

14 $y=ax$의 그래프가 제2사분면과 제4사분면을 지나므로

$a<0$

즉 $-a>0$이므로 $y=-\frac{a}{x}$의 그래프는 제1사분면과 제3사분면을 지나는 한 쌍의 매끄러운 곡선이다.

따라서 $y=-\frac{a}{x}$의 그래프로 적절한 것은 ④이다.

답 ④

반비례 관계 $y=\frac{a}{x}$ $(a\neq0)$의 그래프는 a의 절댓값이 작을수록 좌표축에 가깝다.

15 $\left|\frac{3}{5}\right|<\left|-\frac{5}{6}\right|<|-1|<|-2|<|4|$이므로 그래프가 좌표축에 가장 가까운 것은 ②이다. 답 ②

16 ② $a>0$, $x>0$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.

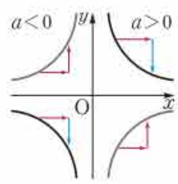
④ $a<0$이면 제2사분면과 제4사분면을 지난다.

⑤ 원점을 지나지 않는다.

답 ①, ③

Q쌤 보충학습

반비례 관계 $y=\frac{a}{x}$의 그래프는 $a>0$일 때 각 사분면에서 x의 값이 증가하면 y의 값은 감소하고, $a<0$일 때 각 사분면에서 x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.



17 $y=\frac{a}{x}$에 $x=6$, $y=\frac{7}{3}$을 대입하면

$\frac{7}{3}=\frac{a}{6}$ $\quad\therefore a=14 \quad \therefore y=\frac{14}{x}$

$y=\frac{14}{x}$에 $x=4$, $y=b$를 대입하면

$b=\frac{14}{4}=\frac{7}{2}$

$\therefore ab=14\times\frac{7}{2}=49$

답 49

18 점 A의 x좌표가 5이므로 y좌표는 $\frac{a}{5}$이고, 점 B의 x좌표가 8이므로 y좌표는 $\frac{a}{8}$이다.

이때 두 점 A, B의 y좌표의 차가 $\frac{3}{2}$이므로

$\frac{a}{5}-\frac{a}{8}=\frac{3}{2}$, $\quad \frac{3}{40}a=\frac{3}{2} \quad \therefore a=20$

$\therefore y=\frac{20}{x}$ ❶

$\therefore$ A$(5, 4)$, B$\left(8, \frac{5}{2}\right)$ ❷

$y=\frac{20}{5}=4$

$y=\frac{20}{8}=\frac{5}{2}$

따라서 사다리꼴 ADCB의 넓이는

$\frac{1}{2}\times\left(4+\frac{5}{2}\right)\times3=\frac{39}{4}$ ❸

$8-5=3$

답 $\frac{39}{4}$

채점 기준	배점
❶ 반비례 관계의 식을 구할 수 있다.	2점
❷ 두 점 A, B의 좌표를 구할 수 있다.	2점
❸ 사다리꼴 ADCB의 넓이를 구할 수 있다.	2점

19 $\frac{y}{100}\times x=\frac{5}{100}\times60$이므로 $\quad y=\frac{300}{x}$

농도가 m %인 소금물 n g에 들어 있는 소금의 양 ➡ $\frac{m}{100}\times n$(g)

$y=\frac{300}{x}$에 $x=a$, $y=20$을 대입하면

$20=\frac{300}{a}$ $\quad\therefore a=15$

$y=\frac{300}{x}$에 $x=225$, $y=b$를 대입하면

$b=\frac{300}{225}=\frac{4}{3}$

$\therefore ab=15\times\frac{4}{3}=20$

답 ③

Q BOX

20 점 P의 좌표를 $\left(p, \frac{a}{p}\right)$ $(p>0)$라 하면 직사각형 OAPB의 넓이가 8이므로

$p\times\left(-\frac{a}{p}\right)=8 \quad \therefore a=-8 \quad \therefore y=-\frac{8}{x}$

점 Q의 좌표를 $\left(q, -\frac{8}{q}\right)$ $(q<0)$이라 하면 직사각형 ODQC의 넓이는

$S=-q\times\left(-\frac{8}{q}\right)=8$

$q<0$이므로 $|q|=-q$

$\therefore aS=(-8)\times8=-64$

답 -64

21 $y=\frac{3}{2}x$에 $x=b$, $y=6$을 대입하면

$6=\frac{3}{2}b \quad \therefore b=4$

$y=\frac{a}{x}$에 $x=4$, $y=6$을 대입하면

$6=\frac{a}{4} \quad \therefore a=24$

$\therefore a-b=24-4=20$

답 20

22 점 A의 좌표를 $(a, 2a)$라 하면 점 B의 좌표는 $(a, 2a-1)$, 점 C의 좌표는 $(a+1, 2a-1)$이다.

선분 AB의 길이가 1이므로 점 B의 y좌표는 $2a-1$이다.

선분 BC의 길이가 1이므로 점 C의 x좌표는 $a+1$이다.

$y=\frac{1}{2}x$에 $x=a+1$, $y=2a-1$을 대입하면

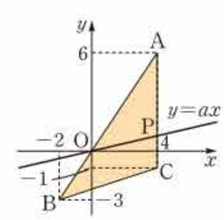
$2a-1=\frac{1}{2}(a+1)$

$\frac{3}{2}a=\frac{3}{2} \quad \therefore a=1$

따라서 점 A의 좌표는 $(1, 2)$이다.

답 $(1, 2)$

23 정비례 관계 $y=ax$의 그래프가 선분 AC와 만나는 점을 P라 하면



P$(4, 4a)$

이때

(삼각형 AOP의 넓이)

$=\frac{1}{2}\times$(삼각형 ABC의 넓이)

이므로

$\frac{1}{2}\times(6-4a)\times4=\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{2}\times7\times6\right)$

$6-(-1)=7$

$4-(-2)=6$

$24-16a=21, \quad -16a=-3$

$\therefore a=\frac{3}{16}$

답 ①

24 $y=\frac{6}{x}$ $(x>0)$의 그래프와 x축, y축으로 둘러싸인 부분에 있는 x좌표와 y좌표가 모두 정수인 점은

$x=1$일 때, $\quad y=1, 2, 3, 4, 5$의 5개

$x=2$일 때, $\quad y=1, 2$의 2개

$x=3$일 때, $\quad y=1$의 1개

$x=4$일 때, $\quad y=1$의 1개

$x=5$일 때, $\quad y=1$의 1개

따라서 구하는 점의 개수는

$5+2+1+1+1=10$ 답 10

최고 수준 도전하기 110쪽

01 1st a, b의 부호를 구한다.

$ab<0$이므로 $a>0$, $b<0$ 또는 $a<0$, $b>0$

$a+b>0$이므로 a와 b 중 절댓값이 큰 수가 양수이다.

이때 $|a|=2|b|>|b|$이므로

$a>0$, $b<0$

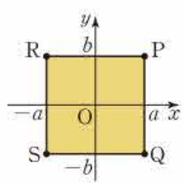
a, b의 부호는 서로 다르다.

2nd 점 P가 어느 사분면 위의 점인지 구한다.

$2a-3b>0$, $b-a<0$이므로 점 P는 제4사분면 위의 점이다. 답 제4사분면

02 1st 사각형 PRSQ의 둘레의 길이를 이용하여 a, b에 대한 식을 구한다.

네 점 P, Q, R, S를 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



사각형 PRSQ의 둘레의 길이가 64이므로

$2(2a+2b)=64$

$\therefore a+b=16$

2nd 사각형 PRSQ의 넓이가 가장 크도록 하는 a, b의 값과 이때 사각형 PRSQ의 넓이를 구한다.

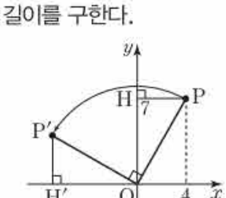
$a=8$, $b=8$일 때 사각형 PRSQ의 넓이가 가장 크므로 구하는 넓이는

$16\times16=256$ 답 $a=8$, $b=8$, 넓이: 256

두 양수 a, b에 대하여 $a+b=k$이면 $a=b=\frac{k}{2}$일 때, ab의 값이 가장 크다.

03 1st 점 P′에서 x축에 수선을 그어 x축과 만나는 점을 H′이라 하고 두 선분 P′H′, H′O의 길이를 구한다.

오른쪽 그림과 같이 점 P를 지나고 y축에 수직인 직선이 y축과 만나는 점을 H, 점 P′을 지나고 x축에 수직인 직선이 x축과 만나는 점을 H′이라 하면



(선분 P′H′의 길이)=(선분 PH의 길이)=4,

(선분 H′O의 길이)=(선분 HO의 길이)=7

도형을 회전시켜도 모양과 크기는 변하지 않는다.

2nd 점 P′의 좌표를 구한다.

점 P′은 제2사분면 위의 점이므로 점 P′의 좌표는 $(-7,\ 4)$이다. 답 $(-7,\ 4)$

04 1st 트랙을 한 바퀴 돌 때 커브를 몇 번 도는지 구한다.

주어진 그래프에서 속력이 작아졌다 커지는 구간이 4개 있으므로 오토바이는 트랙을 한 바퀴 돌 때 커브를 4번 돈다.

2nd 트랙의 모양으로 알맞은 것을 구한다.

오토바이가 달린 트랙의 모양은 ③이다. 답 ③

05 1st 두 점 A_2, A_3의 좌표를 구한다.

점 A_2의 y좌표가 2048이므로 $y=2x$에 $y=2048$을 대입하면

$2048=2x$ $\therefore x=1024$

$\therefore A_2(1024,\ 2048)$

점 A_3의 x좌표가 1024이므로

$A_3(1024,\ 1024)$

2nd 두 점 A_4, A_5의 좌표를 구한다.

점 A_4의 y좌표가 1024이므로 $y=2x$에 $y=1024$를 대입하면

$1024=2x$ $\therefore x=512$

$\therefore A_4(512,\ 1024)$

점 A_5의 x좌표가 512이므로

$A_5(512,\ 512)$

3rd 규칙을 찾아 점 A_7, A_9, A_{11}, $\cdots$의 좌표를 구한다.

같은 방법으로 점 A_7, A_9, A_{11}, $\cdots$의 좌표를 구하면 다음과 같다.

$A_7(256,\ 256)$, $A_9(128,\ 128)$, $A_{11}(64,\ 64)$,
$A_{13}(32,\ 32)$, $A_{15}(16,\ 16)$, $A_{17}(8,\ 8)$,
$A_{19}(4,\ 4)$, $A_{21}(2,\ 2)$, $A_{23}(1,\ 1)$

4th n의 값을 구한다.

점 A_{23}의 좌표가 $(1,\ 1)$이므로 구하는 n의 값은 23이다. 답 23

06 1st 두 톱니바퀴 A, B의 관계를 식으로 나타낸다.

A가 x번 회전하는 동안 B가 k번 회전한다고 하면

$20\times x=30\times k$ $\therefore k=\frac{2}{3}x$

2nd 두 톱니바퀴 B, C의 관계를 파악한다.

B, C는 같은 축에 고정되어 있으므로 B가 k번 회전할 때 C도 k번 회전한다.

3rd 두 톱니바퀴 C, D의 관계를 식으로 나타낸다.

C가 k번 회전하는 동안 D가 y번 회전한다고 하면

$15\times k=24\times y$ $\therefore y=\frac{5}{8}k$

4th y를 x에 대한 식으로 나타낸다.

$y=\frac{5}{8}k$에 $k=\frac{2}{3}x$를 대입하면

$y=\frac{5}{8}\times\frac{2}{3}x=\frac{5}{12}x$ 답 $y=\frac{5}{12}x$

WORK BOOK

01 소인수분해

Lecture 01 소인수분해

W 2쪽

01 30보다 작은 소수는 29, 23, 19, …이므로

$a=29$

30보다 큰 합성수는 32, 33, 34, …이므로

$b=32$

$\therefore a+b=29+32=61$ 답 61

02 (ㄷ) 2, 5는 소수이지만 $2\times5=10$은 소수가 아니다.
(ㄹ) 자연수는 1, 소수, 합성수로 이루어져 있다.
이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄴ)이다. 답 ①

03 소수를 크기가 작은 것부터 차례대로 나열하면

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, …

따라서 a가 될 수 있는 수는

17, 18의 2개 답 2

04 ① $3+3+3+3=3\times4$
② $5\times5\times5=5^3$
③ $2\times2\times2\times3=2^3\times3$

답 ④, ⑤

05 $2^7=128$, $\left(\frac{1}{5}\right)^3=\frac{1}{125}$이므로 $a=7$, $b=3$

$\therefore a-b=7-3=4$ 답 4

06 $81\times343=3^4\times7^3$이므로 $m=4$, $n=3$

$\therefore m+n=4+3=7$ 답 ①

07 (ㄴ) $84=2^2\times3\times7$
(ㄹ) $120=2^3\times3\times5$
이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄷ)이다. 답 (ㄱ), (ㄷ)

08 $196=2^2\times7^2$이므로 소인수는 2, 7
따라서 모든 소인수의 합은

$2+7=9$ 답 ②

09 ① $90=2\times3^2\times5$이므로 소인수는 2, 3, 5의 3개이다.
② $150=2\times3\times5^2$이므로 소인수는 2, 3, 5의 3개이다.
③ $280=2^3\times5\times7$이므로 소인수는 2, 5, 7의 3개이다.
④ $378=2\times3^3\times7$이므로 소인수는 2, 3, 7의 3개이다.
⑤ $420=2^2\times3\times5\times7$이므로 소인수는 2, 3, 5, 7의 4개이다. 답 ⑤

10 $360=2^3\times3^2\times5$이므로 $A(360)=3$
$126=2\times3^2\times7$이므로 $B(126)=2$

$\therefore A(360)-B(126)=3-2=1$ 답 1

11 $336=2^4\times3\times7$에서 소인수 3, 7의 지수가 홀수이므로 3과 7로 나누어야 한다.

$\therefore a=3\times7=21$

$b^2=336\div21=16=4^2$이므로 $b=4$

$\therefore a+b=21+4=25$ 답 25

12 $96=2^5\times3$에서 소인수 2, 3의 지수가 홀수이므로

$a=2\times3=6$

$b^2=96\times6=576=24^2$이므로 $b=24$

$\therefore b-a=24-6=18$ 답 ④

13 $720=2^4\times3^2\times5$에서 소인수 5의 지수가 홀수이므로 x는 720의 약수이면서 $5\times(\text{자연수})^2$ 꼴이어야 한다.

② $20=5\times2^2$ ③ $30=5\times2\times3$
④ $45=5\times3^2$ ⑤ $80=5\times4^2$

답 ③

14 $160=2^5\times5$에서 소인수 2, 5의 지수가 홀수이므로 a가 될 수 있는 수는

2×5, $2\times5\times2^2$, $2\times5\times3^2$, …

따라서 두 번째로 작은 수는

$2\times5\times2^2=40$ 답 40

15 $180=2^2\times3^2\times5$의 약수는

$(2^2\text{의 약수})\times(3^2\text{의 약수})\times(5\text{의 약수})$

꼴이다.
(ㄷ) $2\times3^2\times5^2$에서 5^2은 5의 약수가 아니다.
(ㅁ) $2^2\times3^2\times5^2$에서 5^2은 5의 약수가 아니다.
이상에서 180의 약수인 것은 (ㄱ), (ㄴ), (ㄹ)이다. 답 ④

16 ① $9=3^2$ ② $18=2\times3^2$
③ $35=5\times7$ ④ $63=3^2\times7$
⑤ $105=3\times5\times7$
따라서 $3^2\times5\times7^2$의 약수가 아닌 것은 ②이다.

답 ②

17 $207=3^2\times23$이므로 207의 약수는

1, 3, 9, 23, 69, 207

따라서 모든 약수의 합은

$1+3+9+23+69+207=312$ 답 ①

18 ① $12=2^2\times3$이므로 약수의 개수는

$(2+1)\times(1+1)=6$

BOX

어떤 자연수의 제곱인 수
➡ 소인수분해하였을 때 모든 소인수의 지수가 짝수인 수

같은 수를 여러 번 더한 것은 곱셈으로 나타낼 수 있다.

$2\times5\times(\text{자연수})^2$ 꼴

자연수를 소인수분해한 결과는 곱하는 순서를 생각하지 않으면 오직 한 가지뿐이다.

(3^2의 약수)
$\times(23\text{의 약수})$ 꼴

② $27=3^3$이므로 약수의 개수는 $3+1=4$
③ $48=2^4\times3$이므로 약수의 개수는
$(4+1)\times(1+1)=10$
④ $78=2\times3\times13$이므로 약수의 개수는
$(1+1)\times(1+1)\times(1+1)=8$
⑤ $121=11^2$이므로 약수의 개수는 $2+1=3$

답 ③

19 $\frac{150}{n}$이 자연수이려면 n은 150의 약수이어야 한다.
이때 $150=2\times3\times5^2$이므로 구하는 자연수 n의 개수는
$(1+1)\times(1+1)\times(2+1)=12$ 답 12

20 $216=2^3\times3^3$이므로 약수의 개수는
$(3+1)\times(3+1)=16$
$2^a\times3\times5$의 약수의 개수는
$(a+1)\times(1+1)\times(1+1)=(a+1)\times4$
따라서 $(a+1)\times4=16$이므로
$a+1=4$ $\therefore a=3$ 답 3

4를 곱하여 16이 되는 수는 4이므로
$a+1=4$

21 ① $2^3\times9=2^3\times3^2$이므로 약수의 개수는
$(3+1)\times(2+1)=12$
② $2^3\times20=2^5\times5$이므로 약수의 개수는
$(5+1)\times(1+1)=12$
③ $2^3\times49=2^3\times7^2$이므로 약수의 개수는
$(3+1)\times(2+1)=12$
④ $2^3\times100=2^5\times5^2$이므로 약수의 개수는
$(5+1)\times(2+1)=18$
⑤ $2^3\times256=2^{11}$이므로 약수의 개수는 $11+1=12$

답 ④

22 $18=2\times3^2$이므로
$[18]=(1+1)\times(2+1)=6$ $\therefore A=6$
$\langle A\rangle=\langle 6\rangle=1+2+3+6=12$이므로 $B=12$
따라서 $12=2^2\times3$이므로
$[B]=[12]=(2+1)\times(1+1)=6$ 답 6

23 $7^1=7$, $7^2=49$, $7^3=343$, $7^4=2401$, $7^5=16807$, …이므로 7의 거듭제곱의 일의 자리의 숫자는
7, 9, 3, 1
이 이 순서대로 반복된다.
이때 $103=4\times25+3$이므로 7^{103}의 일의 자리의 숫자는 7^3의 일의 자리의 숫자와 같은 3이다. 답 ②

거듭제곱의 일의 자리의 숫자
➡ 반복되는 규칙을 찾는다.

24 $3^1=3$, $3^2=9$, $3^3=27$, $3^4=81$, $3^5=243$, …이므로 3의 거듭제곱의 일의 자리의 숫자는
3, 9, 7, 1
이 이 순서대로 반복된다.
이때 $155=4\times38+3$이므로 3^{155}의 일의 자리의 숫자는 3^3의 일의 자리의 숫자와 같은 7이다.
$\therefore a=7$
$4^1=4$, $4^2=16$, $4^3=64$, …이므로 4의 거듭제곱의 일의 자리의 숫자는 4, 6이 이 순서대로 반복된다.
이때 208은 짝수이므로 4^{208}의 일의 자리의 숫자는 6이다.
$\therefore b=6$
$\therefore a+b=7+6=13$ 답 ③

생각 UP
먼저 2^{199}, 5^{162}, 6^{48}의 일의 자리의 숫자를 각각 구한다.

25 $2^1=2$, $2^2=4$, $2^3=8$, $2^4=16$, $2^5=32$, …이므로 2의 거듭제곱의 일의 자리의 숫자는
2, 4, 8, 6
이 이 순서대로 반복된다.
이때 $199=4\times49+3$이므로 2^{199}의 일의 자리의 숫자는 2^3의 일의 자리의 숫자와 같은 8이다.
$5^1=5$, $5^2=25$, …이므로 5의 거듭제곱의 일의 자리의 숫자는 모두 5이다.
$6^1=6$, $6^2=36$, …이므로 6의 거듭제곱의 일의 자리의 숫자는 모두 6이다.
따라서 $2^{199}+5^{162}+6^{48}$의 일의 자리의 숫자는
$8+5+6=19$
의 일의 자리의 숫자와 같으므로 9이다. 답 9

26 $441=3^2\times7^2$이므로 441에 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 세제곱이 되려면 소인수 3, 7의 지수가 3의 배수이어야 한다.
따라서 곱할 수 있는 가장 작은 자연수는
$3\times7=21$ 답 21

27 $360=2^3\times3^2\times5$이므로 $360\times x$가 y의 세제곱이 되려면 소인수 3, 5의 지수가 3의 배수이어야 한다.
$\therefore x=3\times5^2=75$
이때 $y^3=360\times75=27000=30^3$이므로 $y=30$
$\therefore x-y=75-30=45$ 답 ①

28 $196=2^2\times7^2$이므로 196에 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 세제곱이 되려면 소인수 2, 7의 지수가 3의 배수이어야 한다.
따라서 곱할 수 있는 가장 작은 자연수는
2×7
이므로 두 번째로 작은 자연수는
$2^4\times7=112$ 답 112

$2^3\times(2\times7)=2^4\times7$

29 $10=10\times1$ 또는 $10=5\times2$
(i) $10=10\times1=9+1$일 때,
a^9 (a는 소수) 꼴이어야 하므로 가장 작은 자연수는
$2^9=512$

(ii) $10=5\times2=(4+1)\times(1+1)$일 때,

$a^4\times b$ (a, b는 서로 다른 소수) 꼴이어야 하므로

가장 작은 자연수는 $2^4\times3=48$

(i), (ii)에서 가장 작은 자연수는 48이다. 답 48

가장 작은 자연수가 되려면 가장 작은 소수인 2의 지수가 가장 커야 한다.

30 약수의 개수가 3인 자연수는 $(소수)^2$ 꼴이다.

따라서 구하는 수는

$17^2=289$, $19^2=361$ 답 289, 361

$13^2=169$, $23^2=529$이므로 169, 529는 200부터 500까지의 자연수라는 조건을 만족시키지 않는다.

31 $72=2^3\times3^2$이므로

$f(72)=(3+1)\times(2+1)=12$

따라서 $12\times f(k)=96$이므로 $f(k)=8$

12를 곱하여 96이 되는 수는 8이므로 $f(k)=8$

$8=8\times1$ 또는 $8=4\times2$ 또는 $8=2\times2\times2$

(i) $8=8\times1=7+1$일 때,

a^7 (a는 소수) 꼴이어야 하므로 가장 작은 자연수는

$2^7=128$

(ii) $8=4\times2=(3+1)\times(1+1)$일 때,

$a^3\times b$ (a, b는 서로 다른 소수) 꼴이어야 하므로

가장 작은 자연수는 $2^3\times3=24$

(iii) $8=2\times2\times2=(1+1)\times(1+1)\times(1+1)$일 때,

$a\times b\times c$ (a, b, c는 서로 다른 소수) 꼴이어야 하므로 가장 작은 자연수는 $2\times3\times5=30$

이상에서 가장 작은 자연수 k의 값은 24이다. 답 ④

Lecture 02 최대공약수와 최소공배수

W 7쪽

01 ② 9와 51의 최대공약수는 3이므로 9와 51은 서로 소가 아니다. 답 ②

Q쌤 한마디

소수는 1과 자기 자신만을 약수로 갖는 수이므로 서로 다른 두 소수는 1 이외의 공약수를 갖지 않습니다.
따라서 ③의 11, 29와 같이 서로 다른 두 소수는 항상 서로소입니다.

02 $20=2^2\times5$이므로 20과 서로소인 자연수는 2의 배수도 아니고 5의 배수도 아닌 수이다.

이때 200 이하의 자연수 중 2의 배수는 100개, 5의 배수는 40개, 2의 배수이면서 5의 배수인 수는 20개이므로 구하는 자연수의 개수는

10의 배수

$200-(100+40-20)=80$ 답 80

03 답 ③

04 $42=2\times3\times7$, $78=2\times3\times13$, $114=2\times3\times19$이므로 세 수의 최대공약수는

$2\times3=6$ 답 6

05 $a=1$, $b=3$이므로

$b-a=3-1=2$ 답 2

06 두 수의 공약수는 두 수의 최대공약수인 $2\times3^2\times5$의 약수이다. 답 ②

07 $360=2^3\times3^2\times5$, $540=2^2\times3^3\times5$이므로 세 수의 공약수는 세 수의 최대공약수인 $2^2\times3^2\times5$의 약수이다.

따라서 세 수의 공약수인 것은 (ㄱ), (ㄴ), (ㅁ)이다. 답 ②

08 $168=2^3\times3\times7$, $252=2^2\times3^2\times7$이므로 두 수의 공약수는 두 수의 최대공약수인 $2^2\times3\times7$의 약수이다.

따라서 공약수 중 두 번째로 큰 수는

$2\times3\times7=42$ 답 42

09 답 ④

10 $65=5\times13$, $104=2^3\times13$, $130=2\times5\times13$이므로 세 수의 최소공배수는

$2^3\times5\times13=520$ 답 ④

11 최대공약수가 $2^2\times5$이므로 $a=1$

최소공배수가 $2^3\times3\times5^3\times7$이므로 $b=3$

$\therefore b-a=3-1=2$ 답 ②

12 주어진 세 수의 최소공배수가 $2^4\times3^2\times5^2\times7^3$이므로 a가 될 수 있는 수는 1, 2, 3, 4

b가 될 수 있는 수는 1, 2

c가 될 수 있는 수는 3

따라서 세 자연수 a, b, c의 합 중 가장 큰 값은

$4+2+3=9$ 답 9

13 두 수의 공배수는 두 수의 최소공배수인 $3^3\times5\times7^2$의 배수이다. 답 ②, ③

14 $9=3^2$, $15=3\times5$, $27=3^3$이므로 세 수의 최소공배수는 $3^3\times5=135$

즉 세 수의 공배수는 135의 배수이다.

이때 $135\times7=945$, $135\times8=1080$이므로 세 수의 공배수 중 가장 큰 세 자리 자연수는 945이다. 답 945

15 1, 2, 3, 4, 5, 6을 모두 약수로 갖는 자연수는 1, 2, 3, 4, 5, 6의 공배수이다.

이때 1은 모든 수의 약수이므로 1을 제외한 2, 3, $4=2^2$, 5, $6=2\times3$의 최소공배수는

$2^2\times3\times5=60$

따라서 1, 2, 3, 4, 5, 6의 공배수는 60의 배수이므로 두 번째로 작은 수는 120이다. 답 120

16 어떤 자연수로 75를 나누면 나누어떨어지고, 88을 나누면 나누어떨어지기에 2가 부족하므로 어떤 자연수로

$75,\ 88+2$, 즉 $75,\ 90$

을 나누면 나누어떨어진다.

따라서 구하는 수는 75, 90의 최대공약수이므로

$$\begin{array}{rl} 75= & \quad 3\times5^2 \\ 90= & 2\times3^2\times5 \\ \hline & \quad 3\times5 \end{array}$$

$3\times5=15$ 　답 15

17 어떤 자연수로 64, 100, 112를 나눈 나머지가 모두 4이므로 어떤 자연수로

$64-4,\ 100-4,\ 112-4$, 즉 $60,\ 96,\ 108$

을 나누면 나누어떨어진다.

따라서 구하는 수는 60, 96, 108의 최대공약수인 12의 약수 중 4보다 큰 수인 6, 12의 2개이다.

$$\begin{array}{rl} 60= & 2^2\times3\times5 \\ 96= & 2^5\times3 \\ 108= & 2^2\times3^3 \\ \hline & 2^2\times3 \end{array}$$

답 ②

18 어떤 자연수로 120을 나누면 나누어떨어지기에 6이 부족하고, 150을 나누면 3이 남으므로 어떤 자연수로

$120+6,\ 150-3$, 즉 $126,\ 147$

을 나누면 나누어떨어진다.

126, 147의 최대공약수는 21이므로 21의 약수 중 6보다 큰 수는 7, 21이다.

$$\begin{array}{rl} 126= & 2\times3^2\times7 \\ 147= & \quad 3\times7^2 \\ \hline & \quad 3\times7 \end{array}$$

따라서 구하는 합은 　$7+21=28$ 　답 28

19 어떤 자연수를 A라 하면 $A-3$은 8, 9, 12의 공배수이다.

> 어떤 자연수 A를 두 개 이상의 자연수로 나눈 나머지가 모두 r이다.
> ➡ $A-r$는 나눈 수들의 공배수이다.

8, 9, 12의 최소공배수는 $2^3\times3^2=72$이므로

$$\begin{array}{rl} 8= & 2^3 \\ 9= & \quad 3^2 \\ 12= & 2^2\times3 \\ \hline & 2^3\times3^2 \end{array}$$

$A-3=72,\ 144,\ 216,\ \cdots$

$\therefore A=75,\ 147,\ 219,\ \cdots$

따라서 구하는 가장 작은 세 자리 자연수는 147이다.

답 147

20 어떤 자연수를 A라 하면 $A+2$는 10, 12, 16의 공배수이다.

> 10, 12, 16으로 나누면 나누어떨어지기에 모두 2가 부족하므로 어떤 자연수에 2를 더하면 그 수는 10, 12, 16으로 나누어떨어진다.

10, 12, 16의 최소공배수는 $2^4\times3\times5=240$이므로

$$\begin{array}{rl} 10= & 2\qquad\ \times5 \\ 12= & 2^2\times3 \\ 16= & 2^4 \\ \hline & 2^4\times3\times5 \end{array}$$

$A+2=240,\ 480,\ 720,\ 960,\ 1200,\ \cdots$

$\therefore A=238,\ 478,\ 718,\ 958,\ 1198,\ \cdots$

따라서 구하는 세 자리 자연수의 개수는 4이다.

답 ③

21 n은 56, 70, 98의 공약수이므로 최대공약수인 14의 약수이다.

$\therefore n=1,\ 2,\ 7,\ 14$ 　답 ③

22 $\frac{1}{48}$과 $\frac{1}{80}$ 중 어느 것을 택하여 곱해도 자연수가 되려면 48과 80의 공배수를 곱해야 한다.

이때 48과 80의 최소공배수는 240이므로 구하는 자연수는 240, 480의 2개이다. 　답 2

23 a는 102와 85의 최대공약수이므로 　$a=17$

b는 25와 8의 최소공배수이므로 　$b=200$

$\therefore b-a=200-17=183$ 　답 183

24 $3\frac{11}{15}=\frac{56}{15}$이므로 곱하는 수를 $\frac{a}{b}$ (a, b는 자연수)라 하자.

a는 12와 15의 공배수이므로

> 12와 15의 최소공배수인 60의 배수

$a=60,\ 120,\ 180,\ \cdots$

b는 7과 56의 공약수이므로 　$b=1,\ 7$

> 7과 56의 최대공약수인 7의 약수

따라서 조건을 만족시키는 수는

$60,\ 120,\ 180,\ \cdots,\ \frac{60}{7},\ \frac{120}{7},\ \frac{180}{7},\ \cdots$

답 ②, ⑤

25 $A\times36=9\times180$ 　$\therefore A=45$ 　답 ②

> 두 수 A, B의 최대공약수를 G, 최소공배수를 L이라 하면
> $A\times B=G\times L$

26 A, B의 최대공약수는 5이므로

$150=5\times$(최소공배수)

$\therefore$ (최소공배수)$=30$ 　답 ①

27 $A=13\times a$, $B=13\times b$ (a, b는 서로소, $a<b$)라 하면

$13\times a\times b=65$ 　$\therefore a\times b=5$

따라서 $a=1$, $b=5$이므로

$A=13$, $B=65$

$\therefore B-A=65-13=52$ 　답 52

28 $48=2^4\times3$이므로

$(2^4\times3)\times A=(2^3\times3)\times(2^4\times3\times5)$

따라서 $A=2^3\times3\times5$이므로 약수의 개수는

$(3+1)\times(1+1)\times(1+1)=16$ 　답 16

29 세 자연수 $2\times x$, $3\times x$, $5\times x$의 최소공배수는 $2\times3\times5\times x$이므로

$2\times3\times5\times x=180$ 　$\therefore x=6$

따라서 세 자연수는 $2\times6=12$, $3\times6=18$, $5\times6=30$이므로 세 수의 합은

$12+18+30=60$ 　답 60

30 세 자연수를 $2\times x$, $4\times x$, $5\times x$라 하면

$4\times x=2^2\times x$이므로

$2^2\times5\times x=320$ 　$\therefore x=16$

이때 세 자연수의 최대공약수는 x이므로

16 　답 ②

31 $36=18\times2$, $54=18\times3$이고 36, 54, A의 최대공약수가 18이므로

$A=18\times a$ (a는 자연수)

라 하자.

이때 세 수의 최소공배수가 $432=18\times2^3\times3$이므로 a의 값이 될 수 있는 수는

2^3, $2^3\times3$

이때 $A=18\times a$이므로 가장 작은 자연수 A의 값은

$18\times2^3=144$ 답 ⑤

32 $12=4\times3$, $28=4\times7$이고 12, 28, A의 최대공약수가 4이므로

$A=4\times a$ (a는 자연수)

라 하자.

이때 세 수의 최소공배수가 $168=4\times2\times3\times7$이므로 a의 값이 될 수 있는 수는

2, 2×3, 2×7, $2\times3\times7$

이때 $A=4\times a$이므로 A의 값이 될 수 있는 수는

$4\times2=8$, $4\times2\times3=24$, $4\times2\times7=56$,

$4\times2\times3\times7=168$ 답 ④

33 $A=6\times a$, $B=6\times b$ (a, b는 서로소, $a>b$)라 하면

$6\times a\times6\times b=1008$ $\quad\therefore a\times b=28$

a와 b는 서로소이므로 $a=14$, $b=2$인 경우는 생각하지 않는다.

(i) $a=28$, $b=1$일 때, $\quad A=168$, $B=6$

(ii) $a=7$, $b=4$일 때, $\quad A=42$, $B=24$

(i), (ii)에서 A, B는 두 자리 자연수이므로

$A=42$, $B=24$

$\therefore A+B=42+24=66$ 답 66

34 최대공약수를 G라 하면

$768=G\times96$ $\quad\therefore G=8$

따라서

$A=8\times a$, $B=8\times b$ (a, b는 서로소, $a>b$)

라 하면

$8\times a\times b=96$ $\quad\therefore a\times b=12$

a와 b는 서로소이므로 $a=6$, $b=2$인 경우는 생각하지 않는다.

(i) $a=12$, $b=1$일 때, $\quad A=96$, $B=8$

$\therefore A+B=96+8=104$

(ii) $a=4$, $b=3$일 때, $\quad A=32$, $B=24$

$\therefore A+B=32+24=56$

(i), (ii)에서 $A+B$의 값은 56, 104이다.

답 56, 104

35 조건 (가)에서 $60=20\times3$이므로

$x=20\times a$ (a는 3과 서로소) ······ ㉠

라 하고, 조건 (나)에서 $50=10\times5$이므로

$x=10\times b$ (b는 5와 서로소) ······ ㉡

라 하자.

이때 x가 ㉠, ㉡을 모두 만족시켜야 하므로 x는 20과 10의 공배수이면서 a, b가 3, 5와 서로소이어야 한다.

20과 10의 최소공배수는 20이므로

$x=20\times k$ (k는 3, 5와 서로소)

따라서 조건 (다)를 만족시키는 자연수 x의 값은

$20\times4=80$ 답 80

36 조건 (가)에서 a, b의 최대공약수가 8이므로

$a=8\times x$, $b=8\times y$ (x, y는 서로소)

라 하면 a, b의 최소공배수가 40이므로

$8\times x\times y=40$ $\quad\therefore x\times y=5$

조건 (다)에서 $b<a$이므로 $\quad x=5$, $y=1$

$\therefore a=8\times5=40$, $b=8\times1=8$

조건 (나)에서 40, c의 최대공약수가 10이므로

$40=10\times4$, $c=10\times z$ (4, z는 서로소)

라 하면 40, c의 최소공배수가 120이므로

$10\times4\times z=120$ $\quad\therefore z=3$

$\therefore c=10\times3=30$

즉 $a=40$, $b=8$, $c=30$이므로

$a+b+c=40+8+30=78$ 답 78

37 가능한 한 많은 학생에게 똑같이 나누어 주려면 학생 수는 60, 105의 최대공약수이어야 하므로

$$\begin{array}{rl} 60= & 2^2\times3\times5 \\ 105= & \quad\;\; 3\times5\times7 \\ \hline & \quad\;\; 3\times5 \end{array}$$

$3\times5=15$ 답 15

38 최대한 긴 끈을 만들려면 끈의 길이는 64, 112, 144의 최대공약수이어야 하므로

$$\begin{array}{rl} 64= & 2^6 \\ 112= & 2^4\quad\;\;\times7 \\ 144= & 2^4\times3^2 \\ \hline & 2^4 \end{array}$$

$2^4=16$ (cm)

이때 $64\div16=4$, $112\div16=7$, $144\div16=9$이므로 만들 수 있는 끈의 개수는

$4+7+9=20$ 답 ①

39 가장 큰 정육면체 모양의 카스텔라를 만들려면 한 모서리의 길이는 72, 24, 16의 최대공약수이어야 하므로 $\quad 2^3=8$ (cm)

$$\begin{array}{rl} 72= & 2^3\times3^2 \\ 24= & 2^3\times3 \\ 16= & 2^4 \\ \hline & 2^3 \end{array}$$

이때 $72\div8=9$, $24\div8=3$, $16\div8=2$이므로 정육면체 모양의 카스텔라의 개수는

$9\times3\times2=54$

따라서 총 판매 금액은

$54\times1000=54000$(원) 답 ①

40 최소한의 점을 찍으려면 간격은 90, 144, 162의 최대공약수이어야 하므로

$$\begin{array}{rl} 90= & 2\;\times3^2\times5 \\ 144= & 2^4\times3^2 \\ 162= & 2\;\times3^4 \\ \hline & 2\;\times3^2 \end{array}$$

$2\times3^2=18$ (cm)

이때 $90\div18=5$, $144\div18=8$, $162\div18=9$이므로 점의 개수는

$5+8+9=22$ 답 22개

41 세 전등은 각각 $5+1=6$(초), $10+2=12$(초), $24+6=30$(초)에 한 번씩 켜진다.
세 전등이 처음으로 다시 동시에 켜질 때까지 걸리는 시간은 6, 12, 30의 최소공배수이므로

$6=2\times3$
$12=2^2\times3$
$30=2^2\times3\times5$
$2^2\times3\times5$

$2^2\times3\times5=60$(초)　답 ④

42 가장 작은 정육면체를 만들려면 정육면체의 한 모서리의 길이는 5, 6, 10의 최소공배수이어야 하므로 한 모서리의 길이는
$2\times3\times5=30$ (cm)
따라서 정육면체의 겉넓이는
$(30\times30)\times6=5400$ (cm^2)　답 5400 cm^2

한 모서리의 길이가 a인 정육면체의 겉넓이 ➡ $(a\times a)\times6$

고난도 Training

14쪽

01 13을 소수의 합으로 나타내면
$2+2+2+2+2+3$, $2+2+2+2+5$,
$2+2+2+7$, $2+2+3+3+3$, $2+3+3+5$,
$2+11$, $3+3+7$, $3+5+5$
이므로 $S(x)=13$을 만족시키는 x의 값은
$2^5\times3=96$, $2^4\times5=80$, $2^3\times7=56$,
$2^2\times3^3=108$, $2\times3^2\times5=90$, $2\times11=22$,
$3^2\times7=63$, $3\times5^2=75$
따라서 가장 큰 자연수 x의 값은 108이다.　답 108

생각 13을 소수의 합으로 나타낸 후 조건을 만족시키는 x의 값을 구한다.

02 (ㄱ) $A■B=A\triangle B=k$ (k는 자연수)라 하면 k는 A, B의 배수이면서 약수이므로　$k=A=B$
(ㄴ) $A\times B=(A\triangle B)\times(A■B)$이므로 $A\triangle B=1$이면　$A■B=A\times B$
(ㄷ) $(8\triangle n)■10=10$에서 $8\triangle n$은 10의 약수이므로
$8\triangle n=1, 2, 5, 10$
(i) $8\triangle n=1$일 때,
8과 n은 서로소이므로　$n=3, 5, 7, 9$
(ii) $8\triangle n=2$일 때,
8과 n의 최대공약수가 2이므로 n은 2의 배수이면서 4의 배수는 아니다.
$\therefore n=2, 6$
(iii) $8\triangle n=5$일 때,
8의 약수는 1, 2, 4, 8이므로 8과 n의 최대공약수가 5인 경우는 없다.
즉 이를 만족시키는 n의 값은 존재하지 않는다.
(iv) $8\triangle n=10$일 때,
8의 약수는 1, 2, 4, 8이므로 8과 n의 최대공약수가 10인 경우는 없다.
즉 이를 만족시키는 n의 값은 존재하지 않는다.
이상에서 조건을 만족시키는 n의 값은 2, 3, 5, 6, 7, 9의 6개이다.

(두 수의 곱) = (최대공약수) × (최소공배수)

따라서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄴ)이다.　답 ②

03 A, B의 최대공약수를 G라 하고
$A=G\times a$, $B=G\times b$
(단, a, b는 서로소인 자연수, $a<b$)
라 하면 두 수의 합은 96이므로
$A+B=G\times a+G\times b=96$　…… ㉠
두 수의 최대공약수와 최소공배수의 곱은 두 수의 곱과 같으므로
$G\times a\times G\times b=2160$　…… ㉡
즉 G는 96, 2160의 공약수이다.
이때 96, 2160의 최대공약수는
$2^4\times3=48$

$96=2^5\times3$
$2160=2^4\times3^3\times5$
$2^4\times3$

따라서 G는 48의 약수 중에서 두 자리 자연수이므로
$G=12$ 또는 $G=16$ 또는 $G=24$ 또는 $G=48$
(i) $G=12$일 때,
㉠에서 $12\times a+12\times b=96$이므로　$a+b=8$
㉡에서 $12\times a\times12\times b=2160$이므로　$a\times b=15$
$\therefore a=3, b=5$
(ii) $G=16$일 때,
㉠에서 $16\times a+16\times b=96$이므로　$a+b=6$
㉡에서 $16\times a\times16\times b=2160$이므로
$a\times b=\frac{135}{16}$
이때 곱이 $\frac{135}{16}$인 두 자연수 a, b의 값은 존재하지 않는다.
(iii) $G=24$일 때,
㉠에서 $24\times a+24\times b=96$이므로　$a+b=4$
㉡에서 $24\times a\times24\times b=2160$이므로　$a\times b=\frac{15}{4}$
이때 곱이 $\frac{15}{4}$인 두 자연수 a, b의 값은 존재하지 않는다.
(iv) $G=48$일 때,
㉠에서 $48\times a+48\times b=96$이므로　$a+b=2$
이때 합이 2인 서로 다른 두 자연수 a, b의 값은 존재하지 않는다.
이상에서 $G=12$이므로
$A=G\times a=12\times3=36$, $B=G\times b=12\times5=60$
$\therefore B-A=60-36=24$　답 24

04 전체 학생 수를 A라 하면 $A+1$은 5, 6, 8의 공배수이다.
5, 6, 8의 최소공배수는 $2^3\times3\times5=120$이므로
$A+1=120, 240, 360, \cdots$
$\therefore A=119, 239, 359, \cdots$
따라서 전체 학생 수는 239이다.
이때 $239=7\times34+1$이므로 남는 학생은 1명이다.
답 1명

02 정수와 유리수

Lecture 03 정수와 유리수

W 15쪽

01 ④ -1

답 ④

02 (ㄱ) $+200$ (ㄴ) -500
이상에서 옳은 것은 (ㄷ), (ㄹ)이다.

답 (ㄷ), (ㄹ)

03 양의 유리수는 1.2, $\frac{6}{5}$, $\frac{8}{2}$의 3개이므로

$a=3$

음의 정수는 -3의 1개이므로 $b=1$

정수가 아닌 유리수는 -4.8, $-\frac{7}{9}$, 1.2, $\frac{6}{5}$의 4개이므로 $c=4$

$\therefore a+b+c=3+1+4=8$

답 8

04 ① 양수는 $+2.4$, $2\frac{2}{3}$의 2개이다.

② 정수는 -7, 0, $-\frac{6}{3}=-2$, -4의 4개이다.

③ 음의 정수는 -7, $-\frac{6}{3}=-2$, -4의 3개이다.

④ 음의 유리수는 $-\frac{1}{5}$, -7, $-\frac{6}{3}$, -4의 4개이다.

⑤ 정수가 아닌 유리수는 $-\frac{1}{5}$, $+2.4$, $2\frac{2}{3}$의 3개이다.

답 ④

양수는 양의 부호 $+$를 생략하고 나타낼 수 있다.

05 $-\frac{15}{3}=-5$이므로

$\left\langle -\frac{15}{3}\right\rangle+\langle -2.1\rangle+\left\langle \frac{9}{5}\right\rangle=1+2+2$

$=5$

답 5

참고 $\langle 5\rangle=0$, $\left\langle +\frac{6}{3}\right\rangle=0$, $\langle 0\rangle=1$

06 ③ $\frac{1}{2}$은 양의 유리수이지만 정수가 아니다.

답 ③

07 (ㄷ) $\frac{1}{3}$과 $\frac{2}{3}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 존재한다.

(ㄹ) 0과 음의 유리수는 $\frac{(\text{자연수})}{(\text{자연수})}$ 꼴로 나타낼 수 없다.

이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄴ)이다.

답 (ㄱ), (ㄴ)

08 ① A: -3 ② B: -0.5 ④ D: 1 ⑤ E: $\frac{5}{2}$

답 ③

Q BOX

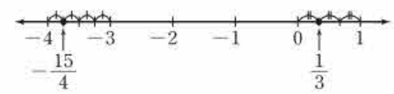
09 ② B: $-\frac{3}{2}$

④ 음수는 $-\frac{8}{3}$, $-\frac{3}{2}$의 2개이다.

⑤ 정수가 아닌 유리수는 $-\frac{8}{3}$, $-\frac{3}{2}$, $\frac{9}{4}$의 3개이다.

답 ②

10 $-\frac{15}{4}$, $\frac{1}{3}$을 수직선 위에 점으로 나타내면 다음 그림과 같다.

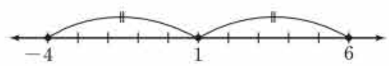


따라서 $a=-4$, $b=0$이므로

$a-b=-4-0=-4$

답 -4

11

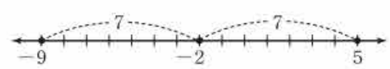


위의 그림에서 -4와 6을 나타내는 두 점으로부터 같은 거리에 있는 점이 나타내는 수는 1이다.

답 1

수직선에서 두 수를 나타내는 두 점으로부터 같은 거리에 있는 점이 나타내는 수
➡ 두 점의 한가운데에 있는 점이 나타내는 수

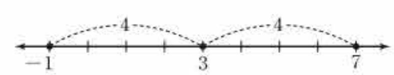
12



위의 그림에서 -2를 나타내는 점으로부터 거리가 7인 점이 나타내는 두 수는 -9, 5이다.

답 ①

13 두 수 a, b를 나타내는 두 점은 3을 나타내는 점에서 각각 $8\times\frac{1}{2}=4$만큼 떨어져 있다.



이때 $a<b$이므로 위의 그림에서

$a=-1$, $b=7$

답 $a=-1$, $b=7$

14 두 수 $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{5}$을 나타내는 두 점 사이의 거리는

$\frac{1}{5}-\frac{1}{9}=\frac{4}{45}$

$\therefore a=\frac{1}{9}+\frac{4}{45}\times\frac{1}{2}=\frac{7}{45}$

또 두 수 $\frac{7}{45}$, $\frac{5}{9}$를 나타내는 두 점 사이의 거리는

$\frac{5}{9}-\frac{7}{45}=\frac{2}{5}$

따라서 구하는 수는

$\frac{7}{45}+\frac{2}{5}\times\frac{1}{2}=\frac{16}{45}$

답 $\frac{16}{45}$

15 점 A가 나타내는 수는 1 또는 -1

점 B가 나타내는 수는 10 또는 -4

따라서 두 점 A, B가 나타내는 수가 각각 -1, -4일 때 두 점은 가장 가까이 있고, 이때 두 점 사이의 거리는 3이다.

답 3

두 점 사이의 거리는
(i) A: 1, B: 10일 때, 9
(ii) A: 1, B: -4일 때, 5
(iii) A: -1, B: 10일 때, 11
(iv) A: -1, B: -4일 때, 3

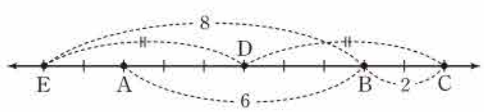
16 점 A가 나타내는 수는 　6 또는 -2
점 B가 나타내는 수는 　8 또는 -4
따라서 두 점 A, B가 나타내는 수가 각각 6, -4 또는 -2, 8일 때 두 점은 가장 멀리 떨어져 있고, 이때 두 점 사이의 거리는 10이다. 　답 ②

17 두 점 A, B 사이의 거리는 　$4-\frac{3}{2}=\frac{5}{2}$
이때 점 C는 점 B에서 왼쪽으로 $\frac{5}{2}\times\frac{1}{5}=\frac{1}{2}$만큼 떨어진 점이므로 점 C가 나타내는 수는
$4-\frac{1}{2}=\frac{7}{2}$ 　답 $\frac{7}{2}$

18 두 점 A, D가 나타내는 수는 각각 -1, 11이고, 두 점 사이의 거리는 12이므로 두 점 A와 B, B와 C, C와 D, D와 E 사이의 거리는 모두 　$\frac{12}{3}=4$
따라서 세 점 B, C, E가 나타내는 수는 각각 3, 7, 15이다. 　답 B: 3, C: 7, E: 15

-1을 나타내는 점보다 각각 4, 8, 16만큼 오른쪽에 있는 점이 나타내는 수이다.

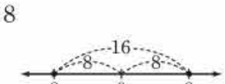
19 (1) 주어진 조건을 만족시키는 5명의 학생 A, B, C, D, E의 위치를 수직선 위에 점으로 나타내면 다음 그림과 같다.



따라서 앞에 있는 학생부터 차례대로 나열하면
C, B, D, A, E
(2) E와 C 사이의 거리는 $8+2=10\,(\mathrm{m})$이므로 D와 C 사이의 거리는
$10\times\frac{1}{2}=5\,(\mathrm{m})$
따라서 B와 D 사이의 거리는
$5-2=3\,(\mathrm{m})$
답 (1) C, B, D, A, E (2) 3 m

Lecture 04 수의 대소 관계 　W 18쪽

01 절댓값이 8인 수는 　8, -8
오른쪽 그림에서 두 수를 나타내는 두 점 사이의 거리는
16 　답 ⑤



02 절댓값이 5인 수는 　5, -5
이 중 수직선에서 0을 나타내는 점의 오른쪽에 있는 점은 양수를 나타내므로 　$a=5$
절댓값이 $\frac{1}{3}$인 수는 　$\frac{1}{3}$, $-\frac{1}{3}$
이 중 수직선에서 0을 나타내는 점의 왼쪽에 있는 점은 음수를 나타내므로 　$b=-\frac{1}{3}$
답 $a=5$, $b=-\frac{1}{3}$

03 ① 0의 절댓값은 0이다.
③ 절댓값이 2보다 작은 정수는 -1, 0, 1의 3개이다.
④ $|1|=|-1|$이지만 　$1\neq-1$
답 ②, ⑤

04 ③ $-2<1$이지만 　$|-2|>|1|$
답 ③

05 두 수 x, y를 나타내는 점은 0을 나타내는 점에서 각각 $12\times\frac{1}{2}=6$만큼 떨어진 점이다.
$\therefore |x|=6$ 　답 6

06 두 수는 0을 나타내는 점에서 각각 $\frac{9}{5}\times\frac{1}{2}=\frac{9}{10}$만큼 떨어진 점이 나타내는 수이므로 $\frac{9}{10}$, $-\frac{9}{10}$이다.
따라서 두 수 중 큰 수는 $\frac{9}{10}$이다. 　답 ④

07 두 수 x, y는 0을 나타내는 점에서 각각 $7\times\frac{1}{2}=\frac{7}{2}$만큼 떨어진 점이 나타내는 수이다.
이때 $x>y$이므로 　$x=\frac{7}{2}$, $y=-\frac{7}{2}$
따라서 $-\frac{7}{2}=-3.5$와 $\frac{7}{2}=3.5$ 사이에 있는 정수는 -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3의 7개이다. 　답 7

08 $\left|\frac{3}{4}\right|<|-1|<\left|\frac{11}{5}\right|<|-3.3|<\left|-\frac{14}{3}\right|$이므로 0을 나타내는 점에서 가장 가까운 것은 ④이다.
답 ④

0을 나타내는 점에서 가장 가깝다.
➡ 절댓값이 가장 작다.

09 $\left|-\frac{3}{7}\right|<|2.5|<\left|\frac{15}{4}\right|<|5|<|-6|$이므로 절댓값이 가장 큰 수는 -6, 절댓값이 가장 작은 수는 $-\frac{3}{7}$이다. 　답 -6, $-\frac{3}{7}$

10 $|x|<3$이고 x는 정수이므로 　$|x|=0, 1, 2$
절댓값이 0인 수는 　0
절댓값이 1인 수는 　1, -1
절댓값이 2인 수는 　2, -2
따라서 정수 x는 5개이다. 　답 ③

11 ⑤ $\left|-\frac{2}{3}\right|=\frac{2}{3}=\frac{4}{6}$, $\left|-\frac{1}{6}\right|=\frac{1}{6}$이므로
$\left|-\frac{2}{3}\right|>\left|-\frac{1}{6}\right|$
답 ⑤

수의 대소 관계
① (음수)<0<(양수)
② 양수
➡ 절댓값이 큰 수가 더 크다.
③ 음수
➡ 절댓값이 큰 수가 더 작다.

12 $-4<-\frac{10}{3}<0<\frac{5}{6}<\frac{7}{5}<2$이므로 가장 큰 수는 2이고, 두 번째로 작은 수는 $-\frac{10}{3}$이다.

따라서 $a=2$, $b=-\frac{10}{3}$이므로

$|a|+|b|=2+\frac{10}{3}=\frac{16}{3}$ 답 $\frac{16}{3}$

13 $-3.7<-\frac{11}{5}<-\frac{1}{3}<0<2<\frac{9}{2}$,

$|0|<\left|-\frac{1}{3}\right|<|2|<\left|-\frac{11}{5}\right|<|-3.7|<\left|\frac{9}{2}\right|$

① 가장 큰 음수는 $-\frac{1}{3}$이다.

③ 가장 작은 수는 -3.7이다.

④ 절댓값이 가장 큰 수는 $\frac{9}{2}$이다.

⑤ 절댓값이 2보다 큰 수는 $-\frac{11}{5}$, -3.7, $\frac{9}{2}$의 3개이다.

답 ②

14 답 ③

15 ② $2\le x\le 7$ 답 ②

① 작지 않다.
➡ 크거나 같다.
② 크지 않다.
➡ 작거나 같다.

16 8보다 작은 자연수는 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7의 7개이므로

$a=7$

$-\frac{3}{2}=-1.5$이므로 $-\frac{3}{2}\le x\le 6$을 만족시키는 정수 x는 -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6의 8개이다.

$\therefore b=8$

$\therefore a+b=7+8=15$ 답 15

17 $\frac{11}{5}=2.2$이므로 $-4.2<x\le\frac{11}{5}$을 만족시키는 정수 x는

-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2

따라서 절댓값이 가장 큰 수는 -4이다. 답 -4

$|-4|=4$,
$|-3|=3$,
$|-2|=|2|=2$,
$|-1|=|1|=1$,
$|0|=0$

18 조건 ㈎에서 $2\le x\le 7$이므로 정수 x는

2, 3, 4, 5, 6, 7

조건 ㈏에서 $|x|\le 5$이므로 정수 x는

-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5

x의 절댓값은 5보다 크지 않다.
➡ x의 절댓값은 5보다 작거나 같다.
➡ $|x|\le 5$

조건 ㈐에서 정수 x는

1, 3, 5, 7, 9

조건 ㈎, ㈏, ㈐를 모두 만족시키는 정수 x는

3, 5

따라서 $M=5$, $m=3$이므로

$M-m=5-3=2$ 답 ②

BOX

생각 톡
$|a|\ge 0$, $|b|\ge 0$이므로
$|a|=0$, $|b|=4$,
$|a|=1$, $|b|=3$,
$|a|=2$, $|b|=2$,
$|a|=3$, $|b|=1$,
$|a|=4$, $|b|=0$
일 때로 나누어 a, b의 값을 구한다.

19 $a<b$이고 $|a|+|b|=4$인 경우는

(i) $|a|=0$, $|b|=4$일 때,

$a=0$, $b=4$

(ii) $|a|=1$, $|b|=3$일 때,

$a=1$, $b=3$ 또는 $a=-1$, $b=3$

(iii) $|a|=2$, $|b|=2$일 때,

$a=-2$, $b=2$

(iv) $|a|=3$, $|b|=1$일 때,

$a=-3$, $b=1$ 또는 $a=-3$, $b=-1$

(v) $|a|=4$, $|b|=0$일 때,

$a=-4$, $b=0$

이상에서 (a, b)는

$(0, 4)$, $(1, 3)$, $(-1, 3)$, $(-2, 2)$, $(-3, 1)$, $(-3, -1)$, $(-4, 0)$

의 7개이다. 답 7

16과 24의 최대공약수인 8의 약수

20 조건 ㈎에서 a는 16과 24의 공약수이므로 정수 a는 1, 2, 4, 8

(i) $a=1$일 때, $\frac{1}{6}<|b|<\frac{1}{2}$

이를 만족시키는 정수 b는 없다.

(ii) $a=2$일 때, $\frac{1}{6}<\left|\frac{b}{2}\right|<\frac{1}{2}$

$\frac{1}{6}<\left|\frac{3\times b}{6}\right|<\frac{3}{6}$에서 $1<|3\times b|<3$

이를 만족시키는 정수 b는 없다.

(iii) $a=4$일 때, $\frac{1}{6}<\left|\frac{b}{4}\right|<\frac{1}{2}$

$\frac{2}{12}<\left|\frac{3\times b}{12}\right|<\frac{6}{12}$에서 $2<|3\times b|<6$

b는 정수이므로 $|3\times b|$의 값이 될 수 있는 수는 3이다.

즉 $3\times b=3$ 또는 $3\times b=-3$이므로

$b=1$ 또는 $b=-1$

(iv) $a=8$일 때, $\frac{1}{6}<\left|\frac{b}{8}\right|<\frac{1}{2}$

$\frac{4}{24}<\left|\frac{3\times b}{24}\right|<\frac{12}{24}$에서 $4<|3\times b|<12$

b는 정수이므로 $|3\times b|$의 값이 될 수 있는 수는 6, 9이다.

즉 $3\times b=6$ 또는 $3\times b=-6$ 또는 $3\times b=9$ 또는 $3\times b=-9$이므로

$b=2$ 또는 $b=-2$ 또는 $b=3$ 또는 $b=-3$

이상에서 (a, b)는

$(4, 1)$, $(4, -1)$, $(8, 2)$, $(8, -2)$, $(8, 3)$, $(8, -3)$

의 6개이다. 답 6

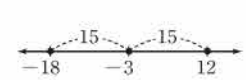
생각 톡
$|a|=12$를 만족시키는 a의 값을 기준으로 경우를 나누어 b의 값을 구한다.

21 $|a|=12$이므로 $a=12$ 또는 $a=-12$

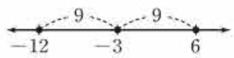
(i) $a=12$일 때,

오른쪽 그림에서

$b=-18$



(ii) $a=-12$일 때,
오른쪽 그림에서
$b=6$

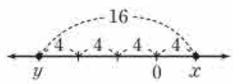


(i), (ii)에서 b의 값이 될 수 있는 수는 6, -18이다.

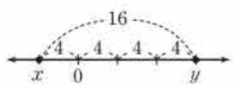
답 6, -18

22 $3\times|x|=|y|$이므로 수직선에서 0을 나타내는 점과 y를 나타내는 점 사이의 거리는 0을 나타내는 점과 x를 나타내는 점 사이의 거리의 3배이다.

(i) x는 양수, y는 음수일 때,
오른쪽 그림에서
$x=4$, $y=-12$



(ii) x는 음수, y는 양수일 때,
오른쪽 그림에서
$x=-4$, $y=12$



(i), (ii)에서 (x, y)는
$(4, -12)$, $(-4, 12)$

답 $(4, -12)$, $(-4, 12)$

생각 톡
주어진 조건에서 $x\neq0$이므로 x의 값이 양수인 경우와 음수인 경우로 나누어 생각한다.

23 $|-4|=4$, $|3|=3$이므로 $M(-4, 3)=4$
$|5|=5$, $|6|=6$이므로 $M(5, 6)=6$
$\therefore M(-4, 3)+M(5, 6)=4+6=10$

답 ④

$M(a, b)$는 $|a|$, $|b|$ 중 크거나 같은 값이다.

24 $-2>-4$이므로 $m(-2, -4)=|-4|=4$
$\frac{4}{3}>-1$이므로 $m\left(\frac{4}{3}, -1\right)=|-1|=1$
$\therefore m(-2, -4)+m\left(\frac{4}{3}, -1\right)=4+1=5$

답 5

$m(a, b)$는 a, b 중 작거나 같은 수의 절댓값이다.

25 $\frac{7}{4}=1.75$이므로 $1.8>\frac{7}{4}$
$\therefore 1.8\blacktriangle\frac{7}{4}=1.8$
$\left|-\frac{5}{2}\right|=\frac{5}{2}=\frac{10}{4}$, $\left|-\frac{11}{4}\right|=\frac{11}{4}$이므로
$\left|-\frac{5}{2}\right|<\left|-\frac{11}{4}\right|$
$\therefore \left(-\frac{5}{2}\right)\triangle\left(-\frac{11}{4}\right)=-\frac{11}{4}$
$|1.8|=1.8$, $\left|-\frac{11}{4}\right|=\frac{11}{4}=2.75$이므로
$|1.8|<\left|-\frac{11}{4}\right|$
$\therefore \left(1.8\blacktriangle\frac{7}{4}\right)\triangle\left\{\left(-\frac{5}{2}\right)\triangle\left(-\frac{11}{4}\right)\right\}$
$=1.8\triangle\left(-\frac{11}{4}\right)=-\frac{11}{4}$

답 $-\frac{11}{4}$

26 $-\frac{2}{3}=-\frac{6}{9}$과 $\frac{5}{9}$ 사이에 있는 정수가 아닌 유리수 중에서 기약분수로 나타낼 때 분모가 9인 것은
$-\frac{5}{9}$, $-\frac{4}{9}$, $-\frac{2}{9}$, $-\frac{1}{9}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{2}{9}$, $\frac{4}{9}$
의 7개이다.

답 7

$-\frac{3}{9}=-\frac{1}{3}$, $\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$은 기약분수로 나타낼 때 분모가 9가 아니다.

27 $\frac{4}{5}=\frac{24}{30}$와 $\frac{5}{2}=\frac{75}{30}$ 사이에 있는 유리수 중에서 기약분수로 나타낼 때 분모가 3이 되려면 분자가 10의 배수이어야 하므로
$\frac{30}{30}=1$, $\frac{40}{30}=\frac{4}{3}$, $\frac{50}{30}=\frac{5}{3}$,
$\frac{60}{30}=2$, $\frac{70}{30}=\frac{7}{3}$
따라서 기약분수로 나타낼 때 분모가 3인 유리수는 $\frac{4}{3}$, $\frac{5}{3}$, $\frac{7}{3}$이므로 구하는 합은
$\frac{4}{3}+\frac{5}{3}+\frac{7}{3}=\frac{16}{3}$

답 ④

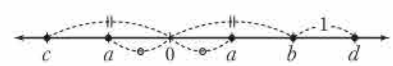
Q쌤 한마디
$\frac{4}{5}=\frac{8}{10}$, $\frac{5}{2}=\frac{25}{10}$로 통분할 수도 있지만 두 수 사이에 있는 분모가 3인 기약분수를 찾기 위해 주어진 두 수의 분모를 3의 배수가 되도록 통분합니다.

$|b|=|c|$이고 $b>0$이므로
$d=|c|+1$
$=|b|+1$
$=b+1$

28 b, c가 서로 다른 수이므로 조건 (가), (나)에서
$b>0$, $c<0$
조건 (다)에서 $b<d$
이때 조건 (라)에서 a의 절댓값이 가장 작으므로
$c<a<b<d$

답 c, a, b, d

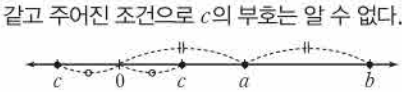
참고 네 수 a, b, c, d를 수직선 위에 점으로 나타내면 다음 그림과 같고 주어진 조건으로 a의 부호는 알 수 없다.



29 조건 (가)에서 $a>0$, $|a|<|b|$
이때 조건 (나)에서 $b>0$이므로 $0<a<b$
또 조건 (다)에서 c의 절댓값이 가장 작으므로
$c<a<b$

답 $c<a<b$

참고 세 수 a, b, c를 수직선 위에 점으로 나타내면 다음 그림과 같고 주어진 조건으로 c의 부호는 알 수 없다.



x보다 크지 않은 수
➡ x보다 작거나 같은 수

30 $-\frac{5}{2}=-2.5$보다 작거나 같은 수 중에서 가장 큰 정수는 -3이므로
$a=\left[-\frac{5}{2}\right]=-3$
2.1보다 작거나 같은 수 중에서 가장 큰 정수는 2이므로
$b=[2.1]=2$

답 $a=-3$, $b=2$

31 -5.7보다 작거나 같은 수 중에서 가장 큰 정수는 -6이므로
$a=[-5.7]=-6$
$\therefore |a|=|-6|=6$
-2보다 작거나 같은 수 중에서 가장 큰 정수는 -2이므로

$b=[-2]=-2$

$\therefore\ |b|=|-2|=2$

$\frac{1}{3}=0.333\cdots$보다 작거나 같은 수 중에서 가장 큰 정수는 0이므로

$c=\left[\frac{1}{3}\right]=0$

$\therefore\ |c|=|0|=0$

$\therefore\ |a|+|b|+|c|=6+2+0=8$ 답 ③

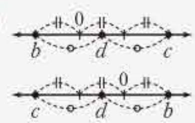
고난도 Training

W 23쪽

01 조건 (나)에서 $b<0<c$ 또는 $c<0<b$

조건 (다), (라)에서

$b<0<d<c$ 또는 $c<d<0<b$



➡ 원점을 기준으로 c, d는 같은 쪽에 있다.

이때 조건 (마)에서 네 점 중 한 점만 원점의 왼쪽에 있으므로

$b<0<d<c$

조건 (가)에서 $|a|$, $|b|$, $|c|$, $|d|$ 중 $|a|$의 값이 가장 크고, 조건 (마)에서 네 점 중 한 점만 원점의 왼쪽에 있으므로 $a>0$이다.

$\therefore\ b<d<c<a$ 답 b, d, c, a

02 절댓값이 □ 이하인 정수가 51개이므로 이 중 0을 제외한 정수는 50개이다.

$\therefore\ \square=\frac{50}{2}=25$ 답 25

절댓값이 0 ➡ 0
절댓값이 1 ➡ 1, −1
절댓값이 2 ➡ 2, −2
⋮
절댓값이 ■ ➡ ■, −■

03 $\frac{2}{3}=\frac{40}{60}$과 $\frac{27}{4}=\frac{405}{60}$ 사이에 있는 유리수 중에서 기약분수로 나타낼 때 분모가 5가 되려면 분자는 12의 배수이어야 한다.

분모를 3, 4, 5의 최소공배수인 60으로 통분한다.

즉 분자를 $12\times n$ (n은 정수)이라 하면 가능한 정수 n의 값은

4, 5, 6, ⋯, 33의 30개

이 중 $12\times n$이 60의 배수가 되는 n의 값은

$\frac{12\times n}{60}$이 정수가 된다.

5, 10, 15, ⋯, 30의 6개

따라서 구하는 유리수의 개수는

$30-6=24$ 답 ①

04 조건 (가)에서 $a>0$, $b>0$

b, c가 서로 다른 수이고 $b>0$이므로 조건 (나)에서

$b=4$, $c=-4$

조건 (다)에서 $4<|a|<7$이므로 $|a|=5, 6$

이때 $|a|$의 약수의 개수가 2이므로 $|a|=5$

따라서 $a>0$이므로 $a=5$

답 $a=5$, $b=4$, $c=-4$

03 유리수의 계산

Lecture 05 유리수의 덧셈과 뺄셈

W 24쪽

01 ① $\left(+\frac{2}{3}\right)+\left(-\frac{1}{6}\right)=\left(+\frac{4}{6}\right)+\left(-\frac{1}{6}\right)$
$=+\left(\frac{4}{6}-\frac{1}{6}\right)=\frac{1}{2}$

② $(-2.7)+(-3.9)=-(2.7+3.9)=-6.6$

③ $\left(-\frac{3}{4}\right)+\left(-\frac{4}{3}\right)=\left(-\frac{9}{12}\right)+\left(-\frac{16}{12}\right)$
$=-\left(\frac{9}{12}+\frac{16}{12}\right)=-\frac{25}{12}$

④ $(-6.5)+(+8.2)=+(8.2-6.5)=1.7$

⑤ $\left(+\frac{1}{5}\right)+\left(+\frac{2}{7}\right)=\left(+\frac{7}{35}\right)+\left(+\frac{10}{35}\right)$
$=+\left(\frac{7}{35}+\frac{10}{35}\right)=\frac{17}{35}$

답 ③

02 답 ②

03 $-3.5<-\frac{7}{3}<-1.3<\frac{7}{4}<\frac{13}{5}$이므로

음수는 절댓값이 클수록 작고, 양수는 절댓값이 클수록 크다.

$a=\frac{13}{5}$

$|-1.3|<\left|\frac{7}{4}\right|<\left|-\frac{7}{3}\right|<\left|\frac{13}{5}\right|<|-3.5|$이므로

$b=-1.3$

$\therefore\ a+b=\frac{13}{5}+(-1.3)$
$=\left(+\frac{26}{10}\right)+\left(-\frac{13}{10}\right)$
$=+\left(\frac{26}{10}-\frac{13}{10}\right)=\frac{13}{10}$ 답 $\frac{13}{10}$

04 ① $(+1)-(-3)=(+1)+(+3)=4$

② $(-3)-(+5)=(-3)+(-5)=-8$

③ $(-1.4)-(-0.6)=(-1.4)+(+0.6)=-0.8$

④ $(+1.7)-(+3.7)=(+1.7)+(-3.7)=-2$

⑤ $\left(+\frac{3}{4}\right)-\left(-\frac{11}{4}\right)=\left(+\frac{3}{4}\right)+\left(+\frac{11}{4}\right)=\frac{7}{2}$

답 ④

05 ① $(-4)-(-7)=(-4)+(+7)=3$

② $(-0.6)-(+0.5)=(-0.6)+(-0.5)=-1.1$

③ $(+3.2)-(-1.5)=(+3.2)+(+1.5)=4.7$

④ $\left(+\frac{3}{4}\right)-\left(+\frac{2}{3}\right)=\left(+\frac{9}{12}\right)+\left(-\frac{8}{12}\right)=\frac{1}{12}$

⑤ $\left(-\frac{3}{5}\right)-\left(-\frac{4}{15}\right)=\left(-\frac{9}{15}\right)+\left(+\frac{4}{15}\right)=-\frac{1}{3}$

답 ④

06 ① $(-6)-(-9)=(-6)+(+9)=3$

② $(+1.3)-(+0.4)=(+1.3)+(-0.4)=0.9$

③ $(+2.7)-(-1.8)=(+2.7)+(+1.8)=4.5$

④ $\left(-\frac{1}{3}\right)-\left(+\frac{1}{6}\right)=\left(-\frac{2}{6}\right)+\left(-\frac{1}{6}\right)=-\frac{1}{2}$

⑤ $\left(+\frac{7}{8}\right)-\left(-\frac{5}{2}\right)=\left(+\frac{7}{8}\right)+\left(+\frac{20}{8}\right)=\frac{27}{8}$

계산 결과를 수직선 위에 나타낼 때, 가장 오른쪽에 있는 것은 가장 큰 수이므로 계산 결과가 가장 큰 것은 ③이다. 답 ③

$-\frac{1}{2}<0.9<3<\frac{27}{8}<4.5$

07 ① $-3+2-9=(-3)+(+2)-(+9)$
$=(-3)+(+2)+(-9)$
$=\{(-3)+(+2)\}+(-9)$
$=(-1)+(-9)=-10$

② $\left(+\frac{5}{6}\right)-\left(+\frac{1}{3}\right)-(-1)$
$=\left(+\frac{5}{6}\right)+\left(-\frac{1}{3}\right)+(+1)$
$=\left\{\left(+\frac{5}{6}\right)+\left(-\frac{2}{6}\right)\right\}+(+1)$
$=\left(+\frac{1}{2}\right)+(+1)$
$=\left(+\frac{1}{2}\right)+\left(+\frac{2}{2}\right)=\frac{3}{2}$

③ $-2.3-3.3-2+4$
$=(-2.3)-(+3.3)-(+2)+(+4)$
$=(-2.3)+(-3.3)+(-2)+(+4)$
$=\{(-2.3)+(-3.3)\}+\{(-2)+(+4)\}$
$=(-5.6)+(+2)=-3.6$

④ $(-1.3)-\left(+\frac{1}{2}\right)+(+3)-\left(-\frac{1}{5}\right)$
$=(-1.3)+\left(-\frac{1}{2}\right)+(+3)+\left(+\frac{1}{5}\right)$
$=\{(-1.3)+(+3)\}+\left\{\left(-\frac{5}{10}\right)+\left(+\frac{2}{10}\right)\right\}$
$=(+1.7)+\left(-\frac{3}{10}\right)$
$=\left(+\frac{17}{10}\right)+\left(-\frac{3}{10}\right)=\frac{7}{5}$

덧셈의 교환법칙과 결합법칙을 이용하여 더하는 순서를 바꾸어 계산한다.

⑤ $\frac{1}{4}-\frac{2}{5}+\frac{5}{6}-\frac{4}{15}$
$=\left(+\frac{1}{4}\right)-\left(+\frac{2}{5}\right)+\left(+\frac{5}{6}\right)-\left(+\frac{4}{15}\right)$
$=\left(+\frac{1}{4}\right)+\left(-\frac{2}{5}\right)+\left(+\frac{5}{6}\right)+\left(-\frac{4}{15}\right)$
$=\left\{\left(+\frac{3}{12}\right)+\left(+\frac{10}{12}\right)\right\}+\left\{\left(-\frac{6}{15}\right)+\left(-\frac{4}{15}\right)\right\}$
$=\left(+\frac{13}{12}\right)+\left(-\frac{2}{3}\right)$
$=\left(+\frac{13}{12}\right)+\left(-\frac{8}{12}\right)=\frac{5}{12}$

답 ④

08 ① $(-4.2)+(+9)+(-6.8)$
$=\{(-4.2)+(-6.8)\}+(+9)$
$=(-11)+(+9)=-2$

② $\left(+\frac{3}{4}\right)-\left(+\frac{2}{3}\right)-(-2)$
$=\left(+\frac{3}{4}\right)+\left(-\frac{2}{3}\right)+(+2)$
$=\left\{\left(+\frac{9}{12}\right)+\left(-\frac{8}{12}\right)\right\}+(+2)$
$=\left(+\frac{1}{12}\right)+\left(+\frac{24}{12}\right)=\frac{25}{12}$

③ $1-2.2+1.7=(+1)-(+2.2)+(+1.7)$
$=(+1)+(-2.2)+(+1.7)$
$=(+1)+\{(-2.2)+(+1.7)\}$
$=(+1)+(-0.5)=0.5$

④ $-\frac{1}{5}+\frac{3}{10}-\frac{1}{2}+1$
$=\left(-\frac{1}{5}\right)+\left(+\frac{3}{10}\right)-\left(+\frac{1}{2}\right)+(+1)$
$=\left(-\frac{1}{5}\right)+\left(+\frac{3}{10}\right)+\left(-\frac{1}{2}\right)+(+1)$
$=\left\{\left(-\frac{2}{10}\right)+\left(+\frac{3}{10}\right)\right\}+\left\{\left(-\frac{1}{2}\right)+\left(+\frac{2}{2}\right)\right\}$
$=\left(+\frac{1}{10}\right)+\left(+\frac{1}{2}\right)$
$=\left(+\frac{1}{10}\right)+\left(+\frac{5}{10}\right)=\frac{3}{5}$

⑤ $4-\left\{\frac{9}{4}+\left(2.5-\frac{1}{8}\right)\right\}$
$=(+4)-\left[\left(+\frac{9}{4}\right)+\left\{\left(+\frac{5}{2}\right)-\left(+\frac{1}{8}\right)\right\}\right]$
$=(+4)-\left[\left(+\frac{9}{4}\right)+\left\{\left(+\frac{20}{8}\right)+\left(-\frac{1}{8}\right)\right\}\right]$
$=(+4)-\left\{\left(+\frac{9}{4}\right)+\left(+\frac{19}{8}\right)\right\}$
$=(+4)-\left\{\left(+\frac{18}{8}\right)+\left(+\frac{19}{8}\right)\right\}$
$=(+4)-\left(+\frac{37}{8}\right)$
$=\left(+\frac{32}{8}\right)+\left(-\frac{37}{8}\right)=-\frac{5}{8}$

계산 결과를 수직선 위에 나타낼 때, 왼쪽에서 두 번째에 있는 것은 두 번째로 작은 수이므로 계산 결과가 두 번째로 작은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

$-2<-\frac{5}{8}<0.5<\frac{3}{5}<\frac{25}{12}$

09 계산한 결과가 가장 작으려면 ㉡에는 세 수 중 가장 큰 수인 $\frac{1}{3}$을 넣어야 한다.

따라서 구하는 값은

$$-\frac{1}{6}-\frac{1}{3}+\frac{1}{18}=\left(-\frac{1}{6}\right)-\left(+\frac{1}{3}\right)+\left(+\frac{1}{18}\right)$$
$$=\left(-\frac{1}{6}\right)+\left(-\frac{1}{3}\right)+\left(+\frac{1}{18}\right)$$
$$=\left\{\left(-\frac{1}{6}\right)+\left(-\frac{2}{6}\right)\right\}+\left(+\frac{1}{18}\right)$$
$$=\left(-\frac{1}{2}\right)+\left(+\frac{1}{18}\right)$$
$$=\left(-\frac{9}{18}\right)+\left(+\frac{1}{18}\right)$$
$$=-\frac{4}{9}$$

답 $-\frac{4}{9}$

10 $\frac{1}{6}+\frac{1}{12}+\frac{1}{20}+\frac{1}{30}+\frac{1}{42}$

$=\frac{1}{2\times3}+\frac{1}{3\times4}+\frac{1}{4\times5}+\frac{1}{5\times6}+\frac{1}{6\times7}$

$=\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)+\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{5}\right)+\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{6}\right)$
$+\left(\frac{1}{6}-\frac{1}{7}\right)$

$=\frac{1}{2}+\left(-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\right)+\left(-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\right)+\left(-\frac{1}{5}+\frac{1}{5}\right)$
$+\left(-\frac{1}{6}+\frac{1}{6}\right)-\frac{1}{7}$

$=\frac{1}{2}-\frac{1}{7}=\frac{7}{14}-\frac{2}{14}=\frac{5}{14}$ 답 $\frac{5}{14}$

11 $\square-\frac{1}{3}+\frac{5}{4}=\frac{11}{6}$에서

$\square-\frac{4}{12}+\frac{15}{12}=\frac{11}{6}$, $\square+\frac{11}{12}=\frac{11}{6}$

$\therefore \square=\frac{11}{6}-\frac{11}{12}=\frac{22}{12}-\frac{11}{12}=\frac{11}{12}$ 답 $\frac{11}{12}$

12 $a=\frac{7}{6}+\frac{3}{2}=\frac{7}{6}+\frac{9}{6}=\frac{8}{3}$

$b=-\frac{3}{5}-\left(-\frac{2}{3}\right)=-\frac{9}{15}+\frac{10}{15}=\frac{1}{15}$

$\therefore a+b=\frac{8}{3}+\frac{1}{15}$

$=\frac{40}{15}+\frac{1}{15}=\frac{41}{15}$ 답 $\frac{41}{15}$

13 어떤 수를 $\square$라 하면

$\square-(-3)=\frac{40}{7}$

$\therefore \square=\frac{40}{7}+(-3)=\frac{40}{7}+\left(-\frac{21}{7}\right)=\frac{19}{7}$

따라서 바르게 계산하면

$\frac{19}{7}+(-3)=\frac{19}{7}+\left(-\frac{21}{7}\right)=-\frac{2}{7}$ 답 ③

14 a의 절댓값이 1.2이므로

$a=1.2$ 또는 $a=-1.2$

b의 절댓값이 $\frac{3}{4}$이므로

$b=\frac{3}{4}$ 또는 $b=-\frac{3}{4}$

a가 음수이고 b가 양수일 때 $a-b$의 값이 가장 작으므로 구하는 값은

$a-b=-1.2-\frac{3}{4}$

$=-\frac{24}{20}-\frac{15}{20}=-\frac{39}{20}$ 답 ①

15 $|a|<5$이므로 a가 될 수 있는 값은

$-4, -3, \cdots, 3, 4$

$|b|<13$이므로 b가 될 수 있는 값은

$-12, -11, \cdots, 11, 12$

$a=4$, $b=-12$일 때 $a-b$의 값이 가장 크므로 구하는 값은

$a-b=4-(-12)=4+(+12)=16$ 답 16

BOX

$a+b$의 값 중
① 가장 큰 것
➡ (양수)+(양수)
② 가장 작은 것
➡ (음수)+(음수)

생각 톡
어떤 수를 □라 하고 식을 세운다.

$a-b$의 값 중
① 가장 큰 것
➡ (양수)−(음수)
② 가장 작은 것
➡ (음수)−(양수)

① a보다 b만큼 큰 수
➡ $a+b$
② a보다 b만큼 작은 수
➡ $a-b$

16 $|a|=\frac{5}{2}$이므로

$a=\frac{5}{2}$ 또는 $a=-\frac{5}{2}$

$|b|=4$이므로

$b=4$ 또는 $b=-4$

a, b가 모두 양수일 때 $a+b$의 값이 가장 크므로

$M=\frac{5}{2}+4=\frac{5}{2}+\frac{8}{2}=\frac{13}{2}$

a, b가 모두 음수일 때 $a+b$의 값이 가장 작으므로

$m=-\frac{5}{2}+(-4)=-\frac{5}{2}-\frac{8}{2}=-\frac{13}{2}$

$\therefore M-m=\frac{13}{2}-\left(-\frac{13}{2}\right)$

$=\frac{13}{2}+\frac{13}{2}=13$ 답 13

17 점 A가 나타내는 수는

$(-5)+\left(+\frac{25}{6}\right)-\left(+\frac{7}{4}\right)$

$=(-5)+\left(+\frac{25}{6}\right)+\left(-\frac{7}{4}\right)$

$=(-5)+\left\{\left(+\frac{50}{12}\right)+\left(-\frac{21}{12}\right)\right\}$

$=(-5)+\left(+\frac{29}{12}\right)$

$=\left(-\frac{60}{12}\right)+\left(+\frac{29}{12}\right)=-\frac{31}{12}$ 답 $-\frac{31}{12}$

18 $a=-2-\frac{1}{2}=-\frac{5}{2}$, $b=-1$, $c=-\frac{1}{3}$,

$d=1+\frac{2}{3}=\frac{5}{3}$

$\therefore a+b-c-d$

$=\left(-\frac{5}{2}\right)+(-1)-\left(-\frac{1}{3}\right)-\left(+\frac{5}{3}\right)$

$=\left(-\frac{5}{2}\right)+(-1)+\left(+\frac{1}{3}\right)+\left(-\frac{5}{3}\right)$

$=\left(-\frac{15}{6}\right)+\left(-\frac{6}{6}\right)+\left(+\frac{2}{6}\right)+\left(-\frac{10}{6}\right)$

$=-\frac{29}{6}$ 답 $-\frac{29}{6}$

19 (ㄱ) $3+(-6)=-3$

(ㄴ) $-1-(-2)=-1+2=1$

(ㄷ) $-\frac{2}{3}+\frac{1}{2}=-\frac{4}{6}+\frac{3}{6}=-\frac{1}{6}$

(ㄹ) $\frac{5}{3}-\frac{7}{6}=\frac{10}{6}-\frac{7}{6}=\frac{1}{2}$

이상에서 음수인 것은 (ㄱ), (ㄷ)이다. 답 ②

20 $a=-3+\left(-\frac{3}{2}\right)=-\frac{6}{2}+\left(-\frac{3}{2}\right)=-\frac{9}{2}$

$b=4-\left(-\frac{1}{2}\right)=\frac{8}{2}+\frac{1}{2}=\frac{9}{2}$

따라서 $-\frac{9}{2}<x<\frac{9}{2}$를 만족시키는 정수 x는

$-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4$

의 9개이다. 답 9

21 $-3+D+2+\frac{2}{5}=-\frac{1}{10}$이므로

$D-\frac{3}{5}=-\frac{1}{10}$

$\therefore\ D=-\frac{1}{10}+\frac{3}{5}=-\frac{1}{10}+\frac{6}{10}=\frac{1}{2}$

$C+(-3)+D+2=(-3)+D+2+\frac{2}{5}$이므로

$C=\frac{2}{5}$

$B+C+(-3)+D=C+(-3)+D+2$이므로

$B=2$

$A+B+C+(-3)=B+C+(-3)+D$이므로

$A=D=\frac{1}{2}$

답 $A=\frac{1}{2}$, $B=2$, $C=\frac{2}{5}$, $D=\frac{1}{2}$

22 다음 그림과 같이 6번째, 7번째, 8번째 칸에 적히는 수를 차례대로 a, b, c라 하자.

6	−2	−8	−6	2	a	b	c	⋯

$-6+a=2$에서

$a=2-(-6)=2+6=8$

$2+b=a$, 즉 $2+b=8$에서

$b=8-2=6$

$a+c=b$, 즉 $8+c=6$에서

$c=6-8=-2$

따라서 6, −2, −8, −6, 2, 8이 이 순서대로 반복된다. 이때 $100=6\times16+4$이므로 100번째 칸에 적히는 수는 −6이다. 답 ①

23 5일에 □쪽을 읽었다고 하면

$\square+5-3+11+12-7=60$

$\square+18=60\qquad\therefore\ \square=42$

따라서 5일에는 42쪽을 읽었다. 답 42쪽

24 A 지점의 위치를 0이라 하고 동쪽으로 간 것을 +, 서쪽으로 간 것을 −를 사용하여 나타내면

$0+50-72+14=-8$

따라서 보물의 위치는 A 지점으로부터 서쪽 8 m 지점이다. 답 ③

Lecture 06 유리수의 곱셈과 나눗셈

W 28쪽

01 답 ②

02 ① $(-7)\times(+2)\times\left(-\frac{3}{4}\right)$

$=+\left(7\times2\times\frac{3}{4}\right)=\frac{21}{2}$

세 개 이상의 수의 곱셈의 부호
① 음수가 하나도 없거나 짝수 개 ➡ +
② 음수가 홀수 개 ➡ −

② $\left(+\frac{1}{5}\right)\times(-15)\times\left(+\frac{2}{3}\right)$

$=-\left(\frac{1}{5}\times15\times\frac{2}{3}\right)=-2$

③ $\left(-\frac{9}{8}\right)\times\left(+\frac{4}{15}\right)\times(+0.5)$

$=-\left(\frac{9}{8}\times\frac{4}{15}\times\frac{1}{2}\right)=-\frac{3}{20}$

④ $(-27)\times\left(+\frac{8}{3}\right)\times\left(-\frac{1}{6}\right)$

$=+\left(27\times\frac{8}{3}\times\frac{1}{6}\right)=12$

⑤ $\left(-\frac{5}{9}\right)\times\left(-\frac{1}{10}\right)\times\left(-\frac{18}{5}\right)$

$=-\left(\frac{5}{9}\times\frac{1}{10}\times\frac{18}{5}\right)=-\frac{1}{5}$

답 ④

03 $A=\left(-\frac{2}{3}\right)\times\left(-\frac{8}{5}\right)\times\left(-\frac{5}{2}\right)$

$=-\left(\frac{2}{3}\times\frac{8}{5}\times\frac{5}{2}\right)=-\frac{8}{3}$

$B=(-12)\times\left(+\frac{7}{9}\right)\times\left(-\frac{1}{3}\right)$

$=+\left(12\times\frac{7}{9}\times\frac{1}{3}\right)=\frac{28}{9}$

$\therefore\ A+B=-\frac{8}{3}+\frac{28}{9}$

$=-\frac{24}{9}+\frac{28}{9}=\frac{4}{9}$ 답 $\frac{4}{9}$

04 (주어진 식)$=-\left(\frac{1}{3}\times\frac{3}{5}\times\frac{5}{7}\times\cdots\times\frac{97}{99}\times\frac{99}{101}\right)$

$=-\frac{1}{101}$ 답 $-\frac{1}{101}$

곱하는 수는 50개이고 그중 음수가 25개이므로 계산 결과의 부호는 −이다.

05 ① $-\left(\frac{1}{5}\right)^2=-\frac{1}{25}$

음수의 거듭제곱의 부호
① 지수가 짝수 ➡ +
② 지수가 홀수 ➡ −

② $\left(-\frac{1}{4}\right)^2=\frac{1}{16}$

③ $(-0.1)^3=-0.001$

④ $-\left(-\frac{1}{4}\right)^3=-\left(-\frac{1}{64}\right)=\frac{1}{64}$

⑤ $\left\{-\left(-\frac{1}{5}\right)\right\}^3=-\left(-\frac{1}{5}\right)^3=-\left(-\frac{1}{125}\right)=\frac{1}{125}$

답 ⑤

06 $(-2)^3\times\left(\frac{3}{4}\right)^2\times\left(-\frac{1}{6}\right)^2=(-8)\times\frac{9}{16}\times\frac{1}{36}$

$=-\left(8\times\frac{9}{16}\times\frac{1}{36}\right)$

$=-\frac{1}{8}$ 답 $-\frac{1}{8}$

07 $(-1)+(-1)^2+(-1)^3+\cdots+(-1)^{101}$

$=\{(-1)+1\}+\{(-1)+1\}+\cdots+\{(-1)+1\}+(-1)$

$=0+0+\cdots+0+(-1)=-1$ 답 ③

앞에서부터 차례대로 2개씩 묶으면 합이 0인 항이 50개 나오고 −1이 한 개 남는다.

W 03 유리수의 계산

BOX

08 $72\times(-1.1)+28\times(-1.1)$

$=(72+28)\times(-1.1)$

$=100\times(-1.1)=-110$

따라서 $a=100$, $b=-110$이므로

$a+b=100+(-110)=-10$ 답 ③

09 $(1.3\times46+1.3\times54)+(4.7\times12+5.3\times12)$

$=1.3\times(46+54)+(4.7+5.3)\times12$

$=1.3\times100+10\times12$

$=130+120=250$ 답 250

유리수의 곱셈과 나눗셈의 혼합 계산
➡ 나눗셈을 곱셈으로 바꾸어 계산한다.

10 $-\frac{3}{8}$의 역수는 $-\frac{8}{3}$이므로

$a=-\frac{8}{3}$

$0.3=\frac{3}{10}$의 역수는 $\frac{10}{3}$이므로

소수는 분수로 나타낸 후 역수를 구한다.

$b=\frac{10}{3}$

따라서 $-\frac{8}{3}<x<\frac{10}{3}$을 만족시키는 정수 x는

$-2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2,\ 3$

의 6개이다. 답 6

11 $\frac{a}{9}$의 역수가 $-\frac{9}{5}$이므로

$\frac{9}{a}=-\frac{9}{5}\qquad \therefore a=-5$

$-\frac{1}{b}$의 역수가 4이므로

$-b=4\qquad \therefore b=-4$

$\therefore a\times b=(-5)\times(-4)=20$ 답 20

12 ① $\left(-\frac{3}{4}\right)\div\left(+\frac{5}{4}\right)=\left(-\frac{3}{4}\right)\times\left(+\frac{4}{5}\right)$

나눗셈을 역수의 곱셈으로 바꾸어 계산한다.

$=-\left(\frac{3}{4}\times\frac{4}{5}\right)=-\frac{3}{5}$

② $\left(-\frac{3}{2}\right)\div(-5)=\left(-\frac{3}{2}\right)\times\left(-\frac{1}{5}\right)$

$=+\left(\frac{3}{2}\times\frac{1}{5}\right)=\frac{3}{10}$

③ $\left(-\frac{1}{4}\right)\div\left(-\frac{3}{8}\right)=\left(-\frac{1}{4}\right)\times\left(-\frac{8}{3}\right)$

$=+\left(\frac{1}{4}\times\frac{8}{3}\right)=\frac{2}{3}$

④ $\left(-\frac{4}{5}\right)\div(+2)\div\left(-\frac{2}{9}\right)$

$=\left(-\frac{4}{5}\right)\times\left(+\frac{1}{2}\right)\times\left(-\frac{9}{2}\right)$

$=+\left(\frac{4}{5}\times\frac{1}{2}\times\frac{9}{2}\right)=\frac{9}{5}$

⑤ $\left(+\frac{3}{2}\right)\div\left(+\frac{5}{2}\right)\div(-4)$

$=\left(+\frac{3}{2}\right)\times\left(+\frac{2}{5}\right)\times\left(-\frac{1}{4}\right)$

$=-\left(\frac{3}{2}\times\frac{2}{5}\times\frac{1}{4}\right)=-\frac{3}{20}$

따라서 계산 결과가 가장 큰 것은 ④이다. 답 ④

$-\frac{3}{5}<-\frac{3}{20}<\frac{3}{10}<\frac{2}{3}<\frac{9}{5}$

13 $\left(-\frac{1}{2}\right)\div\left(+\frac{3}{8}\right)\div\left(-\frac{9}{2}\right)\div\left(-\frac{1}{6}\right)$

$=\left(-\frac{1}{2}\right)\times\left(+\frac{8}{3}\right)\times\left(-\frac{2}{9}\right)\times(-6)$

$=-\left(\frac{1}{2}\times\frac{8}{3}\times\frac{2}{9}\times6\right)=-\frac{16}{9}$ 답 $-\frac{16}{9}$

14 $\left(+\frac{9}{4}\right)\div(+2)^3\times\left(+\frac{16}{3}\right)$

$=\left(+\frac{9}{4}\right)\times\left(+\frac{1}{8}\right)\times\left(+\frac{16}{3}\right)$

$=+\left(\frac{9}{4}\times\frac{1}{8}\times\frac{16}{3}\right)=\frac{3}{2}$ 답 ③

15 $\left(+\frac{2}{5}\right)\div\left(-\frac{4}{15}\right)\times\left(-\frac{3}{2}\right)^2\div(-9)$

$=\left(+\frac{2}{5}\right)\times\left(-\frac{15}{4}\right)\times\left(+\frac{9}{4}\right)\times\left(-\frac{1}{9}\right)$

$=+\left(\frac{2}{5}\times\frac{15}{4}\times\frac{9}{4}\times\frac{1}{9}\right)=\frac{3}{8}$

따라서 $a=8$, $b=3$이므로

$a-b=8-3=5$ 답 5

16 $A=(-3)^2\times\left(-\frac{1}{2}\right)\div\left(+\frac{6}{5}\right)$

$=(+9)\times\left(-\frac{1}{2}\right)\times\left(+\frac{5}{6}\right)$

$=-\left(9\times\frac{1}{2}\times\frac{5}{6}\right)=-\frac{15}{4}$

$B=\left(+\frac{8}{7}\right)\div\left(+\frac{5}{14}\right)\times\left(-\frac{1}{2}\right)^2$

$=\left(+\frac{8}{7}\right)\times\left(+\frac{14}{5}\right)\times\left(+\frac{1}{4}\right)$

$=+\left(\frac{8}{7}\times\frac{14}{5}\times\frac{1}{4}\right)=\frac{4}{5}$

$\therefore A\times B=\left(-\frac{15}{4}\right)\times\left(+\frac{4}{5}\right)$

$=-\left(\frac{15}{4}\times\frac{4}{5}\right)=-3$ 답 -3

17 답 (ㄹ), (ㄷ), (ㅁ), (ㄴ), (ㄱ)

혼합 계산에서 계산 순서는 다음과 같다.
거듭제곱 → 괄호
→ ×, ÷ → +, −

18 $\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\div\frac{1}{12}+(-1)^{10}\times\frac{1}{6}$

$=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times12+1\times\frac{1}{6}$

$=2+\frac{1}{6}=\frac{12}{6}+\frac{1}{6}=\frac{13}{6}$ 답 ③

19 $\left(-\frac{1}{4}\right)^2\div\left[\left\{\frac{1}{2}-\left(-\frac{1}{9}\right)\times18\right\}-5\right]$

$=\frac{1}{16}\div\left\{\left(\frac{1}{2}+2\right)-5\right\}=\frac{1}{16}\div\left(-\frac{5}{2}\right)$

$=\frac{1}{16}\times\left(-\frac{2}{5}\right)=-\frac{1}{40}$ 답 ②

20 $\frac{1}{2}\times(-12)-\frac{1}{4}=C$이므로

$C=-6-\frac{1}{4}=-\frac{25}{4}$

$0.4\div\frac{1}{5}-\frac{1}{4}=B$이므로

$B=0.4\times 5-\frac{1}{4}=2-\frac{1}{4}=\frac{7}{4}$

$-\frac{1}{3}\div\frac{1}{5}\times(-12)=A$이므로

$A=-\frac{1}{3}\times 5\times(-12)=20$

$\therefore A\times(B+C)=20\times\left\{\frac{7}{4}+\left(-\frac{25}{4}\right)\right\}$

$=20\times\left(-\frac{9}{2}\right)=-90$

답 -90

21 $\left(\frac{2}{7}\right)^2\div\left(-\frac{1}{21}\right)\times\square=\frac{4}{49}\times(-21)\times\square$

$=\left(-\frac{12}{7}\right)\times\square$

즉 $\left(-\frac{12}{7}\right)\times\square=\frac{15}{14}$이므로

$\square=\frac{15}{14}\div\left(-\frac{12}{7}\right)$

$=\frac{15}{14}\times\left(-\frac{7}{12}\right)=-\frac{5}{8}$ 답 $-\frac{5}{8}$

22 어떤 수를 $\square$라 하면 $\square\times\left(-\frac{15}{8}\right)=-\frac{27}{4}$

$\therefore \square=\left(-\frac{27}{4}\right)\div\left(-\frac{15}{8}\right)$

$=\left(-\frac{27}{4}\right)\times\left(-\frac{8}{15}\right)=\frac{18}{5}$

따라서 바르게 계산하면

$\frac{18}{5}\div\left(-\frac{15}{8}\right)=\frac{18}{5}\times\left(-\frac{8}{15}\right)$

$=-\frac{48}{25}$ 답 $-\frac{48}{25}$

23 $A\div\left(-\frac{15}{7}\right)=-\frac{7}{10}$에서

$A=\left(-\frac{7}{10}\right)\times\left(-\frac{15}{7}\right)=\frac{3}{2}$

$B\times\left(-\frac{10}{9}\right)=\frac{4}{3}$에서

$B=\frac{4}{3}\div\left(-\frac{10}{9}\right)=\frac{4}{3}\times\left(-\frac{9}{10}\right)=-\frac{6}{5}$

$\therefore A-B=\frac{3}{2}-\left(-\frac{6}{5}\right)$

$=\frac{15}{10}+\frac{12}{10}=\frac{27}{10}$ 답 $\frac{27}{10}$

24 $2-8^2\times\left(-\frac{1}{4}\right)^3-\square\div\left\{\left(-\frac{3}{4}\right)-(-3)^2\div\frac{6}{5}\right\}$

$=2-64\times\left(-\frac{1}{64}\right)-\square\div\left\{\left(-\frac{3}{4}\right)-9\div\frac{6}{5}\right\}$

$=2-(-1)-\square\div\left\{\left(-\frac{3}{4}\right)-9\times\frac{5}{6}\right\}$

$=3-\square\div\left(-\frac{3}{4}-\frac{15}{2}\right)$

$=3-\square\div\left(-\frac{33}{4}\right)$

즉 $3-\square\div\left(-\frac{33}{4}\right)=\frac{5}{11}$이므로

$\square\div\left(-\frac{33}{4}\right)=3-\frac{5}{11}$

$\square\div\left(-\frac{33}{4}\right)=\frac{28}{11}$

$\therefore \square=\frac{28}{11}\times\left(-\frac{33}{4}\right)=-21$ 답 -21

(+)−(−) ➡ (+)
(−)−(+) ➡ (−)

25 ①, ②, ④, ⑤ 부호를 알 수 없다.

답 ③

$a>0,\ b<0$
또는 $a<0,\ b>0$

26 $a\times b<0$, $a-b<0$이므로

$a<0,\ b>0$

③ 부호를 알 수 없다.

④ $b-a>0$

답 ③, ④

27 $a\times b\times c<0$이므로 a, b, c 중 음수는 홀수 개이다.

$a\div c>0$에서 a와 c는 같은 부호이므로 $b<0$

$a<b$이므로 $a<0$

$\therefore a<0,\ b<0,\ c<0$ 답 ⑤

28 주어진 네 수 중에서 세 수를 골라 곱한 값이 가장 작으려면 (양수)×(양수)×(음수) 꼴이어야 한다.
이때 음수는 절댓값이 큰 수이어야 하므로 가장 작은 수는

$\frac{2}{3}\times\frac{4}{3}\times(-3)=-\frac{8}{3}$ 답 ②

29 주어진 네 수 중에서 세 수를 골라 곱한 값이 가장 크려면 (양수)×(음수)×(음수) 꼴이어야 한다.
이때 음수는 절댓값이 큰 두 수이어야 하므로

$M=\frac{1}{2}\times(-6)\times\left(-\frac{5}{2}\right)=\frac{15}{2}$

또 세 수를 골라 곱한 값이 가장 작으려면
(음수)×(음수)×(음수) 꼴이어야 하므로

$m=(-6)\times\left(-\frac{3}{4}\right)\times\left(-\frac{5}{2}\right)=-\frac{45}{4}$

$\therefore M\div m=\frac{15}{2}\div\left(-\frac{45}{4}\right)$

$=\frac{15}{2}\times\left(-\frac{4}{45}\right)=-\frac{2}{3}$ 답 $-\frac{2}{3}$

30 ( )×( )^2÷( ), 즉 $a\times b^2\div c$를 계산한 결과가 가장 크려면 a, c의 부호는 같아야 한다. 또 $a\times b^2$의 절댓값은 가장 크고 c의 절댓값은 가장 작아야 한다.

(i) a, c가 양수일 때,

$\frac{8}{5}<3$이므로 $a=3,\ c=\frac{8}{5}$

$a\times b^2$의 절댓값이 가장 크려면 b는 절댓값이 가장 큰 수이어야 하므로

$b=-4$

이때 $a\times b^2\div c$의 계산 결과는

$3\times(-4)^2\div\frac{8}{5}=3\times16\times\frac{5}{8}=30$

■ − ▲ = ●
➡ ▲ = ■ − ●

(ⅱ) a, c가 음수일 때,

c의 절댓값이 작을수록 계산 결과가 커지므로

$c=-\frac{3}{4}$

또 $a\times b^2$의 절댓값이 가장 커야 하므로

$a=-3$, $b=-4$

이때 $a\times b^2\div c$의 계산 결과는

$(-3)\times(-4)^2\div\left(-\frac{3}{4}\right)$

$=(-3)\times16\times\left(-\frac{4}{3}\right)=64$

(ⅰ), (ⅱ)에서 계산 결과 중 가장 큰 수는 64이다.

답 ④

31 $\left(-\frac{3}{5}\right)\blacktriangleright\frac{5}{8}=\left(-\frac{3}{5}\right)\times\frac{5}{8}-1$

$=-\frac{3}{8}-1=-\frac{11}{8}$

$\therefore \left\{\left(-\frac{3}{5}\right)\blacktriangleright\frac{5}{8}\right\}\triangleleft\frac{11}{4}=\left(-\frac{11}{8}\right)\triangleleft\frac{11}{4}$

$=\left(-\frac{11}{8}\right)\div\frac{11}{4}+1$

$=\left(-\frac{11}{8}\right)\times\frac{4}{11}+1$

$=-\frac{1}{2}+1=\frac{1}{2}$

답 $\frac{1}{2}$

32 $2\bigstar\left(-\frac{1}{2}\right)=\left\{2+\left(-\frac{1}{2}\right)\right\}\times2^2\div\left(-\frac{1}{2}\right)$

$=\frac{3}{2}\times4\times(-2)=-12$

$\therefore \left\{2\bigstar\left(-\frac{1}{2}\right)\right\}\bigstar\frac{9}{2}$

$=(-12)\bigstar\frac{9}{2}=\left(-12+\frac{9}{2}\right)\times(-12)^2\div\frac{9}{2}$

$=\left(-\frac{15}{2}\right)\times144\times\frac{2}{9}=-240$ 답 -240

33 n이 홀수이므로 $n+2$, $n+4$, $n+6$은 홀수이다.

$\therefore (-1)^n+(-1)^{n+2}+(-1)^{n+4}+(-1)^{n+6}$

$=(-1)+(-1)+(-1)+(-1)$

$=-4$ 답 ①

34 $(-1)^{100}\times(-1)^{101}\times(-1)^{102}\times(-1)^n$

$=(+1)\times(-1)\times(+1)\times(-1)^n=-1$

이므로 $(-1)^n=1$

따라서 n은 짝수이므로 $n+1$은 홀수이다.

$\therefore (-1)^{n+1}-(-1)^n=(-1)-(+1)$

$=-2$ 답 -2

35 조건 (나)에서 $|b|=6$이므로

$b=6$ 또는 $b=-6$

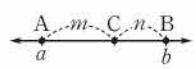
그런데 조건 (가)에서 $b>0$이므로 $b=6$

또 조건 (나)에서 $|c-2|=4$이므로

$c=6$ 또는 $c=-2$

Q BOX

$b=0$이면 $b=c$가 되어 주어진 조건을 만족시키지 않는다.



점 C가 두 점 A, B 사이의 거리를 $m:n$으로 나누는 점일 때

① 두 점 A, B 사이의 거리 ➡ $b-a$

② 두 점 A, C 사이의 거리

➡ $(b-a)\times\frac{m}{m+n}$

③ 점 C가 나타내는 수

➡ $a+(b-a)\times\frac{m}{m+n}$

$(-1)^{짝수}=1$,

$(-1)^{홀수}=-1$

그런데 조건 (가)에서 $c<0$이므로 $c=-2$

조건 (다)에서 $a-b-c=-2$이므로

$a-6-(-2)=-2$ $\therefore a=2$

$\therefore a\times b\times c=2\times6\times(-2)=-24$ 답 -24

36 조건 (나)에서 c는 절댓값이 가장 작은 정수이므로

$c=0$

조건 (라)에서 $4\le|a|<5$이고 a는 정수이므로

$|a|=4$ $\therefore a=4$ 또는 $a=-4$

그런데 조건 (가)에서 a는 -4보다 크므로

$a=4$

또 조건 (다)에서 $|a-b|=|a-c|$이므로

$|4-b|=4$ $\therefore b=8\ (\because b\ne c)$

$\therefore a+b-c=4+8-0=12$ 답 12

37 조건 (가)에서 한 수는 음수이고, 두 수는 양수이므로 $a+b-c$의 값이 가장 크려면 c가 음수이어야 한다.

$\therefore a>0,\ b>0,\ c<0$

이때 $24=2^3\times3$이므로 조건 (나), (다)에서 주어진 조건을 만족시키는 경우는 다음과 같다.

(ⅰ) $|a|\times|b|\times|c|=2\times2\times6$일 때,

$c=-2$ 또는 $c=-6$이므로

$a+b-c=2+2+6=10$

(ⅱ) $|a|\times|b|\times|c|=2\times3\times4$일 때,

$c=-2$ 또는 $c=-3$ 또는 $c=-4$이므로

$a+b-c=2+3+4=9$

(ⅰ), (ⅱ)에서 $a+b-c$의 값 중 가장 큰 수는 10이다.

답 10

38 두 점 A, B 사이의 거리는

$\frac{3}{2}-\left(-\frac{5}{3}\right)=\frac{19}{6}$

두 점 A, M 사이의 거리는 $\frac{19}{6}\times\frac{1}{2}=\frac{19}{12}$

두 점 A, N 사이의 거리는 $\frac{19}{6}\times\frac{3}{5}=\frac{19}{10}$

따라서 두 점 M, N 사이의 거리는

$\frac{19}{10}-\frac{19}{12}=\frac{19}{60}$ 답 $\frac{19}{60}$

39 주어진 수직선에서 작은 눈금 사이의 간격이 $\frac{1}{3}$이므로

$a=-4-\frac{1}{3}=-\frac{13}{3}$, $b=-2-\frac{2}{3}=-\frac{8}{3}$,

$c=1+\frac{2}{3}=\frac{5}{3}$, $d=3+\frac{1}{3}=\frac{10}{3}$

$\therefore (-a)+b\div(-c)\times(a+d)-c$

$=\frac{13}{3}+\left(-\frac{8}{3}\right)\div\left(-\frac{5}{3}\right)\times\left(-\frac{13}{3}+\frac{10}{3}\right)-\frac{5}{3}$

$=\frac{13}{3}+\left(-\frac{8}{3}\right)\times\left(-\frac{3}{5}\right)\times(-1)-\frac{5}{3}$

$=\frac{13}{3}+\left(-\frac{8}{5}\right)-\frac{5}{3}=\frac{16}{15}$ 답 ③

40 두 점 A, B 사이의 거리는 $3-(-2)=5$

두 점 A, P 사이의 거리는 $5\times\frac{1}{3}=\frac{5}{3}$

따라서 $p=-2+\frac{5}{3}=-\frac{1}{3}$, $q=-\frac{1}{3}+\frac{5}{3}=\frac{4}{3}$이므로 $p+q=-\frac{1}{3}+\frac{4}{3}=1$

답 ①

41 갑은 7번 이기고 5번 졌으므로 갑의 위치는

$7\times(+3)+5\times(-2)=21+(-10)=11$

을은 5번 이기고 7번 졌으므로 을의 위치는

$5\times(+3)+7\times(-2)=15+(-14)=1$

답 갑: 11, 을: 1

42 (i) 앞면이 4회 나올 때의 위치는

$4\times\left(+\frac{2}{3}\right)=\frac{8}{3}$

(ii) 앞면이 3회, 뒷면이 1회 나올 때의 위치는

$3\times\left(+\frac{2}{3}\right)+1\times\left(-\frac{3}{2}\right)=(+2)+\left(-\frac{3}{2}\right)$

$=\frac{1}{2}$

(iii) 앞면이 2회, 뒷면이 2회 나올 때의 위치는

$2\times\left(+\frac{2}{3}\right)+2\times\left(-\frac{3}{2}\right)=\left(+\frac{4}{3}\right)+(-3)$

$=-\frac{5}{3}$

(iv) 앞면이 1회, 뒷면이 3회 나올 때의 위치는

$1\times\left(+\frac{2}{3}\right)+3\times\left(-\frac{3}{2}\right)=\left(+\frac{2}{3}\right)+\left(-\frac{9}{2}\right)$

$=-\frac{23}{6}$

(v) 뒷면이 4회 나올 때의 위치는

$4\times\left(-\frac{3}{2}\right)=-6$

이상에서 동전을 4회 던졌을 때의 위치가 될 수 없는 것은 ②이다.

답 ②

고난도 Training

W 35쪽

01 $\frac{1}{50}\times(-1)+\frac{2}{50}\times(-1)^2+\frac{3}{50}\times(-1)^3$

$+\cdots+\frac{49}{50}\times(-1)^{49}+1\times(-1)^{50}$

$=\left(-\frac{1}{50}\right)+\frac{2}{50}+\left(-\frac{3}{50}\right)+\cdots+\left(-\frac{49}{50}\right)+1$

$=\left\{\left(-\frac{1}{50}\right)+\frac{2}{50}\right\}+\left\{\left(-\frac{3}{50}\right)+\frac{4}{50}\right\}$

$+\cdots+\left\{\left(-\frac{49}{50}\right)+\frac{50}{50}\right\}$

$=\frac{1}{50}\times 25=\frac{1}{2}$

답 $\frac{1}{2}$

앞에서부터 차례대로 2개씩 묶으면 합이 $\frac{1}{50}$인 수가 25개 나온다.

02 주어진 전개도로 정육면체를 만들면 a가 적힌 면과 2.2가 적힌 면, b가 적힌 면과 $\frac{5}{2}$가 적힌 면, $-\frac{1}{4}$이 적힌 면과 c가 적힌 면이 마주 본다.

a는 $2.2=\frac{11}{5}$의 역수이므로 $a=\frac{5}{11}$

b는 $\frac{5}{2}$의 역수이므로 $b=\frac{2}{5}$

c는 $-\frac{1}{4}$의 역수이므로 $c=-4$

역수를 구할 때 부호는 바뀌지 않음에 주의한다.

$\therefore a\times b+c=\frac{5}{11}\times\frac{2}{5}+(-4)$

$=\frac{2}{11}+\left(-\frac{44}{11}\right)=-\frac{42}{11}$

답 $-\frac{42}{11}$

03 $a>0$, $b<0$, $a+b<0$이므로 $|a|<|b|$

또 a, $a-b$는 양수이고 b, $-a$, $b-a$는 음수이다.

(양수)−(음수) ➡ (양수)

$b<0$이므로 $a<a-b$

$|a|<|b|$이므로 $b<-a$

$a>0$이므로 $b-a<b$

따라서 $b-a<b<-a<0<a<a-b$이므로 작은 것부터 차례대로 나열하면

$b-a,\ b,\ -a,\ a,\ a-b$

답 $b-a,\ b,\ -a,\ a,\ a-b$

04 수직선에서 $\frac{7}{5}$과 $-\frac{5}{2}$를 나타내는 두 점 사이의 거리는

$\frac{7}{5}-\left(-\frac{5}{2}\right)=\frac{7}{5}+\left(+\frac{5}{2}\right)=\frac{39}{10}$

$\therefore \frac{7}{5}\diamond\left(-\frac{5}{2}\right)=-\frac{5}{2}+\frac{39}{10}\times\frac{1}{2}$

$=-\frac{5}{2}+\frac{39}{20}=-\frac{11}{20}$

수직선에서 -2.3과 $-\frac{11}{20}$을 나타내는 두 점 사이의 거리는

$-\frac{11}{20}-(-2.3)=-\frac{11}{20}+\left(+\frac{23}{10}\right)=\frac{7}{4}$

$\therefore (-2.3)\diamond\left\{\frac{7}{5}\diamond\left(-\frac{5}{2}\right)\right\}$

$=(-2.3)\diamond\left(-\frac{11}{20}\right)$

$=-2.3+\frac{7}{4}\times\frac{1}{2}$

$=-\frac{23}{10}+\frac{7}{8}=-\frac{57}{40}$

답 $-\frac{57}{40}$

W 03 유리수의 계산

04 문자의 사용과 식

Lecture 07 문자의 사용

W 36쪽

01 $(x-y)\times x\times 0.1=0.1x(x-y)$

답 $0.1x(x-y)$

> $0.1\times x$는 $0.x$로 쓰지 않고 $0.1x$로 쓴다.

02 $5\div a+(b-c)\div\left(-\dfrac{1}{3}\right)=5\times\dfrac{1}{a}+(b-c)\times(-3)$

$=\dfrac{5}{a}-3(b-c)$

답 ④

> 나눗셈 기호의 생략
> ➡ 나눗셈 기호를 생략하고 분수 꼴로 나타내거나 나눗셈을 역수의 곱셈으로 바꾼 후 곱셈 기호를 생략한다.

03 ① $x\times z\div y=x\times z\times\dfrac{1}{y}=\dfrac{xz}{y}$

② $x\div y\times z=x\times\dfrac{1}{y}\times z=\dfrac{xz}{y}$

③ $x\div(y\div z)=x\div\dfrac{y}{z}=x\times\dfrac{z}{y}=\dfrac{xz}{y}$

④ $x\div\left(y\times\dfrac{1}{z}\right)=x\div\dfrac{y}{z}=x\times\dfrac{z}{y}=\dfrac{xz}{y}$

⑤ $x\div\left(z\times\dfrac{1}{y}\right)=x\div\dfrac{z}{y}=x\times\dfrac{y}{z}=\dfrac{xy}{z}$

답 ⑤

04 ① $4\div a\times b=4\times\dfrac{1}{a}\times b=\dfrac{4b}{a}$

② $x\div z\times 7\div y=x\times\dfrac{1}{z}\times 7\times\dfrac{1}{y}=\dfrac{7x}{yz}$

③ $(a+b)\div c\times(-2)=(a+b)\times\dfrac{1}{c}\times(-2)$

$=-\dfrac{2(a+b)}{c}$

④ $x\times x\times 8\times x+y\div 10=8x^3+y\times\dfrac{1}{10}$

$=8x^3+\dfrac{y}{10}$

⑤ $(a-b)\div\dfrac{1}{3}-a\times a\times 0.1=(a-b)\times 3-0.1a^2$

$=3(a-b)-0.1a^2$

답 ③

05 ④ $\left(4x+\dfrac{y}{3}\right)$원

답 ④

Q쌤 보충학습

문자를 사용하여 식을 세울 때는 적절한 단위를 이용하여 나타낸다. 이때 단위가 다른 경우에는 다음을 이용하여 반드시 단위를 통일하여 나타낸다.

① a m$=100a$ cm$=1000a$ mm, b kg$=1000b$ g

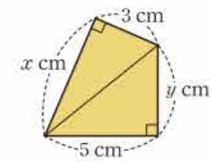
② a시간$=60a$분, b분$=60b$초

06 남성 고객 수가 $a\times\dfrac{b}{100}=\dfrac{ab}{100}$이므로 여성 고객 수는

$a-\dfrac{ab}{100}$

답 ⑤

07 오른쪽 그림에서 주어진 사각형의 넓이는



$\dfrac{1}{2}\times x\times 3+\dfrac{1}{2}\times 5\times y$

$=\dfrac{3}{2}x+\dfrac{5}{2}y\ (\text{cm}^2)$

답 $\left(\dfrac{3}{2}x+\dfrac{5}{2}y\right)\text{cm}^2$

> 생각 톡
> 주어진 사각형을 두 개의 삼각형으로 나누어 생각한다.

08 두부 1 g에 들어 있는 마그네슘의 양은

$\dfrac{40}{100}=\dfrac{2}{5}$ (mg)

이므로 두부 a g에 들어 있는 마그네슘의 양은

$\dfrac{2}{5}\times a=\dfrac{2}{5}a$ (mg)

멸치 1 g에 들어 있는 마그네슘의 양은

$\dfrac{500}{100}=5$ (mg)

이므로 멸치 b g에 들어 있는 마그네슘의 양은

$5\times b=5b$ (mg)

따라서 해성이가 두부 a g과 멸치 b g을 섭취했을 때, 섭취한 마그네슘의 양은

$\left(\dfrac{2}{5}a+5b\right)$ mg

답 $\left(\dfrac{2}{5}a+5b\right)$ mg

09 x시간 동안 걸어간 거리는

$4\times x=4x$ (km)

학교와 도서관 사이의 거리가 15 km이므로 도서관까지 남은 거리는

$(15-4x)$ km

답 $(15-4x)$ km

> (거리)
> =(속력)×(시간)

10 출발점에서 3 km까지 시속 x km로 가는 데 걸린 시간은

$\dfrac{3}{x}$시간

남은 거리는 $5-3=2$ (km)이므로 시속 y km로 결승점까지 가는 데 걸린 시간은

$\dfrac{2}{y}$시간

따라서 완주하는 데 걸린 시간은

$\left(\dfrac{3}{x}+\dfrac{2}{y}\right)$시간

답 $\left(\dfrac{3}{x}+\dfrac{2}{y}\right)$시간

11 농도가 a %인 설탕물 300 g에 들어 있는 설탕의 양은

$\dfrac{a}{100}\times 300=3a$ (g)

농도가 6 %인 설탕물 b g에 들어 있는 설탕의 양은

$\dfrac{6}{100}\times b=\dfrac{3}{50}b$ (g)

따라서 구하는 설탕의 양은

$\left(3a+\dfrac{3}{50}b\right)$g

답 $\left(3a+\dfrac{3}{50}b\right)$g

> (설탕의 양)
> $=\dfrac{(\text{설탕물의 농도})}{100}$
> ×(설탕물의 양)

12 농도가 3 %인 소금물 200 g에 들어 있는 소금의 양은

$\frac{3}{100}\times200=6\,(\mathrm{g})$

이므로 새로 만든 소금물에 들어 있는 소금의 양은

$(6+x)\,\mathrm{g}$

따라서 구하는 소금물의 농도는

$\frac{6+x}{200+x}\times100=\frac{600+100x}{200+x}\ (\%)$

답 $\frac{600+100x}{200+x}$ %

13 ① $x-2=-2-2=-4$

② $5x+6=5\times(-2)+6=-10+6=-4$

③ $-x^2=-(-2)^2=-4$

④ $x^2-8=(-2)^2-8=4-8=-4$

⑤ $-\frac{1}{2}x^3=-\frac{1}{2}\times(-2)^3=-\frac{1}{2}\times(-8)=4$

답 ⑤

14 $\frac{5}{a}+\frac{2}{b}=5\div a+2\div b=5\div\frac{1}{2}+2\div\left(-\frac{1}{5}\right)$

$=5\times2+2\times(-5)$

$=10-10=0$

답 ③

분모에 분수를 대입할 때는 생략된 나눗셈 기호를 다시 쓴다.

15 $\frac{2}{x}-\frac{3}{y}+\frac{4}{z}=2\div x-3\div y+4\div z$

$=2\div\frac{1}{3}-3\div\left(-\frac{1}{4}\right)+4\div\left(-\frac{1}{6}\right)$

$=2\times3-3\times(-4)+4\times(-6)$

$=6+12-24=-6$

답 -6

16 $A=(-4)^2+2\times3^2=16+18=34$

$B=3\times(-4)^2-(-4)\times3+3=48+12+3=63$

$\therefore B-A=63-34=29$

답 29

17 $50t-5t^2$에 $t=4$를 대입하면

$50\times4-5\times4^2=200-80=120$

따라서 물체의 4초 후의 높이는 120 m이다.

답 ③

18 (1) 줄어든 양초의 길이는

$a\times b=ab\ (\mathrm{cm})$

처음 양초의 길이가 20 cm이므로 남은 양초의 길이는

$(20-ab)\ \mathrm{cm}$

(2) $20-ab$에 $a=0.3$, $b=20$을 대입하면

$20-0.3\times20=20-6=14$

따라서 남은 양초의 길이는 14 cm이다.

답 (1) $(20-ab)$ cm (2) 14 cm

19 (1) 1 g당 탄수화물, 단백질, 지방이 각각 4 kcal, 4 kcal, 9 kcal의 열량을 내므로 혜진이가 얻은 열량은

$4\times50+4\times a+9\times b=4a+9b+200\ (\mathrm{kcal})$

(2) $4a+9b+200$에 $a=15$, $b=8$을 대입하면

$4\times15+9\times8+200=332$

따라서 혜진이가 얻은 열량은 332 kcal이다.

답 (1) $(4a+9b+200)$ kcal (2) 332 kcal

20 (1) 꽃밭은 가로의 길이, 세로의 길이가 각각 85 m, $(60-x)$ m인 직사각형이므로 꽃밭의 넓이는

$100-15=85\ (\mathrm{m})$

$85\times(60-x)=85(60-x)\ (\mathrm{m}^2)$

(2) $85(60-x)$에 $x=20$을 대입하면

$85\times(60-20)=85\times40=3400$

따라서 꽃밭의 넓이는 3400 m^2이다.

답 (1) $85(60-x)\ \mathrm{m}^2$ (2) 3400 m^2

21 $|a|=|b|=3$이고 $a<b$이므로

$a=-3,\ b=3$

$\therefore 2ab-\frac{a^2}{b}+5=2\times(-3)\times3-\frac{(-3)^2}{3}+5$

$=-18-3+5$

$=-16$

답 -16

22 두 정수 a, b에 대하여 $ab=-5$이므로

$a=5,\ b=-1$ 또는 $a=1,\ b=-5$

또는 $a=-1,\ b=5$ 또는 $a=-5,\ b=1$

(i) $a=5$, $b=-1$일 때,

$a-3ab+b=5-3\times(-5)+(-1)$

$ab=-5$

$=5+15-1=19$

(ii) $a=1$, $b=-5$일 때,

$a-3ab+b=1-3\times(-5)+(-5)$

$=1+15-5=11$

(iii) $a=-1$, $b=5$일 때,

$a-3ab+b=-1-3\times(-5)+5$

$=-1+15+5=19$

(iv) $a=-5$, $b=1$일 때,

$a-3ab+b=-5-3\times(-5)+1$

$=-5+15+1=11$

이상에서 $a-3ab+b$의 값이 될 수 있는 것은 11, 19이다.

답 ①, ⑤

23 (1) 정사각형을 1개, 2개, 3개, ⋯ 만드는 데 필요한 빨대의 개수는 각각

$4,\ 4+3\times1,\ 4+3\times2,\ \cdots$

따라서 정사각형을 n개 만드는 데 필요한 빨대의 개수는

$4+3\times(n-1)=3(n-1)+4$

(2) $3(n-1)+4$에 $n=24$를 대입하면

$3\times(24-1)+4=73$

따라서 정사각형을 24개 만드는 데 필요한 빨대의 개수는 73이다.

답 (1) $3(n-1)+4$ (2) 73

24 (1) 각 단계의 선의 길이의 합을 구하면

[1단계] 1×2

[2단계] $1\times2+2\times2=2\times3$

[3단계] $1\times2+2\times2+3\times2=2\times3+3\times2$
$=3\times4$

⋮

따라서 [n단계]의 선의 길이의 합은

$n(n+1)$

(2) $n(n+1)$에 $n=9$를 대입하면

$9\times(9+1)=90$

따라서 [9단계]의 선의 길이의 합은 90이다.

답 (1) $n(n+1)$ (2) 90

Lecture 08 일차식의 계산

40쪽

01 단항식은 -1, $\frac{x}{3}$, xy^3의 3개이다. 답 ③

02 ③ 다항식의 차수가 2이므로 일차식이 아니다.
④ 분모에 문자가 포함된 식이므로 다항식이 아니다.

답 ③, ④

03 ① 항이 2개이므로 단항식이 아니다.
② 항은 $-6x^2$, x, 2의 3개이다.
③ 다항식의 차수는 3이다.
⑤ x^2의 계수는 $-\frac{1}{2}$이다.

답 ④

04 주어진 다항식에서 항의 개수는 3, x^3의 계수는 $\frac{1}{4}$, 상수항은 -2이므로

$a=3,\ b=\frac{1}{4},\ c=-2$

$\therefore abc=3\times\frac{1}{4}\times(-2)=-\frac{3}{2}$ 답 $-\frac{3}{2}$

05 (ㄱ) 상수항은 일차식이 아니다.
(ㄴ) 분모에 문자가 포함된 식이므로 다항식이 아니다.
(ㄹ) 다항식의 차수가 2이므로 일차식이 아니다.
(ㅂ) $0\times x^2-x+3=-x+3$은 일차식이다.
이상에서 일차식인 것은 (ㄷ), (ㅁ), (ㅂ)이다. 답 ④

06 $\left(-\frac{3}{2}\right)\times(-9x+5)=\frac{27}{2}x-\frac{15}{2}$

따라서 $a=\frac{27}{2}$, $b=-\frac{15}{2}$이므로

$a-b=\frac{27}{2}-\left(-\frac{15}{2}\right)=21$ 답 21

BOX

단항식은 다항식 중에서 한 개의 항으로만 이루어진 식이다.

상수항은 모두 동류항이다.

계수를 구할 때 부호를 빠뜨리지 않도록 주의한다.

$-5<-4<-2$
$<-1<-\frac{5}{6}$

07 ① $\frac{2}{3}(-3x+2)=-2x+\frac{4}{3}$이므로 x의 계수는 -2

② $-2\left(\frac{1}{2}x-7\right)=-x+14$이므로 x의 계수는 -1

③ $(-6x+15)\div\frac{3}{2}=(-6x+15)\times\frac{2}{3}=-4x+10$
이므로 x의 계수는 -4

④ $\frac{10-25x}{5}=-5x+2$이므로 x의 계수는 -5

⑤ $\left(\frac{5}{8}x-\frac{5}{6}\right)\div\left(-\frac{3}{4}\right)=\left(\frac{5}{8}x-\frac{5}{6}\right)\times\left(-\frac{4}{3}\right)$
$=-\frac{5}{6}x+\frac{10}{9}$
이므로 x의 계수는 $-\frac{5}{6}$

따라서 x의 계수가 가장 큰 것은 ⑤이다. 답 ⑤

08 $\left(\frac{x}{3}+\frac{3}{2}y-1\right)\div\frac{1}{6}=\left(\frac{x}{3}+\frac{3}{2}y-1\right)\times6$
$=2x+9y-6$

답 $2x+9y-6$

09 $-3a$와 동류항인 것은 $\frac{1}{3}a$, $7a$의 2개이다. 답 2

10 (ㄱ) 2는 상수항이고, $2a$는 일차항이다.
(ㄷ) 문자가 다르다.
(ㄹ) $\frac{1}{y}$은 다항식이 아니다.
이상에서 동류항끼리 짝 지어진 것은 (ㄴ), (ㅁ), (ㅂ)이다.

답 ⑤

11 ② $5(3+2x)-3(2-x)=15+10x-6+3x$
$=13x+9$

③ $-4\left(4x-\frac{1}{2}\right)+2(1-3x)=-16x+2+2-6x$
$=-22x+4$

④ $\frac{1}{9}(18-9x)-\frac{1}{2}(10x+6)=2-x-5x-3$
$=-6x-1$

⑤ $\frac{1}{5}(10-5x)+\frac{3}{4}(8x-1)=2-x+6x-\frac{3}{4}$
$=5x+\frac{5}{4}$

답 ⑤

12 $4(3x-2)-(10x+6)\div\left(-\frac{2}{3}\right)$
$=12x-8-(10x+6)\times\left(-\frac{3}{2}\right)$
$=12x-8-(-15x-9)$
$=12x-8+15x+9$
$=27x+1$ 답 $27x+1$

13 $3(a-1)-\left[a-\left\{5-\frac{1}{2}(2a+8)\right\}\right]$
$=3a-3-\{a-(5-a-4)\}$
$=3a-3-\{a-(1-a)\}$
$=3a-3-(a-1+a)$
$=3a-3-(2a-1)$
$=3a-3-2a+1$
$=a-2$ 답 $a-2$

분수 꼴인 일차식의 덧셈, 뺄셈
➡ 분모의 최소공배수로 통분하여 계산한다.

14 $\frac{3(x-1)}{2}-\frac{1-x}{5}=\frac{3x-3}{2}-\frac{1-x}{5}$
$=\frac{3}{2}x-\frac{3}{2}-\frac{1}{5}+\frac{1}{5}x$
$=\frac{15}{10}x+\frac{2}{10}x-\frac{15}{10}-\frac{2}{10}$
$=\frac{17}{10}x-\frac{17}{10}$
따라서 x의 계수는 $\frac{17}{10}$, 상수항은 $-\frac{17}{10}$이므로 구하는 합은
$\frac{17}{10}+\left(-\frac{17}{10}\right)=0$ 답 0

15 $\frac{1}{2}(2x+6)-3\{5+x-4(x-2)\}$
$=x+3-3(5+x-4x+8)$
$=x+3-3(-3x+13)$
$=x+3+9x-39$
$=10x-36$
따라서 $a=10$, $b=-36$이므로
$a-b=10-(-36)=46$ 답 ⑤

16 $\frac{4-x}{3}-0.4(x-3)=\frac{4-x}{3}-\frac{2}{5}(x-3)$
$=\frac{4}{3}-\frac{1}{3}x-\frac{2}{5}x+\frac{6}{5}$
$=-\frac{5}{15}x-\frac{6}{15}x+\frac{20}{15}+\frac{18}{15}$
$=-\frac{11}{15}x+\frac{38}{15}$
따라서 $a=-\frac{11}{15}$, $b=\frac{38}{15}$이므로
$3a+b=3\times\left(-\frac{11}{15}\right)+\frac{38}{15}=\frac{1}{3}$ 답 $\frac{1}{3}$

17 $\frac{x}{4}-\frac{2x-1}{3}-\frac{2x+3}{8}$
$=\frac{1}{4}x-\frac{2}{3}x+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}x-\frac{3}{8}$
$=-\frac{2}{3}x+\frac{8}{24}-\frac{9}{24}$
$=-\frac{2}{3}x-\frac{1}{24}$ 답 ④

문자에 일차식을 대입할 때는 괄호를 사용한다.

18 $4A-6B=4\left(\frac{1}{2}x-5\right)-6\left(3-\frac{1}{3}x\right)$
$=2x-20-18+2x$
$=4x-38$ 답 $4x-38$

19 $-6A+5B=-6(x-2y)+5(3x-5y)$
$=-6x+12y+15x-25y$
$=9x-13y$
따라서 $a=9$, $b=-13$이므로
$a+b=9+(-13)=-4$ 답 ③

20 $2(A-B)-(A+B)=2A-2B-A-B$
$=A-3B$
$=-3x+2y-3(-x-y)$
$=-3x+2y+3x+3y$
$=5y$ 답 ④

$A-\boxed{}=B$
➡ $\boxed{}=A-B$

21 $8x+5-(\boxed{})=3(x-1)$에서
$\boxed{}=8x+5-3(x-1)$
$=8x+5-3x+3$
$=5x+8$ 답 ⑤

22 어떤 다항식을 $\boxed{}$라 하면
$\boxed{}+(9x-2)=4x+5$
$\therefore \boxed{}=4x+5-(9x-2)$
$=4x+5-9x+2$
$=-5x+7$
따라서 구하는 식은
$-5x+7+(2x+3)=-3x+10$
답 $-3x+10$

23 조건 ㈎에서 $A+(-5x+3)=-2x+7$이므로
$A=-2x+7-(-5x+3)$
$=-2x+7+5x-3$
$=3x+4$
조건 ㈏에서 $B-(3x-1)=x-6$이므로
$B=x-6+(3x-1)$
$=4x-7$
$\therefore A+B=3x+4+4x-7$
$=7x-3$ 답 $7x-3$

x에 대한 일차식
➡ $ax+b\ (a\neq0)$

24 $(2-a)x^2+bx-1-6x+5$
$=(2-a)x^2+(b-6)x+4$
이 식이 x에 대한 일차식이 되려면
$2-a=0$, $b-6\neq0$
$\therefore a=2$, $b\neq6$ 답 $a=2$, $b\neq6$

25 $(k+3)x^2+7x-5-x-k$
$=(k+3)x^2+6x-5-k$
이 식이 x에 대한 일차식이 되려면
$k+3=0$ $\therefore k=-3$
따라서 주어진 식은 $6x-2$이므로 상수항은 -2이다.
답 ④

26 $A+B=(a+2)x^2-2x+5+x-a$

$\quad\quad=(a+2)x^2-x+5-a$

이 식이 x에 대한 일차식이 되려면

$a+2=0 \quad \therefore a=-2$

즉 $A+B=-x+7$이므로 상수항은 $\quad 7$

따라서 구하는 곱은

$7\times(-2)=-14$ 답 -14

27 어떤 다항식을 $\boxed{}$라 하면

$3x-4y-(\boxed{})=-x+7y$

$\therefore \boxed{}=3x-4y-(-x+7y)$

$=3x-4y+x-7y=4x-11y$

따라서 바르게 계산한 식은

$3x-4y+(4x-11y)=7x-15y$ 답 $7x-15y$

28 어떤 다항식을 $\boxed{}$라 하면

$\boxed{}+(5x-y+3)=-2x+6y-1$

$\therefore \boxed{}=-2x+6y-1-(5x-y+3)$

$=-2x+6y-1-5x+y-3$

$=-7x+7y-4$

따라서 바르게 계산한 식은

$-7x+7y-4-(5x-y+3)$

$=-7x+7y-4-5x+y-3$

$=-12x+8y-7$

이때 x의 계수는 -12, y의 계수는 8이므로 구하는 합은

$(-12)+8=-4$ 답 ①

29 $(6x-5)+(2x-1)+(-2x+3)=6x-3$이므로

$(-x)+(2x-1)+B=6x-3$에서

$x-1+B=6x-3$

$\therefore B=6x-3-(x-1)$

$=6x-3-x+1=5x-2$

$(-x)+A=(-2x+3)+B$에서

$-x+A=-2x+3+5x-2$

$-x+A=3x+1$

$\therefore A=3x+1-(-x)$

$=3x+1+x=4x+1$

$\therefore A+B=4x+1+(5x-2)$

$=9x-1$ 답 $9x-1$

Q쌤 한마디

오른쪽 표에서 세 식 $-x$, A, X의 합과 세 식 X, $-2x+3$, B의 합이 같으므로

$-x$	$6x-5$	
A	$2x-1$	
X	$-2x+3$	B

$(-x)+A+X=X+(-2x+3)+B$,

즉 $(-x)+A=(-2x+3)+B$

임을 알 수 있습니다.

BOX

$(-1)^{짝수}=1$

$(-1)^{홀수}=-1$

생각 톡

다항식이 모두 놓인 줄의 식을 더한 후 A, B를 포함한 줄을 찾아 식을 세운다.

30 $x-7+A=4x-3$이므로

$A=4x-3-(x-7)$

$=4x-3-x+7$

$=3x+4$

$A+B=-2x+5$이므로

$3x+4+B=-2x+5$

$\therefore B=-2x+5-(3x+4)$

$=-2x+5-3x-4$

$=-5x+1$

$C=4x-3+(-2x+5)=2x+2$이므로

$A-B+C=3x+4-(-5x+1)+2x+2$

$=3x+4+5x-1+2x+2$

$=10x+5$ 답 $10x+5$

31 n이 홀수일 때, $n+1$은 짝수이므로

$(-1)^n=-1$, $(-1)^{n+1}=1$

$\therefore (-1)^n(x+3)+(-1)^{n+1}(3x-2)$

$=-(x+3)+(3x-2)$

$=-x-3+3x-2$

$=2x-5$ 답 $2x-5$

32 n이 자연수일 때, $2n-1$은 홀수, $2n$은 짝수이므로

$(-1)^{2n-1}=-1$, $(-1)^{2n}=1$

$\therefore (-1)^{2n-1}(3x+2)-(-1)^{2n}(5x-7)$

$=-(3x+2)-(5x-7)$

$=-3x-2-5x+7$

$=-8x+5$ 답 $-8x+5$

33 어른 $(3x-1)$명, 어린이 $(2x+7)$명이 입장했으므로 지난주 이 박물관 입장료의 총액은

$6000(3x-1)+4000\times x+1000(2x+7)$

$=18000x-6000+4000x+2000x+7000$

$=24000x+1000$(원)

답 $(24000x+1000)$원

34 (1) A 음식점에서 내야 하는 금액은

$\left(x+\frac{20}{100}x\right)-\frac{20}{100}\left(x+\frac{20}{100}x\right)$

$=\frac{120}{100}x-\frac{24}{100}x=\frac{24}{25}x$(원)

B 음식점에서 내야 하는 금액은

$\left(x-\frac{20}{100}x\right)+\frac{20}{100}\left(x-\frac{20}{100}x\right)$

$=\frac{80}{100}x+\frac{16}{100}x=\frac{24}{25}x$(원)

(2) 두 음식점 A, B에서 내야 하는 금액은 같다.

답 (1) A: $\frac{24}{25}x$원, B: $\frac{24}{25}x$원 (2) 같다.

35 (색칠한 부분의 둘레의 길이)

$=4r\times3.14+2r\times3.14+\frac{1}{2}\times6r\times3.14+4r+2r$

$=12.56r+6.28r+9.42r+4r+2r$

$=34.26r$ 답 $34.26r$

(원의 둘레의 길이) =(지름의 길이)×3.14

36 직사각형의 넓이는

$(3x+8)\times10=30x+80$

색칠하지 않은 삼각형 4개의 넓이의 합은

$\frac{1}{2}\times3x\times4+\frac{1}{2}\times8\times6$

$+\frac{1}{2}\times(3x+6)\times4+\frac{1}{2}\times2\times6$

$=6x+24+2(3x+6)+6$

$=6x+24+6x+12+6$

$=12x+42$

따라서 색칠한 부분의 넓이는

$30x+80-(12x+42)=30x+80-12x-42$

$=18x+38$

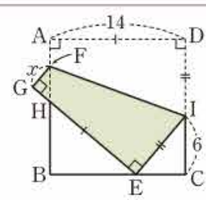
이므로 $a=18$, $b=38$

$\therefore b-a=38-18=20$ 답 ②

(색칠한 부분의 넓이) =(직사각형의 넓이) −(색칠하지 않은 삼각형 4개의 넓이의 합)

$(3x+8)-2=3x+6$

37 색칠한 부분, 즉 사각형 GFIE는 사각형 AFID와 합동이므로 사다리꼴이다.



이때 정사각형 ABCD의 한 변의 길이가 14이므로

(선분 EI의 길이)

=(선분 DI의 길이)

$=14-6=8$,

(선분 FG의 길이)$=x$,

(선분 GE의 길이)=(선분 AD의 길이)$=14$

따라서 구하는 넓이는

$\frac{1}{2}\times(8+x)\times14=7(8+x)=7x+56$

답 $7x+56$

생각 톡 색칠한 부분과 합동인 도형을 찾아 각 변의 길이를 구한다.

고난도 Training

L 46쪽

01 $\frac{-2y^n}{x}-\frac{-2^2y^{2n}}{x^2}+\frac{-2^3y^{n+1}}{x^3}$

$=\frac{-2\times(-1)^n}{-2}-\frac{-2^2\times(-1)^{2n}}{(-2)^2}+\frac{-2^3\times(-1)^{n+1}}{(-2)^3}$

$=(-1)^n+(-1)^{2n}+(-1)^{n+1}$

(i) n이 홀수일 때,

$2n$, $n+1$은 모두 짝수이므로

$(-1)^n=-1$, $(-1)^{2n}=1$, $(-1)^{n+1}=1$

$\therefore (-1)^n+(-1)^{2n}+(-1)^{n+1}$

$=-1+1+1=1$

(ii) n이 짝수일 때,

$2n$은 짝수, $n+1$은 홀수이므로

$(-1)^n=1$, $(-1)^{2n}=1$, $(-1)^{n+1}=-1$

$\therefore (-1)^n+(-1)^{2n}+(-1)^{n+1}$

$=1+1+(-1)=1$

(i), (ii)에서 구하는 식의 값은 1이다. 답 1

02 $2x^2-ax-4\left[3x-\frac{1}{2}\{ax^2-(5x-2)\}\right]$

$=2x^2-ax-4\left\{3x-\frac{1}{2}(ax^2-5x+2)\right\}$

$=2x^2-ax-4\left(3x-\frac{1}{2}ax^2+\frac{5}{2}x-1\right)$

$=2x^2-ax-4\left(-\frac{1}{2}ax^2+\frac{11}{2}x-1\right)$

$=2x^2-ax+2ax^2-22x+4$

$=(2a+2)x^2-(a+22)x+4$

이 식이 x에 대한 일차식이 되려면

$2a+2=0$, $-(a+22)\neq0$

$\therefore a=-1$

$(2a+2)x^2-(a+22)x+4$에 $a=-1$을 대입하면

$-(-1+22)x+4=-21x+4$

따라서 x의 계수는 -21이다. 답 ①

03 집에서 편의점까지의 거리는

$(17x+10)-(9x+7)=17x+10-9x-7$

$=8x+3$ (km)

이므로 편의점에서 서점까지의 거리는

$(12x+5)-(8x+3)=12x+5-8x-3$

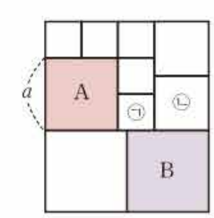
$=4x+2$ (km)

따라서 종민이가 시속 4 km로 편의점에서 서점까지 가는 데 걸린 시간은

$\frac{4x+2}{4}=x+\frac{1}{2}$ (시간) 답 $\left(x+\frac{1}{2}\right)$시간

(시간)$=\frac{(거리)}{(속력)}$

04 오른쪽 그림에서 정사각형 ㉠의 한 변의 길이는



$\frac{1}{2}\times a=\frac{1}{2}a$

이고, 정사각형 ㉡의 한 변의 길이는

$\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{2}a\times3\right)=\frac{3}{4}a$

따라서 주어진 직사각형의 가로의 길이는

$a+\frac{1}{2}a+\frac{3}{4}a=\frac{9}{4}a$

이므로 정사각형 B의 한 변의 길이는

$\frac{1}{2}\times\frac{9}{4}a=\frac{9}{8}a$ 답 $\frac{9}{8}a$

생각 톡 정사각형 ㉠의 한 변의 길이를 3배 한 것과 정사각형 ㉡의 한 변의 길이를 2배 한 것이 서로 같음을 이용한다.

05 일차방정식

Lecture 09 일차방정식

W 47쪽

01 ① $-1-1=2\times(-1)$
② $6-2\times0=0+6$
③ $3\times1-5=2\times1-4$
④ $\frac{1}{2}\times2-1\neq2$
⑤ $-(-2)+4=2\times\{1-(-2)\}$

답 ④

02 x가 절댓값이 2인 수이므로 $x=-2,\ 2$
$x=-2$를 대입하면
$5\times(-2)-6\neq-3\times(-2-1)+7$
$x=2$를 대입하면
$5\times2-6=-3\times(2-1)+7$
따라서 주어진 방정식의 해는 $x=2$이다. 답 $x=2$

03 ④ (우변)$=-2\left(1-\frac{1}{4}x\right)=\frac{1}{2}x-2$
즉 (좌변)=(우변)이므로 항등식이다.
⑤ (우변)$=4x+3-3x=x+3$
즉 (좌변)=(우변)이므로 항등식이다.

답 ④, ⑤

생각 톡
어떤 등식이 항등식임을 확인할 때는 등식의 양변을 간단히 하여 서로 같은지 확인한다.

04 x의 값에 관계없이 항상 참인 등식은 항등식이다.
⑤ (좌변)$=-(x-6)=-x+6$
(우변)$=2(3-x)+x=6-2x+x=-x+6$
즉 (좌변)=(우변)이므로 항등식이다.

답 ⑤

05 $ax+b=2(3x-5)$에서
$ax+b=6x-10$
모든 x의 값에 대하여 항상 참인 등식은 항등식이므로
$a=6,\ b=-10$
$\therefore\ a-b=6-(-10)=16$ 답 ⑤

$ax+b=cx+d$가 x에 대한 항등식
➡ $a=c,\ b=d$

06 $\frac{3}{2}=a-2,\ -\frac{1}{5}b=3$이므로
$a=\frac{7}{2},\ b=-15$
$\therefore\ 6a+b=6\times\frac{7}{2}+(-15)=6$ 답 6

07 (ㄱ) $2x=2y$의 양변을 2로 나누면 $x=y$
$x=y$의 양변에 5를 더하면 $x+5=y+5$
(ㄴ) $x+4=y+4$의 양변에서 4를 빼면 $x=y$
(ㄷ) $x-1=y-1$의 양변에 1을 더하면 $x=y$
$x=y$의 양변을 3으로 나누면 $\frac{x}{3}=\frac{y}{3}$
(ㄹ) $a\neq0$이어야 한다.
(ㅁ) $\frac{x}{3}=\frac{y}{5}$의 양변에 15를 곱하면 $5x=3y$
$5x=3y$의 양변에서 b를 빼면 $5x-b=3y-b$
이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄷ), (ㅁ)이다. 답 (ㄱ), (ㄷ), (ㅁ)

08 ① $2a=5$의 양변에 3을 더하면
$2a+3=5+3=\boxed{8}$
② $-3a=9$의 양변에서 1을 빼면
$-3a-1=9-1=\boxed{8}$
③ $\frac{a}{4}=2$의 양변에 4를 곱하면
$\frac{a}{4}\times4=2\times4\quad\therefore\ a=\boxed{8}$
④ $-\frac{5}{3}a=16$의 양변을 -2로 나누면
$-\frac{5}{3}a\div(-2)=16\div(-2)$
$\therefore\ \frac{5}{6}a=\boxed{-8}$
⑤ $5a=15$의 양변에 $\frac{2}{5}$를 곱하면
$5a\times\frac{2}{5}=15\times\frac{2}{5}\quad\therefore\ 2a=6$
$2a=6$의 양변에 2를 더하면
$2a+2=6+2=\boxed{8}$

답 ④

09 답 (가) $-3x$ (나) 4 (다) 12 (라) 4 (마) 3

10 답 ①, ②

11 ③ 5와 x를 이항하면
$3x-x=-1-5\quad\therefore\ 2x=-6$ 답 ③

12 ① $3x-10=3x-8$에서 $-2=0$
② $6(1-x)=1-6x$에서
$6-6x=1-6x\quad\therefore\ 5=0$
③ $-7x+1=1-x^2$에서 $x^2-7x=0$
④ $2x^2-3=2x^2+4x$에서 $-4x-3=0$
⑤ $9-5x=-\frac{1}{2}(10x+3)$에서
$9-5x=-5x-\frac{3}{2}\quad\therefore\ \frac{21}{2}=0$
따라서 일차방정식인 것은 ④이다. 답 ④

13 ① $3x=4500$에서 $3x-4500=0$
② $12x=60$에서 $12x-60=0$
③ $6x+2=20$에서 $6x-18=0$
④ $\frac{1}{2}\times(3x-2)\times4=4x$에서
$6x-4=4x\quad\therefore\ 2x-4=0$
⑤ $2\times\{x+(2x+1)\}=6x+2$에서
$2(3x+1)=6x+2\quad\therefore\ 0=0$
따라서 일차방정식이 아닌 것은 ⑤이다. 답 ⑤

14 ① $4x-7=-1$에서 $\quad 4x=6 \quad \therefore x=\frac{3}{2}$

② $5-3x=2x-10$에서 $\quad -5x=-15$

$\therefore x=3$

③ $13-2x=x+1$에서 $\quad -3x=-12$

$\therefore x=4$

④ $3x-6=8-4x$에서 $\quad 7x=14$

$\therefore x=2$

⑤ $-(7-4x)=3(2x-3)$에서

$-7+4x=6x-9$

$-2x=-2 \quad \therefore x=1$

따라서 해가 가장 큰 것은 ③이다. 답 ③

$1<\frac{3}{2}<2<3<4$

15 $6x-4(x+2)=-2$에서 $\quad 6x-4x-8=-2$

$2x=6 \quad \therefore x=3$

① $2x+6=3x$에서 $\quad -x=-6$

$\therefore x=6$

② $3x-8=x-14$에서 $\quad 2x=-6$

$\therefore x=-3$

③ $7+5x=4(x-1)+5$에서 $\quad 7+5x=4x+1$

$\therefore x=-6$

④ $-2(2x-1)=5(4+x)$에서

$-4x+2=20+5x$

$-9x=18 \quad \therefore x=-2$

⑤ $x+11=8-6(2-x)$에서 $\quad x+11=-4+6x$

$-5x=-15 \quad \therefore x=3$

답 ⑤

16 $10-\{x-5(1-x)\}=-9$에서

$10-(x-5+5x)=-9$

$10-6x+5=-9, \quad -6x=-24$

$\therefore x=4$ 답 $x=4$

17 양변에 6을 곱하면

$3-2(2-x)=3(x+3)$

$3-4+2x=3x+9$

$-x=10 \quad \therefore x=-10$ 답 ①

18 $0.5x-1=0.3x+0.2$의 양변에 10을 곱하면

$5x-10=3x+2$

$2x=12 \quad \therefore x=6$

$0.02(x-5)+0.66=1-0.2x$의 양변에 100을 곱하면

$2(x-5)+66=100-20x$

$2x-10+66=100-20x$

$22x=44 \quad \therefore x=2$

따라서 $a=6$, $b=2$이므로

$a-b=6-2=4$ 답 4

19 $\frac{2x-3}{7}=6-x$의 양변에 7을 곱하면

$2x-3=7(6-x), \quad 2x-3=42-7x$

$a:b=c:d$
➡ $ad=bc$

방정식의 해가 $x=p$
➡ $x=p$를 방정식에 대입하면 등식이 성립한다.

$0.5=\frac{1}{2}$이므로 양변에 2, 3의 최소공배수인 6을 곱한다.

계수가 소수인 일차방정식
➡ 양변에 10, 100, 1000, …과 같은 수를 곱한다.

$3\times\frac{1}{3}-4\times\left(\frac{1}{3}-2\right)$
$=1-4\times\left(-\frac{5}{3}\right)$
$=1+\frac{20}{3}=\frac{23}{3}$

$9x=45 \quad \therefore x=5$

$0.4(2-x)+1=0.6x$의 양변에 10을 곱하면

$4(2-x)+10=6x, \quad 8-4x+10=6x$

$-10x=-18 \quad \therefore x=\frac{9}{5}$

따라서 구하는 곱은

$5\times\frac{9}{5}=9$ 답 9

20 양변에 20을 곱하면

$3x-12=4x$

$-x=12 \quad \therefore x=-12$

따라서 $a=-12$이므로

$\frac{1}{4}a-3=\frac{1}{4}\times(-12)-3=-6$ 답 ①

21 $0.5(x-8):3=\frac{1}{5}(2x-3):5$에서

$2.5(x-8)=\frac{3}{5}(2x-3)$

양변에 10을 곱하면

$25(x-8)=6(2x-3)$

$25x-200=12x-18, \quad 13x=182$

$\therefore x=14$ 답 14

22 $x=1$을 주어진 방정식에 대입하면

$10=2(1-a), \quad 10=2-2a$

$2a=-8 \quad \therefore a=-4$ 답 -4

23 $x=-4$를 주어진 방정식에 대입하면

$-6.7=-4a+1.3, \quad 4a=8$

$\therefore a=2$ 답 ②

24 $x=-1$을 $x+5=2(x-a)$에 대입하면

$4=2(-1-a), \quad 4=-2-2a$

$2a=-6 \quad \therefore a=-3$

$x=-1$을 $\frac{1}{4}x+b=3\left(x+\frac{1}{2}\right)$에 대입하면

$-\frac{1}{4}+b=-\frac{3}{2} \quad \therefore b=-\frac{5}{4}$

$\therefore a+4b=-3+4\times\left(-\frac{5}{4}\right)=-8$ 답 -8

25 $x=\frac{1}{3}$을 $3+a(1-x)=3x-4(x-2)$에 대입하면

$3+\frac{2}{3}a=\frac{23}{3}, \quad \frac{2}{3}a=\frac{14}{3}$

$\therefore a=7$

$a=7$을 $\frac{ax-8}{2}=0.5x+5$에 대입하면

$\frac{7x-8}{2}=0.5x+5$

양변에 2를 곱하면

$7x-8=x+10, \quad 6x=18$

$\therefore x=3$ 답 $x=3$

W 05 일차방정식

26 $\frac{x}{2}-\frac{x+1}{3}=1$의 양변에 6을 곱하면

$3x-2(x+1)=6$

$3x-2x-2=6 \quad \therefore x=8$

$x=8$을 $\frac{5}{4}x-3=a$에 대입하면

$10-3=a \quad \therefore a=7$ 답 ⑤

27 $4(x+1):(-7+2x)=4:5$에서

$20(x+1)=4(-7+2x)$

$20x+20=-28+8x$

$12x=-48 \quad \therefore x=-4$

$x=-4$를 $a(x+1)+2=11$에 대입하면

$-3a+2=11$

$-3a=9 \quad \therefore a=-3$ 답 -3

28 $ax-3=4x+1$에서 $\quad (a-4)x-4=0$

이 방정식이 x에 대한 일차방정식이 되려면

$a-4\neq0 \quad \therefore a\neq4$ 답 ⑤

x에 대한 일차방정식
➡ $ax+b=0$ 꼴
(단, $a\neq0$)

29 $(a-1)x^2+4(x+1)=2bx$에서

$(a-1)x^2+(4-2b)x+4=0$

이 방정식이 x에 대한 일차방정식이 되려면

$a-1=0,\ 4-2b\neq0$

$\therefore a=1,\ b\neq2$ 답 ③

30 우변의 2를 a로 잘못 보았다고 하면 잘못 본 방정식은

$\frac{x-1}{3}=ax+7$

이때 $x=-2$를 대입하면

$-1=-2a+7, \quad 2a=8 \quad \therefore a=4$

따라서 우변의 2를 4로 잘못 보고 풀었다. 답 4

31 $x=-1$을 $3(2x-5)+7=a+3x$에 대입하면

$-14=a-3 \quad \therefore a=-11$

따라서 주어진 방정식은

$3(2x-5)+7=-11+3x$

이 방정식의 우변의 3을 b로 잘못 보았다고 하면 잘못 본 방정식은

$3(2x-5)+7=-11+bx$

이때 $x=-3$을 대입하면

$-26=-11-3b, \quad 3b=15$

$\therefore b=5$

따라서 우변의 3을 5로 잘못 보고 풀었다. 답 5

32 잘못 본 방정식은

$5(3-x)=-ax+3$

이때 $x=4$를 대입하면

$-5=-4a+3, \quad 4a=8 \quad \therefore a=2$

따라서 주어진 방정식은 $5(3-x)=2x+3$이므로

생각 톡

방정식의 a를 $-a$로 바꾼 방정식의 해가 $x=4$임을 이용한다.

$15-5x=2x+3, \quad -7x=-12$

$\therefore x=\frac{12}{7}$ 답 ④

33 $5+1.5x=0.7x+8.2$의 양변에 10을 곱하면

$50+15x=7x+82, \quad 8x=32 \quad \therefore x=4$

따라서 $\frac{a(x-4)}{2}-\frac{x}{3}=4$의 해는 $x=12$이므로

4의 3배

$4a-4=4, \quad 4a=8 \quad \therefore a=2$ 답 ②

34 $0.2(x+1)=0.5x-2.8$의 양변에 10을 곱하면

$2(x+1)=5x-28, \quad 2x+2=5x-28$

$-3x=-30 \quad \therefore x=10$

따라서 $10x-\frac{3}{5}=6x-3a$의 해는 $x=\frac{1}{10}$이므로

10의 역수

$1-\frac{3}{5}=\frac{3}{5}-3a, \quad 3a=\frac{1}{5}$

$\therefore a=\frac{1}{15}$ 답 $\frac{1}{15}$

35 $\frac{x-2}{3}=\frac{3(x+2)}{5}$의 양변에 15를 곱하면

$5(x-2)=9(x+2), \quad 5x-10=9x+18$

$-4x=28 \quad \therefore x=-7$

따라서 $2a-x=3x+b$의 해는 $x=-5$이므로

$-7+2=-5$

$2a+5=-15+b$

$\therefore 2a-b=-20$ 답 ②

36 $1.2(x+1)=3+0.6x$의 양변에 10을 곱하면

$12(x+1)=30+6x, \quad 12x+12=30+6x$

$6x=18 \quad \therefore x=3$

따라서 $\frac{kx+4}{5}=2(k+3)$의 해는 $x=-3$이므로

3과 절댓값이 같고 부호가 반대인 수는 -3이다.

$\frac{-3k+4}{5}=2(k+3)$

양변에 5를 곱하면

$-3k+4=10(k+3), \quad -3k+4=10k+30$

$-13k=26 \quad \therefore k=-2$ 답 -2

37 $x-\frac{1}{2}(x+a)=3$의 양변에 2를 곱하면

$2x-(x+a)=6, \quad 2x-x-a=6$

$\therefore x=a+6$

이때 $a+6$이 자연수이어야 하므로

a는 -6보다 큰 음의 정수이다.

$a=-5,\ -4,\ -3,\ -2,\ -1$ 답 ①

38 $x+\frac{1}{7}(5x-6a)=2x-4$의 양변에 7을 곱하면

$7x+5x-6a=14x-28, \quad -2x=6a-28$

$\therefore x=-3a+14$

이때 $-3a+14$가 자연수이어야 하므로

$a=1,\ 2,\ 3,\ 4$

따라서 모든 자연수 a의 값의 합은

$1+2+3+4=10$ 답 10

39 $ax-3=-4(x+2)$에서

$ax-3=-4x-8$

$(a+4)x=-5 \quad \therefore x=-\frac{5}{a+4}$

이때 $-\frac{5}{a+4}$가 음의 정수이려면 $a+4$가 5의 약수이어야 하므로

$a+4=1$ 또는 $a+4=5$

$\therefore a=1\ (\because a>0)$ 답 1

40 $ax-4=2b-5x$에서

$(a+5)x=2b+4$

이 방정식의 해가 무수히 많으므로

$a+5=0,\ 2b+4=0 \quad \therefore a=-5,\ b=-2$

$\therefore a+b=-5+(-2)=-7$ 답 -7

> x에 대한 방정식 $ax=b$의 해가 무수히 많을 조건
> ➡ $a=0,\ b=0$

41 $ax+7=b-3x$에서

$(a+3)x=b-7$

이 방정식의 해가 없으므로

$a+3=0,\ b-7\neq0$

$\therefore a=-3,\ b\neq7$ 답 ①

> x에 대한 방정식 $ax=b$의 해가 없을 조건
> ➡ $a=0,\ b\neq0$

42 $\frac{x-1}{2}*8=2\times\frac{x-1}{2}\times8-8$

$=8(x-1)-8=8x-16$

$3x*(-2)=2\times3x\times(-2)-(-2)$

$=-12x+2$

따라서 $8x-16=-12x+2$이므로

$20x=18 \quad \therefore x=\frac{9}{10}$ 답 $\frac{9}{10}$

43 $[4,\ 6]=4x+6,\ [-1,\ 5]=-x+5,$
$[7,\ -4]=7x-4$이므로

$\frac{1}{2}(4x+6)=3(-x+5)+7x-4$

$2x+3=-3x+15+7x-4$

$-2x=8 \quad \therefore x=-4$ 답 -4

Lecture 10 일차방정식의 활용 W 54쪽

01 연속하는 세 홀수를 $x-2,\ x,\ x+2$라 하면

$(x-2)+x+(x+2)=87$

$3x=87 \quad \therefore x=29$

따라서 세 홀수 중 가장 작은 수는

$29-2=27$ 답 ②

다른풀이 연속하는 세 홀수를 $x,\ x+2,\ x+4$라 하면

$x+(x+2)+(x+4)=87$

$3x+6=87, \quad 3x=81 \quad \therefore x=27$

따라서 세 홀수 중 가장 작은 수는 27이다.

Q쌤 한마디

> 연속하는 세 홀수를 $x-2,\ x,\ x+2$ 또는 $x,\ x+2,\ x+4$ 또는 $x-4,\ x-2,\ x$로 놓을 수 있습니다. 이때 풀이, 다른 풀이와 같이 연속하는 세 홀수 중 어떤 수를 x로 놓느냐에 따라 방정식의 해는 달라지지만 문제의 답은 변하지 않습니다.

02 연속하는 세 자연수를 $x-1,\ x,\ x+1$이라 하면

$3(x-1)=x+(x+1)+8$

$3x-3=2x+9 \quad \therefore x=12$

따라서 세 자연수 중 가장 큰 수는

$12+1=13$ 답 13

03 처음 수의 십의 자리의 숫자를 x라 하면

$60+x=2(10x+6)-9$

$60+x=20x+3$

$-19x=-57 \quad \therefore x=3$

따라서 처음 두 자리 자연수는

$30+6=36$ 답 ③

> 십의 자리의 숫자가 a, 일의 자리의 숫자가 b인 두 자리 자연수
> ➡ $10a+b$

04 십의 자리의 숫자를 x라 하면 일의 자리의 숫자는 $x+4$이다.

이때 각 자리의 숫자의 합은 $x+(x+4)=2x+4$이므로

$10x+(x+4)=4(2x+4)$

$11x+4=8x+16, \quad 3x=12$

$\therefore x=4$

따라서 구하는 자연수는

$40+8=48$ 답 48

> $x+4=4+4=8$

05 처음 수의 백의 자리의 숫자를 x라 하면 일의 자리의 숫자는 $2x$이고 십의 자리의 숫자는

$11-x-2x=11-3x$

이므로

$100x+20x+11-3x$

$=100x+10(11-3x)+2x+36$

$117x+11=72x+146, \quad 45x=135$

$\therefore x=3$

따라서 처음 세 자리 자연수는

$300+10\times2+6=326$ 답 326

> $x=3$을 $11-3x$에 대입하면
> $11-3\times3=2$

06 토끼를 x마리라 하면 오리는 $(14-x)$마리이므로

$4x+2(14-x)=44, \quad 2x+28=44$

$2x=16 \quad \therefore x=8$

따라서 토끼는 8마리이다. 답 ④

07 은수가 산 귤의 개수는

$3600\div400=9$

이므로 사과와 자두의 개수의 합은

$21-9=12$

은수가 자두를 x개 샀다고 하면 사과는 $(12-x)$개 샀으므로

$$3600+1600(12-x)+800x=14800$$
$$-800x+22800=14800$$
$$-800x=-8000 \qquad \therefore x=10$$

따라서 은수가 산 자두의 개수는 10이다. 답 10

08 두 직육면체를 붙여서 만든 직육면체의 밑면의 가로, 세로의 길이는 각각 $5+5=10$, x이고 높이는 7이므로

$$2\times(10\times x+7\times x+10\times 7)=276$$
$$34x+140=276, \qquad 34x=136$$
$$\therefore x=4$$

답 ③

09 가로의 길이를 x cm라 하면 세로의 길이는 $(2x-3)$ cm이므로

$$2\{x+(2x-3)\}=30, \qquad 6x-6=30$$
$$6x=36 \qquad \therefore x=6$$

따라서 직사각형의 넓이는

$$6\times 9=54\ (\text{cm}^2)$$

답 54 cm^2

10 세로의 길이를 x cm라 하면 가로의 길이는 $2x$ cm이므로

$$2(x+2x)=48$$
$$6x=48 \qquad \therefore x=8$$

따라서 세로의 길이는 8 cm, 가로의 길이는 $2\times 8=16$ (cm)이므로 직사각형의 넓이는

$$8\times 16=128\ (\text{cm}^2)$$

답 128 cm^2

11 x개월 후에 두 사람의 예금액이 같아진다고 하면

$$60000+2000x=30000+4000x$$
$$-2000x=-30000 \qquad \therefore x=15$$

따라서 15개월 후에 두 사람의 예금액이 같아진다.

답 15개월

12 x개월 후에 슬기의 예금액이 문영이의 예금액의 3배가 된다고 하면

$$36000-4000x=3(20000-4000x)$$
$$36000-4000x=60000-12000x$$
$$8000x=24000 \qquad \therefore x=3$$

따라서 3개월 후에 슬기의 예금액이 문영이의 예금액의 3배가 된다. 답 ②

13 전체 작업의 양을 1이라 하면 누나와 동생이 하루에 하는 작업의 양은 각각 $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$이다.

동생이 x일 동안 작업했다고 하면 누나는 $(x-5)$일 동안 작업했으므로

$$\frac{x-5}{4}+\frac{x}{8}=1, \qquad \frac{3}{8}x=\frac{9}{4}$$
$$\therefore x=6$$

따라서 동생은 6일 동안 작업했다. 답 6일

BOX

가로의 길이가 6 cm이므로 세로의 길이는 $2\times 6-3=9$ (cm)

(올라갈 때 걸린 시간) +(내려올 때 걸린 시간)

(x개월 후의 예금액) =(현재의 예금액) +(매월 예금액)$\times x$

$20분=\frac{20}{60}$시간 $=\frac{1}{3}$시간

2시간 30분 $=\left(2+\frac{1}{2}\right)$시간 $=\frac{5}{2}$시간

전체 양이 1인 작업을 누나가 혼자 하면 4일이 걸리므로 하루에 하는 작업의 양은 $\frac{1}{4}$이다.

14 물통에 물이 가득 찼을 때의 물의 양을 1이라 하면 A 호스와 B 호스로 1시간에 채울 수 있는 물의 양은 각각 $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{12}$이다.

A 호스만 사용하여 물을 채운 시간을 x시간이라 하면

$$\left(\frac{1}{8}+\frac{1}{12}\right)\times 3+\frac{1}{8}\times x=1$$
$$\frac{1}{8}x=\frac{3}{8} \qquad \therefore x=3$$

따라서 A 호스만 사용하여 물을 채운 시간은 3시간이다. 답 3시간

15 직원이 10분 동안 만드는 만두의 개수를 x라 하면 사장이 10분 동안 만드는 만두의 개수는 $x+15$이므로 사장이 40분 동안 만드는 만두의 개수는 $4(x+15)$, 직원이 50분 동안 만드는 만두의 개수는 $5x$이다.

즉 $4(x+15)=5x\times 2$이므로

$$4x+60=10x, \qquad -6x=-60$$
$$\therefore x=10$$

따라서 사장과 직원은 10분 동안 각각 25개, 10개의 만두를 만들 수 있으므로 1시간 동안 만들 수 있는 만두의 개수의 합은

$$6\times(25+10)=210$$

답 ⑤

16 올라간 거리를 x km라 하면

$$\frac{x}{3}+\frac{x+1}{5}=5, \qquad 5x+3(x+1)=75$$
$$8x=72 \qquad \therefore x=9$$

따라서 올라간 거리는 9 km이다. 답 ①

17 집에서 학원까지의 거리를 x km라 하면

$$\frac{x}{6}=\frac{x}{4}-\frac{1}{3}, \qquad 2x=3x-4$$
$$-x=-4 \qquad \therefore x=4$$

따라서 집에서 학원까지의 거리는 4 km이다.

답 4 km

18 시속 15 km로 간 거리를 x km라 하면 시속 20 km로 간 거리는 $(40-x)$ km이므로

$$\frac{x}{15}+\frac{40-x}{20}=\frac{5}{2}$$
$$4x+3(40-x)=150 \qquad \therefore x=30$$

따라서 시속 15 km로 간 거리는 30 km이다.

답 ④

19 재욱이가 출발한 지 x분 후에 승진이와 만난다고 하면

$$80x=100(x-10)$$
$$-20x=-1000 \qquad \therefore x=50$$

따라서 재욱이가 출발한 지 50분 후에 승진이와 만난다. 답 50분

20 재원이가 출발한 지 x분 후에 민아와 만난다고 하면

$40(x+6)=70x$

$-30x=-240 \quad \therefore x=8$

따라서 재원이가 출발한 지 8분 후인 오후 5시 59분에 두 사람이 만난다. 답 ④

21 아버지가 출발한 지 x분 후에 호영이와 만난다고 하면

$90(x+20)=270x$

$-180x=-1800 \quad \therefore x=10$

따라서 호영이가 출발한 지 $20+10=30$(분) 후에 아버지와 만나므로 호영이가 걸은 거리는

$90\times30=2700$ (m) 답 2700 m

22 두 사람이 x분 후에 만난다고 하면 두 사람이 x분 동안 이동한 거리의 합은 두 사람의 집 사이의 거리와 같으므로

$60x+90x=1800$

$150x=1800 \quad \therefore x=12$

따라서 두 사람이 만나는 시각은 오후 4시 12분이다.

답 오후 4시 12분

23 두 사람이 x분 후에 처음으로 만난다고 하면 두 사람이 x분 동안 이동한 거리의 합은 호수의 둘레의 길이와 같으므로

$70x+130x=3000, \quad 200x=3000$

3 km=3000 m

$\therefore x=15$

따라서 두 사람은 출발한 지 15분 후에 처음으로 만난다. 답 ④

24 두 사람이 x초 후에 처음으로 만난다고 하면 선우는 경호보다 트랙을 한 바퀴 더 돌게 되므로

선우의 속력이 더 빠르다.

$6x-4x=480, \quad 2x=480$

$\therefore x=240$

따라서 두 사람은 출발한 지 $\frac{240}{60}=4$(분) 후에 처음으로 만난다. 답 4분

25 처음 소금물의 농도를 x %라 하면

$\frac{x}{100}\times400=\frac{8}{100}\times(400+200)$

$4x=48 \quad \therefore x=12$

따라서 처음 소금물의 농도는 12 %이다. 답 ③

26 소금 x g을 더 넣는다고 하면

$\frac{5}{100}\times900+x=\frac{10}{100}\times(900+x)$

$4500+100x=9000+10x$

$90x=4500 \quad \therefore x=50$

따라서 소금 50 g을 더 넣어야 한다. 답 50 g

Q쌤 한마디

소금을 더 넣으면 다음과 같이 소금의 양뿐만 아니라 소금물의 양도 변함에 유의합니다.

(나중 소금의 양)
=(처음 소금의 양)+(더 넣은 소금의 양),

(나중 소금물의 양)
=(처음 소금물의 양)+(더 넣은 소금의 양)

생각 소금물의 물이 증발하여도 소금의 양은 변하지 않음을 이용하여 방정식을 세운다.

27 증발한 물의 양을 x g이라 하면

$\frac{8}{100}\times300=\frac{12}{100}\times(300-x)$

$2400=3600-12x, \quad 12x=1200$

$\therefore x=100$

따라서 증발한 물의 양은 100 g이다. 답 ①

28 소금 x g을 더 넣는다고 하면

$\frac{8}{100}\times400+x=\frac{20}{100}\times(400+100+x)$

$3200+100x=10000+20x$

$80x=6800 \quad \therefore x=85$

따라서 소금 85 g을 더 넣어야 한다. 답 ④

나중 설탕물의 농도는 $2x$ %이다.

29 처음 설탕물의 농도를 x %라 하면

$\frac{x}{100}\times600+20=\frac{2x}{100}\times(600-220+20)$

$6x+20=8x, \quad -2x=-20$

$\therefore x=10$

따라서 처음 설탕물의 농도는 10 %이다. 답 10 %

30 $\frac{6}{100}\times200+\frac{x}{100}\times300=\frac{9}{100}\times(200+300)$이므로

$12+3x=45, \quad 3x=33$

$\therefore x=11$ 답 ②

31 10 %의 소금물을 x g 섞는다고 하면

$\frac{4}{100}\times300+\frac{10}{100}\times x=\frac{6}{100}\times(300+x)$

$1200+10x=1800+6x$

$4x=600 \quad \therefore x=150$

따라서 10 %의 소금물 150 g을 섞어야 한다.

답 150 g

섞어 만든 설탕물의 양은
$100-x+x+200$
$=300$(g)

32 퍼낸 설탕물의 양을 x g이라 하면

$\frac{10}{100}\times(100-x)+\frac{6}{100}\times200=\frac{5}{100}\times300$

$1000-10x+1200=1500$

$-10x=-700 \quad \therefore x=70$

따라서 퍼낸 설탕물의 양은 70 g이다. 답 ④

BOX

33 작년의 남학생 수를 x라 하면 작년의 여학생 수는 $500-x$이므로

$$\frac{8}{100}x-\frac{3}{100}(500-x)=18$$
$$8x-1500+3x=1800$$
$$11x=3300 \qquad \therefore x=300$$

따라서 작년의 남학생 수는 300이다. 답 300

34 작년의 여학생 수를 x라 하면 작년의 남학생 수는 $725-x$이므로

$$-\frac{4}{100}(725-x)+\frac{2}{100}x=-8$$
$$-2900+4x+2x=-800$$
$$6x=2100 \qquad \therefore x=350$$

따라서 올해의 여학생 수는

$$350+350\times\frac{2}{100}=357$$ 답 ⑤

(올해의 여학생 수) =(작년의 여학생 수) +(증가한 여학생 수)

35 작년의 놀이 기구 B의 이용 요금을 x원이라 하면 작년의 놀이 기구 A의 이용 요금은 $(x+400)$원이므로

$$(x+400)+\frac{6}{100}(x+400)=x+\frac{10}{100}x$$
$$40000+6x+2400=10x$$
$$-4x=-42400 \qquad \therefore x=10600$$

따라서 작년의 놀이 기구 B의 이용 요금은 10600원이다. 답 10600원

36 이 상품의 원가를 x원이라 하면

$$(\text{정가})=\left(1+\frac{40}{100}\right)x=\frac{7}{5}x(\text{원})$$
$$(\text{판매 가격})=\frac{7}{5}x-7000(\text{원})$$
$$(\text{이익})=\frac{1}{20}x(\text{원})$$

원가가 x원인 물건에 a %의 이익을 붙인 정가
➡ $\left(1+\frac{a}{100}\right)x$원

이때 (판매 가격)−(원가)=(이익)이므로

$$\left(\frac{7}{5}x-7000\right)-x=\frac{1}{20}x$$
$$\frac{7}{20}x=7000 \qquad \therefore x=20000$$

따라서 이 상품의 정가는

$$\frac{7}{5}\times 20000=28000(\text{원})$$ 답 ⑤

37 이 물건의 정가를 x원이라 하면

$$(\text{판매 가격})=\left(1-\frac{20}{100}\right)x=\frac{4}{5}x(\text{원})$$
$$(\text{이익})=8000\times\frac{10}{100}=800(\text{원})$$

정가가 x원인 물건을 a % 할인한 판매 가격
➡ $\left(1-\frac{a}{100}\right)x$원

이때 (판매 가격)−(원가)=(이익)이므로

$$\frac{4}{5}x-8000=800$$
$$\frac{4}{5}x=8800 \qquad \therefore x=11000$$

따라서 이 물건의 정가는 11000원이다. 답 11000원

38 이 에코백의 원가를 x원이라 하면

$$(\text{정가})=\left(1+\frac{30}{100}\right)x=\frac{13}{10}x(\text{원})$$
$$(\text{판매 가격})=\frac{13}{10}x-300(\text{원})$$

이때 (판매 가격)−(원가)=(이익)이므로

$$\left(\frac{13}{10}x-300\right)-x=900$$
$$\frac{3}{10}x=1200 \qquad \therefore x=4000$$

따라서 이 에코백의 판매 가격은

$$\frac{13}{10}\times 4000-300=4900(\text{원})$$ 답 ③

39 $3x+75=4x-50$이므로

$$-x=-125 \qquad \therefore x=125$$

$x=125$를 $4x-50$에 대입하여 구할 수도 있다.

따라서 학생 수는 125이므로 배지의 개수는

$$y=3\times125+75=450$$
$$\therefore y-x=450-125=325$$ 답 ①

40 학생 수를 x라 하면

$$5x+4=6x-7, \qquad -x=-11$$
$$\therefore x=11$$

따라서 귤의 개수는 $5\times11+4=59$이므로 7개씩 나누어 주면

$$7\times11-59=18(\text{개})$$

가 부족하다. 답 18개

11명의 학생에게 귤을 7개씩 나누어 주려면 $7\times11=77$(개)의 귤이 필요하다.

41 한 줄에 4명씩 설 때의 줄의 수를 x라 하면

$$4x+2=5(x-1)+1, \qquad 4x+2=5x-4$$
$$-x=-6 \qquad \therefore x=6$$

따라서 한 줄에 4명씩 설 때의 줄의 수는 6이므로 이 학급의 학생 수는

$$4\times6+2=26$$ 답 ④

42 텐트의 개수를 x라 하면

$$6x+1=7(x-4)+3, \qquad 6x+1=7x-25$$
$$-x=-26 \qquad \therefore x=26$$

완전히 빈 텐트가 3개이므로 $(x-4)$개의 텐트에는 7명씩 자고 마지막 1개의 텐트에는 3명이 잔다.

따라서 텐트의 개수는 26이므로 학생 수는

$$6\times26+1=157$$ 답 26, 157

43 열차의 길이를 x m라 하면

$$\frac{500+x}{30}=\frac{800+x}{45}$$
$$3(500+x)=2(800+x)$$
$$1500+3x=1600+2x \qquad \therefore x=100$$

따라서 열차의 길이는 100 m이다. 답 ④

44 기차의 길이를 x m라 하면

$$\frac{800+x}{50}=\frac{1200+x}{70}$$

1분 10초 =(60+10)초 =70초

$$7(800+x)=5(1200+x)$$
$$5600+7x=6000+5x$$

$2x=400 \qquad \therefore x=200$

따라서 기차의 길이는 200 m이므로

$\frac{800+200}{50}=20$

즉 기차의 속력은 초속 20 m이다. 답 초속 20 m

45 9시 x분에 시침과 분침이 서로 반대 방향으로 일직선을 이룬다고 하면 x분 동안 시침과 분침이 움직인 각도는 각각 $0.5x°$, $6x°$이므로

$(270+0.5x)-6x=180, \qquad -5.5x=-90$

$\therefore x=\frac{180}{11}$

따라서 구하는 시각은 9시 $\frac{180}{11}$분이다.

답 9시 $\frac{180}{11}$분

시침은 60분에 30°, 즉 1분에 0.5°씩 움직이고 분침은 60분에 360°, 즉 1분에 6°씩 움직인다.

46 (1) x분 동안 시침과 분침이 움직인 각도는 각각 $0.5x°$, $6x°$이고, $x>45$이므로 8시 x분에는 분침이 시침보다 시곗바늘이 도는 방향으로 30°만큼 더 회전했다. 즉

$6x-(240+0.5x)=30$

(2) $5.5x=270$이므로 $\qquad x=\frac{540}{11}$

따라서 구하는 시각은 8시 $\frac{540}{11}$분이다.

답 풀이 참조

47 [1단계]의 도형에서 스티커를 8개 사용했고, 한 단계가 증가할 때마다 4개의 스티커가 더 필요하므로 [n단계]의 도형을 만드는 데 필요한 스티커의 개수는

$8+4\times(n-1)=4n+4$

이때 $4n+4=120$에서 $\qquad 4n=116 \qquad \therefore n=29$

따라서 120개의 스티커를 이용하면 [29단계]의 도형을 만들 수 있다. 답 ①

48 ㄹ에 1개의 직선을 그으면 ㄹ이 4조각으로 나누어지고, 직선을 한 개씩 더 그을 때마다 조각이 3개씩 늘어나므로 x개의 직선을 그으면 나누어지는 조각의 개수는

$4+3\times(x-1)=3x+1$

이때 $3x+1=52$에서 $\qquad 3x=51 \qquad \therefore x=17$

따라서 52조각으로 나누려면 17개의 직선을 그어야 한다. 답 17개

고난도 Training

W 62쪽

01 $\left(\frac{1}{3}x-2\right):2=(5x+2):6$에서

$6\left(\frac{1}{3}x-2\right)=2(5x+2), \qquad 2x-12=10x+4$

$-8x=16 \qquad \therefore x=-2$

$(ax+5):\left(\frac{5}{4}-2ax\right)=4:7$에서

$7(ax+5)=4\left(\frac{5}{4}-2ax\right)$

$x=-2$를 $7(ax+5)=4\left(\frac{5}{4}-2ax\right)$에 대입하면

$7(-2a+5)=4\left(\frac{5}{4}+4a\right)$

$-14a+35=5+16a, \qquad -30a=-30$

$\therefore a=1$ 답 1

02 $\frac{5x-a}{4}=3-\frac{1}{2}x$의 양변에 4를 곱하면

$5x-a=12-2x, \qquad 7x=a+12$

$\therefore x=\frac{a+12}{7}$

$0.4(x+a)=\frac{3x-1}{5}$의 양변에 5를 곱하면

$2(x+a)=3x-1, \qquad 2x+2a=3x-1$

$-x=-2a-1 \qquad \therefore x=2a+1$

따라서 $m=\frac{a+12}{7}$, $n=2a+1$이므로

$\frac{a+12}{7}:(2a+1)=2:5$

$\frac{5(a+12)}{7}=2(2a+1)$

$5a+60=14(2a+1)$

$5a+60=28a+14, \qquad -23a=-46$

$\therefore a=2$ 답 2

생각 톡

사각형 APCD는 사다리꼴이므로 사다리꼴의 넓이를 이용하여 선분 AP의 길이를 구한다.

03 (1) 선분 AP의 길이를 x cm라 하면

$\frac{1}{2}\times(x+40)\times70=1750$

$35(x+40)=1750, \qquad x+40=50$

$\therefore x=10$

따라서 선분 AP의 길이는 10 cm이다.

(2) 점 P가 움직인 거리는 세 선분 CD, AD, AP의 길이의 합이므로

$40+70+10=120$ (cm)

따라서 점 P가 움직인 시간은

$\frac{120}{3}=40$ (초)

답 (1) 10 cm (2) 40초

두 양초 A, B의 길이를 각각 1이라 하면 두 양초 A, B가 1시간 동안 탄 길이는 각각 $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$이므로 x시간 동안 탄 길이는 각각 $\frac{1}{3}x$, $\frac{1}{4}x$이다.

04 두 양초 A, B의 길이를 각각 1이라 하면 불을 붙인 지 x시간 후의 남은 두 양초 A, B의 길이는 각각

$1-\frac{1}{3}x$, $1-\frac{1}{4}x$

이때 $\left(1-\frac{1}{3}x\right):\left(1-\frac{1}{4}x\right)=1:3$이므로

$3\left(1-\frac{1}{3}x\right)=1-\frac{1}{4}x, \qquad 3-x=1-\frac{1}{4}x$

$-\frac{3}{4}x=-2 \qquad \therefore x=\frac{8}{3}$

따라서 불을 붙인 시각은 오후 9시에서 $\frac{8}{3}$시간, 즉 2시간 40분 전인 오후 6시 20분이다. 답 ①

$\frac{8}{3}$시간$=\left(2+\frac{2}{3}\right)$시간
$=\left(2+\frac{40}{60}\right)$시간
$=2$시간 40분

06 좌표평면과 그래프

Lecture 11 좌표평면과 그래프

W 63쪽

01 $a+3=5a-1$이므로 $-4a=-4$ $\therefore a=1$
$4b-7=2b+5$이므로 $2b=12$ $\therefore b=6$
$\therefore b-a=6-1=5$ 답 5

02 $0<x<5$를 만족시키는 정수 x는 1, 2, 3, 4
$|y|=2$를 만족시키는 정수 y는 -2, 2
따라서 순서쌍 (x, y)는
$(1, -2)$, $(1, 2)$, $(2, -2)$, $(2, 2)$,
$(3, -2)$, $(3, 2)$, $(4, -2)$, $(4, 2)$
의 8개이다. 답 ③

절댓값이 a $(a>0)$인 수 ➡ $-a$, a

03 ③ C$(0, -1)$ 답 ③

04 y좌표가 0, x좌표가 12인 점이므로 $(12, 0)$이다. 답 ④

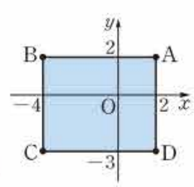
x축 위의 점 ➡ y좌표가 0이다.

05 점 (a, b)가 y축 위의 점이므로 $a=0$
이때 점 (a, b)가 원점이 아니므로 $b\neq0$ 답 ③

06 $a-b$의 값이 가장 크려면 a의 값은 가장 크고, b의 값은 가장 작아야 한다.
따라서 $a=4$, $b=-5$일 때 $a-b$의 값이 가장 크므로 구하는 값은
$4-(-5)=9$ 답 9

점 P는 점 C의 위치에 있다.

07 네 점 A, B, C, D를 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같으므로 사각형 ABCD의 넓이는

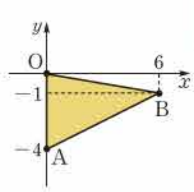


$6\times5=30$ 답 ③

(선분 BC의 길이) $=2-(-3)=5$

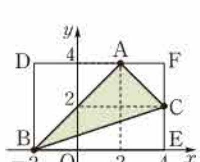
(선분 AB의 길이) $=2-(-4)=6$

08 A$(0, -4)$, B$(6, -1)$, O$(0, 0)$이므로 세 점 A, B, O를 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



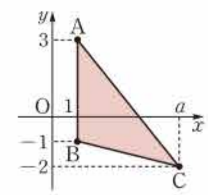
따라서 삼각형 ABO의 넓이는
$\frac{1}{2}\times4\times6=12$ 답 12

09 세 점 A, B, C를 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.

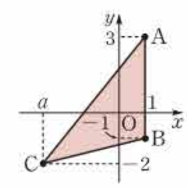


사각형 DBEF의 넓이는
$6\times4=24$
삼각형 ADB의 넓이는 $\frac{1}{2}\times4\times4=8$
삼각형 CBE의 넓이는 $\frac{1}{2}\times6\times2=6$
삼각형 ACF의 넓이는 $\frac{1}{2}\times2\times2=2$
따라서 삼각형 ABC의 넓이는
$24-(8+6+2)=8$ 답 8

10 두 점 A, B의 x좌표가 1로 같으므로 세 점 A, B, C를 선분으로 연결했을 때 삼각형이 만들어지려면 점 C의 x좌표가 1보다 크거나 1보다 작아야 한다.
(i) $a>1$일 때,
세 점 A, B, C를 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같으므로 삼각형 ABC의 넓이는



$\frac{1}{2}\times4\times(a-1)=2a-2$
즉 $2a-2=8$이므로 $2a=10$
$\therefore a=5$
(ii) $a<1$일 때,
세 점 A, B, C를 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같으므로 삼각형 ABC의 넓이는



$\frac{1}{2}\times4\times(1-a)=2-2a$
즉 $2-2a=8$이므로
$-2a=6$
$\therefore a=-3$
(i), (ii)에서 모든 a의 값의 합은
$5+(-3)=2$ 답 2

Q쌤 한마디
삼각형 ABC에서 선분 AB를 밑변으로 생각하면 삼각형의 높이는 두 점 B, C의 x좌표의 차와 같습니다.
따라서 삼각형 ABC의 넓이는
$\frac{1}{2}\times$(선분 AB의 길이)$\times$(두 점 B, C의 x좌표의 차)
임을 이용하여 구합니다.

11 ② 점 $\left(-\frac{1}{7}, 0\right)$은 y좌표가 0이므로 x축 위의 점이다. 답 ②

12 $-a>0$, $b<0$이므로 $a<0$, $b<0$
① $a<0$, $b<0$이므로 제3사분면 위의 점이다.
② $a<0$, $-b>0$이므로 제2사분면 위의 점이다.
③ $a+b<0$, $a<0$이므로 제3사분면 위의 점이다.
④ $ab>0$, $-a>0$이므로 제1사분면 위의 점이다.
⑤ $b<0$, $ab>0$이므로 제2사분면 위의 점이다.
답 ④

13 $a-b<0$, $\dfrac{b}{a}<0$이므로 $\quad a<0,\ b>0$

$\therefore\ -b<0,\ a<0$

따라서 점 $(-b,\ a)$는 제3사분면 위의 점이다.

답 ③

a, b의 부호가 서로 다르다.

14 $a+b>0$, $ab>0$이므로 $\quad a>0,\ b>0$

$\therefore\ -a<0,\ b>0$

따라서 점 $(-a,\ b)$는 제2사분면 위의 점이다.

답 제2사분면

a, b의 부호가 서로 같다.

15 점 $\left(2a-8,\ \dfrac{9-3a}{4}\right)$가 어느 사분면에도 속하지 않으려면 x축 또는 y축 위의 점이어야 한다.

(i) x축 위의 점일 때,

$\dfrac{9-3a}{4}=0$이므로 $\quad -3a=-9 \quad \therefore\ a=3$

(ii) y축 위의 점일 때,

$2a-8=0$이므로 $\quad 2a=8 \quad \therefore\ a=4$

(i), (ii)에서 모든 a의 값의 합은

$3+4=7$

답 7

생각

원점과 좌표축 위의 점은 어느 사분면에도 포함되지 않음을 이용한다.

16 $a=3,\ b=-8$이므로

$3a+b=3\times3-8=1$

답 ③

점 $(x,\ y)$와 원점에 대하여 대칭인 점의 좌표는 $(-x,\ -y)$이다.

17 $a=-3,\ -5=b+1$이므로

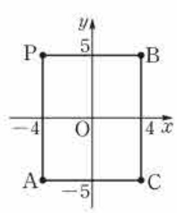
$a=-3,\ b=-6$

$\therefore\ ab=(-3)\times(-6)=18$

답 ⑤

점 $(x,\ y)$와 y축에 대하여 대칭인 점의 좌표는 $(-x,\ y)$이다.

18 $A(-4,\ -5)$, $B(4,\ 5)$, $C(4,\ -5)$이므로 네 점 P, A, B, C를 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



따라서 사각형 PACB의 둘레의 길이는

$2\times(8+10)=36$

답 ④

19 (1) x의 값이 8일 때 y의 값은 400이므로 출발한 후 8분 동안 이동한 거리는 400 m이다.

(2) x의 값이 12일 때부터 16일 때까지 y의 값은 600으로 변화가 없으므로 문구점에 머문 시간은

$16-12=4$(분)

(3) x의 값이 24일 때 y의 값이 다시 0이 되므로 집으로 돌아오는 데 걸린 시간은 24분이다.

답 (1) 400 m (2) 4분 (3) 24분

20 ① x의 값이 15일 때 y의 값은 3이므로 출발한 지 15분이 지났을 때 출발점으로부터 떨어진 거리는 3 km이다.

② y의 값이 5일 때 x의 값은 20이므로 출발점으로부터 5 km 떨어진 지점까지 가는 데 걸린 시간은 20분이다.

③ x의 값이 10일 때부터 15일 때까지 y의 값은 변화가 없으므로 도중에 멈추어 있었던 시간은

$15-10=5$(분)

④ 출발점으로 되돌아오기 시작한 지점은 y의 값이 작아지기 시작하는 지점이므로 출발점에서 5 km만큼 떨어진 곳이다.

⑤ 출발한 후 10분 동안 3 km, 15분에서 20분 사이에 2 km, 20분에서 30분 사이에 5 km 움직였으므로 출발한 후 30분 동안 움직인 거리는

$3+2+5=10$ (km)

답 ③

출발한 후 10분에서 15분 사이에 지훈이는 움직이지 않고 정지해 있다.

21 A 구간에서 x의 값이 증가할 때 y의 값도 증가하고 그래프의 모양이 직선이므로 수진이는 일정한 속력으로 산을 오르고 있다.

답 ③

22 물병의 폭이 일정하므로 물의 높이도 일정하게 증가한다. 이때 물병의 폭이 넓으면 물의 높이는 느리게 증가하고, 물병의 폭이 좁으면 물의 높이는 빠르게 증가한다.

따라서 그래프로 알맞은 것은 ①이다.

답 ①

23 $ab<0$에서 $\quad a>0,\ b<0$ 또는 $a<0,\ b>0$

그런데 $a+b<0$이고 $|a|>|b|$이므로

$a<0,\ b>0$

따라서 점 $(b,\ a)$는 제4사분면 위의 점이다.

답 ④

24 $\dfrac{a}{b}<0$에서 $\quad a>0,\ b<0$ 또는 $a<0,\ b>0$

그런데 $a+b>0$이고 $|a|>|b|$이므로

$a>0,\ b<0$

따라서 점 $(-a,\ b)$는 제3사분면 위의 점이다.

답 제3사분면

$-a<0,\ b<0$

25 점 $(a,\ b)$와 y축에 대하여 대칭인 점의 좌표는

$(-a,\ b)$

즉 $-a=c,\ b=d$이고 $a<0,\ b>0$이므로

$c>0,\ d>0$

$\therefore\ \dfrac{a}{c}<0,\ \dfrac{b+d}{a-c}<0$

따라서 점 $\left(\dfrac{a}{c},\ \dfrac{b+d}{a-c}\right)$는 제3사분면 위의 점이다.

답 제3사분면

$a-c<0,\ b+d>0$이므로 $\dfrac{b+d}{a-c}<0$

26 점 $P(-3,\ 2)$와 x축에 대하여 대칭인 점은

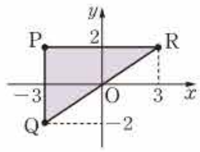
$Q(-3,\ -2)$

점 Q와 원점에 대하여 대칭인 점은

$R(3,\ 2)$

세 점 P, Q, R를 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.
따라서 삼각형 PQR의 넓이는

$\frac{1}{2}\times6\times4=12$ 답 ②



27 점 $A\left(\frac{1}{2}a-1,\ 3a+1\right)$이 y축 위의 점이므로

$\frac{1}{2}a-1=0,\qquad \frac{1}{2}a=1\qquad \therefore a=2$

이때 $3a+1=3\times2+1=7$이므로 $\quad A(0,\ 7)$

점 $B(b+3,\ -1)$이 y축 위의 점이므로

$b+3=0\qquad \therefore b=-3$

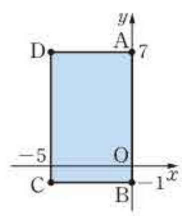
$\therefore B(0,\ -1)$

한편 $3-2a=3-2\times2=-1$, $b-2=-3-2=-5$, $2a-b=2\times2-(-3)=7$이므로

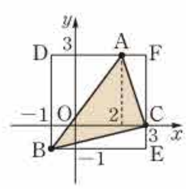
$C(-5,\ -1)$, $D(-5,\ 7)$

네 점 A, B, C, D를 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.
따라서 사각형 ADCB의 넓이는

$5\times8=40$ 답 40



28 A(2, 3)이므로 세 점 A, B, C를 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



사각형 DBEF의 넓이는

$4\times4=16$

삼각형 ADB의 넓이는

$\frac{1}{2}\times3\times4=6$

삼각형 BEC의 넓이는 $\quad \frac{1}{2}\times4\times1=2$

삼각형 ACF의 넓이는 $\quad \frac{1}{2}\times1\times3=\frac{3}{2}$

따라서 삼각형 ABC의 넓이는

$16-\left(6+2+\frac{3}{2}\right)=\frac{13}{2}$ 답 $\frac{13}{2}$

29 (ㄱ) 두 그래프가 15초에서 한 번, 40초와 45초 사이에서 한 번 만나므로 재환이와 서준이는 두 번 만났다.

(ㄴ) 재환이는 출발한 지 45초 후에 결승점에 도착했고 서준이는 출발한 지 50초 후에 결승점에 도착했으므로 재환이는 서준이보다 결승점에

$50-45=5$(초)

먼저 도착했다.

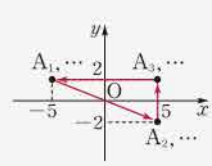
(ㄷ) 15초 동안 재환이와 서준이가 이동한 거리는 150 m로 같으므로 두 사람의 평균 속력은 같다.

이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄴ)이다. 답 (ㄱ), (ㄴ)

BOX

(평균 속력) $=\frac{(\text{전체 이동한 거리})}{(\text{전체 걸린 시간})}$

$\frac{3}{20}\neq\frac{3}{35}\times2$



두 사람의 평균 속력은 $\frac{150}{15}=10$ (m/s)로 같다.

30 (ㄱ) 누나는 재식이가 출발한 지 5분 후에 출발하여 25분 후에 도서관에 도착했으므로 누나가 도서관에 가는 데 걸린 시간은

$25-5=20$(분)

(ㄴ) 누나는 재식이가 출발한 지 25분 후에 도서관에 도착했고, 재식이는 출발한 지 35분 후에 도서관에 도착했으므로 누나가 재식이보다

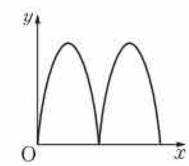
$35-25=10$(분)

빨리 도서관에 도착했다.

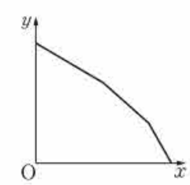
(ㄷ) 누나의 평균 속력은 분속 $\frac{3}{20}$ km이고, 재식이의 평균 속력은 분속 $\frac{3}{35}$ km이므로 누나의 평균 속력은 재식이의 평균 속력의 2배가 아니다.

이상에서 옳은 것은 (ㄴ)뿐이다. 답 ②

31 두 사람 사이의 거리는 출발한 후 점점 멀어지다가 점점 가까워져서 만나는 순간 0이 되고, 다시 점점 멀어지다가 점점 가까워져 처음 지점으로 돌아오면서 0이 되므로 그래프는 위와 같다. 답 풀이 참조



32 욕조의 폭이 일정하면 물의 높이는 일정하게 감소한다. 이때 욕조의 폭이 넓으면 물의 높이는 느리게 감소하고, 욕조의 폭이 좁으면 물의 높이는 빠르게 감소한다.
따라서 그래프는 위와 같다. 답 풀이 참조



고난도 Training

W 69쪽

01 점 $A_1(-5,\ 2)$와 원점에 대하여 대칭인 점 A_2의 좌표는

$(5,\ -2)$

점 $A_2(5,\ -2)$와 x축에 대하여 대칭인 점 A_3의 좌표는

$(5,\ 2)$

점 $A_3(5,\ 2)$와 y축에 대하여 대칭인 점 A_4의 좌표는

$(-5,\ 2)$

따라서 점 A_1, A_2, A_3, A_4, ⋯의 좌표는

$(-5,\ 2)$, $(5,\ -2)$, $(5,\ 2)$

가 이 순서대로 반복된다.

이때 $2024=3\times674+2$에서 점 A_{2024}의 좌표는 점 A_2의 좌표와 같으므로 점 A_{2024}의 좌표는

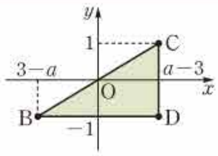
$(5,\ -2)$ 답 $(5,\ -2)$

02 점 A$(3-a,\ 1)$과 x축, y축, 원점에 대하여 대칭인 점은 각각

$B(3-a,\ -1)$, $C(a-3,\ 1)$, $D(a-3,\ -1)$

(i) $3-a<0$일 때,

세 점 B, C, D를 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같으므로 삼각형 BCD의 넓이는



$\frac{1}{2}\times(2a-6)\times 2$

$=2a-6$

즉 $2a-6=10$이므로 $2a=16$

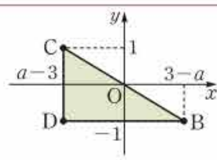
$\therefore a=8$

점 A는 제2사분면 위에 있다.

(선분 BD의 길이) $=a-3-(3-a)$ $=2a-6$

(ii) $3-a>0$일 때,

세 점 B, C, D를 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같으므로 삼각형 BCD의 넓이는



$\frac{1}{2}\times(6-2a)\times 2$

$=6-2a$

즉 $6-2a=10$이므로 $-2a=4$

$\therefore a=-2$

점 A는 제1사분면 위에 있다.

(선분 DB의 길이) $=3-a-(a-3)$ $=6-2a$

(i), (ii)에서 모든 a의 값의 합은

$8+(-2)=6$ 답 ④

03 정사각형 ABCD의 한 변의 길이가 6이므로

$C(9,\ -6)$, $D(9,\ 0)$

사다리꼴 OBCD의 넓이는

$\frac{1}{2}\times(9+6)\times 6=45$

이때 점 E의 좌표를 $(9,\ -a)\ (a>0)$라 하면 삼각형 OED의 넓이는

$\frac{1}{2}\times 9\times a=\frac{9}{2}a$

이때 삼각형 OED의 넓이는 사다리꼴 OBCD의 넓이의 $\frac{1}{2}$이므로

$\frac{9}{2}a=\frac{1}{2}\times 45$ $\quad\therefore a=5$

따라서 점 E의 좌표는 $(9,\ -5)$이다.

답 $(9,\ -5)$

04 ㈁ 출발한 지 3분 후에 A는 출발점으로부터 200 m, C는 출발점으로부터 100 m 떨어져 있으므로 두 사람 사이의 거리는

$200-100=100\,(\mathrm{m})$

㈂ 출발한 지 5분 후에 B가 A를 추월한다.

㈃ 출발점으로부터 250 m 떨어진 지점에서 B가 A를 추월하면서 마지막으로 순위에 변화가 생긴다.

이상에서 옳은 것은 ㈀, ㈃이다. 답 ③

07 정비례와 반비례

Lecture 12 정비례 관계 W 70쪽

01 ㈀, ㈁, ㈂, ㈄의 4개이다. 답 4

02 ① $y=3.14x^2$ ② $y=15000x$

③ $y=\frac{2000}{x}$ ④ $y=\frac{8000}{x}$

⑤ $y=\frac{3}{x}$

따라서 y가 x에 정비례하는 것은 ②이다. 답 ②

03 y가 x에 정비례하므로 $y=ax\ (a\neq 0)$라 하고

$x=2$, $y=\frac{3}{2}$을 대입하면 $\frac{3}{2}=2a$ $\quad\therefore a=\frac{3}{4}$

$\therefore y=\frac{3}{4}x$ 답 $y=\frac{3}{4}x$

04 $y=ax\ (a\neq 0)$라 하고 $x=10$, $y=-4$를 대입하면

$-4=10a$ $\quad\therefore a=-\frac{2}{5}$ $\quad\therefore y=-\frac{2}{5}x$

$y=-\frac{2}{5}x$에 $y=10$을 대입하면

$10=-\frac{2}{5}x$ $\quad\therefore x=-25$ 답 ①

05 $45\times x=50\times y$이므로

$y=\frac{9}{10}x$ 답 $y=\frac{9}{10}x$

톱니의 수가 다른 두 톱니바퀴 A, B가 서로 맞물려 돌아갈 때,
(A의 톱니의 수) × (A의 회전수) = (B의 톱니의 수) × (B의 회전수)

06 (1) 머핀 1 g의 열량은 6 kcal이므로 머핀 x g의 열량은 $6x$ kcal이다.

$\therefore y=6x$

(2) $y=6x$에 $x=52$를 대입하면 $y=6\times 52=312$

따라서 머핀 52 g의 열량은 312 kcal이다.

답 (1) $y=6x$ (2) 312 kcal

07 x분 후에 줄어든 양초의 길이는 $0.5x$ cm이므로

$y=0.5x$

$y=0.5x$에 $y=20$을 대입하면

$20=0.5x$ $\quad\therefore x=40$

따라서 양초가 모두 타는 데 40분이 걸린다.

답 $y=0.5x$, 40분

08 그래프는 5개의 점 $(-2,\ 4)$, $(-1,\ 2)$, $(0,\ 0)$, $(1,\ -2)$, $(2,\ -4)$로 나타난다. 답 ②

$x=-2$일 때, $y=-2\times(-2)=4$
$x=-1$일 때, $y=-2\times(-1)=2$
$x=0$일 때, $y=-2\times 0=0$
$x=1$일 때, $y=-2\times 1=-2$
$x=2$일 때, $y=-2\times 2=-4$

Q쌤 보충학습

정비례 관계 $y=ax\ (a\neq 0)$의 그래프는
① x의 값이 유한개 → 유한개의 점으로 나타난다.
② x의 값이 모든 수 → 원점을 지나는 직선이다.

BOX

09 $x=4$일 때, $\quad y=-\frac{3}{4}\times4=-3$

따라서 $y=-\frac{3}{4}x$의 그래프는 원점과 점 $(4, -3)$을 지나는 직선이므로 그래프는 ③이다. 답 ③

10 ② $y=\frac{4}{7}x$에 $x=-7$을 대입하면

$y=\frac{4}{7}\times(-7)=-4$

③ 제1사분면과 제3사분면을 지난다.

④ x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.

⑤ $\left|\frac{4}{7}\right|<|1|$이므로 정비례 관계 $y=x$의 그래프보다 x축에 가깝다.

답 ①, ⑤

정비례 관계 $y=ax$의 그래프는 a의 절댓값이 작을수록 x축에 가깝다.

11 (ㄱ) $y=ax$에 $x=0$을 대입하면 $\quad y=a\times0=0$

(ㄹ) a의 절댓값이 클수록 y축에 가깝다.

이상에서 옳은 것은 (ㄴ), (ㄷ)이다. 답 (ㄴ), (ㄷ)

12 $y=ax$, $y=bx$의 그래프는 제2사분면과 제4사분면을 지나고, $y=cx$의 그래프는 제1사분면과 제3사분면을 지나므로

$a<0$, $b<0$, $c>0$

$y=ax$의 그래프가 $y=bx$의 그래프보다 x축에 가까우므로

$|a|<|b| \qquad \therefore a>b$

$\therefore b<a<c$ 답 $b<a<c$

13 $y=-\frac{2}{3}x$에 $x=-2a$, $y=a+4$를 대입하면

$a+4=-\frac{2}{3}\times(-2a), \qquad a+4=\frac{4}{3}a$

$-\frac{1}{3}a=-4 \qquad \therefore a=12$ 답 12

점 (p, q)가 정비례 관계 $y=ax$의 그래프 위의 점
➡ $y=ax$에 $x=p$, $y=q$를 대입하면 등식이 성립한다.

14 $y=ax$에 $x=5$, $y=-9$를 대입하면

$-9=5a \qquad \therefore a=-\frac{9}{5} \qquad \therefore y=-\frac{9}{5}x$

$y=-\frac{9}{5}x$에 $x=10$, $y=2b$를 대입하면

$2b=-\frac{9}{5}\times10=-18$

$\therefore b=-9$ 답 ②

15 $y=ax$에 $x=4$, $y=1$을 대입하면

$1=4a \qquad \therefore a=\frac{1}{4} \qquad \therefore y=\frac{1}{4}x$

① $y=\frac{1}{4}x$에 $x=-12$, $y=-3$을 대입하면

$-3=\frac{1}{4}\times(-12)$

② $y=\frac{1}{4}x$에 $x=-8$, $y=-2$를 대입하면

$-2=\frac{1}{4}\times(-8)$

③ $y=\frac{1}{4}x$에 $x=0$, $y=0$을 대입하면

$0=\frac{1}{4}\times0$

④ $y=\frac{1}{4}x$에 $x=2$, $y=\frac{1}{2}$을 대입하면

$\frac{1}{2}=\frac{1}{4}\times2$

⑤ $y=\frac{1}{4}x$에 $x=6$, $y=\frac{2}{3}$를 대입하면

$\frac{2}{3}\neq\frac{1}{4}\times6$

답 ⑤

$y=ax$의 그래프가 점 $(2, 5)$를 지난다.

16 $y=ax$에 $x=2$, $y=5$를 대입하면

$5=2a \qquad \therefore a=\frac{5}{2}$

$y=bx$의 그래프가 점 $(-4, 6)$을 지난다.

$y=bx$에 $x=-4$, $y=6$을 대입하면

$6=-4b \qquad \therefore b=-\frac{3}{2}$

$\therefore a-b=\frac{5}{2}-\left(-\frac{3}{2}\right)=4$ 답 4

생각 톡
그래프가 원점을 지나는 직선이므로 $y=ax$에 그래프 위의 점의 좌표를 대입하여 a의 값을 구한다.

17 그래프가 원점을 지나는 직선이므로 $y=ax\ (a\neq0)$라 하고 $x=-7$, $y=-3$을 대입하면

$-3=-7a \qquad \therefore a=\frac{3}{7}$

$\therefore y=\frac{3}{7}x$ 답 $y=\frac{3}{7}x$

18 그래프가 원점을 지나는 직선이므로 $y=ax\ (a\neq0)$라 하고 $x=2$, $y=6$을 대입하면

$6=2a \qquad \therefore a=3 \qquad \therefore y=3x$

③ $y=3x$에 $x=\frac{7}{6}$, $y=\frac{7}{3}$을 대입하면

$\frac{7}{3}\neq3\times\frac{7}{6}$

답 ③

19 그래프가 원점을 지나는 직선이므로 $y=ax\ (a\neq0)$라 하고 $x=3$, $y=-2$를 대입하면

$-2=3a \qquad \therefore a=-\frac{2}{3} \qquad \therefore y=-\frac{2}{3}x$

$y=-\frac{2}{3}x$에 $x=-5$, $y=k$를 대입하면

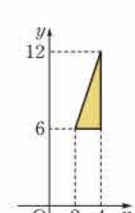
$k=-\frac{2}{3}\times(-5)=\frac{10}{3}$ 답 $\frac{10}{3}$

20 $y=3x$에 $x=2$, $y=a$를 대입하면

$a=3\times2=6$

$y=3x$에 $x=b$, $y=12$를 대입하면

$12=3b \qquad \therefore b=4$



따라서 세 점 $(2, 6)$, $(4, 12)$, $(4, 6)$을 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같으므로 구하는 삼각형의 넓이는

$\frac{1}{2}\times2\times6=6$ 답 6

21 $y=-4x$에 $y=8$을 대입하면

$8=-4x \quad \therefore x=-2 \quad \therefore A(-2, 8)$

$y=\frac{2}{3}x$에 $y=8$을 대입하면

$8=\frac{2}{3}x \quad \therefore x=12 \quad \therefore B(12, 8)$

따라서 삼각형 AOB의 넓이는

$\frac{1}{2}\times 14\times 8=56$ 답 ②

(선분 AB의 길이) $=12-(-2)=14$

22 점 A의 좌표를 $\left(a, -\frac{1}{2}a\right)$ $(a>0)$라 하면 점 B의 좌표는

$(a, -3a)$

이때 선분 AB의 길이가 5이므로

$-\frac{1}{2}a-(-3a)=5, \quad \frac{5}{2}a=5 \quad \therefore a=2$

따라서 점 A의 좌표는 $(2, -1)$이다. 답 $(2, -1)$

(점 B의 x좌표) $=$(점 A의 x좌표) $=a$

$-\frac{1}{2}\times 2=-1$

다른풀이 점 A의 좌표를 $\left(a, -\frac{1}{2}a\right)$ $(a>0)$라 하면 선분 AB의 길이가 5이므로 점 B의 좌표는

$\left(a, -\frac{1}{2}a-5\right)$

이때 점 B는 $y=-3x$의 그래프 위의 점이므로

$y=-3x$에 $x=a$, $y=-\frac{1}{2}a-5$를 대입하면

$-\frac{1}{2}a-5=-3a, \quad \frac{5}{2}a=5 \quad \therefore a=2$

따라서 점 A의 좌표는 $(2, -1)$이다.

23 선분 AB의 길이와 선분 BC의 길이의 비가 3 : 5이므로 선분 AB의 길이를 $3k$, 선분 BC의 길이를 $5k$ $(k\neq 0)$라 하면 점 B의 좌표는

$(3k, 3ak)$

선분 AC의 길이는 $3k+5k=8k$이므로 점 C의 좌표는

$(8k, 8bk)$

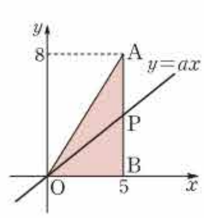
이때 두 점 B, C의 y좌표가 같으므로

$3ak=8bk$

양변을 k로 나누면 $\quad 3a=8b$

$\therefore \frac{a}{b}=\frac{8}{3}$ 답 ⑤

24 오른쪽 그림과 같이 정비례 관계 $y=ax$의 그래프가 선분 AB와 만나는 점을 P라 하면



$P(5, 5a)$

이때

(삼각형 POB의 넓이)

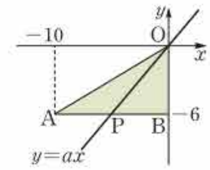
$=\frac{1}{2}\times$(삼각형 AOB의 넓이)

이므로

$\frac{1}{2}\times 5\times 5a=\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{2}\times 5\times 8\right)$

$\therefore a=\frac{4}{5}$ 답 $\frac{4}{5}$

25 오른쪽 그림과 같이 정비례 관계 $y=ax$의 그래프가 선분 AB와 만나는 점을 P라 하면



$P\left(-\frac{6}{a}, -6\right)$

이때

(삼각형 OPB의 넓이)

$=\frac{1}{2}\times$(삼각형 OAB의 넓이)

이므로

$\frac{1}{2}\times\frac{6}{a}\times 6=\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{2}\times 10\times 6\right)$

$\therefore a=\frac{6}{5} \quad \therefore y=\frac{6}{5}x$

$y=\frac{6}{5}x$에 $x=15$, $y=k$를 대입하면

$k=\frac{6}{5}\times 15=18$ 답 ③

26 형석이의 그래프는 원점을 지나는 직선이므로

$y=ax$ $(a\neq 0)$라 하고 $x=30$, $y=1800$을 대입하면

$1800=30a \quad \therefore a=60 \quad \therefore y=60x$

형석이가 한 시간 동안 걸어간 거리는

$y=60\times 60=3600$

1시간=60분

주희의 그래프는 원점을 지나는 직선이므로

$y=bx$ $(b\neq 0)$라 하고 $x=45$, $y=1800$을 대입하면

$1800=45b \quad \therefore b=40 \quad \therefore y=40x$

주희가 한 시간 동안 걸어간 거리는

$y=40\times 60=2400$

따라서 형석이와 주희가 한 시간 동안 걸어간 거리의 차는

$3600-2400=1200$ (m) $=1.2$ (km)

답 1.2 km

27 걸린 시간을 x분, 이동한 거리를 y m라 하자.

세운이의 그래프는 원점을 지나는 직선이므로

$y=ax$ $(a\neq 0)$라 하고 $x=5$, $y=500$을 대입하면

$500=5a \quad \therefore a=100 \quad \therefore y=100x$

학교에서 공원까지의 거리는 3 km이므로 세운이가 공원에 도착하는 데 걸리는 시간은

$3000=100x \quad \therefore x=30$

3 km=3000 m

민지의 그래프는 원점을 지나는 직선이므로

$y=bx$ $(b\neq 0)$라 하고 $x=5$, $y=300$을 대입하면

$300=5b \quad \therefore b=60 \quad \therefore y=60x$

민지가 공원에 도착하는 데 걸리는 시간은

$3000=60x \quad \therefore x=50$

따라서 세운이가 $50-30=20$(분) 더 빨리 도착한다.

답 세운, 20분

28 A의 그래프에서 x분 동안 물통에 넣는 물의 양을 y L라 하면 그래프는 원점을 지나는 직선이므로

$y=ax\ (a\neq0)$라 하고 $x=5$, $y=90$을 대입하면

$90=5a \quad \therefore a=18 \quad \therefore y=18x$

B의 그래프에서 x분 동안 빠져나가는 물의 양을 y L라 하면 그래프는 원점을 지나는 직선이므로 $y=bx\ (b\neq0)$라 하고 $x=5$, $y=60$을 대입하면

$60=5b \quad \therefore b=12 \quad \therefore y=12x$

따라서 x분 동안 물통에 채워지는 물의 양을 y L라 하면

$y=18x-12x=6x$

$y=6x$에 $y=300$을 대입하면

$300=6x \quad \therefore x=50$

따라서 물통에 물을 가득 채우는 데 걸리는 시간은 50분이다. 답 50분

Lecture 13 반비례 관계

W 75쪽

01 (ㅁ) $xy=6$에서 $\quad y=\frac{6}{x}$

이상에서 y가 x에 반비례하는 것은 (ㄴ), (ㅁ)이다.

답 (ㄴ), (ㅁ)

참고 y가 x에 정비례하는 것은 (ㄱ), (ㄷ), (ㅂ)이다.

02 ① $y=2000x$ ② $y=60x$
③ $y=x^2$ ④ $y=x+14$
⑤ $xy=20$이므로 $\quad y=\frac{20}{x}$

따라서 y가 x에 반비례하는 것은 ⑤이다. 답 ⑤

03 $y=\frac{a}{x}\ (a\neq0)$라 하고 $x=3$, $y=-6$을 대입하면

$-6=\frac{a}{3} \quad \therefore a=-18$

$\therefore y=-\frac{18}{x}$ 답 $y=-\frac{18}{x}$

04 y가 x에 반비례하므로 $y=\frac{a}{x}\ (a\neq0)$라 하고 $x=-4$, $y=3$을 대입하면

$3=\frac{a}{-4} \quad \therefore a=-12 \quad \therefore y=-\frac{12}{x}$

$y=-\frac{12}{x}$에 $x=-2$를 대입하면

$y=-\frac{12}{-2}=6$ 답 ⑤

05 (1) $x\times y=240$이므로 $\quad y=\frac{240}{x}$

(2) $y=\frac{240}{x}$에 $x=16$을 대입하면

$y=\frac{240}{16}=15$

따라서 15일 동안 읽어야 한다.

답 (1) $y=\frac{240}{x}$ (2) 15일

Q BOX

y가 x에 반비례
➡ $y=\frac{a}{x}\ (a\neq0)$

반비례 관계 $y=\frac{a}{x}\ (a\neq0)$의 그래프는 a의 절댓값이 작을수록 좌표축에 가깝다.

06 $x\times y=3\times40$이므로 $\quad xy=120$

$\therefore y=\frac{120}{x}$ 답 $y=\frac{120}{x}$

07 파장이 x m인 음파의 진동수를 y Hz라 하고 $y=\frac{a}{x}\ (a\neq0)$에 $x=6$, $y=90$을 대입하면

$90=\frac{a}{6} \quad \therefore a=540 \quad \therefore y=\frac{540}{x}$

$y=\frac{540}{x}$에 $x=15$를 대입하면 $\quad y=\frac{540}{15}=36$

따라서 음파의 진동수는 36 Hz이다. 답 ④

08 $x=-2$일 때, $\quad y=\frac{6}{-2}=-3$

따라서 $y=\frac{6}{x}$의 그래프는 제1사분면과 제3사분면을 지나는 한 쌍의 매끄러운 곡선이고, 점 $(-2,\ -3)$을 지나므로 그래프는 ③이다. 답 ③

09 ① $y=-\frac{5}{x}$에 $x=10$을 대입하면

$y=-\frac{5}{10}=-\frac{1}{2}$

④ $x>0$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.

⑤ $|-1|<|-5|$이므로 반비례 관계 $y=-\frac{1}{x}$의 그래프보다 좌표축에서 멀다.

답 ④

10 정비례 관계 $y=ax$의 그래프와 반비례 관계 $y=\frac{a}{x}$의 그래프는 $a<0$일 때 제2사분면을 지난다.

(ㄱ), (ㄷ) 제1사분면과 제3사분면을 지난다.

이상에서 그래프가 제2사분면을 지나는 것은 (ㄴ), (ㄹ), (ㅁ)이다. 답 (ㄴ), (ㄹ), (ㅁ)

11 ①, ③, ④ $x>0$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.

답 ②, ⑤

12 $a<0$, $|a|>|-4|$이므로

$a<-4$ 답 ①

13 $y=\frac{8}{x}$에 $x=-4$, $y=2a$를 대입하면

$2a=\frac{8}{-4}=-2 \quad \therefore a=-1$ 답 -1

14 $y=-\frac{12}{x}$에 $x=8$을 대입하면

$y=-\frac{12}{8}=-\frac{3}{2} \quad \therefore \mathrm{A}\left(8,\ -\frac{3}{2}\right)$

$y=-\frac{12}{x}$에 $x=-3$을 대입하면

$y=-\frac{12}{-3}=4 \quad \therefore \mathrm{B}(-3,\ 4)$

따라서 구하는 합은

$-\frac{3}{2}+4=\frac{5}{2}$ 답 ③

15 $y=\frac{a}{x}$에 $x=-3$, $y=-1$을 대입하면

$-1=\frac{a}{-3} \quad \therefore a=3$

따라서 $y=-3x$의 그래프는 원점과 점 $(1,\ -3)$을 지나는 직선이므로 그래프는 ④이다. 답 ④

$y=\frac{a}{x}$의 그래프가 점 $(-3,\ -1)$을 지난다.

16 $y=\frac{a}{x}$에 $x=-2$, $y=9$를 대입하면

$9=\frac{a}{-2} \quad \therefore a=-18 \quad \therefore y=-\frac{18}{x}$

$y=-\frac{18}{x}$에 $x=b$, $y=4$를 대입하면

$4=-\frac{18}{b} \quad \therefore b=-\frac{9}{2}$

$\therefore ab=-18\times\left(-\frac{9}{2}\right)=81$ 답 81

17 점 A의 x좌표가 3이므로 y좌표는 $\frac{a}{3}$이고, 점 B의 x좌표가 8이므로 y좌표는 $\frac{a}{8}$이다.

이때 두 점 A, B의 y좌표의 차가 $\frac{10}{3}$이므로

$\frac{a}{3}-\frac{a}{8}=\frac{10}{3}, \quad \frac{5}{24}a=\frac{10}{3}$

$\therefore a=16$ 답 16

18 그래프가 한 쌍의 매끄러운 곡선이므로

$y=\frac{a}{x}$ $(a\neq0)$라 하고 $x=-7$, $y=4$를 대입하면

$4=\frac{a}{-7} \quad \therefore a=-28$

$\therefore y=-\frac{28}{x}$ 답 $y=-\frac{28}{x}$

생각
그래프가 한 쌍의 매끄러운 곡선이므로 $y=\frac{a}{x}$에 그래프 위의 점의 좌표를 대입하여 a의 값을 구한다.

19 그래프가 한 쌍의 매끄러운 곡선이므로

$y=\frac{a}{x}$ $(a\neq0)$라 하고 $x=-6$, $y=-5$를 대입하면

$-5=\frac{a}{-6} \quad \therefore a=30 \quad \therefore y=\frac{30}{x}$

$y=\frac{30}{x}$에 $x=k$, $y=2$를 대입하면

$2=\frac{30}{k} \quad \therefore k=15$ 답 ④

20 열차가 초속 x m로 터널을 통과하는 데 걸리는 시간을 y초라 하면 xy의 값은 일정하므로 y가 x에 반비례한다.

$y=\frac{a}{x}$ $(a\neq0)$라 하고 $x=30$, $y=50$을 대입하면

$50=\frac{a}{30} \quad \therefore a=1500 \quad \therefore y=\frac{1500}{x}$

주어진 그래프가 점 $(30,\ 50)$을 지난다.

$y=\frac{1500}{x}$에 $x=75$를 대입하면 $\quad y=\frac{1500}{75}=20$

따라서 열차가 초속 75 m로 터널을 통과하는 데 걸리는 시간은 20초이다. 답 20초

21 점 P의 좌표를 $\left(p,\ -\frac{6}{p}\right)$ $(p<0)$이라 하면 삼각형 PAB의 넓이는

$\frac{1}{2}\times(-p)\times\left(-\frac{6}{p}\right)=3$ 답 3

$p<0$이므로 선분 PB의 길이는 $|p|=-p$

22 점 P의 좌표를 $\left(p,\ \frac{a}{p}\right)$ $(p>0)$라 하면

$\mathrm{A}(p,\ 0)$, $\mathrm{B}\left(0,\ \frac{a}{p}\right)$

직사각형 PAOB의 넓이가 20이므로

$p\times\left(-\frac{a}{p}\right)=20, \quad -a=20$

$\therefore a=-20$ 답 ②

$\frac{a}{p}<0$이므로 $\left|\frac{a}{p}\right|=-\frac{a}{p}$

23 10의 약수는 $\quad$ 1, 2, 5, 10

따라서 반비례 관계 $y=\frac{10}{x}$의 그래프 위의 점 중에서 x좌표와 y좌표가 모두 정수인 점은

$(1,\ 10)$, $(2,\ 5)$, $(5,\ 2)$, $(10,\ 1)$,
$(-1,\ -10)$, $(-2,\ -5)$, $(-5,\ -2)$,
$(-10,\ -1)$

의 8개이다. 답 ④

24 $y=\frac{a}{x}$에 $x=6$, $y=\frac{3}{2}$을 대입하면

$\frac{3}{2}=\frac{a}{6} \quad \therefore a=9 \quad \therefore y=\frac{9}{x}$

한편 9의 약수는 $\quad$ 1, 3, 9

따라서 반비례 관계 $y=\frac{9}{x}$의 그래프 위의 점 중에서 x좌표와 y좌표가 모두 자연수인 점은

$(1,\ 9)$, $(3,\ 3)$, $(9,\ 1)$

답 $(1,\ 9)$, $(3,\ 3)$, $(9,\ 1)$

25 점 A의 좌표를 $\left(a,\ \frac{4}{a}\right)$ $(a>0)$라 하자.

두 점 A, B의 y좌표가 같으므로 $y=\frac{8}{x}$에 $y=\frac{4}{a}$를 대입하면

$\frac{4}{a}=\frac{8}{x} \quad \therefore x=2a$

즉 점 B의 좌표는 $\left(2a,\ \frac{4}{a}\right)$이다.

$y=\frac{4}{2a}=\frac{2}{a}$

또 두 점 B, C의 x좌표가 같으므로 점 C의 좌표는 $\left(2a,\ \frac{2}{a}\right)$이다.

따라서 삼각형 ACB의 넓이는

$\frac{1}{2}\times(2a-a)\times\left(\frac{4}{a}-\frac{2}{a}\right)=1$ 답 1

선분 AB의 길이

선분 BC의 길이

W 07 정비례와 반비례

26 점 A의 좌표를 $\left(a,\ \frac{4}{a}\right)$ $(a>0)$라 하면 점 B의 y좌표가 $\frac{4}{a}$이므로 점 B의 x좌표는

$\frac{4}{a}=-\frac{6}{x}\qquad \therefore x=-\frac{3}{2}a$

즉 점 B의 좌표는 $\left(-\frac{3}{2}a,\ \frac{4}{a}\right)$이고 점 C의 x좌표가 $-\frac{3}{2}a$이므로 점 C의 y좌표는

$y=4\div\left(-\frac{3}{2}a\right)=4\times\left(-\frac{2}{3a}\right)=-\frac{8}{3a}$

따라서 점 C의 좌표는 $\left(-\frac{3}{2}a,\ -\frac{8}{3a}\right)$이므로 삼각형 ABC의 넓이는

$\frac{1}{2}\times\underbrace{\left\{a-\left(-\frac{3}{2}a\right)\right\}}_{\text{선분 AB의 길이}}\times\underbrace{\left\{\frac{4}{a}-\left(-\frac{8}{3a}\right)\right\}}_{\text{선분 BC의 길이}}$

$=\frac{1}{2}\times\frac{5}{2}a\times\frac{20}{3a}=\frac{25}{3}$ 답 $\frac{25}{3}$

27 $y=\frac{15}{x}$에 $y=3$을 대입하면

$3=\frac{15}{x}\qquad \therefore x=5\qquad \therefore \mathrm{P}(5,\ 3)$

$y=ax$에 $x=5$, $y=3$을 대입하면

$3=5a\qquad \therefore a=\frac{3}{5}$ 답 ①

두 그래프가 만나는 점이 주어진 경우
➡ 각각의 식에 만나는 점의 좌표를 대입하면 등식이 성립함을 이용한다.

28 $y=ax$에 $x=-4$, $y=3$을 대입하면

$3=-4a\qquad \therefore a=-\frac{3}{4}$

$y=\frac{b}{x}$에 $x=-4$, $y=3$을 대입하면

$3=\frac{b}{-4}\qquad \therefore b=-12$

$\therefore ab=-\frac{3}{4}\times(-12)=9$ 답 9

29 직사각형 ACBD의 가로의 길이가 8이므로

$8\times(\text{세로의 길이})=192$

$\therefore (\text{세로의 길이})=24$

이때 $\mathrm{A}(4,\ 4a)$, $\mathrm{B}(-4,\ -4a)$이고 선분 AD의 길이가 24이므로

$4a-(-4a)=24,\qquad 8a=24\qquad \therefore a=3$

두 점 B, D의 y좌표가 같으므로 $\mathrm{D}(4,\ -4a)$

$y=\frac{b}{x}$에 $x=4$, $y=12$를 대입하면

$y=\frac{b}{x}$의 그래프가 점 $\mathrm{A}(4,\ 12)$를 지난다.

$12=\frac{b}{4}\qquad \therefore b=48$

$\therefore \frac{b}{a}=\frac{48}{3}=16$ 답 16

고난도 Training

80쪽

01 점 A의 좌표를 $(a,\ 4a)$라 하면 두 점 A, B의 x좌표가 같으므로 점 B의 좌표는

$\left(a,\ \frac{1}{2}a\right)$

또 두 점 A, C의 y좌표가 같으므로 $y=\frac{1}{2}x$에 $y=4a$를 대입하면

$4a=\frac{1}{2}x\qquad \therefore x=8a$

즉 점 C의 좌표는 $(8a,\ 4a)$이다.

이때 선분 AC의 길이가 14이므로

$8a-a=14,\qquad 7a=14\qquad \therefore a=2$

따라서 선분 AB의 길이는

$4a-\frac{1}{2}a=\frac{7}{2}a=\frac{7}{2}\times2=7$ 답 7

02 점 B_n의 x좌표가 n이므로

$\mathrm{B}_n\left(n,\ \frac{5}{n}\right)$

즉 $S_n=n\times\frac{5}{n}=5$이므로

$S_1=S_2=S_3=\cdots=S_{30}=5$

$\therefore S_1+S_2+S_3+\cdots+S_{30}=5\times30=150$

답 150

03 점 P의 y좌표가 -1이므로 $y=\frac{8}{x}$에 $y=-1$을 대입하면

$-1=\frac{8}{x}\qquad \therefore x=-8$

$\therefore \mathrm{P}(-8,\ -1)$, $\mathrm{A}(-8,\ 0)$

점 B가 점 A를 출발한 지 3초 후의 점 B의 x좌표는

$-8+2\times3=-2\qquad \therefore \mathrm{B}(-2,\ 0)$

(점 Q의 x좌표) $=$ (점 B의 x좌표)

점 Q의 x좌표가 -2이므로 $y=\frac{8}{x}$에 $x=-2$를 대입하면

$y=\frac{8}{-2}=-4\qquad \therefore \mathrm{Q}(-2,\ -4)$

따라서 사각형 APQB의 넓이는

$\frac{1}{2}\times(1+4)\times\underbrace{6}_{(\text{선분 AB의 길이})=-2-(-8)=6}=15$ 답 15

04 $y=\frac{9}{x}$에 $x=p$, $y=6$을 대입하면

$6=\frac{9}{p}\qquad \therefore p=\frac{3}{2}$

(i) $y=ax$의 그래프가 점 $\mathrm{A}\left(\frac{3}{2},\ 6\right)$을 지날 때,

$y=ax$에 $x=\frac{3}{2}$, $y=6$을 대입하면

$6=\frac{3}{2}a\qquad \therefore a=4$

(ii) $y=ax$의 그래프가 점 $\mathrm{B}(3,\ 3)$을 지날 때,

$y=ax$에 $x=3$, $y=3$을 대입하면

$3=3a\qquad \therefore a=1$

(i), (ii)에서 구하는 a의 값의 범위는

$1\le a\le4$ 답 $1\le a\le4$

MEMO

MEMO

SOLUTION

LECTURE BOOK

WORK BOOK

LECTURE BOOK

I. 수와 연산

01 소인수분해

L 9쪽 핵심 유형 Q+Q
01 2 02 ② 03 ③
04 ② 05 3 06 ③ 07 ③ 08 25 09 ②, ⑤
10 585 11 ⑤ 12 4 13 ⑤

L 11쪽 발전 유형 Q+Q
01 ⑤ 02 2 03 ④
04 50 05 12 06 ③

L 13쪽 핵심 유형 Q+Q
01 ④ 02 33 03 ②
04 5 05 ②, ③ 06 12 07 ⑤ 08 2
09 ①, ④ 10 6 11 15 12 36 13 ②
14 119 15 147 16 1, 2, 3, 6 17 ④ 18 ③

L 16쪽 발전 유형 Q+Q
01 6 02 ② 03 ④
04 ③ 05 6, 27 06 ④ 07 30 08 375 09 540
10 ① 11 ③ 12 A: 8번, B: 5번

L 18쪽 중단원 실전 TEST
01 ④ 02 3 03 ④
04 40 05 ③ 06 3 07 ③ 08 12 09 ①
10 4 11 5 12 ③ 13 $\frac{18}{5}$ 14 12 15 ②
16 ③ 17 8 18 ② 19 26000원 20 ⑤
21 ④ 22 300 23 216 24 ④

I. 수와 연산

02 정수와 유리수

L 23쪽 핵심 유형 Q+Q
01 ③ 02 ④
03 $+\frac{4}{3}$, $+0.8$, $-1\frac{3}{5}$ 04 1 05 5 06 ④
07 (ㄷ), (ㄹ) 08 ② 09 $-\frac{3}{2}$ 10 $a=-3$, $b=1$
11 ④ 12 -5, 3

L 25쪽 발전 유형 Q+Q
01 11 02 ①
03 A: -6, D: 3 04 D: 11, F: -4

L 27쪽 핵심 유형 Q+Q
01 $\frac{3}{2}$ 02 ① 03 9, -9
04 $\frac{9}{2}$ 05 ① 06 $a=-\frac{11}{2}$, $b=\frac{2}{5}$ 07 ④
08 $\frac{7}{4}$ 09 ④ 10 ⑤ 11 5 12 -3

L 29쪽 발전 유형 Q+Q
01 ② 02 5 03 17
04 3 05 ① 06 9 07 ③
08 $-\frac{1}{14}$, $\frac{1}{14}$, $\frac{3}{14}$, $\frac{5}{14}$ 09 $a<c<b<d$
10 c, a, b, d 11 2 12 ④

L 31쪽 중단원 실전 TEST
01 ⑤ 02 ④ 03 ⑤
04 ⑤ 05 $a=-1$, $b=2$ 06 ③, ④
07 $a=-\frac{4}{3}$, $b=\frac{4}{3}$ 08 ③ 09 C 10 -2, 2
11 ④ 12 ④ 13 0 14 ③ 15 ⑤ 16 5
17 9 18 $-\frac{5}{2}$ 19 8 20 ③ 21 ④ 22 -5
23 8 24 $(-4, 4, 4)$, $(1, 8, 8)$, $(-1, 8, 8)$

I. 수와 연산

03 유리수의 계산

L 36쪽 핵심 유형 Q+Q
01 ③
02 (가) 덧셈의 교환법칙 (나) 덧셈의 결합법칙 03 ③ 04 ①
05 ⑤ 06 7 07 ① 08 ⑤ 09 $\frac{8}{5}$ 10 -10
11 $\frac{7}{8}$ 12 ④ 13 2

L 38쪽 발전 유형 Q+Q
01 3 02 $-\frac{25}{4}$
03 8 04 ③ 05 1450명 06 $\frac{19}{3}$ m

L 40쪽 핵심 유형 Q+Q
01 ④
02 (가) 곱셈의 교환법칙 (나) 곱셈의 결합법칙 03 $-\frac{1}{6}$ 04 ③

05 ⑤ 06 2 07 $\frac{11}{15}$ 08 ⑤ 09 $-\frac{2}{7}$ 10 ④
11 ⑤ 12 ③ 13 ③ 14 1 15 $-\frac{7}{3}$ 16 ⑤
17 $-\frac{3}{10}$ 18 $\frac{4}{7}$ 19 $-\frac{16}{11}$ 20 ②
21 ③

L 43쪽 발전 유형 Q+Q 01 ⑤ 02 95 03 ③
04 $\frac{3}{4}$ 05 ③ 06 -1 07 -15 08 40 09 ③
10 $-\frac{10}{9}$ 11 11점 12 $\frac{31}{6}$

L 45쪽 중단원 실전 TEST 01 ③ 02 ⑤ 03 ②
04 ② 05 35개 06 $-\frac{2}{3}$ 07 $\frac{10}{3}$ 08 ① 09 ③
10 ④ 11 $-\frac{1}{20}$ 12 ① 13 -18 14 ④
15 $-\frac{5}{4}$ 16 ④ 17 $\frac{28}{5}$ 18 ② 19 $\frac{49}{18}$ 20 ⑤
21 3칸 22 $\frac{5}{3}$ 23 $-\frac{2}{9}$ 24 $\frac{65}{2}$

L 49쪽 최고 수준 도전하기 01 7 02 11번 03 55
04 2, -2, 5, 10, -15 05 -11 06 10개

Ⅱ. 방정식

04 문자의 사용과 식

L 53쪽 핵심 유형 Q+Q 01 ④ 02 $-\frac{3x^2(y+1)}{z}$
03 (ㄴ), (ㅂ) 04 ④ 05 ④ 06 $\left(\frac{a}{4}+\frac{1}{2}\right)$시간
07 $(400-60x)$ km 08 ③ 09 $\frac{2}{3}a$ % 10 ⑤
11 ③ 12 ② 13 (1) $\frac{1}{2}h(x+y)$ (2) 44

L 55쪽 발전 유형 Q+Q 01 -68 02 ①, ④
03 (1) $2(n-1)+1$ (2) 29
04 (1) $(40n+80)$ cm (2) 360 cm

L 57쪽 핵심 유형 Q+Q 01 ④ 02 ③ 03 ⑤
04 28 05 ③, ⑤ 06 (ㄴ), (ㄷ), (ㄹ) 07 ④
08 9 09 ④ 10 $\frac{1}{12}x+\frac{2}{3}$ 11 $6x+11y$
12 ⑤ 13 ② 14 $8a+4b$

L 59쪽 발전 유형 Q+Q 01 ⑤ 02 -2
03 $-2x+11$ 04 $-9x-4$ 05 $10x+2$
06 $-x-15$ 07 (1) $-6x+3$ (2) $6x-3$
08 $\frac{7}{6}x+\frac{7}{6}$ 09 ⑤ 10 $550-\frac{1}{2}a$
11 $(5x-30)\text{ cm}^2$ 12 $20x+16$

L 61쪽 중단원 실전 TEST 01 ③ 02 ③ 03 ⑤
04 $\left(\frac{1}{20}a+5b\right)$ g 05 ① 06 ② 07 ②
08 (1) 초속 346 m (2) 1730 m 09 (1) $4n-3$ (2) 45
10 ④ 11 ② 12 ③ 13 ⑤ 14 18 15 ①
16 ④ 17 19 18 $-3x+45$ 19 $8x-11$
20 $-\frac{7}{3}x-\frac{20}{3}$ 21 $26x-14$ 22 ①
23 $\frac{3}{20}x+5$ 24 $33x+15$

Ⅱ. 방정식

05 일차방정식

L 67쪽 핵심 유형 Q+Q 01 ④ 02 ⑤ 03 (ㄷ), (ㅁ)
04 ⑤ 05 -3 06 ③ 07 (가): (ㄱ), (나): (ㄷ) 08 ⑤
09 ② 10 ⑤ 11 (ㄱ), (ㄷ) 12 ④ 13 0
14 ④ 15 24 16 ③ 17 ② 18 $x=15$
19 ① 20 -5

L 70쪽 발전 유형 Q+Q 01 ③ 02 ③ 03 -13
04 -1 05 ⑤ 06 5 07 ③ 08 4 09 2
10 ① 11 ② 12 1

L 73쪽 핵심 유형 Q+Q 01 ② 02 26 03 28
04 ③ 05 9개 06 ③ 07 ③ 08 10 cm
09 ④ 10 20일 11 3시간 12 4일 13 ①
14 220 km 15 4분 16 ③ 17 ② 18 8분
19 ⑤ 20 ① 21 600 g 22 ②

L 77쪽 **발전 유형 Q+Q**

01 160　02 ④
03 4000원　04 ⑤　05 ③　06 22　07 174
08 ③　09 초속 30 m　10 3시 $\frac{180}{11}$분
11 7시 $\frac{60}{11}$분　12 ②　13 14일, 20일, 21일, 22일, 28일

L 79쪽 **중단원 실전 TEST**

01 ④　02 ④　03 ⑤
04 ③, ④　05 7　06 ③　07 ③　08 4
09 8　10 16　11 7　12 ③　13 493　14 ②
15 324 cm^2　16 ①　17 12　18 ⑤　19 100 g
20 47　21 22　22 ④　23 ③　24 초속 25 m

L 83쪽 **최고 수준 도전하기**

01 $50x+5y+3$
02 $\frac{75}{4}n+\frac{25}{4}$　03 4　04 -3　05 150　06 340
07 시속 115 km　08 7 : 1

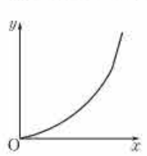
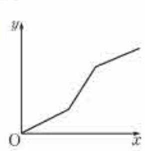
Ⅲ. 그래프와 비례

06 좌표평면과 그래프

L 87쪽 **핵심 유형 Q+Q**

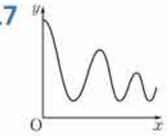
01 ①
02 (5, 1), (6, 2), (7, 3), (8, 4), (9, 5), (10, 6)　03 ⑤
04 2　05 ④　06 ⑤　07 ②　08 ①　09 ④
10 6　11 ⑤　12 ⑤　13 (1) 3　(2) 140 m
14 (1) (ㄷ)　(2) (ㄴ)　(3) (ㄱ)　15 ③

L 90쪽 **발전 유형 Q+Q**

01 ②　02 제1사분면
03 ①　04 24　05 12　06 ⑤
07 (1) 150 m　(2) C, B, A
08 
09 

L 92쪽 **중단원 실전 TEST**

01 (1, 2), (1, 3), (2, 3)
02 ③　03 -4　04 ③　05 15　06 ⑤　07 ④
08 ④　09 ③　10 1　11 ④
12 (1) 20 °C　(2) 최고 기온: 25 °C, 최저 기온: 10 °C
13 (1) 40 m　(2) 4분, 8분, 16분, 20분, 28분, 32분　(3) 24분

14 (1) ㉡　(2) 12분, 8분　15 3　16 ①
17 

Ⅲ. 그래프와 비례

07 정비례와 반비례

L 97쪽 **핵심 유형 Q+Q**

01 ③　02 (ㄱ), (ㄷ)
03 ④　04 -6　05 (1) $y=2x$　(2) 26 cm
06 $y=8x$, 17 L　07 ④　08 ⑤　09 ⑤　10 18
11 ②　12 20　13 ④　14 $\frac{35}{2}$

L 100쪽 **발전 유형 Q+Q**

01 (1) $\mathrm{A}(-5, 10)$, $\mathrm{B}\left(\frac{5}{2}, 10\right)$　(2) 4　02 (8, 2)
03 $\frac{3}{4}$　04 ④　05 60 km　06 3개

L 102쪽 **핵심 유형 Q+Q**

01 ③, ⑤　02 (ㄷ), (ㄹ)
03 ②　04 -10　05 (1) $y=\frac{36}{x}$　(2) 4대
06 $y=\frac{42}{x}$, 6 cm　07 ④　08 ④　09 ④　10 10
11 ③　12 -3　13 20　14 ①

L 105쪽 **발전 유형 Q+Q**

01 ③　02 10　03 36
04 6　05 $\frac{1}{3}$　06 16

L 106쪽 **중단원 실전 TEST**

01 ②　02 ④　03 ④
04 $y=4x$, 20 cm^2　05 ①　06 ①　07 ③
08 $y=\frac{5}{2}x$　09 ④　10 $\left(\frac{9}{4}, 3\right)$　11 15분
12 ⑤　13 (1) $y=\frac{36}{x}$　(2) $a=9$, $b=\frac{9}{2}$　14 ④　15 ②
16 ①, ③　17 49　18 $\frac{39}{4}$　19 ③　20 -64
21 20　22 (1, 2)　23 ①　24 10

L 110쪽 **최고 수준 도전하기**

01 제4사분면
02 $a=8$, $b=8$, 넓이: 256　03 $(-7, 4)$　04 ③
05 23　06 $y=\frac{5}{12}x$

WORK BOOK

I. 수와 연산

01 소인수분해

W 2쪽 Lecture 01

01 61 **02** ① **03** 2 **04** ④, ⑤

05 4 **06** ① **07** (ㄱ), (ㄷ) **08** ② **09** ⑤

10 1 **11** 25 **12** ④ **13** ③ **14** 40 **15** ④

16 ② **17** ① **18** ③ **19** 12 **20** 3 **21** ④

22 6 **23** ② **24** ③ **25** 9 **26** 21 **27** ①

28 112 **29** 48 **30** 289, 361 **31** ④

W 7쪽 Lecture 02

01 ② **02** 80 **03** ③ **04** 6

05 2 **06** ② **07** ② **08** 42 **09** ④ **10** ④

11 ② **12** 9 **13** ②, ③ **14** 945 **15** 120

16 15 **17** ② **18** 28 **19** 147 **20** ③ **21** ③

22 2 **23** 183 **24** ②, ⑤ **25** ② **26** ①

27 52 **28** 16 **29** 60 **30** ② **31** ⑤ **32** ④

33 66 **34** 56, 104 **35** 80 **36** 78 **37** 15

38 ① **39** ① **40** 22개 **41** ④ **42** 5400 cm^2

W 14쪽 고난도 Training

01 108 **02** ② **03** 24 **04** 1명

I. 수와 연산

02 정수와 유리수

W 15쪽 Lecture 03

01 ④ **02** (ㄷ), (ㄹ) **03** 8

04 ④ **05** 5 **06** ③ **07** (ㄱ), (ㄴ) **08** ③

09 ② **10** -4 **11** 1 **12** ① **13** $a=-1$, $b=7$

14 $\frac{16}{45}$ **15** 3 **16** ② **17** $\frac{7}{2}$

18 B: 3, C: 7, E: 15 **19** (1) C, B, D, A, E (2) 3 m

W 18쪽 Lecture 04

01 ⑤ **02** $a=5$, $b=-\frac{1}{3}$ **03** ②, ⑤

04 ③ **05** 6 **06** ④ **07** 7 **08** ④

09 -6, $-\frac{3}{7}$ **10** ③ **11** ⑤ **12** $\frac{16}{3}$ **13** ②

14 ③ **15** ② **16** 15 **17** -4 **18** ② **19** 7

20 6 **21** 6, -18 **22** $(4, -12)$, $(-4, 12)$

23 ④ **24** 5 **25** $-\frac{11}{4}$ **26** 7 **27** ④

28 c, a, b, d **29** $c<a<b$ **30** $a=-3$, $b=2$

31 ③

W 23쪽 고난도 Training

01 b, d, c, a **02** 25 **03** ①

04 $a=5$, $b=4$, $c=-4$

I. 수와 연산

03 유리수의 계산

W 24쪽 Lecture 05

01 ③ **02** ② **03** $\frac{13}{10}$ **04** ④

05 ④ **06** ③ **07** ④ **08** ⑤ **09** $-\frac{4}{9}$ **10** $\frac{5}{14}$

11 $\frac{11}{12}$ **12** $\frac{41}{15}$ **13** ③ **14** ① **15** 16 **16** 13

17 $-\frac{31}{12}$ **18** $-\frac{29}{6}$ **19** ② **20** 9

21 $A=\frac{1}{2}$, $B=2$, $C=\frac{2}{5}$, $D=\frac{1}{2}$ **22** ① **23** 42쪽

24 ③

W 28쪽 Lecture 06

01 ② **02** ④ **03** $\frac{4}{9}$ **04** $-\frac{1}{101}$

05 ⑤ **06** $-\frac{1}{8}$ **07** ③ **08** ③ **09** 250 **10** 6

11 20 **12** ④ **13** $-\frac{16}{9}$ **14** ③ **15** 5 **16** -3

17 (ㄹ), (ㄷ), (ㅁ), (ㄴ), (ㄱ) **18** ③ **19** ② **20** -90 **21** $-\frac{5}{8}$

22 $-\frac{48}{25}$ **23** $\frac{27}{10}$ **24** -21 **25** ③ **26** ③, ④

27 ⑤ **28** ② **29** $-\frac{2}{3}$ **30** ④ **31** $\frac{1}{2}$ **32** -240

33 ① **34** -2 **35** -24 **36** 12 **37** 10 **38** $\frac{19}{60}$

39 ③ **40** ① **41** 갑: 11, 을: 1 **42** ②

W 35쪽 고난도 Training

01 $\frac{1}{2}$ **02** $-\frac{42}{11}$ **03** $b-a$, b, $-a$, a, $a-b$ **04** $-\frac{57}{40}$

04 문자의 사용과 식

W 36쪽 Lecture 07 **01** $0.1x(x-y)$ **02** ④ **03** ⑤
04 ③ **05** ④ **06** ⑤ **07** $\left(\frac{3}{2}x+\frac{5}{2}y\right)\mathrm{cm}^2$
08 $\left(\frac{2}{5}a+5b\right)\mathrm{mg}$ **09** $(15-4x)\ \mathrm{km}$ **10** $\left(\frac{3}{x}+\frac{2}{y}\right)$시간
11 $\left(3a+\frac{3}{50}b\right)\mathrm{g}$ **12** $\frac{600+100x}{200+x}\ \%$ **13** ⑤ **14** ③
15 -6 **16** 29 **17** ③ **18** (1) $(20-ab)\ \mathrm{cm}$ (2) $14\ \mathrm{cm}$
19 (1) $(4a+9b+200)\ \mathrm{kcal}$ (2) $332\ \mathrm{kcal}$
20 (1) $85(60-x)\ \mathrm{m}^2$ (2) $3400\ \mathrm{m}^2$ **21** -16 **22** ①, ⑤
23 (1) $3(n-1)+4$ (2) 73 **24** (1) $n(n+1)$ (2) 90

W 40쪽 Lecture 08 **01** ③ **02** ③, ④ **03** ④
04 $-\frac{3}{2}$ **05** ④ **06** 21 **07** ⑤ **08** $2x+9y-6$
09 2 **10** ⑤ **11** ⑤ **12** $27x+1$ **13** $a-2$
14 0 **15** ⑤ **16** $\frac{1}{3}$ **17** ④ **18** $4x-38$
19 ③ **20** ④ **21** ⑤ **22** $-3x+10$ **23** $7x-3$
24 $a=2,\ b\neq 6$ **25** ④ **26** -14 **27** $7x-15y$
28 ① **29** $9x-1$ **30** $10x+5$ **31** $2x-5$
32 $-8x+5$ **33** $(24000x+1000)$원
34 (1) A: $\frac{24}{25}x$원, B: $\frac{24}{25}x$원 (2) 같다. **35** $34.26r$
36 ② **37** $7x+56$

W 46쪽 고난도 Training
01 1 **02** ① **03** $\left(x+\frac{1}{2}\right)$시간 **04** $\frac{9}{8}a$

05 일차방정식

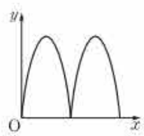
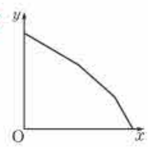
W 47쪽 Lecture 09 **01** ④ **02** $x=2$ **03** ④, ⑤
04 ⑤ **05** ⑤ **06** 6 **07** ㈀, ㈂, ㈄ **08** ④
09 ㈎ $-3x$ ㈏ 4 ㈐ 12 ㈑ 4 ㈒ 3 **10** ①, ②
11 ③ **12** ④ **13** ⑤ **14** ③ **15** ⑤ **16** $x=4$
17 ① **18** 4 **19** 9 **20** ① **21** 14 **22** -4
23 ② **24** -8 **25** $x=3$ **26** ⑤ **27** -3 **28** ⑤
29 ③ **30** 4 **31** 5 **32** ④ **33** ② **34** $\frac{1}{15}$
35 ② **36** -2 **37** ① **38** 10 **39** 1 **40** -7
41 ① **42** $\frac{9}{10}$ **43** -4

W 54쪽 Lecture 10 **01** ② **02** 13 **03** ③ **04** 48
05 326 **06** ④ **07** 10 **08** ③ **09** $54\ \mathrm{cm}^2$
10 $128\ \mathrm{cm}^2$ **11** 15개월 **12** ② **13** 6일
14 3시간 **15** ⑤ **16** ① **17** $4\ \mathrm{km}$ **18** ④ **19** 50분
20 ④ **21** $2700\ \mathrm{m}$ **22** 오후 4시 12분 **23** ④
24 4분 **25** ③ **26** $50\ \mathrm{g}$ **27** ① **28** ④ **29** $10\ \%$
30 ② **31** $150\ \mathrm{g}$ **32** ④ **33** 300 **34** ⑤
35 10600원 **36** ⑤ **37** 11000원 **38** ③
39 ① **40** 18개 **41** ④ **42** 26, 157 **43** ④
44 초속 $20\ \mathrm{m}$ **45** 9시 $\frac{180}{11}$분
46 (1) $6x-(240+0.5x)=30$ (2) 8시 $\frac{540}{11}$분 **47** ①
48 17개

W 62쪽 고난도 Training
01 1 **02** 2 **03** (1) $10\ \mathrm{cm}$ (2) 40초 **04** ①

06 좌표평면과 그래프

W 63쪽 Lecture 11

01 5 **02** ③ **03** ③ **04** ④
05 ③ **06** 9 **07** ③ **08** 12 **09** 8 **10** 2
11 ② **12** ④ **13** ③ **14** 제2사분면 **15** 7
16 ③ **17** ⑤ **18** ④ **19** (1) 400 m (2) 4분 (3) 24분
20 ③ **21** ③ **22** ① **23** ④ **24** 제3사분면
25 제3사분면 **26** ② **27** 40 **28** $\frac{13}{2}$ **29** (ㄱ), (ㄴ)
30 ②
31

32


W 69쪽 고난도 Training

01 $(5,\ -2)$ **02** ④ **03** $(9,\ -5)$ **04** ③

Ⅲ. 그래프와 비례

07 정비례와 반비례

W 70쪽 Lecture 12

01 4 **02** ② **03** $y=\frac{3}{4}x$
04 ① **05** $y=\frac{9}{10}x$ **06** (1) $y=6x$ (2) 312 kcal
07 $y=0.5x$, 40분 **08** ② **09** ③ **10** ①, ⑤
11 (ㄴ), (ㄷ) **12** $b<a<c$ **13** 12 **14** ②
15 ⑤ **16** 4 **17** $y=\frac{3}{7}x$ **18** ③ **19** $\frac{10}{3}$
20 6 **21** ② **22** $(2,\ -1)$ **23** ⑤ **24** $\frac{4}{5}$
25 ③ **26** 1.2 km **27** 세운, 20분 **28** 50분

W 75쪽 Lecture 13

01 (ㄴ), (ㅁ) **02** ⑤
03 $y=-\frac{18}{x}$ **04** ⑤ **05** (1) $y=\frac{240}{x}$ (2) 15일
06 $y=\frac{120}{x}$ **07** ④ **08** ③ **09** ④
10 (ㄴ), (ㄹ), (ㅁ) **11** ②, ⑤ **12** ① **13** -1
14 ③ **15** ④ **16** 81 **17** 16 **18** $y=-\frac{28}{x}$
19 ④ **20** 20초 **21** 3 **22** ② **23** ④
24 $(1,\ 9)$, $(3,\ 3)$, $(9,\ 1)$ **25** 1 **26** $\frac{25}{3}$ **27** ①
28 9 **29** 16

W 80쪽 고난도 Training

01 7 **02** 150 **03** 15 **04** $1\le a\le 4$

LECTURE BOOK

I. 수와 연산

01 소인수분해

Lecture 01 소인수분해

핵심 유형 Q+Q L 9쪽

01 소수는 23, 47, 89의 3개이므로 $a=3$
합성수는 6, 51, 63, 117, 133의 5개이므로
$b=5$
$\therefore b-a=5-3=2$ 답 2

02 (ㄱ) 9는 홀수이지만 소수가 아니다.
(ㄷ) 2는 소수이지만 홀수가 아니다.
(ㄹ) 10 이하의 소수는 2, 3, 5, 7의 4개이다.
(ㅁ) 27은 일의 자리의 숫자가 7이지만 소수가 아니다.
이상에서 옳은 것은 (ㄴ), (ㄹ)이다. 답 ②

03 ① $4\times4\times4=4^3$
② $3\times3\times3\times3=3^4$
④ $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\left(\frac{1}{2}\right)^4$
⑤ $\frac{1}{3\times3\times7\times7\times7}=\frac{1}{3^2\times7^3}$
답 ③

04 $3^3=27$, $5^4=625$이므로 $a=3$, $b=4$
$\therefore a+b=3+4=7$ 답 ②

05 $252=2^2\times3^2\times7$이므로 $a=2$, $b=2$, $c=1$
$\therefore a+b-c=2+2-1=3$ 답 3

06 ① $36=2^2\times3^2$이므로 소인수는 2, 3
② $54=2\times3^3$이므로 소인수는 2, 3
③ $78=2\times3\times13$이므로 소인수는 2, 3, 13
④ $144=2^4\times3^2$이므로 소인수는 2, 3
⑤ $162=2\times3^4$이므로 소인수는 2, 3
답 ③

07 $126=2\times3^2\times7$에서 소인수 2, 7의 지수가 홀수이므로 2와 7을 곱해야 한다.
따라서 곱할 수 있는 가장 작은 자연수는
$2\times7=14$ 답 ③

08 $198=2\times3^2\times11$에서 소인수 2, 11의 지수가 홀수이므로 2와 11로 나누어야 한다.
$\therefore a=2\times11=22$
$b^2=198\div22=9=3^2$이므로 $b=3$
$\therefore a+b=22+3=25$ 답 25

Q BOX

약수를 작은 수부터 차례대로 나열하면
1, 2, 3, 4, 6, …

약수 중 가장 큰 수는 $2^3\times3\times7^2$이므로 두 번째로 큰 수는 $2^2\times3\times7^2$이다.

어떤 자연수의 제곱인 수
➡ 소인수분해하였을 때 모든 소인수의 지수가 짝수인 수

09 $240=2^4\times3\times5$의 약수는
(2^4의 약수)$\times$(3의 약수)$\times$(5의 약수)
꼴이다.
① 2×3^2에서 3^2은 3의 약수가 아니다.
③ $2^2\times5^2$에서 5^2은 5의 약수가 아니다.
④ $2^2\times3^2\times5$에서 3^2은 3의 약수가 아니다.
따라서 240의 약수인 것은 ②, ⑤이다. 답 ②, ⑤

10 $2^3\times3\times7^2$의 약수는
(2^3의 약수)$\times$(3의 약수)$\times$(7^2의 약수)
꼴이므로
$a=3$, $b=2^2\times3\times7^2=588$
$\therefore b-a=588-3=585$ 답 585

11 $80=2^4\times5$이므로 약수의 개수는
$(4+1)\times(1+1)=10$
① $44=2^2\times11$이므로 약수의 개수는
$(2+1)\times(1+1)=6$
② $81=3^4$이므로 약수의 개수는 $4+1=5$
③ $120=2^3\times3\times5$이므로 약수의 개수는
$(3+1)\times(1+1)\times(1+1)=16$
④ $154=2\times7\times11$이므로 약수의 개수는
$(1+1)\times(1+1)\times(1+1)=8$
⑤ $162=2\times3^4$이므로 약수의 개수는
$(1+1)\times(4+1)=10$
답 ⑤

12 $60=2^2\times3\times5$이므로
$n(60)=(2+1)\times(1+1)\times(1+1)=12$
$105=3\times5\times7$이므로
$n(105)=(1+1)\times(1+1)\times(1+1)=8$
$\therefore n(60)-n(105)=12-8=4$ 답 4

13 ① $3^4\times6=2\times3^5$이므로 약수의 개수는
$(1+1)\times(5+1)=12$
② $3^4\times9=3^6$이므로 약수의 개수는 $6+1=7$
③ $3^4\times16=2^4\times3^4$이므로 약수의 개수는
$(4+1)\times(4+1)=25$
④ $3^4\times20=2^2\times3^4\times5$이므로 약수의 개수는
$(2+1)\times(4+1)\times(1+1)=30$
⑤ $3^4\times25=3^4\times5^2$이므로 약수의 개수는
$(4+1)\times(2+1)=15$
답 ⑤

Q쌤 한마디

$15=5\times3=(4+1)\times(2+1)$ 또는 $15=15\times1=14+1$
이므로 □ 안에 들어갈 수 있는 수는
(3이 아닌 소수)^2 또는 3^{10}
입니다.

발전 유형 Q+Q

11쪽

01 $3^1=3$, $3^2=9$, $3^3=27$, $3^4=81$, $3^5=243$, …이므로 3의 거듭제곱의 일의 자리의 숫자는

$3, 9, 7, 1$

이 이 순서대로 반복된다.
이때 $198=4\times49+2$이므로 3^{198}의 일의 자리의 숫자는 3^2의 일의 자리의 숫자와 같은 9이다. 답 ⑤

거듭제곱의 일의 자리의 숫자
➡ 반복되는 규칙을 찾는다.

02 $2^1=2$, $2^2=4$, $2^3=8$, $2^4=16$, $2^5=32$, …이므로 2의 거듭제곱의 일의 자리의 숫자는

$2, 4, 8, 6$

이 이 순서대로 반복된다.
이때 $1001=4\times250+1$이므로 2^{1001}의 일의 자리의 숫자는 2이다. 답 2

03 $225=3^2\times5^2$이므로 225에 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 세제곱이 되려면 소인수 3, 5의 지수가 3의 배수이어야 한다.
따라서 곱할 수 있는 가장 작은 자연수는

$3\times5=15$ 답 ④

생각
어떤 자연수의 세제곱인 수는 소인수분해하였을 때 모든 소인수의 지수가 3의 배수임을 이용한다.

04 $540=2^2\times3^3\times5$이므로 540에 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 세제곱이 되려면 소인수 2, 5의 지수가 3의 배수이어야 한다.
따라서 곱할 수 있는 가장 작은 자연수는

$2\times5^2=50$ 답 50

$540\times2\times5^2=27000$
$=30^3$

05 $6=6\times1$ 또는 $6=3\times2$
(i) $6=6\times1=5+1$일 때,
a^5(a는 소수) 꼴이어야 하므로 가장 작은 자연수는
$2^5=32$
(ii) $6=3\times2=(2+1)\times(1+1)$일 때,
$a^2\times b$ (a, b는 서로 다른 소수) 꼴이어야 하므로 가장 작은 자연수는
$2^2\times3=12$
(i), (ii)에서 가장 작은 자연수는 12이다. 답 12

06 약수의 개수가 3인 자연수는 (소수)^2 꼴이다.
따라서 구하는 수는

$2^2=4$, $3^2=9$, $5^2=25$, $7^2=49$,
$11^2=121$, $13^2=169$

의 6개이다. 답 ③

Q쌤 보충학습

① 약수의 개수가 2인 자연수 ➔ 소수
② 약수의 개수가 3인 자연수 ➔ (소수)^2 꼴
③ 약수의 개수가 4인 자연수
➔ (소수)^3 또는 $a\times b$ (a, b는 서로 다른 소수) 꼴

Lecture 02 최대공약수와 최소공배수

핵심 유형 Q+Q

13쪽

01 주어진 두 수의 최대공약수는 각각 다음과 같다.
① 3 ② 5 ③ 3 ④ 1 ⑤ 13
따라서 두 수가 서로소인 것은 ④이다. 답 ④

02 $54=2\times3^3$이므로 54와 서로소인 자연수는 2의 배수도 아니고 3의 배수도 아닌 수이다.
이때 100 이하의 자연수 중 2의 배수는 50개, 3의 배수는 33개, 2의 배수이면서 3의 배수인 수는 16개이므로 구하는 자연수의 개수는

$100-(50+33-16)=33$ 답 33

6의 배수

03 $168=2^3\times3\times7$이므로 세 수의 최대공약수는

$2^3\times3$ 답 ②

04 $a=3$, $b=2$이므로

$a+b=3+2=5$ 답 5

05 두 수의 공약수는 두 수의 최대공약수인 $2^2\times3^2$의 약수이다. 답 ②, ③

06 세 수의 공약수는 세 수의 최대공약수인 $2^3\times5^2$의 약수이다.
따라서 세 수의 공약수의 개수는

$(3+1)\times(2+1)=12$ 답 12

07 $60=2^2\times3\times5$이므로 세 수의 최소공배수는

$2^2\times3^2\times5^2$ 답 ⑤

08 최대공약수가 $2^2\times3$이므로 $a=2$
최소공배수가 $2^3\times3^2\times7^c$이므로 $b=2$, $c=2$
$\therefore a-b+c=2-2+2=2$ 답 2

09 세 수의 공배수는 세 수의 최소공배수인 $2^3\times3^2\times5^2$의 배수이다. 답 ①, ④

10 $8=2^3$, $16=2^4$, $20=2^2\times5$이므로 세 수의 공배수는 세 수의 최소공배수인 $2^4\times5=80$의 배수이다.
따라서 500 이하의 자연수 중 세 수의 공배수는

80, 160, 240, 320, 400, 480

의 6개이다. 답 6

11 어떤 자연수로 46을 나누면 1이 남고, 65를 나누면 5가 남고, 72를 나누면 나누어떨어지기에 3이 부족하므로 어떤 자연수로

$46-1$, $65-5$, $72+3$, 즉 45, 60, 75

를 나누면 나누어떨어진다.

따라서 구하는 수는 45, 60, 75의 최대공약수이므로

$3\times5=15$

$$\begin{array}{rl} 45= & \ \ \ \ 3^2\times5 \\ 60= & 2^2\times3\times5 \\ 75= & \ \ \ \ 3\times5^2 \\ \hline & \ \ \ \ 3\times5 \end{array}$$

답 15

Q쌤 보충학습

① 어떤 수 x로 A를 나누면 나머지가 r이다.
→ x로 $A-r$를 나누면 나누어떨어진다.
→ x는 $A-r$의 약수이다.

② 어떤 수 x로 A를 나누면 나누어떨어지기에 s가 부족하다.
→ x로 $A+s$를 나누면 나누어떨어진다.
→ x는 $A+s$의 약수이다.

12 어떤 자연수로 110, 74를 나누면 모두 2가 남으므로 어떤 자연수로

$110-2$, $74-2$, 즉 108, 72

를 나누면 나누어떨어진다.

따라서 구하는 수는 108, 72의 최대공약수이므로

$2^2\times3^2=36$

$$\begin{array}{rl} 108= & 2^2\times3^3 \\ 72= & 2^3\times3^2 \\ \hline & 2^2\times3^2 \end{array}$$

답 36

13 어떤 자연수를 A라 하면 $A-1$은 4, 6, 9의 공배수이다.

4, 6, 9의 최소공배수는 $2^2\times3^2=36$이므로

$A-1=36, 72, 108, \cdots$

$\therefore A=37, 73, 109, \cdots$

$$\begin{array}{rl} 4= & 2^2 \\ 6= & 2\times3 \\ 9= & \ \ \ \ 3^2 \\ \hline & 2^2\times3^2 \end{array}$$

따라서 구하는 가장 작은 수는 37이다. 답 ②

14 어떤 자연수를 A라 하면 $A+1$은 3, 4, 5의 공배수이다.

3, 4, 5의 최소공배수는 $3\times4\times5=60$이므로

$A+1=60, 120, 180, \cdots$

$\therefore A=59, 119, 179, \cdots$

따라서 구하는 가장 작은 세 자리 자연수는 119이다.

답 119

15 $\frac{1}{21}$과 $\frac{1}{49}$ 중 어느 것을 택하여 곱해도 자연수가 되려면 21과 49의 공배수를 곱해야 한다.

이때 가장 작은 수는 21과 49의 최소공배수인 147이다. 답 147

16 n은 24, 30, 42의 공약수이므로 최대공약수인 6의 약수이다.

$\therefore n=1, 2, 3, 6$ 답 1, 2, 3, 6

17 A, B의 최대공약수가 6이므로

$A=6\times a$, $B=6\times b$ (a, b는 서로소, $a>b$)

라 하자.

이때 A, B의 최소공배수가 42이므로

$6\times a\times b=42$ $\therefore a\times b=7$

따라서 $a=7$, $b=1$이므로

$A=42$, $B=6$

$\therefore A-B=42-6=36$ 답 ④

18 최대공약수를 G라 하면

$2^4\times3^3\times5^2=G\times(2^3\times3^2\times5)$

$\therefore G=2\times3\times5$ 답 ③

Q BOX

6을 곱하여 42가 되는 수는 7이므로 $a\times b=7$

어떤 자연수 A를 두 개 이상의 자연수로 나눈 나머지가 모두 r이다.
⇒ $A-r$는 나눈 수들의 공배수이다.

3, 4, 5로 나누면 나누어떨어지기에 모두 1이 부족하므로 어떤 자연수에 1을 더하면 그 수는 3, 4, 5로 나누어떨어진다.

발전 유형 Q+Q

L 16쪽

01 $6\times x=2\times3\times x$, $10\times x=2\times5\times x$, $20\times x=2^2\times5\times x$이므로

$2^2\times3\times5\times x=180$ $\therefore x=3$

따라서 세 수의 최대공약수는

$2\times x=2\times3=6$ 답 6

02 세 자연수를 $5\times x$, $6\times x$, $8\times x$라 하면

$6\times x=2\times3\times x$, $8\times x=2^3\times x$이므로

$2^3\times3\times5\times x=480$ $\therefore x=4$

따라서 세 자연수는

$5\times4=20$, $6\times4=24$, $8\times4=32$

이므로 세 수의 합은

$20+24+32=76$ 답 ②

03 $18=6\times3$, $30=6\times5$이고 18, 30, A의 최대공약수가 6이므로

$A=6\times a$ (a는 자연수)

라 하자.

이때 세 수의 최소공배수가 $180=6\times2\times3\times5$이므로 a는 2의 배수이면서 $2\times3\times5$의 약수이어야 한다.

a의 값이 될 수 있는 수는

2, 2×3, 2×5, $2\times3\times5$

이때 $A=6\times a$이므로 A의 값이 될 수 있는 수는

$6\times2=12$, $6\times2\times3=36$, $6\times2\times5=60$,

$6\times2\times3\times5=180$

답 ④

다른풀이 $18=2\times3^2$, $30=2\times3\times5$이고 최대공약수가 $6=2\times3$이므로 A는 2×3의 배수이다.

또 최소공배수가 $180=2^2\times3^2\times5$이므로 A는 $2^2\times3^2\times5$의 약수이면서 2^2의 배수이다.

따라서 A는 $2^2\times3^2\times5$의 약수이면서 $2^2\times3$의 배수이므로 A의 값이 될 수 있는 수는

$2^2\times3=12$, $2^2\times3^2=36$, $2^2\times3\times5=60$,

$2^2\times3^2\times5=180$

04 $24=12\times2$, $60=12\times5$이고 24, 60, N의 최대공약수가 12이므로

$N=12\times a$ (a는 자연수)

라 하자.
이때 세 수의 최소공배수가 $360=12\times2\times3\times5$이므로 a는 3의 배수이면서 $2\times3\times5$의 약수이어야 한다.
a의 값이 될 수 있는 수는

3, 2×3, 3×5, $2\times3\times5$

이때 $N=12\times a$이므로 가장 작은 자연수 N의 값은

$12\times3=36$ 답 ③

05 두 수의 최대공약수가 3이므로 두 수를

$3\times a$, $3\times b$ (a, b는 서로소, $a>b$)

라 하면

$3\times a\times3\times b=162$ $\quad\therefore a\times b=18$

9를 곱하여 162가 되는 수는 18이므로
$a\times b=18$

(i) $a=18$, $b=1$일 때, 두 수는 54, 3이므로
$54+3=57$
(ii) $a=9$, $b=2$일 때, 두 수는 27, 6이므로
$27+6=33$
(i), (ii)에서 구하는 두 수는 6, 27이다. 답 6, 27

06 최대공약수를 G라 하면

$540=G\times90$ $\quad\therefore G=6$

따라서

$A=6\times a$, $B=6\times b$ (a, b는 서로소, $a>b$)

라 하면

$6\times a\times b=90$ $\quad\therefore a\times b=15$

(i) $a=15$, $b=1$일 때, $\quad A=90$, $B=6$
이때 $A+B=90+6=96$이므로 조건을 만족시키지 않는다.
(ii) $a=5$, $b=3$일 때, $\quad A=30$, $B=18$
이때 $A+B=30+18=48$이므로 조건을 만족시킨다.
(i), (ii)에서 $\quad A=30$, $B=18$
$\therefore A-B=30-18=12$ 답 ④

$A+B=48$에서
$6\times a+6\times b=48$
$\therefore a+b=8$
따라서 $a=5$, $b=3$이므로
$A=30$, $B=18$
임을 알 수도 있다.

07 조건 (가)에서 x는 3과 5의 최소공배수인 15의 배수이다.
조건 (나)에서 $60=2^2\times3\times5$, $90=2\times3^2\times5$이므로 x는 두 수의 최대공약수인 $2\times3\times5=30$의 약수이다.
즉 x는 15의 배수이면서 30의 약수이므로

$x=15$ 또는 $x=30$

이때 $15=3\times5$, $30=2\times3\times5$이므로 15와 30의 약수의 개수는 각각

$(1+1)\times(1+1)=4$,
$(1+1)\times(1+1)\times(1+1)=8$

따라서 조건 (다)에서 $\quad x=30$ 답 30

08 조건 (가)에서 $50=25\times2$이므로

$x=25\times a$ (a는 2와 서로소) …… ㉠

라 하고, 조건 (나)에서 $45=15\times3$이므로

$x=15\times b$ (b는 3과 서로소) …… ㉡

라 하자.
이때 x가 ㉠, ㉡을 모두 만족시켜야 하므로 x는 25와 15의 공배수이면서 a, b가 2, 3과 서로소이어야 한다.
25와 15의 최소공배수는 $3\times5^2=75$이므로

$x=75\times k$ (k는 2, 3과 서로소)

따라서 조건 (다)를 만족시키는 가장 작은 자연수 x의 값은

$75\times5=375$ 답 375

09 되도록 큰 정육면체 모양의 주사위를 만들려면 한 모서리의 길이는 30, 54, 72의 최대공약수이어야 하므로

$$\begin{aligned}30&=2\times3\times5\\54&=2\times3^3\\72&=2^3\times3^2\\\hline&\;\;\;2\times3\end{aligned}$$

$2\times3=6$(cm)

이때 $30\div6=5$, $54\div6=9$, $72\div6=12$이므로 만들 수 있는 주사위의 개수는

$5\times9\times12=540$ 답 540

10 나무를 되도록 적게 심으려면 나무 사이의 간격은 84, 70의 최대공약수이어야 하므로

$$\begin{aligned}84&=2^2\times3\times7\\70&=2\times5\times7\\\hline&\;\;\;2\times7\end{aligned}$$

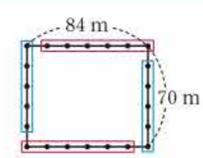
$2\times7=14$(m)

이때 $84\div14=6$, $70\div14=5$이므로 필요한 나무는

$6\times2+5\times2=22$(그루) 답 ①

Q쌤 한마디

오른쪽 그림과 같이 생각하면 필요한 나무의 수를 쉽게 구할 수 있습니다.



11 세 열차가 처음으로 다시 동시에 출발할 때까지 걸리는 시간은 18, 20, 60의 최소공배수이므로

$$\begin{aligned}18&=2\times3^2\\20&=2^2\times5\\60&=2^2\times3\times5\\\hline&\;\;\;2^2\times3^2\times5\end{aligned}$$

$2^2\times3^2\times5=180$(분)

따라서 처음으로 다시 동시에 출발하는 시각은 180분, 즉 3시간 후인 오후 7시이다. 답 ③

12 두 톱니바퀴가 처음으로 다시 같은 톱니에서 맞물릴 때까지 돌아간 톱니의 개수는 45와 72의 최소공배수이므로

$$\begin{aligned}45&=3^2\times5\\72&=2^3\times3^2\\\hline&\;\;\;2^3\times3^2\times5\end{aligned}$$

$2^3\times3^2\times5=360$

따라서 두 톱니바퀴가 처음으로 다시 같은 톱니에서 맞물리려면

A: $360\div45=8$(번), B: $360\div72=5$(번)

회전해야 한다. 답 A: 8번, B: 5번

중단원 실전 TEST

Ⓛ 18쪽

01 ① 57의 약수는 1, 3, 19, 57이므로 57은 소수가 아니다.
② 2는 짝수이지만 소수이다.
③ $25=5^2$이므로 소인수는 5뿐이다.
⑤ 4, 9, 16, …과 같은 수는 약수의 개수가 홀수이다.

답 ④

02 $2\times5\times2\times7\times7\times2\times5=2^3\times5^2\times7^2$이므로

$x=3,\ y=2,\ z=2$

$\therefore x+y-z=3+2-2=3$

답 3

03 $140=2^2\times5\times7$이므로 소인수는 2, 5, 7

따라서 모든 소인수의 합은

$2+5+7=14$

답 ④

04 $360=2^3\times3^2\times5$이므로 나눌 수 있는 자연수는

$2\times5,\ 2^3\times5,\ 2\times3^2\times5,\ 2^3\times3^2\times5$

따라서 두 번째로 작은 자연수는

$2^3\times5=40$

답 40

05 $540=2^2\times3^3\times5$이므로 540의 약수가 아닌 것은 ③이다.

답 ③

06 $240=2^4\times3\times5$의 약수의 개수는

$(4+1)\times(1+1)\times(1+1)=20$ ··· ❶

즉 $2^a\times7^4$의 약수의 개수가 20이므로

$(a+1)\times(4+1)=20$

$a+1=4 \qquad \therefore a=3$ ··· ❷

답 3

채점 기준	배점
❶ 240의 약수의 개수를 구할 수 있다.	2점
❷ a의 값을 구할 수 있다.	2점

07 $8^1=8,\ 8^2=64,\ 8^3=512,\ 8^4=4096,\ 8^5=32768,$ …이므로 8의 거듭제곱의 일의 자리의 숫자는 8, 4, 2, 6이 이 순서대로 반복된다.

이때 $106=4\times26+2$이므로 8^{106}의 일의 자리의 숫자는 8^2의 일의 자리의 숫자와 같은 4이다.

답 ③

Q쌤 한마디

거듭제곱에서 일의 자리의 숫자가 반복되는 규칙을 찾을 때는 거듭제곱을 직접 계산하지 않고 일의 자리의 숫자만 계산하여 구할 수 있습니다.
예를 들어 $8^2=64$이므로 8^3의 일의 자리의 숫자는 $4\times8=32$에서 2임을 알 수 있습니다. 마찬가지로 8^4의 일의 자리의 숫자는 $2\times8=16$에서 6임을 알 수 있습니다. 이와 같은 방법으로 하면 8의 거듭제곱의 일의 자리의 숫자는 8, 4, 2, 6이 이 순서대로 반복되는 것을 알 수 있습니다.

Q BOX

360의 약수이면서 $2\times5\times(\text{자연수})^2$ 꼴이다.

5를 곱하여 20이 되는 수는 4이므로
$a+1=4$

24, 12, 36의 최대공약수는 12이다.

볼펜이 2자루 부족하므로 학생 수는 2보다 큰 수이어야 한다.

두 분수 $\frac{B}{A}$, $\frac{D}{C}$ 중 어느 것을 택하여 곱해도 자연수가 되게 하는 가장 작은 분수
➡ $\frac{(A,\ C\text{의 최소공배수})}{(B,\ D\text{의 최대공약수})}$

두 수 A, B의 최대공약수를 G, 최소공배수를 L이라 하면
$A\times B=G\times L$

08 두 수의 공약수는 두 수의 최대공약수인 $2^3\times3^2$의 약수이다.

따라서 두 수의 공약수의 개수는

$(3+1)\times(2+1)=12$

답 12

09 세 수의 최대공약수가 6이어야 한다.

$24=6\times2^2,\ 36=6\times2\times3$이므로

$A=6\times a$ (a는 2와 서로소)

꼴이다.

① $12=6\times2$ ② $18=6\times3$ ③ $30=6\times5$
④ $42=6\times7$ ⑤ $54=6\times9$

답 ①

10 최대공약수가 $12=2^2\times3$이므로

$a=2$

최소공배수가 $504=2^3\times3^2\times7$이므로

$b=2$

$\therefore a+b=2+2=4$

답 4

11 $12=2^2\times3,\ 18=2\times3^2,\ 24=2^3\times3$이므로 세 수의 공배수는 세 수의 최소공배수인 $2^3\times3^2=72$의 배수이다. ··· ❶

따라서 400보다 작은 자연수 중 세 수의 공배수는

72, 144, 216, 288, 360

의 5개이다. ··· ❷

답 5

채점 기준	배점
❶ 세 수의 공배수는 72의 배수임을 알 수 있다.	2점
❷ 세 수의 공배수의 개수를 구할 수 있다.	2점

12 공책은 2권이 남고, 볼펜은 2자루가 부족하므로 공책이 $110-2$, 즉 108권, 볼펜이 $70+2$, 즉 72자루이면 학생들에게 똑같이 나누어 줄 수 있다.

학생 수는 108, 72의 최대공약수인

$2^2\times3^2=36$

의 약수이면서 2보다 큰 수이므로

학생 수가 될 수 없는 것은 ③이다.

$$\begin{array}{r} 108=2^2\times3^3 \\ 72=2^3\times3^2 \\ \hline 2^2\times3^2 \end{array}$$

답 ③

13 6과 9의 최소공배수는 18이고 25와 20의 최대공약수는 5이므로 구하는 기약분수는

$\frac{18}{5}$

답 $\frac{18}{5}$

14 $12\times A=6\times180$이므로 $A=90$ ··· ❶

이때 $90=2\times3^2\times5$이므로 A의 약수의 개수는

$(1+1)\times(2+1)\times(1+1)=12$ ··· ❷

답 12

채점 기준	배점
❶ A의 값을 구할 수 있다.	2점
❷ A의 약수의 개수를 구할 수 있다.	2점

15 세 자연수 $6\times x=2\times3\times x$, $8\times x=2^3\times x$, $9\times x=3^2\times x$의 최소공배수는 $2^3\times3^2\times x$이므로

$2^3\times3^2\times x=216$ $\quad\therefore x=3$ 답 ②

16 조건 ㈎에서 $14\times A=18\times B$, 즉
$2\times7\times A=2\times9\times B$이고 7과 9는 서로소이므로 A는 9의 배수, B는 7의 배수이다.
$A=9\times k$, $B=7\times k$ (k는 자연수)라 하면 조건 ㈏에서 A, B의 최소공배수가 693이므로

$9\times7\times k=693$ $\quad\therefore k=11$

따라서 $A=9\times11=99$, $B=7\times11=77$이므로

$A+B=99+77=176$ 답 ③

17 세 수 62, 126, 198을 A로 나눈 나머지를 r라 하면

$62=A\times a+r$,
$126=A\times b+r$,
$198=A\times c+r$
(단, a, b, c는 자연수, $0\le r<A$)

와 같이 나타낼 수 있다. 이때

$126-62=A\times b-A\times a=64$,
$198-62=A\times c-A\times a=136$,
$198-126=A\times c-A\times b=72$

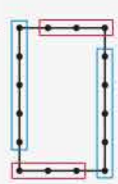
이므로 64, 136, 72는 A의 배수이다.
즉 A는 64, 136, 72의 공약수이고 A의 값 중 가장 큰 수는 64, 136, 72의 최대공약수인 $2^3=8$이다.

$$\begin{array}{rl} 64= & 2^6 \\ 136= & 2^3 \qquad \times17 \\ 72= & 2^3\times3^2 \\ \hline & 2^3 \end{array}$$

답 8

18 63과 105의 최대공약수는 21이므로 21 m 간격으로 말뚝을 박아야 한다.
이때 $63\div21=3$, $105\div21=5$이므로 필요한 말뚝은

$3\times2+5\times2=16$(개) 답 ②



19 126, 90, 54의 최대공약수는 18이므로 꽃다발을 최대 18개 만들 수 있다. ··· ❶
이때 꽃다발 한 개에 들어가는 장미, 튤립, 수국의 수는 각각

$126\div18=7$, $90\div18=5$, $54\div18=3$ ··· ❷

따라서 꽃다발 한 개의 가격은

$1000\times7+2000\times5+3000\times3=26000$(원) ··· ❸

답 26000원

채점 기준	배점
❶ 꽃다발의 개수를 구할 수 있다.	2점
❷ 꽃다발 한 개에 들어가는 장미, 튤립, 수국의 수를 각각 구할 수 있다.	2점
❸ 꽃다발 한 개의 가격을 구할 수 있다.	2점

20 18과 24의 최소공배수는 72이므로 수확한 들깨의 최소 무게는

$72\times2=144$ (kg) 답 ⑤

72 kg은 한 사람이 가질 수 있는 들깨의 최소 무게이므로 수확한 들깨의 최소 무게는
(1인당 최소 무게)×2

21 5, 8, 10의 최소공배수는 40이므로 오전 11시까지 세 버스가 동시에 출발하는 시각은

6시 40분, 7시 20분, 8시, 8시 40분,
9시 20분, 10시, 10시 40분

의 7번이다. 답 ④

22 $60\times a=2^2\times3\times5\times a$가 제곱인 수가 되려면 소인수의 지수가 모두 짝수이어야 하므로
$a=3\times5\times m^2$ (m은 자연수) 꼴이어야 한다.

$\therefore 60\times a=2^2\times3^2\times5^2\times m^2$

$108\times b=2^2\times3^3\times b$가 제곱인 수가 되려면 소인수의 지수가 모두 짝수이어야 하므로
$b=3\times n^2$ (n은 자연수) 꼴이어야 한다.

$\therefore 108\times b=2^2\times3^4\times n^2$

이때 $60\times a=108\times b$이므로

$2^2\times3^2\times5^2\times m^2=2^2\times3^4\times n^2$
$\therefore 5^2\times m^2=3^2\times n^2$

이를 만족시키는 가장 작은 자연수 m, n의 값은

$m=3$, $n=5$
$\therefore a=3^3\times5=135$, $b=3\times5^2=75$

이때 $c^2=2^2\times3^4\times5^2=8100=90^2$이므로

$c=90$
$\therefore a+b+c=135+75+90=300$ 답 300

23 조건 ㈎에서 $N=2^a\times3^b$ (a, b는 자연수)이라 하면 조건 ㈏에서 약수의 개수가 16이므로

$(a+1)\times(b+1)=16$

2×8=16 또는
4×4=16

(i) $(1+1)\times(7+1)=16$일 때,
$a=1$, $b=7$ 또는 $a=7$, $b=1$
$\therefore N=2^1\times3^7$ 또는 $N=2^7\times3^1$

(ii) $(3+1)\times(3+1)=16$일 때,
$a=3$, $b=3$ $\quad\therefore N=2^3\times3^3$

(i), (ii)에서 가장 작은 자연수 N은

$2^3\times3^3=216$ 답 216

24 $A=8\times a$, $B=8\times b$ (a, b는 서로소, $a<b$)라 하면

$8\times a\times b=504$ $\quad\therefore a\times b=63$

두 수 A, B의 최대공약수가 G, 최소공배수가 L일 때,
$A=a\times G$,
$B=b\times G$
(a, b는 서로소)
라 하면
$L=a\times b\times G$

(i) $a=1$, $b=63$일 때,
$A=8$, $B=504$

(ii) $a=7$, $b=9$일 때,
$A=56$, $B=72$

(i), (ii)에서 A, B가 두 자리 자연수이므로

$A=56$, $B=72$
$\therefore B-A=72-56=16$ 답 ④

02 정수와 유리수

Lecture 03 정수와 유리수

핵심 유형 Q+Q 23쪽

01 ① $+5$ ② $+5000$ ④ $+20$ ⑤ -3

답 ③

02 ① $+100$ ② $+2$ ③ $+10$ ④ -5000 ⑤ $+8$

답 ④

03 $\frac{10}{2}=5$이므로 정수이다.

답 $+\frac{4}{3}$, $+0.8$, $-1\frac{3}{5}$

04 양의 정수는 $+3$, $\frac{4}{2}=2$의 2개이므로

$a=2$

음의 정수는 $-\frac{15}{5}=-3$의 1개이므로

$b=1$

$\therefore a-b=2-1=1$

답 1

05 음의 유리수는 -3.5, -11의 2개이므로

$a=2$

정수가 아닌 유리수는 -3.5, 7.2, $+0.12$의 3개이므로 $b=3$

$\therefore a+b=2+3=5$

답 5

06 ④ 양수가 아닌 수는 0 또는 음수이다.

답 ④

07 (ㄱ) 유리수는 양의 유리수, 0, 음의 유리수로 이루어져 있다.

(ㄴ) 0은 자연수가 아니다.

이상에서 옳은 것은 (ㄷ), (ㄹ)이다.

답 (ㄷ), (ㄹ)

> 0은 양의 유리수도 아니고 음의 유리수도 아니다.

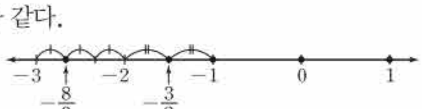
Q쌤 한마디

서로 다른 두 유리수 사이에는 무수히 많은 유리수가 존재합니다. 예를 들어 0과 1 사이에 있는 유리수는 0.1, 0.11, 0.111, …과 같이 무수히 많습니다.

08 ② B: $-\frac{7}{3}$

답 ②

09 주어진 수를 수직선 위에 점으로 나타내면 다음 그림과 같다.

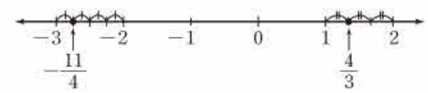


따라서 왼쪽에서 두 번째에 있는 수는 $-\frac{3}{2}$이다.

> 두 번째로 작은 수와 같다.

답 $-\frac{3}{2}$

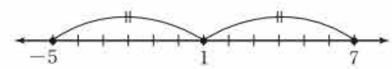
10 $-\frac{11}{4}$, $\frac{4}{3}$를 수직선 위에 점으로 나타내면 다음 그림과 같다.



$\therefore a=-3$, $b=1$

답 $a=-3$, $b=1$

11

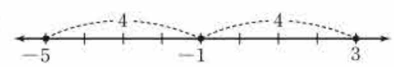


위의 그림에서 -5와 7을 나타내는 두 점으로부터 같은 거리에 있는 점이 나타내는 수는 1이다.

답 ④

> 수직선에서 두 수를 나타내는 두 점으로부터 같은 거리에 있는 점이 나타내는 수
> ➡ 두 점의 한가운데에 있는 점이 나타내는 수

12



위의 그림에서 -1을 나타내는 점으로부터 거리가 4인 점이 나타내는 수는 -5, 3이다.

답 -5, 3

발전 유형 Q+Q 25쪽

01 점 A가 나타내는 수는 2 또는 -2

점 B가 나타내는 수는 9 또는 -3

따라서 두 점 A, B가 나타내는 수가 각각 -2, 9일 때 두 점은 가장 멀리 떨어져 있고, 이때 두 점 사이의 거리는 11이다.

답 11

> 두 점 사이의 거리는
> (ⅰ) A: 2, B: 9일 때, 7
> (ⅱ) A: 2, B: -3일 때, 5
> (ⅲ) A: -2, B: 9일 때, 11
> (ⅳ) A: -2, B: -3일 때, 1

02 점 A가 나타내는 수는 3 또는 -3

점 B가 나타내는 수는 5 또는 -5

따라서 두 점 A, B가 나타내는 수가 각각 3, 5 또는 -3, -5일 때 두 점은 가장 가까이 있고, 이때 두 점 사이의 거리는 2이다.

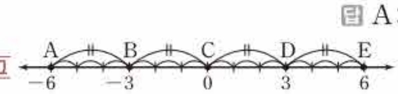
답 ①

03 두 점 B, E가 나타내는 수는 각각 -3, 6이고, 두 점 사이의 거리는 9이므로 두 점 A와 B, B와 C, C와 D, D와 E 사이의 거리는 모두 $\frac{9}{3}=3$

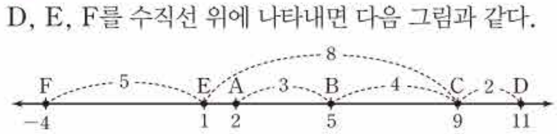
따라서 두 점 A, D가 나타내는 수는 각각 -6, 3이다.

답 A: -6, D: 3

참고



04 주어진 조건을 만족시키는 여섯 개의 점 A, B, C, D, E, F를 수직선 위에 나타내면 다음 그림과 같다.



따라서 두 점 D, F가 나타내는 수는 각각 11, -4이다.

답 D: 11, F: -4

Lecture 04 수의 대소 관계

핵심 유형 Q+Q
27쪽

01 $a=|-4|=4$

절댓값이 $\frac{5}{2}$인 수는 $\frac{5}{2},\ -\frac{5}{2}$

이 중 양수는 $\frac{5}{2}$이므로 $b=\frac{5}{2}$

$\therefore\ a-b=4-\frac{5}{2}=\frac{3}{2}$ 답 $\frac{3}{2}$

> 절댓값이 $a\ (a>0)$인 수
> ➡ $+a,\ -a$

02 (ㄴ) 절댓값이 가장 작은 정수는 0이다.

(ㄷ) 수직선에서 0을 나타내는 점에 가까워질수록 절댓값은 작아진다.

이상에서 옳은 것은 (ㄱ)뿐이다. 답 ①

03 두 수는 0을 나타내는 점에서 각각 $18\times\frac{1}{2}=9$만큼 떨어진 점이 나타내는 수이므로 $9,\ -9$이다.

답 $9,\ -9$

04 두 수 x, y는 0을 나타내는 점에서 각각 $9\times\frac{1}{2}=\frac{9}{2}$만큼 떨어진 점이 나타내는 수이다.

이때 $x>y$이므로 $x=\frac{9}{2},\ y=-\frac{9}{2}$ 답 $\frac{9}{2}$

05 $\left|\frac{5}{3}\right|<|3.4|<|-6|<|7|<\left|-\frac{15}{2}\right|$이므로 0을 나타내는 점에서 가장 멀리 떨어진 것은 ①이다.

답 ①

> 0을 나타내는 점에서 가장 멀리 떨어져 있다.
> ➡ 절댓값이 가장 크다.

06 $\left|\frac{2}{5}\right|<|1.6|<\left|-\frac{7}{3}\right|<|3|<\left|-\frac{11}{2}\right|$이므로

$a=-\frac{11}{2},\ b=\frac{2}{5}$ 답 $a=-\frac{11}{2},\ b=\frac{2}{5}$

07 ④ $\left|-\frac{3}{8}\right|=\frac{3}{8}=\frac{15}{40},\ \left|-\frac{3}{5}\right|=\frac{3}{5}=\frac{24}{40}$

$\left|-\frac{3}{8}\right|<\left|-\frac{3}{5}\right|$이므로 $-\frac{3}{8}>-\frac{3}{5}$

답 ④

> 음수끼리는 절댓값이 큰 수가 작다.

08 $|-2|=2$이므로

$|-2|>\frac{7}{4}>\frac{2}{3}>-\frac{7}{8}>-1.2$

따라서 두 번째에 오는 수는 $\frac{7}{4}$이다. 답 $\frac{7}{4}$

09 답 ④

10 ⑤ $-7\leq x\leq 1$ 답 ⑤

11 $\frac{10}{3}=3.333\cdots$이므로 구하는 정수 x는

$-1,\ 0,\ 1,\ 2,\ 3$

의 5개이다. 답 5

> 분수를 소수로 고쳐서 생각하면 편리하다.

12 주어진 조건을 부등호를 사용하여 나타내면

$-\frac{7}{2}\leq x<\frac{4}{3}$

$-\frac{7}{2}=-3.5,\ \frac{4}{3}=1.333\cdots$이므로 $-\frac{7}{2}$과 $\frac{4}{3}$ 사이에 있는 정수 x는

$-3,\ -2,\ -1,\ 0,\ 1$

이 중에서 절댓값이 가장 큰 수는 -3이다. 답 -3

발전 유형 Q+Q
29쪽

> 생각 Tip
> $|a|\geq 0,\ |b|\geq 0$이므로
> $|a|=0,\ |b|=3$,
> $|a|=1,\ |b|=2$,
> $|a|=2,\ |b|=1$,
> $|a|=3,\ |b|=0$
> 일 때로 나누어 a, b의 값을 구한다.

01 $|a|+|b|=3$인 경우는

(ⅰ) $|a|=0,\ |b|=3$일 때,

$a=0,\ b=3$ 또는 $a=0,\ b=-3$

(ⅱ) $|a|=1,\ |b|=2$일 때,

$a=1,\ b=2$ 또는 $a=1,\ b=-2$

또는 $a=-1,\ b=2$ 또는 $a=-1,\ b=-2$

(ⅲ) $|a|=2,\ |b|=1$일 때,

$a=2,\ b=1$ 또는 $a=2,\ b=-1$

또는 $a=-2,\ b=1$ 또는 $a=-2,\ b=-1$

(ⅳ) $|a|=3,\ |b|=0$일 때,

$a=3,\ b=0$ 또는 $a=-3,\ b=0$

이상에서 $(a,\ b)$는

$(0,\ 3),\ (0,\ -3),\ (1,\ 2),\ (1,\ -2),\ (-1,\ 2),$
$(-1,\ -2),\ (2,\ 1),\ (2,\ -1),\ (-2,\ 1),$
$(-2,\ -1),\ (3,\ 0),\ (-3,\ 0)$

의 12개이다. 답 ②

> 생각 Tip
> $|x|+|y|\leq 2$이므로
> $|x|+|y|=0$,
> $|x|+|y|=1$,
> $|x|+|y|=2$
> 일 때로 나누어 x, y의 값을 구한다.

02 $x>y$이고 $|x|+|y|\leq 2$인 경우는

(ⅰ) $|x|+|y|=0$일 때,

$x=0,\ y=0$이므로 $x>y$를 만족시키지 않는다.

(ⅱ) $|x|+|y|=1$일 때,

$x=0,\ y=-1$ 또는 $x=1,\ y=0$

(ⅲ) $|x|+|y|=2$일 때,

$x=0,\ y=-2$ 또는 $x=1,\ y=-1$

또는 $x=2,\ y=0$

이상에서 $(x,\ y)$는

$(0,\ -1),\ (1,\ 0),\ (0,\ -2),\ (1,\ -1),\ (2,\ 0)$

의 5개이다. 답 5

03 $|x|=1$이므로 $x=1$ 또는 $x=-1$

(ⅰ) $x=1$일 때,

오른쪽 그림에서

$y=15$

(ⅱ) $x=-1$일 때,

오른쪽 그림에서

$y=17$

(i), (ii)에서 y의 값이 될 수 있는 수는 15, 17이고 이 중 소수는 17이다. 답 17

04 조건 ㈎, ㈏에서 a, b를 나타내는 점은 0을 나타내는 점으로부터 각각 $14\times\frac{1}{2}=7$만큼 떨어져 있으므로 두 수는 7, -7이다.
두 수 a, b를 나타내는 두 점 사이의 거리를 7등분하는 점들 사이의 간격은 $14\times\frac{1}{7}=2$이므로 7등분하는 6개의 점이 나타내는 수를 작은 것부터 차례대로 나열하면

$-5,\ -3,\ -1,\ 1,\ 3,\ 5$

따라서 오른쪽에서 두 번째에 있는 점이 나타내는 수는 3이다. 답 3

05 $|-3|=3$, $|-4|=4$이므로 $\quad m(-3,\ -4)=3$
$|-5|=5$, $|2|=2$이므로 $\quad m(-5,\ 2)=2$

$\therefore m(-3,\ -4)+m(-5,\ 2)=3+2=5$

답 ①

$m(a,\ b)$는 $|a|$, $|b|$ 중 작거나 같은 값이다.

06 $-\frac{5}{2}<3$이므로 $\quad M\left(-\frac{5}{2},\ 3\right)=|3|=3$

$-6=-\frac{18}{3}$이고 $\left|-\frac{20}{3}\right|>\left|-\frac{18}{3}\right|$이므로

$-\frac{20}{3}<-6$

$\therefore M\left(-\frac{20}{3},\ -6\right)=|-6|=6$

$\therefore M\left(-\frac{5}{2},\ 3\right)+M\left(-\frac{20}{3},\ -6\right)=3+6=9$

답 9

$M(a,\ b)$는 a, b 중 크거나 같은 수의 절댓값이다.

07 $2=\frac{6}{3}$과 $\frac{17}{3}$ 사이에 있는 유리수 중에서 기약분수로 나타낼 때 분모가 3인 것은

$\frac{7}{3},\ \frac{8}{3},\ \frac{10}{3},\ \frac{11}{3},\ \frac{13}{3},\ \frac{14}{3},\ \frac{16}{3}$

의 7개이다. 답 ③

기약분수
➡ 분모와 분자가 더 이상 약분되지 않는 분수

$\frac{9}{3}=3$, $\frac{12}{3}=4$, $\frac{15}{3}=5$는 기약분수로 나타낼 때 분모가 3인 분수가 아니다.

08 $-\frac{1}{7}=-\frac{2}{14}$와 $\frac{1}{2}=\frac{7}{14}$ 사이에 있는 정수가 아닌 유리수 중에서 기약분수로 나타낼 때 분모가 14인 것은 $-\frac{1}{14},\ \frac{1}{14},\ \frac{3}{14},\ \frac{5}{14}$이다.

답 $-\frac{1}{14},\ \frac{1}{14},\ \frac{3}{14},\ \frac{5}{14}$

09 조건 ㈐에서 $\quad b=0$
조건 ㈎에서 $\quad a<0$
조건 ㈑에서 $\quad c<0,\ d>0$
이때 조건 ㈏에서 $|a|>|c|$이므로 $\quad a<c$

$\therefore a<c<b<d$ 답 $a<c<b<d$

유리수는 양수, 0, 음수로 이루어져 있다.

$a<0$, $c<0$이고 음수끼리는 절댓값이 큰 수가 더 작으므로
$a<c$

10 b, c가 서로 다른 수이므로 조건 ㈎, ㈏에서

$b<0,\ c>0$

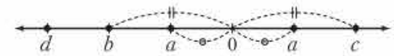
이때 조건 ㈑에서 절댓값이 가장 작은 수는 a이므로

$b<a<c$

조건 ㈐, ㈑에서 d는 가장 작은 수이다.

$\therefore d<b<a<c$ 답 $c,\ a,\ b,\ d$

참고 네 수 a, b, c, d를 수직선 위에 점으로 나타내면 다음 그림과 같고 주어진 조건으로 a의 부호는 알 수 없다.



11 -3보다 작거나 같은 수 중에서 가장 큰 정수는 -3이므로

$a=[-3]=-3 \qquad \therefore |a|=|-3|=3$

1.4보다 작거나 같은 수 중에서 가장 큰 정수는 1이므로

$b=[1.4]=1 \qquad \therefore |b|=|1|=1$

$\therefore |a|-|b|=3-1=2$ 답 2

x보다 크지 않은 수
➡ x보다 작거나 같은 수

Q쌤 한마디

11번 문제에서 -3보다 작거나 같은 정수는 -3, -4, -5, …이고 이 중에서 가장 큰 정수는 -3이므로 $[-3]=-3$입니다.
또 1.4보다 작거나 같은 정수는 1, 0, -1, …이고 이 중에서 가장 큰 정수는 1이므로 $[1.4]=1$입니다.
이와 같이 x보다 크지 않은 수 중에서 가장 큰 정수를 구하는 문제는 x보다 작거나 같은 정수를 나열한 후 가장 큰 수를 찾으면 쉽게 구할 수 있습니다.

12 -4.7보다 작거나 같은 수 중에서 가장 큰 정수는 -5이므로

$a=[-4.7]=-5 \qquad \therefore |a|=|-5|=5$

0보다 작거나 같은 수 중에서 가장 큰 정수는 0이므로

$b=[0]=0 \qquad \therefore |b|=|0|=0$

2.6보다 작거나 같은 수 중에서 가장 큰 정수는 2이므로

$c=[2.6]=2 \qquad \therefore |c|=|2|=2$

$\therefore |a|+|b|+|c|=5+0+2=7$ 답 ④

중단원 실전 TEST

31쪽

01 ⑤ ㈐ $+0.8$ 답 ⑤

02 $\left\langle+\frac{2}{3}\right\rangle=1$, $\langle-1.3\rangle=1$, $\langle 0\rangle=0$, $\langle-5\rangle=0$이므로

$\left\langle+\frac{2}{3}\right\rangle+\langle-1.3\rangle+\langle 0\rangle+\langle-5\rangle+\langle a\rangle$
$=1+1+0+0+\langle a\rangle$
$=2+\langle a\rangle$

즉 $2+\langle a\rangle=2$이므로 $\quad \langle a\rangle=0$

따라서 a는 정수이므로 a가 될 수 없는 것은 ④이다.

답 ④

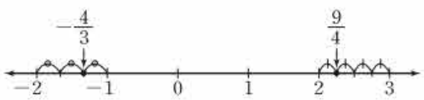
03 ① 0.5는 유리수이지만 정수가 아니다.
② 가장 작은 양의 정수는 1이다.
③ 정수 중 양의 정수가 아닌 수는 음의 정수와 0이다.
④ 1과 2 사이에는 정수가 없다. 답 ⑤

04 점 A, B, C, D, E가 나타내는 수는 다음과 같다.

A: $-\frac{7}{2}$, B: -2, C: $-\frac{1}{4}$, D: $\frac{5}{3}$, E: 4

④ 정수는 -2, 4의 2개이다.
⑤ 유리수는 $-\frac{7}{2}$, -2, $-\frac{1}{4}$, $\frac{5}{3}$, 4의 5개이다.
답 ⑤

05 $-\frac{4}{3}$와 $\frac{9}{4}$를 수직선 위에 점으로 나타내면 다음 그림과 같다.



$\therefore a=-1,\ b=2$ 답 $a=-1,\ b=2$

06 ③ $|a|=a$이면 a는 0 또는 양수이다.
④ $|1|=|-1|$이지만 $1\neq-1$이다.
답 ③, ④

07 $b=a+\frac{8}{3}$이므로 b는 a보다 $\frac{8}{3}$만큼 큰 수이다.
절댓값이 같고 $b>a$인 두 수 a, b는 0을 나타내는 점에서 거리가 각각 $\frac{8}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{4}{3}$만큼 떨어진 점이 나타내는 수이므로

$a=-\frac{4}{3},\ b=\frac{4}{3}$ 답 $a=-\frac{4}{3},\ b=\frac{4}{3}$

08 절댓값이 $\frac{13}{4}=3.25$보다 작은 정수는
$-3,\ -2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2,\ 3$
의 7개이다. 답 ③

절댓값이 0, 1, 2, 3인 정수

09 $|2.3|=2.3$, $\left|-\frac{5}{2}\right|=\frac{5}{2}=2.5$이므로

$|2.3|<\left|-\frac{5}{2}\right|$

$|3.1|=3.1$, $\left|\frac{12}{4}\right|=|3|=3$이므로

$|3.1|>\left|\frac{12}{4}\right|$

따라서 도착점은 C이다. 답 C

10 조건 (가)에서 $x=-2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2$ ··· ❶
조건 (나)에서 $x=-3,\ -2,\ 2,\ 3$ ··· ❷
따라서 조건 (가), (나)를 모두 만족시키는 정수 x의 값은 $-2,\ 2$ ··· ❸
답 $-2,\ 2$

$\frac{8}{3}=2.666\cdots$이므로 x는 절댓값이 0, 1, 2인 정수이다.

x는 절댓값이 2, 3인 정수이다.

채점 기준	배점
❶ 조건 (가)를 만족시키는 x의 값을 구할 수 있다.	2점
❷ 조건 (나)를 만족시키는 x의 값을 구할 수 있다.	2점
❸ 조건 (가), (나)를 모두 만족시키는 정수 x의 값을 구할 수 있다.	2점

11 $-\frac{27}{5}=-5.4$이므로 $x=-6$
따라서 -6과 절댓값이 같으면서 부호가 반대인 수는 6이다. 답 ④

$-\frac{27}{5}$보다 작은 정수는 $-6,\ -7,\ -8,\ \cdots$ 이 중 가장 큰 수는 -6이다.

12 ④ $\left|-\frac{7}{5}\right|=\frac{7}{5}=\frac{21}{15}$, $\frac{4}{3}=\frac{20}{15}$이므로

$\left|-\frac{7}{5}\right|>\frac{4}{3}$ 답 ④

수의 대소 관계
① (음수)<0<(양수)
② 양수
➡ 절댓값이 큰 수가 더 크다.
③ 음수
➡ 절댓값이 큰 수가 더 작다.

13 $-\frac{9}{2}<-3<0<\frac{15}{4}<4.5$이므로

$a=4.5,\ b=-\frac{9}{2}$ ··· ❶

$\therefore |b|-|a|=\left|-\frac{9}{2}\right|-|4.5|$
$=\frac{9}{2}-4.5=0$ ··· ❷

답 0

채점 기준	배점
❶ a, b의 값을 구할 수 있다.	2점
❷ $|b|-|a|$의 값을 구할 수 있다.	2점

14 주어진 수의 대소를 비교하면

$-5<-3.7<-1<-\frac{2}{3}<\frac{11}{2}<6$

주어진 수의 절댓값의 대소를 비교하면

$\left|-\frac{2}{3}\right|<|-1|<|-3.7|<|-5|<\left|\frac{11}{2}\right|<|6|$

① 가장 작은 수는 -5이다.
② 음수 중 가장 큰 수는 $-\frac{2}{3}$이다.
③ -3.7보다 큰 수는 6, $\frac{11}{2}$, -1, $-\frac{2}{3}$의 4개이다.
④ 절댓값이 가장 큰 수는 6이다.
⑤ 절댓값이 가장 작은 수는 $-\frac{2}{3}$이다.
답 ③

15 ① $a>5$ ② $a\geq-8$
③ $a\geq3$ ④ $4<a<7$
답 ⑤

작지 않다.
➡ 크거나 같다.

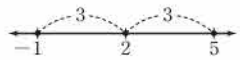
16 $\frac{9}{4}=2.25$이므로 구하는 정수는
$-2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2$
의 5개이다. 답 5

17 $|a|=5$이므로 $a=5$ 또는 $a=-5$ ··· ❶

(ⅰ) $a=5$일 때,

오른쪽 그림에서

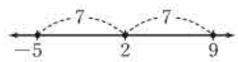
$b=-1$



(ⅱ) $a=-5$일 때,

오른쪽 그림에서

$b=9$



(ⅰ), (ⅱ)에서 양수 b의 값은 9이다. ··· ❷

답 9

채점 기준	배점
❶ a의 값을 구할 수 있다.	2점
❷ 양수 b의 값을 구할 수 있다.	4점

18 $\left|\frac{7}{3}\right|=\frac{7}{3}=\frac{14}{6}$, $\left|-\frac{5}{2}\right|=\frac{5}{2}=\frac{15}{6}$이므로

$\left|\frac{7}{3}\right|<\left|-\frac{5}{2}\right|$ $\quad\therefore\ \frac{7}{3}\triangle\left(-\frac{5}{2}\right)=-\frac{5}{2}$

$|-2.6|=2.6$, $\left|-\frac{5}{2}\right|=\frac{5}{2}=2.5$이므로

$|-2.6|>\left|-\frac{5}{2}\right|$

$\therefore\ (-2.6)☆\left\{\frac{7}{3}\triangle\left(-\frac{5}{2}\right)\right\}$

$=(-2.6)☆\left(-\frac{5}{2}\right)=-\frac{5}{2}$

답 $-\frac{5}{2}$

19 $\frac{2}{3}=\frac{10}{15}$과 $\frac{8}{5}=\frac{24}{15}$ 사이에 있는 유리수 중에서 기약분수로 나타낼 때 분모가 15인 것은

$\frac{11}{15}$, $\frac{13}{15}$, $\frac{14}{15}$, $\frac{16}{15}$, $\frac{17}{15}$, $\frac{19}{15}$, $\frac{22}{15}$, $\frac{23}{15}$

의 8개이다.

답 8

20 (ㄱ) $a<0$이므로 $-|a|=a$이다.

이때 $a>b$이므로 $\quad -|a|>b$

(ㄴ) $a<0$, $b<0$이고 $a>b$이므로 $\quad |a|<|b|$

(ㄷ) $a<0$, $|b|>0$이므로 $\quad |b|>a$

이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄴ)이다.

답 ③

21 ④ $[-0.6]=-1$

답 ④

22 점 A가 나타내는 수를 a라 하면

$a=7$ 또는 $a=-7$

점 B가 나타내는 수를 b라 하면

$b=-1$ 또는 $b=-3$

(ⅰ) $a=7$, $b=-1$일 때,

두 점 A, B로부터 같은 거리에 있는 점이 나타내는 수는 $\quad 3$

(ⅱ) $a=7$, $b=-3$일 때,

두 점 A, B로부터 같은 거리에 있는 점이 나타내는 수는 $\quad 2$

(ⅲ) $a=-7$, $b=-1$일 때,

두 점 A, B로부터 같은 거리에 있는 점이 나타내는 수는 $\quad -4$

(ⅳ) $a=-7$, $b=-3$일 때,

두 점 A, B로부터 같은 거리에 있는 점이 나타내는 수는 $\quad -5$

이상에서 가장 작은 수는 -5이다.

답 -5

23 $|x|=\left|-\frac{10}{3}\right|=\frac{10}{3}$이므로

$x=\frac{10}{3}$ 또는 $x=-\frac{10}{3}$

$x=\frac{10}{3}$일 때, $\frac{10}{3}$보다 큰 수 중 가장 작은 정수는 4이므로 $\quad X=4$

Q BOX: $\frac{10}{3}=3.333\cdots$

$x=-\frac{10}{3}$일 때, $-\frac{10}{3}$보다 큰 수 중 가장 작은 정수는 -3이므로 $\quad X=-3$

$|y|=\left|\frac{7}{2}\right|=\frac{7}{2}$이므로 $\quad y=\frac{7}{2}$ 또는 $y=-\frac{7}{2}$

$y=\frac{7}{2}$일 때, $\frac{7}{2}$보다 작은 수 중 가장 큰 정수는 3이므로 $\quad Y=3$

Q BOX: $\frac{7}{2}=3.5$

$y=-\frac{7}{2}$일 때, $-\frac{7}{2}$보다 작은 수 중 가장 큰 정수는 -4이므로 $\quad Y=-4$

따라서 $|X|+|Y|$의 값 중 가장 큰 수는

$|4|+|-4|=4+4=8$

답 8

24 조건 (가), (나)를 만족시키는 $|x|$, $|y|$, $|z|$의 값은 다음과 같다.

(ⅰ) $|x|=|y|=1$, $|z|=64$

(ⅱ) $|x|=1$, $|y|=2$, $|z|=32$

(ⅲ) $|x|=1$, $|y|=4$, $|z|=16$

(ⅳ) $|x|=1$, $|y|=|z|=8$

(ⅴ) $|x|=|y|=2$, $|z|=16$

(ⅵ) $|x|=2$, $|y|=4$, $|z|=8$

(ⅶ) $|x|=|y|=|z|=4$

이상에서 조건 (다)를 만족시키는 (x, y, z)가 존재하는 경우는 다음과 같다.

(ⅳ) $|x|=1$, $|y|=|z|=8$일 때,

$(1, 8, 8)$, $(-1, 8, 8)$

(ⅶ) $|x|=|y|=|z|=4$일 때, $\quad (-4, 4, 4)$

따라서 (x, y, z)는

$(-4, 4, 4)$, $(1, 8, 8)$, $(-1, 8, 8)$

답 $(-4, 4, 4)$, $(1, 8, 8)$, $(-1, 8, 8)$

Q쌤 한마디

24번에서 (ⅰ)의 경우에 조건 (다)의 $z\le y$를 만족시키는 y, z의 값은 $y=-1$, $z=-64$ 또는 $y=1$, $z=-64$입니다. 이때 $|x|=1$이면서 $x<z$를 만족시키는 x의 값은 없습니다. 이와 같은 방법으로 구해 보면 (ⅱ), (ⅲ), (ⅴ), (ⅵ)의 경우에도 조건 (다)를 만족시키는 (x, y, z)가 존재하지 않음을 알 수 있습니다.

03 유리수의 계산

Lecture 05 유리수의 덧셈과 뺄셈

핵심 유형

L 36쪽

01 ① $(-6)+(+5)=-(6-5)=-1$

② $(+2.2)+(-0.4)=+(2.2-0.4)=1.8$

③ $(-4.3)+(+2.8)=-(4.3-2.8)=-1.5$

④ $\left(-\frac{1}{2}\right)+\left(-\frac{1}{4}\right)=\left(-\frac{2}{4}\right)+\left(-\frac{1}{4}\right)$

$=-\left(\frac{2}{4}+\frac{1}{4}\right)=-\frac{3}{4}$

⑤ $\left(+\frac{4}{3}\right)+\left(-\frac{5}{6}\right)=\left(+\frac{8}{6}\right)+\left(-\frac{5}{6}\right)$

$=+\left(\frac{8}{6}-\frac{5}{6}\right)=\frac{1}{2}$

따라서 계산 결과가 가장 작은 것은 ③이다. 답 ③

$-1.5<-1<-\frac{3}{4}<\frac{1}{2}<1.8$

02 답 (가) 덧셈의 교환법칙 (나) 덧셈의 결합법칙

03 ① $(+5)-(-2)=(+5)+(+2)=7$

② $(-0.5)-(+1.4)=(-0.5)+(-1.4)$

$=-1.9$

③ $(-1.6)-(-2.9)=(-1.6)+(+2.9)=1.3$

④ $\left(+\frac{2}{3}\right)-\left(+\frac{1}{6}\right)=\left(+\frac{4}{6}\right)+\left(-\frac{1}{6}\right)=\frac{1}{2}$

⑤ $\left(-\frac{5}{4}\right)-\left(-\frac{1}{5}\right)=\left(-\frac{25}{20}\right)+\left(+\frac{4}{20}\right)=-\frac{21}{20}$

답 ③

$-(+\square)=+(-\square)$, $-(-\square)=+(+\square)$

04 $A=\left(-\frac{5}{4}\right)-\left(+\frac{3}{4}\right)=\left(-\frac{5}{4}\right)+\left(-\frac{3}{4}\right)=-2$

$B=\left(+\frac{1}{2}\right)-\left(-\frac{5}{6}\right)=\left(+\frac{3}{6}\right)+\left(+\frac{5}{6}\right)=\frac{4}{3}$

$\therefore A-B=(-2)-\left(+\frac{4}{3}\right)$

$=\left(-\frac{6}{3}\right)+\left(-\frac{4}{3}\right)=-\frac{10}{3}$ 답 ①

05 ① $-3.4+5.6-8$

$=(-3.4)+(+5.6)-(+8)$

$=(-3.4)+(+5.6)+(-8)$

$=\{(-3.4)+(+5.6)\}+(-8)$

$=(+2.2)+(-8)=-5.8$

부호가 생략된 수의 덧셈과 뺄셈
➡ 생략된 양의 부호 +를 넣은 후 계산한다.

② $\left(-\frac{1}{3}\right)+\left(-\frac{2}{7}\right)-\left(-\frac{2}{3}\right)$

$=\left(-\frac{1}{3}\right)+\left(-\frac{2}{7}\right)+\left(+\frac{2}{3}\right)$

$=\left\{\left(-\frac{1}{3}\right)+\left(+\frac{2}{3}\right)\right\}+\left(-\frac{2}{7}\right)$

$=\left(+\frac{1}{3}\right)+\left(-\frac{2}{7}\right)$

$=\left(+\frac{7}{21}\right)+\left(-\frac{6}{21}\right)=\frac{1}{21}$

덧셈의 교환법칙과 결합법칙을 이용하여 분모가 같은 분수끼리 먼저 계산한다.

③ $0.4-1.1+3-8.7$

$=(+0.4)-(+1.1)+(+3)-(+8.7)$

$=(+0.4)+(-1.1)+(+3)+(-8.7)$

$=\{(+0.4)+(-1.1)\}+\{(+3)+(-8.7)\}$

$=(-0.7)+(-5.7)=-6.4$

④ $(-0.5)+(+1)-\left(+\frac{1}{5}\right)-\left(-\frac{3}{10}\right)$

$=(-0.5)+(+1)+\left(-\frac{1}{5}\right)+\left(+\frac{3}{10}\right)$

$=\{(-0.5)+(+1)\}+\left\{\left(-\frac{2}{10}\right)+\left(+\frac{3}{10}\right)\right\}$

$=0.5+\frac{1}{10}$

$=\frac{5}{10}+\frac{1}{10}=\frac{3}{5}$

⑤ $\left(-\frac{11}{6}\right)+\left(-\frac{3}{4}\right)-\left(-\frac{7}{12}\right)-(+2)$

$=\left(-\frac{11}{6}\right)+\left(-\frac{3}{4}\right)+\left(+\frac{7}{12}\right)+(-2)$

$=\left\{\left(-\frac{22}{12}\right)+\left(+\frac{7}{12}\right)\right\}+\left\{\left(-\frac{3}{4}\right)+\left(-\frac{8}{4}\right)\right\}$

$=\left(-\frac{5}{4}\right)+\left(-\frac{11}{4}\right)=-4$

답 ⑤

06 $1-\frac{1}{2}+\frac{1}{4}-\frac{1}{3}$

$=(+1)-\left(+\frac{1}{2}\right)+\left(+\frac{1}{4}\right)-\left(+\frac{1}{3}\right)$

$=(+1)+\left(-\frac{1}{2}\right)+\left(+\frac{1}{4}\right)+\left(-\frac{1}{3}\right)$

$=\left\{\left(+\frac{2}{2}\right)+\left(-\frac{1}{2}\right)\right\}+\left\{\left(+\frac{3}{12}\right)+\left(-\frac{4}{12}\right)\right\}$

$=\left(+\frac{1}{2}\right)+\left(-\frac{1}{12}\right)$

$=\left(+\frac{6}{12}\right)+\left(-\frac{1}{12}\right)=\frac{5}{12}$

따라서 $a=12$, $b=5$이므로

$a-b=12-5=7$ 답 7

07 $\square-\left(-\frac{2}{7}\right)=-\frac{1}{21}$에서

$\square=-\frac{1}{21}+\left(-\frac{2}{7}\right)$

$=-\frac{1}{21}+\left(-\frac{6}{21}\right)=-\frac{1}{3}$ 답 ①

08 $-\frac{3}{5}-\frac{5}{2}+\square=-\frac{13}{10}$에서

$-\frac{6}{10}-\frac{25}{10}+\square=-\frac{13}{10}$

$-\frac{31}{10}+\square=-\frac{13}{10}$

$\therefore \square=-\frac{13}{10}-\left(-\frac{31}{10}\right)$

$=-\frac{13}{10}+\frac{31}{10}=\frac{9}{5}$ 답 ⑤

09 어떤 수를 $\square$라 하면 $\square+\left(-\frac{2}{3}\right)=\frac{4}{15}$

$\therefore \square = \frac{4}{15} - \left(-\frac{2}{3}\right)$

$= \frac{4}{15} + \frac{10}{15} = \frac{14}{15}$

따라서 바르게 계산하면

$\frac{14}{15} - \left(-\frac{2}{3}\right) = \frac{14}{15} + \frac{10}{15} = \frac{8}{5}$ 　　답 $\frac{8}{5}$

10 $|a|=3$이므로 　$a=3$ 또는 $a=-3$

$|b|=7$이므로 　$b=7$ 또는 $b=-7$

a가 음수이고 b도 음수일 때 $a+b$의 값이 가장 작으므로 구하는 값은

$a+b=-3+(-7)=-10$ 　　답 -10

> $a+b$의 값 중
> ① 가장 큰 것
> ➡ (양수)+(양수)
> ② 가장 작은 것
> ➡ (음수)+(음수)

11 a의 절댓값이 $\frac{3}{8}$이므로

$a=\frac{3}{8}$ 또는 $a=-\frac{3}{8}$

b의 절댓값이 $\frac{1}{2}$이므로

$b=\frac{1}{2}$ 또는 $b=-\frac{1}{2}$

a가 양수이고 b가 음수일 때 $a-b$의 값이 가장 크므로 구하는 값은

$a-b=\frac{3}{8}-\left(-\frac{1}{2}\right)$

$=\frac{3}{8}+\frac{4}{8}=\frac{7}{8}$ 　　답 $\frac{7}{8}$

> $a-b$의 값 중
> ① 가장 큰 것
> ➡ (양수)−(음수)
> ② 가장 작은 것
> ➡ (음수)−(양수)

12 점 A가 나타내는 수는

$-\frac{7}{6}+\frac{11}{2}-\frac{5}{3}=-\frac{7}{6}+\frac{33}{6}-\frac{10}{6}$

$=\frac{8}{3}$ 　　답 ④

13 $a=-\frac{1}{3}-\frac{5}{6}=-\frac{2}{6}-\frac{5}{6}=-\frac{7}{6}$

$b=-\frac{1}{3}+\frac{7}{2}=-\frac{2}{6}+\frac{21}{6}=\frac{19}{6}$

$\therefore a+b=-\frac{7}{6}+\frac{19}{6}=2$ 　　답 2

발전 유형 Q+Q

38쪽

01 $a=-\frac{3}{2}+1=-\frac{3}{2}+\frac{2}{2}=-\frac{1}{2}$

$b=\frac{5}{3}-\left(-\frac{1}{2}\right)=\frac{10}{6}+\frac{3}{6}=\frac{13}{6}$

따라서 $-\frac{1}{2}<x<\frac{13}{6}$을 만족시키는 정수 x는 0, 1, 2의 3개이다. 　　답 3

> ① a보다 b만큼 큰 수
> ➡ $a+b$
> ② a보다 b만큼 작은 수
> ➡ $a-b$

02 $a=-\frac{1}{3}+\frac{7}{4}=-\frac{4}{12}+\frac{21}{12}=\frac{17}{12}$

$b=2-\left(-\frac{1}{6}\right)=\frac{12}{6}+\frac{1}{6}=\frac{13}{6}$

$c=-\frac{5}{2}+(-3)=-\frac{5}{2}+\left(-\frac{6}{2}\right)=-\frac{11}{2}$

$\therefore a-b+c=\frac{17}{12}-\frac{13}{6}+\left(-\frac{11}{2}\right)$

$=\frac{17}{12}-\left(+\frac{13}{6}\right)+\left(-\frac{11}{2}\right)$

$=\frac{17}{12}+\left(-\frac{26}{12}\right)+\left(-\frac{66}{12}\right)$

$=-\frac{25}{4}$ 　　답 $-\frac{25}{4}$

> 생각 톡
> 먼저 합을 알 수 있는 한 변에 놓인 세 수의 합을 구한다.

03 $-3+2+4=3$이므로 각 변에 놓인 세 수의 합은 모두 3이다.

$A+1+(-3)=3$에서 　$A-2=3$ 　$\therefore A=5$

$A+0+B=3$에서 　$5+B=3$ 　$\therefore B=-2$

$B+C+4=3$에서 　$C+2=3$ 　$\therefore C=1$

$\therefore A-B+C=5-(-2)+1$

$=5+2+1=8$ 　　답 8

04 $e+\left(-\frac{3}{2}\right)=\frac{5}{6}$이므로

$e=\frac{5}{6}-\left(-\frac{3}{2}\right)=\frac{5}{6}+\frac{9}{6}=\frac{7}{3}$

$d=-2+e=-2+\frac{7}{3}=-\frac{6}{3}+\frac{7}{3}=\frac{1}{3}$이므로

$c+d=-\frac{1}{4}$, 즉 $c+\frac{1}{3}=-\frac{1}{4}$

$\therefore c=-\frac{1}{4}-\frac{1}{3}=-\frac{1}{4}-\left(+\frac{1}{3}\right)$

$=-\frac{3}{12}+\left(-\frac{4}{12}\right)=-\frac{7}{12}$

또 $b=d+\frac{5}{6}=\frac{1}{3}+\frac{5}{6}=\frac{2}{6}+\frac{5}{6}=\frac{7}{6}$이므로

$a=-\frac{1}{4}+b=-\frac{1}{4}+\frac{7}{6}$

$=-\frac{3}{12}+\frac{14}{12}=\frac{11}{12}$ 　　답 ③

05 $1300-250-150+300+250=1450$(명)

답 1450명

06 건물 C의 높이를 0 m라 하자.

조건 (가)에서 건물 A의 높이는

$0+\frac{9}{2}=\frac{9}{2}$ (m)

조건 (다)에서 건물 D의 높이는

$\frac{9}{2}-\frac{10}{3}=\frac{27}{6}-\frac{20}{6}=\frac{7}{6}$ (m)

조건 (나)에서 건물 B의 높이는

$\frac{7}{6}-3=\frac{7}{6}-\frac{18}{6}=-\frac{11}{6}$ (m)

> 음의 부호 −는 건물 C보다 높이가 낮은 것을 의미한다.

따라서 가장 낮은 건물 B와 가장 높은 건물 A의 높이의 차는

$\frac{9}{2}-\left(-\frac{11}{6}\right)=\frac{27}{6}+\left(+\frac{11}{6}\right)$

$=\frac{19}{3}$ (m) 　　답 $\frac{19}{3}$ m

Lecture 06 유리수의 곱셈과 나눗셈

핵심 유형 Q+Q

L 40쪽

01 ① $\left(-\frac{2}{7}\right)\times\left(+\frac{3}{4}\right)=-\left(\frac{2}{7}\times\frac{3}{4}\right)=-\frac{3}{14}$

② $(-1.2)\times\left(+\frac{15}{4}\right)=\left(-\frac{6}{5}\right)\times\left(+\frac{15}{4}\right)$

$=-\left(\frac{6}{5}\times\frac{15}{4}\right)=-\frac{9}{2}$

③ $\left(+\frac{6}{5}\right)\times\left(-\frac{3}{8}\right)\times\left(+\frac{2}{9}\right)$

$=-\left(\frac{6}{5}\times\frac{3}{8}\times\frac{2}{9}\right)=-\frac{1}{10}$

④ $(+1.5)\times(-3)\times(-0.2)$

$=+(1.5\times3\times0.2)=0.9$

⑤ $\left(-\frac{3}{5}\right)\times\left(-\frac{8}{9}\right)\times\left(-\frac{15}{2}\right)$

$=-\left(\frac{3}{5}\times\frac{8}{9}\times\frac{15}{2}\right)=-4$

답 ④

> 세 개 이상의 수의 곱셈의 부호
> ① 음수가 하나도 없거나 짝수 개 ➡ +
> ② 음수가 홀수 개 ➡ −

02 답 (가) 곱셈의 교환법칙 (나) 곱셈의 결합법칙

> 세 수 a, b, c에 대하여
> ① 곱셈의 교환법칙
> ➡ $a\times b=b\times a$
> ② 곱셈의 결합법칙
> ➡ $(a\times b)\times c$
> $=a\times(b\times c)$

03 $\left(-\frac{1}{2}\right)\times\left(+\frac{2}{3}\right)\times\left(-\frac{3}{4}\right)\times\left(+\frac{4}{5}\right)\times\left(-\frac{5}{6}\right)$

$=-\left(\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}\times\frac{3}{4}\times\frac{4}{5}\times\frac{5}{6}\right)$

$=-\frac{1}{6}$

답 $-\frac{1}{6}$

04 ① $\left(-\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{4}$

② $-\left(-\frac{1}{4}\right)^2=-\frac{1}{16}$

④ $-\left(-\frac{1}{3}\right)^3=-\left(-\frac{1}{27}\right)=\frac{1}{27}$

⑤ $\left\{-\left(-\frac{1}{2}\right)\right\}^4=\left(-\frac{1}{2}\right)^4=\frac{1}{16}$

답 ③

> 음수의 거듭제곱의 부호
> ① 지수가 짝수 ➡ +
> ② 지수가 홀수 ➡ −

05 $-2^3-(-3)^3+(-2)^3=-8-(-27)+(-8)$

$=-8+27-8$

$=11$

답 ⑤

06 $(-1)^{100}-(-1)^{101}+(-1)^{102}+(-1)^{103}$

$=1-(-1)+1+(-1)$

$=1+1+1-1=2$

답 2

07 $a\times(b+c)=a\times b+a\times c$이므로

$\frac{1}{3}=-\frac{2}{5}+a\times c$

$\therefore a\times c=\frac{1}{3}-\left(-\frac{2}{5}\right)$

$=\frac{5}{15}+\frac{6}{15}=\frac{11}{15}$

답 $\frac{11}{15}$

> **분배법칙**
> 세 수 a, b, c에 대하여
> ① $a\times(b+c)$
> $=a\times b+a\times c$
> ② $(a+b)\times c$
> $=a\times c+b\times c$

08 $27\times(-0.6)+23\times(-0.6)$

$=(27+23)\times(-0.6)$

$=50\times(-0.6)=-30$

따라서 $a=50$, $b=-30$이므로

$a-b=50-(-30)=80$

답 ⑤

09 $-\frac{5}{2}$의 역수는 $-\frac{2}{5}$이므로

$a=-\frac{2}{5}$

$1.4=\frac{7}{5}$의 역수는 $\frac{5}{7}$이므로

$b=\frac{5}{7}$

$\therefore a\times b=\left(-\frac{2}{5}\right)\times\left(+\frac{5}{7}\right)$

$=-\left(\frac{2}{5}\times\frac{5}{7}\right)=-\frac{2}{7}$

답 $-\frac{2}{7}$

> $\frac{b}{a}$ $(a\neq0, b\neq0)$의 역수
> ➡ $\frac{a}{b}$

> 소수는 분수로 나타낸 후 역수를 구한다.

10 ④ $0.5=\frac{1}{2}$의 역수는 2

답 ④

11 ① $(-18)\div(+3)=-(18\div3)=-6$

② $(+36)\div(-4)=-(36\div4)=-9$

③ $\left(+\frac{5}{8}\right)\div\left(-\frac{5}{12}\right)=\left(+\frac{5}{8}\right)\times\left(-\frac{12}{5}\right)$

$=-\left(\frac{5}{8}\times\frac{12}{5}\right)=-\frac{3}{2}$

④ $\left(-\frac{3}{5}\right)\div\left(+\frac{2}{15}\right)=\left(-\frac{3}{5}\right)\times\left(+\frac{15}{2}\right)$

$=-\left(\frac{3}{5}\times\frac{15}{2}\right)=-\frac{9}{2}$

⑤ $\left(-\frac{3}{2}\right)\div(-9)=\left(-\frac{3}{2}\right)\times\left(-\frac{1}{9}\right)$

$=+\left(\frac{3}{2}\times\frac{1}{9}\right)=\frac{1}{6}$

답 ⑤

12 $\left(-\frac{7}{18}\right)\div\left(-\frac{5}{3}\right)\div\left(+\frac{14}{5}\right)$

$=\left(-\frac{7}{18}\right)\times\left(-\frac{3}{5}\right)\times\left(+\frac{5}{14}\right)$

$=+\left(\frac{7}{18}\times\frac{3}{5}\times\frac{5}{14}\right)=\frac{1}{12}$

답 ③

13 $\left(-\frac{3}{5}\right)\times(-2)\div\left(-\frac{5}{7}\right)\times\frac{9}{14}$

$=\left(-\frac{3}{5}\right)\times(-2)\times\left(-\frac{7}{5}\right)\times\left(+\frac{9}{14}\right)$

$=-\left(\frac{3}{5}\times2\times\frac{7}{5}\times\frac{9}{14}\right)=-\frac{27}{25}$

답 ③

> 유리수의 곱셈과 나눗셈의 혼합 계산
> ➡ 나눗셈을 곱셈으로 바꾸어 계산한다.

14 $\left(-\frac{1}{3}\right)^2\times\left(+\frac{15}{16}\right)\div\frac{1}{12}$

$=\left(+\frac{1}{9}\right)\times\left(+\frac{15}{16}\right)\times(+12)$

$=+\left(\frac{1}{9}\times\frac{15}{16}\times12\right)=\frac{5}{4}$

따라서 $a=4$, $b=5$이므로

$b-a=5-4=1$

답 1

15 $\frac{5}{3}-(-2)^3\div\left\{(-3)^2\times\frac{2}{3}-8\right\}$

$=\frac{5}{3}-(-8)\div\left(9\times\frac{2}{3}-8\right)=\frac{5}{3}-(-8)\div(-2)$

$=\frac{5}{3}-4=\frac{5}{3}-\frac{12}{3}=-\frac{7}{3}$ 답 $-\frac{7}{3}$

> 혼합 계산에서 계산 순서는 다음과 같다.
> 거듭제곱 → 괄호 → ×, ÷ → +, −

16 $1-\left[\frac{3}{2}-2\times\left\{\left(\frac{4}{5}-\frac{1}{3}\right)\div\frac{1}{5}\right\}\right]$

$=1-\left\{\frac{3}{2}-2\times\left(\frac{7}{15}\times5\right)\right\}=1-\left(\frac{3}{2}-\frac{14}{3}\right)$

$=1-\left(-\frac{19}{6}\right)=\frac{6}{6}+\frac{19}{6}=\frac{25}{6}$ 답 ⑤

17 $\frac{4}{15}\div\square=-\frac{8}{9}$에서

$\square=\frac{4}{15}\div\left(-\frac{8}{9}\right)$

$=\frac{4}{15}\times\left(-\frac{9}{8}\right)=-\frac{3}{10}$ 답 $-\frac{3}{10}$

18 $\square\times(-2)^3\div\frac{10}{7}=\square\times(-8)\times\frac{7}{10}$

$=\square\times\left(-\frac{28}{5}\right)$

즉 $\square\times\left(-\frac{28}{5}\right)=-\frac{16}{5}$이므로

$\square=\left(-\frac{16}{5}\right)\div\left(-\frac{28}{5}\right)$

$=\left(-\frac{16}{5}\right)\times\left(-\frac{5}{28}\right)=\frac{4}{7}$ 답 $\frac{4}{7}$

19 어떤 수를 $\square$라 하면

$\square\div\frac{12}{11}=-\frac{11}{9}$

$\therefore \square=\left(-\frac{11}{9}\right)\times\frac{12}{11}=-\frac{4}{3}$

따라서 바르게 계산하면

$\left(-\frac{4}{3}\right)\times\frac{12}{11}=-\frac{16}{11}$ 답 $-\frac{16}{11}$

20 ① 부호를 알 수 없다.
③, ④, ⑤ 음수

답 ②

Q쌤 한마디

$a>0$, $b<0$일 때 $a+b$의 부호에 대하여 생각해 봅시다.
$a=1$, $b=-2$이면 $a+b=-1<0$
$a=1$, $b=-1$이면 $a+b=0$
$a=2$, $b=-1$이면 $a+b=1>0$
이처럼 양수와 음수의 합의 부호는 두 수 중 절댓값이 큰 수의 부호와 같으므로 주어진 조건으로 $a+b$의 부호는 알 수 없습니다.

21 $a\times b<0$, $a-b>0$이므로 $a>0$, $b<0$
$b\div c>0$이므로 b와 c는 같은 부호이다.
$\therefore c<0$ 답 ③

> $a>0$, $b<0$
> 또는 $a<0$, $b>0$

발전 유형 Q+Q

43쪽

01 주어진 네 수 중에서 세 수를 골라 곱한 값이 가장 크려면 (양수)×(음수)×(음수) 꼴이어야 한다.
이때 양수는 절댓값이 큰 수이어야 하므로 가장 큰 수는

$10\times\left(-\frac{12}{5}\right)\times\left(-\frac{1}{2}\right)=12$ 답 ⑤

02 주어진 네 수 중에서 세 수를 골라 곱한 값이 가장 크려면 (양수)×(음수)×(음수) 꼴이어야 한다.
이때 음수는 절댓값이 큰 두 수이어야 하므로

$M=6\times(-12)\times\left(-\frac{5}{4}\right)=90$

또 세 수를 골라 곱한 값이 가장 작으려면
(음수)×(음수)×(음수) 꼴이어야 하므로

$m=\left(-\frac{5}{4}\right)\times\left(-\frac{1}{3}\right)\times(-12)=-5$

$\therefore M-m=90-(-5)=95$ 답 95

03 $\left(-\frac{2}{5}\right)*\frac{1}{2}=-\frac{2}{5}-\frac{1}{2}-\frac{1}{10}$

$=-\frac{4}{10}-\frac{5}{10}-\frac{1}{10}=-1$

$\therefore \left\{\left(-\frac{2}{5}\right)*\frac{1}{2}\right\}*\left(-\frac{9}{10}\right)$

$=(-1)*\left(-\frac{9}{10}\right)$

$=-1-\left(-\frac{9}{10}\right)-\frac{1}{10}$

$=-\frac{10}{10}+\frac{9}{10}-\frac{1}{10}=-\frac{1}{5}$ 답 ③

04 $\frac{3}{4}\triangle\left(-\frac{5}{2}\right)^2=\frac{3}{4}\triangle\frac{25}{4}=\left(\frac{3}{4}+\frac{25}{4}\right)\div4$

$=7\div4=\frac{7}{4}$

$\therefore \left\{\frac{3}{4}\triangle\left(-\frac{5}{2}\right)^2\right\}\blacktriangle\left(-\frac{9}{7}\right)$

$=\frac{7}{4}\blacktriangle\left(-\frac{9}{7}\right)=\frac{7}{4}\times\left(-\frac{9}{7}\right)+3$

$=-\frac{9}{4}+3=-\frac{9}{4}+\frac{12}{4}=\frac{3}{4}$ 답 $\frac{3}{4}$

05 n이 짝수이므로 $n+1$은 홀수이고 $n+2$, $n\times2$, $n\times3$은 짝수이다.

$\therefore$ (주어진 식)$=(-1)\times(+1)+(+1)\times(+1)$

$=(-1)+(+1)=0$ 답 ③

> $(-1)^{짝수}=1$,
> $(-1)^{홀수}=-1$

06 $(-1)^{50}\times(-1)^{99}\times(-1)^n$

$=(+1)\times(-1)\times(-1)^n=-1$

이므로 $(-1)^n=1$

> $(-1)\times(-1)^n=-1$
> $\therefore (-1)^n=1$

따라서 n은 짝수이므로 $n+1$, $n+3$은 홀수이고 $n+2$는 짝수이다.

$\therefore (-1)^{n+1}+(-1)^{n+2}+(-1)^{n+3}$

$=(-1)+(+1)+(-1)=-1$ 답 -1

07 조건 (나)에서 $|a|=3$이므로

$a=3$ 또는 $a=-3$

그런데 조건 (가)에서 $a<0$이므로 $a=-3$

조건 (다)에서 $(-3)\times b\times c=-33$이므로

$b\times c=11$

이때 조건 (가)에서 $b<0$, $c<0$이므로

$b=-1$, $c=-11$ 또는 $b=-11$, $c=-1$

$\therefore a+b+c=-15$ 답 -15

08 조건 (나)에서 $|c|=5$이므로

$c=5$ 또는 $c=-5$

그런데 조건 (가)에서 $c<0$이므로 $c=-5$

조건 (다)에서

$a=|c+1|=|(-5)+1|=|-4|=4$

조건 (라)에서 $a+b+c=-3$이므로

$4+b+(-5)=-3$

$b-1=-3$ $\therefore b=-2$

$\therefore a\times b\times c=4\times(-2)\times(-5)=40$ 답 40

09 두 점 A, B 사이의 거리는 $2-\left(-\frac{1}{2}\right)=\frac{5}{2}$

두 점 A, C 사이의 거리는 $\frac{5}{2}\times\frac{2}{5}=1$

따라서 점 C가 나타내는 수는

$-\frac{1}{2}+1=-\frac{1}{2}+\frac{2}{2}=\frac{1}{2}$ 답 ③

10 두 점 A, B 사이의 거리는 $4-(-3)=7$

두 점 A, P 사이의 거리는 $7\times\frac{1}{3}=\frac{7}{3}$

따라서 $p=-3+\frac{7}{3}=-\frac{2}{3}$, $q=-\frac{2}{3}+\frac{7}{3}=\frac{5}{3}$이므로

$p\times q=\left(-\frac{2}{3}\right)\times\frac{5}{3}=-\frac{10}{9}$ 답 $-\frac{10}{9}$

11 7승을 했으므로 $7\times(+3)=21$(점)

8무 중 3번은 득점이 없었으므로 $3\times0=0$(점)

8무 중 5번은 득점이 있었으므로

$5\times(+2)=10$(점)

5패를 했으므로 $5\times(-4)=-20$(점)

따라서 재혁이네 팀의 점수는

$21+0+10+(-20)=11$(점) 답 11점

12 인웅이는 15번의 가위바위보에서 4번 이기고 5번 비겼으므로 6번 졌다.

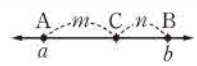
인웅이의 바둑돌의 위치는

$4\times\left(+\frac{5}{4}\right)+5\times\left(-\frac{1}{5}\right)+6\times\left(-\frac{4}{3}\right)$

$=5-1-8=-4$

혜리는 6번 이기고 5번 비기고 4번 졌으므로 혜리의 바둑돌의 위치는

$b=-1$, $c=-11$일 때,
$a+b+c$
$=-3+(-1)+(-11)$
$=-15$
$b=-11$, $c=-1$일 때,
$a+b+c$
$=-3+(-11)+(-1)$
$=-15$



점 C가 두 점 A, B 사이의 거리를 $m:n$으로 나누는 점일 때

① 두 점 A, B 사이의 거리 ➡ $b-a$

② 두 점 A, C 사이의 거리 ➡ $(b-a)\times\frac{m}{m+n}$

③ 점 C가 나타내는 수 ➡ $a+(b-a)\times\frac{m}{m+n}$

① □+△=○ ➡ □=○−△

② □−△=○ ➡ □=○+△

수직선 위에서 바둑돌이 오른쪽으로 가는 것은 +, 왼쪽으로 가는 것은 −를 의미한다.

$6\times\left(+\frac{5}{4}\right)+5\times\left(-\frac{1}{5}\right)+4\times\left(-\frac{4}{3}\right)$

$=\frac{15}{2}-1-\frac{16}{3}=\frac{7}{6}$

따라서 두 바둑돌 사이의 거리는

$\frac{7}{6}-(-4)=\frac{31}{6}$ 답 $\frac{31}{6}$

중단원 실전 TEST

L 45쪽

01 0을 나타내는 점에서 오른쪽으로 4만큼 이동한 후 다시 왼쪽으로 7만큼 이동한 것이 0을 나타내는 점에서 왼쪽으로 3만큼 이동한 것과 같음을 나타내므로

$(+4)+(-7)=-3$ 답 ③

02 $\frac{2}{3}-\frac{5}{4}+\frac{13}{12}-\frac{1}{6}$

$=\left(+\frac{2}{3}\right)-\left(+\frac{5}{4}\right)+\left(+\frac{13}{12}\right)-\left(+\frac{1}{6}\right)$

$=\left\{\left(+\frac{8}{12}\right)+\left(-\frac{15}{12}\right)\right\}+\left\{\left(+\frac{13}{12}\right)+\left(-\frac{2}{12}\right)\right\}$

$=\left(-\frac{7}{12}\right)+\left(+\frac{11}{12}\right)=\frac{1}{3}$ 답 ⑤

03 $a=-\frac{1}{2}-\left(-\frac{2}{5}\right)=-\frac{5}{10}+\frac{4}{10}=-\frac{1}{10}$

$b=\frac{1}{2}+\left(-\frac{4}{3}\right)=\frac{3}{6}+\left(-\frac{8}{6}\right)=-\frac{5}{6}$

$\therefore a+b=-\frac{1}{10}+\left(-\frac{5}{6}\right)$

$=-\frac{3}{30}+\left(-\frac{25}{30}\right)=-\frac{14}{15}$ 답 ②

04 $|a|<7$이므로 a가 될 수 있는 값은

$-6, -5, \cdots, 5, 6$

$|b|<3$이므로 b가 될 수 있는 값은

$-2, -1, 0, 1, 2$

$a=-6$, $b=2$일 때 $a-b$의 값이 가장 작으므로 구하는 값은 $-6-2=-8$ 답 ②

05 $30+1-2+5-2+3=35$(개) 답 35개

06 $a=-\frac{1}{4}-\left(-\frac{4}{3}\right)=-\frac{3}{12}+\frac{16}{12}=\frac{13}{12}$ ··· ❶

$b=-1+\frac{5}{13}=-\frac{13}{13}+\frac{5}{13}=-\frac{8}{13}$ ··· ❷

$\therefore a\times b=\frac{13}{12}\times\left(-\frac{8}{13}\right)=-\frac{2}{3}$ ··· ❸

답 $-\frac{2}{3}$

채점 기준	배점
❶ a의 값을 구할 수 있다.	1점
❷ b의 값을 구할 수 있다.	1점
❸ $a\times b$의 값을 구할 수 있다.	2점

03 유리수의 계산

07 $\frac{3}{5}$, $0.4=\frac{2}{5}$, $-1\frac{1}{5}=-\frac{6}{5}$의 역수는 각각

$\frac{5}{3}$, $\frac{5}{2}$, $-\frac{5}{6}$

따라서 구하는 합은

$$\frac{5}{3}+\frac{5}{2}+\left(-\frac{5}{6}\right)=\frac{10}{6}+\frac{15}{6}+\left(-\frac{5}{6}\right)$$
$$=\frac{10}{3}$$

답 $\frac{10}{3}$

Q BOX

역수를 구할 때 부호는 바뀌지 않음에 주의한다.

08 $1\frac{1}{8}=\frac{9}{8}$의 역수는 $\frac{8}{9}$이므로 $x=\frac{8}{9}$

절댓값이 $\frac{3}{16}$인 음수는 $-\frac{3}{16}$이므로 $y=-\frac{3}{16}$

$$\therefore 1\div x\div y=1\div\frac{8}{9}\div\left(-\frac{3}{16}\right)$$
$$=1\times\frac{9}{8}\times\left(-\frac{16}{3}\right)$$
$$=-6$$

답 ①

09 한 변에 놓인 네 수의 합은

$$(-2)+\left(-\frac{1}{4}\right)+\frac{5}{2}+4=-\frac{9}{4}+\frac{13}{2}$$
$$=-\frac{9}{4}+\frac{26}{4}=\frac{17}{4}$$

$(-2)+\frac{1}{2}+(-3)+A=\frac{17}{4}$이므로

$$\left(-\frac{4}{2}\right)+\left(+\frac{1}{2}\right)+\left(-\frac{6}{2}\right)+A=\frac{17}{4}$$
$$A+\left(-\frac{9}{2}\right)=\frac{17}{4}$$
$$\therefore A=\frac{17}{4}-\left(-\frac{9}{2}\right)=\frac{17}{4}+\frac{18}{4}=\frac{35}{4}$$

$A+9+B+4=\frac{17}{4}$, 즉 $\frac{35}{4}+9+B+4=\frac{17}{4}$이므로

$$\frac{35}{4}+\frac{36}{4}+B+\frac{16}{4}=\frac{17}{4}$$
$$B+\frac{87}{4}=\frac{17}{4}$$
$$\therefore B=\frac{17}{4}-\frac{87}{4}=-\frac{35}{2}$$
$$\therefore A\div B=\frac{35}{4}\div\left(-\frac{35}{2}\right)$$
$$=\frac{35}{4}\times\left(-\frac{2}{35}\right)=-\frac{1}{2}$$

답 ③

10 $A=\left(+\frac{9}{2}\right)\times\left(-\frac{10}{3}\right)\div\left(-\frac{20}{7}\right)$

$$=\left(+\frac{9}{2}\right)\times\left(-\frac{10}{3}\right)\times\left(-\frac{7}{20}\right)=\frac{21}{4}$$

따라서 A보다 작은 자연수는 1, 2, 3, 4, 5이므로 구하는 합은

$1+2+3+4+5=15$

답 ④

11 (주어진 식)

$$=\left(-\frac{1}{2}\right)\times\left(-\frac{2}{3}\right)\times\left(-\frac{3}{4}\right)\times\cdots\times\left(-\frac{19}{20}\right)$$
$$=-\left(\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}\times\frac{3}{4}\times\cdots\times\frac{19}{20}\right)$$
$$=-\frac{1}{20}$$

답 $-\frac{1}{20}$

음수가 19개이므로 계산 결과의 부호는 $-$이다.

12 $\left(-\frac{4}{9}\right)\times\left[(-3)^3-\left\{6+(-2)\div\frac{1}{3}\right\}\right]$

$$=\left(-\frac{4}{9}\right)\times[(-27)-\{6+(-2)\times3\}]$$
$$=\left(-\frac{4}{9}\right)\times\{(-27)-(6-6)\}$$
$$=\left(-\frac{4}{9}\right)\times(-27)=12$$

답 ①

13 $\frac{50}{3}\div A\times\left(-\frac{9}{2}\right)=\frac{15}{2}$에서

$$A=\frac{50}{3}\times\left(-\frac{9}{2}\right)\div\frac{15}{2}$$
$$=\frac{50}{3}\times\left(-\frac{9}{2}\right)\times\frac{2}{15}=-10$$ ··· ❶

$(-18)\times B\div\frac{5}{4}=-8$에서

$$B=(-8)\div(-18)\times\frac{5}{4}$$
$$=(-8)\times\left(-\frac{1}{18}\right)\times\frac{5}{4}=\frac{5}{9}$$ ··· ❷

$$\therefore A\div B=(-10)\div\frac{5}{9}$$
$$=(-10)\times\frac{9}{5}=-18$$ ··· ❸

답 -18

채점 기준	배점
❶ A의 값을 구할 수 있다.	2점
❷ B의 값을 구할 수 있다.	2점
❸ $A\div B$의 값을 구할 수 있다.	2점

14 $\left(-\frac{4}{15}\right)\div\square\times\left(\frac{3}{2}\right)^2\div(-10)=\frac{1}{2}$에서

$$\left(-\frac{4}{15}\right)\div\square\times\frac{9}{4}\times\left(-\frac{1}{10}\right)=\frac{1}{2}$$
$$\therefore \square=\left(-\frac{4}{15}\right)\times\frac{9}{4}\times\left(-\frac{1}{10}\right)\div\frac{1}{2}$$
$$=\left(-\frac{4}{15}\right)\times\frac{9}{4}\times\left(-\frac{1}{10}\right)\times2$$
$$=\frac{3}{25}$$

답 ④

15 어떤 수를 $\square$라 하면 $\square-\left(-\frac{2}{3}\right)=\frac{3}{2}$

$$\therefore \square=\frac{3}{2}+\left(-\frac{2}{3}\right)=\frac{9}{6}+\left(-\frac{4}{6}\right)=\frac{5}{6}$$

따라서 바르게 계산하면

$$\frac{5}{6}\div\left(-\frac{2}{3}\right)=\frac{5}{6}\times\left(-\frac{3}{2}\right)=-\frac{5}{4}$$

답 $-\frac{5}{4}$

16 $a<0$, $b>0$이고 $|a|<|b|$이므로

$a+b>0$, $a-b<0$, $a\times b<0$, $a\div b<0$

이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

답 ④

부호가 다른 두 수의 합의 부호는 절댓값이 큰 수의 부호와 같다.

17 주어진 네 수 중에서 세 수를 골라 곱한 값이 가장 크려면 (양수)×(음수)×(음수) 꼴이어야 한다.

이때 음수는 절댓값이 큰 두 수이어야 하므로

$$a=\frac{5}{3}\times(-6)\times\left(-\frac{4}{5}\right)=8$$ ··· ❶

또 세 수를 골라 곱한 값이 가장 작으려면
(음수)×(음수)×(음수) 꼴이어야 하므로

$b=(-6)\times\left(-\frac{1}{2}\right)\times\left(-\frac{4}{5}\right)=-\frac{12}{5}$ ⋯ ❷

$\therefore a+b=8+\left(-\frac{12}{5}\right)$

$=\frac{40}{5}+\left(-\frac{12}{5}\right)=\frac{28}{5}$ ⋯ ❸

답 $\frac{28}{5}$

채점 기준	배점
❶ a의 값을 구할 수 있다.	2점
❷ b의 값을 구할 수 있다.	2점
❸ $a+b$의 값을 구할 수 있다.	2점

18 n이 홀수이므로 $n+1$은 짝수, $n+2$는 홀수이다.

$\therefore$ (주어진 식)$=(-1)-(+1)-(-1)$

$=-1-1+1=-1$

답 ②

19 두 점 A, B 사이의 거리는

$\frac{10}{3}-\frac{3}{2}=\frac{20}{6}-\frac{9}{6}=\frac{11}{6}$ ⋯ ❶

두 점 A, P 사이의 거리는

$\frac{11}{6}\times\frac{2}{3}=\frac{11}{9}$ ⋯ ❷

따라서 점 P가 나타내는 수는

$\frac{3}{2}+\frac{11}{9}=\frac{27}{18}+\frac{22}{18}=\frac{49}{18}$ ⋯ ❸

답 $\frac{49}{18}$

채점 기준	배점
❶ 두 점 A, B 사이의 거리를 구할 수 있다.	1점
❷ 두 점 A, P 사이의 거리를 구할 수 있다.	1점
❸ 점 P가 나타내는 수를 구할 수 있다.	2점

20 4개의 원의 반지름의 길이는 각각

$\frac{1}{3}$ cm, $\frac{1}{3}\times2=\frac{2}{3}$ (cm), $\frac{2}{3}\times2=\frac{4}{3}$ (cm),

$\frac{4}{3}\times2=\frac{8}{3}$ (cm)

이때 4개의 정사각형의 한 변의 길이는 각각

$\frac{1}{3}\times2=\frac{2}{3}$ (cm), $\frac{2}{3}\times2=\frac{4}{3}$ (cm),

$\frac{4}{3}\times2=\frac{8}{3}$ (cm), $\frac{8}{3}\times2=\frac{16}{3}$ (cm)

따라서 4개의 정사각형의 둘레의 길이의 합은

$\frac{2}{3}\times4+\frac{4}{3}\times4+\frac{8}{3}\times4+\frac{16}{3}\times4$

$=\frac{8}{3}+\frac{16}{3}+\frac{32}{3}+\frac{64}{3}=40$ (cm)

답 ⑤

21 계단을 올라가는 것을 +, 내려가는 것을 −로 나타내면 영준이가 오른 계단은

$3\times(+2)+2\times(-1)+2\times(+1)$

$=6-2+2=6$(칸)

태희는 2번 이기고, 3번 지고, 2번 비겼다.

$6-3=3$(칸)

태희가 오른 계단은

$2\times(+2)+3\times(-1)+2\times(+1)$

$=4-3+2=3$(칸)

따라서 두 사람은 3칸 떨어져 있다.

답 3칸

22 $\left(-\frac{15}{2}\right)■(-5)=\left(-\frac{15}{2}\right)\div(-5)-5$

$=\left(-\frac{15}{2}\right)\times\left(-\frac{1}{5}\right)-5$

$=\frac{3}{2}-5=-\frac{7}{2}$

$\therefore \frac{8}{21}▲\left\{\left(-\frac{15}{2}\right)■(-5)\right\}$

$=\frac{8}{21}▲\left(-\frac{7}{2}\right)=\frac{8}{21}\times\left(-\frac{7}{2}\right)+3$

$=-\frac{4}{3}+3=\frac{5}{3}$

답 $\frac{5}{3}$

23 5를 A에 넣어 나온 수는

$5\times\left(-\frac{2}{5}\right)-\frac{1}{3}=-2-\frac{1}{3}=-\frac{7}{3}$

$-\frac{7}{3}$을 B에 넣어 나온 수는

$\left(-\frac{7}{3}\right)\div3+\frac{4}{9}=\left(-\frac{7}{3}\right)\times\frac{1}{3}+\frac{4}{9}$

$=-\frac{7}{9}+\frac{4}{9}=-\frac{1}{3}$

$-\frac{1}{3}$을 C에 넣어 나온 수는

$\left(-\frac{1}{3}\right)\times\frac{8}{3}\div4=\left(-\frac{1}{3}\right)\times\frac{8}{3}\times\frac{1}{4}$

$=-\frac{2}{9}$

답 $-\frac{2}{9}$

24 4개의 정육면체의 각 면에 적힌 수의 합은

$\left\{(-2)+\left(-\frac{1}{2}\right)+0+2+\frac{5}{2}+4\right\}\times4=24$

마주 보는 면에 적힌 두 수의 합이 2이고 마주 보는 면은 3쌍이므로
$2\times3=6$
과 같이 구할 수도 있다.

가려지는 면에 적힌 수의 합이 가장 작을 때, 가려지는 면을 제외한 면에 적힌 수의 합이 가장 크게 된다. 즉 한 면이 가려지는 정육면체의 경우 가려진 면에 −2가 있으면 되고, 세 면이 가려지는 정육면체의 경우 가려진 면에 -2, $-\frac{1}{2}$, 0이 있으면 된다.

마주 보는 면에 적힌 두 수를 순서쌍으로 나타내면
$(-2, 4)$,
$\left(-\frac{1}{2}, \frac{5}{2}\right)$,
$(0, 2)$

따라서 가려지는 면을 제외한 모든 면에 적힌 수의 합 중에서 가장 큰 값은

$24-\left\{(-2)\times4+\left(-\frac{1}{2}\right)+0\right\}$

$=24-\left(-8-\frac{1}{2}\right)=24-\left(-\frac{17}{2}\right)$

$=24+\frac{17}{2}=\frac{65}{2}$

답 $\frac{65}{2}$

최고 수준 도전하기

49쪽

01 1st 3^1, 3^2, 3^3, ⋯을 11로 나누었을 때의 나머지를 구한다.

$3^1=3$을 11로 나누었을 때의 나머지는 3

$3^2=9$를 11로 나누었을 때의 나머지는 9
$3^3=27$을 11로 나누었을 때의 나머지는 5
$3^4=81$을 11로 나누었을 때의 나머지는 4
$3^5=243$을 11로 나누었을 때의 나머지는 1
$3^6=729$를 11로 나누었을 때의 나머지는 3
⋮

(2nd) 3^{108}을 11로 나누었을 때의 나머지를 구한다.
3의 거듭제곱을 11로 나누었을 때의 나머지는 3, 9, 5, 4, 1이 이 순서대로 반복된다.
이때 $108=5\times21+3$이므로 3^{108}을 11로 나누었을 때의 나머지는 5이다.

(3rd) $3^{108}+2$를 11로 나누었을 때의 나머지를 구한다.
$3^{108}+2$를 11로 나누었을 때의 나머지는
$5+2=7$ 답 7

02 (1st) 두 점 B, C가 원의 둘레를 한 바퀴 도는 데 걸리는 시간을 구한다.
원의 둘레를 한 바퀴 도는 데 점 A는 7초, 점 B는 $60\div12=5$(초), 점 C는 $60\div20=3$(초)가 걸린다.

(2nd) 세 점이 20분 동안 점 P에서 만난 횟수를 구한다.
7, 5, 3의 최소공배수는 105이므로 세 점 A, B, C는 105초마다 점 P에서 만난다.
이때 20분은 $20\times60=1200$(초)이고
$1200=105\times11+45$
이므로 세 점 A, B, C는 20분 동안 점 P에서 11번 만난다. 답 11번

03 (1st) 주어진 식을 간단히 정리한다.
$\frac{a}{b}=\frac{a-24}{b-68}$에서
$a\times(b-68)=b\times(a-24)$
$a\times b-68\times a=a\times b-24\times b$
$\therefore 17\times a=6\times b$

(2nd) a, b를 k에 대한 식으로 나타낸 후 k의 값을 구한다.
$a:b=6:17$이므로
$a=6\times k$, $b=17\times k$ (k는 자연수)
로 놓을 수 있다.
이때 a, b의 최대공약수와 최소공배수의 곱이 2550이므로
$(6\times k)\times(17\times k)=2550$
$k^2=25$ $\therefore k=5$ ($\because k>0$)

(3rd) $b-a$의 값을 구한다.
따라서 $a=6\times5=30$, $b=17\times5=85$이므로
$b-a=85-30=55$ 답 55

04 (1st) 조건 (가), (나)를 이용하여 5개의 정수를 식으로 나타낸다.
조건 (가)에서 합이 0인 두 수 중에서 양수인 수를 a라 하면 다른 한 수는 $-a$이다.
조건 (가), (나)에서 합이 0인 세 수 중에서 절댓값이 가장 작은 수의 절댓값을 b라 하면 다른 두 수의 절댓값은 $2\times b$, $3\times b$이다.

(2nd) 조건 (다)를 이용하여 5개의 정수를 식으로 나타낸다.
조건 (다)에서 5개의 수의 곱이 양수이므로 절댓값이 $3\times b$인 수는 음수이다.
이때 5개의 수의 곱이 3000이므로
$a\times(-a)\times b\times(2\times b)\times\{-(3\times b)\}=3000$
$a\times a\times b\times b\times b=500=2^2\times5^3$
즉 $a^2\times b^3=2^2\times5^3$이므로 $a=2$, $b=5$
따라서 5개의 수는 2, -2, 5, 10, -15이다.
답 2, -2, 5, 10, -15

05 (1st) $[-3.8]$, $[2.3]$, $[-5]$, $[6.3]$, $[-1.5]$의 값을 구한다.
$[-3.8]=-4$, $[2.3]=2$, $[-5]=-5$, $[6.3]=6$, $[-1.5]=-2$

(2nd) 주어진 식의 값을 구한다.
$(주어진 식)=\{(-4)^2\div2-(-5)\}-6\times(-2)^2$
$=(16\div2+5)-6\times4$
$=(8+5)-24=-11$ 답 -11

06 (1st) 꺼낸 두 수가 모두 양수일 때, 계산 결과가 양의 정수인 것을 구한다.
(i) 꺼낸 두 수가 모두 양수인 경우
양수는 1, 3, 5이므로
$1+3=4$, $1+5=6$, $3+5=8$,
$3-1=2$, $5-1=4$, $5-3=2$,
$1\times3=3$, $1\times5=5$, $3\times5=15$,
$3\div1=3$, $5\div1=5$
따라서 계산 결과 중 양의 정수인 것은 2, 3, 4, 5, 6, 8, 15이다.

(2nd) 꺼낸 두 수가 모두 음수일 때, 계산 결과가 양의 정수인 것을 구한다.
(ii) 꺼낸 두 수가 모두 음수인 경우
음수는 -2, -4이므로
$(-2)-(-4)=2$, $(-2)\times(-4)=8$,
$(-4)\div(-2)=2$
따라서 계산 결과 중 양의 정수인 것은 2, 8이다.

(3rd) 꺼낸 두 수의 부호가 다를 때, 계산 결과가 양의 정수인 것을 구한다.
(iii) 꺼낸 두 수의 부호가 다른 경우
$3+(-2)=1$, $5+(-2)=3$, $5+(-4)=1$,
$1-(-2)=3$, $1-(-4)=5$, $3-(-2)=5$,
$3-(-4)=7$, $5-(-2)=7$, $5-(-4)=9$
따라서 계산 결과 중 양의 정수인 것은 1, 3, 5, 7, 9이다.

(4th) 계산 결과 중 양의 정수인 것의 개수를 구한다.
구하는 양의 정수는 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 15의 10개이다. 답 10개

BOX

3^{108}을 11로 나누었을 때의 나머지는 3^3을 11로 나누었을 때의 나머지와 같다.

7, 5, 3은 소수이므로 세 수의 최소공배수는
$7\times5\times3=105$

절댓값이 $3\times b$인 수가 양수이면 절댓값이 b, $2\times b$인 수는 음수이다. 이때 5개의 수 중 음수인 수가 3개이므로 5개의 수의 곱은 음수이다.

x보다 크지 않은 수
➡ x보다 작거나 같은 수

04 문자의 사용과 식

Lecture 07 문자의 사용

핵심 유형 L 53쪽

01 ④ $x\times5-y\div z=x\times5-y\times\frac{1}{z}=5x-\frac{y}{z}$

답 ④

02 $x\div\frac{1}{3}\times(y+1)\div(-z)\times x$

$=x\times3\times(y+1)\times\left(-\frac{1}{z}\right)\times x$

$=-\frac{3x^2(y+1)}{z}$　　답 $-\frac{3x^2(y+1)}{z}$

03 (ㄱ) $a\times b\div c=a\times b\times\frac{1}{c}=\frac{ab}{c}$

(ㄴ) $a\div b\times c=a\times\frac{1}{b}\times c=\frac{ac}{b}$

(ㄷ) $a\div b\div c=a\times\frac{1}{b}\times\frac{1}{c}=\frac{a}{bc}$

(ㄹ) $a\times(b\div c)=a\times\frac{b}{c}=\frac{ab}{c}$

(ㅁ) $a\div(b\times c)=a\div bc=\frac{a}{bc}$

(ㅂ) $a\div(b\div c)=a\div\frac{b}{c}=a\times\frac{c}{b}=\frac{ac}{b}$

이상에서 $\frac{ac}{b}$와 같은 것은 (ㄴ), (ㅂ)이다.　　답 (ㄴ), (ㅂ)

04 ④ $10\times x+y=10x+y$

답 ④

05 할인 금액은

$3000\times\frac{x}{100}=30x$(원)

따라서 물건의 판매 가격은

$(3000-30x)$원　　답 ④

06 a km의 거리를 시속 4 km로 가는 데 걸린 시간은 $\frac{a}{4}$시간이고 30분은 $\frac{30}{60}=\frac{1}{2}$(시간)이므로 구하는 시간은

$\left(\frac{a}{4}+\frac{1}{2}\right)$시간　　답 $\left(\frac{a}{4}+\frac{1}{2}\right)$시간

07 x시간 동안 간 거리는

$60\times x=60x$ (km)

두 지점 A, B 사이의 거리가 400 km이므로 B 지점까지 남은 거리는

$(400-60x)$ km　　답 $(400-60x)$ km

생각 새로 만든 소금물에 들어 있는 소금의 양은 처음 소금물에 들어 있는 소금의 양과 같음을 이용한다.

곱셈 기호는 생략할 수 있지만 덧셈 기호와 뺄셈 기호는 생략할 수 없다.

나눗셈 기호의 생략
➡ 나눗셈 기호를 생략하고 분수 꼴로 나타내거나 나눗셈을 역수의 곱셈으로 바꾼 후 곱셈 기호를 생략한다.

분모에 분수를 대입할 때는 생략된 나눗셈 기호를 다시 쓴다.

(시간)$=\frac{(\text{거리})}{(\text{속력})}$

단위를 시간으로 통일한다.

08 농도가 x %인 소금물 300 g에 들어 있는 소금의 양은

$\frac{x}{100}\times300=3x$ (g)

농도가 y %인 소금물 400 g에 들어 있는 소금의 양은

$\frac{y}{100}\times400=4y$ (g)

따라서 구하는 소금의 양은

$(3x+4y)$ g　　답 ③

09 새로 만든 소금물에 들어 있는 소금의 양은

$\frac{a}{100}\times200=2a$ (g)

따라서 구하는 소금물의 농도는

$\frac{2a}{200+100}\times100=\frac{2}{3}a$ (%)　　답 $\frac{2}{3}a$ %

10 $\frac{y^2}{2x+y}-3x=\frac{4^2}{2\times(-1)+4}-3\times(-1)$

$=\frac{16}{-2+4}+3$

$=8+3=11$　　답 ⑤

11 ① $\frac{1}{3}xy=\frac{1}{3}\times\left(-\frac{1}{2}\right)\times3=-\frac{1}{2}$

② $8x+\frac{y}{2}=8\times\left(-\frac{1}{2}\right)+\frac{3}{2}=-4+\frac{3}{2}=-\frac{5}{2}$

③ $x^2-\frac{y^2}{3}=\left(-\frac{1}{2}\right)^2-\frac{3^2}{3}=\frac{1}{4}-3=-\frac{11}{4}$

④ $\frac{2}{x}+y=2\div x+y=2\div\left(-\frac{1}{2}\right)+3$

$=2\times(-2)+3=-4+3=-1$

⑤ $-\frac{3}{x}-\frac{7}{y}=-3\div x-\frac{7}{y}$

$=-3\div\left(-\frac{1}{2}\right)-\frac{7}{3}$

$=-3\times(-2)-\frac{7}{3}$

$=6-\frac{7}{3}=\frac{11}{3}$

따라서 식의 값이 가장 작은 것은 ③이다.　　답 ③

12 $\frac{5}{9}(p-32)$에 $p=86$을 대입하면

$\frac{5}{9}\times(86-32)=\frac{5}{9}\times54=30$

따라서 86 °F를 섭씨온도로 나타내면 30 °C이다.

답 ②

13 (1) (사다리꼴의 넓이)$=\frac{1}{2}\times(x+y)\times h$

$=\frac{1}{2}h(x+y)$

(2) $\frac{1}{2}h(x+y)$에 $x=6$, $y=10$, $h=\frac{11}{2}$을 대입하면

$\frac{1}{2}\times\frac{11}{2}\times(6+10)=44$

따라서 사다리꼴의 넓이는 44이다.

답 (1) $\frac{1}{2}h(x+y)$　(2) 44

발전 유형 Q+Q

L 55쪽

01 $|a|=|b|=4$이고 $a>b$이므로 $\quad a=4,\ b=-4$

$\therefore a^2b-\dfrac{b^2}{a}=4^2\times(-4)-\dfrac{(-4)^2}{4}$

$=-64-4=-68$ 답 -68

02 두 정수 a, b에 대하여 $|a|+|b|=2$이고 $ab<0$이므로 $\quad a=1,\ b=-1$ 또는 $a=-1,\ b=1$

(i) $a=1,\ b=-1$일 때,

$a^3-3b=1^3-3\times(-1)=1+3=4$

(ii) $a=-1,\ b=1$일 때,

$a^3-3b=(-1)^3-3\times1=-1-3=-4$

(i), (ii)에서 a^3-3b의 값이 될 수 있는 것은 4, -4이다.

답 ①, ④

Q쌤 한마디

a, b는 정수이므로 $|a|+|b|=2$에서

$|a|=2,\ |b|=0$ 또는 $|a|=1,\ |b|=1$

또는 $|a|=0,\ |b|=2$

이때 $ab<0$이므로 $|a|\neq0,\ |b|\neq0$입니다.

따라서 $|a|=1,\ |b|=1$이고 a, b의 부호가 서로 다르므로

$a=1,\ b=-1$ 또는 $a=-1,\ b=1$

입니다.

03 (1) 각 단계의 모양을 만드는 데 필요한 바둑돌의 개수는

$1,\ 1+2\times1,\ 1+2\times2,\ 1+2\times3,\ \cdots$

따라서 [n단계]의 모양을 만드는 데 필요한 바둑돌의 개수는

$1+2\times(n-1)=2(n-1)+1$

(2) $2(n-1)+1$에 $n=15$를 대입하면

$2\times(15-1)+1=29$

따라서 [15단계]의 모양을 만드는 데 필요한 바둑돌의 개수는 29이다.

답 (1) $2(n-1)+1$ (2) 29

04 (1) 종이를 1번 자를 때마다 길이가 20 cm인 변이 2개씩 늘어난다.

따라서 종이를 n번 자를 때 늘어나는 변의 길이의 합은

$20\times2\times n=40n$ (cm)

이므로 구하는 직사각형의 둘레의 길이의 합은

$20\times4+40n=40n+80$ (cm)

(2) $40n+80$에 $n=7$을 대입하면

$40\times7+80=360$

따라서 종이를 7번 잘라 만들어진 모든 직사각형의 둘레의 길이의 합은 360 cm이다.

답 (1) $(40n+80)$ cm (2) 360 cm

Q BOX

일차식
➡ 차수가 1인 다항식

상수항은 모두 동류항이다.

생각 톡

만들어진 모든 직사각형의 가로의 길이의 합은 원래 정사각형의 한 변의 길이와 같고, 세로의 길이의 합만 늘어남을 이용한다.

길이가 20 cm인 변이 $(2\times n)$개 늘어난다.

Lecture 08 일차식의 계산

핵심 유형 Q+Q

L 57쪽

01 (ㄱ) 항은 $4x^2$, $-x$, 3이다.

이상에서 옳은 것은 (ㄴ), (ㄷ)이다. 답 ④

Q쌤 한마디

다항식에서 각 항의 계수를 구할 때 숫자 앞의 부호를 빠뜨리지 않도록 주의해야 합니다.

특히 $x=1\times x$이므로 x의 계수는 1이고 $-x=(-1)\times x$이므로 $-x$의 계수는 -1입니다.

02 ① 다항식의 차수가 2이므로 일차식이 아니다.

② 분모에 문자가 포함된 식이므로 다항식이 아니다.

④ $0\times x+5=5$는 상수항으로만 이루어진 식이므로 일차식이 아니다.

⑤ 다항식의 차수가 3이므로 일차식이 아니다.

답 ③

03 ⑤ $(-3x+4y)\div\dfrac{1}{5}=(-3x+4y)\times5$

$=-15x+20y$

답 ⑤

04 $\left(\dfrac{x}{5}-1\right)\times(-10)=-2x+10$이므로

$a=-2,\ b=10$

$\left(\dfrac{4}{9}x-\dfrac{8}{3}\right)\div\left(-\dfrac{1}{9}\right)=\left(\dfrac{4}{9}x-\dfrac{8}{3}\right)\times(-9)$

$=-4x+24$

이므로 $\quad c=-4,\ d=24$

$\therefore a+b+c+d=-2+10+(-4)+24$

$=28$ 답 28

05 ① 차수가 다르다.

② 문자가 다르다.

④ $\dfrac{3}{x}$은 다항식이 아니다.

답 ③, ⑤

06 답 (ㄴ), (ㄷ), (ㄹ)

07 ① $2x-5-4x=-2x-5$이므로 x의 계수는 $\quad -2$

② $5x-(7x+1)=5x-7x-1=-2x-1$이므로 x의 계수는 $\quad -2$

③ $\dfrac{1}{2}(6x-2)+1-5x=3x-1+1-5x=-2x$이므로 x의 계수는 $\quad -2$

④ $x-6-\dfrac{1}{4}(12-4x)=x-6-3+x=2x-9$이므로 x의 계수는 $\quad 2$

⑤ $6(3-x)+2(2x+3)=18-6x+4x+6$
$=-2x+24$
이므로 x의 계수는 -2

답 ④

08 $\frac{1}{3}(3x-6)-\frac{1}{2}(4-8x)=x-2-2+4x$
$=5x-4$
따라서 $a=5$, $b=-4$이므로
$a-b=5-(-4)=9$ 답 9

09 $5x-[2x-\{4-(1-3x)\}]$
$=5x-\{2x-(4-1+3x)\}$
$=5x-\{2x-(3+3x)\}$
$=5x-(2x-3-3x)$
$=5x-(-x-3)$
$=5x+x+3=6x+3$ 답 ④

10 $0.5(x-3)-\frac{2x-5}{3}+\frac{x+2}{4}$
$=\frac{1}{2}(x-3)-\frac{2x-5}{3}+\frac{x+2}{4}$
$=\frac{1}{2}x-\frac{3}{2}-\frac{2}{3}x+\frac{5}{3}+\frac{1}{4}x+\frac{1}{2}$
$=\frac{6}{12}x-\frac{8}{12}x+\frac{3}{12}x-\frac{9}{6}+\frac{10}{6}+\frac{3}{6}$
$=\frac{1}{12}x+\frac{2}{3}$ 답 $\frac{1}{12}x+\frac{2}{3}$

11 $3(A-2B)+(A+3B)$
$=3A-6B+A+3B=4A-3B$
$=4(3x-y)-3(2x-5y)$
$=12x-4y-6x+15y$
$=6x+11y$ 답 $6x+11y$

12 $2A-(B-A)=2A-B+A=3A-B$
$=3(2x-y)-(-x+2y)$
$=6x-3y+x-2y=7x-5y$
따라서 x의 계수는 7, y의 계수는 -5이므로 구하는 합은
$7+(-5)=2$ 답 ⑤

13 $3x-2+(\boxed{})=x+1$에서
$\boxed{}=x+1-(3x-2)$
$=x+1-3x+2$
$=-2x+3$ 답 ②

14 어떤 다항식을 $\boxed{}$라 하면
$\boxed{}-(6a+5b)=2a-b$
$\therefore \boxed{}=2a-b+(6a+5b)$
$=8a+4b$ 답 $8a+4b$

x에 대한 일차식
➡ $ax+b\ (a\neq0)$

괄호가 여러 개인 일차식의 덧셈, 뺄셈
➡ ( )→{ }→[ ]의 순서로 괄호를 풀어서 계산한다. 이때 괄호 앞의 부호에 주의한다.

분수 꼴인 일차식의 덧셈, 뺄셈
➡ 분모의 최소공배수로 통분하여 계산한다.

$A+\boxed{}=B$
➡ $\boxed{}=B-A$

$\boxed{}-A=B$
➡ $\boxed{}=B+A$

발전 유형 Q+Q

L 59쪽

01 $(a-3)x^2-4x+5+x+1=(a-3)x^2-3x+6$
이 식이 x에 대한 일차식이 되려면
$a-3=0$ $\therefore a=3$ 답 ⑤

02 $(k-2)x^2+3x-5$가 x에 대한 일차식이 되려면
$k-2=0$ $\therefore k=2$
따라서 $B=-2x+1$이므로 다항식 B의 x의 계수는 -2이다. 답 -2

03 어떤 다항식을 $\boxed{}$라 하면
$\boxed{}+(4x-3)=6x+5$
$\therefore \boxed{}=6x+5-(4x-3)$
$=6x+5-4x+3=2x+8$
따라서 바르게 계산한 식은
$2x+8-(4x-3)=2x+8-4x+3$
$=-2x+11$
답 $-2x+11$

04 어떤 다항식을 $\boxed{}$라 하면
$\boxed{}-(-7x+2)=5x-8$
$\therefore \boxed{}=5x-8+(-7x+2)=-2x-6$
따라서 바르게 계산한 식은
$-2x-6+(-7x+2)=-9x-4$
답 $-9x-4$

05 $(-x-4)+(2x+3)+(5x+10)=6x+9$이므로
$A+(4x-3)+(5x+10)=6x+9$에서
$A+9x+7=6x+9$
$\therefore A=6x+9-(9x+7)$
$=6x+9-9x-7=-3x+2$
$A+(2x+3)+B=6x+9$에서
$(-3x+2)+(2x+3)+B=6x+9$
$-x+5+B=6x+9$
$\therefore B=6x+9-(-x+5)$
$=6x+9+x-5=7x+4$
$\therefore B-A=7x+4-(-3x+2)$
$=7x+4+3x-2$
$=10x+2$ 답 $10x+2$

06 $\boxed{(다)}+(-x+3)=-3x-2$이므로
$\boxed{(다)}=-3x-2-(-x+3)$
$=-3x-2+x-3=-2x-5$
$\boxed{(나)}=4x+1+\boxed{(다)}$이므로
$\boxed{(나)}=4x+1+(-2x-5)=2x-4$
$\boxed{(가)}=\boxed{(나)}+(-3x-2)$이므로
$\boxed{(가)}=2x-4+(-3x-2)=-x-6$

L 04 문자의 사용과 식

따라서 구하는 세 식의 합은

$-x-6+2x-4+(-2x-5)=-x-15$

답 $-x-15$

07 (1) n이 짝수일 때,

$n+1$은 홀수, $n+2$는 짝수이므로

$(-1)^{n+1}=-1,\ (-1)^{n+2}=1$

$\therefore (-1)^{n+1}(2x-6)-(-1)^{n+2}(4x+3)$
$=-(2x-6)-(4x+3)$
$=-2x+6-4x-3$
$=-6x+3$

(2) n이 홀수일 때,

$n+1$은 짝수, $n+2$는 홀수이므로

$(-1)^{n+1}=1,\ (-1)^{n+2}=-1$

$\therefore (-1)^{n+1}(2x-6)-(-1)^{n+2}(4x+3)$
$=(2x-6)-(-1)\times(4x+3)$
$=2x-6+4x+3$
$=6x-3$

답 (1) $-6x+3$ (2) $6x-3$

$(-1)^{짝수}=1$
$(-1)^{홀수}=-1$

08 n이 자연수일 때, $2n$은 짝수, $2n+1$은 홀수이므로

$(-1)^{2n}=1,\ (-1)^{2n+1}=-1$

$\therefore (-1)^{2n}\left(\frac{x-1}{2}\right)-(-1)^{2n+1}\left(\frac{2x+5}{3}\right)$

$=\frac{x-1}{2}-(-1)\times\frac{2x+5}{3}$

$=\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}+\frac{2}{3}x+\frac{5}{3}$

$=\frac{3}{6}x+\frac{4}{6}x-\frac{3}{6}+\frac{10}{6}$

$=\frac{7}{6}x+\frac{7}{6}$

답 $\frac{7}{6}x+\frac{7}{6}$

09 7명이 모두 앉은 의자의 개수는 $x-4$

2명이 앉은 의자 1개와 완전히 빈 의자 3개

따라서 사람 수는

$7(x-4)+2=7x-28+2$
$=7x-26$

답 ⑤

10 올해 남학생 수는

$300-300\times\frac{a}{100}=300-3a$

올해 여학생 수는

$250+250\times\frac{a}{100}=250+\frac{5}{2}a$

따라서 올해 전체 학생 수는

$300-3a+\left(250+\frac{5}{2}a\right)=550-\frac{1}{2}a$

답 $550-\frac{1}{2}a$

11 작은 직사각형의 가로의 길이는

$x-2\times3=x-6$ (cm)

작은 직사각형의 세로의 길이는

$11-2\times3=5$ (cm)

따라서 작은 직사각형의 넓이는

$(x-6)\times5=5x-30$ (cm^2)

답 $(5x-30)$ cm^2

12 직사각형의 세로의 길이는 $4x+3$이고, 가로의 길이는

$(4x+3)\times2-(2x+1)=8x+6-2x-1$
$=6x+5$

따라서 직사각형의 둘레의 길이는

$2\times\{(6x+5)+(4x+3)\}=2(10x+8)$
$=20x+16$

답 $20x+16$

중단원 실전 TEST

61쪽

01 ① $0.01\times x=0.01x$

1 또는 -1과 문자의 곱에서 1은 생략하지만 $0.01\times x$는 $0.0x$로 쓰지 않고 $0.01x$로 쓴다.

② $a\div\frac{5}{3}=a\times\frac{3}{5}=\frac{3}{5}a$

④ $a-3\div b=a-3\times\frac{1}{b}=a-\frac{3}{b}$

⑤ $a\div b\div 8=a\times\frac{1}{b}\times\frac{1}{8}=\frac{a}{8b}$

답 ③

02 ① $(-8)\times a\times b\times b\div c\times1$

$=(-8)\times a\times b\times b\times\frac{1}{c}\times1=-\frac{8ab^2}{c}$

② $(-8)\times a\times b\times b\div c+1$

$=(-8)\times a\times b\times b\times\frac{1}{c}+1=-\frac{8ab^2}{c}+1$

③ $(-8)\times a\times b\times b\div(c+1)$

$=(-8)\times a\times b\times b\times\frac{1}{c+1}=-\frac{8ab^2}{c+1}$

④ $(-8)\times a\times b\times b\times c+1=-8ab^2c+1$

⑤ $(-8)\times a\times b\times b\times(c+1)=-8ab^2(c+1)$

답 ③

03 ⑤ 1 cm는 0.01 m이므로 남은 실의 길이는

$(2-0.01x)$ m

문자를 사용하여 식을 세울 때는 단위에 주의한다.

답 ⑤

04 농도가 5 %인 설탕물 a g에 들어 있는 설탕의 양은

$\frac{5}{100}\times a=\frac{1}{20}a$ (g)

농도가 b %인 설탕물 500 g에 들어 있는 설탕의 양은

$\frac{b}{100}\times500=5b$ (g)

따라서 구하는 설탕의 양은

$\left(\frac{1}{20}a+5b\right)$g

답 $\left(\frac{1}{20}a+5b\right)$g

05 ① $-x=-\left(-\frac{1}{3}\right)=\frac{1}{3}$

② $6x=6\times\left(-\frac{1}{3}\right)=-2$

③ $-x^2=-\left(-\frac{1}{3}\right)^2=-\frac{1}{9}$

④ $x^2=\left(-\frac{1}{3}\right)^2=\frac{1}{9}$

⑤ $\frac{1}{x}=1\div x=1\div\left(-\frac{1}{3}\right)=1\times(-3)=-3$

따라서 식의 값이 가장 큰 것은 ①이다. 답 ①

문자에 음수를 대입할 때는 괄호를 사용한다.

분모에 분수를 대입할 때는 생략된 나눗셈 기호를 다시 쓴다.

$-3<-2<-\frac{1}{9}<\frac{1}{9}<\frac{1}{3}$

06 $2x^2-xy-5y^3=2\times(-3)^2-(-3)\times1-5\times1^3$
$=18+3-5=16$ 답 ②

07 $0.72(x+y)+40.6$에 $x=23$, $y=17$을 대입하면
$0.72\times(23+17)+40.6=0.72\times40+40.6$
$=28.8+40.6$
$=69.4$
따라서 구하는 불쾌지수는 69.4이다. 답 ②

08 (1) $0.6x+331$에 $x=25$를 대입하면
$0.6\times25+331=15+331=346$
따라서 구하는 속력은 초속 346 m이다. ⋯ ❶
(2) (거리)=(속력)×(시간)이므로 구하는 거리는
$346\times5=1730$ (m) ⋯ ❷
답 (1) 초속 346 m (2) 1730 m

채점 기준	배점
❶ 공기 중에서 소리의 속력을 구할 수 있다.	2점
❷ 공기 중에서 5초 동안 소리가 전달되는 거리를 구할 수 있다.	2점

09 (1) 각 단계의 모양을 만드는 데 필요한 자갈의 개수는
$1,\ 1+4\times1,\ 1+4\times2,\ 1+4\times3,\ \cdots$
따라서 [n단계]의 모양을 만드는 데 필요한 자갈의 개수는
$1+4\times(n-1)=1+4n-4=4n-3$
(2) $4n-3$에 $n=12$를 대입하면
$4\times12-3=45$
답 (1) $4n-3$ (2) 45

10 ④ 다항식의 차수는 2이다.
답 ④

11 $-3(a-5)x+7$이 x에 대한 일차식이 되려면
$a-5\neq0$ $\therefore a\neq5$ 답 ②

12 (ㄱ) $\frac{3}{10}x\div\left(-\frac{3}{2}\right)=\frac{3}{10}x\times\left(-\frac{2}{3}\right)=-\frac{1}{5}x$

(ㄷ) $\frac{7x+3}{2}\times4=(7x+3)\times2=14x+6$

(ㄹ) $\left(-\frac{15}{4}x+\frac{9}{8}\right)\div\left(-\frac{3}{16}\right)$
$=\left(-\frac{15}{4}x+\frac{9}{8}\right)\times\left(-\frac{16}{3}\right)$
$=20x-6$
이상에서 옳은 것은 (ㄴ), (ㄹ)이다. 답 ③

13 ① 차수가 다르다.
② 각 문자의 차수가 다르다.
③ 문자가 다르다.
④ $\frac{1}{b}$은 다항식이 아니다.
답 ⑤

14 $10x-y-\{3x+5y-(2x-3y)\}$
$=10x-y-(3x+5y-2x+3y)$
$=10x-y-(x+8y)$
$=10x-y-x-8y$
$=9x-9y$ ⋯ ❶
따라서 $a=9$, $b=-9$이므로 ⋯ ❷
$a-b=9-(-9)=18$ ⋯ ❸
답 18

채점 기준	배점
❶ 주어진 식을 계산할 수 있다.	2점
❷ a, b의 값을 구할 수 있다.	1점
❸ $a-b$의 값을 구할 수 있다.	1점

15 $\frac{x}{2}-\frac{4x-1}{3}-\frac{2x+3}{4}$
$=\frac{x}{2}-\frac{4}{3}x+\frac{1}{3}-\frac{x}{2}-\frac{3}{4}$
$=-\frac{4}{3}x+\frac{4}{12}-\frac{9}{12}$
$=-\frac{4}{3}x-\frac{5}{12}$
따라서 x의 계수는 $-\frac{4}{3}$, 상수항은 $-\frac{5}{12}$이므로 구하는 합은
$\left(-\frac{4}{3}\right)+\left(-\frac{5}{12}\right)=\left(-\frac{16}{12}\right)+\left(-\frac{5}{12}\right)$
$=-\frac{7}{4}$ 답 ①

16 $3A-B=3(5x-2y)-(-4x+y)$
$=15x-6y+4x-y$
$=19x-7y$ 답 ④

17 $A+(3x-5)=-x+1$에서
$A=-x+1-(3x-5)$
$=-x+1-3x+5$
$=-4x+6$ ⋯ ❶

$B-(8-2x)=6x+5$에서

$B=6x+5+(8-2x)=4x+13$ ···· ❷

$\therefore A+B=-4x+6+(4x+13)=19$ ···· ❸

답 19

채점 기준	배점
❶ 다항식 A를 구할 수 있다.	2점
❷ 다항식 B를 구할 수 있다.	2점
❸ $A+B$를 계산할 수 있다.	2점

18 어떤 다항식을 $\boxed{}$라 하면

$\boxed{}-\frac{1}{3}(12-3x)=7x+5$

$\therefore \boxed{}=7x+5+\frac{1}{3}(12-3x)$

$=7x+5+4-x$

$=6x+9$

따라서 바르게 계산한 식은

$6x+9+3(12-3x)=6x+9+36-9x$

$=-3x+45$

답 $-3x+45$

19 $3x+4$, $-2x-7$이 각각 적힌 두 면이 마주 보므로

$3x+4+(-2x-7)=x-3$

즉 마주 보는 한 쌍의 면에 적힌 식의 합은 $x-3$이다.

$A+(-5x+4)=x-3$에서

$A=x-3-(-5x+4)$

$=x-3+5x-4$

$=6x-7$

$B+(2x-5)=x-3$에서

$B=x-3-(2x-5)$

$=x-3-2x+5$

$=-x+2$

$\therefore A-2B=6x-7-2(-x+2)$

$=6x-7+2x-4$

$=8x-11$

답 $8x-11$

20 n이 짝수일 때, $n+3$은 홀수, $n+4$는 짝수이므로

$(-1)^{n+3}=-1$, $(-1)^{n+4}=1$

$\therefore (-1)^{n+3}(x+7)-(-1)^{n+4}\left(\frac{4x-1}{3}\right)$

$=-(x+7)-\frac{4x-1}{3}$

$=-x-7-\frac{4}{3}x+\frac{1}{3}$

$=-\frac{3}{3}x-\frac{4}{3}x-\frac{21}{3}+\frac{1}{3}$

$=-\frac{7}{3}x-\frac{20}{3}$

답 $-\frac{7}{3}x-\frac{20}{3}$

21 (큰 직사각형의 넓이)$=(x-3+2x+1)\times(2+8)$

$=(3x-2)\times 10$

$=30x-20$ ···· ❶

(직사각형 A의 넓이)$=(x-3)\times 2=2x-6$

(직사각형 B의 넓이)$=x\times 2=2x$ ···· ❷

$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)

$=30x-20-(2x-6)-2x$

$=30x-20-2x+6-2x$

$=26x-14$ ···· ❸

답 $26x-14$

채점 기준	배점
❶ 큰 직사각형의 넓이를 구할 수 있다.	2점
❷ 두 직사각형 A, B의 넓이를 각각 구할 수 있다.	2점
❸ 색칠한 부분의 넓이를 구할 수 있다.	2점

22 x의 계수가 -2인 일차식을 $-2x+k$ (k는 상수)라 하자.

$x=5$일 때, $-2\times5+k=A$

$\therefore A=-10+k$

$x=-2$일 때, $-2\times(-2)+k=B$

$\therefore B=4+k$

$\therefore A-B=-10+k-(4+k)$

$=-10+k-4-k$

$=-14$

답 ①

23 8문제를 맞힌 x명의 맞힌 문제 수의 총합은

$8x$

5문제를 맞힌 $(20-x)$명의 맞힌 문제 수의 총합은

$5\times(20-x)=100-5x$

따라서 이 반 전체 학생의 맞힌 문제 수의 총합은

$8x+(100-5x)=3x+100$

이므로 구하는 평균은

$\frac{3x+100}{20}=\frac{3}{20}x+5$

답 $\frac{3}{20}x+5$

24 새로 만든 사다리꼴의 윗변의 길이는

$x+x\times\frac{5}{100}=x+\frac{1}{20}x=\frac{21}{20}x$

새로 만든 사다리꼴의 아랫변의 길이는

$3x+2-(3x+2)\times\frac{25}{100}=3x+2-\left(\frac{3}{4}x+\frac{1}{2}\right)$

$=\frac{9}{4}x+\frac{3}{2}$

따라서 구하는 사다리꼴의 넓이는

$\frac{1}{2}\times\left\{\frac{21}{20}x+\left(\frac{9}{4}x+\frac{3}{2}\right)\right\}\times 20$

$=10\left(\frac{33}{10}x+\frac{3}{2}\right)$

$=33x+15$

답 $33x+15$

BOX

x에 대한 일차식
➡ $ax+b$ $(a\neq0)$

생각 톡
먼저 적힌 식을 알 수 있는 마주 보는 한 쌍의 면을 찾아 그 합을 구한다.

(맞힌 문제 수의 총합)
=(맞힌 문제 수)
×(학생 수)

(색칠한 부분의 넓이)
=(큰 직사각형의 넓이)
−(직사각형 A의 넓이)
−(직사각형 B의 넓이)

05 일차방정식

Lecture 09 일차방정식

핵심 유형

67쪽

01 ① $2\times(-2)-5\neq 9$
② $5\times(-1)-8\neq -3\times(-1)$
③ $6-0\neq 2\times 0$
④ $4-1=2\times 1+1$
⑤ $9-4\times 2\neq 2\times 2+3$

답 ④

02 x가 -1 이상 3 미만의 정수이므로
$x=-1,\ 0,\ 1,\ 2$
① $x=1$을 대입하면 $3\times 1-7=-4$
따라서 해는 $x=1$이다.
② $x=2$를 대입하면 $\frac{1}{2}\times 2+5=3\times 2$
따라서 해는 $x=2$이다.
③ $x=-1$을 대입하면 $5\times(-1)+7=-1+3$
따라서 해는 $x=-1$이다.
④ $x=0$을 대입하면 $4\times(2-0)=8-3\times 0$
따라서 해는 $x=0$이다.
⑤ $x=-1$을 대입하면
$6-\{3\times(-1)+1\}\neq -(-1)-1$
$x=0$을 대입하면 $6-(3\times 0+1)\neq -0-1$
$x=1$을 대입하면 $6-(3\times 1+1)\neq -1-1$
$x=2$를 대입하면 $6-(3\times 2+1)\neq -2-1$
따라서 $x=-1,\ 0,\ 1,\ 2$일 때, 해가 없다.

답 ⑤

03 ㈐ (좌변)$=6x-x=5x$
즉 (좌변)$=$(우변)이므로 항등식이다.
㈒ (우변)$=4(2-x)=8-4x$
즉 (좌변)$=$(우변)이므로 항등식이다.
이상에서 항등식인 것은 ㈐, ㈒이다. 답 ㈐, ㈒

참고 ㈎ 일차식 ㈏, ㈓ 방정식 ㈑ 거짓인 등식

04 x의 값에 관계없이 항상 참인 등식은 항등식이다.
⑤ (좌변)$=3x-(2x-7)=3x-2x+7=x+7$
즉 (좌변)$=$(우변)이므로 항등식이다.

답 ⑤

Q쌤 보충학습

어떤 등식이 x에 대한 항등식이다.
➔ 모든 x의 값에 대하여 항상 참이다.
➔ x가 어떤 값을 갖더라도 항상 참이다.
➔ x의 값에 관계없이 항상 참이다.

Q BOX

$ax+b=cx+d$가 x에 대한 항등식
➡ $a=c,\ b=d$

$a=b$이면
① $a+c=b+c$
② $a-c=b-c$
③ $ac=bc$
④ $\frac{a}{c}=\frac{b}{c}$ (단, $c\neq 0$)

$+a$를 이항 ➡ $-a$
$-a$를 이항 ➡ $+a$

생각

어떤 등식이 항등식임을 확인할 때는 등식의 양변을 간단히 하여 서로 같은지 확인한다.

괄호가 있는 일차방정식
➡ 분배법칙을 이용하여 괄호를 푼다.

05 $2a=4,\ -5=b$이므로 $a=2,\ b=-5$
$\therefore a+b=2+(-5)=-3$ 답 -3

06 ① $a=b$의 양변에 10을 더하면 $a+10=b+10$
② $a=b$의 양변에 -6을 곱하면 $-6a=-6b$
③ $a=b+1$의 양변에 1을 더하면 $a+1=b+2$
④ $a=3b$의 양변을 3으로 나누면 $\frac{a}{3}=b$
⑤ $2a=b$의 양변에서 2를 빼면 $2a-2=b-2$
$\therefore 2(a-1)=b-2$

답 ③

07 ㈎ 등식의 양변에 3을 더한다.
㈏ 등식의 양변에 2를 곱한다.

답 ㈎: ㈎, ㈏: ㈐

08 ① 4를 이항하면 $2x=8-4$
② -2를 이항하면 $5x=10+2$
③ 6과 $-2x$를 이항하면 $3x+2x=1-6$
④ 5와 x를 이항하면 $-4x-x=7-5$

답 ⑤

09 $4x-9=-3x+5$에서 -9와 $-3x$를 이항하면
$4x+3x=5+9$ $\therefore 7x=14$
따라서 $a=7,\ b=14$이므로
$b-a=14-7=7$ 답 ②

10 ① $x+5=-1$에서 $x+6=0$
② $2x-1=6-3x$에서 $5x-7=0$
③ $x^2=2x+x^2$에서 $-2x=0$
④ $x+6=6-x$에서 $2x=0$
⑤ $x(x+1)=7-x$에서 $x^2+2x-7=0$
따라서 일차방정식이 아닌 것은 ⑤이다. 답 ⑤

11 ㈎ $60-4x=8$에서 $-4x+52=0$
㈏ $x^3=64$에서 $x^3-64=0$
㈐ $40000-40000\times\frac{x}{100}=32000$에서
$-400x+8000=0$
이상에서 일차방정식인 것은 ㈎, ㈐이다. 답 ㈎, ㈐

12 ① $9x=4x-5$에서 $5x=-5$ $\therefore x=-1$
② $-3x-7=4x$에서 $-7x=7$ $\therefore x=-1$
③ $4x-3=5x-2$에서 $-x=1$ $\therefore x=-1$
④ $3x-5=2(x-2)$에서
$3x-5=2x-4$ $\therefore x=1$

⑤ $5(x+4)=3(3-2x)$에서 $5x+20=9-6x$

$11x=-11$ $\therefore x=-1$

답 ④

13 $x-5=5x+3$에서

$-4x=8$ $\therefore x=-2$

$4-3x=2(x-3)$에서 $4-3x=2x-6$

$-5x=-10$ $\therefore x=2$

따라서 $a=-2$, $b=2$이므로

$a+b=-2+2=0$

답 0

14 ① $16-x=2x-5$에서

$-3x=-21$ $\therefore x=7$

② $5(x+1)=2(3x-2)$에서

$5x+5=6x-4$, $-x=-9$

$\therefore x=9$

③ $0.7x-2=0.4x+0.3$의 양변에 10을 곱하면

$7x-20=4x+3$, $3x=23$

$\therefore x=\frac{23}{3}$

④ $\frac{6-x}{3}=\frac{3x-4}{7}-2$의 양변에 21을 곱하면

$7(6-x)=3(3x-4)-42$

$42-7x=9x-12-42$, $-16x=-96$

$\therefore x=6$

⑤ $0.2x+\frac{1}{5}=0.3(x-1)-\frac{1}{4}$의 양변에 20을 곱하면

$4x+4=6(x-1)-5$

$4x+4=6x-6-5$, $-2x=-15$

$\therefore x=\frac{15}{2}$

따라서 해가 가장 작은 것은 ④이다.

답 ④

15 양변에 12를 곱하면

$9x+30=4x-10$, $5x=-40$

$\therefore x=-8$

따라서 $a=-8$이므로

$a^2+5a=(-8)^2+5\times(-8)=24$

답 24

16 $(2x+1):(x-3)=3:2$에서

$2(2x+1)=3(x-3)$, $4x+2=3x-9$

$\therefore x=-11$

답 ③

17 $x=2$를 주어진 방정식에 대입하면

$5(2-a)=15$, $10-5a=15$

$-5a=5$ $\therefore a=-1$

답 ②

18 $x=-1$을 $7x+2a=\frac{1}{2}(x-1)$에 대입하면

$-7+2a=-1$, $2a=6$ $\therefore a=3$

BOX

생각 톡

두 방정식의 해가 같으므로 두 방정식 중 해를 구할 수 있는 방정식의 해를 먼저 구한 후 그 해를 다른 방정식에 대입한다.

계수에 소수, 분수가 있는 일차방정식

➡ 양변에 적당한 수를 곱하여 계수를 정수로 고쳐서 푼다.

$0.2=\frac{1}{5}$, $0.3=\frac{3}{10}$이므로 양변에 5, 10, 4의 최소공배수인 20을 곱한다.

$6<7<\frac{15}{2}<\frac{23}{3}<9$

$a:b=c:d$

➡ $ad=bc$

방정식의 해가 $x=p$

➡ $x=p$를 방정식에 대입하면 등식이 성립한다.

$a=3$을 $\frac{x+3a}{4}=0.2x+a$에 대입하면

$\frac{x+9}{4}=0.2x+3$

양변에 20을 곱하면 $5(x+9)=4x+60$

$5x+45=4x+60$

$\therefore x=15$

답 $x=15$

19 $2(x+5)=3x-2$에서

$2x+10=3x-2$, $-x=-12$

$\therefore x=12$

$x=12$를 $15-2x=a$에 대입하면

$15-24=a$ $\therefore a=-9$

답 ①

20 $0.2(x-3)-0.3x=-0.2$의 양변에 10을 곱하면

$2(x-3)-3x=-2$, $2x-6-3x=-2$

$-x=4$ $\therefore x=-4$

$x=-4$를 $\frac{3}{4}x=5a+7$에 대입하면

$-3=5a+7$, $-5a=10$ $\therefore a=-2$

$\therefore 4a+3=4\times(-2)+3=-5$

답 -5

발전 유형 Q+Q

70쪽

01 $ax-2=6x+b$에서 $(a-6)x-2-b=0$

이 방정식이 x에 대한 일차방정식이 되려면

$a-6\neq0$ $\therefore a\neq6$

답 ③

02 $ax^2+3=bx-7$에서 $ax^2-bx+10=0$

이 방정식이 x에 대한 일차방정식이 되려면

$a=0$, $b\neq0$

답 ③

03 좌변의 3을 a로 잘못 보았다고 하면 잘못 본 방정식은 $4x+a=x-7$

이때 $x=2$를 대입하면

$8+a=-5$ $\therefore a=-13$

따라서 좌변의 3을 -13으로 잘못 보고 풀었다.

답 -13

04 $x=1$을 $3x-2a=5$에 대입하면

$3-2a=5$, $-2a=2$ $\therefore a=-1$

따라서 주어진 방정식은

$3x+2=5$

이 방정식의 우변의 5를 b로 잘못 보았다고 하면 잘못 본 방정식은

$3x+2=b$

이때 $x=-1$을 대입하면

$-3+2=b$ $\therefore b=-1$

따라서 우변의 5를 -1로 잘못 보고 풀었다.

답 -1

05 $0.4x-3=\frac{1}{5}(x-10)$의 양변에 5를 곱하면

$2x-15=x-10 \qquad \therefore x=5$

따라서 $\frac{a}{6}x-\frac{x}{2}=5$의 해는 $x=10$이므로

$\frac{5}{3}a-5=5, \qquad \frac{5}{3}a=10$

$\therefore a=6$ 답 ⑤

5의 2배

06 $\frac{2}{5}x-\frac{4}{3}=3(1-0.2x)$, 즉 $\frac{2}{5}x-\frac{4}{3}=3-0.6x$의 양변에 15를 곱하면

$6x-20=45-9x, \qquad 15x=65$

$\therefore x=\frac{13}{3}$

따라서 $26ax-10=4a$의 해는 $x=\frac{3}{13}$이므로

$6a-10=4a, \qquad 2a=10 \qquad \therefore a=5$ 답 5

$\frac{13}{3}$의 역수

07 $3x-a=2x-5$에서 $\qquad x=a-5$

이때 $a-5$가 음의 정수이어야 하므로

$a=1,\ 2,\ 3,\ 4$

따라서 모든 자연수 a의 값의 합은

$1+2+3+4=10$ 답 ③

a는 5보다 작은 자연수이다.

08 $5x+a=3x+10$에서 $\qquad 2x=10-a$

$\therefore x=\frac{10-a}{2}$

이때 $\frac{10-a}{2}$가 자연수이려면 $10-a$는 2의 배수이어야 하므로

$a=2,\ 4,\ 6,\ 8$

따라서 자연수 a의 개수는 4이다. 답 4

$10-a=2$일 때, $a=8$
$10-a=4$일 때, $a=6$
$10-a=6$일 때, $a=4$
$10-a=8$일 때, $a=2$
$10-a$가 10 이상인 2의 배수일 때는 $a\le0$이므로 a는 자연수가 아니다.

09 $ax+5=2x-1$에서 $\qquad (a-2)x=-6$

이 방정식의 해가 없으므로

$a-2=0 \qquad \therefore a=2$ 답 2

10 $ax-3=7-x$에서 $\qquad (a+1)x=10$

이 방정식의 해가 없으므로

$a+1=0 \qquad \therefore a=-1$

$6+bx=c$에서 $\qquad bx=c-6$

이 방정식의 해가 무수히 많으므로

$b=0,\ c-6=0 \qquad \therefore b=0,\ c=6$

$\therefore a+b-c=-1+0-6=-7$ 답 ①

11 $x◎2=x+2-2x=-x+2$이므로

$(x◎2)◎5=(-x+2)◎5$

$=-x+2+5-5(-x+2)$

$=4x-3$

따라서 $4x-3=9$이므로 $\qquad 4x=12$

$\therefore x=3$ 답 ②

생각
기호의 규칙에 따라 좌변을 식으로 나타낸 후 정리한다.

12 $(-2)\bigstar x=-2-6\times(-2)\times x+3=12x+1$

$x\bigstar 4=x-6\times x\times 4+3=-23x+3$

따라서 $12x+1+(-23x+3)=-7x$이므로

$-4x=-4 \qquad \therefore x=1$ 답 1

Lecture 10 일차방정식의 활용

핵심 유형

L 73쪽

01 연속하는 세 자연수를 $x-1,\ x,\ x+1$이라 하면

$(x-1)+x+(x+1)=45$

$3x=45 \qquad \therefore x=15$

따라서 세 자연수 중 가장 큰 수는

$15+1=16$ 답 ②

다른풀이 연속하는 세 자연수를 $x-2,\ x-1,\ x$라 하면

$(x-2)+(x-1)+x=45, \qquad 3x-3=45$

$3x=48 \qquad \therefore x=16$

따라서 세 자연수 중 가장 큰 수는 16이다.

02 연속하는 두 짝수를 $x,\ x+2$라 하면

$x+(x+2)=\frac{1}{2}(x+2)+19$

$4x+4=x+2+38$

$3x=36 \qquad \therefore x=12$

따라서 두 짝수는 12, 14이므로 구하는 합은

$12+14=26$ 답 26

03 처음 수의 일의 자리의 숫자를 x라 하면

$10x+2=3(20+x)-2$

$10x+2=3x+58$

$7x=56 \qquad \therefore x=8$

따라서 처음 두 자리 자연수는

$20+8=28$ 답 28

십의 자리의 숫자가 a, 일의 자리의 숫자가 b인 두 자리 자연수
➡ $10a+b$

04 십의 자리의 숫자를 x라 하면

$10x+4=6(x+4)+4$

$10x+4=6x+28$

$4x=24 \qquad \therefore x=6$

따라서 구하는 자연수는

$60+4=64$ 답 ③

05 3점짜리 문제를 x개 맞혔다고 하면 4점짜리 문제는 $(23-x)$개 맞혔으므로

$3x+4(23-x)=83, \qquad 3x+92-4x=83$

$-x=-9 \qquad \therefore x=9$

따라서 3점짜리 문제는 9개 맞혔다. 답 9개

06 크림빵을 x개 샀다고 하면 우유는 $(15-x)$개 샀으므로

$1200x+800(15-x)=15500-300$

$1200x+12000-800x=15200$

$400x=3200 \qquad \therefore x=8$

따라서 크림빵은 8개 샀다. 답 ③

07 직사각형의 가로의 길이는 $8+4=12$ (cm)이고 세로의 길이는 $(8-x)$ cm이므로

(직사각형의 둘레의 길이) $=2\times\{$(가로의 길이) $+$ (세로의 길이)$\}$

$2\{12+(8-x)\}=8\times4+4$

$40-2x=36, \qquad -2x=-4$

$\therefore x=2$ 답 ③

08 아랫변의 길이를 x cm라 하면 윗변의 길이는 $(x-5)$ cm이므로

$\frac{1}{2}\times\{(x-5)+x\}\times6=45$

$3(2x-5)=45, \qquad 6x=60$

$\therefore x=10$

따라서 아랫변의 길이는 10 cm이다. 답 10 cm

09 x개월 후에 두 사람의 예금액이 같아진다고 하면

(x개월 후의 예금액) $=$ (현재의 예금액) $+$ (매월 예금액) $\times x$

$30000+5000x=50000+3000x$

$2000x=20000 \qquad \therefore x=10$

따라서 10개월 후에 두 사람의 예금액이 같아진다. 답 ④

10 x일 후에 형의 저금통에 들어 있는 금액이 동생의 저금통에 들어 있는 금액의 2배가 된다고 하면

$6000+900x=2(4000+400x)$

$100x=2000 \qquad \therefore x=20$

따라서 20일 후에 형의 저금통에 들어 있는 금액이 동생의 저금통에 들어 있는 금액의 2배가 된다. 답 20일

11 전체 입력하는 양을 1이라 하면 지민이와 정국이가 한 시간에 입력하는 양은 각각 $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{5}$이다.

정국이가 x시간 동안 입력했다고 하면

$\frac{1}{10}\times4+\frac{1}{5}\times x=1, \qquad \frac{1}{5}x=\frac{3}{5}$

$\therefore x=3$

따라서 정국이는 3시간 동안 입력했다. 답 3시간

12 전체 일의 양을 1이라 하면 A 기계와 B 기계가 하루에 하는 일의 양은 각각 $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{12}$이다.

A, B 두 기계를 x일 동안 모두 사용한다고 하면

$\left(\frac{1}{6}+\frac{1}{12}\right)x=1, \qquad \frac{1}{4}x=1$

$\therefore x=4$

따라서 두 기계를 모두 사용하면 일을 완성하는 데 4일이 걸린다. 답 4일

13 두 지점 A, B 사이의 거리를 x km라 하면 휴식을 취한 시간은 $\frac{15}{60}=\frac{1}{4}$(시간), 총 걸린 시간은

(시간) $=\frac{(거리)}{(속력)}$

$6+\frac{30}{60}=\frac{13}{2}$(시간)이므로

$\frac{x}{3}+\frac{1}{4}+\frac{x}{4}=\frac{13}{2}, \qquad 4x+3+3x=78$

$7x=75 \qquad \therefore x=\frac{75}{7}$

따라서 두 지점 A, B 사이의 거리는 $\frac{75}{7}$ km이다.

답 ①

14 대구와 광주 사이의 거리를 x km라 하면

$\frac{x}{60}=\frac{x}{80}+\frac{11}{12}, \qquad 4x=3x+220$

55분$=\frac{55}{60}$시간$=\frac{11}{12}$시간

$\therefore x=220$

따라서 두 도시 사이의 거리는 220 km이다.

답 220 km

15 형이 출발한 지 x분 후에 동생과 만난다고 하면

$80(x+3)=140x, \qquad -60x=-240$

$\therefore x=4$

따라서 형이 출발한 지 4분 후에 동생과 만난다.

생각톡 두 사람이 움직인 거리가 같음을 이용하여 방정식을 세운다.

답 4분

16 어머니가 출발한 지 x분 후에 은상이와 만난다고 하면

$150(x+24)=600x, \qquad -450x=-3600$

$\therefore x=8$

따라서 은상이가 출발한 지 $24+8=32$(분) 후인 10시 32분에 두 사람이 만난다. 답 ③

17 두 사람이 x분 후에 만난다고 하면 두 사람이 x분 동안 이동한 거리의 합은 두 사람의 집 사이의 거리와 같으므로

$50x+70x=2400, \qquad 120x=2400$

2.4 km$=$2400 m

$\therefore x=20$

따라서 두 사람은 출발한 지 20분 후에 만난다.

답 ②

18 두 사람이 x분 후에 처음으로 만난다고 하면 B는 A보다 호수를 한 바퀴 더 돌게 되므로

B의 속력이 더 빠르다.

$90x-40x=400, \qquad 50x=400$

$\therefore x=8$

따라서 두 사람은 출발한 지 8분 후에 처음으로 만난다. 답 8분

Q쌤 보충학습

두 사람이 호수의 같은 지점에서 동시에 출발하여 x분 후에 만날 때

① 호수의 둘레를 반대 방향으로 돌다가 처음으로 만나는 경우
➔ (x분 동안 두 사람이 이동한 거리의 합)
=(호수의 둘레의 길이)

② 호수의 둘레를 같은 방향으로 돌다가 처음으로 만나는 경우
➔ (x분 동안 두 사람이 이동한 거리의 차)
=(호수의 둘레의 길이)

19 더 넣은 물의 양을 x g이라 하면

$$\frac{8}{100}\times 200=\frac{5}{100}\times(200+x)$$

$1600=1000+5x$, $\quad -5x=-600$

$\therefore x=120$

따라서 물 120 g을 더 넣어야 한다. 답 ⑤

생각 ! 소금물에 물을 더 넣어도 소금의 양은 변하지 않음을 이용하여 방정식을 세운다.

20 소금 x g을 더 넣는다고 하면

$$\frac{6}{100}\times 400+x=\frac{20}{100}\times(400-100+x)$$

$2400+100x=6000+20x$

$80x=3600 \quad \therefore x=45$

따라서 소금 45 g을 더 넣어야 한다. 답 ①

21 5 %의 소금물을 x g 섞는다고 하면

$$\frac{9}{100}\times 200+\frac{5}{100}\times x=\frac{6}{100}\times(200+x)$$

$1800+5x=1200+6x \quad \therefore x=600$

따라서 5 %의 소금물 600 g을 섞어야 한다. 답 600 g

22 10 %의 소금물을 x g 섞었다고 하면

$$\frac{10}{100}\times x+\frac{20}{100}\times(500-x)=\frac{18}{100}\times 500$$

10 %의 소금물의 양이 x g이므로 20 %의 소금물의 양은 $(500-x)$ g

$10x+10000-20x=9000$

$-10x=-1000 \quad \therefore x=100$

따라서 10 %의 소금물 100 g을 섞었다. 답 ②

발전 유형 Q+Q

L 77쪽

01 작년의 여학생 수를 x라 하면 작년의 남학생 수는 $300-x$이므로

$$\frac{10}{100}(300-x)-\frac{5}{100}x=6$$

$3000-10x-5x=600$

$-15x=-2400 \quad \therefore x=160$

따라서 작년의 여학생 수는 160이다. 답 160

02 작년의 남자 신생아 수를 x라 하면 작년의 여자 신생아 수는 $750-x$이므로

$$-\frac{6}{100}x+\frac{2}{100}(750-x)=-17$$

$-6x+1500-2x=-1700$

$-8x=-3200 \quad \therefore x=400$

따라서 작년의 남자 신생아 수는 400이므로 올해의 남자 신생아 수는

$$400-400\times\frac{6}{100}=376$$

답 ④

Q쌤 한마디

작년의 신생아 수와 올해의 신생아 수를 비교하는 문제에서 작년보다 a % 증가 또는 감소했다는 조건이 주어진 경우에는 작년의 신생아 수를 x로 놓고 방정식을 세우는 것이 편리합니다.

03 이 상품의 원가를 x원이라 하면

$$(\text{정가})=\left(1+\frac{30}{100}\right)x=\frac{13}{10}x(\text{원})$$

원가가 x원인 물건에 a %의 이익을 붙인 정가 ➔ $\left(1+\frac{a}{100}\right)x$원

$$(\text{판매 가격})=\frac{13}{10}x-700(\text{원})$$

이때 (판매 가격)−(원가)=(이익)이므로

$$\left(\frac{13}{10}x-700\right)-x=500$$

$\frac{3}{10}x=1200 \quad \therefore x=4000$

따라서 이 상품의 원가는 4000원이다. 답 4000원

04 이 물건의 원가를 x원이라 하면

$$(\text{정가})=\left(1+\frac{50}{100}\right)x=\frac{3}{2}x(\text{원})$$

$$(\text{판매 가격})=\left(1-\frac{30}{100}\right)\times\frac{3}{2}x=\frac{21}{20}x(\text{원})$$

정가가 x원인 물건을 a % 할인한 판매 가격 ➔ $\left(1-\frac{a}{100}\right)x$원

이때 (판매 가격)−(원가)=(이익)이므로

$$\frac{21}{20}x-x=3000$$

$\frac{1}{20}x=3000 \quad \therefore x=60000$

따라서 이 물건의 정가는

$$\frac{3}{2}\times 60000=90000(\text{원})$$

답 ⑤

05 학생 수를 x라 하면

$6x+4=7x-8$, $\quad -x=-12$

$\therefore x=12$

따라서 학생 수는 12이다. 답 ③

06 보트의 개수를 x라 하면

$6x+19=7(x-1)+4$

$(x-1)$개의 보트에는 7명씩 타고 마지막 1개의 보트에는 4명이 탄다.

$6x+19=7x-3$

$-x=-22 \quad \therefore x=22$

따라서 보트의 개수는 22이다. 답 22

07 $5x+12=6(x-3)+3$이므로

$5x+12=6x-15$

$-x=-27$ $\quad\therefore x=27$

따라서 긴 의자의 개수가 27이므로 학생 수는

$y=5\times27+12=147$

$\therefore x+y=27+147=174$ 답 174

> 완전히 빈 의자가 2개이므로 $(x-3)$개의 의자에는 6명씩 앉고 마지막 1개의 의자에는 3명이 앉는다.

> $x=27$을 $6x-15$에 대입하여 학생 수를 구할 수도 있다.

08 열차의 길이를 x m라 하면

$\frac{240+x}{15}=20,\quad 240+x=300$

$\therefore x=60$

따라서 열차의 길이는 60 m이다. 답 ③

09 기차의 길이를 x m라 하면

$\frac{600+x}{30}=\frac{900+x}{40}$

$4(600+x)=3(900+x)$

$2400+4x=2700+3x$ $\quad\therefore x=300$

따라서 기차의 길이는 300 m이므로

$\frac{600+300}{30}=30$

즉 기차의 속력은 초속 30 m이다. 답 초속 30 m

10 3시 x분에 시침과 분침이 일치한다고 하면 x분 동안 시침과 분침이 움직인 각도는 각각 $0.5x°$, $6x°$이므로

> 시침은 60분에 30°, 즉 1분에 0.5°씩 움직이고 분침은 60분에 360°, 즉 1분에 6°씩 움직인다.

$90+0.5x=6x,\quad -5.5x=-90$

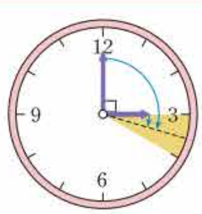
$\therefore x=\frac{180}{11}$

따라서 구하는 시각은 3시 $\frac{180}{11}$분이다.

답 3시 $\frac{180}{11}$분

Q쌤 한마디

시침과 분침이 일치하는 시각을 3시 x분이라 하면 시침과 분침은 오른쪽 그림의 색칠한 부분에서 일치합니다.



이때 시침은 숫자 3에서부터, 분침은 숫자 12에서부터 x분 동안 움직이므로

(3시일 때 시침과 분침이 이루는 각도)

+(x분 동안 시침이 움직인 각도)

=(x분 동안 분침이 움직인 각도)

임을 이용합니다.

11 7시 x분에 시침과 분침이 서로 반대 방향으로 일직선을 이룬다고 하면 x분 동안 시침과 분침이 움직인 각도는 각각 $0.5x°$, $6x°$이므로

> 7시에 시침과 분침이 이루는 각도

> 시침이 분침보다 시곗바늘이 도는 방향으로 180°만큼 더 회전한 위치에 있다.

$(210+0.5x)-6x=180,\quad -5.5x=-30$

$\therefore x=\frac{60}{11}$

따라서 구하는 시각은 7시 $\frac{60}{11}$분이다.

답 7시 $\frac{60}{11}$분

12 처음 정육각형을 만드는 데 성냥개비 6개가 필요하고, 정육각형을 1개씩 추가할 때마다 5개의 성냥개비가 더 필요하므로 x개의 정육각형을 만드는 데 필요한 성냥개비의 개수는

$6+5\times(x-1)=5x+1$

이때 $5x+1=86$에서 $\quad 5x=85$

$\therefore x=17$

따라서 17개의 정육각형을 만들 수 있다. 답 ②

13 가운데의 수를 x라 하면

$(x-7)+(x-1)+x+(x+1)+(x+7)=5x$

이때 $5x=105$이므로 $\quad x=21$

따라서 5개의 날짜는 14일, 20일, 21일, 22일, 28일이다. 답 14일, 20일, 21일, 22일, 28일

중단원 실전 TEST

L 79쪽

01 ④ $\frac{a+b+c}{3}=8$ 답 ④

02 ① $(-3)+2\neq5$

② $2\times(-3)+3\neq3$

③ $7-2\times(-3)\neq1$

④ $4\times(-3)+9=-3$

⑤ $3\times(-3)+8\neq-(-3)-2$

답 ④

03 x가 어떤 값을 갖더라도 항상 참인 등식은 항등식이다.

⑤ (우변)$=(2x+3)+(x+2)=3x+5$

즉 (좌변)=(우변)이므로 항등식이다.

답 ⑤

04 ① $a=b-2$의 양변에 4를 더하면

$a+4=b+2$

② $a=2b$의 양변에서 4를 빼면

$a-4=2b-4$ $\quad\therefore a-4=2(b-2)$

③ $\frac{1}{2}a=\frac{1}{4}b$의 양변에 4를 곱하면 $\quad 2a=b$

④ $5a-1=5b-1$의 양변에 1을 더하면 $\quad 5a=5b$

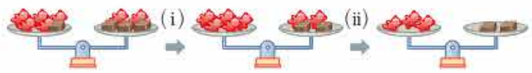
양변을 10으로 나누면 $\quad \frac{a}{2}=\frac{b}{2}$

⑤ $2a=5b$의 양변에서 2를 빼면

$2a-2=5b-2$ $\quad\therefore 2(a-1)=5\left(b-\frac{2}{5}\right)$

답 ③, ④

05 (i) 양쪽 접시에서 초콜릿을 1개씩 덜어 낸다.
(ii) 양쪽 접시에서 젤리를 2개씩 덜어 낸다.
(iii) 젤리 3개의 무게가 초콜릿 2개의 무게와 같고, 초콜릿 2개의 무게는 $6\times2=12\,(\mathrm{g})$이므로 젤리 1개의 무게는 $\quad 12\div3=4\,(\mathrm{g})$



이상에서 $a=1$, $b=2$, $c=12$, $d=4$이므로
$a-b+c-d=1-2+12-4=7$ 답 7

(왼쪽 접시의 무게)
=(오른쪽 접시의 무게)

06 $ax+3=5-bx$에서 $\quad (a+b)x-2=0$
이 방정식이 x에 대한 일차방정식이 되려면
$a+b\neq0$ 답 ③

07 ① $5-3x=2x-10$에서
$-5x=-15 \quad \therefore x=3$
② $13-3x=-5x+1$에서
$2x=-12 \quad \therefore x=-6$
③ $\frac{1}{3}(2x-5)=x-4$의 양변에 3을 곱하면
$2x-5=3x-12, \quad -x=-7 \quad \therefore x=7$
④ $\frac{1}{2}x+3=-\frac{3}{4}(x-5)$의 양변에 4를 곱하면
$2x+12=-3x+15, \quad 5x=3$
$\therefore x=\frac{3}{5}$
⑤ $0.25x-0.7=0.1x+0.05$의 양변에 100을 곱하면
$25x-70=10x+5, \quad 15x=75$
$\therefore x=5$
따라서 해가 가장 큰 것은 ③이다. 답 ③

$-6<\frac{3}{5}<3<5<7$

08 $\frac{6-5x}{8}=9-2x$의 양변에 8을 곱하면
$6-5x=72-16x, \quad 11x=66$
$\therefore x=6 \quad \therefore a=6$ ⋯ ❶
$\frac{3}{2}x+5=0.25(6-x)$의 양변에 4를 곱하면
$6x+20=6-x, \quad 7x=-14$
$\therefore x=-2 \quad \therefore b=-2$ ⋯ ❷
$\therefore a+b=6+(-2)=4$ ⋯ ❸
답 4

채점 기준	배점
❶ a의 값을 구할 수 있다.	2점
❷ b의 값을 구할 수 있다.	2점
❸ $a+b$의 값을 구할 수 있다.	2점

09 $\frac{x+2a}{3}:(a-5)=5:3$에서
$x+2a=5(a-5)$
$x=-1$을 $x+2a=5(a-5)$에 대입하면
$-1+2a=5a-25$
$-3a=-24 \quad \therefore a=8$ 답 8

10 $3x-1=-x-5$에서 $\quad 4x=-4$
$\therefore x=-1$ ⋯ ❶
$x=-1$을 $\frac{1}{2}(x+5)=ax-3$에 대입하면
$2=-a-3 \quad \therefore a=-5$ ⋯ ❷
$\therefore a^2+2a+1=(-5)^2+2\times(-5)+1$
$=25-10+1=16$ ⋯ ❸
답 16

채점 기준	배점
❶ 방정식 $3x-1=-x-5$의 해를 구할 수 있다.	1점
❷ a의 값을 구할 수 있다.	2점
❸ a^2+2a+1의 값을 구할 수 있다.	1점

11 좌변의 2를 a로 잘못 보았다고 하면 잘못 본 방정식은
$\frac{3x+a}{4}=2(5-x)$
이때 $x=3$을 대입하면
$\frac{9+a}{4}=4, \quad 9+a=16$
$\therefore a=7$
따라서 좌변의 2를 7로 잘못 보고 풀었다. 답 7

12 $x-\frac{5}{2}=\frac{x+5}{6}$의 양변에 6을 곱하면
$6x-15=x+5$
$5x=20 \quad \therefore x=4$
따라서 $2x=5(x-6)+3a$의 해는 $x=3$이므로
$6=-15+3a, \quad -3a=-21$
$\therefore a=7$ 답 ③

4보다 1만큼 작으므로
$4-1=3$

13 처음 수의 일의 자리의 숫자를 x라 하면
$100x+90+4=(400+90+x)-99$ ⋯ ❶
$100x+94=x+391$
$99x=297 \quad \therefore x=3$
따라서 처음 세 자리 자연수는
$400+90+3=493$ ⋯ ❷
답 493

채점 기준	배점
❶ 방정식을 세울 수 있다.	2점
❷ 처음 세 자리 자연수를 구할 수 있다.	2점

14 x년 후에 할머니의 나이가 형우의 나이의 4배가 된다고 하면
$70+x=4(13+x)$
$70+x=52+4x, \quad -3x=-18$
$\therefore x=6$
따라서 할머니의 나이가 형우의 나이의 4배가 되는 해는 2023년의 6년 후인 2029년이다. 답 ②

BOX

15 직사각형의 세로의 길이를 x cm라 하면 직사각형의 가로의 길이는 $\frac{x}{6}$ cm이므로

$2\left(x+\frac{x}{6}\right)=42$, $\frac{7}{3}x=42$

$7x=126$ $\therefore x=18$

따라서 정사각형의 한 변의 길이는 18 cm이므로 그 넓이는

$18\times18=324\ (\text{cm}^2)$ 답 $324\ \text{cm}^2$

16 x일 후에 주연이가 갖고 있는 돈이 경은이가 갖고 있는 돈의 2배가 된다고 하면

$40000-2000x=2(31000-2000x)$

$40000-2000x=62000-4000x$

$2000x=22000$ $\therefore x=11$

따라서 11일 후에 주연이가 갖고 있는 돈이 경은이가 갖고 있는 돈의 2배가 된다. 답 ①

17 전체 여행 일수를 x라 하면

$\frac{1}{3}x+\frac{1}{6}x+\frac{1}{4}x+3=x$

$4x+2x+3x+36=12x$

$-3x=-36$ $\therefore x=12$

따라서 전체 여행 일수는 12이다. 답 12

18 두 지점 A, B 사이의 거리를 x km라 하면

$\frac{x}{4}=\frac{x}{5}+\frac{1}{2}$, $5x=4x+10$ $\therefore x=10$

따라서 두 지점 A, B 사이의 거리는 10 km이다.

답 ⑤

19 처음 소금물의 농도는

$\frac{30}{200}\times100=15\ (\%)$

이므로 물을 증발시킨 후의 소금물의 농도는

$15\times2=30\ (\%)$ ···· ❶

증발시켜야 하는 물의 양을 x g이라 하면

$30=\frac{30}{100}\times(200-x)$ ···· ❷

$3000=6000-30x$, $30x=3000$

$\therefore x=100$

따라서 증발시켜야 하는 물의 양은 100 g이다. ···· ❸

답 100 g

채점 기준	배점
❶ 물을 증발시킨 후의 소금물의 농도를 구할 수 있다.	2점
❷ 방정식을 세울 수 있다.	2점
❸ 증발시켜야 하는 물의 양을 구할 수 있다.	2점

20 수달의 수를 x라 하면

$4x+7=5x-3$, $-x=-10$ $\therefore x=10$

따라서 물고기의 수는

$4\times10+7=47$ 답 47

필요한 성냥개비의 개수는 다음과 같다.
1개의 정삼각형
➡ 3
2개의 정삼각형
➡ $3+2\times1$
3개의 정삼각형
➡ $3+2\times2$
⋮
x개의 정삼각형
➡ $3+2(x-1)$

생각 톡
전체를 x로 놓고 부분의 합이 전체와 같음을 이용하여 방정식을 세운다.

$30분=\frac{1}{2}시간$

$170+30=200\ (\text{g})$

1분=60초

21 처음 정삼각형을 만드는 데 성냥개비 3개가 필요하고, 정삼각형을 1개씩 추가할 때마다 2개의 성냥개비가 더 필요하므로 x개의 정삼각형을 만드는 데 필요한 성냥개비의 개수는

$3+2(x-1)=2x+1$

이때 $2x+1=45$에서 $2x=44$

$\therefore x=22$

따라서 만들 수 있는 정삼각형의 개수는 22이다.

답 22

22 $8-3x=2(a-1)$에서 $8-3x=2a-2$

$-3x=2a-10$

$\therefore x=\frac{10-2a}{3}$

이때 $\frac{10-2a}{3}$가 자연수이려면 $10-2a$는 3의 배수이어야 한다.

(i) $10-2a=3$일 때,

$-2a=-7$ $\therefore a=\frac{7}{2}$

(ii) $10-2a=6$일 때,

$-2a=-4$ $\therefore a=2$

(iii) $10-2a=9$일 때,

$-2a=-1$ $\therefore a=\frac{1}{2}$

(iv) $10-2a$가 9보다 큰 3의 배수일 때,

$a<0$이므로 a는 양수가 아니다.

이상에서 모든 양수 a의 값의 합은

$\frac{1}{2}+2+\frac{7}{2}=6$ 답 ④

23 물통에 물이 가득 찼을 때의 물의 양을 1이라 하면 A 호스와 B 호스로 1시간에 채울 수 있는 물의 양은 각각 $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$이다. 또 C 호스로 1시간에 빼낼 수 있는 물의 양은 $\frac{1}{2}$이다.

물을 가득 채우는 데 x시간이 걸린다고 하면

$\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{2}\right)x=1$, $\frac{x}{12}=1$

$\therefore x=12$

따라서 이 물통에 물을 가득 채우는 데 12시간이 걸린다. 답 ③

24 열차의 길이를 x m라 하면

$\frac{400+x}{20}=\frac{1600-x}{60}$

$3(400+x)=1600-x$, $1200+3x=1600-x$

$4x=400$ $\therefore x=100$

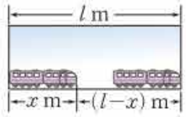
따라서 열차의 길이는 100 m이므로

$\frac{400+100}{20}=25$

즉 열차의 속력은 초속 25 m이다. 답 초속 25 m

Q쌤 한마디

길이가 x m인 열차가 길이가 l m인 터널을 통과할 때, 열차가 터널에 완전히 들어갔을 때부터 보이지 않으므로 열차가 보이지 않는 동안 열차가 달린 거리는 $(l-x)$ m입니다.



최고 수준 도전하기

L 83쪽

01 (1st) 주어진 세 자리 자연수를 x, y를 사용한 식으로 나타낸다.

백의 자리의 숫자가 x, 십의 자리의 숫자가 y, 일의 자리의 숫자가 7인 세 자리 자연수는

$100x+10y+7$

(2nd) 2로 나누었을 때의 몫을 x, y를 사용한 식으로 나타낸다.

$100x+10y+7=2(50x+5y+3)+1$이므로 2로 나누었을 때의 몫은 $50x+5y+3$, 나머지는 1이다.

답 $50x+5y+3$

02 (1st) 색종이 1장의 넓이를 구한다.

정사각형 모양의 색종이 1장의 넓이는

$5\times5=25$

(2nd) 보이는 부분의 넓이를 n을 사용한 식으로 나타낸다.

색종이 n장을 포개어 놓았을 때, 가장 오른쪽에 있는 색종이를 제외한 $(n-1)$장의 색종이들의 보이는 부분의 넓이는 원래 정사각형 모양의 색종이의 넓이의 $\frac{3}{4}$이다.

따라서 구하는 넓이는

$\frac{3}{4}\times25\times(n-1)+25=\frac{75}{4}n+\frac{25}{4}$

답 $\frac{75}{4}n+\frac{25}{4}$

03 (1st) 주어진 해를 방정식에 대입한다.

$x=2$를 $0.5(k+3)x-2a=\frac{1}{3}bk+5$에 대입하면

$k+3-2a=\frac{1}{3}bk+5$

(2nd) 항등식임을 이용하여 a, b의 값을 구한 후 $b-a$의 값을 구한다.

이 식이 k에 대한 항등식이므로

$1=\frac{1}{3}b$, $3-2a=5$

따라서 $a=-1$, $b=3$이므로

$b-a=3-(-1)=4$

답 4

Q BOX

$a:b=c:d$
➡ $ad=bc$

생각

P를 2로 나누었을 때의 몫을 Q, 나머지를 R라 하면 $P=2\times Q+R$임을 이용한다.

$x+0.2x=1.2x$

$x=20$을 $10x$에 대입한다.

$x=20$을 $7x$에 대입한다.

04 (1st) $\frac{5a-6b}{7b-4a}$의 값을 구한다.

$a:b=5:3$에서 $a=\frac{5}{3}b$이므로

$$\begin{aligned}\frac{5a-6b}{7b-4a}&=(5a-6b)\div(7b-4a)\\&=\left(5\times\frac{5}{3}b-6b\right)\div\left(7b-4\times\frac{5}{3}b\right)\\&=\frac{7}{3}b\div\frac{1}{3}b\\&=\frac{7}{3}b\times\frac{3}{b}=7\end{aligned}$$

(2nd) k의 값을 구한다.

$x=7$을 $9-2x=5(kx+20)$에 대입하면

$9-14=5(7k+20)$, $\quad -5=35k+100$

$-35k=105 \quad \therefore k=-3$

답 -3

05 (1st) 방정식을 세운다.

처음에 샀던 돼지의 수를 x라 하면 6개월 후 돼지의 수는

$1.2x-30$

이므로 돼지를 팔고 다시 6개월 후, 즉 처음 돼지를 산 지 1년 후 돼지의 수는

$1.2(1.2x-30)=1.44x-36$

이때 돼지의 수가 180이므로

$1.44x-36=180$

(2nd) 처음에 샀던 돼지의 수를 구한다.

$1.44x-36=180$에서

$1.44x=216 \quad \therefore x=150$

따라서 처음에 샀던 돼지의 수는 150이다.

답 150

06 (1st) 합격자 수를 문자를 포함한 식으로 나타낸 후 비례식을 세운다.

올해 불합격자 남녀 비는 $1:1$이고, 지원자 중 불합격한 남학생이 80명이므로 불합격한 여학생은 80명이다.

입학 지원한 남학생 수와 여학생 수를 각각 $10x$, $7x$라 하면

(합격한 남학생 수)$=10x-80$,

(합격한 여학생 수)$=7x-80$

이므로 $\quad (10x-80):(7x-80)=2:1$

(2nd) 비례식을 방정식으로 나타낸 후 방정식의 해를 구한다.

$(10x-80):(7x-80)=2:1$에서

$10x-80=2(7x-80)$

$10x-80=14x-160$

$-4x=-80 \quad \therefore x=20$

(3rd) 전체 지원자 수를 구한다.

올해 입학 지원한 남학생 수는

$10\times20=200$

여학생 수는

$7\times20=140$

따라서 전체 지원자 수는

$200+140=340$

답 340

L 05 일차방정식

07 (1st) 민영이의 입장에서 바라본 기차의 속력을 구한다.

기차의 속력을 시속 x km라 하면 기차와 민영이가 같은 방향으로 움직일 때는 시속 $(x-5)$ km로 움직이는 것과 같고, 기차와 민영이가 반대 방향으로 움직일 때는 시속 $(x+5)$ km로 움직이는 것과 같다.

(2nd) 방정식을 세운다.

기차와 기차 사이의 운행 간격은 일정하므로

$$(x-5)\times\frac{24}{60}=(x+5)\times\frac{22}{60}$$

(3rd) 기차의 속력을 구한다.

$\frac{24}{60}(x-5)=\frac{22}{60}(x+5)$의 양변에 30을 곱하면

$12(x-5)=11(x+5)$

$12x-60=11x+55 \qquad \therefore x=115$

따라서 기차의 속력은 시속 115 km이다.

답 시속 115 km

08 (1st) 1회 시행 후 소금의 양을 구한다.

처음 소금의 양은

A 그릇: $\frac{x}{100}\times100=x$ (g)

B 그릇: $\frac{y}{100}\times100=y$ (g)

1회 시행 후 소금의 양은

A 그릇: $\frac{x}{100}\times70=\frac{7}{10}x$ (g)

A 그릇에 들어 있던 소금물 70 g에 들어 있는 소금의 양

B 그릇: $\frac{y}{100}\times70+\frac{x}{100}\times30$

$=\frac{3}{10}x+\frac{7}{10}y$ (g)

A 그릇에서 온 소금물 30 g에 들어 있는 소금의 양

(2nd) 2회 시행 후 소금의 양을 구한다.

2회 시행 후 소금의 양은

A 그릇: $\frac{7}{10}x\times\frac{70}{100}=\frac{49}{100}x$ (g)

B 그릇: $\left(\frac{3}{10}x+\frac{7}{10}y\right)\times\frac{70}{100}+\frac{7}{10}x\times\frac{30}{100}$

$=\frac{21}{50}x+\frac{49}{100}y$ (g)

1회 시행 후의 A 그릇에서 온 소금물 30 g에 들어 있는 소금의 양

(3rd) 방정식을 세운다.

두 그릇의 소금물의 양이 모두 100 g이므로 소금물의 농도는 각각

A 그릇: $\frac{49}{100}x$ %

B 그릇: $\left(\frac{21}{50}x+\frac{49}{100}y\right)$ %

이때 두 그릇의 소금물의 농도가 같으므로

$$\frac{49}{100}x=\frac{21}{50}x+\frac{49}{100}y$$

(4th) $x:y$를 가장 간단한 자연수의 비로 나타낸다.

$\frac{49}{100}x=\frac{21}{50}x+\frac{49}{100}y$의 양변에 100을 곱하면

$49x=42x+49y$

$7x=49y \qquad \therefore x=7y$

$\therefore x:y=7:1$

답 7 : 1

BOX

06 좌표평면과 그래프

Lecture 11 좌표평면과 그래프

핵심 유형

87쪽

두 순서쌍 (p, q), (r, s)가 서로 같다. ➡ $p=r$, $q=s$

01 $3a-1=a-7$이므로

$2a=-6 \qquad \therefore a=-3$

$b+5=-2b+8$이므로

$3b=3 \qquad \therefore b=1$

$\therefore a+b=-3+1=-2$

답 ①

02 $a-b=4$를 만족시키는 순서쌍 (a, b)는

$(5, 1), (6, 2), (7, 3), (8, 4), (9, 5), (10, 6)$

답 $(5, 1), (6, 2), (7, 3), (8, 4), (9, 5), (10, 6)$

03 ⑤ E$(4, -3)$

답 ⑤

① x축 위의 점 ➡ y좌표가 0이다.
② y축 위의 점 ➡ x좌표가 0이다.

04 점 P의 좌표가 $(7, 0)$이므로

$a=7$, $b=0$

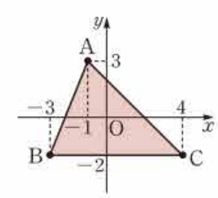
점 Q의 좌표가 $(0, -5)$이므로

$c=0$, $d=-5$

$\therefore a-b-c+d=7-0-0+(-5)=2$

답 2

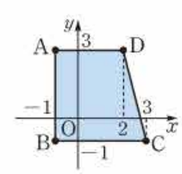
05 세 점 A, B, C를 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같으므로 삼각형 ABC의 넓이는



$\frac{1}{2}\times7\times5=\frac{35}{2}$

답 ④

06 네 점 A, B, C, D를 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같으므로 사각형 ABCD의 넓이는



$\frac{1}{2}\times(3+4)\times4=14$

답 ⑤

07 $a<0$, $-b>0$이므로 $\qquad a<0$, $b<0$

$\therefore a+b<0$, $ab>0$

$(-)+(-)$ ➡ $(-)$
$(-)\times(-)$ ➡ $(+)$

따라서 점 $(a+b, ab)$는 제2사분면 위의 점이다.

답 ②

08 점 $(-5, -4)$는 제3사분면 위의 점이다.

① 제3사분면 ② 제2사분면

③ 어느 사분면에도 속하지 않는다.

y축 위의 점이다.

④ 제4사분면 ⑤ 제1사분면

답 ①

09 $a-b>0$, $ab<0$이므로 $\quad a>0$, $b<0$
따라서 점 (a, b)는 제4사분면 위의 점이다.
① $ab<0$, $b-a<0$이므로 제3사분면 위의 점이다.
② $b<0$, $a>0$이므로 제2사분면 위의 점이다.
③ $-b>0$, $a>0$이므로 제1사분면 위의 점이다.
④ $a>0$, $\frac{a}{b}<0$이므로 제4사분면 위의 점이다.
⑤ $a+b$의 부호를 알 수 없으므로 어느 사분면 위의 점인지 알 수 없다.

답 ④

Q쌤 보충학습

(1) $ab<0$일 때, a, b의 부호가 서로 다르다.
① $a>b$이면 $\quad a>0$, $b<0$
② $a<b$이면 $\quad a<0$, $b>0$
(2) $ab>0$일 때, a, b의 부호가 서로 같다.
① $a+b>0$이면 $\quad a>0$, $b>0$
② $a+b<0$이면 $\quad a<0$, $b<0$

10 $a=-2$, $b=8$이므로
$a+b=-2+8=6$ 답 6

11 점 $(a+2, -3)$과 x축에 대하여 대칭인 점의 좌표는 $\quad (a+2, 3)$
점 $(4, b-1)$과 y축에 대하여 대칭인 점의 좌표는
$(-4, b-1)$
이때 점 $(a+2, 3)$과 점 $(-4, b-1)$의 좌표가 같으므로
$a+2=-4$, $3=b-1 \quad \therefore a=-6$, $b=4$
$\therefore b-a=4-(-6)=10$ 답 ⑤

12 ①, ② 주어진 그래프는 x의 값이 2가 될 때까지 y의 값은 3으로 변화가 없다.
따라서 기본요금은 3만 원, 데이터의 기본 제공량은 2 GB이다.
③ x의 값이 4일 때 y의 값은 5이므로 데이터를 4 GB 사용할 때의 요금은 5만 원이다.
④ x의 값이 6일 때 y의 값은 7이므로 데이터를 6 GB 사용할 때의 요금은 7만 원이다.
⑤ x의 값이 2보다 클 때, x의 값이 1만큼 커지면 y의 값도 1만큼 커지므로 1 GB당 만 원씩 요금이 추가된다.

답 ⑤

13 (1) 출발한 지 12초 후에 방향을 바꿔 아래로 움직이다가 4초 후에 방향을 바꿔 위로 움직이고, 4초 후에 다시 방향을 바꿔 아래로 움직였다.
따라서 지면에 다시 내려올 때까지 방향을 바꾼 것은 출발한 지 12초 후, 16초 후, 20초 후의 3회이다.

Q BOX

출발한 후 4초에서 8초 사이에 놀이기구는 움직이지 않고 정지해 있다.

점 (a, b)와
① x축에 대하여 대칭인 점의 좌표 ➡ $(a, -b)$
② y축에 대하여 대칭인 점의 좌표 ➡ $(-a, b)$
③ 원점에 대하여 대칭인 점의 좌표 ➡ $(-a, -b)$

a, b의 부호가 서로 다르다.

$-b>0$, $a>0$

$ab<0$, $b-d<0$이므로 $\frac{b-d}{ab}>0$

(2) 놀이기구는 출발한 후 4초 동안 20 m 상승, 8초에서 12초 사이에 $50-20=30$ (m) 상승, 12초에서 16초 사이에 $50-40=10$ (m) 하강, 16초에서 20초 사이에 $60-40=20$ (m) 상승, 20초에서 24초 사이에 60 m 하강하였다.
따라서 지면에 다시 내려올 때까지 이동한 거리는
$20+30+10+20+60=140$ (m)
답 (1) 3 (2) 140 m

14 (1) 컵의 폭이 일정하므로 물의 높이도 일정하게 증가한다.
따라서 알맞은 그래프는 (ㄷ)이다.
(2) 컵의 폭이 위로 갈수록 좁아지므로 물의 높이는 처음에는 느리게 증가하다가 점점 빠르게 증가한다.
따라서 알맞은 그래프는 (ㄴ)이다.
(3) 컵의 폭이 위로 갈수록 넓어지므로 물의 높이는 처음에는 빠르게 증가하다가 점점 느리게 증가한다.
따라서 알맞은 그래프는 (ㄱ)이다.
답 (1) (ㄷ) (2) (ㄴ) (3) (ㄱ)

15 물 로켓의 높이는 증가하다가 감소하므로 그래프로 알맞은 것은 ③이다. 답 ③

발전 유형 Q+Q

90쪽

01 $ab<0$에서
$a>0$, $b<0$ 또는 $a<0$, $b>0$
그런데 $a+b>0$이고 $|a|<|b|$이므로
$a<0$, $b>0$
따라서 점 (a, b)는 제2사분면 위의 점이다. 답 ②

02 $\frac{b}{a}<0$에서
$a>0$, $b<0$ 또는 $a<0$, $b>0$
그런데 $a+b<0$이고 $|a|<|b|$이므로
$a>0$, $b<0$
따라서 점 $(-b, a)$는 제1사분면 위의 점이다.
답 제1사분면

03 점 (a, b)와 x축에 대하여 대칭인 점의 좌표는
$(a, -b)$
즉 $a=c$, $-b=d$이고 $a>0$, $b<0$이므로
$c>0$, $d>0$
$\therefore a+c>0$, $\frac{b-d}{ab}>0$
따라서 점 $\left(a+c, \frac{b-d}{ab}\right)$는 제1사분면 위의 점이다.
답 ①

06 좌표평면과 그래프

BOX

04 점 A$(6,\ 5a-10)$이 x축 위의 점이므로

A$(6,\ 0)$

$5a-10=0,\qquad 5a=10$

$\therefore a=2$

점 B$(2a-b,\ 3)$이 y축 위의 점이므로

B$(0,\ 3)$

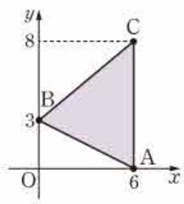
$2a-b=0,\qquad 4-b=0$

$\therefore b=4$

한편 $a+b=2+4=6$, $ab=2\times4=8$이므로

C$(6,\ 8)$

세 점 A, B, C를 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



따라서 삼각형 ABC의 넓이는

$\frac{1}{2}\times8\times6=24$ 답 24

05 점 P$(3,\ -1)$과 x축에 대하여 대칭인 점은

Q$(3,\ 1)$

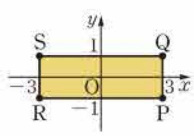
점 P와 y축에 대하여 대칭인 점은

R$(-3,\ -1)$

점 P와 원점에 대하여 대칭인 점은

S$(-3,\ 1)$

네 점 P, Q, R, S를 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



따라서 사각형 PQSR의 넓이는

$6\times2=12$ 답 12

좌표평면 위의 점의 좌표 ➡ (x좌표, y좌표)

06 ① 정훈이가 집에서 출발한 시각은 그래프의 y의 값이 0보다 커지기 시작하는 지점의 x의 값이므로 정훈이는 5시에 출발했다.

② 두 사람의 그래프가 만나는 점의 x의 값은 6이므로 정훈이와 솜이는 6시에 만났다.

③ 5시 30분에 정훈이는 집에서 3 km, 솜이는 집에서 4.5 km 떨어져 있으므로 두 사람 사이의 거리는

$4.5-3=1.5\ (\text{km})$

④ 6시 30분에 정훈이의 그래프의 y의 값이 솜이의 그래프의 y의 값보다 크므로 정훈이가 솜이보다 집에서 멀리 떨어져 있다.

⑤ 솜이는 집에서 4시에 출발하여 할머니 댁에 7시에 도착하였으므로 전체 걸린 시간은 3시간이다. 이때

$7-4=3$(시간)

$\frac{(\text{전체 이동한 거리})}{(\text{전체 걸린 시간})}=\frac{9}{3}=3$

이므로 솜이의 평균 속력은 시속 3 km이다.

답 ⑤

07 (1) 출발점으로부터 150 m 떨어진 지점에서 B가 A를 추월하면서 처음으로 순위에 변화가 생긴다.

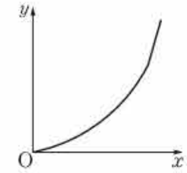
(2) A, B, C 세 선수는 출발한 지 각각 60초, 54초, 48초 후에 결승점에 도착하므로 도착한 순서대로 나열하면 C, B, A이다.

결승점에 도착하는 경우는 y의 값이 400일 때이다.

답 (1) 150 m (2) C, B, A

08 폭이 점점 좁아지는 부분에서는 물의 높이가 점점 빠르게 증가하고, 폭이 일정한 부분에서는 물의 높이가 일정하게 증가한다.

따라서 그래프는 오른쪽과 같다.

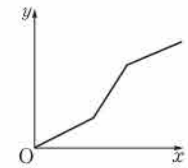


답 풀이 참조

09 병의 폭이 일정하면 물의 높이는 일정하게 증가한다.

이때 병의 폭이 넓으면 물의 높이는 느리게 증가하고, 병의 폭이 좁으면 물의 높이는 빠르게 증가한다.

따라서 그래프는 위와 같다.



답 풀이 참조

중단원 실전 TEST

92쪽

01 $a<b$를 만족시키는 순서쌍 $(a,\ b)$는

$(1,\ 2),\ (1,\ 3),\ (2,\ 3)$

답 $(1,\ 2),\ (1,\ 3),\ (2,\ 3)$

02 x좌표와 y좌표의 합을 구하면 다음과 같다.

① A$(-3,\ 4)$이므로 $-3+4=1$

② B$(-1,\ 0)$이므로 $-1+0=-1$

③ C$(-2,\ -2)$이므로 $-2+(-2)=-4$

④ D$(1,\ -4)$이므로 $1+(-4)=-3$

⑤ E$(4,\ 2)$이므로 $4+2=6$

따라서 x좌표와 y좌표의 합이 가장 작은 점은 점 C이다.

답 ③

03 점 A가 x축 위의 점이므로

y좌표가 0이다.

$a-2=0\qquad \therefore a=2$ …… ❶

점 B가 y축 위의 점이므로

x좌표가 0이다.

$a+b=0,\qquad 2+b=0$

$\therefore b=-2$ …… ❷

$\therefore ab=2\times(-2)=-4$ …… ❸

답 -4

채점 기준	배점
❶ a의 값을 구할 수 있다.	3점
❷ b의 값을 구할 수 있다.	3점
❸ ab의 값을 구할 수 있다.	2점

04 점 $(a+2,\ 3b-1)$이 x축 위의 점이므로

$3b-1=0\qquad \therefore b=\frac{1}{3}$

점 $(a-4,\ b-3)$이 y축 위의 점이므로

$a-4=0\qquad \therefore a=4$

① A$\left(4,\ \frac{1}{3}\right)$

② $3b=3\times\frac{1}{3}=1$, $-a=-4$이므로

$\quad$ B$(1, -4)$

③ $3b-1=3\times\frac{1}{3}-1=0$, $-a=-4$이므로

$\quad$ C$(0, -4)$

④ $-b=-\frac{1}{3}$, $a-12b=4-12\times\frac{1}{3}=0$이므로

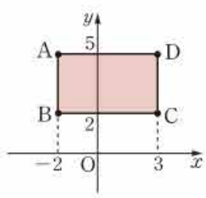
$\quad$ D$\left(-\frac{1}{3}, 0\right)$

⑤ $a-3b=4-3\times\frac{1}{3}=3$이므로

$\quad$ E$\left(3, \frac{1}{3}\right)$

따라서 y축 위에 있는 점은 ③이다. 답 ③

05 네 점 A, B, C, D를 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같으므로 사각형 ABCD의 넓이는



$\quad 5\times3=15$ 답 15

06 ① 제2사분면 ② 제4사분면

③ 제1사분면 ④ 제3사분면

답 ⑤

07 $-x>0$, $y>0$이므로 $\quad x<0$, $y>0$

(ㄱ) $x+y$의 부호는 알 수 없다.

(ㄹ) $\frac{x}{y}<0$

이상에서 옳은 것은 (ㄴ), (ㄷ)이다. 답 ④

08 ① $a<0$, $b>0$이므로 점 (b, a)는 제4사분면 위의 점이다.

② $a>0$, $-b>0$이므로 $\quad a>0$, $b<0$

따라서 점 (b, a)는 제2사분면 위의 점이다.

③ $-a<0$, $b<0$이므로 $\quad a>0$, $b<0$

따라서 점 (b, a)는 제2사분면 위의 점이다.

④ $-a>0$, $-b<0$이므로 $\quad a<0$, $b>0$

따라서 점 (b, a)는 제4사분면 위의 점이다.

⑤ $-b>0$, $-a>0$이므로 $\quad a<0$, $b<0$

따라서 점 (a, b)는 제3사분면 위의 점이다.

답 ④

09 점 $(3, 8)$과 y축에 대하여 대칭인 점은

$\quad$ Q$(-3, 8)$

따라서 점 Q와 원점에 대하여 대칭인 점의 좌표는

$\quad (3, -8)$ 답 ③

y축에 대하여 대칭인 두 점의 좌표는 x좌표의 부호만 반대이고, y좌표는 같다.

10 $2a+1=-(3a+4)$이므로 $\quad 5a=-5$

$\quad\therefore a=-1$ ··· ❶

$b-2=3b+2$이므로 $\quad -2b=4$

$\quad\therefore b=-2$ ··· ❷

$\quad\therefore a-b=-1-(-2)=1$ ··· ❸

답 1

채점 기준	배점
❶ a의 값을 구할 수 있다.	3점
❷ b의 값을 구할 수 있다.	3점
❸ $a-b$의 값을 구할 수 있다.	2점

11 x의 값이 35일 때 y의 값은 100이므로 35분 동안 운동할 때 소모되는 열량은 100 kcal이다. 답 ④

12 (1) x의 값이 21일 때 y의 값은 20이므로 오후 9시일 때의 기온은 20 °C이다.

오후 9시는 21시이다.

(2) y의 값이 가장 클 때가 최고 기온, y의 값이 가장 작을 때가 최저 기온이므로 최고 기온은 25 °C, 최저 기온은 10 °C이다.

답 (1) 20 °C

(2) 최고 기온: 25 °C, 최저 기온: 10 °C

13 (1) y의 값이 가장 클 때가 탑승한 칸이 가장 높은 곳에 위치할 때이므로 가장 높은 곳에 있을 때의 높이는 40 m이다. ··· ❶

(2) y의 값이 30일 때 x의 값은 4, 8, 16, 20, 28, 32이므로 높이가 30 m일 때는 탑승한 지 4분 후, 8분 후, 16분 후, 20분 후, 28분 후, 32분 후이다. ··· ❷

(3) 2바퀴를 돌아 처음 위치로 돌아오는 것은 탑승한 지 24분 후이다. ··· ❸

1바퀴를 도는 데 12분이 걸린다.

답 (1) 40 m

(2) 4분, 8분, 16분, 20분, 28분, 32분

(3) 24분

채점 기준	배점
❶ 지면으로부터 가장 높은 곳에 있을 때의 높이를 구할 수 있다.	2점
❷ 높이가 30 m일 때는 탑승한 지 몇 분 후인지 구할 수 있다.	4점
❸ 2바퀴를 돌아 처음 위치로 돌아오는 것은 탑승한 지 몇 분 후인지 구할 수 있다.	2점

14 (1) 같은 시간 동안 ㉡이 더 적은 거리를 이동하였으므로 걸어갈 때의 그래프는 ㉡이다.

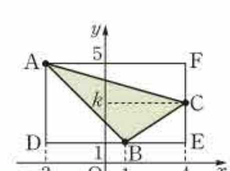
(2) ㉠의 그래프에서 y의 값이 1000일 때 x의 값은 8, ㉡의 그래프에서 y의 값이 1000일 때 x의 값은 12이다.

이동 거리가 1 km, 즉 1000 m일 때 걸리는 시간은 8분이다.

따라서 걸어갈 때 걸리는 시간은 12분, 자전거를 타고 갈 때 걸리는 시간은 8분이다.

답 (1) ㉡ (2) 12분, 8분

15 세 점 A, B, C를 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



사각형 ADEF의 넓이는

$\quad 7\times4=28$

삼각형 ADB의 넓이는

$\frac{1}{2}\times4\times4=8$

삼각형 BEC의 넓이는

$\frac{1}{2}\times3\times(k-1)=\frac{3}{2}(k-1)$

삼각형 ACF의 넓이는

$\frac{1}{2}\times7\times(5-k)=\frac{7}{2}(5-k)$

따라서 삼각형 ABC의 넓이는

$28-\left\{8+\frac{3}{2}(k-1)+\frac{7}{2}(5-k)\right\}$

$=28-(24-2k)=2k+4$

즉 $2k+4=10$이므로 $\quad 2k=6$

$\therefore k=3$

답 3

16 $a>0$, $b<0$, $|a|>|b|$이므로

$-ab>0$, $a+b>0$

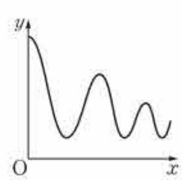
따라서 점 $(-ab,\ a+b)$는 제1사분면 위의 점이다.

답 ①

Q쌤 한마디

부호가 서로 다른 두 유리수의 덧셈은 절댓값이 큰 수의 부호를 따릅니다.
즉 **16**번에서 a의 절댓값이 b의 절댓값보다 크므로 $a+b$의 부호는 a의 부호와 같습니다.

17 번지 점프를 한 사람의 지면으로부터의 높이는 처음에 가장 높았다가 뛰어내리면서 낮아진다. 그 후 몇 번 높아졌다 낮아지기를 반복하면서 점차 일정한 높이에 가까워진다.



따라서 그래프는 위와 같다.

답 풀이 참조

Q BOX

07 정비례와 반비례

Lecture 12 정비례 관계

핵심 유형 Q+Q

97쪽

생각톡
주어진 문장을
$y=$(x에 대한 식)
으로 나타낸 후
$y=ax\ (a\neq0)$
꼴인 식을 찾는다.

01 ① $y=\frac{50}{x}$ ② $y=\frac{40}{x}$

③ $y=3x$ ④ $y=24-x$

⑤ $y=0.4x+20$

따라서 y가 x에 정비례하는 것은 ③이다. 답 ③

02 (ㄴ) x의 값이 5배가 되면 y의 값도 5배가 된다.

(ㄷ) $y=\frac{x}{5}$에 $x=20$을 대입하면 $\quad y=\frac{20}{5}=4$

이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄷ)이다. 답 (ㄱ), (ㄷ)

y가 x에 정비례
➡ $y=ax\ (a\neq0)$

03 $y=ax\ (a\neq0)$라 하고 $x=4$, $y=12$를 대입하면

$12=4a \quad \therefore a=3 \quad \therefore y=3x$

$y=3x$에 $x=6$을 대입하면

$y=3\times6=18$

답 ④

$x=6$, $y=-\frac{3}{2}$을 대입하여 a의 값을 구할 수도 있다.

04 y가 x에 정비례하므로 $y=ax\ (a\neq0)$라 하고

$x=-2$, $y=\frac{1}{2}$을 대입하면

$\frac{1}{2}=-2a \quad \therefore a=-\frac{1}{4} \quad \therefore y=-\frac{1}{4}x$

$y=-\frac{1}{4}x$에 $x=3$, $y=A$를 대입하면

$A=-\frac{3}{4}$

$y=-\frac{1}{4}x$에 $x=B$, $y=-2$를 대입하면

$-2=-\frac{1}{4}B \quad \therefore B=8$

$\therefore AB=-\frac{3}{4}\times8=-6$

답 -6

10 cm 높이의 물을 채우는 데 5분이 걸리므로 물의 높이가 1분에 2 cm씩 올라간다.

05 (1) 물의 높이가 1분에 2 cm씩 올라가므로 x분 후의 물의 높이는 $2x$ cm이다.

$\therefore y=2x$

(2) $y=2x$에 $x=13$을 대입하면

$y=2\times13=26$

따라서 13분 후의 물의 높이는 26 cm이다.

답 (1) $y=2x$ (2) 26 cm

3 L의 휘발유로 24 km를 달릴 수 있으므로 1 L의 휘발유로 8 km를 달릴 수 있다.

06 1 L의 휘발유로 8 km를 달릴 수 있으므로 x L의 휘발유로 달릴 수 있는 거리는 $8x$ km이다.

$\therefore y=8x$

$y=8x$에 $y=136$을 대입하면

$136=8x \quad \therefore x=17$

따라서 17 L의 휘발유가 필요하다.

답 $y=8x$, 17 L

07 $x=3$일 때, $y=\frac{2}{3}\times3=2$

따라서 $y=\frac{2}{3}x$의 그래프는 원점과 점 $(3, 2)$를 지나는 직선이므로 그래프는 ④이다. 답 ④

Q쌤 한마디

$x=-3$일 때, $y=\frac{2}{3}\times(-3)=-2$

따라서 $y=\frac{2}{3}x$의 그래프는 원점과 점 $(-3, -2)$를 지나는 직선이기도 합니다.

08 ⑤ $|-2|<|-3|$이므로 정비례 관계 $y=-2x$의 그래프보다 y축에 가깝다. 답 ⑤

Q쌤 보충학습

$y=ax$에 $x=0$을 대입하면 a의 값에 관계없이 $y=0$이므로 정비례 관계 $y=ax\ (a\neq0)$의 그래프는 항상 점 $(0, 0)$, 즉 원점을 지난다.

09 ① $y=\frac{5}{6}x$에 $x=-6$, $y=-5$를 대입하면

$-5=\frac{5}{6}\times(-6)$

② $y=\frac{5}{6}x$에 $x=-2$, $y=-\frac{5}{3}$를 대입하면

$-\frac{5}{3}=\frac{5}{6}\times(-2)$

③ $y=\frac{5}{6}x$에 $x=\frac{1}{10}$, $y=\frac{1}{12}$을 대입하면

$\frac{1}{12}=\frac{5}{6}\times\frac{1}{10}$

④ $y=\frac{5}{6}x$에 $x=3$, $y=\frac{5}{2}$를 대입하면

$\frac{5}{2}=\frac{5}{6}\times3$

⑤ $y=\frac{5}{6}x$에 $x=8$, $y=\frac{22}{3}$를 대입하면

$\frac{22}{3}\neq\frac{5}{6}\times8$

답 ⑤

10 $y=ax$에 $x=\frac{1}{2}$, $y=-4$를 대입하면

$-4=\frac{1}{2}a \quad \therefore a=-8 \quad \therefore y=-8x$

$y=-8x$에 $x=-\frac{5}{4}$, $y=b$를 대입하면

$b=-8\times\left(-\frac{5}{4}\right)=10$

$\therefore b-a=10-(-8)=18$ 답 18

11 그래프가 원점을 지나는 직선이므로

$y=ax\ (a\neq0)$라 하고 $x=2$, $y=5$를 대입하면

$5=2a \quad \therefore a=\frac{5}{2}$

$\therefore y=\frac{5}{2}x$ 답 ②

12 그래프가 원점을 지나는 직선이므로

$y=ax\ (a\neq0)$라 하고 $x=-6$, $y=3$을 대입하면

$3=-6a \quad \therefore a=-\frac{1}{2} \quad \therefore y=-\frac{1}{2}x$

$y=-\frac{1}{2}x$에 $x=k$, $y=-10$을 대입하면

$-10=-\frac{1}{2}k \quad \therefore k=20$ 답 20

13 $y=\frac{3}{4}x$에 $x=8$을 대입하면

(점 P의 x좌표) $=$(점 Q의 x좌표) $=8$

$y=\frac{3}{4}\times8=6 \quad \therefore P(8, 6)$

따라서 삼각형 POQ의 넓이는

$\frac{1}{2}\times8\times6=24$ 답 ④

14 $y=x$에 $x=5$를 대입하면

$y=5 \quad \therefore P(5, 5)$

$y=-\frac{2}{5}x$에 $x=5$를 대입하면

$y=-\frac{2}{5}\times5=-2 \quad \therefore Q(5, -2)$

따라서 삼각형 POQ의 넓이는

(선분 PQ의 길이) $=5-(-2)=7$

$\frac{1}{2}\times7\times5=\frac{35}{2}$ 답 $\frac{35}{2}$

발전 유형 Q+Q

100쪽

01 (1) $y=-2x$에 $x=-5$를 대입하면

$y=-2\times(-5)=10 \quad \therefore A(-5, 10)$

선분 AC의 길이가 5이므로 선분 BC의 길이는

$\frac{1}{2}\times5=\frac{5}{2} \quad \therefore B\left(\frac{5}{2}, 10\right)$

(2) $y=ax$의 그래프가 점 $B\left(\frac{5}{2}, 10\right)$을 지나므로

$y=ax$에 $x=\frac{5}{2}$, $y=10$을 대입하면

$10=\frac{5}{2}a \quad \therefore a=4$

답 (1) $A(-5, 10)$, $B\left(\frac{5}{2}, 10\right)$ (2) 4

02 점 B의 좌표를 $\left(a, \frac{1}{4}a\right)$라 하면 선분 BC의 길이가 3이므로 점 C의 좌표는

$\left(a, \frac{1}{4}a+3\right)$

(점 C의 x좌표) $=$(점 B의 x좌표) $=a$

선분 AC의 길이가 3이므로 점 A의 좌표는

$\left(a-3, \frac{1}{4}a+3\right)$

(점 A의 y좌표) $=$(점 C의 y좌표) $=\frac{1}{4}a+3$

이때 점 A는 $y=x$의 그래프 위의 점이므로 $y=x$에 $x=a-3$, $y=\frac{1}{4}a+3$을 대입하면

$\frac{1}{4}a+3=a-3, \quad -\frac{3}{4}a=-6$

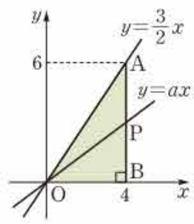
$\therefore a=8$

따라서 점 B의 좌표는 $(8,\ 2)$이다. 답 $(8,\ 2)$

03 $y=\frac{3}{2}x$에 $x=4$를 대입하면

$y=\frac{3}{2}\times 4=6$

$\therefore \mathrm{A}(4,\ 6)$



한편 오른쪽 그림과 같이 정비례 관계 $y=ax$의 그래프가 선분 AB와 만나는 점을 P라 하면

$\mathrm{P}(4,\ 4a)$

이때

(삼각형 POB의 넓이)

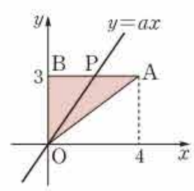
$=\frac{1}{2}\times$(삼각형 AOB의 넓이)

이므로

$\frac{1}{2}\times 4\times 4a=\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{2}\times 4\times 6\right)$

$\therefore a=\frac{3}{4}$ 답 $\frac{3}{4}$

04 오른쪽 그림과 같이 정비례 관계 $y=ax$의 그래프가 선분 AB와 만나는 점을 P라 하면



$\mathrm{P}\left(\frac{3}{a},\ 3\right)$

이때

(삼각형 PBO의 넓이)

$=\frac{1}{2}\times$(삼각형 ABO의 넓이)

이므로

$\frac{1}{2}\times\frac{3}{a}\times 3=\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{2}\times 4\times 3\right)$

$\therefore a=\frac{3}{2}$ 답 ④

05 걸린 시간을 x시간, 이동한 거리를 y km라 하자.

자동차 A의 그래프는 원점을 지나는 직선이므로

$y=ax\ (a\neq 0)$라 하고 $x=\frac{6}{5}$, $y=120$을 대입하면

$120=\frac{6}{5}a$ $\therefore a=100$ $\therefore y=100x$

3시간 동안 자동차 A가 이동한 거리는

$y=100\times 3=300$

자동차 B의 그래프는 원점을 지나는 직선이므로

$y=bx\ (b\neq 0)$라 하고 $x=\frac{3}{2}$, $y=120$을 대입하면

$120=\frac{3}{2}b$ $\therefore b=80$ $\therefore y=80x$

3시간 동안 자동차 B가 이동한 거리는

$y=80\times 3=240$

따라서 출발한 지 3시간 후 두 자동차 사이의 거리는

$300-240=60\ (\mathrm{km})$ 답 60 km

BOX

06 무게를 x g, 열량을 y kcal라 하자.

단백질의 그래프는 원점을 지나는 직선이므로

$y=ax\ (a\neq 0)$라 하고 $x=1$, $y=4$를 대입하면

$4=a$ $\therefore y=4x$

삶은 계란 한 개에 들어 있는 단백질의 열량은

$y=4\times 6=24$

지방의 그래프는 원점을 지나는 직선이므로

$y=bx\ (b\neq 0)$라 하고 $x=1$, $y=9$를 대입하면

$9=b$ $\therefore y=9x$

삶은 계란 한 개에 들어 있는 지방의 열량은

$y=9\times 5=45$

삶은 계란 한 개에서 얻을 수 있는 열량은

(단백질 6 g의 열량)
+(지방 5 g의 열량)

$24+45=69\ (\mathrm{kcal})$

이므로 삶은 계란 n개에서 얻을 수 있는 열량은

$69n$ kcal이다.

이때 $69n=207$에서 $n=3$

따라서 삶은 계란을 3개 먹어야 한다. 답 3개

Lecture 13 반비례 관계

핵심 유형

102쪽

생각 톡
주어진 문장을
$y=(x$에 대한 식$)$
으로 나타낸 후
$y=\frac{a}{x}\ (a\neq 0)$
꼴인 식을 찾는다.

01 ① $y=5x$ ② $y=4x$

③ $y=\frac{30}{x}$ ④ $y=x+1$

⑤ $y=\frac{20}{x}\times 100$이므로 $y=\frac{2000}{x}$

따라서 y가 x에 반비례하는 것은 ③, ⑤이다.

답 ③, ⑤

02 (ㄱ) y는 x에 반비례한다.

(ㄴ) x의 값이 4배가 되면 y의 값은 $\frac{1}{4}$배가 된다.

(ㄷ) $y=-\frac{2}{x}$에서 $xy=-2$

(ㄹ) $y=-\frac{2}{x}$에 $x=6$을 대입하면 $y=-\frac{2}{6}=-\frac{1}{3}$

이상에서 옳은 것은 (ㄷ), (ㄹ)이다. 답 (ㄷ), (ㄹ)

y가 x에 반비례
➡ $y=\frac{a}{x}\ (a\neq 0)$

03 $y=\frac{a}{x}\ (a\neq 0)$라 하고 $x=10$, $y=\frac{3}{2}$을 대입하면

$\frac{3}{2}=\frac{a}{10}$ $\therefore a=15$ $\therefore y=\frac{15}{x}$

$y=\frac{15}{x}$에 $y=-3$을 대입하면

$-3=\frac{15}{x}$ $\therefore x=-5$ 답 ②

$x=10$, $y=\frac{4}{5}$를 대입하여 a의 값을 구할 수도 있다.

04 $y=\frac{a}{x}\ (a\neq 0)$라 하고 $x=-2$, $y=-4$를 대입하면

$-4=\frac{a}{-2}$ $\therefore a=8$ $\therefore y=\frac{8}{x}$

$y=\frac{8}{x}$에 $x=4$, $y=A$를 대입하면 $A=\frac{8}{4}=2$

$y=\frac{8}{x}$에 $x=B$, $y=\frac{2}{3}$를 대입하면

$\frac{2}{3}=\frac{8}{B}$ $\therefore B=8\times\frac{3}{2}=12$

$\therefore A-B=2-12=-10$ 답 -10

05 (1) $x\times y=3\times 12$이므로 $xy=36$

$\therefore y=\frac{36}{x}$

(2) $y=\frac{36}{x}$에 $x=9$를 대입하면 $y=\frac{36}{9}=4$

따라서 9일 만에 모두 끝내려면 4대의 기계로 작업해야 한다.

답 (1) $y=\frac{36}{x}$ (2) 4대

06 $\frac{1}{2}\times x\times y=21$이므로 $y=\frac{42}{x}$

(삼각형의 넓이) $=\frac{1}{2}\times$(밑변의 길이) $\times$(높이)

$y=\frac{42}{x}$에 $y=7$을 대입하면 $7=\frac{42}{x}$ $\therefore x=6$

따라서 이 삼각형의 밑변의 길이는 6 cm이다.

답 $y=\frac{42}{x}$, 6 cm

07 $x=-2$일 때, $y=-\frac{4}{-2}=2$

따라서 $y=-\frac{4}{x}$의 그래프는 제2사분면과 제4사분면을 지나는 한 쌍의 매끄러운 곡선이고, 점 $(-2, 2)$를 지나므로 그래프는 ④이다. 답 ④

08 ② $y=\frac{7}{x}$에 $x=-7$을 대입하면

$y=\frac{7}{-7}=-1$

④ $|2|<|7|$이므로 반비례 관계 $y=\frac{2}{x}$의 그래프보다 좌표축에서 멀다.

답 ④

09 ① $y=-\frac{6}{x}$에 $x=-9$, $y=\frac{1}{3}$을 대입하면

$\frac{1}{3}\neq-\frac{6}{-9}$

② $y=-\frac{6}{x}$에 $x=-6$, $y=-1$을 대입하면

$-1\neq-\frac{6}{-6}$

③ $y=-\frac{6}{x}$에 $x=-3$, $y=3$을 대입하면

$3\neq-\frac{6}{-3}$

④ $y=-\frac{6}{x}$에 $x=4$, $y=-\frac{3}{2}$을 대입하면

$-\frac{3}{2}=-\frac{6}{4}$

⑤ $y=-\frac{6}{x}$에 $x=10$, $y=-\frac{4}{5}$를 대입하면

$-\frac{4}{5}\neq-\frac{6}{10}$

답 ④

10 $y=\frac{a}{x}$에 $x=8$, $y=\frac{3}{2}$을 대입하면

$\frac{3}{2}=\frac{a}{8}$ $\therefore a=12$ $\therefore y=\frac{12}{x}$

$y=\frac{12}{x}$에 $x=2b$, $y=-3$을 대입하면

$-3=\frac{12}{2b}$, $-6b=12$ $\therefore b=-2$

$\therefore a+b=12+(-2)=10$ 답 10

11 그래프가 한 쌍의 매끄러운 곡선이므로

$y=\frac{a}{x}$ $(a\neq0)$라 하고 $x=-8$, $y=2$를 대입하면

$2=\frac{a}{-8}$ $\therefore a=-16$

$\therefore y=-\frac{16}{x}$ 답 ③

12 그래프가 한 쌍의 매끄러운 곡선이므로

$y=\frac{a}{x}$ $(a\neq0)$라 하고 $x=4$, $y=9$를 대입하면

$9=\frac{a}{4}$ $\therefore a=36$ $\therefore y=\frac{36}{x}$

$y=\frac{36}{x}$에 $x=-12$, $y=k$를 대입하면

$k=\frac{36}{-12}=-3$ 답 -3

13 점 P의 좌표를 $\left(p, \frac{20}{p}\right)$이라 하면 직사각형 PBOA의 넓이는

점 P가 $y=\frac{20}{x}$의 그래프 위에 있으면 직사각형 PBOA의 넓이는 항상 20이다.

$|p|\times\left|\frac{20}{p}\right|=20$ 답 20

14 점 P의 좌표를 $\left(p, \frac{14}{p}\right)$ $(p>0)$라 하면 삼각형 POQ의 넓이는

점 P가 $y=\frac{14}{x}$ $(x>0)$의 그래프 위에 있으면 삼각형 POQ의 넓이는 항상 $\frac{14}{2}=7$이다.

$\frac{1}{2}\times p\times\frac{14}{p}=7$ 답 ①

발전 유형 Q+Q

105쪽

01 15의 약수는 1, 3, 5, 15

따라서 반비례 관계 $y=\frac{15}{x}$의 그래프 위의 점 (m, n) 중에서 m, n이 모두 정수인 점은

$(1, 15)$, $(3, 5)$, $(5, 3)$, $(15, 1)$, $(-1, -15)$, $(-3, -5)$, $(-5, -3)$, $(-15, -1)$

의 8개이다. 답 ③

02 $y=\frac{a}{x}$에 $x=-2$, $y=8$을 대입하면

$8=\frac{a}{-2}$ $\therefore a=-16$ $\therefore y=-\frac{16}{x}$

한편 16의 약수는 1, 2, 4, 8, 16

따라서 반비례 관계 $y=-\frac{16}{x}$의 그래프 위의 점 중에서 x좌표와 y좌표가 모두 정수인 점은

$(1, -16)$, $(2, -8)$, $(4, -4)$, $(8, -2)$, $(16, -1)$, $(-1, 16)$, $(-2, 8)$, $(-4, 4)$, $(-8, 2)$, $(-16, 1)$

의 10개이다. 답 10

03 두 점 A, C가 $y=-\frac{18}{x}$의 그래프 위의 점이므로

$A\left(-3a, \frac{6}{a}\right)$, $C\left(3a, -\frac{6}{a}\right)$

(점 A의 x좌표) $=$(점 B의 x좌표) $=-3a$

(점 C의 x좌표) $=$(점 D의 x좌표) $=3a$

두 삼각형 ABD, BCD는 밑변의 길이가

$3a-(-3a)=6a$

이고 높이가 $\frac{6}{a}$인 직각삼각형이므로 사각형 ABCD의 넓이는 삼각형 ABD의 넓이의 2배와 같다.

따라서 사각형 ABCD의 넓이는

$2\times\left(\frac{1}{2}\times 6a\times\frac{6}{a}\right)=36$ 답 36

(삼각형의 넓이) $=\frac{1}{2}\times$(밑변의 길이) $\times$(높이)

04 점 A의 좌표를 $\left(a, \frac{3}{a}\right)$ $(a>0)$이라 하면 점 C의 좌표는

$(a, 0)$

두 점 A, B의 y좌표가 같으므로 $y=\frac{9}{x}$에 $y=\frac{3}{a}$을 대입하면

$\frac{3}{a}=\frac{9}{x}$ $\therefore x=3a$

즉 점 B의 좌표는 $\left(3a, \frac{3}{a}\right)$이므로 점 D의 좌표는

$(3a, 0)$

따라서 사각형 ACDB의 넓이는

$(3a-a)\times\frac{3}{a}=6$ 답 6

두 그래프가 만나는 점이 주어진 경우
➡ 각각의 식에 만나는 점의 좌표를 대입하면 등식이 성립함을 이용한다.

05 $y=\frac{12}{x}$에 $x=-6$을 대입하면

$y=\frac{12}{-6}=-2$ $\therefore P(-6, -2)$

$y=ax$에 $x=-6$, $y=-2$를 대입하면

$-2=-6a$ $\therefore a=\frac{1}{3}$ 답 $\frac{1}{3}$

점 (p, q)가 정비례 관계 $y=ax$ $(a\neq 0)$의 그래프 위의 점
➡ $y=ax$에 $x=p$, $y=q$를 대입하면 등식이 성립한다.

06 $y=4x$에 $y=8$을 대입하면

$8=4x$ $\therefore x=2$ $\therefore P(2, 8)$

$y=\frac{a}{x}$에 $x=2$, $y=8$을 대입하면

$8=\frac{a}{2}$ $\therefore a=16$ 답 16

중단원 실전 TEST

106쪽

01 y가 x에 정비례하므로 $y=ax$ $(a\neq 0)$라 하고 $x=-3$, $y=\frac{1}{2}$을 대입하면

$\frac{1}{2}=-3a$ $\therefore a=-\frac{1}{6}$ $\therefore y=-\frac{1}{6}x$

$y=-\frac{1}{6}x$에 $y=4$를 대입하면

$4=-\frac{1}{6}x$ $\therefore x=-24$ 답 ②

02 ③ $y=6x$에 $x=7$을 대입하면

$y=6\times 7=42$

따라서 7상자에 들어 있는 도넛의 총개수는 42이다.

④ $\frac{y}{x}$의 값은 항상 6으로 일정하다.

답 ④

03 우유 1 L의 판매 가격은 400원이므로 우유 x L의 판매 가격은 $400x$원이다.

$\therefore y=400x$ 답 ④

04 $y=\frac{1}{2}\times 8\times x$이므로 $y=4x$

$y=4x$에 $x=5$를 대입하면

$y=4\times 5=20$

따라서 삼각형 PBC의 넓이는 20 cm^2이다.

답 $y=4x$, 20 cm^2

05 그래프가 원점을 지나는 직선이므로 $y=ax$ $(a\neq 0)$ 꼴이고, 제3사분면을 지나려면 $a>0$이어야 한다.

(ㄴ), (ㄷ) 그래프가 원점을 지나는 직선이고, 제2사분면과 제4사분면을 지난다.

(ㄹ) 그래프가 제1사분면과 제3사분면을 지나는 한 쌍의 매끄러운 곡선이다.

(ㅁ) 그래프가 제2사분면과 제4사분면을 지나는 한 쌍의 매끄러운 곡선이다.

이상에서 그래프가 원점을 지나는 직선이고, 제3사분면을 지나는 것은 (ㄱ), (ㅂ)이다. 답 ①

06 $a<0$, $|a|>|-1|$이므로

$a<-1$ 답 ①

07 $y=ax$에 $x=5$, $y=2$를 대입하면

$2=5a$ $\therefore a=\frac{2}{5}$ $\therefore y=\frac{2}{5}x$

① $y=\frac{2}{5}x$에 $x=-10$, $y=-4$를 대입하면

$-4=\frac{2}{5}\times(-10)$

② $y=\frac{2}{5}x$에 $x=-3$, $y=-\frac{6}{5}$을 대입하면

$-\frac{6}{5}=\frac{2}{5}\times(-3)$

③ $y=\frac{2}{5}x$에 $x=-\frac{1}{2}$, $y=-\frac{1}{10}$을 대입하면

$-\frac{1}{10}\neq\frac{2}{5}\times\left(-\frac{1}{2}\right)$

④ $y=\frac{2}{5}x$에 $x=\frac{3}{4}$, $y=\frac{3}{10}$을 대입하면

$\frac{3}{10}=\frac{2}{5}\times\frac{3}{4}$

⑤ $y=\frac{2}{5}x$에 $x=15$, $y=6$을 대입하면

$6=\frac{2}{5}\times15$

답 ③

08 $3-p=p-1$에서 $\quad -2p=-4$

$\therefore p=2$

$3q-4=2q+1$에서 $\quad q=5$

주어진 그래프가 원점을 지나는 직선이므로

$y=ax\ (a\neq0)$라 하고 $x=2$, $y=5$를 대입하면

주어진 그래프는 점 (p, q), 즉 $(2, 5)$를 지난다.

$5=2a \quad \therefore a=\frac{5}{2}$

$\therefore y=\frac{5}{2}x$ 답 $y=\frac{5}{2}x$

09 그래프가 원점을 지나는 직선이므로

$y=ax\ (a\neq0)$라 하고 $x=2$, $y=16$을 대입하면

$16=2a \quad \therefore a=8 \quad \therefore y=8x$

$y=8x$에 $y=600$을 대입하면

$600=8x \quad \therefore x=75$

따라서 75분 동안 줄넘기를 해야 한다. 답 ④

10 점 P의 x좌표를 a라 하면 y좌표는 $\frac{4}{3}a$이므로

$\mathrm{P}\left(a, \frac{4}{3}a\right)$ ⋯ ❶

삼각형 POQ의 넓이가 9이므로

$\frac{1}{2}\times6\times\frac{4}{3}a=9 \quad \therefore a=\frac{9}{4}$ ⋯ ❷

따라서 점 P의 좌표는 $\left(\frac{9}{4}, 3\right)$이다. ⋯ ❸

$\frac{4}{3}a=\frac{4}{3}\times\frac{9}{4}=3$

답 $\left(\frac{9}{4}, 3\right)$

채점 기준	배점
❶ 점 P의 좌표를 a를 사용하여 나타낼 수 있다.	1점
❷ a의 값을 구할 수 있다.	2점
❸ 점 P의 좌표를 구할 수 있다.	1점

11 걸린 시간을 x분, 이동한 거리를 y m라 하자.

지수의 그래프는 원점을 지나는 직선이므로

$y=ax\ (a\neq0)$라 하고 $x=3$, $y=600$을 대입하면

$600=3a \quad \therefore a=200$

$\therefore y=200x$

집에서 학교까지의 거리는 2 km, 즉 2000 m이므로

$y=200x$에 $y=2000$을 대입하면

$2000=200x \quad \therefore x=10$

즉 지수가 학교에 도착하는 데 걸리는 시간은 10분이다. ⋯ ❶

민호의 그래프도 원점을 지나는 직선이므로

$y=bx\ (b\neq0)$라 하고 $x=3$, $y=240$을 대입하면

$240=3b \quad \therefore b=80 \quad \therefore y=80x$

$y=80x$에 $y=2000$을 대입하면

$2000=80x \quad \therefore x=25$

즉 민호가 학교에 도착하는 데 걸리는 시간은 25분이다. ⋯ ❷

따라서 지수가 기다려야 하는 시간은

$25-10=15$(분) ⋯ ❸

답 15분

채점 기준	배점
❶ 지수가 학교에 도착하는 데 걸리는 시간을 구할 수 있다.	2점
❷ 민호가 학교에 도착하는 데 걸리는 시간을 구할 수 있다.	2점
❸ 지수가 기다려야 하는 시간을 구할 수 있다.	2점

12 $y=\frac{a}{x}\ (a\neq0)$라 하고 $x=3$, $y=-9$를 대입하면

$-9=\frac{a}{3} \quad \therefore a=-27$

$\therefore y=-\frac{27}{x}$ 답 ⑤

(직사각형의 넓이)
=(가로의 길이)
×(세로의 길이)

13 (1) $x\times y=36$이므로 $\quad y=\frac{36}{x}$ ⋯ ❶

(2) $y=\frac{36}{x}$에 $x=4$, $y=a$를 대입하면

$a=\frac{36}{4}=9$ ⋯ ❷

$y=\frac{36}{x}$에 $x=b$, $y=8$을 대입하면

$8=\frac{36}{b} \quad \therefore b=\frac{9}{2}$ ⋯ ❸

답 (1) $y=\frac{36}{x}$ (2) $a=9$, $b=\frac{9}{2}$

채점 기준	배점
❶ y를 x에 대한 식으로 나타낼 수 있다.	2점
❷ a의 값을 구할 수 있다.	1점
❸ b의 값을 구할 수 있다.	1점

14 $y=ax$의 그래프가 제2사분면과 제4사분면을 지나므로

$a<0$

즉 $-a>0$이므로 $y=-\frac{a}{x}$의 그래프는 제1사분면과 제3사분면을 지나는 한 쌍의 매끄러운 곡선이다.

따라서 $y=-\frac{a}{x}$의 그래프로 적절한 것은 ④이다.

답 ④

반비례 관계 $y=\frac{a}{x}$ $(a\neq0)$의 그래프는 a의 절댓값이 작을수록 좌표축에 가깝다.

15 $\left|\frac{3}{5}\right|<\left|-\frac{5}{6}\right|<|-1|<|-2|<|4|$이므로 그래프가 좌표축에 가장 가까운 것은 ②이다. 답 ②

16 ② $a>0$, $x>0$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.

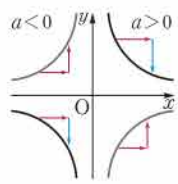
④ $a<0$이면 제2사분면과 제4사분면을 지난다.

⑤ 원점을 지나지 않는다.

답 ①, ③

Q쌤 보충학습

반비례 관계 $y=\frac{a}{x}$의 그래프는 $a>0$일 때 각 사분면에서 x의 값이 증가하면 y의 값은 감소하고, $a<0$일 때 각 사분면에서 x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.



17 $y=\frac{a}{x}$에 $x=6$, $y=\frac{7}{3}$을 대입하면

$\frac{7}{3}=\frac{a}{6}$ $\quad\therefore a=14 \quad \therefore y=\frac{14}{x}$

$y=\frac{14}{x}$에 $x=4$, $y=b$를 대입하면

$b=\frac{14}{4}=\frac{7}{2}$

$\therefore ab=14\times\frac{7}{2}=49$

답 49

18 점 A의 x좌표가 5이므로 y좌표는 $\frac{a}{5}$이고, 점 B의 x좌표가 8이므로 y좌표는 $\frac{a}{8}$이다.

이때 두 점 A, B의 y좌표의 차가 $\frac{3}{2}$이므로

$\frac{a}{5}-\frac{a}{8}=\frac{3}{2}$, $\quad \frac{3}{40}a=\frac{3}{2} \quad \therefore a=20$

$\therefore y=\frac{20}{x}$ ··· ❶

$\therefore$ A$(5, 4)$, B$\left(8, \frac{5}{2}\right)$ ··· ❷

$y=\frac{20}{5}=4$

$y=\frac{20}{8}=\frac{5}{2}$

따라서 사다리꼴 ADCB의 넓이는

$\frac{1}{2}\times\left(4+\frac{5}{2}\right)\times3=\frac{39}{4}$ ··· ❸

$8-5=3$

답 $\frac{39}{4}$

채점 기준	배점
❶ 반비례 관계의 식을 구할 수 있다.	2점
❷ 두 점 A, B의 좌표를 구할 수 있다.	2점
❸ 사다리꼴 ADCB의 넓이를 구할 수 있다.	2점

19 $\frac{y}{100}\times x=\frac{5}{100}\times60$이므로 $\quad y=\frac{300}{x}$

농도가 m %인 소금물 n g에 들어 있는 소금의 양 ➡ $\frac{m}{100}\times n$(g)

$y=\frac{300}{x}$에 $x=a$, $y=20$을 대입하면

$20=\frac{300}{a}$ $\quad\therefore a=15$

$y=\frac{300}{x}$에 $x=225$, $y=b$를 대입하면

$b=\frac{300}{225}=\frac{4}{3}$

$\therefore ab=15\times\frac{4}{3}=20$

답 ③

20 점 P의 좌표를 $\left(p, \frac{a}{p}\right)$ $(p>0)$라 하면 직사각형 OAPB의 넓이가 8이므로

$p\times\left(-\frac{a}{p}\right)=8 \quad \therefore a=-8 \quad \therefore y=-\frac{8}{x}$

점 Q의 좌표를 $\left(q, -\frac{8}{q}\right)$ $(q<0)$이라 하면 직사각형 ODQC의 넓이는

$q<0$이므로 $|q|=-q$

$S=-q\times\left(-\frac{8}{q}\right)=8$

$\therefore aS=(-8)\times8=-64$

답 -64

21 $y=\frac{3}{2}x$에 $x=b$, $y=6$을 대입하면

$6=\frac{3}{2}b \quad \therefore b=4$

$y=\frac{a}{x}$에 $x=4$, $y=6$을 대입하면

$6=\frac{a}{4} \quad \therefore a=24$

$\therefore a-b=24-4=20$

답 20

22 점 A의 좌표를 $(a, 2a)$라 하면 점 B의 좌표는 $(a, 2a-1)$, 점 C의 좌표는 $(a+1, 2a-1)$이다.

선분 AB의 길이가 1이므로 점 B의 y좌표는 $2a-1$이다.

선분 BC의 길이가 1이므로 점 C의 x좌표는 $a+1$이다.

$y=\frac{1}{2}x$에 $x=a+1$, $y=2a-1$을 대입하면

$2a-1=\frac{1}{2}(a+1)$

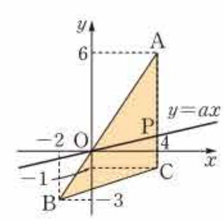
$\frac{3}{2}a=\frac{3}{2} \quad \therefore a=1$

따라서 점 A의 좌표는 $(1, 2)$이다.

답 $(1, 2)$

23 정비례 관계 $y=ax$의 그래프가 선분 AC와 만나는 점을 P라 하면

P$(4, 4a)$



이때

(삼각형 AOP의 넓이)

$=\frac{1}{2}\times$(삼각형 ABC의 넓이)

이므로

$6-(-1)=7$

$4-(-2)=6$

$\frac{1}{2}\times(6-4a)\times4=\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{2}\times7\times6\right)$

$24-16a=21, \quad -16a=-3$

$\therefore a=\frac{3}{16}$

답 ①

24 $y=\frac{6}{x}$ $(x>0)$의 그래프와 x축, y축으로 둘러싸인 부분에 있는 x좌표와 y좌표가 모두 정수인 점은

$x=1$일 때, $\quad y=1, 2, 3, 4, 5$의 5개

$x=2$일 때, $\quad y=1, 2$의 2개

$x=3$일 때, $\quad y=1$의 1개

$x=4$일 때, $\quad y=1$의 1개

$x=5$일 때, $\quad y=1$의 1개

따라서 구하는 점의 개수는

$5+2+1+1+1=10$ 답 10

최고 수준 도전하기 110쪽

01 1st a, b의 부호를 구한다.

$ab<0$이므로 $a>0$, $b<0$ 또는 $a<0$, $b>0$

$a+b>0$이므로 a와 b 중 절댓값이 큰 수가 양수이다.

이때 $|a|=2|b|>|b|$이므로

$a>0$, $b<0$

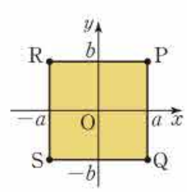
2nd 점 P가 어느 사분면 위의 점인지 구한다.

$2a-3b>0$, $b-a<0$이므로 점 P는 제4사분면 위의 점이다. 답 제4사분면

a, b의 부호는 서로 다르다.

02 1st 사각형 PRSQ의 둘레의 길이를 이용하여 a, b에 대한 식을 구한다.

네 점 P, Q, R, S를 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다. 사각형 PRSQ의 둘레의 길이가 64이므로



$2(2a+2b)=64$

$\therefore a+b=16$

2nd 사각형 PRSQ의 넓이가 가장 크도록 하는 a, b의 값과 이때 사각형 PRSQ의 넓이를 구한다.

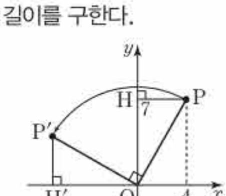
$a=8$, $b=8$일 때 사각형 PRSQ의 넓이가 가장 크므로 구하는 넓이는

$16\times16=256$ 답 $a=8$, $b=8$, 넓이: 256

두 양수 a, b에 대하여 $a+b=k$이면 $a=b=\frac{k}{2}$일 때, ab의 값이 가장 크다.

03 1st 점 P′에서 x축에 수선을 그어 x축과 만나는 점을 H′이라 하고 두 선분 P′H′, H′O의 길이를 구한다.

오른쪽 그림과 같이 점 P를 지나고 y축에 수직인 직선이 y축과 만나는 점을 H, 점 P′을 지나고 x축에 수직인 직선이 x축과 만나는 점을 H′이라 하면



(선분 P′H′의 길이)=(선분 PH의 길이)=4,

(선분 H′O의 길이)=(선분 HO의 길이)=7

2nd 점 P′의 좌표를 구한다.

점 P′은 제2사분면 위의 점이므로 점 P′의 좌표는 $(-7, 4)$이다. 답 $(-7, 4)$

도형을 회전시켜도 모양과 크기는 변하지 않는다.

04 1st 트랙을 한 바퀴 돌 때 커브를 몇 번 도는지 구한다.

주어진 그래프에서 속력이 작아졌다 커지는 구간이 4개 있으므로 오토바이는 트랙을 한 바퀴 돌 때 커브를 4번 돈다.

2nd 트랙의 모양으로 알맞은 것을 구한다.

오토바이가 달린 트랙의 모양은 ③이다. 답 ③

05 1st 두 점 A_2, A_3의 좌표를 구한다.

점 A_2의 y좌표가 2048이므로 $y=2x$에 $y=2048$을 대입하면

$2048=2x$ $\therefore x=1024$

$\therefore A_2(1024, 2048)$

점 A_3의 x좌표가 1024이므로

$A_3(1024, 1024)$

2nd 두 점 A_4, A_5의 좌표를 구한다.

점 A_4의 y좌표가 1024이므로 $y=2x$에 $y=1024$를 대입하면

$1024=2x$ $\therefore x=512$

$\therefore A_4(512, 1024)$

점 A_5의 x좌표가 512이므로

$A_5(512, 512)$

3rd 규칙을 찾아 점 A_7, A_9, A_{11}, $\cdots$의 좌표를 구한다.

같은 방법으로 점 A_7, A_9, A_{11}, $\cdots$의 좌표를 구하면 다음과 같다.

$A_7(256, 256)$, $A_9(128, 128)$, $A_{11}(64, 64)$,
$A_{13}(32, 32)$, $A_{15}(16, 16)$, $A_{17}(8, 8)$,
$A_{19}(4, 4)$, $A_{21}(2, 2)$, $A_{23}(1, 1)$

4th n의 값을 구한다.

점 A_{23}의 좌표가 $(1, 1)$이므로 구하는 n의 값은 23이다. 답 23

06 1st 두 톱니바퀴 A, B의 관계를 식으로 나타낸다.

A가 x번 회전하는 동안 B가 k번 회전한다고 하면

$20\times x=30\times k$ $\therefore k=\frac{2}{3}x$

2nd 두 톱니바퀴 B, C의 관계를 파악한다.

B, C는 같은 축에 고정되어 있으므로 B가 k번 회전할 때 C도 k번 회전한다.

3rd 두 톱니바퀴 C, D의 관계를 식으로 나타낸다.

C가 k번 회전하는 동안 D가 y번 회전한다고 하면

$15\times k=24\times y$ $\therefore y=\frac{5}{8}k$

4th y를 x에 대한 식으로 나타낸다.

$y=\frac{5}{8}k$에 $k=\frac{2}{3}x$를 대입하면

$y=\frac{5}{8}\times\frac{2}{3}x=\frac{5}{12}x$ 답 $y=\frac{5}{12}x$

WORK BOOK

01 소인수분해

Lecture 01 소인수분해

W 2쪽

01 30보다 작은 소수는 29, 23, 19, …이므로

$a=29$

30보다 큰 합성수는 32, 33, 34, …이므로

$b=32$

$\therefore a+b=29+32=61$ 답 61

02 (ㄷ) 2, 5는 소수이지만 $2\times5=10$은 소수가 아니다.

(ㄹ) 자연수는 1, 소수, 합성수로 이루어져 있다.

이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄴ)이다. 답 ①

03 소수를 크기가 작은 것부터 차례대로 나열하면

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, …

따라서 a가 될 수 있는 수는

17, 18의 2개 답 2

04 ① $3+3+3+3=3\times4$

> 같은 수를 여러 번 더한 것은 곱셈으로 나타낼 수 있다.

② $5\times5\times5=5^3$

③ $2\times2\times2\times3=2^3\times3$

답 ④, ⑤

05 $2^7=128$, $\left(\frac{1}{5}\right)^3=\frac{1}{125}$이므로 $a=7$, $b=3$

$\therefore a-b=7-3=4$ 답 4

06 $81\times343=3^4\times7^3$이므로 $m=4$, $n=3$

$\therefore m+n=4+3=7$ 답 ①

07 (ㄴ) $84=2^2\times3\times7$

(ㄹ) $120=2^3\times3\times5$

> 자연수를 소인수분해한 결과는 곱하는 순서를 생각하지 않으면 오직 한 가지뿐이다.

이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄷ)이다. 답 (ㄱ), (ㄷ)

08 $196=2^2\times7^2$이므로 소인수는 2, 7

따라서 모든 소인수의 합은

$2+7=9$ 답 ②

09 ① $90=2\times3^2\times5$이므로 소인수는 2, 3, 5의 3개이다.

② $150=2\times3\times5^2$이므로 소인수는 2, 3, 5의 3개이다.

③ $280=2^3\times5\times7$이므로 소인수는 2, 5, 7의 3개이다.

④ $378=2\times3^3\times7$이므로 소인수는 2, 3, 7의 3개이다.

⑤ $420=2^2\times3\times5\times7$이므로 소인수는 2, 3, 5, 7의 4개이다. 답 ⑤

10 $360=2^3\times3^2\times5$이므로 $A(360)=3$

$126=2\times3^2\times7$이므로 $B(126)=2$

$\therefore A(360)-B(126)=3-2=1$ 답 1

11 $336=2^4\times3\times7$에서 소인수 3, 7의 지수가 홀수이므로 3과 7로 나누어야 한다.

> 어떤 자연수의 제곱인 수 ➡ 소인수분해하였을 때 모든 소인수의 지수가 짝수인 수

$\therefore a=3\times7=21$

$b^2=336\div21=16=4^2$이므로 $b=4$

$\therefore a+b=21+4=25$ 답 25

12 $96=2^5\times3$에서 소인수 2, 3의 지수가 홀수이므로

$a=2\times3=6$

$b^2=96\times6=576=24^2$이므로 $b=24$

$\therefore b-a=24-6=18$ 답 ④

13 $720=2^4\times3^2\times5$에서 소인수 5의 지수가 홀수이므로 x는 720의 약수이면서 $5\times(\text{자연수})^2$ 꼴이어야 한다.

② $20=5\times2^2$ ③ $30=5\times2\times3$

④ $45=5\times3^2$ ⑤ $80=5\times4^2$

답 ③

14 $160=2^5\times5$에서 소인수 2, 5의 지수가 홀수이므로 a가 될 수 있는 수는

> $2\times5\times(\text{자연수})^2$ 꼴

2×5, $2\times5\times2^2$, $2\times5\times3^2$, …

따라서 두 번째로 작은 수는

$2\times5\times2^2=40$ 답 40

15 $180=2^2\times3^2\times5$의 약수는

$(2^2\text{의 약수})\times(3^2\text{의 약수})\times(5\text{의 약수})$

꼴이다.

(ㄷ) $2\times3^2\times5^2$에서 5^2은 5의 약수가 아니다.

(ㅁ) $2^2\times3^2\times5^2$에서 5^2은 5의 약수가 아니다.

이상에서 180의 약수인 것은 (ㄱ), (ㄴ), (ㄹ)이다. 답 ④

16 ① $9=3^2$ ② $18=2\times3^2$

③ $35=5\times7$ ④ $63=3^2\times7$

⑤ $105=3\times5\times7$

따라서 $3^2\times5\times7^2$의 약수가 아닌 것은 ②이다.

답 ②

17 $207=3^2\times23$이므로 207의 약수는

> $(3^2\text{의 약수})\times(23\text{의 약수})$ 꼴

1, 3, 9, 23, 69, 207

따라서 모든 약수의 합은

$1+3+9+23+69+207=312$ 답 ①

18 ① $12=2^2\times3$이므로 약수의 개수는

$(2+1)\times(1+1)=6$

② $27=3^3$이므로 약수의 개수는 $3+1=4$
③ $48=2^4\times3$이므로 약수의 개수는
$(4+1)\times(1+1)=10$
④ $78=2\times3\times13$이므로 약수의 개수는
$(1+1)\times(1+1)\times(1+1)=8$
⑤ $121=11^2$이므로 약수의 개수는 $2+1=3$

답 ③

19 $\frac{150}{n}$이 자연수이려면 n은 150의 약수이어야 한다.
이때 $150=2\times3\times5^2$이므로 구하는 자연수 n의 개수는
$(1+1)\times(1+1)\times(2+1)=12$ 답 12

20 $216=2^3\times3^3$이므로 약수의 개수는
$(3+1)\times(3+1)=16$
$2^a\times3\times5$의 약수의 개수는
$(a+1)\times(1+1)\times(1+1)=(a+1)\times4$
따라서 $(a+1)\times4=16$이므로
$a+1=4$ $\therefore a=3$ 답 3

4를 곱하여 16이 되는 수는 4이므로
$a+1=4$

21 ① $2^3\times9=2^3\times3^2$이므로 약수의 개수는
$(3+1)\times(2+1)=12$
② $2^3\times20=2^5\times5$이므로 약수의 개수는
$(5+1)\times(1+1)=12$
③ $2^3\times49=2^3\times7^2$이므로 약수의 개수는
$(3+1)\times(2+1)=12$
④ $2^3\times100=2^5\times5^2$이므로 약수의 개수는
$(5+1)\times(2+1)=18$
⑤ $2^3\times256=2^{11}$이므로 약수의 개수는 $11+1=12$

답 ④

22 $18=2\times3^2$이므로
$[18]=(1+1)\times(2+1)=6$ $\therefore A=6$
$\langle A\rangle=\langle6\rangle=1+2+3+6=12$이므로 $B=12$
따라서 $12=2^2\times3$이므로
$[B]=[12]=(2+1)\times(1+1)=6$ 답 6

23 $7^1=7$, $7^2=49$, $7^3=343$, $7^4=2401$, $7^5=16807$, $\cdots$이므로 7의 거듭제곱의 일의 자리의 숫자는
7, 9, 3, 1
이 이 순서대로 반복된다.
이때 $103=4\times25+3$이므로 7^{103}의 일의 자리의 숫자는 7^3의 일의 자리의 숫자와 같은 3이다. 답 ②

거듭제곱의 일의 자리의 숫자
➡ 반복되는 규칙을 찾는다.

24 $3^1=3$, $3^2=9$, $3^3=27$, $3^4=81$, $3^5=243$, $\cdots$이므로 3의 거듭제곱의 일의 자리의 숫자는
3, 9, 7, 1
이 이 순서대로 반복된다.
이때 $155=4\times38+3$이므로 3^{155}의 일의 자리의 숫자는 3^3의 일의 자리의 숫자와 같은 7이다.
$\therefore a=7$
$4^1=4$, $4^2=16$, $4^3=64$, $\cdots$이므로 4의 거듭제곱의 일의 자리의 숫자는 4, 6이 이 순서대로 반복된다.
이때 208은 짝수이므로 4^{208}의 일의 자리의 숫자는 6이다.
$\therefore b=6$
$\therefore a+b=7+6=13$ 답 ③

생각 ❺
먼저 2^{199}, 5^{162}, 6^{48}의 일의 자리의 숫자를 각각 구한다.

25 $2^1=2$, $2^2=4$, $2^3=8$, $2^4=16$, $2^5=32$, $\cdots$이므로 2의 거듭제곱의 일의 자리의 숫자는
2, 4, 8, 6
이 이 순서대로 반복된다.
이때 $199=4\times49+3$이므로 2^{199}의 일의 자리의 숫자는 2^3의 일의 자리의 숫자와 같은 8이다.
$5^1=5$, $5^2=25$, $\cdots$이므로 5의 거듭제곱의 일의 자리의 숫자는 모두 5이다.
$6^1=6$, $6^2=36$, $\cdots$이므로 6의 거듭제곱의 일의 자리의 숫자는 모두 6이다.
따라서 $2^{199}+5^{162}+6^{48}$의 일의 자리의 숫자는
$8+5+6=19$
의 일의 자리의 숫자와 같으므로 9이다. 답 9

26 $441=3^2\times7^2$이므로 441에 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 세제곱이 되려면 소인수 3, 7의 지수가 3의 배수이어야 한다.
따라서 곱할 수 있는 가장 작은 자연수는
$3\times7=21$ 답 21

27 $360=2^3\times3^2\times5$이므로 $360\times x$가 y의 세제곱이 되려면 소인수 3, 5의 지수가 3의 배수이어야 한다.
$\therefore x=3\times5^2=75$
이때 $y^3=360\times75=27000=30^3$이므로 $y=30$
$\therefore x-y=75-30=45$ 답 ①

28 $196=2^2\times7^2$이므로 196에 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 세제곱이 되려면 소인수 2, 7의 지수가 3의 배수이어야 한다.
따라서 곱할 수 있는 가장 작은 자연수는
2×7
이므로 두 번째로 작은 자연수는
$2^4\times7=112$ 답 112

$2^3\times(2\times7)=2^4\times7$

29 $10=10\times1$ 또는 $10=5\times2$
(i) $10=10\times1=9+1$일 때,
a^9 (a는 소수) 꼴이어야 하므로 가장 작은 자연수는
$2^9=512$

(ii) $10=5\times2=(4+1)\times(1+1)$일 때,
$a^4\times b$ (a, b는 서로 다른 소수) 꼴이어야 하므로
가장 작은 자연수는 $2^4\times3=48$
(i), (ii)에서 가장 작은 자연수는 48이다. 답 48

가장 작은 자연수가 되려면 가장 작은 소수인 2의 지수가 가장 커야 한다.

30 약수의 개수가 3인 자연수는 $(소수)^2$ 꼴이다.
따라서 구하는 수는
$17^2=289$, $19^2=361$ 답 289, 361

$13^2=169$, $23^2=529$이므로 169, 529는 200부터 500까지의 자연수라는 조건을 만족시키지 않는다.

31 $72=2^3\times3^2$이므로
$f(72)=(3+1)\times(2+1)=12$
따라서 $12\times f(k)=96$이므로 $f(k)=8$
$8=8\times1$ 또는 $8=4\times2$ 또는 $8=2\times2\times2$
(i) $8=8\times1=7+1$일 때,
a^7 (a는 소수) 꼴이어야 하므로 가장 작은 자연수는
$2^7=128$
(ii) $8=4\times2=(3+1)\times(1+1)$일 때,
$a^3\times b$ (a, b는 서로 다른 소수) 꼴이어야 하므로
가장 작은 자연수는 $2^3\times3=24$
(iii) $8=2\times2\times2=(1+1)\times(1+1)\times(1+1)$일 때,
$a\times b\times c$ (a, b, c는 서로 다른 소수) 꼴이어야 하므로 가장 작은 자연수는 $2\times3\times5=30$
이상에서 가장 작은 자연수 k의 값은 24이다. 답 ④

12를 곱하여 96이 되는 수는 8이므로 $f(k)=8$

Lecture 02 최대공약수와 최소공배수

W 7쪽

01 ② 9와 51의 최대공약수는 3이므로 9와 51은 서로 소가 아니다. 답 ②

Q쌤 한마디

소수는 1과 자기 자신만을 약수로 갖는 수이므로 서로 다른 두 소수는 1 이외의 공약수를 갖지 않습니다.
따라서 ③의 11, 29와 같이 서로 다른 두 소수는 항상 서로소입니다.

02 $20=2^2\times5$이므로 20과 서로소인 자연수는 2의 배수도 아니고 5의 배수도 아닌 수이다.
이때 200 이하의 자연수 중 2의 배수는 100개, 5의 배수는 40개, 2의 배수이면서 5의 배수인 수는 20개이므로 구하는 자연수의 개수는
$200-(100+40-20)=80$ 답 80

10의 배수

03 답 ③

04 $42=2\times3\times7$, $78=2\times3\times13$, $114=2\times3\times19$이므로 세 수의 최대공약수는
$2\times3=6$ 답 6

05 $a=1$, $b=3$이므로
$b-a=3-1=2$ 답 2

06 두 수의 공약수는 두 수의 최대공약수인 $2\times3^2\times5$의 약수이다. 답 ②

07 $360=2^3\times3^2\times5$, $540=2^2\times3^3\times5$이므로 세 수의 공약수는 세 수의 최대공약수인 $2^2\times3^2\times5$의 약수이다.
따라서 세 수의 공약수인 것은 (ㄱ), (ㄴ), (ㅁ)이다.
답 ②

08 $168=2^3\times3\times7$, $252=2^2\times3^2\times7$이므로 두 수의 공약수는 두 수의 최대공약수인 $2^2\times3\times7$의 약수이다.
따라서 공약수 중 두 번째로 큰 수는
$2\times3\times7=42$ 답 42

09 답 ④

10 $65=5\times13$, $104=2^3\times13$, $130=2\times5\times13$이므로 세 수의 최소공배수는
$2^3\times5\times13=520$ 답 ④

11 최대공약수가 $2^2\times5$이므로 $a=1$
최소공배수가 $2^3\times3\times5^3\times7$이므로 $b=3$
$\therefore b-a=3-1=2$ 답 ②

12 주어진 세 수의 최소공배수가 $2^4\times3^2\times5^2\times7^3$이므로 a가 될 수 있는 수는 1, 2, 3, 4
b가 될 수 있는 수는 1, 2
c가 될 수 있는 수는 3
따라서 세 자연수 a, b, c의 합 중 가장 큰 값은
$4+2+3=9$ 답 9

13 두 수의 공배수는 두 수의 최소공배수인 $3^3\times5\times7^2$의 배수이다. 답 ②, ③

14 $9=3^2$, $15=3\times5$, $27=3^3$이므로 세 수의 최소공배수는 $3^3\times5=135$
즉 세 수의 공배수는 135의 배수이다.
이때 $135\times7=945$, $135\times8=1080$이므로 세 수의 공배수 중 가장 큰 세 자리 자연수는 945이다. 답 945

15 1, 2, 3, 4, 5, 6을 모두 약수로 갖는 자연수는 1, 2, 3, 4, 5, 6의 공배수이다.
이때 1은 모든 수의 약수이므로 1을 제외한 2, 3, $4=2^2$, 5, $6=2\times3$의 최소공배수는
$2^2\times3\times5=60$
따라서 1, 2, 3, 4, 5, 6의 공배수는 60의 배수이므로 두 번째로 작은 수는 120이다. 답 120

16 어떤 자연수로 75를 나누면 나누어떨어지고, 88을 나누면 나누어떨어지기에 2가 부족하므로 어떤 자연수로

$75,\ 88+2$, 즉 $75,\ 90$

을 나누면 나누어떨어진다.

따라서 구하는 수는 75, 90의 최대공약수이므로

$3\times5=15$ 답 15

$$\begin{array}{rl} 75= & 3\times5^2 \\ 90= & 2\times3^2\times5 \\ \hline & 3\times5 \end{array}$$

17 어떤 자연수로 64, 100, 112를 나눈 나머지가 모두 4이므로 어떤 자연수로

$64-4,\ 100-4,\ 112-4$, 즉 $60,\ 96,\ 108$

을 나누면 나누어떨어진다.

따라서 구하는 수는 60, 96, 108의 최대공약수인 12의 약수 중 4보다 큰 수인 6, 12의 2개이다. 답 ②

$$\begin{array}{rl} 60= & 2^2\times3\times5 \\ 96= & 2^5\times3 \\ 108= & 2^2\times3^3 \\ \hline & 2^2\times3 \end{array}$$

18 어떤 자연수로 120을 나누면 나누어떨어지기에 6이 부족하고, 150을 나누면 3이 남으므로 어떤 자연수로

$120+6,\ 150-3$, 즉 $126,\ 147$

을 나누면 나누어떨어진다.

126, 147의 최대공약수는 21이므로 21의 약수 중 6보다 큰 수는 7, 21이다.

$$\begin{array}{rl} 126= & 2\times3^2\times7 \\ 147= & 3\times7^2 \\ \hline & 3\times7 \end{array}$$

따라서 구하는 합은 $7+21=28$ 답 28

19 어떤 자연수를 A라 하면 $A-3$은 8, 9, 12의 공배수이다.

어떤 자연수 A를 두 개 이상의 자연수로 나눈 나머지가 모두 r이다.
➡ $A-r$는 나눈 수들의 공배수이다.

8, 9, 12의 최소공배수는 $2^3\times3^2=72$이므로

$A-3=72,\ 144,\ 216,\ \cdots$

$\therefore A=75,\ 147,\ 219,\ \cdots$

$$\begin{array}{rl} 8= & 2^3 \\ 9= & 3^2 \\ 12= & 2^2\times3 \\ \hline & 2^3\times3^2 \end{array}$$

따라서 구하는 가장 작은 세 자리 자연수는 147이다.

답 147

20 어떤 자연수를 A라 하면 $A+2$는 10, 12, 16의 공배수이다.

10, 12, 16으로 나누면 나누어떨어지기에 모두 2가 부족하므로 어떤 자연수에 2를 더하면 그 수는 10, 12, 16으로 나누어떨어진다.

10, 12, 16의 최소공배수는 $2^4\times3\times5=240$이므로

$A+2=240,\ 480,\ 720,\ 960,\ 1200,\ \cdots$

$$\begin{array}{rl} 10= & 2\times5 \\ 12= & 2^2\times3 \\ 16= & 2^4 \\ \hline & 2^4\times3\times5 \end{array}$$

$\therefore A=238,\ 478,\ 718,\ 958,\ 1198,\ \cdots$

따라서 구하는 세 자리 자연수의 개수는 4이다.

답 ③

21 n은 56, 70, 98의 공약수이므로 최대공약수인 14의 약수이다.

$\therefore n=1,\ 2,\ 7,\ 14$ 답 ③

22 $\frac{1}{48}$과 $\frac{1}{80}$ 중 어느 것을 택하여 곱해도 자연수가 되려면 48과 80의 공배수를 곱해야 한다.

이때 48과 80의 최소공배수는 240이므로 구하는 자연수는 240, 480의 2개이다. 답 2

23 a는 102와 85의 최대공약수이므로 $a=17$

b는 25와 8의 최소공배수이므로 $b=200$

$\therefore b-a=200-17=183$ 답 183

24 $3\frac{11}{15}=\frac{56}{15}$이므로 곱하는 수를 $\frac{a}{b}$ (a, b는 자연수)라 하자.

12와 15의 최소공배수인 60의 배수

a는 12와 15의 공배수이므로

$a=60,\ 120,\ 180,\ \cdots$

7과 56의 최대공약수인 7의 약수

b는 7과 56의 공약수이므로 $b=1,\ 7$

따라서 조건을 만족시키는 수는

$60,\ 120,\ 180,\ \cdots,\ \frac{60}{7},\ \frac{120}{7},\ \frac{180}{7},\ \cdots$

답 ②, ⑤

두 수 A, B의 최대공약수를 G, 최소공배수를 L이라 하면
$A\times B=G\times L$

25 $A\times36=9\times180$ $\therefore A=45$ 답 ②

26 A, B의 최대공약수는 5이므로

$150=5\times$(최소공배수)

$\therefore$ (최소공배수)$=30$ 답 ①

27 $A=13\times a$, $B=13\times b$ (a, b는 서로소, $a<b$)라 하면

$13\times a\times b=65$ $\therefore a\times b=5$

따라서 $a=1$, $b=5$이므로

$A=13$, $B=65$

$\therefore B-A=65-13=52$ 답 52

28 $48=2^4\times3$이므로

$(2^4\times3)\times A=(2^3\times3)\times(2^4\times3\times5)$

따라서 $A=2^3\times3\times5$이므로 약수의 개수는

$(3+1)\times(1+1)\times(1+1)=16$ 답 16

29 세 자연수 $2\times x$, $3\times x$, $5\times x$의 최소공배수는 $2\times3\times5\times x$이므로

$2\times3\times5\times x=180$ $\therefore x=6$

따라서 세 자연수는 $2\times6=12$, $3\times6=18$, $5\times6=30$이므로 세 수의 합은

$12+18+30=60$ 답 60

30 세 자연수를 $2\times x$, $4\times x$, $5\times x$라 하면

$4\times x=2^2\times x$이므로

$2^2\times5\times x=320$ $\therefore x=16$

이때 세 자연수의 최대공약수는 x이므로

16 답 ②

31 $36=18\times2$, $54=18\times3$이고 36, 54, A의 최대공약수가 18이므로

$A=18\times a$ (a는 자연수)

라 하자.

이때 세 수의 최소공배수가 $432=18\times2^3\times3$이므로 a의 값이 될 수 있는 수는

2^3, $2^3\times3$

이때 $A=18\times a$이므로 가장 작은 자연수 A의 값은

$18\times2^3=144$ 답 ⑤

32 $12=4\times3$, $28=4\times7$이고 12, 28, A의 최대공약수가 4이므로

$A=4\times a$ (a는 자연수)

라 하자.

이때 세 수의 최소공배수가 $168=4\times2\times3\times7$이므로 a의 값이 될 수 있는 수는

2, 2×3, 2×7, $2\times3\times7$

이때 $A=4\times a$이므로 A의 값이 될 수 있는 수는

$4\times2=8$, $4\times2\times3=24$, $4\times2\times7=56$,

$4\times2\times3\times7=168$ 답 ④

33 $A=6\times a$, $B=6\times b$ (a, b는 서로소, $a>b$)라 하면

$6\times a\times6\times b=1008$ $\quad\therefore\ a\times b=28$

a와 b는 서로소이므로 $a=14$, $b=2$인 경우는 생각하지 않는다.

(i) $a=28$, $b=1$일 때, $\quad A=168$, $B=6$

(ii) $a=7$, $b=4$일 때, $\quad A=42$, $B=24$

(i), (ii)에서 A, B는 두 자리 자연수이므로

$A=42$, $B=24$

$\therefore\ A+B=42+24=66$ 답 66

34 최대공약수를 G라 하면

$768=G\times96$ $\quad\therefore\ G=8$

따라서

$A=8\times a$, $B=8\times b$ (a, b는 서로소, $a>b$)

라 하면

$8\times a\times b=96$ $\quad\therefore\ a\times b=12$

a와 b는 서로소이므로 $a=6$, $b=2$인 경우는 생각하지 않는다.

(i) $a=12$, $b=1$일 때, $\quad A=96$, $B=8$

$\therefore\ A+B=96+8=104$

(ii) $a=4$, $b=3$일 때, $\quad A=32$, $B=24$

$\therefore\ A+B=32+24=56$

(i), (ii)에서 $A+B$의 값은 56, 104이다.

답 56, 104

35 조건 ㈎에서 $60=20\times3$이므로

$x=20\times a$ (a는 3과 서로소) $\quad\cdots\cdots$ ㉠

라 하고, 조건 ㈏에서 $50=10\times5$이므로

$x=10\times b$ (b는 5와 서로소) $\quad\cdots\cdots$ ㉡

라 하자.

이때 x가 ㉠, ㉡을 모두 만족시켜야 하므로 x는 20과 10의 공배수이면서 a, b가 3, 5와 서로소이어야 한다.

20과 10의 최소공배수는 20이므로

$x=20\times k$ (k는 3, 5와 서로소)

따라서 조건 ㈐를 만족시키는 자연수 x의 값은

$20\times4=80$ 답 80

36 조건 ㈎에서 a, b의 최대공약수가 8이므로

$a=8\times x$, $b=8\times y$ (x, y는 서로소)

라 하면 a, b의 최소공배수가 40이므로

$8\times x\times y=40$ $\quad\therefore\ x\times y=5$

조건 ㈐에서 $b<a$이므로 $\quad x=5$, $y=1$

$\therefore\ a=8\times5=40$, $b=8\times1=8$

조건 ㈏에서 40, c의 최대공약수가 10이므로

$40=10\times4$, $c=10\times z$ (4, z는 서로소)

라 하면 40, c의 최소공배수가 120이므로

$10\times4\times z=120$ $\quad\therefore\ z=3$

$\therefore\ c=10\times3=30$

즉 $a=40$, $b=8$, $c=30$이므로

$a+b+c=40+8+30=78$ 답 78

37 가능한 한 많은 학생에게 똑같이 나누어 주려면 학생 수는 60, 105의 최대공약수이어야 하므로

$3\times5=15$ 답 15

$$\begin{array}{rl} 60= & 2^2\times3\times5 \\ 105= & \quad\ \ 3\times5\times7 \\ \hline & \quad\ \ 3\times5 \end{array}$$

38 최대한 긴 끈을 만들려면 끈의 길이는 64, 112, 144의 최대공약수이어야 하므로

$2^4=16$ (cm)

$$\begin{array}{rl} 64= & 2^6 \\ 112= & 2^4\quad\ \times7 \\ 144= & 2^4\times3^2 \\ \hline & 2^4 \end{array}$$

이때 $64\div16=4$, $112\div16=7$, $144\div16=9$이므로 만들 수 있는 끈의 개수는

$4+7+9=20$ 답 ①

39 가장 큰 정육면체 모양의 카스텔라를 만들려면 한 모서리의 길이는 72, 24, 16의 최대공약수이어야 하므로 $\quad 2^3=8$ (cm)

$$\begin{array}{rl} 72= & 2^3\times3^2 \\ 24= & 2^3\times3 \\ 16= & 2^4 \\ \hline & 2^3 \end{array}$$

이때 $72\div8=9$, $24\div8=3$, $16\div8=2$이므로 정육면체 모양의 카스텔라의 개수는

$9\times3\times2=54$

따라서 총 판매 금액은

$54\times1000=54000$(원) 답 ①

40 최소한의 점을 찍으려면 간격은 90, 144, 162의 최대공약수이어야 하므로

$2\times3^2=18$ (cm)

$$\begin{array}{rl} 90= & 2\ \ \times3^2\times5 \\ 144= & 2^4\times3^2 \\ 162= & 2\ \ \times3^4 \\ \hline & 2\ \ \times3^2 \end{array}$$

이때 $90\div18=5$, $144\div18=8$, $162\div18=9$이므로 점의 개수는

$5+8+9=22$ 답 22개

41 세 전등은 각각 $5+1=6$(초), $10+2=12$(초), $24+6=30$(초)에 한 번씩 켜진다.
세 전등이 처음으로 다시 동시에 켜질 때까지 걸리는 시간은 6, 12, 30의 최소공배수이므로

$6=2\times3$
$12=2^2\times3$
$30=2\times3\times5$
최소공배수: $2^2\times3\times5$

$2^2\times3\times5=60$(초) 답 ④

42 가장 작은 정육면체를 만들려면 정육면체의 한 모서리의 길이는 5, 6, 10의 최소공배수이어야 하므로 한 모서리의 길이는
$2\times3\times5=30$ (cm)
따라서 정육면체의 겉넓이는
$(30\times30)\times6=5400$ (cm^2) 답 5400 cm^2

한 모서리의 길이가 a인 정육면체의 겉넓이 ➡ $(a\times a)\times6$

고난도 Training

W 14쪽

01 13을 소수의 합으로 나타내면
$2+2+2+2+2+3$, $2+2+2+2+5$,
$2+2+2+7$, $2+2+3+3+3$, $2+3+3+5$,
$2+11$, $3+3+7$, $3+5+5$
이므로 $S(x)=13$을 만족시키는 x의 값은
$2^5\times3=96$, $2^4\times5=80$, $2^3\times7=56$,
$2^2\times3^3=108$, $2\times3^2\times5=90$, $2\times11=22$,
$3^2\times7=63$, $3\times5^2=75$
따라서 가장 큰 자연수 x의 값은 108이다. 답 108

생각 13을 소수의 합으로 나타낸 후 조건을 만족시키는 x의 값을 구한다.

02 (ㄱ) $A■B=A\triangle B=k$ (k는 자연수)라 하면 k는 A, B의 배수이면서 약수이므로 $k=A=B$
(ㄴ) $A\times B=(A\triangle B)\times(A■B)$이므로 $A\triangle B=1$이면 $A■B=A\times B$
(ㄷ) $(8\triangle n)■10=10$에서 $8\triangle n$은 10의 약수이므로
$8\triangle n=1, 2, 5, 10$
(i) $8\triangle n=1$일 때,
8과 n은 서로소이므로 $n=3, 5, 7, 9$
(ii) $8\triangle n=2$일 때,
8과 n의 최대공약수가 2이므로 n은 2의 배수이면서 4의 배수는 아니다.
$\therefore n=2, 6$
(iii) $8\triangle n=5$일 때,
8의 약수는 1, 2, 4, 8이므로 8과 n의 최대공약수가 5인 경우는 없다.
즉 이를 만족시키는 n의 값은 존재하지 않는다.
(iv) $8\triangle n=10$일 때,
8의 약수는 1, 2, 4, 8이므로 8과 n의 최대공약수가 10인 경우는 없다.
즉 이를 만족시키는 n의 값은 존재하지 않는다.
이상에서 조건을 만족시키는 n의 값은 2, 3, 5, 6, 7, 9의 6개이다.

(두 수의 곱) $=$ (최대공약수) $\times$ (최소공배수)

따라서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄴ)이다. 답 ②

03 A, B의 최대공약수를 G라 하고
$A=G\times a$, $B=G\times b$
(단, a, b는 서로소인 자연수, $a<b$)
라 하면 두 수의 합은 96이므로
$A+B=G\times a+G\times b=96$ …… ㉠
두 수의 최대공약수와 최소공배수의 곱은 두 수의 곱과 같으므로
$G\times a\times G\times b=2160$ …… ㉡
즉 G는 96, 2160의 공약수이다.
이때 96, 2160의 최대공약수는
$2^4\times3=48$

$96=2^5\times3$
$2160=2^4\times3^3\times5$
최대공약수: $2^4\times3$

따라서 G는 48의 약수 중에서 두 자리 자연수이므로
$G=12$ 또는 $G=16$ 또는 $G=24$ 또는 $G=48$
(i) $G=12$일 때,
㉠에서 $12\times a+12\times b=96$이므로 $a+b=8$
㉡에서 $12\times a\times12\times b=2160$이므로 $a\times b=15$
$\therefore a=3, b=5$
(ii) $G=16$일 때,
㉠에서 $16\times a+16\times b=96$이므로 $a+b=6$
㉡에서 $16\times a\times16\times b=2160$이므로
$a\times b=\frac{135}{16}$
이때 곱이 $\frac{135}{16}$인 두 자연수 a, b의 값은 존재하지 않는다.
(iii) $G=24$일 때,
㉠에서 $24\times a+24\times b=96$이므로 $a+b=4$
㉡에서 $24\times a\times24\times b=2160$이므로 $a\times b=\frac{15}{4}$
이때 곱이 $\frac{15}{4}$인 두 자연수 a, b의 값은 존재하지 않는다.
(iv) $G=48$일 때,
㉠에서 $48\times a+48\times b=96$이므로 $a+b=2$
이때 합이 2인 서로 다른 두 자연수 a, b의 값은 존재하지 않는다.
이상에서 $G=12$이므로
$A=G\times a=12\times3=36$, $B=G\times b=12\times5=60$
$\therefore B-A=60-36=24$ 답 24

04 전체 학생 수를 A라 하면 $A+1$은 5, 6, 8의 공배수이다.
5, 6, 8의 최소공배수는 $2^3\times3\times5=120$이므로
$A+1=120, 240, 360, \cdots$
$\therefore A=119, 239, 359, \cdots$
따라서 전체 학생 수는 239이다.
이때 $239=7\times34+1$이므로 남는 학생은 1명이다.
답 1명

02 정수와 유리수

Lecture 03 정수와 유리수

W 15쪽

01 ④ -1 　답 ④

02 (ㄱ) $+200$ 　(ㄴ) -500
이상에서 옳은 것은 (ㄷ), (ㄹ)이다. 　답 (ㄷ), (ㄹ)

03 양의 유리수는 $1.2,\ \frac{6}{5},\ \frac{8}{2}$의 3개이므로
$a=3$
음의 정수는 -3의 1개이므로 　$b=1$
정수가 아닌 유리수는 $-4.8,\ -\frac{7}{9},\ 1.2,\ \frac{6}{5}$의 4개이므로 　$c=4$
$\therefore a+b+c=3+1+4=8$ 　답 8

04 ① 양수는 $+2.4,\ 2\frac{2}{3}$의 2개이다.
② 정수는 $-7,\ 0,\ -\frac{6}{3}=-2,\ -4$의 4개이다.
③ 음의 정수는 $-7,\ -\frac{6}{3}=-2,\ -4$의 3개이다.
④ 음의 유리수는 $-\frac{1}{5},\ -7,\ -\frac{6}{3},\ -4$의 4개이다.
⑤ 정수가 아닌 유리수는 $-\frac{1}{5},\ +2.4,\ 2\frac{2}{3}$의 3개이다.
답 ④

양수는 양의 부호 +를 생략하고 나타낼 수 있다.

05 $-\frac{15}{3}=-5$이므로
$\left\langle -\frac{15}{3}\right\rangle+\langle -2.1\rangle+\left\langle \frac{9}{5}\right\rangle=1+2+2$
$=5$ 　답 5
참고 $\langle 5\rangle=0,\ \left\langle +\frac{6}{3}\right\rangle=0,\ \langle 0\rangle=1$

06 ③ $\frac{1}{2}$은 양의 유리수이지만 정수가 아니다.
답 ③

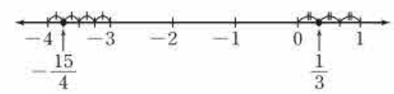
07 (ㄷ) $\frac{1}{3}$과 $\frac{2}{3}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 존재한다.
(ㄹ) 0과 음의 유리수는 $\frac{(\text{자연수})}{(\text{자연수})}$ 꼴로 나타낼 수 없다.
이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄴ)이다. 　답 (ㄱ), (ㄴ)

08 ① A: -3 　② B: -0.5 　④ D: 1 　⑤ E: $\frac{5}{2}$
답 ③

BOX

09 ② B: $-\frac{3}{2}$
④ 음수는 $-\frac{8}{3},\ -\frac{3}{2}$의 2개이다.
⑤ 정수가 아닌 유리수는 $-\frac{8}{3},\ -\frac{3}{2},\ \frac{9}{4}$의 3개이다.
답 ②

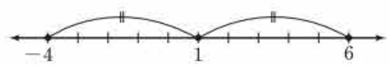
10 $-\frac{15}{4},\ \frac{1}{3}$을 수직선 위에 점으로 나타내면 다음 그림과 같다.



따라서 $a=-4,\ b=0$이므로
$a-b=-4-0=-4$ 　답 -4

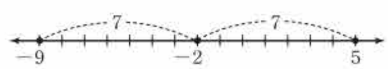
수직선에서 두 수를 나타내는 두 점으로부터 같은 거리에 있는 점이 나타내는 수
➡ 두 점의 한가운데에 있는 점이 나타내는 수

11



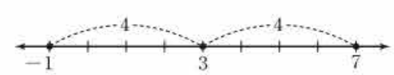
위의 그림에서 -4와 6을 나타내는 두 점으로부터 같은 거리에 있는 점이 나타내는 수는 1이다. 　답 1

12



위의 그림에서 -2를 나타내는 점으로부터 거리가 7인 점이 나타내는 두 수는 -9, 5이다. 　답 ①

13 두 수 a, b를 나타내는 두 점은 3을 나타내는 점에서 각각 $8\times\frac{1}{2}=4$만큼 떨어져 있다.



이때 $a<b$이므로 위의 그림에서
$a=-1,\ b=7$ 　답 $a=-1,\ b=7$

14 두 수 $\frac{1}{9},\ \frac{1}{5}$을 나타내는 두 점 사이의 거리는
$\frac{1}{5}-\frac{1}{9}=\frac{4}{45}$
$\therefore a=\frac{1}{9}+\frac{4}{45}\times\frac{1}{2}=\frac{7}{45}$
또 두 수 $\frac{7}{45},\ \frac{5}{9}$를 나타내는 두 점 사이의 거리는
$\frac{5}{9}-\frac{7}{45}=\frac{2}{5}$
따라서 구하는 수는
$\frac{7}{45}+\frac{2}{5}\times\frac{1}{2}=\frac{16}{45}$ 　답 $\frac{16}{45}$

15 점 A가 나타내는 수는 　1 또는 -1
점 B가 나타내는 수는 　10 또는 -4
따라서 두 점 A, B가 나타내는 수가 각각 -1, -4일 때 두 점은 가장 가까이 있고, 이때 두 점 사이의 거리는 3이다. 　답 3

두 점 사이의 거리는
(i) A: 1, B: 10일 때, 9
(ii) A: 1, B: -4일 때, 5
(iii) A: -1, B: 10일 때, 11
(iv) A: -1, B: -4일 때, 3

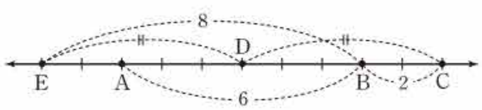
16 점 A가 나타내는 수는 6 또는 -2
점 B가 나타내는 수는 8 또는 -4
따라서 두 점 A, B가 나타내는 수가 각각 6, -4 또는 -2, 8일 때 두 점은 가장 멀리 떨어져 있고, 이때 두 점 사이의 거리는 10이다. 답 ②

17 두 점 A, B 사이의 거리는 $4-\frac{3}{2}=\frac{5}{2}$
이때 점 C는 점 B에서 왼쪽으로 $\frac{5}{2}\times\frac{1}{5}=\frac{1}{2}$만큼 떨어진 점이므로 점 C가 나타내는 수는
$4-\frac{1}{2}=\frac{7}{2}$ 답 $\frac{7}{2}$

18 두 점 A, D가 나타내는 수는 각각 -1, 11이고, 두 점 사이의 거리는 12이므로 두 점 A와 B, B와 C, C와 D, D와 E 사이의 거리는 모두 $\frac{12}{3}=4$
따라서 세 점 B, C, E가 나타내는 수는 각각 3, 7, 15이다. 답 B: 3, C: 7, E: 15

-1을 나타내는 점보다 각각 4, 8, 16만큼 오른쪽에 있는 점이 나타내는 수이다.

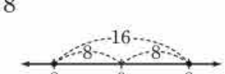
19 (1) 주어진 조건을 만족시키는 5명의 학생 A, B, C, D, E의 위치를 수직선 위에 점으로 나타내면 다음 그림과 같다.



따라서 앞에 있는 학생부터 차례대로 나열하면
C, B, D, A, E
(2) E와 C 사이의 거리는 $8+2=10$ (m)이므로 D와 C 사이의 거리는
$10\times\frac{1}{2}=5$ (m)
따라서 B와 D 사이의 거리는
$5-2=3$ (m)
답 (1) C, B, D, A, E (2) 3 m

Lecture 04 수의 대소 관계 W 18쪽

01 절댓값이 8인 수는 8, -8
오른쪽 그림에서 두 수를 나타내는 두 점 사이의 거리는
16 답 ⑤



02 절댓값이 5인 수는 5, -5
이 중 수직선에서 0을 나타내는 점의 오른쪽에 있는 점은 양수를 나타내므로 $a=5$
절댓값이 $\frac{1}{3}$인 수는 $\frac{1}{3}$, $-\frac{1}{3}$
이 중 수직선에서 0을 나타내는 점의 왼쪽에 있는 점은 음수를 나타내므로 $b=-\frac{1}{3}$
답 $a=5$, $b=-\frac{1}{3}$

03 ① 0의 절댓값은 0이다.
③ 절댓값이 2보다 작은 정수는 -1, 0, 1의 3개이다.
④ $|1|=|-1|$이지만 $1\neq-1$
답 ②, ⑤

04 ③ $-2<1$이지만 $|-2|>|1|$
답 ③

05 두 수 x, y를 나타내는 점은 0을 나타내는 점에서 각각 $12\times\frac{1}{2}=6$만큼 떨어진 점이다.
$\therefore |x|=6$ 답 6

06 두 수는 0을 나타내는 점에서 각각 $\frac{9}{5}\times\frac{1}{2}=\frac{9}{10}$만큼 떨어진 점이 나타내는 수이므로 $\frac{9}{10}$, $-\frac{9}{10}$이다.
따라서 두 수 중 큰 수는 $\frac{9}{10}$이다. 답 ④

07 두 수 x, y는 0을 나타내는 점에서 각각 $7\times\frac{1}{2}=\frac{7}{2}$만큼 떨어진 점이 나타내는 수이다.
이때 $x>y$이므로 $x=\frac{7}{2}$, $y=-\frac{7}{2}$
따라서 $-\frac{7}{2}=-3.5$와 $\frac{7}{2}=3.5$ 사이에 있는 정수는 -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3의 7개이다. 답 7

08 $\left|\frac{3}{4}\right|<|-1|<\left|\frac{11}{5}\right|<|-3.3|<\left|-\frac{14}{3}\right|$이므로 0을 나타내는 점에서 가장 가까운 것은 ④이다.
답 ④

0을 나타내는 점에서 가장 가깝다.
➡ 절댓값이 가장 작다.

09 $\left|-\frac{3}{7}\right|<|2.5|<\left|\frac{15}{4}\right|<|5|<|-6|$이므로 절댓값이 가장 큰 수는 -6, 절댓값이 가장 작은 수는 $-\frac{3}{7}$이다. 답 -6, $-\frac{3}{7}$

10 $|x|<3$이고 x는 정수이므로 $|x|=0, 1, 2$
절댓값이 0인 수는 0
절댓값이 1인 수는 1, -1
절댓값이 2인 수는 2, -2
따라서 정수 x는 5개이다. 답 ③

11 ⑤ $\left|-\frac{2}{3}\right|=\frac{2}{3}=\frac{4}{6}$, $\left|-\frac{1}{6}\right|=\frac{1}{6}$이므로
$\left|-\frac{2}{3}\right|>\left|-\frac{1}{6}\right|$
답 ⑤

수의 대소 관계
① (음수)<0<(양수)
② 양수
➡ 절댓값이 큰 수가 더 크다.
③ 음수
➡ 절댓값이 큰 수가 더 작다.

12 $-4<-\frac{10}{3}<0<\frac{5}{6}<\frac{7}{5}<2$이므로 가장 큰 수는 2이고, 두 번째로 작은 수는 $-\frac{10}{3}$이다.

따라서 $a=2$, $b=-\frac{10}{3}$이므로

$|a|+|b|=2+\frac{10}{3}=\frac{16}{3}$ 답 $\frac{16}{3}$

13 $-3.7<-\frac{11}{5}<-\frac{1}{3}<0<2<\frac{9}{2}$,

$|0|<\left|-\frac{1}{3}\right|<|2|<\left|-\frac{11}{5}\right|<|-3.7|<\left|\frac{9}{2}\right|$

① 가장 큰 음수는 $-\frac{1}{3}$이다.

③ 가장 작은 수는 -3.7이다.

④ 절댓값이 가장 큰 수는 $\frac{9}{2}$이다.

⑤ 절댓값이 2보다 큰 수는 $-\frac{11}{5}$, -3.7, $\frac{9}{2}$의 3개이다.

답 ②

14 답 ③

15 ② $2\le x\le 7$ 답 ②

① 작지 않다.
➡ 크거나 같다.
② 크지 않다.
➡ 작거나 같다.

16 8보다 작은 자연수는 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7의 7개이므로

$a=7$

$-\frac{3}{2}=-1.5$이므로 $-\frac{3}{2}\le x\le 6$을 만족시키는 정수 x는 -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6의 8개이다.

$\therefore b=8$

$\therefore a+b=7+8=15$ 답 15

17 $\frac{11}{5}=2.2$이므로 $-4.2<x\le\frac{11}{5}$을 만족시키는 정수 x는

-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2

따라서 절댓값이 가장 큰 수는 -4이다. 답 -4

$|-4|=4$,
$|-3|=3$,
$|-2|=|2|=2$,
$|-1|=|1|=1$,
$|0|=0$

18 조건 (가)에서 $2\le x\le 7$이므로 정수 x는

2, 3, 4, 5, 6, 7

조건 (나)에서 $|x|\le 5$이므로 정수 x는

-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5

조건 (다)에서 정수 x는

1, 3, 5, 7, 9

조건 (가), (나), (다)를 모두 만족시키는 정수 x는

3, 5

따라서 $M=5$, $m=3$이므로

$M-m=5-3=2$ 답 ②

x의 절댓값은 5보다 크지 않다.
➡ x의 절댓값은 5보다 작거나 같다.
➡ $|x|\le 5$

Q BOX

생각 톡
$|a|\ge 0$, $|b|\ge 0$이므로
$|a|=0$, $|b|=4$,
$|a|=1$, $|b|=3$,
$|a|=2$, $|b|=2$,
$|a|=3$, $|b|=1$,
$|a|=4$, $|b|=0$
일 때로 나누어 a, b의 값을 구한다.

19 $a<b$이고 $|a|+|b|=4$인 경우는

(i) $|a|=0$, $|b|=4$일 때,
$a=0$, $b=4$

(ii) $|a|=1$, $|b|=3$일 때,
$a=1$, $b=3$ 또는 $a=-1$, $b=3$

(iii) $|a|=2$, $|b|=2$일 때,
$a=-2$, $b=2$

(iv) $|a|=3$, $|b|=1$일 때,
$a=-3$, $b=1$ 또는 $a=-3$, $b=-1$

(v) $|a|=4$, $|b|=0$일 때,
$a=-4$, $b=0$

이상에서 (a, b)는

(0, 4), (1, 3), $(-1, 3)$, $(-2, 2)$,
$(-3, 1)$, $(-3, -1)$, $(-4, 0)$

의 7개이다. 답 7

16과 24의 최대공약수인 8의 약수

20 조건 (가)에서 a는 16과 24의 공약수이므로 정수 a는 1, 2, 4, 8

(i) $a=1$일 때, $\frac{1}{6}<|b|<\frac{1}{2}$
이를 만족시키는 정수 b는 없다.

(ii) $a=2$일 때, $\frac{1}{6}<\left|\frac{b}{2}\right|<\frac{1}{2}$
$\frac{1}{6}<\left|\frac{3\times b}{6}\right|<\frac{3}{6}$에서 $1<|3\times b|<3$
이를 만족시키는 정수 b는 없다.

(iii) $a=4$일 때, $\frac{1}{6}<\left|\frac{b}{4}\right|<\frac{1}{2}$
$\frac{2}{12}<\left|\frac{3\times b}{12}\right|<\frac{6}{12}$에서 $2<|3\times b|<6$
b는 정수이므로 $|3\times b|$의 값이 될 수 있는 수는 3이다.
즉 $3\times b=3$ 또는 $3\times b=-3$이므로
$b=1$ 또는 $b=-1$

(iv) $a=8$일 때, $\frac{1}{6}<\left|\frac{b}{8}\right|<\frac{1}{2}$
$\frac{4}{24}<\left|\frac{3\times b}{24}\right|<\frac{12}{24}$에서 $4<|3\times b|<12$
b는 정수이므로 $|3\times b|$의 값이 될 수 있는 수는 6, 9이다.
즉 $3\times b=6$ 또는 $3\times b=-6$ 또는 $3\times b=9$ 또는 $3\times b=-9$이므로
$b=2$ 또는 $b=-2$ 또는 $b=3$ 또는 $b=-3$

이상에서 (a, b)는

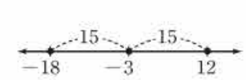
(4, 1), $(4, -1)$, (8, 2), $(8, -2)$,
(8, 3), $(8, -3)$

의 6개이다. 답 6

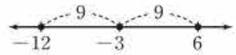
생각 톡
$|a|=12$를 만족시키는 a의 값을 기준으로 경우를 나누어 b의 값을 구한다.

21 $|a|=12$이므로 $a=12$ 또는 $a=-12$

(i) $a=12$일 때,
오른쪽 그림에서
$b=-18$



(ii) $a=-12$일 때,
오른쪽 그림에서
$b=6$

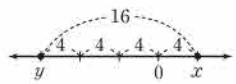


(i), (ii)에서 b의 값이 될 수 있는 수는 6, -18이다.

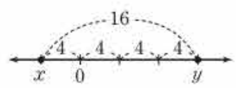
답 6, -18

22 $3\times|x|=|y|$이므로 수직선에서 0을 나타내는 점과 y를 나타내는 점 사이의 거리는 0을 나타내는 점과 x를 나타내는 점 사이의 거리의 3배이다.

(i) x는 양수, y는 음수일 때,
오른쪽 그림에서
$x=4$, $y=-12$



(ii) x는 음수, y는 양수일 때,
오른쪽 그림에서
$x=-4$, $y=12$



(i), (ii)에서 $(x,\ y)$는
$(4,\ -12)$, $(-4,\ 12)$

답 $(4,\ -12)$, $(-4,\ 12)$

생각 톡
주어진 조건에서 $x\neq0$이므로 x의 값이 양수인 경우와 음수인 경우로 나누어 생각한다.

23 $|-4|=4$, $|3|=3$이므로 $M(-4,\ 3)=4$
$|5|=5$, $|6|=6$이므로 $M(5,\ 6)=6$
$\therefore M(-4,\ 3)+M(5,\ 6)=4+6=10$

답 ④

$M(a,\ b)$는 $|a|$, $|b|$ 중 크거나 같은 값이다.

24 $-2>-4$이므로 $m(-2,\ -4)=|-4|=4$
$\frac{4}{3}>-1$이므로 $m\left(\frac{4}{3},\ -1\right)=|-1|=1$
$\therefore m(-2,\ -4)+m\left(\frac{4}{3},\ -1\right)=4+1=5$

답 5

$m(a,\ b)$는 a, b 중 작거나 같은 수의 절댓값이다.

25 $\frac{7}{4}=1.75$이므로 $1.8>\frac{7}{4}$
$\therefore 1.8\blacktriangle\frac{7}{4}=1.8$
$\left|-\frac{5}{2}\right|=\frac{5}{2}=\frac{10}{4}$, $\left|-\frac{11}{4}\right|=\frac{11}{4}$이므로
$\left|-\frac{5}{2}\right|<\left|-\frac{11}{4}\right|$
$\therefore \left(-\frac{5}{2}\right)\triangle\left(-\frac{11}{4}\right)=-\frac{11}{4}$
$|1.8|=1.8$, $\left|-\frac{11}{4}\right|=\frac{11}{4}=2.75$이므로
$|1.8|<\left|-\frac{11}{4}\right|$
$\therefore \left(1.8\blacktriangle\frac{7}{4}\right)\triangle\left\{\left(-\frac{5}{2}\right)\triangle\left(-\frac{11}{4}\right)\right\}$
$=1.8\triangle\left(-\frac{11}{4}\right)=-\frac{11}{4}$

답 $-\frac{11}{4}$

26 $-\frac{2}{3}=-\frac{6}{9}$과 $\frac{5}{9}$ 사이에 있는 정수가 아닌 유리수 중에서 기약분수로 나타낼 때 분모가 9인 것은
$-\frac{5}{9}$, $-\frac{4}{9}$, $-\frac{2}{9}$, $-\frac{1}{9}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{2}{9}$, $\frac{4}{9}$
의 7개이다.

답 7

$-\frac{3}{9}=-\frac{1}{3}$, $\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$은 기약분수로 나타낼 때 분모가 9가 아니다.

27 $\frac{4}{5}=\frac{24}{30}$와 $\frac{5}{2}=\frac{75}{30}$ 사이에 있는 유리수 중에서 기약분수로 나타낼 때 분모가 3이 되려면 분자가 10의 배수이어야 하므로
$\frac{30}{30}=1$, $\frac{40}{30}=\frac{4}{3}$, $\frac{50}{30}=\frac{5}{3}$,
$\frac{60}{30}=2$, $\frac{70}{30}=\frac{7}{3}$
따라서 기약분수로 나타낼 때 분모가 3인 유리수는 $\frac{4}{3}$, $\frac{5}{3}$, $\frac{7}{3}$이므로 구하는 합은
$\frac{4}{3}+\frac{5}{3}+\frac{7}{3}=\frac{16}{3}$

답 ④

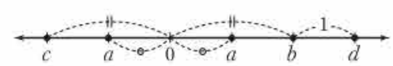
Q쌤 한마디
$\frac{4}{5}=\frac{8}{10}$, $\frac{5}{2}=\frac{25}{10}$로 통분할 수도 있지만 두 수 사이에 있는 분모가 3인 기약분수를 찾기 위해 주어진 두 수의 분모를 3의 배수가 되도록 통분합니다.

28 b, c가 서로 다른 수이므로 조건 (가), (나)에서
$b>0$, $c<0$
조건 (다)에서 $b<d$
이때 조건 (라)에서 a의 절댓값이 가장 작으므로
$c<a<b<d$

답 c, a, b, d

$|b|=|c|$이고 $b>0$이므로
$d=|c|+1$
$=|b|+1$
$=b+1$

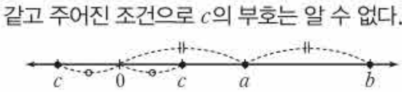
참고 네 수 a, b, c, d를 수직선 위에 점으로 나타내면 다음 그림과 같고 주어진 조건으로 a의 부호는 알 수 없다.



29 조건 (가)에서 $a>0$, $|a|<|b|$
이때 조건 (나)에서 $b>0$이므로 $0<a<b$
또 조건 (다)에서 c의 절댓값이 가장 작으므로
$c<a<b$

답 $c<a<b$

참고 세 수 a, b, c를 수직선 위에 점으로 나타내면 다음 그림과 같고 주어진 조건으로 c의 부호는 알 수 없다.



30 $-\frac{5}{2}=-2.5$보다 작거나 같은 수 중에서 가장 큰 정수는 -3이므로
$a=\left[-\frac{5}{2}\right]=-3$
2.1보다 작거나 같은 수 중에서 가장 큰 정수는 2이므로
$b=[2.1]=2$

답 $a=-3$, $b=2$

x보다 크지 않은 수
➡ x보다 작거나 같은 수

31 -5.7보다 작거나 같은 수 중에서 가장 큰 정수는 -6이므로
$a=[-5.7]=-6$
$\therefore |a|=|-6|=6$
-2보다 작거나 같은 수 중에서 가장 큰 정수는 -2이므로

$b=[-2]=-2$

$\therefore |b|=|-2|=2$

$\frac{1}{3}=0.333\cdots$보다 작거나 같은 수 중에서 가장 큰 정수는 0이므로

$c=\left[\frac{1}{3}\right]=0$

$\therefore |c|=|0|=0$

$\therefore |a|+|b|+|c|=6+2+0=8$ 답 ③

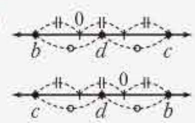
고난도 Training

W 23쪽

01 조건 (나)에서 $b<0<c$ 또는 $c<0<b$

조건 (다), (라)에서

$b<0<d<c$ 또는 $c<d<0<b$



➡ 원점을 기준으로 c, d는 같은 쪽에 있다.

이때 조건 (마)에서 네 점 중 한 점만 원점의 왼쪽에 있으므로

$b<0<d<c$

조건 (가)에서 $|a|$, $|b|$, $|c|$, $|d|$ 중 $|a|$의 값이 가장 크고, 조건 (마)에서 네 점 중 한 점만 원점의 왼쪽에 있으므로 $a>0$이다.

$\therefore b<d<c<a$ 답 b, d, c, a

02 절댓값이 $\square$ 이하인 정수가 51개이므로 이 중 0을 제외한 정수는 50개이다.

> 절댓값이 0 ➡ 0
> 절댓값이 1 ➡ 1, −1
> 절댓값이 2 ➡ 2, −2
> ⋮
> 절댓값이 ■ ➡ ■, −■

$\therefore \square=\frac{50}{2}=25$ 답 25

03 $\frac{2}{3}=\frac{40}{60}$과 $\frac{27}{4}=\frac{405}{60}$ 사이에 있는 유리수 중에서 기약분수로 나타낼 때 분모가 5가 되려면 분자는 12의 배수이어야 한다.

> 분모를 3, 4, 5의 최소공배수인 60으로 통분한다.

즉 분자를 $12\times n$ (n은 정수)이라 하면 가능한 정수 n의 값은

4, 5, 6, ⋯, 33의 30개

이 중 $12\times n$이 60의 배수가 되는 n의 값은

> $\frac{12\times n}{60}$이 정수가 된다.

5, 10, 15, ⋯, 30의 6개

따라서 구하는 유리수의 개수는

$30-6=24$ 답 ①

04 조건 (가)에서 $a>0$, $b>0$

b, c가 서로 다른 수이고 $b>0$이므로 조건 (나)에서

$b=4$, $c=-4$

조건 (다)에서 $4<|a|<7$이므로 $|a|=5$, 6

이때 $|a|$의 약수의 개수가 2이므로 $|a|=5$

따라서 $a>0$이므로 $a=5$

답 $a=5$, $b=4$, $c=-4$

03 유리수의 계산

Lecture 05 유리수의 덧셈과 뺄셈

W 24쪽

01 ① $\left(+\frac{2}{3}\right)+\left(-\frac{1}{6}\right)=\left(+\frac{4}{6}\right)+\left(-\frac{1}{6}\right)$

$=+\left(\frac{4}{6}-\frac{1}{6}\right)=\frac{1}{2}$

② $(-2.7)+(-3.9)=-(2.7+3.9)=-6.6$

③ $\left(-\frac{3}{4}\right)+\left(-\frac{4}{3}\right)=\left(-\frac{9}{12}\right)+\left(-\frac{16}{12}\right)$

$=-\left(\frac{9}{12}+\frac{16}{12}\right)=-\frac{25}{12}$

④ $(-6.5)+(+8.2)=+(8.2-6.5)=1.7$

⑤ $\left(+\frac{1}{5}\right)+\left(+\frac{2}{7}\right)=\left(+\frac{7}{35}\right)+\left(+\frac{10}{35}\right)$

$=+\left(\frac{7}{35}+\frac{10}{35}\right)=\frac{17}{35}$

답 ③

02 답 ②

03 $-3.5<-\frac{7}{3}<-1.3<\frac{7}{4}<\frac{13}{5}$이므로

> 음수는 절댓값이 클수록 작고, 양수는 절댓값이 클수록 크다.

$a=\frac{13}{5}$

$|-1.3|<\left|\frac{7}{4}\right|<\left|-\frac{7}{3}\right|<\left|\frac{13}{5}\right|<|-3.5|$이므로

$b=-1.3$

$\therefore a+b=\frac{13}{5}+(-1.3)$

$=\left(+\frac{26}{10}\right)+\left(-\frac{13}{10}\right)$

$=+\left(\frac{26}{10}-\frac{13}{10}\right)=\frac{13}{10}$ 답 $\frac{13}{10}$

04 ① $(+1)-(-3)=(+1)+(+3)=4$

② $(-3)-(+5)=(-3)+(-5)=-8$

③ $(-1.4)-(-0.6)=(-1.4)+(+0.6)=-0.8$

④ $(+1.7)-(+3.7)=(+1.7)+(-3.7)=-2$

⑤ $\left(+\frac{3}{4}\right)-\left(-\frac{11}{4}\right)=\left(+\frac{3}{4}\right)+\left(+\frac{11}{4}\right)=\frac{7}{2}$

답 ④

05 ① $(-4)-(-7)=(-4)+(+7)=3$

② $(-0.6)-(+0.5)=(-0.6)+(-0.5)=-1.1$

③ $(+3.2)-(-1.5)=(+3.2)+(+1.5)=4.7$

④ $\left(+\frac{3}{4}\right)-\left(+\frac{2}{3}\right)=\left(+\frac{9}{12}\right)+\left(-\frac{8}{12}\right)=\frac{1}{12}$

⑤ $\left(-\frac{3}{5}\right)-\left(-\frac{4}{15}\right)=\left(-\frac{9}{15}\right)+\left(+\frac{4}{15}\right)=-\frac{1}{3}$

답 ④

06 ① $(-6)-(-9)=(-6)+(+9)=3$

② $(+1.3)-(+0.4)=(+1.3)+(-0.4)=0.9$

③ $(+2.7)-(-1.8)=(+2.7)+(+1.8)=4.5$

④ $\left(-\frac{1}{3}\right)-\left(+\frac{1}{6}\right)=\left(-\frac{2}{6}\right)+\left(-\frac{1}{6}\right)=-\frac{1}{2}$

⑤ $\left(+\frac{7}{8}\right)-\left(-\frac{5}{2}\right)=\left(+\frac{7}{8}\right)+\left(+\frac{20}{8}\right)=\frac{27}{8}$

계산 결과를 수직선 위에 나타낼 때, 가장 오른쪽에 있는 것은 가장 큰 수이므로 계산 결과가 가장 큰 것은 ③이다.

답 ③

$-\frac{1}{2}<0.9<3<\frac{27}{8}<4.5$

07 ① $-3+2-9=(-3)+(+2)-(+9)$
$=(-3)+(+2)+(-9)$
$=\{(-3)+(+2)\}+(-9)$
$=(-1)+(-9)=-10$

② $\left(+\frac{5}{6}\right)-\left(+\frac{1}{3}\right)-(-1)$
$=\left(+\frac{5}{6}\right)+\left(-\frac{1}{3}\right)+(+1)$
$=\left\{\left(+\frac{5}{6}\right)+\left(-\frac{2}{6}\right)\right\}+(+1)$
$=\left(+\frac{1}{2}\right)+(+1)$
$=\left(+\frac{1}{2}\right)+\left(+\frac{2}{2}\right)=\frac{3}{2}$

③ $-2.3-3.3-2+4$
$=(-2.3)-(+3.3)-(+2)+(+4)$
$=(-2.3)+(-3.3)+(-2)+(+4)$
$=\{(-2.3)+(-3.3)\}+\{(-2)+(+4)\}$
$=(-5.6)+(+2)=-3.6$

④ $(-1.3)-\left(+\frac{1}{2}\right)+(+3)-\left(-\frac{1}{5}\right)$
$=(-1.3)+\left(-\frac{1}{2}\right)+(+3)+\left(+\frac{1}{5}\right)$
$=\{(-1.3)+(+3)\}+\left\{\left(-\frac{5}{10}\right)+\left(+\frac{2}{10}\right)\right\}$
$=(+1.7)+\left(-\frac{3}{10}\right)$
$=\left(+\frac{17}{10}\right)+\left(-\frac{3}{10}\right)=\frac{7}{5}$

덧셈의 교환법칙과 결합법칙을 이용하여 더하는 순서를 바꾸어 계산한다.

⑤ $\frac{1}{4}-\frac{2}{5}+\frac{5}{6}-\frac{4}{15}$
$=\left(+\frac{1}{4}\right)-\left(+\frac{2}{5}\right)+\left(+\frac{5}{6}\right)-\left(+\frac{4}{15}\right)$
$=\left(+\frac{1}{4}\right)+\left(-\frac{2}{5}\right)+\left(+\frac{5}{6}\right)+\left(-\frac{4}{15}\right)$
$=\left\{\left(+\frac{3}{12}\right)+\left(+\frac{10}{12}\right)\right\}+\left\{\left(-\frac{6}{15}\right)+\left(-\frac{4}{15}\right)\right\}$
$=\left(+\frac{13}{12}\right)+\left(-\frac{2}{3}\right)$
$=\left(+\frac{13}{12}\right)+\left(-\frac{8}{12}\right)=\frac{5}{12}$

답 ④

08 ① $(-4.2)+(+9)+(-6.8)$
$=\{(-4.2)+(-6.8)\}+(+9)$
$=(-11)+(+9)=-2$

② $\left(+\frac{3}{4}\right)-\left(+\frac{2}{3}\right)-(-2)$
$=\left(+\frac{3}{4}\right)+\left(-\frac{2}{3}\right)+(+2)$
$=\left\{\left(+\frac{9}{12}\right)+\left(-\frac{8}{12}\right)\right\}+(+2)$
$=\left(+\frac{1}{12}\right)+\left(+\frac{24}{12}\right)=\frac{25}{12}$

③ $1-2.2+1.7=(+1)-(+2.2)+(+1.7)$
$=(+1)+(-2.2)+(+1.7)$
$=(+1)+\{(-2.2)+(+1.7)\}$
$=(+1)+(-0.5)=0.5$

④ $-\frac{1}{5}+\frac{3}{10}-\frac{1}{2}+1$
$=\left(-\frac{1}{5}\right)+\left(+\frac{3}{10}\right)-\left(+\frac{1}{2}\right)+(+1)$
$=\left(-\frac{1}{5}\right)+\left(+\frac{3}{10}\right)+\left(-\frac{1}{2}\right)+(+1)$
$=\left\{\left(-\frac{2}{10}\right)+\left(+\frac{3}{10}\right)\right\}+\left\{\left(-\frac{1}{2}\right)+\left(+\frac{2}{2}\right)\right\}$
$=\left(+\frac{1}{10}\right)+\left(+\frac{1}{2}\right)$
$=\left(+\frac{1}{10}\right)+\left(+\frac{5}{10}\right)=\frac{3}{5}$

⑤ $4-\left\{\frac{9}{4}+\left(2.5-\frac{1}{8}\right)\right\}$
$=(+4)-\left[\left(+\frac{9}{4}\right)+\left\{\left(+\frac{5}{2}\right)-\left(+\frac{1}{8}\right)\right\}\right]$
$=(+4)-\left[\left(+\frac{9}{4}\right)+\left\{\left(+\frac{20}{8}\right)+\left(-\frac{1}{8}\right)\right\}\right]$
$=(+4)-\left\{\left(+\frac{9}{4}\right)+\left(+\frac{19}{8}\right)\right\}$
$=(+4)-\left\{\left(+\frac{18}{8}\right)+\left(+\frac{19}{8}\right)\right\}$
$=(+4)-\left(+\frac{37}{8}\right)$
$=\left(+\frac{32}{8}\right)+\left(-\frac{37}{8}\right)=-\frac{5}{8}$

계산 결과를 수직선 위에 나타낼 때, 왼쪽에서 두 번째에 있는 것은 두 번째로 작은 수이므로 계산 결과가 두 번째로 작은 것은 ⑤이다.

답 ⑤

$-2<-\frac{5}{8}<0.5<\frac{3}{5}<\frac{25}{12}$

09 계산한 결과가 가장 작으려면 ㉡에는 세 수 중 가장 큰 수인 $\frac{1}{3}$을 넣어야 한다.

따라서 구하는 값은

$-\frac{1}{6}-\frac{1}{3}+\frac{1}{18}=\left(-\frac{1}{6}\right)-\left(+\frac{1}{3}\right)+\left(+\frac{1}{18}\right)$
$=\left(-\frac{1}{6}\right)+\left(-\frac{1}{3}\right)+\left(+\frac{1}{18}\right)$
$=\left\{\left(-\frac{1}{6}\right)+\left(-\frac{2}{6}\right)\right\}+\left(+\frac{1}{18}\right)$
$=\left(-\frac{1}{2}\right)+\left(+\frac{1}{18}\right)$
$=\left(-\frac{9}{18}\right)+\left(+\frac{1}{18}\right)$
$=-\frac{4}{9}$

답 $-\frac{4}{9}$

10 $\frac{1}{6}+\frac{1}{12}+\frac{1}{20}+\frac{1}{30}+\frac{1}{42}$

$=\frac{1}{2\times3}+\frac{1}{3\times4}+\frac{1}{4\times5}+\frac{1}{5\times6}+\frac{1}{6\times7}$

$=\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)+\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{5}\right)+\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{6}\right)$
$+\left(\frac{1}{6}-\frac{1}{7}\right)$

$=\frac{1}{2}+\left(-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\right)+\left(-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\right)+\left(-\frac{1}{5}+\frac{1}{5}\right)$
$+\left(-\frac{1}{6}+\frac{1}{6}\right)-\frac{1}{7}$

$=\frac{1}{2}-\frac{1}{7}=\frac{7}{14}-\frac{2}{14}=\frac{5}{14}$ 답 $\frac{5}{14}$

11 $\square-\frac{1}{3}+\frac{5}{4}=\frac{11}{6}$에서

$\square-\frac{4}{12}+\frac{15}{12}=\frac{11}{6}$, $\square+\frac{11}{12}=\frac{11}{6}$

$\therefore \square=\frac{11}{6}-\frac{11}{12}=\frac{22}{12}-\frac{11}{12}=\frac{11}{12}$ 답 $\frac{11}{12}$

12 $a=\frac{7}{6}+\frac{3}{2}=\frac{7}{6}+\frac{9}{6}=\frac{8}{3}$

$b=-\frac{3}{5}-\left(-\frac{2}{3}\right)=-\frac{9}{15}+\frac{10}{15}=\frac{1}{15}$

$\therefore a+b=\frac{8}{3}+\frac{1}{15}$

$=\frac{40}{15}+\frac{1}{15}=\frac{41}{15}$ 답 $\frac{41}{15}$

13 어떤 수를 $\square$라 하면

$\square-(-3)=\frac{40}{7}$

$\therefore \square=\frac{40}{7}+(-3)=\frac{40}{7}+\left(-\frac{21}{7}\right)=\frac{19}{7}$

따라서 바르게 계산하면

$\frac{19}{7}+(-3)=\frac{19}{7}+\left(-\frac{21}{7}\right)=-\frac{2}{7}$ 답 ③

생각 톡
어떤 수를 $\square$라 하고 식을 세운다.

14 a의 절댓값이 1.2이므로

$a=1.2$ 또는 $a=-1.2$

b의 절댓값이 $\frac{3}{4}$이므로

$b=\frac{3}{4}$ 또는 $b=-\frac{3}{4}$

a가 음수이고 b가 양수일 때 $a-b$의 값이 가장 작으므로 구하는 값은

$a-b=-1.2-\frac{3}{4}$

$=-\frac{24}{20}-\frac{15}{20}=-\frac{39}{20}$ 답 ①

$a-b$의 값 중
① 가장 큰 것
➡ (양수)−(음수)
② 가장 작은 것
➡ (음수)−(양수)

15 $|a|<5$이므로 a가 될 수 있는 값은

$-4, -3, \cdots, 3, 4$

$|b|<13$이므로 b가 될 수 있는 값은

$-12, -11, \cdots, 11, 12$

$a=4$, $b=-12$일 때 $a-b$의 값이 가장 크므로 구하는 값은

$a-b=4-(-12)=4+(+12)=16$ 답 16

16 $|a|=\frac{5}{2}$이므로

$a=\frac{5}{2}$ 또는 $a=-\frac{5}{2}$

$|b|=4$이므로

$b=4$ 또는 $b=-4$

a, b가 모두 양수일 때 $a+b$의 값이 가장 크므로

$M=\frac{5}{2}+4=\frac{5}{2}+\frac{8}{2}=\frac{13}{2}$

a, b가 모두 음수일 때 $a+b$의 값이 가장 작으므로

$m=-\frac{5}{2}+(-4)=-\frac{5}{2}-\frac{8}{2}=-\frac{13}{2}$

$\therefore M-m=\frac{13}{2}-\left(-\frac{13}{2}\right)$

$=\frac{13}{2}+\frac{13}{2}=13$ 답 13

$a+b$의 값 중
① 가장 큰 것
➡ (양수)+(양수)
② 가장 작은 것
➡ (음수)+(음수)

17 점 A가 나타내는 수는

$(-5)+\left(+\frac{25}{6}\right)-\left(+\frac{7}{4}\right)$

$=(-5)+\left(+\frac{25}{6}\right)+\left(-\frac{7}{4}\right)$

$=(-5)+\left\{\left(+\frac{50}{12}\right)+\left(-\frac{21}{12}\right)\right\}$

$=(-5)+\left(+\frac{29}{12}\right)$

$=\left(-\frac{60}{12}\right)+\left(+\frac{29}{12}\right)=-\frac{31}{12}$ 답 $-\frac{31}{12}$

18 $a=-2-\frac{1}{2}=-\frac{5}{2}$, $b=-1$, $c=-\frac{1}{3}$,

$d=1+\frac{2}{3}=\frac{5}{3}$

$\therefore a+b-c-d$

$=\left(-\frac{5}{2}\right)+(-1)-\left(-\frac{1}{3}\right)-\left(+\frac{5}{3}\right)$

$=\left(-\frac{5}{2}\right)+(-1)+\left(+\frac{1}{3}\right)+\left(-\frac{5}{3}\right)$

$=\left(-\frac{15}{6}\right)+\left(-\frac{6}{6}\right)+\left(+\frac{2}{6}\right)+\left(-\frac{10}{6}\right)$

$=-\frac{29}{6}$ 답 $-\frac{29}{6}$

19 (ㄱ) $3+(-6)=-3$

(ㄴ) $-1-(-2)=-1+2=1$

(ㄷ) $-\frac{2}{3}+\frac{1}{2}=-\frac{4}{6}+\frac{3}{6}=-\frac{1}{6}$

(ㄹ) $\frac{5}{3}-\frac{7}{6}=\frac{10}{6}-\frac{7}{6}=\frac{1}{2}$

이상에서 음수인 것은 (ㄱ), (ㄷ)이다. 답 ②

① a보다 b만큼 큰 수
➡ $a+b$
② a보다 b만큼 작은 수
➡ $a-b$

20 $a=-3+\left(-\frac{3}{2}\right)=-\frac{6}{2}+\left(-\frac{3}{2}\right)=-\frac{9}{2}$

$b=4-\left(-\frac{1}{2}\right)=\frac{8}{2}+\frac{1}{2}=\frac{9}{2}$

따라서 $-\frac{9}{2}<x<\frac{9}{2}$를 만족시키는 정수 x는

$-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4$

의 9개이다. 답 9

21 $-3+D+2+\frac{2}{5}=-\frac{1}{10}$이므로

$D-\frac{3}{5}=-\frac{1}{10}$

$\therefore D=-\frac{1}{10}+\frac{3}{5}=-\frac{1}{10}+\frac{6}{10}=\frac{1}{2}$

$C+(-3)+D+2=(-3)+D+2+\frac{2}{5}$이므로

$C=\frac{2}{5}$

$B+C+(-3)+D=C+(-3)+D+2$이므로

$B=2$

$A+B+C+(-3)=B+C+(-3)+D$이므로

$A=D=\frac{1}{2}$

답 $A=\frac{1}{2}$, $B=2$, $C=\frac{2}{5}$, $D=\frac{1}{2}$

22 다음 그림과 같이 6번째, 7번째, 8번째 칸에 적히는 수를 차례대로 a, b, c라 하자.

6	-2	-8	-6	2	a	b	c	$\cdots$

$-6+a=2$에서

$a=2-(-6)=2+6=8$

$2+b=a$, 즉 $2+b=8$에서

$b=8-2=6$

$a+c=b$, 즉 $8+c=6$에서

$c=6-8=-2$

따라서 6, -2, -8, -6, 2, 8이 이 순서대로 반복된다. 이때 $100=6\times16+4$이므로 100번째 칸에 적히는 수는 -6이다.　답 ①

23 5일에 □쪽을 읽었다고 하면

□$+5-3+11+12-7=60$

□$+18=60$　$\therefore$ □$=42$

따라서 5일에는 42쪽을 읽었다.　답 42쪽

24 A 지점의 위치를 0이라 하고 동쪽으로 간 것을 +, 서쪽으로 간 것을 −를 사용하여 나타내면

$0+50-72+14=-8$

따라서 보물의 위치는 A 지점으로부터 서쪽 8 m 지점이다.　답 ③

Lecture 06 유리수의 곱셈과 나눗셈　W 28쪽

01 답 ②

02 ① $(-7)\times(+2)\times\left(-\frac{3}{4}\right)$

$=+\left(7\times2\times\frac{3}{4}\right)=\frac{21}{2}$

세 개 이상의 수의 곱셈의 부호
① 음수가 하나도 없거나 짝수 개 ➡ +
② 음수가 홀수 개 ➡ −

② $\left(+\frac{1}{5}\right)\times(-15)\times\left(+\frac{2}{3}\right)$

$=-\left(\frac{1}{5}\times15\times\frac{2}{3}\right)=-2$

③ $\left(-\frac{9}{8}\right)\times\left(+\frac{4}{15}\right)\times(+0.5)$

$=-\left(\frac{9}{8}\times\frac{4}{15}\times\frac{1}{2}\right)=-\frac{3}{20}$

④ $(-27)\times\left(+\frac{8}{3}\right)\times\left(-\frac{1}{6}\right)$

$=+\left(27\times\frac{8}{3}\times\frac{1}{6}\right)=12$

⑤ $\left(-\frac{5}{9}\right)\times\left(-\frac{1}{10}\right)\times\left(-\frac{18}{5}\right)$

$=-\left(\frac{5}{9}\times\frac{1}{10}\times\frac{18}{5}\right)=-\frac{1}{5}$

답 ④

03 $A=\left(-\frac{2}{3}\right)\times\left(-\frac{8}{5}\right)\times\left(-\frac{5}{2}\right)$

$=-\left(\frac{2}{3}\times\frac{8}{5}\times\frac{5}{2}\right)=-\frac{8}{3}$

$B=(-12)\times\left(+\frac{7}{9}\right)\times\left(-\frac{1}{3}\right)$

$=+\left(12\times\frac{7}{9}\times\frac{1}{3}\right)=\frac{28}{9}$

$\therefore A+B=-\frac{8}{3}+\frac{28}{9}$

$=-\frac{24}{9}+\frac{28}{9}=\frac{4}{9}$　답 $\frac{4}{9}$

곱하는 수는 50개이고 그중 음수가 25개이므로 계산 결과의 부호는 −이다.

04 (주어진 식)$=-\left(\frac{1}{3}\times\frac{3}{5}\times\frac{5}{7}\times\cdots\times\frac{97}{99}\times\frac{99}{101}\right)$

$=-\frac{1}{101}$　답 $-\frac{1}{101}$

음수의 거듭제곱의 부호
① 지수가 짝수 ➡ +
② 지수가 홀수 ➡ −

05 ① $-\left(\frac{1}{5}\right)^2=-\frac{1}{25}$

② $\left(-\frac{1}{4}\right)^2=\frac{1}{16}$

③ $(-0.1)^3=-0.001$

④ $-\left(-\frac{1}{4}\right)^3=-\left(-\frac{1}{64}\right)=\frac{1}{64}$

⑤ $\left\{-\left(-\frac{1}{5}\right)\right\}^3=-\left(-\frac{1}{5}\right)^3=-\left(-\frac{1}{125}\right)=\frac{1}{125}$

답 ⑤

06 $(-2)^3\times\left(\frac{3}{4}\right)^2\times\left(-\frac{1}{6}\right)^2=(-8)\times\frac{9}{16}\times\frac{1}{36}$

$=-\left(8\times\frac{9}{16}\times\frac{1}{36}\right)$

$=-\frac{1}{8}$　답 $-\frac{1}{8}$

앞에서부터 차례대로 2개씩 묶으면 합이 0인 항이 50개 나오고 −1이 한 개 남는다.

07 $(-1)+(-1)^2+(-1)^3+\cdots+(-1)^{101}$

$=\{(-1)+1\}+\{(-1)+1\}+\cdots+\{(-1)+1\}+(-1)$

$=0+0+\cdots+0+(-1)=-1$　답 ③

08 $72\times(-1.1)+28\times(-1.1)$
$=(72+28)\times(-1.1)$
$=100\times(-1.1)=-110$
따라서 $a=100$, $b=-110$이므로
$a+b=100+(-110)=-10$ 답 ③

09 $(1.3\times46+1.3\times54)+(4.7\times12+5.3\times12)$
$=1.3\times(46+54)+(4.7+5.3)\times12$
$=1.3\times100+10\times12$
$=130+120=250$ 답 250

10 $-\frac{3}{8}$의 역수는 $-\frac{8}{3}$이므로
$a=-\frac{8}{3}$
$0.3=\frac{3}{10}$의 역수는 $\frac{10}{3}$이므로
$b=\frac{10}{3}$
따라서 $-\frac{8}{3}<x<\frac{10}{3}$을 만족시키는 정수 x는
$-2, -1, 0, 1, 2, 3$
의 6개이다. 답 6

11 $\frac{a}{9}$의 역수가 $-\frac{9}{5}$이므로
$\frac{9}{a}=-\frac{9}{5}$ $\quad\therefore a=-5$
$-\frac{1}{b}$의 역수가 4이므로
$-b=4$ $\quad\therefore b=-4$
$\therefore a\times b=(-5)\times(-4)=20$ 답 20

12 ① $\left(-\frac{3}{4}\right)\div\left(+\frac{5}{4}\right)=\left(-\frac{3}{4}\right)\times\left(+\frac{4}{5}\right)$
$=-\left(\frac{3}{4}\times\frac{4}{5}\right)=-\frac{3}{5}$
② $\left(-\frac{3}{2}\right)\div(-5)=\left(-\frac{3}{2}\right)\times\left(-\frac{1}{5}\right)$
$=+\left(\frac{3}{2}\times\frac{1}{5}\right)=\frac{3}{10}$
③ $\left(-\frac{1}{4}\right)\div\left(-\frac{3}{8}\right)=\left(-\frac{1}{4}\right)\times\left(-\frac{8}{3}\right)$
$=+\left(\frac{1}{4}\times\frac{8}{3}\right)=\frac{2}{3}$
④ $\left(-\frac{4}{5}\right)\div(+2)\div\left(-\frac{2}{9}\right)$
$=\left(-\frac{4}{5}\right)\times\left(+\frac{1}{2}\right)\times\left(-\frac{9}{2}\right)$
$=+\left(\frac{4}{5}\times\frac{1}{2}\times\frac{9}{2}\right)=\frac{9}{5}$
⑤ $\left(+\frac{3}{2}\right)\div\left(+\frac{5}{2}\right)\div(-4)$
$=\left(+\frac{3}{2}\right)\times\left(+\frac{2}{5}\right)\times\left(-\frac{1}{4}\right)$
$=-\left(\frac{3}{2}\times\frac{2}{5}\times\frac{1}{4}\right)=-\frac{3}{20}$
따라서 계산 결과가 가장 큰 것은 ④이다. 답 ④

BOX

유리수의 곱셈과 나눗셈의 혼합 계산
➡ 나눗셈을 곱셈으로 바꾸어 계산한다.

소수는 분수로 나타낸 후 역수를 구한다.

나눗셈을 역수의 곱셈으로 바꾸어 계산한다.

혼합 계산에서 계산 순서는 다음과 같다.
거듭제곱 → 괄호
→ ×, ÷ → +, −

$-\frac{3}{5}<-\frac{3}{20}<\frac{3}{10}$
$<\frac{2}{3}<\frac{9}{5}$

13 $\left(-\frac{1}{2}\right)\div\left(+\frac{3}{8}\right)\div\left(-\frac{9}{2}\right)\div\left(-\frac{1}{6}\right)$
$=\left(-\frac{1}{2}\right)\times\left(+\frac{8}{3}\right)\times\left(-\frac{2}{9}\right)\times(-6)$
$=-\left(\frac{1}{2}\times\frac{8}{3}\times\frac{2}{9}\times6\right)=-\frac{16}{9}$ 답 $-\frac{16}{9}$

14 $\left(+\frac{9}{4}\right)\div(+2)^3\times\left(+\frac{16}{3}\right)$
$=\left(+\frac{9}{4}\right)\times\left(+\frac{1}{8}\right)\times\left(+\frac{16}{3}\right)$
$=+\left(\frac{9}{4}\times\frac{1}{8}\times\frac{16}{3}\right)=\frac{3}{2}$ 답 ③

15 $\left(+\frac{2}{5}\right)\div\left(-\frac{4}{15}\right)\times\left(-\frac{3}{2}\right)^2\div(-9)$
$=\left(+\frac{2}{5}\right)\times\left(-\frac{15}{4}\right)\times\left(+\frac{9}{4}\right)\times\left(-\frac{1}{9}\right)$
$=+\left(\frac{2}{5}\times\frac{15}{4}\times\frac{9}{4}\times\frac{1}{9}\right)=\frac{3}{8}$
따라서 $a=8$, $b=3$이므로
$a-b=8-3=5$ 답 5

16 $A=(-3)^2\times\left(-\frac{1}{2}\right)\div\left(+\frac{6}{5}\right)$
$=(+9)\times\left(-\frac{1}{2}\right)\times\left(+\frac{5}{6}\right)$
$=-\left(9\times\frac{1}{2}\times\frac{5}{6}\right)=-\frac{15}{4}$
$B=\left(+\frac{8}{7}\right)\div\left(+\frac{5}{14}\right)\times\left(-\frac{1}{2}\right)^2$
$=\left(+\frac{8}{7}\right)\times\left(+\frac{14}{5}\right)\times\left(+\frac{1}{4}\right)$
$=+\left(\frac{8}{7}\times\frac{14}{5}\times\frac{1}{4}\right)=\frac{4}{5}$
$\therefore A\times B=\left(-\frac{15}{4}\right)\times\left(+\frac{4}{5}\right)$
$=-\left(\frac{15}{4}\times\frac{4}{5}\right)=-3$ 답 -3

17 답 (ㄹ), (ㄷ), (ㅁ), (ㄴ), (ㄱ)

18 $\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\div\frac{1}{12}+(-1)^{10}\times\frac{1}{6}$
$=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times12+1\times\frac{1}{6}$
$=2+\frac{1}{6}=\frac{12}{6}+\frac{1}{6}=\frac{13}{6}$ 답 ③

19 $\left(-\frac{1}{4}\right)^2\div\left[\left\{\frac{1}{2}-\left(-\frac{1}{9}\right)\times18\right\}-5\right]$
$=\frac{1}{16}\div\left\{\left(\frac{1}{2}+2\right)-5\right\}=\frac{1}{16}\div\left(-\frac{5}{2}\right)$
$=\frac{1}{16}\times\left(-\frac{2}{5}\right)=-\frac{1}{40}$ 답 ②

20 $\frac{1}{2}\times(-12)-\frac{1}{4}=C$이므로
$C=-6-\frac{1}{4}=-\frac{25}{4}$

$0.4\div\frac{1}{5}-\frac{1}{4}=B$이므로

$B=0.4\times5-\frac{1}{4}=2-\frac{1}{4}=\frac{7}{4}$

$-\frac{1}{3}\div\frac{1}{5}\times(-12)=A$이므로

$A=-\frac{1}{3}\times5\times(-12)=20$

$\therefore A\times(B+C)=20\times\left\{\frac{7}{4}+\left(-\frac{25}{4}\right)\right\}$

$=20\times\left(-\frac{9}{2}\right)=-90$

답 -90

21 $\left(\frac{2}{7}\right)^2\div\left(-\frac{1}{21}\right)\times\square=\frac{4}{49}\times(-21)\times\square$

$=\left(-\frac{12}{7}\right)\times\square$

즉 $\left(-\frac{12}{7}\right)\times\square=\frac{15}{14}$이므로

$\square=\frac{15}{14}\div\left(-\frac{12}{7}\right)$

$=\frac{15}{14}\times\left(-\frac{7}{12}\right)=-\frac{5}{8}$

답 $-\frac{5}{8}$

22 어떤 수를 $\square$라 하면 $\square\times\left(-\frac{15}{8}\right)=-\frac{27}{4}$

$\therefore \square=\left(-\frac{27}{4}\right)\div\left(-\frac{15}{8}\right)$

$=\left(-\frac{27}{4}\right)\times\left(-\frac{8}{15}\right)=\frac{18}{5}$

따라서 바르게 계산하면

$\frac{18}{5}\div\left(-\frac{15}{8}\right)=\frac{18}{5}\times\left(-\frac{8}{15}\right)$

$=-\frac{48}{25}$

답 $-\frac{48}{25}$

23 $A\div\left(-\frac{15}{7}\right)=-\frac{7}{10}$에서

$A=\left(-\frac{7}{10}\right)\times\left(-\frac{15}{7}\right)=\frac{3}{2}$

$B\times\left(-\frac{10}{9}\right)=\frac{4}{3}$에서

$B=\frac{4}{3}\div\left(-\frac{10}{9}\right)=\frac{4}{3}\times\left(-\frac{9}{10}\right)=-\frac{6}{5}$

$\therefore A-B=\frac{3}{2}-\left(-\frac{6}{5}\right)$

$=\frac{15}{10}+\frac{12}{10}=\frac{27}{10}$

답 $\frac{27}{10}$

24 $2-8^2\times\left(-\frac{1}{4}\right)^3-\square\div\left\{\left(-\frac{3}{4}\right)-(-3)^2\div\frac{6}{5}\right\}$

$=2-64\times\left(-\frac{1}{64}\right)-\square\div\left\{\left(-\frac{3}{4}\right)-9\div\frac{6}{5}\right\}$

$=2-(-1)-\square\div\left\{\left(-\frac{3}{4}\right)-9\times\frac{5}{6}\right\}$

$=3-\square\div\left(-\frac{3}{4}-\frac{15}{2}\right)$

$=3-\square\div\left(-\frac{33}{4}\right)$

즉 $3-\square\div\left(-\frac{33}{4}\right)=\frac{5}{11}$이므로

■−▲=●
➡ ▲=■−●

$\square\div\left(-\frac{33}{4}\right)=3-\frac{5}{11}$

$\square\div\left(-\frac{33}{4}\right)=\frac{28}{11}$

$\therefore \square=\frac{28}{11}\times\left(-\frac{33}{4}\right)=-21$

답 -21

(+)−(−) ➡ (+)
(−)−(+) ➡ (−)

25 ①, ②, ④, ⑤ 부호를 알 수 없다.

답 ③

$a>0$, $b<0$
또는 $a<0$, $b>0$

26 $a\times b<0$, $a-b<0$이므로

$a<0$, $b>0$

③ 부호를 알 수 없다.

④ $b-a>0$

답 ③, ④

27 $a\times b\times c<0$이므로 a, b, c 중 음수는 홀수 개이다.

$a\div c>0$에서 a와 c는 같은 부호이므로 $b<0$

$a<b$이므로 $a<0$

$\therefore a<0$, $b<0$, $c<0$

답 ⑤

28 주어진 네 수 중에서 세 수를 골라 곱한 값이 가장 작으려면 (양수)×(양수)×(음수) 꼴이어야 한다.

이때 음수는 절댓값이 큰 수이어야 하므로 가장 작은 수는

$\frac{2}{3}\times\frac{4}{3}\times(-3)=-\frac{8}{3}$

답 ②

29 주어진 네 수 중에서 세 수를 골라 곱한 값이 가장 크려면 (양수)×(음수)×(음수) 꼴이어야 한다.

이때 음수는 절댓값이 큰 두 수이어야 하므로

$M=\frac{1}{2}\times(-6)\times\left(-\frac{5}{2}\right)=\frac{15}{2}$

또 세 수를 골라 곱한 값이 가장 작으려면 (음수)×(음수)×(음수) 꼴이어야 하므로

$m=(-6)\times\left(-\frac{3}{4}\right)\times\left(-\frac{5}{2}\right)=-\frac{45}{4}$

$\therefore M\div m=\frac{15}{2}\div\left(-\frac{45}{4}\right)$

$=\frac{15}{2}\times\left(-\frac{4}{45}\right)=-\frac{2}{3}$

답 $-\frac{2}{3}$

30 ( )×( )^2÷( ), 즉 $a\times b^2\div c$를 계산한 결과가 가장 크려면 a, c의 부호는 같아야 한다. 또 $a\times b^2$의 절댓값은 가장 크고 c의 절댓값은 가장 작아야 한다.

(i) a, c가 양수일 때,

$\frac{8}{5}<3$이므로 $a=3$, $c=\frac{8}{5}$

$a\times b^2$의 절댓값이 가장 크려면 b는 절댓값이 가장 큰 수이어야 하므로

$b=-4$

이때 $a\times b^2\div c$의 계산 결과는

$3\times(-4)^2\div\frac{8}{5}=3\times16\times\frac{5}{8}=30$

(ii) a, c가 음수일 때,

c의 절댓값이 작을수록 계산 결과가 커지므로

$c=-\frac{3}{4}$

또 $a\times b^2$의 절댓값이 가장 커야 하므로

$a=-3$, $b=-4$

이때 $a\times b^2\div c$의 계산 결과는

$(-3)\times(-4)^2\div\left(-\frac{3}{4}\right)$

$=(-3)\times16\times\left(-\frac{4}{3}\right)=64$

(i), (ii)에서 계산 결과 중 가장 큰 수는 64이다.

답 ④

31 $\left(-\frac{3}{5}\right)\blacktriangleright\frac{5}{8}=\left(-\frac{3}{5}\right)\times\frac{5}{8}-1$

$=-\frac{3}{8}-1=-\frac{11}{8}$

$\therefore \left\{\left(-\frac{3}{5}\right)\blacktriangleright\frac{5}{8}\right\}\triangleleft\frac{11}{4}=\left(-\frac{11}{8}\right)\triangleleft\frac{11}{4}$

$=\left(-\frac{11}{8}\right)\div\frac{11}{4}+1$

$=\left(-\frac{11}{8}\right)\times\frac{4}{11}+1$

$=-\frac{1}{2}+1=\frac{1}{2}$

답 $\frac{1}{2}$

32 $2\bigstar\left(-\frac{1}{2}\right)=\left\{2+\left(-\frac{1}{2}\right)\right\}\times2^2\div\left(-\frac{1}{2}\right)$

$=\frac{3}{2}\times4\times(-2)=-12$

$\therefore \left\{2\bigstar\left(-\frac{1}{2}\right)\right\}\bigstar\frac{9}{2}$

$=(-12)\bigstar\frac{9}{2}=\left(-12+\frac{9}{2}\right)\times(-12)^2\div\frac{9}{2}$

$=\left(-\frac{15}{2}\right)\times144\times\frac{2}{9}=-240$ 답 -240

33 n이 홀수이므로 $n+2$, $n+4$, $n+6$은 홀수이다.

$(-1)^{\text{짝수}}=1$, $(-1)^{\text{홀수}}=-1$

$\therefore (-1)^n+(-1)^{n+2}+(-1)^{n+4}+(-1)^{n+6}$

$=(-1)+(-1)+(-1)+(-1)$

$=-4$

답 ①

34 $(-1)^{100}\times(-1)^{101}\times(-1)^{102}\times(-1)^n$

$=(+1)\times(-1)\times(+1)\times(-1)^n=-1$

이므로 $(-1)^n=1$

따라서 n은 짝수이므로 $n+1$은 홀수이다.

$\therefore (-1)^{n+1}-(-1)^n=(-1)-(+1)$

$=-2$ 답 -2

35 조건 (나)에서 $|b|=6$이므로

$b=6$ 또는 $b=-6$

그런데 조건 (가)에서 $b>0$이므로 $b=6$

또 조건 (나)에서 $|c-2|=4$이므로

$c=6$ 또는 $c=-2$

그런데 조건 (가)에서 $c<0$이므로 $c=-2$

조건 (다)에서 $a-b-c=-2$이므로

$a-6-(-2)=-2$ $\therefore a=2$

$\therefore a\times b\times c=2\times6\times(-2)=-24$ 답 -24

36 조건 (나)에서 c는 절댓값이 가장 작은 정수이므로

$c=0$

조건 (라)에서 $4\le|a|<5$이고 a는 정수이므로

$|a|=4$ $\therefore a=4$ 또는 $a=-4$

그런데 조건 (가)에서 a는 -4보다 크므로

$a=4$

또 조건 (다)에서 $|a-b|=|a-c|$이므로

$|4-b|=4$ $\therefore b=8$ ($\because b\neq c$)

$b=0$이면 $b=c$가 되어 주어진 조건을 만족시키지 않는다.

$\therefore a+b-c=4+8-0=12$ 답 12

37 조건 (가)에서 한 수는 음수이고, 두 수는 양수이므로 $a+b-c$의 값이 가장 크려면 c가 음수이어야 한다.

$\therefore a>0$, $b>0$, $c<0$

이때 $24=2^3\times3$이므로 조건 (나), (다)에서 주어진 조건을 만족시키는 경우는 다음과 같다.

(i) $|a|\times|b|\times|c|=2\times2\times6$일 때,

$c=-2$ 또는 $c=-6$이므로

$a+b-c=2+2+6=10$

(ii) $|a|\times|b|\times|c|=2\times3\times4$일 때,

$c=-2$ 또는 $c=-3$ 또는 $c=-4$이므로

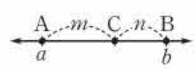
$a+b-c=2+3+4=9$

(i), (ii)에서 $a+b-c$의 값 중 가장 큰 수는 10이다.

답 10

38 두 점 A, B 사이의 거리는

$\frac{3}{2}-\left(-\frac{5}{3}\right)=\frac{19}{6}$



점 C가 두 점 A, B 사이의 거리를 $m:n$으로 나누는 점일 때

① 두 점 A, B 사이의 거리 ➡ $b-a$

② 두 점 A, C 사이의 거리

➡ $(b-a)\times\frac{m}{m+n}$

③ 점 C가 나타내는 수

➡ $a+(b-a)\times\frac{m}{m+n}$

두 점 A, M 사이의 거리는 $\frac{19}{6}\times\frac{1}{2}=\frac{19}{12}$

두 점 A, N 사이의 거리는 $\frac{19}{6}\times\frac{3}{5}=\frac{19}{10}$

따라서 두 점 M, N 사이의 거리는

$\frac{19}{10}-\frac{19}{12}=\frac{19}{60}$ 답 $\frac{19}{60}$

39 주어진 수직선에서 작은 눈금 사이의 간격이 $\frac{1}{3}$이므로

$a=-4-\frac{1}{3}=-\frac{13}{3}$, $b=-2-\frac{2}{3}=-\frac{8}{3}$,

$c=1+\frac{2}{3}=\frac{5}{3}$, $d=3+\frac{1}{3}=\frac{10}{3}$

$\therefore (-a)+b\div(-c)\times(a+d)-c$

$=\frac{13}{3}+\left(-\frac{8}{3}\right)\div\left(-\frac{5}{3}\right)\times\left(-\frac{13}{3}+\frac{10}{3}\right)-\frac{5}{3}$

$=\frac{13}{3}+\left(-\frac{8}{3}\right)\times\left(-\frac{3}{5}\right)\times(-1)-\frac{5}{3}$

$=\frac{13}{3}+\left(-\frac{8}{5}\right)-\frac{5}{3}=\frac{16}{15}$ 답 ③

40 두 점 A, B 사이의 거리는 $3-(-2)=5$

두 점 A, P 사이의 거리는 $5\times\frac{1}{3}=\frac{5}{3}$

따라서 $p=-2+\frac{5}{3}=-\frac{1}{3}$, $q=-\frac{1}{3}+\frac{5}{3}=\frac{4}{3}$이므로 $p+q=-\frac{1}{3}+\frac{4}{3}=1$

답 ①

41 갑은 7번 이기고 5번 졌으므로 갑의 위치는

$7\times(+3)+5\times(-2)=21+(-10)=11$

을은 5번 이기고 7번 졌으므로 을의 위치는

$5\times(+3)+7\times(-2)=15+(-14)=1$

답 갑: 11, 을: 1

42 (i) 앞면이 4회 나올 때의 위치는

$4\times\left(+\frac{2}{3}\right)=\frac{8}{3}$

(ii) 앞면이 3회, 뒷면이 1회 나올 때의 위치는

$3\times\left(+\frac{2}{3}\right)+1\times\left(-\frac{3}{2}\right)=(+2)+\left(-\frac{3}{2}\right)=\frac{1}{2}$

(iii) 앞면이 2회, 뒷면이 2회 나올 때의 위치는

$2\times\left(+\frac{2}{3}\right)+2\times\left(-\frac{3}{2}\right)=\left(+\frac{4}{3}\right)+(-3)=-\frac{5}{3}$

(iv) 앞면이 1회, 뒷면이 3회 나올 때의 위치는

$1\times\left(+\frac{2}{3}\right)+3\times\left(-\frac{3}{2}\right)=\left(+\frac{2}{3}\right)+\left(-\frac{9}{2}\right)=-\frac{23}{6}$

(v) 뒷면이 4회 나올 때의 위치는

$4\times\left(-\frac{3}{2}\right)=-6$

이상에서 동전을 4회 던졌을 때의 위치가 될 수 없는 것은 ②이다.

답 ②

고난도 Training

W 35쪽

01 $\frac{1}{50}\times(-1)+\frac{2}{50}\times(-1)^2+\frac{3}{50}\times(-1)^3+\cdots+\frac{49}{50}\times(-1)^{49}+1\times(-1)^{50}$

$=\left(-\frac{1}{50}\right)+\frac{2}{50}+\left(-\frac{3}{50}\right)+\cdots+\left(-\frac{49}{50}\right)+1$

$=\left\{\left(-\frac{1}{50}\right)+\frac{2}{50}\right\}+\left\{\left(-\frac{3}{50}\right)+\frac{4}{50}\right\}+\cdots+\left\{\left(-\frac{49}{50}\right)+\frac{50}{50}\right\}$

$=\frac{1}{50}\times25=\frac{1}{2}$

답 $\frac{1}{2}$

앞에서부터 차례대로 2개씩 묶으면 합이 $\frac{1}{50}$인 수가 25개 나온다.

02 주어진 전개도로 정육면체를 만들면 a가 적힌 면과 2.2가 적힌 면, b가 적힌 면과 $\frac{5}{2}$가 적힌 면, $-\frac{1}{4}$이 적힌 면과 c가 적힌 면이 마주 본다.

a는 $2.2=\frac{11}{5}$의 역수이므로 $a=\frac{5}{11}$

b는 $\frac{5}{2}$의 역수이므로 $b=\frac{2}{5}$

c는 $-\frac{1}{4}$의 역수이므로 $c=-4$

역수를 구할 때 부호는 바뀌지 않음에 주의한다.

$\therefore a\times b+c=\frac{5}{11}\times\frac{2}{5}+(-4)=\frac{2}{11}+\left(-\frac{44}{11}\right)=-\frac{42}{11}$

답 $-\frac{42}{11}$

03 $a>0$, $b<0$, $a+b<0$이므로 $|a|<|b|$

또 a, $a-b$는 양수이고 b, $-a$, $b-a$는 음수이다.

(양수)−(음수) ➡ (양수)

$b<0$이므로 $a<a-b$

$|a|<|b|$이므로 $b<-a$

$a>0$이므로 $b-a<b$

따라서 $b-a<b<-a<0<a<a-b$이므로 작은 것부터 차례대로 나열하면

$b-a$, b, $-a$, a, $a-b$

답 $b-a$, b, $-a$, a, $a-b$

04 수직선에서 $\frac{7}{5}$과 $-\frac{5}{2}$를 나타내는 두 점 사이의 거리는

$\frac{7}{5}-\left(-\frac{5}{2}\right)=\frac{7}{5}+\left(+\frac{5}{2}\right)=\frac{39}{10}$

$\therefore \frac{7}{5}\diamond\left(-\frac{5}{2}\right)=-\frac{5}{2}+\frac{39}{10}\times\frac{1}{2}=-\frac{5}{2}+\frac{39}{20}=-\frac{11}{20}$

수직선에서 -2.3과 $-\frac{11}{20}$을 나타내는 두 점 사이의 거리는

$-\frac{11}{20}-(-2.3)=-\frac{11}{20}+\left(+\frac{23}{10}\right)=\frac{7}{4}$

$\therefore (-2.3)\diamond\left\{\frac{7}{5}\diamond\left(-\frac{5}{2}\right)\right\}$

$=(-2.3)\diamond\left(-\frac{11}{20}\right)$

$=-2.3+\frac{7}{4}\times\frac{1}{2}$

$=-\frac{23}{10}+\frac{7}{8}=-\frac{57}{40}$

답 $-\frac{57}{40}$

04 문자의 사용과 식

Lecture 07 문자의 사용

W 36쪽

01 $(x-y)\times x\times 0.1=0.1x(x-y)$

답 $0.1x(x-y)$

> 0.1×x는 0.x로 쓰지 않고 0.1x로 쓴다.

02 $5\div a+(b-c)\div\left(-\frac{1}{3}\right)=5\times\frac{1}{a}+(b-c)\times(-3)$

$=\frac{5}{a}-3(b-c)$ 답 ④

> 나눗셈 기호의 생략
> ➡ 나눗셈 기호를 생략하고 분수 꼴로 나타내거나 나눗셈을 역수의 곱셈으로 바꾼 후 곱셈 기호를 생략한다.

03 ① $x\times z\div y=x\times z\times\frac{1}{y}=\frac{xz}{y}$

② $x\div y\times z=x\times\frac{1}{y}\times z=\frac{xz}{y}$

③ $x\div(y\div z)=x\div\frac{y}{z}=x\times\frac{z}{y}=\frac{xz}{y}$

④ $x\div\left(y\times\frac{1}{z}\right)=x\div\frac{y}{z}=x\times\frac{z}{y}=\frac{xz}{y}$

⑤ $x\div\left(z\times\frac{1}{y}\right)=x\div\frac{z}{y}=x\times\frac{y}{z}=\frac{xy}{z}$

답 ⑤

04 ① $4\div a\times b=4\times\frac{1}{a}\times b=\frac{4b}{a}$

② $x\div z\times 7\div y=x\times\frac{1}{z}\times 7\times\frac{1}{y}=\frac{7x}{yz}$

③ $(a+b)\div c\times(-2)=(a+b)\times\frac{1}{c}\times(-2)$

$=-\frac{2(a+b)}{c}$

④ $x\times x\times 8\times x+y\div 10=8x^3+y\times\frac{1}{10}$

$=8x^3+\frac{y}{10}$

⑤ $(a-b)\div\frac{1}{3}-a\times a\times 0.1=(a-b)\times 3-0.1a^2$

$=3(a-b)-0.1a^2$

답 ③

05 ④ $\left(4x+\frac{y}{3}\right)$원 답 ④

Q쌤 보충학습

문자를 사용하여 식을 세울 때는 적절한 단위를 이용하여 나타낸다. 이때 단위가 다른 경우에는 다음을 이용하여 반드시 단위를 통일하여 나타낸다.

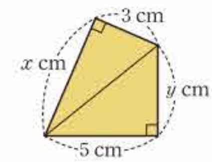
① a m$=100a$ cm$=1000a$ mm, b kg$=1000b$ g

② a시간$=60a$분, b분$=60b$초

06 남성 고객 수가 $a\times\frac{b}{100}=\frac{ab}{100}$이므로 여성 고객 수는

$a-\frac{ab}{100}$ 답 ⑤

07 오른쪽 그림에서 주어진 사각형의 넓이는



$\frac{1}{2}\times x\times 3+\frac{1}{2}\times 5\times y$

$=\frac{3}{2}x+\frac{5}{2}y$ (cm^2)

답 $\left(\frac{3}{2}x+\frac{5}{2}y\right)$ cm^2

> 생각 톡
> 주어진 사각형을 두 개의 삼각형으로 나누어 생각한다.

08 두부 1 g에 들어 있는 마그네슘의 양은

$\frac{40}{100}=\frac{2}{5}$ (mg)

이므로 두부 a g에 들어 있는 마그네슘의 양은

$\frac{2}{5}\times a=\frac{2}{5}a$ (mg)

멸치 1 g에 들어 있는 마그네슘의 양은

$\frac{500}{100}=5$ (mg)

이므로 멸치 b g에 들어 있는 마그네슘의 양은

$5\times b=5b$ (mg)

따라서 해성이가 두부 a g과 멸치 b g을 섭취했을 때, 섭취한 마그네슘의 양은

$\left(\frac{2}{5}a+5b\right)$ mg 답 $\left(\frac{2}{5}a+5b\right)$ mg

09 x시간 동안 걸어간 거리는

$4\times x=4x$ (km)

학교와 도서관 사이의 거리가 15 km이므로 도서관까지 남은 거리는

$(15-4x)$ km 답 $(15-4x)$ km

> (거리)
> =(속력)×(시간)

10 출발점에서 3 km까지 시속 x km로 가는 데 걸린 시간은

$\frac{3}{x}$시간

남은 거리는 $5-3=2$ (km)이므로 시속 y km로 결승점까지 가는 데 걸린 시간은

$\frac{2}{y}$시간

따라서 완주하는 데 걸린 시간은

$\left(\frac{3}{x}+\frac{2}{y}\right)$시간 답 $\left(\frac{3}{x}+\frac{2}{y}\right)$시간

11 농도가 a %인 설탕물 300 g에 들어 있는 설탕의 양은

$\frac{a}{100}\times 300=3a$ (g)

농도가 6 %인 설탕물 b g에 들어 있는 설탕의 양은

$\frac{6}{100}\times b=\frac{3}{50}b$ (g)

따라서 구하는 설탕의 양은

$\left(3a+\frac{3}{50}b\right)$ g 답 $\left(3a+\frac{3}{50}b\right)$ g

> (설탕의 양)
> $=\frac{(\text{설탕물의 농도})}{100}\times(\text{설탕물의 양})$

12 농도가 3 %인 소금물 200 g에 들어 있는 소금의 양은

$\frac{3}{100}\times 200=6\,(\mathrm{g})$

이므로 새로 만든 소금물에 들어 있는 소금의 양은

$(6+x)\,\mathrm{g}$

따라서 구하는 소금물의 농도는

$\frac{6+x}{200+x}\times 100=\frac{600+100x}{200+x}\ (\%)$

답 $\frac{600+100x}{200+x}$ %

13 ① $x-2=-2-2=-4$

② $5x+6=5\times(-2)+6=-10+6=-4$

③ $-x^2=-(-2)^2=-4$

④ $x^2-8=(-2)^2-8=4-8=-4$

⑤ $-\frac{1}{2}x^3=-\frac{1}{2}\times(-2)^3=-\frac{1}{2}\times(-8)=4$

답 ⑤

14 $\frac{5}{a}+\frac{2}{b}=5\div a+2\div b=5\div\frac{1}{2}+2\div\left(-\frac{1}{5}\right)$

$=5\times 2+2\times(-5)$

$=10-10=0$

답 ③

분모에 분수를 대입할 때는 생략된 나눗셈 기호를 다시 쓴다.

15 $\frac{2}{x}-\frac{3}{y}+\frac{4}{z}=2\div x-3\div y+4\div z$

$=2\div\frac{1}{3}-3\div\left(-\frac{1}{4}\right)+4\div\left(-\frac{1}{6}\right)$

$=2\times 3-3\times(-4)+4\times(-6)$

$=6+12-24=-6$

답 -6

16 $A=(-4)^2+2\times 3^2=16+18=34$

$B=3\times(-4)^2-(-4)\times 3+3=48+12+3=63$

$\therefore B-A=63-34=29$

답 29

17 $50t-5t^2$에 $t=4$를 대입하면

$50\times 4-5\times 4^2=200-80=120$

따라서 물체의 4초 후의 높이는 120 m이다.

답 ③

18 (1) 줄어든 양초의 길이는

$a\times b=ab\ (\mathrm{cm})$

처음 양초의 길이가 20 cm이므로 남은 양초의 길이는

$(20-ab)$ cm

(2) $20-ab$에 $a=0.3$, $b=20$을 대입하면

$20-0.3\times 20=20-6=14$

따라서 남은 양초의 길이는 14 cm이다.

답 (1) $(20-ab)$ cm (2) 14 cm

19 (1) 1 g당 탄수화물, 단백질, 지방이 각각 4 kcal, 4 kcal, 9 kcal의 열량을 내므로 혜진이가 얻은 열량은

$4\times 50+4\times a+9\times b=4a+9b+200\ (\mathrm{kcal})$

(2) $4a+9b+200$에 $a=15$, $b=8$을 대입하면

$4\times 15+9\times 8+200=332$

따라서 혜진이가 얻은 열량은 332 kcal이다.

답 (1) $(4a+9b+200)$ kcal (2) 332 kcal

20 (1) 꽃밭은 가로의 길이, 세로의 길이가 각각 85 m, $(60-x)$ m인 직사각형이므로 꽃밭의 넓이는

$100-15=85\ (\mathrm{m})$

$85\times(60-x)=85(60-x)\ (\mathrm{m}^2)$

(2) $85(60-x)$에 $x=20$을 대입하면

$85\times(60-20)=85\times 40=3400$

따라서 꽃밭의 넓이는 3400 m^2이다.

답 (1) $85(60-x)\ \mathrm{m}^2$ (2) 3400 m^2

21 $|a|=|b|=3$이고 $a<b$이므로

$a=-3,\ b=3$

$\therefore 2ab-\frac{a^2}{b}+5=2\times(-3)\times 3-\frac{(-3)^2}{3}+5$

$=-18-3+5$

$=-16$

답 -16

22 두 정수 a, b에 대하여 $ab=-5$이므로

$a=5,\ b=-1$ 또는 $a=1,\ b=-5$

또는 $a=-1,\ b=5$ 또는 $a=-5,\ b=1$

(i) $a=5$, $b=-1$일 때,

$ab=-5$

$a-3ab+b=5-3\times(-5)+(-1)$

$=5+15-1=19$

(ii) $a=1$, $b=-5$일 때,

$a-3ab+b=1-3\times(-5)+(-5)$

$=1+15-5=11$

(iii) $a=-1$, $b=5$일 때,

$a-3ab+b=-1-3\times(-5)+5$

$=-1+15+5=19$

(iv) $a=-5$, $b=1$일 때,

$a-3ab+b=-5-3\times(-5)+1$

$=-5+15+1=11$

이상에서 $a-3ab+b$의 값이 될 수 있는 것은 11, 19이다.

답 ①, ⑤

23 (1) 정사각형을 1개, 2개, 3개, … 만드는 데 필요한 빨대의 개수는 각각

$4,\ 4+3\times 1,\ 4+3\times 2,\ \cdots$

따라서 정사각형을 n개 만드는 데 필요한 빨대의 개수는

$4+3\times(n-1)=3(n-1)+4$

(2) $3(n-1)+4$에 $n=24$를 대입하면

$3\times(24-1)+4=73$

따라서 정사각형을 24개 만드는 데 필요한 빨대의 개수는 73이다.

답 (1) $3(n-1)+4$ (2) 73

24 (1) 각 단계의 선의 길이의 합을 구하면

[1단계] 1×2

[2단계] $1\times2+2\times2=2\times3$

[3단계] $1\times2+2\times2+3\times2=2\times3+3\times2$
$=3\times4$

⋮

따라서 [n단계]의 선의 길이의 합은

$n(n+1)$

(2) $n(n+1)$에 $n=9$를 대입하면

$9\times(9+1)=90$

따라서 [9단계]의 선의 길이의 합은 90이다.

답 (1) $n(n+1)$ (2) 90

Lecture 08 일차식의 계산

40쪽

01 단항식은 -1, $\frac{x}{3}$, xy^3의 3개이다. 답 ③

02 ③ 다항식의 차수가 2이므로 일차식이 아니다.
④ 분모에 문자가 포함된 식이므로 다항식이 아니다.

답 ③, ④

03 ① 항이 2개이므로 단항식이 아니다.
② 항은 $-6x^2$, x, 2의 3개이다.
③ 다항식의 차수는 3이다.
⑤ x^2의 계수는 $-\frac{1}{2}$이다.

답 ④

04 주어진 다항식에서 항의 개수는 3, x^3의 계수는 $\frac{1}{4}$, 상수항은 -2이므로

$a=3$, $b=\frac{1}{4}$, $c=-2$

$\therefore abc=3\times\frac{1}{4}\times(-2)=-\frac{3}{2}$ 답 $-\frac{3}{2}$

05 (ㄱ) 상수항은 일차식이 아니다.
(ㄴ) 분모에 문자가 포함된 식이므로 다항식이 아니다.
(ㄹ) 다항식의 차수가 2이므로 일차식이 아니다.
(ㅂ) $0\times x^2-x+3=-x+3$은 일차식이다.
이상에서 일차식인 것은 (ㄷ), (ㅁ), (ㅂ)이다. 답 ④

06 $\left(-\frac{3}{2}\right)\times(-9x+5)=\frac{27}{2}x-\frac{15}{2}$

따라서 $a=\frac{27}{2}$, $b=-\frac{15}{2}$이므로

$a-b=\frac{27}{2}-\left(-\frac{15}{2}\right)=21$ 답 21

Q BOX

$-5<-4<-2$
$<-1<-\frac{5}{6}$

단항식은 다항식 중에서 한 개의 항으로만 이루어진 식이다.

상수항은 모두 동류항이다.

계수를 구할 때 부호를 빠뜨리지 않도록 주의한다.

07 ① $\frac{2}{3}(-3x+2)=-2x+\frac{4}{3}$이므로 x의 계수는 -2

② $-2\left(\frac{1}{2}x-7\right)=-x+14$이므로 x의 계수는 -1

③ $(-6x+15)\div\frac{3}{2}=(-6x+15)\times\frac{2}{3}=-4x+10$
이므로 x의 계수는 -4

④ $\frac{10-25x}{5}=-5x+2$이므로 x의 계수는 -5

⑤ $\left(\frac{5}{8}x-\frac{5}{6}\right)\div\left(-\frac{3}{4}\right)=\left(\frac{5}{8}x-\frac{5}{6}\right)\times\left(-\frac{4}{3}\right)$
$=-\frac{5}{6}x+\frac{10}{9}$
이므로 x의 계수는 $-\frac{5}{6}$

따라서 x의 계수가 가장 큰 것은 ⑤이다. 답 ⑤

08 $\left(\frac{x}{3}+\frac{3}{2}y-1\right)\div\frac{1}{6}=\left(\frac{x}{3}+\frac{3}{2}y-1\right)\times6$
$=2x+9y-6$

답 $2x+9y-6$

09 $-3a$와 동류항인 것은 $\frac{1}{3}a$, $7a$의 2개이다. 답 2

10 (ㄱ) 2는 상수항이고, $2a$는 일차항이다.
(ㄷ) 문자가 다르다.
(ㄹ) $\frac{1}{y}$은 다항식이 아니다.
이상에서 동류항끼리 짝 지어진 것은 (ㄴ), (ㅁ), (ㅂ)이다.

답 ⑤

11 ② $5(3+2x)-3(2-x)=15+10x-6+3x$
$=13x+9$

③ $-4\left(4x-\frac{1}{2}\right)+2(1-3x)=-16x+2+2-6x$
$=-22x+4$

④ $\frac{1}{9}(18-9x)-\frac{1}{2}(10x+6)=2-x-5x-3$
$=-6x-1$

⑤ $\frac{1}{5}(10-5x)+\frac{3}{4}(8x-1)=2-x+6x-\frac{3}{4}$
$=5x+\frac{5}{4}$

답 ⑤

12 $4(3x-2)-(10x+6)\div\left(-\frac{2}{3}\right)$
$=12x-8-(10x+6)\times\left(-\frac{3}{2}\right)$
$=12x-8-(-15x-9)$
$=12x-8+15x+9$
$=27x+1$ 답 $27x+1$

13 $3(a-1)-\left[a-\left\{5-\frac{1}{2}(2a+8)\right\}\right]$

$=3a-3-\{a-(5-a-4)\}$
$=3a-3-\{a-(1-a)\}$
$=3a-3-(a-1+a)$
$=3a-3-(2a-1)$
$=3a-3-2a+1$
$=a-2$

답 $a-2$

14 $\frac{3(x-1)}{2}-\frac{1-x}{5}=\frac{3x-3}{2}-\frac{1-x}{5}$

$=\frac{3}{2}x-\frac{3}{2}-\frac{1}{5}+\frac{1}{5}x$
$=\frac{15}{10}x+\frac{2}{10}x-\frac{15}{10}-\frac{2}{10}$
$=\frac{17}{10}x-\frac{17}{10}$

따라서 x의 계수는 $\frac{17}{10}$, 상수항은 $-\frac{17}{10}$이므로 구하는 합은

$\frac{17}{10}+\left(-\frac{17}{10}\right)=0$

답 0

> 분수 꼴인 일차식의 덧셈, 뺄셈
> ➡ 분모의 최소공배수로 통분하여 계산한다.

15 $\frac{1}{2}(2x+6)-3\{5+x-4(x-2)\}$

$=x+3-3(5+x-4x+8)$
$=x+3-3(-3x+13)$
$=x+3+9x-39$
$=10x-36$

따라서 $a=10$, $b=-36$이므로

$a-b=10-(-36)=46$

답 ⑤

16 $\frac{4-x}{3}-0.4(x-3)=\frac{4-x}{3}-\frac{2}{5}(x-3)$

$=\frac{4}{3}-\frac{1}{3}x-\frac{2}{5}x+\frac{6}{5}$
$=-\frac{5}{15}x-\frac{6}{15}x+\frac{20}{15}+\frac{18}{15}$
$=-\frac{11}{15}x+\frac{38}{15}$

따라서 $a=-\frac{11}{15}$, $b=\frac{38}{15}$이므로

$3a+b=3\times\left(-\frac{11}{15}\right)+\frac{38}{15}=\frac{1}{3}$

답 $\frac{1}{3}$

17 $\frac{x}{4}-\frac{2x-1}{3}-\frac{2x+3}{8}$

$=\frac{1}{4}x-\frac{2}{3}x+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}x-\frac{3}{8}$
$=-\frac{2}{3}x+\frac{8}{24}-\frac{9}{24}$
$=-\frac{2}{3}x-\frac{1}{24}$

답 ④

18 $4A-6B=4\left(\frac{1}{2}x-5\right)-6\left(3-\frac{1}{3}x\right)$

$=2x-20-18+2x$
$=4x-38$

답 $4x-38$

> 문자에 일차식을 대입할 때는 괄호를 사용한다.

19 $-6A+5B=-6(x-2y)+5(3x-5y)$

$=-6x+12y+15x-25y$
$=9x-13y$

따라서 $a=9$, $b=-13$이므로

$a+b=9+(-13)=-4$

답 ③

20 $2(A-B)-(A+B)=2A-2B-A-B$

$=A-3B$
$=-3x+2y-3(-x-y)$
$=-3x+2y+3x+3y$
$=5y$

답 ④

21 $8x+5-(\boxed{})=3(x-1)$에서

$\boxed{}=8x+5-3(x-1)$
$=8x+5-3x+3$
$=5x+8$

답 ⑤

> $A-\boxed{}=B$
> ➡ $\boxed{}=A-B$

22 어떤 다항식을 $\boxed{}$라 하면

$\boxed{}+(9x-2)=4x+5$
$\therefore \boxed{}=4x+5-(9x-2)$
$=4x+5-9x+2$
$=-5x+7$

따라서 구하는 식은

$-5x+7+(2x+3)=-3x+10$

답 $-3x+10$

23 조건 (가)에서 $A+(-5x+3)=-2x+7$이므로

$A=-2x+7-(-5x+3)$
$=-2x+7+5x-3$
$=3x+4$

조건 (나)에서 $B-(3x-1)=x-6$이므로

$B=x-6+(3x-1)$
$=4x-7$
$\therefore A+B=3x+4+4x-7$
$=7x-3$

답 $7x-3$

24 $(2-a)x^2+bx-1-6x+5$

$=(2-a)x^2+(b-6)x+4$

이 식이 x에 대한 일차식이 되려면

$2-a=0$, $b-6\neq0$
$\therefore a=2$, $b\neq6$

답 $a=2$, $b\neq6$

> x에 대한 일차식
> ➡ $ax+b$ $(a\neq0)$

25 $(k+3)x^2+7x-5-x-k$

$=(k+3)x^2+6x-5-k$

이 식이 x에 대한 일차식이 되려면

$k+3=0$ $\therefore k=-3$

따라서 주어진 식은 $6x-2$이므로 상수항은 -2이다.

답 ④

26 $A+B=(a+2)x^2-2x+5+x-a$
$\quad\quad=(a+2)x^2-x+5-a$
이 식이 x에 대한 일차식이 되려면
$\quad a+2=0 \quad \therefore a=-2$
즉 $A+B=-x+7$이므로 상수항은 $\quad 7$
따라서 구하는 곱은
$\quad 7\times(-2)=-14$ 답 -14

27 어떤 다항식을 $\boxed{}$라 하면
$\quad 3x-4y-(\boxed{})=-x+7y$
$\quad \therefore \boxed{}=3x-4y-(-x+7y)$
$\quad\quad =3x-4y+x-7y=4x-11y$
따라서 바르게 계산한 식은
$\quad 3x-4y+(4x-11y)=7x-15y$ 답 $7x-15y$

28 어떤 다항식을 $\boxed{}$라 하면
$\quad \boxed{}+(5x-y+3)=-2x+6y-1$
$\quad \therefore \boxed{}=-2x+6y-1-(5x-y+3)$
$\quad\quad =-2x+6y-1-5x+y-3$
$\quad\quad =-7x+7y-4$
따라서 바르게 계산한 식은
$\quad -7x+7y-4-(5x-y+3)$
$\quad =-7x+7y-4-5x+y-3$
$\quad =-12x+8y-7$
이때 x의 계수는 -12, y의 계수는 8이므로 구하는 합은
$\quad (-12)+8=-4$ 답 ①

29 $(6x-5)+(2x-1)+(-2x+3)=6x-3$이므로
$(-x)+(2x-1)+B=6x-3$에서
$\quad x-1+B=6x-3$
$\quad \therefore B=6x-3-(x-1)$
$\quad\quad =6x-3-x+1=5x-2$
$(-x)+A=(-2x+3)+B$에서
$\quad -x+A=-2x+3+5x-2$
$\quad -x+A=3x+1$
$\quad \therefore A=3x+1-(-x)$
$\quad\quad =3x+1+x=4x+1$
$\quad \therefore A+B=4x+1+(5x-2)$
$\quad\quad =9x-1$ 답 $9x-1$

Q쌤 한마디

오른쪽 표에서 세 식 $-x$, A, X의 합과 세 식 X, $-2x+3$, B의 합이 같으므로

$-x$	$6x-5$	
A	$2x-1$	
X	$-2x+3$	B

$\quad (-x)+A+X=X+(-2x+3)+B$,
$\quad$ 즉 $(-x)+A=(-2x+3)+B$
임을 알 수 있습니다.

BOX

$(-1)^{짝수}=1$
$(-1)^{홀수}=-1$

생각 톡
다항식이 모두 놓인 줄의 식을 더한 후 A, B를 포함한 줄을 찾아 식을 세운다.

30 $x-7+A=4x-3$이므로
$\quad A=4x-3-(x-7)$
$\quad\quad =4x-3-x+7$
$\quad\quad =3x+4$
$A+B=-2x+5$이므로
$\quad 3x+4+B=-2x+5$
$\quad \therefore B=-2x+5-(3x+4)$
$\quad\quad =-2x+5-3x-4$
$\quad\quad =-5x+1$
$C=4x-3+(-2x+5)=2x+2$이므로
$\quad A-B+C=3x+4-(-5x+1)+2x+2$
$\quad\quad =3x+4+5x-1+2x+2$
$\quad\quad =10x+5$ 답 $10x+5$

31 n이 홀수일 때, $n+1$은 짝수이므로
$\quad (-1)^n=-1,\ (-1)^{n+1}=1$
$\quad \therefore (-1)^n(x+3)+(-1)^{n+1}(3x-2)$
$\quad =-(x+3)+(3x-2)$
$\quad =-x-3+3x-2$
$\quad =2x-5$ 답 $2x-5$

32 n이 자연수일 때, $2n-1$은 홀수, $2n$은 짝수이므로
$\quad (-1)^{2n-1}=-1,\ (-1)^{2n}=1$
$\quad \therefore (-1)^{2n-1}(3x+2)-(-1)^{2n}(5x-7)$
$\quad =-(3x+2)-(5x-7)$
$\quad =-3x-2-5x+7$
$\quad =-8x+5$ 답 $-8x+5$

33 어른 $(3x-1)$명, 어린이 $(2x+7)$명이 입장했으므로 지난주 이 박물관 입장료의 총액은
$\quad 6000(3x-1)+4000\times x+1000(2x+7)$
$\quad =18000x-6000+4000x+2000x+7000$
$\quad =24000x+1000$(원)
답 $(24000x+1000)$원

34 (1) A 음식점에서 내야 하는 금액은
$$\left(x+\frac{20}{100}x\right)-\frac{20}{100}\left(x+\frac{20}{100}x\right)$$
$$=\frac{120}{100}x-\frac{24}{100}x=\frac{24}{25}x(\text{원})$$
B 음식점에서 내야 하는 금액은
$$\left(x-\frac{20}{100}x\right)+\frac{20}{100}\left(x-\frac{20}{100}x\right)$$
$$=\frac{80}{100}x+\frac{16}{100}x=\frac{24}{25}x(\text{원})$$
(2) 두 음식점 A, B에서 내야 하는 금액은 같다.
답 (1) A: $\frac{24}{25}x$원, B: $\frac{24}{25}x$원 (2) 같다.

35 (색칠한 부분의 둘레의 길이)

$=4r\times3.14+2r\times3.14+\frac{1}{2}\times6r\times3.14+4r+2r$

$=12.56r+6.28r+9.42r+4r+2r$

$=34.26r$ 답 $34.26r$

(원의 둘레의 길이) =(지름의 길이)×3.14

36 직사각형의 넓이는

$(3x+8)\times10=30x+80$

색칠하지 않은 삼각형 4개의 넓이의 합은

$\frac{1}{2}\times3x\times4+\frac{1}{2}\times8\times6$

$+\frac{1}{2}\times(3x+6)\times4+\frac{1}{2}\times2\times6$

$=6x+24+2(3x+6)+6$

$=6x+24+6x+12+6$

$=12x+42$

따라서 색칠한 부분의 넓이는

$30x+80-(12x+42)=30x+80-12x-42$

$=18x+38$

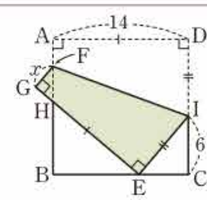
이므로 $a=18$, $b=38$

$\therefore b-a=38-18=20$ 답 ②

(색칠한 부분의 넓이) =(직사각형의 넓이) −(색칠하지 않은 삼각형 4개의 넓이의 합)

$(3x+8)-2=3x+6$

37 색칠한 부분, 즉 사각형 GFIE는 사각형 AFID와 합동이므로 사다리꼴이다.



이때 정사각형 ABCD의 한 변의 길이가 14이므로

(선분 EI의 길이)

=(선분 DI의 길이)

$=14-6=8$,

(선분 FG의 길이)$=x$,

(선분 GE의 길이)=(선분 AD의 길이)$=14$

따라서 구하는 넓이는

$\frac{1}{2}\times(8+x)\times14=7(8+x)=7x+56$

답 $7x+56$

생각 톡 색칠한 부분과 합동인 도형을 찾아 각 변의 길이를 구한다.

고난도 Training

L 46쪽

01 $\frac{-2y^n}{x}-\frac{-2^2y^{2n}}{x^2}+\frac{-2^3y^{n+1}}{x^3}$

$=\frac{-2\times(-1)^n}{-2}-\frac{-2^2\times(-1)^{2n}}{(-2)^2}+\frac{-2^3\times(-1)^{n+1}}{(-2)^3}$

$=(-1)^n+(-1)^{2n}+(-1)^{n+1}$

(i) n이 홀수일 때,

$2n$, $n+1$은 모두 짝수이므로

$(-1)^n=-1$, $(-1)^{2n}=1$, $(-1)^{n+1}=1$

$\therefore (-1)^n+(-1)^{2n}+(-1)^{n+1}$

$=-1+1+1=1$

(ii) n이 짝수일 때,

$2n$은 짝수, $n+1$은 홀수이므로

$(-1)^n=1$, $(-1)^{2n}=1$, $(-1)^{n+1}=-1$

$\therefore (-1)^n+(-1)^{2n}+(-1)^{n+1}$

$=1+1+(-1)=1$

(i), (ii)에서 구하는 식의 값은 1이다. 답 1

02 $2x^2-ax-4\left[3x-\frac{1}{2}\{ax^2-(5x-2)\}\right]$

$=2x^2-ax-4\left\{3x-\frac{1}{2}(ax^2-5x+2)\right\}$

$=2x^2-ax-4\left(3x-\frac{1}{2}ax^2+\frac{5}{2}x-1\right)$

$=2x^2-ax-4\left(-\frac{1}{2}ax^2+\frac{11}{2}x-1\right)$

$=2x^2-ax+2ax^2-22x+4$

$=(2a+2)x^2-(a+22)x+4$

이 식이 x에 대한 일차식이 되려면

$2a+2=0$, $-(a+22)\neq0$

$\therefore a=-1$

$(2a+2)x^2-(a+22)x+4$에 $a=-1$을 대입하면

$-(-1+22)x+4=-21x+4$

따라서 x의 계수는 -21이다. 답 ①

03 집에서 편의점까지의 거리는

$(17x+10)-(9x+7)=17x+10-9x-7$

$=8x+3$ (km)

이므로 편의점에서 서점까지의 거리는

$(12x+5)-(8x+3)=12x+5-8x-3$

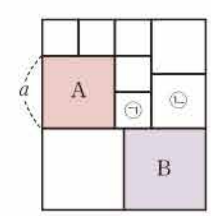
$=4x+2$ (km)

따라서 종민이가 시속 4 km로 편의점에서 서점까지 가는 데 걸린 시간은

$\frac{4x+2}{4}=x+\frac{1}{2}$ (시간) 답 $\left(x+\frac{1}{2}\right)$시간

$(\text{시간})=\frac{(\text{거리})}{(\text{속력})}$

04 오른쪽 그림에서 정사각형 ㉠의 한 변의 길이는



$\frac{1}{2}\times a=\frac{1}{2}a$

이고, 정사각형 ㉡의 한 변의 길이는

$\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{2}a\times3\right)=\frac{3}{4}a$

따라서 주어진 직사각형의 가로의 길이는

$a+\frac{1}{2}a+\frac{3}{4}a=\frac{9}{4}a$

이므로 정사각형 B의 한 변의 길이는

$\frac{1}{2}\times\frac{9}{4}a=\frac{9}{8}a$ 답 $\frac{9}{8}a$

생각 톡 정사각형 ㉠의 한 변의 길이를 3배 한 것과 정사각형 ㉡의 한 변의 길이를 2배 한 것이 서로 같음을 이용한다.

05 일차방정식

Lecture 09 일차방정식

W 47쪽

01 ① $-1-1=2\times(-1)$
② $6-2\times0=0+6$
③ $3\times1-5=2\times1-4$
④ $\frac{1}{2}\times2-1\neq2$
⑤ $-(-2)+4=2\times\{1-(-2)\}$

답 ④

02 x가 절댓값이 2인 수이므로 $x=-2,\ 2$
$x=-2$를 대입하면
$5\times(-2)-6\neq-3\times(-2-1)+7$
$x=2$를 대입하면
$5\times2-6=-3\times(2-1)+7$
따라서 주어진 방정식의 해는 $x=2$이다. 답 $x=2$

03 ④ (우변)$=-2\left(1-\frac{1}{4}x\right)=\frac{1}{2}x-2$
즉 (좌변)=(우변)이므로 항등식이다.
⑤ (우변)$=4x+3-3x=x+3$
즉 (좌변)=(우변)이므로 항등식이다.

답 ④, ⑤

생각 톡
어떤 등식이 항등식임을 확인할 때는 등식의 양변을 간단히 하여 서로 같은지 확인한다.

04 x의 값에 관계없이 항상 참인 등식은 항등식이다.
⑤ (좌변)$=-(x-6)=-x+6$
(우변)$=2(3-x)+x=6-2x+x=-x+6$
즉 (좌변)=(우변)이므로 항등식이다.

답 ⑤

05 $ax+b=2(3x-5)$에서
$ax+b=6x-10$
모든 x의 값에 대하여 항상 참인 등식은 항등식이므로
$a=6,\ b=-10$
$\therefore a-b=6-(-10)=16$ 답 ⑤

$ax+b=cx+d$가 x에 대한 항등식
➡ $a=c,\ b=d$

06 $\frac{3}{2}=a-2,\ -\frac{1}{5}b=3$이므로
$a=\frac{7}{2},\ b=-15$
$\therefore 6a+b=6\times\frac{7}{2}+(-15)=6$ 답 6

07 (ㄱ) $2x=2y$의 양변을 2로 나누면 $x=y$
$x=y$의 양변에 5를 더하면 $x+5=y+5$
(ㄴ) $x+4=y+4$의 양변에서 4를 빼면 $x=y$
(ㄷ) $x-1=y-1$의 양변에 1을 더하면 $x=y$
$x=y$의 양변을 3으로 나누면 $\frac{x}{3}=\frac{y}{3}$
(ㄹ) $a\neq0$이어야 한다.
(ㅁ) $\frac{x}{3}=\frac{y}{5}$의 양변에 15를 곱하면 $5x=3y$
$5x=3y$의 양변에서 b를 빼면 $5x-b=3y-b$
이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄷ), (ㅁ)이다. 답 (ㄱ), (ㄷ), (ㅁ)

08 ① $2a=5$의 양변에 3을 더하면
$2a+3=5+3=\boxed{8}$
② $-3a=9$의 양변에서 1을 빼면
$-3a-1=9-1=\boxed{8}$
③ $\frac{a}{4}=2$의 양변에 4를 곱하면
$\frac{a}{4}\times4=2\times4 \quad \therefore a=\boxed{8}$
④ $-\frac{5}{3}a=16$의 양변을 -2로 나누면
$-\frac{5}{3}a\div(-2)=16\div(-2)$
$\therefore \frac{5}{6}a=\boxed{-8}$
⑤ $5a=15$의 양변에 $\frac{2}{5}$를 곱하면
$5a\times\frac{2}{5}=15\times\frac{2}{5} \quad \therefore 2a=6$
$2a=6$의 양변에 2를 더하면
$2a+2=6+2=\boxed{8}$

답 ④

09 답 (가) $-3x$ (나) 4 (다) 12 (라) 4 (마) 3

10 답 ①, ②

11 ③ 5와 x를 이항하면
$3x-x=-1-5 \quad \therefore 2x=-6$ 답 ③

12 ① $3x-10=3x-8$에서 $-2=0$
② $6(1-x)=1-6x$에서
$6-6x=1-6x \quad \therefore 5=0$
③ $-7x+1=1-x^2$에서 $x^2-7x=0$
④ $2x^2-3=2x^2+4x$에서 $-4x-3=0$
⑤ $9-5x=-\frac{1}{2}(10x+3)$에서
$9-5x=-5x-\frac{3}{2} \quad \therefore \frac{21}{2}=0$
따라서 일차방정식인 것은 ④이다. 답 ④

13 ① $3x=4500$에서 $3x-4500=0$
② $12x=60$에서 $12x-60=0$
③ $6x+2=20$에서 $6x-18=0$
④ $\frac{1}{2}\times(3x-2)\times4=4x$에서
$6x-4=4x \quad \therefore 2x-4=0$
⑤ $2\times\{x+(2x+1)\}=6x+2$에서
$2(3x+1)=6x+2 \quad \therefore 0=0$
따라서 일차방정식이 아닌 것은 ⑤이다. 답 ⑤

14 ① $4x-7=-1$에서　$4x=6$　$\therefore x=\frac{3}{2}$

② $5-3x=2x-10$에서　$-5x=-15$
$\therefore x=3$

③ $13-2x=x+1$에서　$-3x=-12$
$\therefore x=4$

④ $3x-6=8-4x$에서　$7x=14$
$\therefore x=2$

⑤ $-(7-4x)=3(2x-3)$에서
$-7+4x=6x-9$
$-2x=-2$　$\therefore x=1$

따라서 해가 가장 큰 것은 ③이다.　답 ③

$1<\frac{3}{2}<2<3<4$

15 $6x-4(x+2)=-2$에서　$6x-4x-8=-2$
$2x=6$　$\therefore x=3$

① $2x+6=3x$에서　$-x=-6$
$\therefore x=6$

② $3x-8=x-14$에서　$2x=-6$
$\therefore x=-3$

③ $7+5x=4(x-1)+5$에서　$7+5x=4x+1$
$\therefore x=-6$

④ $-2(2x-1)=5(4+x)$에서
$-4x+2=20+5x$
$-9x=18$　$\therefore x=-2$

⑤ $x+11=8-6(2-x)$에서　$x+11=-4+6x$
$-5x=-15$　$\therefore x=3$

답 ⑤

$a:b=c:d$
➡ $ad=bc$

방정식의 해가 $x=p$
➡ $x=p$를 방정식에 대입하면 등식이 성립한다.

16 $10-\{x-5(1-x)\}=-9$에서
$10-(x-5+5x)=-9$
$10-6x+5=-9$,　$-6x=-24$
$\therefore x=4$　답 $x=4$

17 양변에 6을 곱하면
$3-2(2-x)=3(x+3)$
$3-4+2x=3x+9$
$-x=10$　$\therefore x=-10$　답 ①

$0.5=\frac{1}{2}$이므로 양변에 2, 3의 최소공배수인 6을 곱한다.

18 $0.5x-1=0.3x+0.2$의 양변에 10을 곱하면
$5x-10=3x+2$
$2x=12$　$\therefore x=6$
$0.02(x-5)+0.66=1-0.2x$의 양변에 100을 곱하면
$2(x-5)+66=100-20x$
$2x-10+66=100-20x$
$22x=44$　$\therefore x=2$
따라서 $a=6$, $b=2$이므로
$a-b=6-2=4$　답 4

계수가 소수인 일차방정식
➡ 양변에 10, 100, 1000, …과 같은 수를 곱한다.

19 $\frac{2x-3}{7}=6-x$의 양변에 7을 곱하면
$2x-3=7(6-x)$,　$2x-3=42-7x$
$9x=45$　$\therefore x=5$
$0.4(2-x)+1=0.6x$의 양변에 10을 곱하면
$4(2-x)+10=6x$,　$8-4x+10=6x$
$-10x=-18$　$\therefore x=\frac{9}{5}$
따라서 구하는 곱은
$5\times\frac{9}{5}=9$　답 9

20 양변에 20을 곱하면
$3x-12=4x$
$-x=12$　$\therefore x=-12$
따라서 $a=-12$이므로
$\frac{1}{4}a-3=\frac{1}{4}\times(-12)-3=-6$　답 ①

21 $0.5(x-8):3=\frac{1}{5}(2x-3):5$에서
$2.5(x-8)=\frac{3}{5}(2x-3)$
양변에 10을 곱하면
$25(x-8)=6(2x-3)$
$25x-200=12x-18$,　$13x=182$
$\therefore x=14$　답 14

22 $x=1$을 주어진 방정식에 대입하면
$10=2(1-a)$,　$10=2-2a$
$2a=-8$　$\therefore a=-4$　답 -4

23 $x=-4$를 주어진 방정식에 대입하면
$-6.7=-4a+1.3$,　$4a=8$
$\therefore a=2$　답 ②

24 $x=-1$을 $x+5=2(x-a)$에 대입하면
$4=2(-1-a)$,　$4=-2-2a$
$2a=-6$　$\therefore a=-3$
$x=-1$을 $\frac{1}{4}x+b=3\left(x+\frac{1}{2}\right)$에 대입하면
$-\frac{1}{4}+b=-\frac{3}{2}$　$\therefore b=-\frac{5}{4}$
$\therefore a+4b=-3+4\times\left(-\frac{5}{4}\right)=-8$　답 -8

25 $x=\frac{1}{3}$을 $3+a(1-x)=3x-4(x-2)$에 대입하면
$3+\frac{2}{3}a=\frac{23}{3}$,　$\frac{2}{3}a=\frac{14}{3}$
$\therefore a=7$

$3\times\frac{1}{3}-4\times\left(\frac{1}{3}-2\right)$
$=1-4\times\left(-\frac{5}{3}\right)$
$=1+\frac{20}{3}=\frac{23}{3}$

$a=7$을 $\frac{ax-8}{2}=0.5x+5$에 대입하면
$\frac{7x-8}{2}=0.5x+5$
양변에 2를 곱하면
$7x-8=x+10$,　$6x=18$
$\therefore x=3$　답 $x=3$

W 05 일차방정식

26 $\frac{x}{2}-\frac{x+1}{3}=1$의 양변에 6을 곱하면

$3x-2(x+1)=6$

$3x-2x-2=6 \quad \therefore x=8$

$x=8$을 $\frac{5}{4}x-3=a$에 대입하면

$10-3=a \quad \therefore a=7$ 답 ⑤

27 $4(x+1):(-7+2x)=4:5$에서

$20(x+1)=4(-7+2x)$

$20x+20=-28+8x$

$12x=-48 \quad \therefore x=-4$

$x=-4$를 $a(x+1)+2=11$에 대입하면

$-3a+2=11$

$-3a=9 \quad \therefore a=-3$ 답 -3

28 $ax-3=4x+1$에서 $(a-4)x-4=0$

이 방정식이 x에 대한 일차방정식이 되려면

$a-4\neq 0 \quad \therefore a\neq 4$ 답 ⑤

29 $(a-1)x^2+4(x+1)=2bx$에서

$(a-1)x^2+(4-2b)x+4=0$

이 방정식이 x에 대한 일차방정식이 되려면

$a-1=0,\ 4-2b\neq 0$

$\therefore a=1,\ b\neq 2$ 답 ③

30 우변의 2를 a로 잘못 보았다고 하면 잘못 본 방정식은

$\frac{x-1}{3}=ax+7$

이때 $x=-2$를 대입하면

$-1=-2a+7, \quad 2a=8 \quad \therefore a=4$

따라서 우변의 2를 4로 잘못 보고 풀었다. 답 4

31 $x=-1$을 $3(2x-5)+7=a+3x$에 대입하면

$-14=a-3 \quad \therefore a=-11$

따라서 주어진 방정식은

$3(2x-5)+7=-11+3x$

이 방정식의 우변의 3을 b로 잘못 보았다고 하면 잘못 본 방정식은

$3(2x-5)+7=-11+bx$

이때 $x=-3$을 대입하면

$-26=-11-3b, \quad 3b=15$

$\therefore b=5$

따라서 우변의 3을 5로 잘못 보고 풀었다. 답 5

32 잘못 본 방정식은

$5(3-x)=-ax+3$

이때 $x=4$를 대입하면

$-5=-4a+3, \quad 4a=8 \quad \therefore a=2$

따라서 주어진 방정식은 $5(3-x)=2x+3$이므로

Q BOX

x에 대한 일차방정식
➡ $ax+b=0$ 꼴
(단, $a\neq 0$)

4의 3배

10의 역수

$-7+2=-5$

3과 절댓값이 같고 부호가 반대인 수는 -3이다.

a는 -6보다 큰 음의 정수이다.

생각 톡
방정식의 a를 $-a$로 바꾼 방정식의 해가 $x=4$임을 이용한다.

$15-5x=2x+3, \quad -7x=-12$

$\therefore x=\frac{12}{7}$ 답 ④

33 $5+1.5x=0.7x+8.2$의 양변에 10을 곱하면

$50+15x=7x+82, \quad 8x=32 \quad \therefore x=4$

따라서 $\frac{a(x-4)}{2}-\frac{x}{3}=4$의 해는 $x=12$이므로

$4a-4=4, \quad 4a=8 \quad \therefore a=2$ 답 ②

34 $0.2(x+1)=0.5x-2.8$의 양변에 10을 곱하면

$2(x+1)=5x-28, \quad 2x+2=5x-28$

$-3x=-30 \quad \therefore x=10$

따라서 $10x-\frac{3}{5}=6x-3a$의 해는 $x=\frac{1}{10}$이므로

$1-\frac{3}{5}=\frac{3}{5}-3a, \quad 3a=\frac{1}{5}$

$\therefore a=\frac{1}{15}$ 답 $\frac{1}{15}$

35 $\frac{x-2}{3}=\frac{3(x+2)}{5}$의 양변에 15를 곱하면

$5(x-2)=9(x+2), \quad 5x-10=9x+18$

$-4x=28 \quad \therefore x=-7$

따라서 $2a-x=3x+b$의 해는 $x=-5$이므로

$2a+5=-15+b$

$\therefore 2a-b=-20$ 답 ②

36 $1.2(x+1)=3+0.6x$의 양변에 10을 곱하면

$12(x+1)=30+6x, \quad 12x+12=30+6x$

$6x=18 \quad \therefore x=3$

따라서 $\frac{kx+4}{5}=2(k+3)$의 해는 $x=-3$이므로

$\frac{-3k+4}{5}=2(k+3)$

양변에 5를 곱하면

$-3k+4=10(k+3), \quad -3k+4=10k+30$

$-13k=26 \quad \therefore k=-2$ 답 -2

37 $x-\frac{1}{2}(x+a)=3$의 양변에 2를 곱하면

$2x-(x+a)=6, \quad 2x-x-a=6$

$\therefore x=a+6$

이때 $a+6$이 자연수이어야 하므로

$a=-5,\ -4,\ -3,\ -2,\ -1$ 답 ①

38 $x+\frac{1}{7}(5x-6a)=2x-4$의 양변에 7을 곱하면

$7x+5x-6a=14x-28, \quad -2x=6a-28$

$\therefore x=-3a+14$

이때 $-3a+14$가 자연수이어야 하므로

$a=1,\ 2,\ 3,\ 4$

따라서 모든 자연수 a의 값의 합은

$1+2+3+4=10$ 답 10

39 $ax-3=-4(x+2)$에서

$ax-3=-4x-8$

$(a+4)x=-5 \qquad \therefore x=-\frac{5}{a+4}$

이때 $-\frac{5}{a+4}$가 음의 정수이려면 $a+4$가 5의 약수이어야 하므로

$a+4=1$ 또는 $a+4=5$

$\therefore a=1\ (\because a>0)$ 답 1

40 $ax-4=2b-5x$에서

$(a+5)x=2b+4$

이 방정식의 해가 무수히 많으므로

$a+5=0,\ 2b+4=0 \qquad \therefore a=-5,\ b=-2$

$\therefore a+b=-5+(-2)=-7$ 답 -7

x에 대한 방정식 $ax=b$의 해가 무수히 많을 조건 ➡ $a=0,\ b=0$

41 $ax+7=b-3x$에서

$(a+3)x=b-7$

이 방정식의 해가 없으므로

$a+3=0,\ b-7\neq0$

$\therefore a=-3,\ b\neq7$ 답 ①

x에 대한 방정식 $ax=b$의 해가 없을 조건 ➡ $a=0,\ b\neq0$

42 $\frac{x-1}{2}*8=2\times\frac{x-1}{2}\times8-8$

$=8(x-1)-8=8x-16$

$3x*(-2)=2\times3x\times(-2)-(-2)$

$=-12x+2$

따라서 $8x-16=-12x+2$이므로

$20x=18 \qquad \therefore x=\frac{9}{10}$ 답 $\frac{9}{10}$

43 $[4,\ 6]=4x+6,\ [-1,\ 5]=-x+5,$
$[7,\ -4]=7x-4$이므로

$\frac{1}{2}(4x+6)=3(-x+5)+7x-4$

$2x+3=-3x+15+7x-4$

$-2x=8 \qquad \therefore x=-4$ 답 -4

Lecture 10 일차방정식의 활용 W 54쪽

01 연속하는 세 홀수를 $x-2,\ x,\ x+2$라 하면

$(x-2)+x+(x+2)=87$

$3x=87 \qquad \therefore x=29$

따라서 세 홀수 중 가장 작은 수는

$29-2=27$ 답 ②

다른풀이 연속하는 세 홀수를 $x,\ x+2,\ x+4$라 하면

$x+(x+2)+(x+4)=87$

$3x+6=87, \qquad 3x=81 \qquad \therefore x=27$

따라서 세 홀수 중 가장 작은 수는 27이다.

Q쌤 한마디

연속하는 세 홀수를 $x-2,\ x,\ x+2$ 또는 $x,\ x+2,\ x+4$ 또는 $x-4,\ x-2,\ x$로 놓을 수 있습니다. 이때 풀이, 다른 풀이와 같이 연속하는 세 홀수 중 어떤 수를 x로 놓느냐에 따라 방정식의 해는 달라지지만 문제의 답은 변하지 않습니다.

02 연속하는 세 자연수를 $x-1,\ x,\ x+1$이라 하면

$3(x-1)=x+(x+1)+8$

$3x-3=2x+9 \qquad \therefore x=12$

따라서 세 자연수 중 가장 큰 수는

$12+1=13$ 답 13

03 처음 수의 십의 자리의 숫자를 x라 하면

$60+x=2(10x+6)-9$

$60+x=20x+3$

$-19x=-57 \qquad \therefore x=3$

따라서 처음 두 자리 자연수는

$30+6=36$ 답 ③

십의 자리의 숫자가 a, 일의 자리의 숫자가 b인 두 자리 자연수 ➡ $10a+b$

04 십의 자리의 숫자를 x라 하면 일의 자리의 숫자는 $x+4$이다.

이때 각 자리의 숫자의 합은 $x+(x+4)=2x+4$이므로

$10x+(x+4)=4(2x+4)$

$11x+4=8x+16, \qquad 3x=12$

$\therefore x=4$

따라서 구하는 자연수는

$40+8=48$ 답 48

$x+4=4+4=8$

05 처음 수의 백의 자리의 숫자를 x라 하면 일의 자리의 숫자는 $2x$이고 십의 자리의 숫자는

$11-x-2x=11-3x$

이므로

$100x+20x+11-3x$

$=100x+10(11-3x)+2x+36$

$117x+11=72x+146, \qquad 45x=135$

$\therefore x=3$

따라서 처음 세 자리 자연수는

$300+10\times2+6=326$ 답 326

$x=3$을 $11-3x$에 대입하면
$11-3\times3=2$

06 토끼를 x마리라 하면 오리는 $(14-x)$마리이므로

$4x+2(14-x)=44, \qquad 2x+28=44$

$2x=16 \qquad \therefore x=8$

따라서 토끼는 8마리이다. 답 ④

07 은수가 산 귤의 개수는

$3600\div400=9$

이므로 사과와 자두의 개수의 합은

$21-9=12$

은수가 자두를 x개 샀다고 하면 사과는 $(12-x)$개 샀으므로

$3600+1600(12-x)+800x=14800$

$-800x+22800=14800$

$-800x=-8000 \qquad \therefore x=10$

따라서 은수가 산 자두의 개수는 10이다. 답 10

08 두 직육면체를 붙여서 만든 직육면체의 밑면의 가로, 세로의 길이는 각각 $5+5=10$, x이고 높이는 7이므로

$2\times(10\times x+7\times x+10\times 7)=276$

$34x+140=276, \qquad 34x=136$

$\therefore x=4$ 답 ③

09 가로의 길이를 x cm라 하면 세로의 길이는 $(2x-3)$ cm이므로

$2\{x+(2x-3)\}=30, \qquad 6x-6=30$

$6x=36 \qquad \therefore x=6$

따라서 직사각형의 넓이는

$6\times 9=54\ (\text{cm}^2)$ 답 $54\ \text{cm}^2$

가로의 길이가 6 cm이므로 세로의 길이는 $2\times 6-3=9$ (cm)

10 세로의 길이를 x cm라 하면 가로의 길이는 $2x$ cm이므로

$2(x+2x)=48$

$6x=48 \qquad \therefore x=8$

따라서 세로의 길이는 8 cm, 가로의 길이는 $2\times 8=16$ (cm)이므로 직사각형의 넓이는

$8\times 16=128\ (\text{cm}^2)$ 답 $128\ \text{cm}^2$

11 x개월 후에 두 사람의 예금액이 같아진다고 하면

(x개월 후의 예금액) =(현재의 예금액) +(매월 예금액)$\times x$

$60000+2000x=30000+4000x$

$-2000x=-30000 \qquad \therefore x=15$

따라서 15개월 후에 두 사람의 예금액이 같아진다.

답 15개월

12 x개월 후에 슬기의 예금액이 문영이의 예금액의 3배가 된다고 하면

$36000-4000x=3(20000-4000x)$

$36000-4000x=60000-12000x$

$8000x=24000 \qquad \therefore x=3$

따라서 3개월 후에 슬기의 예금액이 문영이의 예금액의 3배가 된다. 답 ②

13 전체 작업의 양을 1이라 하면 누나와 동생이 하루에 하는 작업의 양은 각각 $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$이다.

전체 양이 1인 작업을 누나가 혼자 하면 4일이 걸리므로 하루에 하는 작업의 양은 $\frac{1}{4}$이다.

동생이 x일 동안 작업했다고 하면 누나는 $(x-5)$일 동안 작업했으므로

$\frac{x-5}{4}+\frac{x}{8}=1, \qquad \frac{3}{8}x=\frac{9}{4}$

$\therefore x=6$

따라서 동생은 6일 동안 작업했다. 답 6일

14 물통에 물이 가득 찼을 때의 물의 양을 1이라 하면 A 호스와 B 호스로 1시간에 채울 수 있는 물의 양은 각각 $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{12}$이다.

A 호스만 사용하여 물을 채운 시간을 x시간이라 하면

$\left(\frac{1}{8}+\frac{1}{12}\right)\times 3+\frac{1}{8}\times x=1$

$\frac{1}{8}x=\frac{3}{8} \qquad \therefore x=3$

따라서 A 호스만 사용하여 물을 채운 시간은 3시간이다. 답 3시간

15 직원이 10분 동안 만드는 만두의 개수를 x라 하면 사장이 10분 동안 만드는 만두의 개수는 $x+15$이므로 사장이 40분 동안 만드는 만두의 개수는 $4(x+15)$, 직원이 50분 동안 만드는 만두의 개수는 $5x$이다.

즉 $4(x+15)=5x\times 2$이므로

$4x+60=10x, \qquad -6x=-60$

$\therefore x=10$

따라서 사장과 직원은 10분 동안 각각 25개, 10개의 만두를 만들 수 있으므로 1시간 동안 만들 수 있는 만두의 개수의 합은

$6\times(25+10)=210$ 답 ⑤

16 올라간 거리를 x km라 하면

(올라갈 때 걸린 시간) +(내려올 때 걸린 시간)

$\frac{x}{3}+\frac{x+1}{5}=5, \qquad 5x+3(x+1)=75$

$8x=72 \qquad \therefore x=9$

따라서 올라간 거리는 9 km이다. 답 ①

17 집에서 학원까지의 거리를 x km라 하면

$\frac{x}{6}=\frac{x}{4}-\frac{1}{3}, \qquad 2x=3x-4$

20분$=\frac{20}{60}$시간 $=\frac{1}{3}$시간

$-x=-4 \qquad \therefore x=4$

따라서 집에서 학원까지의 거리는 4 km이다.

답 4 km

18 시속 15 km로 간 거리를 x km라 하면 시속 20 km로 간 거리는 $(40-x)$ km이므로

$\frac{x}{15}+\frac{40-x}{20}=\frac{5}{2}$

2시간 30분 $=\left(2+\frac{1}{2}\right)$시간 $=\frac{5}{2}$시간

$4x+3(40-x)=150 \qquad \therefore x=30$

따라서 시속 15 km로 간 거리는 30 km이다.

답 ④

19 재욱이가 출발한 지 x분 후에 승진이와 만난다고 하면

$80x=100(x-10)$

$-20x=-1000 \qquad \therefore x=50$

따라서 재욱이가 출발한 지 50분 후에 승진이와 만난다. 답 50분

20 재원이가 출발한 지 x분 후에 민아와 만난다고 하면

$40(x+6)=70x$

$-30x=-240 \quad \therefore x=8$

따라서 재원이가 출발한 지 8분 후인 오후 5시 59분에 두 사람이 만난다. 답 ④

21 아버지가 출발한 지 x분 후에 호영이와 만난다고 하면

$90(x+20)=270x$

$-180x=-1800 \quad \therefore x=10$

따라서 호영이가 출발한 지 $20+10=30$(분) 후에 아버지와 만나므로 호영이가 걸은 거리는

$90\times30=2700$ (m) 답 2700 m

22 두 사람이 x분 후에 만난다고 하면 두 사람이 x분 동안 이동한 거리의 합은 두 사람의 집 사이의 거리와 같으므로

$60x+90x=1800$

$150x=1800 \quad \therefore x=12$

따라서 두 사람이 만나는 시각은 오후 4시 12분이다.

답 오후 4시 12분

23 두 사람이 x분 후에 처음으로 만난다고 하면 두 사람이 x분 동안 이동한 거리의 합은 호수의 둘레의 길이와 같으므로

$70x+130x=3000, \quad 200x=3000$

3 km=3000 m

$\therefore x=15$

따라서 두 사람은 출발한 지 15분 후에 처음으로 만난다. 답 ④

24 두 사람이 x초 후에 처음으로 만난다고 하면 선우는 경호보다 트랙을 한 바퀴 더 돌게 되므로

선우의 속력이 더 빠르다.

$6x-4x=480, \quad 2x=480$

$\therefore x=240$

따라서 두 사람은 출발한 지 $\frac{240}{60}=4$(분) 후에 처음으로 만난다. 답 4분

25 처음 소금물의 농도를 x %라 하면

$\frac{x}{100}\times400=\frac{8}{100}\times(400+200)$

$4x=48 \quad \therefore x=12$

따라서 처음 소금물의 농도는 12 %이다. 답 ③

26 소금 x g을 더 넣는다고 하면

$\frac{5}{100}\times900+x=\frac{10}{100}\times(900+x)$

$4500+100x=9000+10x$

$90x=4500 \quad \therefore x=50$

따라서 소금 50 g을 더 넣어야 한다. 답 50 g

Q쌤 한마디

소금을 더 넣으면 다음과 같이 소금의 양뿐만 아니라 소금물의 양도 변함에 유의합니다.

(나중 소금의 양)

=(처음 소금의 양)+(더 넣은 소금의 양),

(나중 소금물의 양)

=(처음 소금물의 양)+(더 넣은 소금의 양)

27 증발한 물의 양을 x g이라 하면

생각 소금물의 물이 증발하여도 소금의 양은 변하지 않음을 이용하여 방정식을 세운다.

$\frac{8}{100}\times300=\frac{12}{100}\times(300-x)$

$2400=3600-12x, \quad 12x=1200$

$\therefore x=100$

따라서 증발한 물의 양은 100 g이다. 답 ①

28 소금 x g을 더 넣는다고 하면

$\frac{8}{100}\times400+x=\frac{20}{100}\times(400+100+x)$

$3200+100x=10000+20x$

$80x=6800 \quad \therefore x=85$

따라서 소금 85 g을 더 넣어야 한다. 답 ④

29 처음 설탕물의 농도를 x %라 하면

나중 설탕물의 농도는 $2x$ %이다.

$\frac{x}{100}\times600+20=\frac{2x}{100}\times(600-220+20)$

$6x+20=8x, \quad -2x=-20$

$\therefore x=10$

따라서 처음 설탕물의 농도는 10 %이다. 답 10 %

30 $\frac{6}{100}\times200+\frac{x}{100}\times300=\frac{9}{100}\times(200+300)$이므로

$12+3x=45, \quad 3x=33$

$\therefore x=11$ 답 ②

31 10 %의 소금물을 x g 섞는다고 하면

$\frac{4}{100}\times300+\frac{10}{100}\times x=\frac{6}{100}\times(300+x)$

$1200+10x=1800+6x$

$4x=600 \quad \therefore x=150$

따라서 10 %의 소금물 150 g을 섞어야 한다.

답 150 g

32 퍼낸 설탕물의 양을 x g이라 하면

$\frac{10}{100}\times(100-x)+\frac{6}{100}\times200=\frac{5}{100}\times300$

섞어 만든 설탕물의 양은

$100-x+x+200$

$=300$(g)

$1000-10x+1200=1500$

$-10x=-700 \quad \therefore x=70$

따라서 퍼낸 설탕물의 양은 70 g이다. 답 ④

BOX

33 작년의 남학생 수를 x라 하면 작년의 여학생 수는 $500-x$이므로

$\frac{8}{100}x-\frac{3}{100}(500-x)=18$

$8x-1500+3x=1800$

$11x=3300 \quad \therefore x=300$

따라서 작년의 남학생 수는 300이다. 답 300

34 작년의 여학생 수를 x라 하면 작년의 남학생 수는 $725-x$이므로

$-\frac{4}{100}(725-x)+\frac{2}{100}x=-8$

$-2900+4x+2x=-800$

$6x=2100 \quad \therefore x=350$

따라서 올해의 여학생 수는

$350+350\times\frac{2}{100}=357$ 답 ⑤

(올해의 여학생 수)
=(작년의 여학생 수)
+(증가한 여학생 수)

35 작년의 놀이 기구 B의 이용 요금을 x원이라 하면 작년의 놀이 기구 A의 이용 요금은 $(x+400)$원이므로

$(x+400)+\frac{6}{100}(x+400)=x+\frac{10}{100}x$

$40000+6x+2400=10x$

$-4x=-42400 \quad \therefore x=10600$

따라서 작년의 놀이 기구 B의 이용 요금은 10600원이다. 답 10600원

36 이 상품의 원가를 x원이라 하면

$(\text{정가})=\left(1+\frac{40}{100}\right)x=\frac{7}{5}x(\text{원})$

$(\text{판매 가격})=\frac{7}{5}x-7000(\text{원})$

$(\text{이익})=\frac{1}{20}x(\text{원})$

이때 (판매 가격)$-$(원가)$=$(이익)이므로

$\left(\frac{7}{5}x-7000\right)-x=\frac{1}{20}x$

$\frac{7}{20}x=7000 \quad \therefore x=20000$

따라서 이 상품의 정가는

$\frac{7}{5}\times 20000=28000(\text{원})$ 답 ⑤

원가가 x원인 물건에 a %의 이익을 붙인 정가
➡ $\left(1+\frac{a}{100}\right)x$원

37 이 물건의 정가를 x원이라 하면

$(\text{판매 가격})=\left(1-\frac{20}{100}\right)x=\frac{4}{5}x(\text{원})$

$(\text{이익})=8000\times\frac{10}{100}=800(\text{원})$

이때 (판매 가격)$-$(원가)$=$(이익)이므로

$\frac{4}{5}x-8000=800$

$\frac{4}{5}x=8800 \quad \therefore x=11000$

따라서 이 물건의 정가는 11000원이다. 답 11000원

정가가 x원인 물건을 a % 할인한 판매 가격
➡ $\left(1-\frac{a}{100}\right)x$원

38 이 에코백의 원가를 x원이라 하면

$(\text{정가})=\left(1+\frac{30}{100}\right)x=\frac{13}{10}x(\text{원})$

$(\text{판매 가격})=\frac{13}{10}x-300(\text{원})$

이때 (판매 가격)$-$(원가)$=$(이익)이므로

$\left(\frac{13}{10}x-300\right)-x=900$

$\frac{3}{10}x=1200 \quad \therefore x=4000$

따라서 이 에코백의 판매 가격은

$\frac{13}{10}\times 4000-300=4900(\text{원})$ 답 ③

39 $3x+75=4x-50$이므로

$-x=-125 \quad \therefore x=125$

따라서 학생 수는 125이므로 배지의 개수는

$y=3\times 125+75=450$

$\therefore y-x=450-125=325$ 답 ①

$x=125$를 $4x-50$에 대입하여 구할 수도 있다.

40 학생 수를 x라 하면

$5x+4=6x-7, \quad -x=-11$

$\therefore x=11$

따라서 귤의 개수는 $5\times 11+4=59$이므로 7개씩 나누어 주면

$7\times 11-59=18(\text{개})$

가 부족하다. 답 18개

11명의 학생에게 귤을 7개씩 나누어 주려면 $7\times 11=77$(개)의 귤이 필요하다.

41 한 줄에 4명씩 설 때의 줄의 수를 x라 하면

$4x+2=5(x-1)+1, \quad 4x+2=5x-4$

$-x=-6 \quad \therefore x=6$

따라서 한 줄에 4명씩 설 때의 줄의 수는 6이므로 이 학급의 학생 수는

$4\times 6+2=26$ 답 ④

42 텐트의 개수를 x라 하면

$6x+1=7(x-4)+3, \quad 6x+1=7x-25$

$-x=-26 \quad \therefore x=26$

따라서 텐트의 개수는 26이므로 학생 수는

$6\times 26+1=157$ 답 26, 157

완전히 빈 텐트가 3개이므로 $(x-4)$개의 텐트에는 7명씩 자고 마지막 1개의 텐트에는 3명이 잔다.

43 열차의 길이를 x m라 하면

$\frac{500+x}{30}=\frac{800+x}{45}$

$3(500+x)=2(800+x)$

$1500+3x=1600+2x \quad \therefore x=100$

따라서 열차의 길이는 100 m이다. 답 ④

44 기차의 길이를 x m라 하면

$\frac{800+x}{50}=\frac{1200+x}{70}$

$7(800+x)=5(1200+x)$

$5600+7x=6000+5x$

1분 10초
$=(60+10)$초
$=70$초

$2x=400 \quad \therefore x=200$

따라서 기차의 길이는 200 m이므로

$\frac{800+200}{50}=20$

즉 기차의 속력은 초속 20 m이다. 답 초속 20 m

45 9시 x분에 시침과 분침이 서로 반대 방향으로 일직선을 이룬다고 하면 x분 동안 시침과 분침이 움직인 각도는 각각 $0.5x°$, $6x°$이므로

$(270+0.5x)-6x=180, \quad -5.5x=-90$

$\therefore x=\frac{180}{11}$

따라서 구하는 시각은 9시 $\frac{180}{11}$분이다.

답 9시 $\frac{180}{11}$분

시침은 60분에 30°, 즉 1분에 0.5°씩 움직이고 분침은 60분에 360°, 즉 1분에 6°씩 움직인다.

46 (1) x분 동안 시침과 분침이 움직인 각도는 각각 $0.5x°$, $6x°$이고, $x>45$이므로 8시 x분에는 분침이 시침보다 시곗바늘이 도는 방향으로 30°만큼 더 회전했다. 즉

$6x-(240+0.5x)=30$

(2) $5.5x=270$이므로 $\quad x=\frac{540}{11}$

따라서 구하는 시각은 8시 $\frac{540}{11}$분이다.

답 풀이 참조

47 [1단계]의 도형에서 스티커를 8개 사용했고, 한 단계가 증가할 때마다 4개의 스티커가 더 필요하므로 [n단계]의 도형을 만드는 데 필요한 스티커의 개수는

$8+4\times(n-1)=4n+4$

이때 $4n+4=120$에서 $\quad 4n=116 \quad \therefore n=29$

따라서 120개의 스티커를 이용하면 [29단계]의 도형을 만들 수 있다. 답 ①

48 ㄹ에 1개의 직선을 그으면 ㄹ이 4조각으로 나누어지고, 직선을 한 개씩 더 그을 때마다 조각이 3개씩 늘어나므로 x개의 직선을 그으면 나누어지는 조각의 개수는

$4+3\times(x-1)=3x+1$

이때 $3x+1=52$에서 $\quad 3x=51 \quad \therefore x=17$

따라서 52조각으로 나누려면 17개의 직선을 그어야 한다. 답 17개

고난도 Training

W 62쪽

01 $\left(\frac{1}{3}x-2\right):2=(5x+2):6$에서

$6\left(\frac{1}{3}x-2\right)=2(5x+2), \quad 2x-12=10x+4$

$-8x=16 \quad \therefore x=-2$

$(ax+5):\left(\frac{5}{4}-2ax\right)=4:7$에서

$7(ax+5)=4\left(\frac{5}{4}-2ax\right)$

$x=-2$를 $7(ax+5)=4\left(\frac{5}{4}-2ax\right)$에 대입하면

$7(-2a+5)=4\left(\frac{5}{4}+4a\right)$

$-14a+35=5+16a, \quad -30a=-30$

$\therefore a=1$ 답 1

02 $\frac{5x-a}{4}=3-\frac{1}{2}x$의 양변에 4를 곱하면

$5x-a=12-2x, \quad 7x=a+12$

$\therefore x=\frac{a+12}{7}$

$0.4(x+a)=\frac{3x-1}{5}$의 양변에 5를 곱하면

$2(x+a)=3x-1, \quad 2x+2a=3x-1$

$-x=-2a-1 \quad \therefore x=2a+1$

따라서 $m=\frac{a+12}{7}$, $n=2a+1$이므로

$\frac{a+12}{7}:(2a+1)=2:5$

$\frac{5(a+12)}{7}=2(2a+1)$

$5a+60=14(2a+1)$

$5a+60=28a+14, \quad -23a=-46$

$\therefore a=2$ 답 2

생각 톡
사각형 APCD는 사다리꼴이므로 사다리꼴의 넓이를 이용하여 선분 AP의 길이를 구한다.

03 (1) 선분 AP의 길이를 x cm라 하면

$\frac{1}{2}\times(x+40)\times70=1750$

$35(x+40)=1750, \quad x+40=50$

$\therefore x=10$

따라서 선분 AP의 길이는 10 cm이다.

(2) 점 P가 움직인 거리는 세 선분 CD, AD, AP의 길이의 합이므로

$40+70+10=120$ (cm)

따라서 점 P가 움직인 시간은

$\frac{120}{3}=40$ (초)

답 (1) 10 cm (2) 40초

두 양초 A, B의 길이를 각각 1이라 하면 두 양초 A, B가 1시간 동안 탄 길이는 각각 $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$이므로 x시간 동안 탄 길이는 각각 $\frac{1}{3}x$, $\frac{1}{4}x$이다.

04 두 양초 A, B의 길이를 각각 1이라 하면 불을 붙인 지 x시간 후의 남은 두 양초 A, B의 길이는 각각

$1-\frac{1}{3}x$, $1-\frac{1}{4}x$

이때 $\left(1-\frac{1}{3}x\right):\left(1-\frac{1}{4}x\right)=1:3$이므로

$3\left(1-\frac{1}{3}x\right)=1-\frac{1}{4}x, \quad 3-x=1-\frac{1}{4}x$

$-\frac{3}{4}x=-2 \quad \therefore x=\frac{8}{3}$

따라서 불을 붙인 시각은 오후 9시에서 $\frac{8}{3}$시간, 즉 2시간 40분 전인 오후 6시 20분이다. 답 ①

$\frac{8}{3}$시간$=\left(2+\frac{2}{3}\right)$시간
$=\left(2+\frac{40}{60}\right)$시간
$=2$시간 40분

06 좌표평면과 그래프

Lecture 11 좌표평면과 그래프

W 63쪽

01 $a+3=5a-1$이므로 $\quad -4a=-4 \quad \therefore a=1$
$4b-7=2b+5$이므로 $\quad 2b=12 \quad \therefore b=6$
$\therefore b-a=6-1=5$ 　　답 5

02 $0<x<5$를 만족시키는 정수 x는 $\quad 1, 2, 3, 4$
$|y|=2$를 만족시키는 정수 y는 $\quad -2, 2$
따라서 순서쌍 (x, y)는
$(1, -2), (1, 2), (2, -2), (2, 2),$
$(3, -2), (3, 2), (4, -2), (4, 2)$
의 8개이다. 　　답 ③

Q BOX: 절댓값이 $a\ (a>0)$인 수 ➡ $-a, a$

03 ③ $\mathrm{C}(0, -1)$ 　　답 ③

04 y좌표가 0, x좌표가 12인 점이므로 $(12, 0)$이다. 　　답 ④

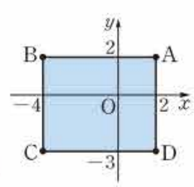
Q BOX: x축 위의 점 ➡ y좌표가 0이다.

05 점 (a, b)가 y축 위의 점이므로 $\quad a=0$
이때 점 (a, b)가 원점이 아니므로 $\quad b\neq0$ 　　답 ③

06 $a-b$의 값이 가장 크려면 a의 값은 가장 크고, b의 값은 가장 작아야 한다.
따라서 $a=4$, $b=-5$일 때 $a-b$의 값이 가장 크므로 구하는 값은
$4-(-5)=9$ 　　답 9

Q BOX: 점 P는 점 C의 위치에 있다.

07 네 점 A, B, C, D를 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같으므로 사각형 ABCD의 넓이는

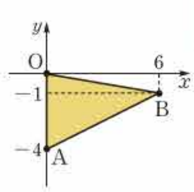


$6\times5=30$ 　　답 ③

Q BOX: (선분 BC의 길이) $=2-(-3)=5$

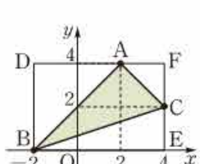
Q BOX: (선분 AB의 길이) $=2-(-4)=6$

08 $\mathrm{A}(0, -4)$, $\mathrm{B}(6, -1)$, $\mathrm{O}(0, 0)$이므로 세 점 A, B, O를 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



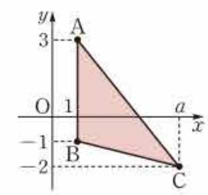
따라서 삼각형 ABO의 넓이는
$\frac{1}{2}\times4\times6=12$ 　　답 12

09 세 점 A, B, C를 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.

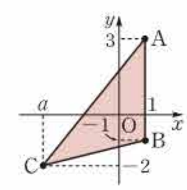


사각형 DBEF의 넓이는
$6\times4=24$
삼각형 ADB의 넓이는 $\quad \frac{1}{2}\times4\times4=8$
삼각형 CBE의 넓이는 $\quad \frac{1}{2}\times6\times2=6$
삼각형 ACF의 넓이는 $\quad \frac{1}{2}\times2\times2=2$
따라서 삼각형 ABC의 넓이는
$24-(8+6+2)=8$ 　　답 8

10 두 점 A, B의 x좌표가 1로 같으므로 세 점 A, B, C를 선분으로 연결했을 때 삼각형이 만들어지려면 점 C의 x좌표가 1보다 크거나 1보다 작아야 한다.
(i) $a>1$일 때,
세 점 A, B, C를 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같으므로 삼각형 ABC의 넓이는



$\frac{1}{2}\times4\times(a-1)=2a-2$
즉 $2a-2=8$이므로 $\quad 2a=10$
$\therefore a=5$
(ii) $a<1$일 때,
세 점 A, B, C를 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같으므로 삼각형 ABC의 넓이는



$\frac{1}{2}\times4\times(1-a)=2-2a$
즉 $2-2a=8$이므로
$-2a=6$
$\therefore a=-3$
(i), (ii)에서 모든 a의 값의 합은
$5+(-3)=2$ 　　답 2

Q쌤 한마디

삼각형 ABC에서 선분 AB를 밑변으로 생각하면 삼각형의 높이는 두 점 B, C의 x좌표의 차와 같습니다.
따라서 삼각형 ABC의 넓이는
$\frac{1}{2}\times$(선분 AB의 길이)$\times$(두 점 B, C의 x좌표의 차)
임을 이용하여 구합니다.

11 ② 점 $\left(-\frac{1}{7}, 0\right)$은 y좌표가 0이므로 x축 위의 점이다. 　　답 ②

12 $-a>0$, $b<0$이므로 $\quad a<0$, $b<0$
① $a<0$, $b<0$이므로 제3사분면 위의 점이다.
② $a<0$, $-b>0$이므로 제2사분면 위의 점이다.
③ $a+b<0$, $a<0$이므로 제3사분면 위의 점이다.
④ $ab>0$, $-a>0$이므로 제1사분면 위의 점이다.
⑤ $b<0$, $ab>0$이므로 제2사분면 위의 점이다.
답 ④

13 $a-b<0$, $\frac{b}{a}<0$이므로 $\quad a<0$, $b>0$

$\therefore\ -b<0$, $a<0$

따라서 점 $(-b,\ a)$는 제3사분면 위의 점이다.

답 ③

a, b의 부호가 서로 다르다.

14 $a+b>0$, $ab>0$이므로 $\quad a>0$, $b>0$

$\therefore\ -a<0$, $b>0$

따라서 점 $(-a,\ b)$는 제2사분면 위의 점이다.

답 제2사분면

a, b의 부호가 서로 같다.

15 점 $\left(2a-8,\ \frac{9-3a}{4}\right)$가 어느 사분면에도 속하지 않으려면 x축 또는 y축 위의 점이어야 한다.

(i) x축 위의 점일 때,

$\frac{9-3a}{4}=0$이므로 $\quad -3a=-9 \quad \therefore\ a=3$

(ii) y축 위의 점일 때,

$2a-8=0$이므로 $\quad 2a=8 \quad \therefore\ a=4$

(i), (ii)에서 모든 a의 값의 합은

$3+4=7$

답 7

생각

원점과 좌표축 위의 점은 어느 사분면에도 포함되지 않음을 이용한다.

16 $a=3$, $b=-8$이므로

$3a+b=3\times3-8=1$

답 ③

점 $(x,\ y)$와 원점에 대하여 대칭인 점의 좌표는 $(-x,\ -y)$이다.

17 $a=-3$, $-5=b+1$이므로

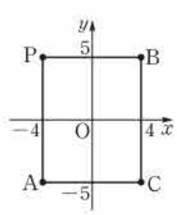
$a=-3$, $b=-6$

$\therefore\ ab=(-3)\times(-6)=18$

답 ⑤

점 $(x,\ y)$와 y축에 대하여 대칭인 점의 좌표는 $(-x,\ y)$이다.

18 $A(-4,\ -5)$, $B(4,\ 5)$, $C(4,\ -5)$이므로 네 점 P, A, B, C를 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



따라서 사각형 PACB의 둘레의 길이는

$2\times(8+10)=36$

답 ④

19 (1) x의 값이 8일 때 y의 값은 400이므로 출발한 후 8분 동안 이동한 거리는 400 m이다.

(2) x의 값이 12일 때부터 16일 때까지 y의 값은 600으로 변화가 없으므로 문구점에 머문 시간은

$16-12=4$(분)

(3) x의 값이 24일 때 y의 값이 다시 0이 되므로 집으로 돌아오는 데 걸린 시간은 24분이다.

답 (1) 400 m (2) 4분 (3) 24분

20 ① x의 값이 15일 때 y의 값은 3이므로 출발한 지 15분이 지났을 때 출발점으로부터 떨어진 거리는 3 km이다.

② y의 값이 5일 때 x의 값은 20이므로 출발점으로부터 5 km 떨어진 지점까지 가는 데 걸린 시간은 20분이다.

③ x의 값이 10일 때부터 15일 때까지 y의 값은 변화가 없으므로 도중에 멈추어 있었던 시간은

$15-10=5$(분)

④ 출발점으로 되돌아오기 시작한 지점은 y의 값이 작아지기 시작하는 지점이므로 출발점에서 5 km만큼 떨어진 곳이다.

⑤ 출발한 후 10분 동안 3 km, 15분에서 20분 사이에 2 km, 20분에서 30분 사이에 5 km 움직였으므로 출발한 후 30분 동안 움직인 거리는

$3+2+5=10$ (km)

답 ③

출발한 후 10분에서 15분 사이에 지훈이는 움직이지 않고 정지해 있다.

21 A 구간에서 x의 값이 증가할 때 y의 값도 증가하고 그래프의 모양이 직선이므로 수진이는 일정한 속력으로 산을 오르고 있다.

답 ③

22 물병의 폭이 일정하므로 물의 높이도 일정하게 증가한다. 이때 물병의 폭이 넓으면 물의 높이는 느리게 증가하고, 물병의 폭이 좁으면 물의 높이는 빠르게 증가한다.

따라서 그래프로 알맞은 것은 ①이다.

답 ①

23 $ab<0$에서 $\quad a>0$, $b<0$ 또는 $a<0$, $b>0$

그런데 $a+b<0$이고 $|a|>|b|$이므로

$a<0$, $b>0$

따라서 점 $(b,\ a)$는 제4사분면 위의 점이다.

답 ④

24 $\frac{a}{b}<0$에서 $\quad a>0$, $b<0$ 또는 $a<0$, $b>0$

그런데 $a+b>0$이고 $|a|>|b|$이므로

$a>0$, $b<0$

따라서 점 $(-a,\ b)$는 제3사분면 위의 점이다.

$-a<0$, $b<0$

답 제3사분면

25 점 $(a,\ b)$와 y축에 대하여 대칭인 점의 좌표는

$(-a,\ b)$

즉 $-a=c$, $b=d$이고 $a<0$, $b>0$이므로

$c>0$, $d>0$

$\therefore\ \frac{a}{c}<0$, $\frac{b+d}{a-c}<0$

$a-c<0$, $b+d>0$이므로 $\frac{b+d}{a-c}<0$

따라서 점 $\left(\frac{a}{c},\ \frac{b+d}{a-c}\right)$는 제3사분면 위의 점이다.

답 제3사분면

26 점 $P(-3,\ 2)$와 x축에 대하여 대칭인 점은

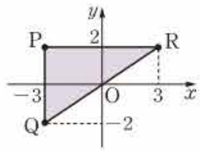
$Q(-3,\ -2)$

점 Q와 원점에 대하여 대칭인 점은

$R(3,\ 2)$

세 점 P, Q, R를 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.
따라서 삼각형 PQR의 넓이는

$\frac{1}{2}\times6\times4=12$ 답 ②



27 점 $A\left(\frac{1}{2}a-1,\ 3a+1\right)$이 y축 위의 점이므로

$\frac{1}{2}a-1=0,\qquad \frac{1}{2}a=1\qquad \therefore a=2$

이때 $3a+1=3\times2+1=7$이므로 $\quad A(0,\ 7)$

점 $B(b+3,\ -1)$이 y축 위의 점이므로

$b+3=0\qquad \therefore b=-3$

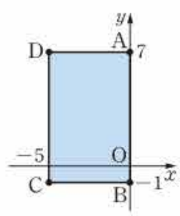
$\therefore B(0,\ -1)$

한편 $3-2a=3-2\times2=-1$, $b-2=-3-2=-5$, $2a-b=2\times2-(-3)=7$이므로

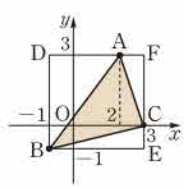
$C(-5,\ -1)$, $D(-5,\ 7)$

네 점 A, B, C, D를 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.
따라서 사각형 ADCB의 넓이는

$5\times8=40$ 답 40



28 A(2, 3)이므로 세 점 A, B, C를 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



사각형 DBEF의 넓이는

$4\times4=16$

삼각형 ADB의 넓이는

$\frac{1}{2}\times3\times4=6$

삼각형 BEC의 넓이는 $\quad\frac{1}{2}\times4\times1=2$

삼각형 ACF의 넓이는 $\quad\frac{1}{2}\times1\times3=\frac{3}{2}$

따라서 삼각형 ABC의 넓이는

$16-\left(6+2+\frac{3}{2}\right)=\frac{13}{2}$ 답 $\frac{13}{2}$

29 (ㄱ) 두 그래프가 15초에서 한 번, 40초와 45초 사이에서 한 번 만나므로 재환이와 서준이는 두 번 만났다.

(ㄴ) 재환이는 출발한 지 45초 후에 결승점에 도착했고 서준이는 출발한 지 50초 후에 결승점에 도착했으므로 재환이는 서준이보다 결승점에

$50-45=5$(초)

먼저 도착했다.

(ㄷ) 15초 동안 재환이와 서준이가 이동한 거리는 150 m로 같으므로 두 사람의 평균 속력은 같다.

두 사람의 평균 속력은 $\frac{150}{15}=10$ (m/s)로 같다.

이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄴ)이다. 답 (ㄱ), (ㄴ)

BOX

30 (ㄱ) 누나는 재식이가 출발한 지 5분 후에 출발하여 25분 후에 도서관에 도착했으므로 누나가 도서관에 가는 데 걸린 시간은

$25-5=20$(분)

(ㄴ) 누나는 재식이가 출발한 지 25분 후에 도서관에 도착했고, 재식이는 출발한 지 35분 후에 도서관에 도착했으므로 누나가 재식이보다

$35-25=10$(분)

빨리 도서관에 도착했다.

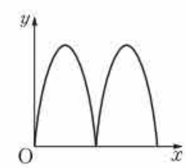
(ㄷ) 누나의 평균 속력은 분속 $\frac{3}{20}$ km이고, 재식이의 평균 속력은 분속 $\frac{3}{35}$ km이므로 누나의 평균 속력은 재식이의 평균 속력의 2배가 아니다.

(평균 속력) $=\frac{(\text{전체 이동한 거리})}{(\text{전체 걸린 시간})}$

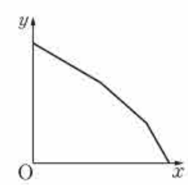
$\frac{3}{20}\neq\frac{3}{35}\times2$

이상에서 옳은 것은 (ㄴ)뿐이다. 답 ②

31 두 사람 사이의 거리는 출발한 후 점점 멀어지다가 점점 가까워져서 만나는 순간 0이 되고, 다시 점점 멀어지다가 점점 가까워져 처음 지점으로 돌아오면서 0이 되므로 그래프는 위와 같다. 답 풀이 참조



32 욕조의 폭이 일정하면 물의 높이는 일정하게 감소한다. 이때 욕조의 폭이 넓으면 물의 높이는 느리게 감소하고, 욕조의 폭이 좁으면 물의 높이는 빠르게 감소한다.
따라서 그래프는 위와 같다. 답 풀이 참조



고난도 Training

W 69쪽

01 점 $A_1(-5,\ 2)$와 원점에 대하여 대칭인 점 A_2의 좌표는

$(5,\ -2)$

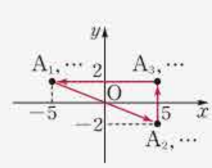
점 $A_2(5,\ -2)$와 x축에 대하여 대칭인 점 A_3의 좌표는

$(5,\ 2)$

점 $A_3(5,\ 2)$와 y축에 대하여 대칭인 점 A_4의 좌표는

$(-5,\ 2)$

따라서 점 A_1, A_2, A_3, A_4, $\cdots$의 좌표는



$(-5,\ 2)$, $(5,\ -2)$, $(5,\ 2)$

가 이 순서대로 반복된다.

이때 $2024=3\times674+2$에서 점 A_{2024}의 좌표는 점 A_2의 좌표와 같으므로 점 A_{2024}의 좌표는

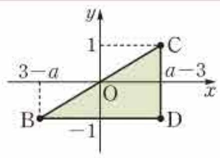
$(5,\ -2)$ 답 $(5,\ -2)$

02 점 A$(3-a,\ 1)$과 x축, y축, 원점에 대하여 대칭인 점은 각각

B$(3-a,\ -1)$, C$(a-3,\ 1)$, D$(a-3,\ -1)$

(i) $3-a<0$일 때,

세 점 B, C, D를 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같으므로 삼각형 BCD의 넓이는



$\frac{1}{2}\times(2a-6)\times2$

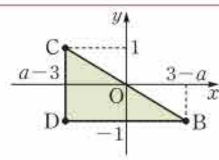
$=2a-6$

즉 $2a-6=10$이므로 $2a=16$

$\therefore a=8$

(ii) $3-a>0$일 때,

세 점 B, C, D를 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같으므로 삼각형 BCD의 넓이는



$\frac{1}{2}\times(6-2a)\times2$

$=6-2a$

즉 $6-2a=10$이므로 $-2a=4$

$\therefore a=-2$

(i), (ii)에서 모든 a의 값의 합은

$8+(-2)=6$ 답 ④

> 점 A는 제2사분면 위에 있다.
>
> (선분 BD의 길이) $=a-3-(3-a)$ $=2a-6$
>
> 점 A는 제1사분면 위에 있다.
>
> (선분 DB의 길이) $=3-a-(a-3)$ $=6-2a$

03 정사각형 ABCD의 한 변의 길이가 6이므로

C$(9,\ -6)$, D$(9,\ 0)$

사다리꼴 OBCD의 넓이는

$\frac{1}{2}\times(9+6)\times6=45$

이때 점 E의 좌표를 $(9,\ -a)$ $(a>0)$라 하면 삼각형 OED의 넓이는

$\frac{1}{2}\times9\times a=\frac{9}{2}a$

이때 삼각형 OED의 넓이는 사다리꼴 OBCD의 넓이의 $\frac{1}{2}$이므로

$\frac{9}{2}a=\frac{1}{2}\times45$ $\therefore a=5$

따라서 점 E의 좌표는 $(9,\ -5)$이다.

답 $(9,\ -5)$

04 (ㄴ) 출발한 지 3분 후에 A는 출발점으로부터 200 m, C는 출발점으로부터 100 m 떨어져 있으므로 두 사람 사이의 거리는

$200-100=100\,(\mathrm{m})$

(ㄷ) 출발한 지 5분 후에 B가 A를 추월한다.

(ㄹ) 출발점으로부터 250 m 떨어진 지점에서 B가 A를 추월하면서 마지막으로 순위에 변화가 생긴다.

이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄹ)이다. 답 ③

07 정비례와 반비례

Lecture 12 정비례 관계

70쪽

01 (ㄱ), (ㄴ), (ㄷ), (ㅁ)의 4개이다. 답 4

02 ① $y=3.14x^2$ ② $y=15000x$

③ $y=\frac{2000}{x}$ ④ $y=\frac{8000}{x}$

⑤ $y=\frac{3}{x}$

따라서 y가 x에 정비례하는 것은 ②이다. 답 ②

03 y가 x에 정비례하므로 $y=ax$ $(a\neq0)$라 하고 $x=2$, $y=\frac{3}{2}$을 대입하면 $\frac{3}{2}=2a$ $\therefore a=\frac{3}{4}$

$\therefore y=\frac{3}{4}x$ 답 $y=\frac{3}{4}x$

04 $y=ax$ $(a\neq0)$라 하고 $x=10$, $y=-4$를 대입하면

$-4=10a$ $\therefore a=-\frac{2}{5}$ $\therefore y=-\frac{2}{5}x$

$y=-\frac{2}{5}x$에 $y=10$을 대입하면

$10=-\frac{2}{5}x$ $\therefore x=-25$ 답 ①

05 $45\times x=50\times y$이므로

$y=\frac{9}{10}x$ 답 $y=\frac{9}{10}x$

> 톱니의 수가 다른 두 톱니바퀴 A, B가 서로 맞물려 돌아갈 때,
> (A의 톱니의 수)×(A의 회전수) =(B의 톱니의 수)×(B의 회전수)

06 (1) 머핀 1 g의 열량은 6 kcal이므로 머핀 x g의 열량은 $6x$ kcal이다.

$\therefore y=6x$

(2) $y=6x$에 $x=52$를 대입하면 $y=6\times52=312$

따라서 머핀 52 g의 열량은 312 kcal이다.

답 (1) $y=6x$ (2) 312 kcal

07 x분 후에 줄어든 양초의 길이는 $0.5x$ cm이므로

$y=0.5x$

$y=0.5x$에 $y=20$을 대입하면

$20=0.5x$ $\therefore x=40$

따라서 양초가 모두 타는 데 40분이 걸린다.

답 $y=0.5x$, 40분

08 그래프는 5개의 점 $(-2,\ 4)$, $(-1,\ 2)$, $(0,\ 0)$, $(1,\ -2)$, $(2,\ -4)$로 나타난다. 답 ②

> $x=-2$일 때, $y=-2\times(-2)=4$
> $x=-1$일 때, $y=-2\times(-1)=2$
> $x=0$일 때, $y=-2\times0=0$
> $x=1$일 때, $y=-2\times1=-2$
> $x=2$일 때, $y=-2\times2=-4$

Q쌤 보충학습

정비례 관계 $y=ax$ $(a\neq0)$의 그래프는

① x의 값이 유한개 → 유한개의 점으로 나타난다.

② x의 값이 모든 수 → 원점을 지나는 직선이다.

09 $x=4$일 때, $\quad y=-\frac{3}{4}\times4=-3$

따라서 $y=-\frac{3}{4}x$의 그래프는 원점과 점 $(4,\ -3)$을 지나는 직선이므로 그래프는 ③이다. 답 ③

10 ② $y=\frac{4}{7}x$에 $x=-7$을 대입하면

$y=\frac{4}{7}\times(-7)=-4$

③ 제1사분면과 제3사분면을 지난다.

④ x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.

⑤ $\left|\frac{4}{7}\right|<|1|$이므로 정비례 관계 $y=x$의 그래프보다 x축에 가깝다.

답 ①, ⑤

11 (ㄱ) $y=ax$에 $x=0$을 대입하면 $\quad y=a\times0=0$

(ㄹ) a의 절댓값이 클수록 y축에 가깝다.

이상에서 옳은 것은 (ㄴ), (ㄷ)이다. 답 (ㄴ), (ㄷ)

12 $y=ax$, $y=bx$의 그래프는 제2사분면과 제4사분면을 지나고, $y=cx$의 그래프는 제1사분면과 제3사분면을 지나므로

$a<0,\ b<0,\ c>0$

$y=ax$의 그래프가 $y=bx$의 그래프보다 x축에 가까우므로

$|a|<|b| \qquad \therefore a>b$

$\therefore b<a<c$ 답 $b<a<c$

13 $y=-\frac{2}{3}x$에 $x=-2a$, $y=a+4$를 대입하면

$a+4=-\frac{2}{3}\times(-2a), \qquad a+4=\frac{4}{3}a$

$-\frac{1}{3}a=-4 \qquad \therefore a=12$ 답 12

14 $y=ax$에 $x=5$, $y=-9$를 대입하면

$-9=5a \qquad \therefore a=-\frac{9}{5} \qquad \therefore y=-\frac{9}{5}x$

$y=-\frac{9}{5}x$에 $x=10$, $y=2b$를 대입하면

$2b=-\frac{9}{5}\times10=-18$

$\therefore b=-9$ 답 ②

15 $y=ax$에 $x=4$, $y=1$을 대입하면

$1=4a \qquad \therefore a=\frac{1}{4} \qquad \therefore y=\frac{1}{4}x$

① $y=\frac{1}{4}x$에 $x=-12$, $y=-3$을 대입하면

$-3=\frac{1}{4}\times(-12)$

② $y=\frac{1}{4}x$에 $x=-8$, $y=-2$를 대입하면

$-2=\frac{1}{4}\times(-8)$

③ $y=\frac{1}{4}x$에 $x=0$, $y=0$을 대입하면

$0=\frac{1}{4}\times0$

④ $y=\frac{1}{4}x$에 $x=2$, $y=\frac{1}{2}$을 대입하면

$\frac{1}{2}=\frac{1}{4}\times2$

⑤ $y=\frac{1}{4}x$에 $x=6$, $y=\frac{2}{3}$를 대입하면

$\frac{2}{3}\neq\frac{1}{4}\times6$

답 ⑤

16 $y=ax$에 $x=2$, $y=5$를 대입하면

$5=2a \qquad \therefore a=\frac{5}{2}$

$y=bx$에 $x=-4$, $y=6$을 대입하면

$6=-4b \qquad \therefore b=-\frac{3}{2}$

$\therefore a-b=\frac{5}{2}-\left(-\frac{3}{2}\right)=4$ 답 4

17 그래프가 원점을 지나는 직선이므로 $y=ax\ (a\neq0)$라 하고 $x=-7$, $y=-3$을 대입하면

$-3=-7a \qquad \therefore a=\frac{3}{7}$

$\therefore y=\frac{3}{7}x$ 답 $y=\frac{3}{7}x$

18 그래프가 원점을 지나는 직선이므로 $y=ax\ (a\neq0)$라 하고 $x=2$, $y=6$을 대입하면

$6=2a \qquad \therefore a=3 \qquad \therefore y=3x$

③ $y=3x$에 $x=\frac{7}{6}$, $y=\frac{7}{3}$을 대입하면

$\frac{7}{3}\neq3\times\frac{7}{6}$

답 ③

19 그래프가 원점을 지나는 직선이므로 $y=ax\ (a\neq0)$라 하고 $x=3$, $y=-2$를 대입하면

$-2=3a \qquad \therefore a=-\frac{2}{3} \qquad \therefore y=-\frac{2}{3}x$

$y=-\frac{2}{3}x$에 $x=-5$, $y=k$를 대입하면

$k=-\frac{2}{3}\times(-5)=\frac{10}{3}$ 답 $\frac{10}{3}$

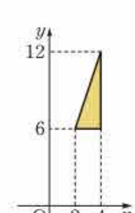
20 $y=3x$에 $x=2$, $y=a$를 대입하면

$a=3\times2=6$

$y=3x$에 $x=b$, $y=12$를 대입하면

$12=3b \qquad \therefore b=4$

따라서 세 점 $(2,\ 6)$, $(4,\ 12)$, $(4,\ 6)$을 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같으므로 구하는 삼각형의 넓이는



$\frac{1}{2}\times2\times6=6$ 답 6

BOX

$y=ax$의 그래프가 점 $(2,\ 5)$를 지난다.

정비례 관계 $y=ax$의 그래프는 a의 절댓값이 작을수록 x축에 가깝다.

$y=bx$의 그래프가 점 $(-4,\ 6)$을 지난다.

생각 톡

그래프가 원점을 지나는 직선이므로 $y=ax$에 그래프 위의 점의 좌표를 대입하여 a의 값을 구한다.

점 $(p,\ q)$가 정비례 관계 $y=ax$의 그래프 위의 점
➡ $y=ax$에 $x=p$, $y=q$를 대입하면 등식이 성립한다.

21 $y=-4x$에 $y=8$을 대입하면

$8=-4x \quad \therefore x=-2 \quad \therefore \mathrm{A}(-2, 8)$

$y=\frac{2}{3}x$에 $y=8$을 대입하면

$8=\frac{2}{3}x \quad \therefore x=12 \quad \therefore \mathrm{B}(12, 8)$

따라서 삼각형 AOB의 넓이는

$\frac{1}{2}\times 14\times 8=56$ 답 ②

(선분 AB의 길이) $=12-(-2)=14$

22 점 A의 좌표를 $\left(a, -\frac{1}{2}a\right)$ $(a>0)$라 하면 점 B의 좌표는

$(a, -3a)$

(점 B의 x좌표) $=$(점 A의 x좌표) $=a$

이때 선분 AB의 길이가 5이므로

$-\frac{1}{2}a-(-3a)=5, \quad \frac{5}{2}a=5 \quad \therefore a=2$

따라서 점 A의 좌표는 $(2, -1)$이다. 답 $(2, -1)$

$-\frac{1}{2}\times 2=-1$

다른풀이 점 A의 좌표를 $\left(a, -\frac{1}{2}a\right)$ $(a>0)$라 하면 선분 AB의 길이가 5이므로 점 B의 좌표는

$\left(a, -\frac{1}{2}a-5\right)$

이때 점 B는 $y=-3x$의 그래프 위의 점이므로

$y=-3x$에 $x=a$, $y=-\frac{1}{2}a-5$를 대입하면

$-\frac{1}{2}a-5=-3a, \quad \frac{5}{2}a=5 \quad \therefore a=2$

따라서 점 A의 좌표는 $(2, -1)$이다.

23 선분 AB의 길이와 선분 BC의 길이의 비가 $3:5$이므로 선분 AB의 길이를 $3k$, 선분 BC의 길이를 $5k$ $(k\neq 0)$라 하면 점 B의 좌표는

$(3k, 3ak)$

선분 AC의 길이는 $3k+5k=8k$이므로 점 C의 좌표는

$(8k, 8bk)$

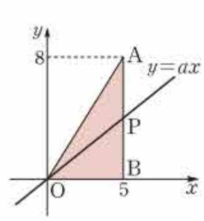
이때 두 점 B, C의 y좌표가 같으므로

$3ak=8bk$

양변을 k로 나누면 $\quad 3a=8b$

$\therefore \frac{a}{b}=\frac{8}{3}$ 답 ⑤

24 오른쪽 그림과 같이 정비례 관계 $y=ax$의 그래프가 선분 AB와 만나는 점을 P라 하면



$\mathrm{P}(5, 5a)$

이때

(삼각형 POB의 넓이)

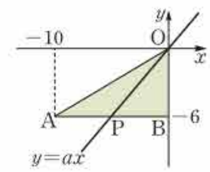
$=\frac{1}{2}\times$(삼각형 AOB의 넓이)

이므로

$\frac{1}{2}\times 5\times 5a=\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{2}\times 5\times 8\right)$

$\therefore a=\frac{4}{5}$ 답 $\frac{4}{5}$

25 오른쪽 그림과 같이 정비례 관계 $y=ax$의 그래프가 선분 AB와 만나는 점을 P라 하면



$\mathrm{P}\left(-\frac{6}{a}, -6\right)$

이때

(삼각형 OPB의 넓이)

$=\frac{1}{2}\times$(삼각형 OAB의 넓이)

이므로

$\frac{1}{2}\times\frac{6}{a}\times 6=\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{2}\times 10\times 6\right)$

$\therefore a=\frac{6}{5} \quad \therefore y=\frac{6}{5}x$

$y=\frac{6}{5}x$에 $x=15$, $y=k$를 대입하면

$k=\frac{6}{5}\times 15=18$ 답 ③

26 형석이의 그래프는 원점을 지나는 직선이므로

$y=ax$ $(a\neq 0)$라 하고 $x=30$, $y=1800$을 대입하면

$1800=30a \quad \therefore a=60 \quad \therefore y=60x$

형석이가 한 시간 동안 걸어간 거리는

$y=60\times 60=3600$

1시간$=$60분

주희의 그래프는 원점을 지나는 직선이므로

$y=bx$ $(b\neq 0)$라 하고 $x=45$, $y=1800$을 대입하면

$1800=45b \quad \therefore b=40 \quad \therefore y=40x$

주희가 한 시간 동안 걸어간 거리는

$y=40\times 60=2400$

따라서 형석이와 주희가 한 시간 동안 걸어간 거리의 차는

$3600-2400=1200\ (\mathrm{m})=1.2\ (\mathrm{km})$

답 1.2 km

27 걸린 시간을 x분, 이동한 거리를 y m라 하자.

세운이의 그래프는 원점을 지나는 직선이므로

$y=ax$ $(a\neq 0)$라 하고 $x=5$, $y=500$을 대입하면

$500=5a \quad \therefore a=100 \quad \therefore y=100x$

학교에서 공원까지의 거리는 3 km이므로 세운이가 공원에 도착하는 데 걸리는 시간은

$3000=100x \quad \therefore x=30$

3 km$=$3000 m

민지의 그래프는 원점을 지나는 직선이므로

$y=bx$ $(b\neq 0)$라 하고 $x=5$, $y=300$을 대입하면

$300=5b \quad \therefore b=60 \quad \therefore y=60x$

민지가 공원에 도착하는 데 걸리는 시간은

$3000=60x \quad \therefore x=50$

따라서 세운이가 $50-30=20$(분) 더 빨리 도착한다.

답 세운, 20분

28 A의 그래프에서 x분 동안 물통에 넣는 물의 양을 y L라 하면 그래프는 원점을 지나는 직선이므로

$y=ax\ (a\neq0)$라 하고 $x=5$, $y=90$을 대입하면

$90=5a \quad \therefore a=18 \quad \therefore y=18x$

B의 그래프에서 x분 동안 빠져나가는 물의 양을 y L라 하면 그래프는 원점을 지나는 직선이므로 $y=bx\ (b\neq0)$라 하고 $x=5$, $y=60$을 대입하면

$60=5b \quad \therefore b=12 \quad \therefore y=12x$

따라서 x분 동안 물통에 채워지는 물의 양을 y L라 하면

$y=18x-12x=6x$

$y=6x$에 $y=300$을 대입하면

$300=6x \quad \therefore x=50$

따라서 물통에 물을 가득 채우는 데 걸리는 시간은 50분이다. 답 50분

Lecture 13 반비례 관계

W 75쪽

01 (ㅁ) $xy=6$에서 $\quad y=\frac{6}{x}$

이상에서 y가 x에 반비례하는 것은 (ㄴ), (ㅁ)이다.

답 (ㄴ), (ㅁ)

참고 y가 x에 정비례하는 것은 (ㄱ), (ㄷ), (ㅂ)이다.

02 ① $y=2000x$ ② $y=60x$
③ $y=x^2$ ④ $y=x+14$
⑤ $xy=20$이므로 $\quad y=\frac{20}{x}$

따라서 y가 x에 반비례하는 것은 ⑤이다. 답 ⑤

03 $y=\frac{a}{x}\ (a\neq0)$라 하고 $x=3$, $y=-6$을 대입하면

$-6=\frac{a}{3} \quad \therefore a=-18$

$\therefore y=-\frac{18}{x}$ 답 $y=-\frac{18}{x}$

04 y가 x에 반비례하므로 $y=\frac{a}{x}\ (a\neq0)$라 하고 $x=-4$, $y=3$을 대입하면

$3=\frac{a}{-4} \quad \therefore a=-12 \quad \therefore y=-\frac{12}{x}$

$y=-\frac{12}{x}$에 $x=-2$를 대입하면

$y=-\frac{12}{-2}=6$ 답 ⑤

05 (1) $x\times y=240$이므로 $\quad y=\frac{240}{x}$

(2) $y=\frac{240}{x}$에 $x=16$을 대입하면

$y=\frac{240}{16}=15$

따라서 15일 동안 읽어야 한다.

답 (1) $y=\frac{240}{x}$ (2) 15일

Q BOX

y가 x에 반비례
➡ $y=\frac{a}{x}\ (a\neq0)$

반비례 관계 $y=\frac{a}{x}$ $(a\neq0)$의 그래프는 a의 절댓값이 작을수록 좌표축에 가깝다.

06 $x\times y=3\times40$이므로 $\quad xy=120$

$\therefore y=\frac{120}{x}$ 답 $y=\frac{120}{x}$

07 파장이 x m인 음파의 진동수를 y Hz라 하고 $y=\frac{a}{x}\ (a\neq0)$에 $x=6$, $y=90$을 대입하면

$90=\frac{a}{6} \quad \therefore a=540 \quad \therefore y=\frac{540}{x}$

$y=\frac{540}{x}$에 $x=15$를 대입하면 $\quad y=\frac{540}{15}=36$

따라서 음파의 진동수는 36 Hz이다. 답 ④

08 $x=-2$일 때, $\quad y=\frac{6}{-2}=-3$

따라서 $y=\frac{6}{x}$의 그래프는 제1사분면과 제3사분면을 지나는 한 쌍의 매끄러운 곡선이고, 점 $(-2,\ -3)$을 지나므로 그래프는 ③이다. 답 ③

09 ① $y=-\frac{5}{x}$에 $x=10$을 대입하면

$y=-\frac{5}{10}=-\frac{1}{2}$

④ $x>0$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.

⑤ $|-1|<|-5|$이므로 반비례 관계 $y=-\frac{1}{x}$의 그래프보다 좌표축에서 멀다.

답 ④

10 정비례 관계 $y=ax$의 그래프와 반비례 관계 $y=\frac{a}{x}$의 그래프는 $a<0$일 때 제2사분면을 지난다.

(ㄱ), (ㄷ) 제1사분면과 제3사분면을 지난다.

이상에서 그래프가 제2사분면을 지나는 것은 (ㄴ), (ㄹ), (ㅁ)이다. 답 (ㄴ), (ㄹ), (ㅁ)

11 ①, ③, ④ $x>0$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.

답 ②, ⑤

12 $a<0$, $|a|>|-4|$이므로

$a<-4$ 답 ①

13 $y=\frac{8}{x}$에 $x=-4$, $y=2a$를 대입하면

$2a=\frac{8}{-4}=-2 \quad \therefore a=-1$ 답 -1

14 $y=-\frac{12}{x}$에 $x=8$을 대입하면

$y=-\frac{12}{8}=-\frac{3}{2} \quad \therefore \mathrm{A}\left(8,\ -\frac{3}{2}\right)$

$y=-\frac{12}{x}$에 $x=-3$을 대입하면

$y=-\frac{12}{-3}=4 \quad \therefore B(-3,\ 4)$

따라서 구하는 합은

$-\frac{3}{2}+4=\frac{5}{2}$ 답 ③

15 $y=\frac{a}{x}$에 $x=-3,\ y=-1$을 대입하면

> $y=\frac{a}{x}$의 그래프가 점 $(-3,\ -1)$을 지난다.

$-1=\frac{a}{-3} \quad \therefore a=3$

따라서 $y=-3x$의 그래프는 원점과 점 $(1,\ -3)$을 지나는 직선이므로 그래프는 ④이다. 답 ④

16 $y=\frac{a}{x}$에 $x=-2,\ y=9$를 대입하면

$9=\frac{a}{-2} \quad \therefore a=-18 \quad \therefore y=-\frac{18}{x}$

$y=-\frac{18}{x}$에 $x=b,\ y=4$를 대입하면

$4=-\frac{18}{b} \quad \therefore b=-\frac{9}{2}$

$\therefore ab=-18\times\left(-\frac{9}{2}\right)=81$ 답 81

17 점 A의 x좌표가 3이므로 y좌표는 $\frac{a}{3}$이고, 점 B의 x좌표가 8이므로 y좌표는 $\frac{a}{8}$이다.

이때 두 점 A, B의 y좌표의 차가 $\frac{10}{3}$이므로

$\frac{a}{3}-\frac{a}{8}=\frac{10}{3}, \quad \frac{5}{24}a=\frac{10}{3}$

$\therefore a=16$ 답 16

18 그래프가 한 쌍의 매끄러운 곡선이므로

> 생각 그래프가 한 쌍의 매끄러운 곡선이므로 $y=\frac{a}{x}$에 그래프 위의 점의 좌표를 대입하여 a의 값을 구한다.

$y=\frac{a}{x}\ (a\neq0)$라 하고 $x=-7,\ y=4$를 대입하면

$4=\frac{a}{-7} \quad \therefore a=-28$

$\therefore y=-\frac{28}{x}$ 답 $y=-\frac{28}{x}$

19 그래프가 한 쌍의 매끄러운 곡선이므로

$y=\frac{a}{x}\ (a\neq0)$라 하고 $x=-6,\ y=-5$를 대입하면

$-5=\frac{a}{-6} \quad \therefore a=30 \quad \therefore y=\frac{30}{x}$

$y=\frac{30}{x}$에 $x=k,\ y=2$를 대입하면

$2=\frac{30}{k} \quad \therefore k=15$ 답 ④

20 열차가 초속 x m로 터널을 통과하는 데 걸리는 시간을 y초라 하면 xy의 값은 일정하므로 y가 x에 반비례한다.

> 주어진 그래프가 점 $(30,\ 50)$을 지난다.

$y=\frac{a}{x}\ (a\neq0)$라 하고 $x=30,\ y=50$을 대입하면

$50=\frac{a}{30} \quad \therefore a=1500 \quad \therefore y=\frac{1500}{x}$

$y=\frac{1500}{x}$에 $x=75$를 대입하면 $\quad y=\frac{1500}{75}=20$

따라서 열차가 초속 75 m로 터널을 통과하는 데 걸리는 시간은 20초이다. 답 20초

21 점 P의 좌표를 $\left(p,\ -\frac{6}{p}\right)\ (p<0)$이라 하면 삼각형 PAB의 넓이는

> $p<0$이므로 선분 PB의 길이는 $|p|=-p$

$\frac{1}{2}\times(-p)\times\left(-\frac{6}{p}\right)=3$ 답 3

22 점 P의 좌표를 $\left(p,\ \frac{a}{p}\right)\ (p>0)$라 하면

$A(p,\ 0),\ B\left(0,\ \frac{a}{p}\right)$

직사각형 PAOB의 넓이가 20이므로

> $\frac{a}{p}<0$이므로 $\left|\frac{a}{p}\right|=-\frac{a}{p}$

$p\times\left(-\frac{a}{p}\right)=20, \quad -a=20$

$\therefore a=-20$ 답 ②

23 10의 약수는 $\quad$ 1, 2, 5, 10

따라서 반비례 관계 $y=\frac{10}{x}$의 그래프 위의 점 중에서 x좌표와 y좌표가 모두 정수인 점은

$(1,\ 10),\ (2,\ 5),\ (5,\ 2),\ (10,\ 1),$
$(-1,\ -10),\ (-2,\ -5),\ (-5,\ -2),$
$(-10,\ -1)$

의 8개이다. 답 ④

24 $y=\frac{a}{x}$에 $x=6,\ y=\frac{3}{2}$을 대입하면

$\frac{3}{2}=\frac{a}{6} \quad \therefore a=9 \quad \therefore y=\frac{9}{x}$

한편 9의 약수는 $\quad$ 1, 3, 9

따라서 반비례 관계 $y=\frac{9}{x}$의 그래프 위의 점 중에서 x좌표와 y좌표가 모두 자연수인 점은

$(1,\ 9),\ (3,\ 3),\ (9,\ 1)$

답 $(1,\ 9),\ (3,\ 3),\ (9,\ 1)$

25 점 A의 좌표를 $\left(a,\ \frac{4}{a}\right)\ (a>0)$라 하자.

두 점 A, B의 y좌표가 같으므로 $y=\frac{8}{x}$에 $y=\frac{4}{a}$를 대입하면

$\frac{4}{a}=\frac{8}{x} \quad \therefore x=2a$

> $y=\frac{4}{2a}=\frac{2}{a}$

즉 점 B의 좌표는 $\left(2a,\ \frac{4}{a}\right)$이다.

또 두 점 B, C의 x좌표가 같으므로 점 C의 좌표는 $\left(2a,\ \frac{2}{a}\right)$이다.

따라서 삼각형 ACB의 넓이는

> 선분 AB의 길이
>
> 선분 BC의 길이

$\frac{1}{2}\times(2a-a)\times\left(\frac{4}{a}-\frac{2}{a}\right)=1$ 답 1

26 점 A의 좌표를 $\left(a, \frac{4}{a}\right)$ $(a>0)$라 하면 점 B의 y좌표가 $\frac{4}{a}$이므로 점 B의 x좌표는

$\frac{4}{a}=-\frac{6}{x}$ $\quad\therefore x=-\frac{3}{2}a$

즉 점 B의 좌표는 $\left(-\frac{3}{2}a, \frac{4}{a}\right)$이고 점 C의 x좌표가 $-\frac{3}{2}a$이므로 점 C의 y좌표는

$y=4\div\left(-\frac{3}{2}a\right)=4\times\left(-\frac{2}{3a}\right)=-\frac{8}{3a}$

따라서 점 C의 좌표는 $\left(-\frac{3}{2}a, -\frac{8}{3a}\right)$이므로 삼각형 ABC의 넓이는

$\frac{1}{2}\times\left\{a-\left(-\frac{3}{2}a\right)\right\}\times\left\{\frac{4}{a}-\left(-\frac{8}{3a}\right)\right\}$

$=\frac{1}{2}\times\frac{5}{2}a\times\frac{20}{3a}=\frac{25}{3}$ 답 $\frac{25}{3}$

선분 AB의 길이

선분 BC의 길이

27 $y=\frac{15}{x}$에 $y=3$을 대입하면

$3=\frac{15}{x}$ $\quad\therefore x=5$ $\quad\therefore$ P$(5, 3)$

$y=ax$에 $x=5$, $y=3$을 대입하면

$3=5a$ $\quad\therefore a=\frac{3}{5}$ 답 ①

두 그래프가 만나는 점이 주어진 경우
➡ 각각의 식에 만나는 점의 좌표를 대입하면 등식이 성립함을 이용한다.

28 $y=ax$에 $x=-4$, $y=3$을 대입하면

$3=-4a$ $\quad\therefore a=-\frac{3}{4}$

$y=\frac{b}{x}$에 $x=-4$, $y=3$을 대입하면

$3=\frac{b}{-4}$ $\quad\therefore b=-12$

$\therefore ab=-\frac{3}{4}\times(-12)=9$ 답 9

29 직사각형 ACBD의 가로의 길이가 8이므로

$8\times$(세로의 길이)$=192$

$\therefore$ (세로의 길이)$=24$

이때 A$(4, 4a)$, B$(-4, -4a)$이고 선분 AD의 길이가 24이므로

$4a-(-4a)=24$, $\quad 8a=24$ $\quad\therefore a=3$

두 점 B, D의 y좌표가 같으므로
D$(4, -4a)$

$y=\frac{b}{x}$에 $x=4$, $y=12$를 대입하면

$12=\frac{b}{4}$ $\quad\therefore b=48$

$\therefore \frac{b}{a}=\frac{48}{3}=16$ 답 16

$y=\frac{b}{x}$의 그래프가 점 A$(4, 12)$를 지난다.

고난도 Training

80쪽

01 점 A의 좌표를 $(a, 4a)$라 하면 두 점 A, B의 x좌표가 같으므로 점 B의 좌표는

$\left(a, \frac{1}{2}a\right)$

또 두 점 A, C의 y좌표가 같으므로 $y=\frac{1}{2}x$에 $y=4a$를 대입하면

$4a=\frac{1}{2}x$ $\quad\therefore x=8a$

즉 점 C의 좌표는 $(8a, 4a)$이다.

이때 선분 AC의 길이가 14이므로

$8a-a=14$, $\quad 7a=14$ $\quad\therefore a=2$

따라서 선분 AB의 길이는

$4a-\frac{1}{2}a=\frac{7}{2}a=\frac{7}{2}\times2=7$ 답 7

02 점 B_n의 x좌표가 n이므로

$B_n\left(n, \frac{5}{n}\right)$

즉 $S_n=n\times\frac{5}{n}=5$이므로

$S_1=S_2=S_3=\cdots=S_{30}=5$

$\therefore S_1+S_2+S_3+\cdots+S_{30}=5\times30=150$

답 150

03 점 P의 y좌표가 -1이므로 $y=\frac{8}{x}$에 $y=-1$을 대입하면

$-1=\frac{8}{x}$ $\quad\therefore x=-8$

$\therefore$ P$(-8, -1)$, A$(-8, 0)$

점 B가 점 A를 출발한 지 3초 후의 점 B의 x좌표는

$-8+2\times3=-2$ $\quad\therefore$ B$(-2, 0)$

점 Q의 x좌표가 -2이므로 $y=\frac{8}{x}$에 $x=-2$를 대입하면

(점 Q의 x좌표)
$=$(점 B의 x좌표)

$y=\frac{8}{-2}=-4$ $\quad\therefore$ Q$(-2, -4)$

따라서 사각형 APQB의 넓이는

$\frac{1}{2}\times(1+4)\times6=15$ 답 15

(선분 AB의 길이)
$=-2-(-8)=6$

04 $y=\frac{9}{x}$에 $x=p$, $y=6$을 대입하면

$6=\frac{9}{p}$ $\quad\therefore p=\frac{3}{2}$

(i) $y=ax$의 그래프가 점 A$\left(\frac{3}{2}, 6\right)$을 지날 때,

$y=ax$에 $x=\frac{3}{2}$, $y=6$을 대입하면

$6=\frac{3}{2}a$ $\quad\therefore a=4$

(ii) $y=ax$의 그래프가 점 B$(3, 3)$을 지날 때,

$y=ax$에 $x=3$, $y=3$을 대입하면

$3=3a$ $\quad\therefore a=1$

(i), (ii)에서 구하는 a의 값의 범위는

$1\le a\le4$ 답 $1\le a\le4$

MEMO

MEMO