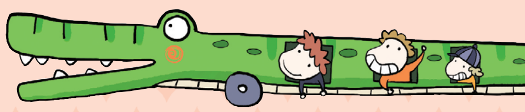
우공비 Q 중등 수학 ❸(하) 특강편

SOLUTION



Ⅳ 통계

LECTURE 01 대푯값

개념 확인 문제 LECTURE BOOK 6쪽

1 답 159 cm

2 답 (1) 6 (2) 9 (3) 58

3 답 (1) 4 (2) 6, 7 (3) 없다.

4 답 평균 : 2.4권, 중앙값 : 2.5권, 최빈값 : 3권

필수 유형 공략 LECTURE BOOK 7~9쪽

01 $(\text{평균})=\dfrac{2+0+1+2+2+3+4}{7}$

$=\dfrac{14}{7}=2$(시간) 답 2시간

02 $\dfrac{a+b+c}{3}=12$에서 $a+b+c=36$

따라서 구하는 평균은

$\dfrac{36+8+13}{5}=\dfrac{57}{5}=11.4$ 답 ③

$a+8+b+c+13$
$=36+8+13$

03 B모둠의 평균 등교 시간을 x분이라 하면 두 모둠 전체의 평균 등교 시간이 24분이므로

$\dfrac{10\times27+15\times x}{25}=24$

$270+15x=600$ $\therefore x=22$ 답 ⑤

04 잘못 계산한 수학 시험 점수의 총합은

$10\times91=910$(점) … 2점

정확한 수학 시험 점수의 총합은

$910-5=905$(점) … 2점

88점을 93점으로 잘못 보고 계산했으므로 잘못 계산한 점수의 총합에서 5점을 빼야 한다.

따라서 수학 시험 점수의 정확한 평균은

$\dfrac{905}{10}=90.5$(점) … 2점

답 90.5점

05 ④ 변량의 개수가 짝수이면 변량을 작은 값부터 순서대로 나열할 때, 중앙에 있는 두 변량의 평균이 중앙값이다. 답 ④

06 A선수의 점수에서

7, 8, 8, 9, 9, 9, 10, 10, 10, 10

$\therefore a=\dfrac{9+9}{2}=\dfrac{18}{2}=9$

B선수의 점수에서

5, 6, 6, 7, 8, 9, 9, 9, 10, 10

$\therefore b=\dfrac{8+9}{2}=\dfrac{17}{2}=8.5$

$\therefore a+b=17.5$

답 17.5

07 주어진 자료의 중앙값은 8이므로

$\dfrac{4+7+8+9+x}{5}=8$

$28+x=40$ $\therefore x=12$ 답 12

08 조건 (가)에서 중앙값이 18이므로 $a\geq18$

조건 (나)에서 중앙값이 19이므로 $a\leq18$

$18<a\leq20$이면 중앙값은 $\dfrac{a+20}{2}$이다. 이때 $19<\dfrac{a+20}{2}\leq20$이므로 조건을 만족시키지 않는다.

$\therefore a=18$

답 18

09 중앙값이 90점이므로 $a\geq90$

평균이 90점 미만이므로

$\dfrac{84+88+90+94+a}{5}<90$ $\therefore a<94$

따라서 $90\leq a<94$이므로 자연수 a는 90, 91, 92, 93의 4개이다.

답 ③

10 ⑤ 자료에 매우 크거나 매우 작은 변량이 포함된 경우라도 최빈값은 영향을 받지 않는다.

답 ⑤

11 도수가 가장 큰 변량은 63점이므로 최빈값은 63점이다. 답 ②

도수가 3이다.

12 x를 제외한 6개의 변량이 모두 다르므로 최빈값이 존재하려면 x는 6개의 변량 중 하나와 같고 이때 최빈값은 x이다.

평균과 최빈값이 같으므로

$\dfrac{26+28+25+21+24+20+x}{7}=x$

$\dfrac{144+x}{7}=x$ $\therefore x=24$

답 24

13 자료의 변량의 개수가 25이므로 중앙값은 13번째 변량인 18점이다.

도수가 가장 큰 변량은 26점이므로 최빈값은 26점이다.

따라서 구하는 값은 $18+26=44$(점)

답 44점

14 $a=\dfrac{45+48+50+52+43+60+51+55+48+41}{10}$

$=\dfrac{493}{10}=49.3$ … 2점

자료의 변량을 작은 값부터 순서대로 나열하면

41, 43, 45, 48, 48, 50, 51, 52, 55, 60

$\therefore b=\dfrac{48+50}{2}=\dfrac{98}{2}=49$ … 2점

도수가 가장 큰 변량은 48 kg이므로

$c=48$ … 1점

$\therefore a-b+c=49.3-49+48=48.3$ … 1점

답 48.3

15 조건 (가), (다)에 의하여 4명의 회원의 나이를 각각 12살, 16살, 16살, x살이라 하면 조건 (나)에 의하여

$\dfrac{12+16+16+x}{4}=14.5$

$\therefore x=14$

자료의 변량을 작은 값부터 순서대로 나열하면

12살, 14살, 16살, 16살

이므로 중앙값은

$\dfrac{14+16}{2}=15$(살)

답 15살

16 ① 최빈값은 없을 수도 있다.

② 중앙값은 자료의 모든 정보를 활용하지 않는다.

④ 자료의 변량을 큰 값부터 나열하거나 작은 값부터 나열해도 중앙값은 동일하다.

⑤ 계급값은 도수분포표에서 각 계급의 양 끝값의 중앙의 값이다.

답 ③

17 ④ 100과 같이 매우 큰 값이 있는 경우 평균을 대푯값으로 하기에 적절하지 않다.

답 ④

18 (1) (평균)$=\dfrac{5+3+4+3+49+1+2+7+4+2}{10}$

$=\dfrac{80}{10}=8$(회)

자료의 변량을 작은 값부터 순서대로 나열하면

1, 2, 2, 3, 3, 4, 4, 5, 7, 49

이므로 중앙값은 $\dfrac{3+4}{2}=3.5$(회)

(2) 자료에 매우 큰 값인 49회가 포함되어 있으므로 평균보다 중앙값이 자료 전체의 특징을 더 잘 나타낸다.

답 (1) 평균 : 8회, 중앙값 : 3.5회 (2) 중앙값

Q BOX

16살의 도수는 2 이상이다.

(편차)=(변량)−(평균)
➡ (변량)=(평균)+(편차)

편차의 총합은 항상 0이다.

(분산)$=\dfrac{(\text{편차})^2\text{의 총합}}{(\text{변량})\text{의 개수}}$

LECTURE BOOK

LECTURE 02 분산과 표준편차

개념 확인 문제

LECTURE BOOK 10쪽

1 답 (1) 11 (2) −4, 0, 5, −2, 1 (3) 0

2 답 (1) 18 (2) 34 (3) 6.8 (4) $\sqrt{6.8}$

3 답 (1) 5회 (2) 3 (3) $\sqrt{3}$회

필수 유형 공략

LECTURE BOOK 11~13쪽

01 (1) A학생의 키의 편차가 0 cm이므로 A학생의 키는 평균과 같다.

따라서 평균은 160 cm이다.

(2) $x=162-160=2$, $y=160+7=167$

답 (1) 160 cm (2) $x=2$, $y=167$

02 소을이의 변량의 편차를 x시간이라 하면

$(-2)+(-5)+3+1+x+0=0$

$\therefore x=3$

따라서 학생 6명의 평균 봉사 활동 시간은

$21-3=18$(시간)

답 ④

03 $1+(-1)+(-2)+x+(-3)+(4-2x)+2=0$

$\therefore x=1$

따라서 목요일, 금요일, 토요일, 일요일의 컴퓨터 이용 시간은 각각 4시간, 0시간, 5시간, 5시간이므로 구하는 평균은

$\dfrac{4+0+5+5}{4}=\dfrac{7}{2}$(시간)

답 $\dfrac{7}{2}$시간

04 (1) (평균)$=\dfrac{88+79+91+95+82}{5}=87$(점)

(2) (분산)$=\dfrac{1^2+(-8)^2+4^2+8^2+(-5)^2}{5}=34$

(3) (표준편차)$=\sqrt{34}$(점)

답 (1) 87점 (2) 34 (3) $\sqrt{34}$점

05 영준이의 변량의 편차를 x권이라 하면

$x+0+3+(-4)+2=0$

$\therefore x=-1$ … 1점

따라서 학생 5명이 읽은 책의 권수의 평균은

$4-(-1)=5$(권) … 2점

(분산)$=\dfrac{(-1)^2+0^2+3^2+(-4)^2+2^2}{5}=6$이므로

(표준편차)$=\sqrt{6}$(권) … 3점

답 평균 : 5권, 표준편차 : $\sqrt{6}$권

06 $(\text{평균})=\dfrac{4+(7-x)+9+10+x+6}{6}=\dfrac{36}{6}=6$

분산이 7이므로

$\dfrac{(-2)^2+(1-x)^2+3^2+4^2+(x-6)^2}{6}=7$

$x^2-7x+12=0,\ (x-3)(x-4)=0$

$\therefore x=3$ 또는 $x=4$

따라서 모든 x의 값의 합은 7이다.

답 ②

07 $x,\ y,\ z,\ w$의 평균이 10이므로

$\dfrac{x+y+z+w}{4}=10 \qquad \therefore x+y+z+w=40$

$(\text{평균})=\dfrac{(x+2)+(y+2)+(z+2)+(w+2)}{4}$

$=\dfrac{x+y+z+w+8}{4}=\dfrac{48}{4}=12$

$x,\ y,\ z,\ w$의 분산이 3이므로

$\dfrac{(x-10)^2+(y-10)^2+(z-10)^2+(w-10)^2}{4}=3$

$\therefore (\text{분산})=\dfrac{1}{4}\{(x+2-12)^2+(y+2-12)^2$

$+(z+2-12)^2+(w+2-12)^2\}$

$=\dfrac{1}{4}\{(x-10)^2+(y-10)^2+(z-10)^2$

$+(w-10)^2\}$

$=3$

답 ③

$x+2,\ y+2,\ z+2,\ w+2$의 평균이 12이므로 각 변량에서 12를 뺀다.

08 $\dfrac{a+b+c+8}{4}=8$에서 $a+b+c=24$ …… ㉠

$\dfrac{(a-8)^2+(b-8)^2+(c-8)^2}{4}=3$에서

$a^2+b^2+c^2-16(a+b+c)+192=12$ …… ㉡

㉠을 ㉡에 대입하면

$a^2+b^2+c^2-16\times24+192=12$

$\therefore a^2+b^2+c^2=204$

답 ③

표준편차가 $\sqrt{3}$이므로 분산은 3이다.

09 $\dfrac{5+12+m+n}{4}=8$에서 $m+n=15$ …… ㉠

$\dfrac{(5-8)^2+(12-8)^2+(m-8)^2+(n-8)^2}{4}=\dfrac{15}{2}$

에서

$m^2+n^2-16(m+n)+153=30$ …… ㉡

㉠을 ㉡에 대입하면

$m^2+n^2-16\times15+153=30$

$\therefore m^2+n^2=117$

이때 $(m+n)^2=m^2+n^2+2mn$이므로

$225=117+2mn \qquad \therefore mn=54$

답 54

10 (1)

계급값 (℃)	10	12	14	16	18	합계
도수 (개)	3	8	9	6	4	30

(2) $(\text{평균})=\dfrac{10\times3+12\times8+14\times9+16\times6+18\times4}{30}$

$=\dfrac{420}{30}=14(℃)$

(3) $(\text{분산})=\dfrac{1}{30}\{(-4)^2\times3+(-2)^2\times8+0^2\times9$

$+2^2\times6+4^2\times4\}$

$=\dfrac{168}{30}=5.6$

$\therefore (\text{표준편차})=\sqrt{5.6}(℃)$

답 풀이 참조

11

계급값 (초)	13	15	17	19	21	합계
도수 (명)	3	7	11	5	4	30

히스토그램이 주어지면 계급값과 도수를 구한다.

$(\text{평균})=\dfrac{13\times3+15\times7+17\times11+19\times5+21\times4}{30}$

$=\dfrac{510}{30}=17(초)$ … 3점

$(\text{분산})=\dfrac{1}{30}\{(-4)^2\times3+(-2)^2\times7+0^2\times11$

$+2^2\times5+4^2\times4\}$

$=\dfrac{160}{30}=\dfrac{16}{3}$ … 3점

답 $\dfrac{16}{3}$

12

계급값 (점)	55	65	75	85	95	합계
도수 (명)	4	3	a	b	2	20

$4+3+a+b+2=20$

$\therefore a+b=11$ …… ㉠

$\dfrac{55\times4+65\times3+75\times a+85\times b+95\times2}{20}=75$

도수분포표에서의 평균

➡ $\dfrac{\{(\text{계급값})\times(\text{도수})\}\text{의 총합}}{(\text{도수})\text{의 총합}}$

$\therefore 15a+17b=179$ …… ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=4,\ b=7$

$\therefore (\text{분산})=\dfrac{1}{20}\{(-20)^2\times4+(-10)^2\times3$

$+0^2\times4+10^2\times7+20^2\times2\}$

$=\dfrac{3400}{20}=170$

답 ②

13 A모둠과 B모둠의 수학 서술형 평가 점수의 평균이 같으므로 두 모둠 전체 학생의 점수의 분산은

$\dfrac{20\times5^2+20\times3^2}{40}=\dfrac{680}{40}=17$

답 ②

14 남학생과 여학생의 영어 시험 점수의 평균이 같으므로 전체 학생의 점수의 분산은

$\frac{10\times5+20\times9}{30}=\frac{230}{30}=\frac{23}{3}$

$\therefore$ (표준편차)$=\frac{\sqrt{69}}{3}$(점) 답 $\frac{\sqrt{69}}{3}$점

15 변량들이 평균에서 멀리 흩어져 있을수록 표준편차가 크므로 표준편차가 가장 큰 것은 ②이다.

답 ②

16 A반의 평균은 a점, B반의 평균은 b점이고, $a<b$이므로 B반의 평균 점수가 더 높다.

B반 학생들의 점수가 A반 학생들의 점수보다 평균 가까이에 밀집해 있으므로 B반의 점수의 분포가 더 고르다. 답 ④

변량들이 평균 주위에 밀집해 있을수록 분포 상태가 고르다.

17 [인수] (평균)$=\frac{5+7+4+8+11}{5}=7$(회)

(분산)$=\frac{(-2)^2+0^2+(-3)^2+1^2+4^2}{5}$

$=6$

(표준편차)$=\sqrt{6}$(회)

[정연] (평균)$=\frac{8+8+6+5+3}{5}=6$(회)

(분산)$=\frac{2^2+2^2+0^2+(-1)^2+(-3)^2}{5}$

$=3.6$

(표준편차)$=\sqrt{3.6}$(회)

(ㄱ) (인수의 평균)>(정연이의 평균)이므로 인수가 정연이보다 팔굽혀펴기를 더 잘한다.

(ㄴ) (인수의 표준편차)>(정연이의 표준편차)이므로 정연이의 기록이 더 고르다.

이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄴ)이다.

답 ④

기록이 좋은지를 알려면 평균을 비교한다.

기록이 고른지를 알려면 분산, 표준편차를 비교한다.

대단원별 기출문제 정복

LECTURE BOOK 14~17쪽

01 ①	**02** ⑤	**03** 16년	**04** ③	
05 53 kg	**06** ④	**07** ③	**08** 22개	**09** ③
10 ④	**11** ⑤	**12** $x=7$, $y=13$, $z=16$		
13 ①	**14** ④	**15** ②	**16** 86	**17** ②
18 ②	**19** 9.2	**20** $50\sqrt{5}$ m		
21 $2\sqrt{30}$ kg		**22** $\frac{10}{3}$ cm		**23** 6
24 ④				

01 $\frac{(2a+3)+(2b+3)+(2c+3)+(2d+3)}{4}=7$

이므로

$2(a+b+c+d)+12=28$

$\therefore a+b+c+d=8$

따라서 a, b, c, d의 평균은

$\frac{a+b+c+d}{4}=\frac{8}{4}=2$

답 ①

02 5과목의 점수의 총합은

$87\times5=435$(점)

이므로 나머지 한 과목의 점수를 x점이라 하면

$\frac{435+x}{6}=89$ $\therefore x=99$

답 ⑤

03 남자 선생님의 수를 $2x$, 여자 선생님의 수를 $8x$라 하면

남자 선생님의 근무 연수의 총합은

$20\times2x=40x$

여자 선생님의 근무 연수의 총합은

$15\times8x=120x$

따라서 전체 선생님의 평균 근무 연수는

$\frac{40x+120x}{2x+8x}=\frac{160x}{10x}=16$(년)

답 16년

04 $\frac{(-3)+5+a+8+(-1)+6+4}{7}=4$에서

$19+a=28$ $\therefore a=9$

변량을 작은 값부터 순서대로 나열하면

-3, -1, 4, 5, 6, 8, 9

이므로 중앙값은 5이다.

답 ③

05 5번째 학생의 몸무게를 x kg이라 하면

$\frac{51+x}{2}=52$ $\therefore x=53$

자료의 개수가 짝수이므로 중앙에 있는 두 변량의 평균이 중앙값이다.

이때 몸무게가 54 kg인 학생을 추가해도 5번째 변량은 그대로이므로 중앙값은 53 kg이다.

답 53 kg

06 [자료 A]의 중앙값이 16이므로 $a=16$

$a<b$이므로 $a=16$, $b>16$

[자료 B]의 중앙값이 17이므로

$16<b<19$

$b\geq19$이면 (중앙값)$=\frac{16+19}{2}=17.5$ $\therefore 16<b<19$

따라서 $\frac{16+b}{2}=17$이므로

$b=18$

$\therefore a+b=34$

답 ④

07 숫자로 나타낼 수 없는 자료의 대푯값으로 유용한 것은 최빈값이다.

답 ③

08 (평균)$=\dfrac{5\times4+6\times5+7\times6+8\times7+9\times3}{25}$

$=\dfrac{175}{25}=7$(개)

중앙값은 13번째 변량이므로 7개, 최빈값은 8개이므로 구하는 값은

$7+7+8=22$(개)

답 22개

09 x, y, z를 제외한 5개의 변량에서 20의 도수는 1이고, 24의 도수는 2이므로 20이 최빈값이 되려면 x, y, z 중 적어도 2개는 20이어야 한다.

이때 $x=20$, $y=20$이라 하면

$20<z<23$

자료 15, 20, 20, 20, z, 23, 24, 24의 중앙값이 21이므로

$\dfrac{20+z}{2}=21$ $\quad\therefore z=22$

$\therefore x+y+z=20+20+22=62$

답 ③

$z\le20$이면
(중앙값)$=20$
$z\ge23$이면
(중앙값)$=\dfrac{20+23}{2}=21.5$
$\therefore 20<z<23$

10 (ㄱ) [자료 A]의 평균은

$\dfrac{2+3+3+4+5+5+6}{7}=\dfrac{28}{7}=4$

(ㄴ) [자료 B]의 평균은

$\dfrac{2+4+6+8+10+12+14+16}{8}=\dfrac{72}{8}=9$

[자료 B]의 중앙값은 $\dfrac{8+10}{2}=9$

이므로 [자료 B]의 평균과 중앙값은 같다.

(ㄷ) [자료 C]의 최빈값은 9이므로 [자료 B]의 중앙값과 같다.

(ㄹ) [자료 C]에는 매우 큰 값인 100이 포함되어 있으므로 대푯값으로 평균은 부적절하다.

이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄴ), (ㄷ)이다.

답 ④

11 C학생의 변량의 편차를 x시간이라 하면

$1+(-3)+x+2+3=0$ $\quad\therefore x=-3$

따라서 학생 5명의 평균 공부 시간은

$10-(-3)=13$(시간)

답 ⑤

편차의 총합은 항상 0이다.

(편차)=(변량)−(평균)
(평균)=(변량)−(편차)

12 중앙값이 13이므로 $y=13$

(평균)$=\dfrac{x+13+z}{3}=12$에서 $z=23-x$

(분산)$=\dfrac{(x-12)^2+1^2+(23-x-12)^2}{3}=14$에서

$x^2-23x+112=0$, $(x-7)(x-16)=0$

$\therefore x=7$ 또는 $x=16$

이때 $x<z$이므로 $x=7$, $z=16$

답 $x=7$, $y=13$, $z=16$

13 ② 편차의 절댓값이 클수록 변량은 평균에서 멀리 떨어져 있다.

③ 평균보다 큰 변량의 편차는 양수이다.

④ 분산이 작을수록 변량들이 평균 가까이에 밀집해 있다.

⑤ 표준편차가 달라도 평균은 같을 수 있다.

답 ①

14 평균은 3점 높아지지만 각 변량들이 흩어져 있는 정도는 변하지 않으므로 표준편차는 변하지 않는다.

답 ④

15 $x+y+z+w=80$이므로 x, y, z, w의 평균은

$\dfrac{x+y+z+w}{4}=\dfrac{80}{4}=20$

x, y, z, w의 표준편차가 2이므로

$\dfrac{(x-20)^2+(y-20)^2+(z-20)^2+(w-20)^2}{4}=2^2$

$x^2+y^2+z^2+w^2-40(x+y+z+w)+1600=16$

$x^2+y^2+z^2+w^2-40\times80+1600=16$

$\therefore x^2+y^2+z^2+w^2=1616$

따라서 구하는 평균은

$\dfrac{x^2+y^2+z^2+w^2}{4}=\dfrac{1616}{4}=404$

답 ②

16 $1+5+9+a+4=30$이므로 $a=11$

$b=\dfrac{5\times1+15\times5+25\times9+35\times11+45\times4}{30}$

$=\dfrac{870}{30}=29$

$c=\dfrac{1}{30}\{(-24)^2\times1+(-14)^2\times5+(-4)^2\times9$

$+6^2\times11+16^2\times4\}$

$=\dfrac{3120}{30}=104$

$\therefore a-b+c=86$

답 86

17 남학생과 여학생의 과학 시험 점수의 평균이 같으므로 여학생의 과학 시험 점수의 분산을 x라 하면

$\dfrac{7\times16+x\times14}{30}=5.6$ $\quad\therefore x=4$

답 ②

전체 학생의 (편차)^{2}의 총합

18 세 학생 A, B, C의 점수의 평균은 모두 7점이므로 세 학생의 점수의 표준편차는 각각

$\sqrt{\frac{(-1)^2+(-1)^2+1^2+1^2}{6}}=\frac{\sqrt{6}}{3}$(점)

$\sqrt{\frac{1^2+1^2+1^2+(-5)^2+1^2+1^2}{6}}=\sqrt{5}$(점)

$\sqrt{\frac{(-4)^2+2^2+2^2+(-4)^2+2^2+2^2}{6}}=2\sqrt{2}$(점)

따라서 A학생의 점수의 표준편차가 가장 작고, C학생의 점수의 표준편차가 가장 크다.

답 ②

$\frac{6+6+8+7+7+8}{6}=7$

$\frac{8+8+8+2+8+8}{6}=7$

$\frac{3+9+9+3+9+9}{6}=7$

19 중앙값과 최빈값이 모두 9이므로 x, y, z 중 적어도 2개는 9이다.

$x=9$, $y=9$라 하면 평균이 7이므로

$\frac{2+5+9+9+z}{5}=7 \qquad \therefore z=10$ … 4점

$\therefore$ (분산)$=\frac{(-5)^2+(-2)^2+2^2+2^2+3^2}{5}$

$=\frac{46}{5}=9.2$ … 2점

답 9.2

20 D지점의 해발 고도를 d m라 하면 C, B, A지점의 해발 고도는 각각 $(d+100)$m, $(d+200)$m, $(d+300)$m이므로

(평균)$=\frac{(d+300)+(d+200)+(d+100)+d}{4}$

$=\frac{4d+600}{4}$

$=d+150$(m) … 3점

(분산)$=\frac{1}{4}\{150^2+50^2+(-50)^2+(-150)^2\}$

$=\frac{50000}{4}=12500$ … 3점

$\therefore$ (표준편차)$=50\sqrt{5}$(m) … 2점

답 $50\sqrt{5}$ m

A지점의 해발 고도의 편차는
$d+300-(d+150)$
$=150$(m)
마찬가지 방법으로 하면 B, C, D지점의 해발 고도의 편차는 차례로 50 m, −50 m, −150 m이다.

21 50 kg 이상 60 kg 미만인 계급의 도수는

$20-(2+4+4+2)=8$(명) … 2점

(평균)$=\frac{35\times2+45\times4+55\times8+65\times4+75\times2}{20}$

$=\frac{1100}{20}=55$(kg) … 3점

(분산)$=\frac{1}{20}\{(-20)^2\times2+(-10)^2\times4+0^2\times8$
$+10^2\times4+20^2\times2\}$

$=\frac{2400}{20}=120$

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{120}=2\sqrt{30}$(kg) … 3점

답 $2\sqrt{30}$ kg

22 10개의 끈의 길이를 a_1, a_2, $\cdots$, a_{10}이라 하면

$\frac{a_1+a_2+\cdots+a_{10}}{10}=10$

$\therefore a_1+a_2+\cdots+a_{10}=100$

10개의 정삼각형의 한 변의 길이는 $\frac{1}{3}a_1$, $\frac{1}{3}a_2$, $\cdots$, $\frac{1}{3}a_{10}$이므로 구하는 평균은

$\left(\frac{1}{3}a_1+\frac{1}{3}a_2+\cdots+\frac{1}{3}a_{10}\right)\times\frac{1}{10}$

$=\frac{1}{30}(a_1+a_2+\cdots+a_{10})$

$=\frac{100}{30}=\frac{10}{3}$(cm)

답 $\frac{10}{3}$ cm

23 $-1+x+0+(-3)+y+(-1)=0$에서

$x+y=5$ …… ㉠

$\frac{(-1)^2+x^2+0^2+(-3)^2+y^2+(-1)^2}{6}=4$에서

$x^2+y^2=13$ …… ㉡

이때 $(x+y)^2=x^2+y^2+2xy$이므로 ㉠, ㉡을 대입하면

$5^2=13+2xy \qquad \therefore xy=6$

답 6

24 (ㄱ) 두 사람 모두 1년에 평균 10권을 읽었으므로

$\frac{12+11+a+8}{4}=10 \qquad \therefore a=9$

$\frac{9+b+4+16}{4}=10 \qquad \therefore b=11$

(ㄴ) B의 연간 독서량에 대한 분산은

$\frac{(-1)^2+1^2+(-6)^2+6^2}{4}=18.5$

이므로 표준편차는 $\sqrt{18.5}$권이다.

(ㄷ) A의 연간 독서량에 대한 분산은

$\frac{2^2+1^2+(-1)^2+(-2)^2}{4}=2.5$

이므로 표준편차는 $\sqrt{2.5}$권이다.

즉 (B의 표준편차)>(A의 표준편차)이므로 A의 연간 독서량의 분포가 B의 연간 독서량의 분포보다 더 고르다.

이상에서 옳은 것은 (ㄴ), (ㄷ)이다.

답 ④

Q BOX

V 피타고라스 정리

LECTURE 03 피타고라스 정리

개념 확인 문제

LECTURE BOOK 18쪽

1 답 (1) 5 (2) $5\sqrt{3}$

2 답 $16\,\text{cm}^2$

3 답 169

4 답 $x=2,\ S=4$

5 답 18

필수 유형 공략

LECTURE BOOK 19~21쪽

01 $\overline{AC}=\sqrt{7^2-5^2}=2\sqrt{6}\,(\text{cm})$이므로

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times5\times2\sqrt{6}=5\sqrt{6}\,(\text{cm}^2)$

답 $5\sqrt{6}\,\text{cm}^2$

$\overline{BC}^2=\overline{AB}^2+\overline{AC}^2$이므로
$\overline{AC}=\sqrt{\overline{BC}^2-\overline{AB}^2}$

02 $(x+2)^2=x^2+8^2$이므로

$x^2+4x+4=x^2+64$

$4x=60 \quad \therefore x=15$

답 ④

03 $\triangle BCD$에서 $\overline{BD}=\sqrt{12^2-10^2}=2\sqrt{11}\,(\text{cm})$

$\triangle ABD$에서 $\overline{AD}=\sqrt{8^2-(2\sqrt{11})^2}=2\sqrt{5}\,(\text{cm})$

답 $2\sqrt{5}\,\text{cm}$

04 $\overline{DC}=x\,\text{cm}$라 하면

$\triangle ABC$에서 $\overline{AC}^2=6^2-(2+x)^2$

$\triangle ADC$에서 $\overline{AC}^2=(2\sqrt{6})^2-x^2$

즉 $32-4x-x^2=24-x^2$이므로

$4x=8 \quad \therefore x=2$

답 $2\,\text{cm}$

05 $\triangle ABC$에서 $\overline{AC}=\sqrt{2^2+2^2}=2\sqrt{2}$

$\triangle ACD$에서 $\overline{AD}=\sqrt{(2\sqrt{2})^2+2^2}=2\sqrt{3}$

$\triangle ADE$에서 $\overline{AE}=\sqrt{(2\sqrt{3})^2+2^2}=4$

$\triangle AEF$에서 $\overline{AF}=\sqrt{4^2+2^2}=2\sqrt{5}$

따라서 $\triangle AFG$에서

$\overline{AG}=\sqrt{(2\sqrt{5})^2+2^2}=2\sqrt{6}$

답 $2\sqrt{6}$

06 $\overline{BC_1}=\overline{BD}=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$

$\overline{BC_2}=\overline{BD_1}=\sqrt{(\sqrt{2})^2+1^2}=\sqrt{3}$

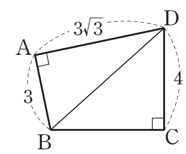
$\overline{BC_3}=\overline{BD_2}=\sqrt{(\sqrt{3})^2+1^2}=2$

$\therefore \overline{BD_3}=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$

답 ③

07 $\overline{BD}$를 그으면

보조선을 그어 2개의 직각삼각형으로 나눈다.



$\triangle ABD$에서

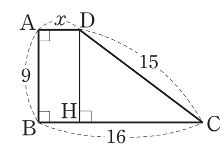
$\overline{BD}=\sqrt{3^2+(3\sqrt{3})^2}=6$

이므로 $\triangle BCD$에서

$\overline{BC}=\sqrt{6^2-4^2}=2\sqrt{5}$

답 ①

08 꼭짓점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\overline{DH}=9$이므로



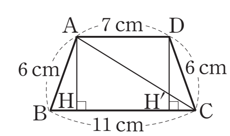
$\triangle DHC$에서

$\overline{CH}=\sqrt{15^2-9^2}=12$

$\therefore x=\overline{BH}=16-12=4$

답 ③

09 두 꼭짓점 A, D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 각각 H, H′이라 하면 $\overline{HH'}=7\,\text{cm}$이므로



$\overline{BH}=\overline{CH'}=\frac{1}{2}\times(11-7)=2\,(\text{cm})$ … 2점

$\overline{AB}=\overline{DC}$,
$\angle AHB=\angle DH'C$
$\overline{AH}=\overline{DH'}$
$\therefore \triangle ABH\equiv\triangle DCH'$
(RHS 합동)

$\triangle ABH$에서

$\overline{AH}=\sqrt{6^2-2^2}=4\sqrt{2}\,(\text{cm})$ … 2점

$\overline{HC}=9\,\text{cm}$이므로 $\triangle AHC$에서

$\overline{AC}=\sqrt{(4\sqrt{2})^2+9^2}$

$=\sqrt{113}\,(\text{cm})$ … 2점

답 $\sqrt{113}\,\text{cm}$

10 $\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=\sqrt{8^2+6^2}=10\,(\text{cm})$

따라서 색칠한 부분의 넓이는

$\frac{1}{2}\square ADEB=\frac{1}{2}\times10^2$

$=50\,(\text{cm}^2)$

$\triangle DEF=\frac{1}{2}\square ADEB$이므로 색칠한 부분의 넓이는
$\square ADEB-\triangle DEF$
$=\frac{1}{2}\square ADEB$

답 $50\,\text{cm}^2$

11 $\square ACDE=64-48=16\,(\text{cm}^2)$이므로

$\overline{AC}=4\,(\text{cm})$

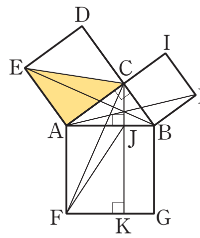
$\overline{BC}=\sqrt{48}=4\sqrt{3}\,(\text{cm})$이므로

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times4\times4\sqrt{3}=8\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$

답 $8\sqrt{3}\,\text{cm}^2$

12 $\overline{EA}/\!/\overline{DB}$이므로

$\triangle EAC=\triangle EAB$ ······ ㉠



$\triangle EAB$와 $\triangle CAF$에서
$\overline{EA}=\overline{CA}$, $\overline{AB}=\overline{AF}$,
$\angle EAB=\angle CAF$
$\therefore \triangle EAB\equiv\triangle CAF$
(SAS 합동) ······ ㉡
$\overline{AF}/\!/\overline{CK}$이므로

$\triangle CAF=\triangle JAF=\frac{1}{2}\square AFKJ$ ······ ㉢

㉠, ㉡, ㉢에 의하여

$\triangle EAC=\triangle EAB=\triangle CAF=\triangle JAF$

$=\frac{1}{2}\square AFKJ$

답 ④

$\angle EAB=90^\circ+\angle CAB$
$=\angle CAF$

13 $\overline{AE}=9-3=6(\text{cm})$이므로 $\triangle AEH$에서
$\overline{EH}^2=6^2+3^2=45$
이때 $\triangle AEH\equiv\triangle BFE\equiv\triangle CGF\equiv\triangle DHG$이므로 $\square EFGH$는 정사각형이다.
$\therefore \square EFGH=\overline{EH}^2=45(\text{cm}^2)$

답 ④

$\overline{EH}=\overline{FE}=\overline{GF}=\overline{HG}$,
$\angle HEF$
$=180^\circ-\angle AEH-\angle BEF$
$=180^\circ-\angle AEH-\angle AHE$
$=90^\circ$
한 내각의 크기가 90°인 마름모는 정사각형이므로 $\square EFGH$는 정사각형이다.

14 $\overline{BQ}=\overline{CR}=9\,\text{cm}$이므로 $\triangle ABQ$에서
$\overline{AQ}=\sqrt{15^2-9^2}=12(\text{cm})$
$\therefore \overline{PQ}=12-9=3(\text{cm})$
4개의 직각삼각형이 모두 합동이므로
$\overline{PQ}=\overline{QR}=\overline{RS}=\overline{SP}$
따라서 $\square PQRS$는 정사각형이므로
$\square PQRS=3^2=9(\text{cm}^2)$

답 $9\,\text{cm}^2$

15 $\triangle AED\equiv\triangle BCE$에서 $\overline{DE}=\overline{EC}$, $\angle DEC=90^\circ$이므로 $\triangle DEC$는 직각이등변삼각형이다.

$\frac{1}{2}\times\overline{DE}^2=26$이므로 $\overline{DE}^2=52$

$\triangle AED$에서 $\overline{AD}=\sqrt{52-6^2}=4(\text{cm})$

$\therefore \square ABCD=\frac{1}{2}\times(4+6)\times(4+6)$

$=50(\text{cm}^2)$

답 ②

$\angle AED+\angle CEB$
$=\angle AED+\angle EDA$
$=90^\circ$
이므로 $\angle DEC=90^\circ$

16 $\overline{AE}=\overline{AD}=10\,\text{cm}$이므로 $\triangle ABE$에서
$\overline{BE}=\sqrt{10^2-6^2}=8(\text{cm})$
$\therefore \overline{CE}=10-8=2(\text{cm})$ ··· 2점
$\overline{EF}=x\,\text{cm}$라 하면 $\overline{DF}=\overline{EF}=x\,\text{cm}$이므로
$\overline{CF}=(6-x)\text{cm}$
$\triangle ECF$에서 $x^2=2^2+(6-x)^2$

$12x=40 \quad \therefore x=\frac{10}{3}$ ··· 4점

답 $\frac{10}{3}\text{cm}$

17 $\overline{BD}=\frac{1}{2}\overline{BC}=4(\text{cm})$
$\overline{DE}=x\,\text{cm}$라 하면 $\overline{AE}=\overline{DE}=x\,\text{cm}$이므로
$\overline{EB}=(10-x)\text{cm}$
$\triangle EBD$에서 $x^2=(10-x)^2+4^2$

$20x=116 \quad \therefore x=\frac{29}{5}$

답 ②

18 $\angle EAC=\angle ACB$ (엇각),
$\angle ACB=\angle ECA$ (접은 각)이므로 $\triangle EAC$는 이등변삼각형이다.
$\overline{EC}=x\,\text{cm}$라 하면 $\overline{ED}=(8-x)\text{cm}$이므로
$\triangle CDE$에서 $x^2=(8-x)^2+4^2$
$16x=80 \quad \therefore x=5$
$\triangle ABC$에서 $\overline{AC}=\sqrt{8^2+4^2}=4\sqrt{5}(\text{cm})$

$\overline{CH}=\frac{1}{2}\overline{AC}=2\sqrt{5}(\text{cm})$이므로 $\triangle EHC$에서

$\overline{EH}=\sqrt{5^2-(2\sqrt{5})^2}=\sqrt{5}(\text{cm})$

답 $\sqrt{5}\,\text{cm}$

이등변삼각형의 꼭짓점에서 밑변에 내린 수선은 그 밑변을 이등분한다.

[다른 풀이]
$\overline{AC}=\sqrt{8^2+4^2}=4\sqrt{5}(\text{cm})$이고 $\triangle EAC$가 이등변삼각형이므로

$\overline{CH}=\frac{1}{2}\overline{AC}=2\sqrt{5}(\text{cm})$

$\triangle CAF\backsim\triangle CEH$ (AA 닮음)이므로
$\overline{CF}:\overline{CH}=\overline{AF}:\overline{EH}$
$8:2\sqrt{5}=4:\overline{EH}$
$\therefore \overline{EH}=\sqrt{5}(\text{cm})$

LECTURE 04 피타고라스 정리와 도형

개념 확인 문제

LECTURE BOOK 22쪽

1 답 (ㄷ), (ㄹ)

2 답 (1) $\frac{24}{5}$ (2) $3\sqrt{6}$

3 답 (1) 80 (2) 34

4 답 (1) $8\pi\,\text{cm}^2$ (2) $24\,\text{cm}^2$

필수 유형 공략 LECTURE BOOK 23~25쪽

01 (ㄱ) $1^2+(\sqrt{3})^2=2^2$

(ㄴ) $2^2+2^2=(2\sqrt{2})^2$

(ㄹ) $6^2+8^2=10^2$

(ㅂ) $5^2+12^2=13^2$

답 4

02 $12^2=6^2+(6\sqrt{3})^2$이므로 주어진 삼각형은 빗변의 길이가 12인 직각삼각형이다.

따라서 구하는 넓이는

$\frac{1}{2}\times6\times6\sqrt{3}=18\sqrt{3}$

답 ③

> 가장 긴 변의 길이의 제곱이 나머지 두 변의 길이의 제곱의 합과 같도록 하는 x의 값을 구한다.

03 $x^2+(x+2)^2=(x+4)^2$에서

$x^2-4x-12=0,\ (x+2)(x-6)=0$

$\therefore x=6\ (\because x>0)$

답 ③

04 $\overline{BC}=x$ m라 하면

$\overline{AC}=12-(5+x)=7-x$(m)

$\triangle ABC$에서 $\angle C=90°$이려면

$x^2+(7-x)^2=5^2,\ x^2-7x+12=0$

$(x-3)(x-4)=0$

$\therefore x=4\ (\because \overline{BC}>\overline{AC})$

답 4 m

05 추가하는 막대의 길이를 x cm라 하면

(i) 가장 긴 막대의 길이가 x cm일 때

$x=\sqrt{6^2+8^2}=10$

(ii) 가장 긴 막대의 길이가 8 cm일 때

$x=\sqrt{8^2-6^2}=2\sqrt{7}$

답 $2\sqrt{7}$ cm, 10 cm

> 삼각형의 세 변의 길이가 $a, b, c\ (c\ge a,\ c\ge b)$일 때
> ① $c^2<a^2+b^2$ ➡ 예각삼각형
> ② $c^2=a^2+b^2$ ➡ 직각삼각형
> ③ $c^2>a^2+b^2$ ➡ 둔각삼각형

06 ① 세 변의 길이를 $2k,\ 3k,\ 4k\ (k>0)$라 하면 $(2k)^2+(3k)^2<(4k)^2$이므로 둔각삼각형이다.

② 세 변의 길이를 $3k,\ 4k,\ 5k\ (k>0)$라 하면 $(3k)^2+(4k)^2=(5k)^2$이므로 직각삼각형이다.

③ 세 변의 길이를 $4k,\ 5k,\ 6k\ (k>0)$라 하면 $(4k)^2+(5k)^2>(6k)^2$이므로 예각삼각형이다.

④ 세 변의 길이를 $5k,\ 5k,\ 8k\ (k>0)$라 하면 $(5k)^2+(5k)^2<(8k)^2$이므로 둔각삼각형이다.

⑤ 세 변의 길이를 $5k,\ 12k,\ 13k\ (k>0)$라 하면 $(5k)^2+(12k)^2=(13k)^2$이므로 직각삼각형이다.

답 ③

07 $x^2=4^2+(4\sqrt{3})^2=64$ … 2점

$y^2=17^2-8^2=225$ … 2점

$2z^2=(9\sqrt{2})^2$이므로 $z^2=81$ … 2점

이때 $225>64+81$ 즉 $y^2>x^2+z^2$이므로 $x,\ y,\ z$를 세 변의 길이로 하는 삼각형은 둔각삼각형이다.

… 2점

답 둔각삼각형

> $x=8,\ y=15,\ z=9$
> $9-8<15<9+8$이므로 $x,\ y,\ z$는 삼각형의 변의 길이 조건을 만족시킨다.

08 (i) $\overline{AC}$가 가장 긴 변일 때,

$\overline{AC}<9+12$이므로 $12\le\overline{AC}<21$

$\triangle ABC$가 예각삼각형이므로

$\overline{AC}^2<9^2+12^2$에서 $0<\overline{AC}<15$

$\therefore 12\le\overline{AC}<15$

(ii) $\overline{BC}$가 가장 긴 변일 때,

$12<\overline{AC}+9$이므로 $3<\overline{AC}\le12$

$\triangle ABC$가 예각삼각형이므로

$12^2<\overline{AC}^2+9^2$에서 $\overline{AC}>3\sqrt{7}$

$\therefore 3\sqrt{7}<\overline{AC}\le12$

(i), (ii)에서 $3\sqrt{7}<\overline{AC}<15$

따라서 $\overline{AC}$의 길이가 될 수 있는 자연수는 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14의 7개이다.

답 ⑤

09 $\overline{AC}=k\ (k>0)$라 하면 $\overline{BC}=2k$

$\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=\sqrt{k^2+(2k)^2}=\sqrt{5}k$

$\sqrt{5}k\times2\sqrt{3}=2k\times k$

$\therefore k=\sqrt{15}$

따라서 $\overline{AC}=\sqrt{15},\ \overline{BC}=2\sqrt{15}$이므로

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times2\sqrt{15}\times\sqrt{15}=15$

답 ④

10 $\triangle ABC$에서 $\overline{BC}=\sqrt{3^2+4^2}=5$ … 2점

$3\times4=\overline{AD}\times5 \quad \therefore \overline{AD}=\frac{12}{5}$ … 2점

$3^2=\overline{BD}\times5 \quad \therefore \overline{BD}=\frac{9}{5}$ … 2점

$\therefore \triangle ABD=\frac{1}{2}\times\frac{12}{5}\times\frac{9}{5}=\frac{54}{25}$ … 2점

답 $\frac{54}{25}$

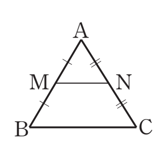
11 $\triangle ABC$에서 $\overline{AB}^2=8^2+6^2=100$

$\overline{DE}^2+\overline{AB}^2=\overline{AD}^2+\overline{BE}^2$이므로

$\overline{DE}^2+100=\overline{AD}^2+(4\sqrt{5})^2$

$\therefore \overline{AD}^2-\overline{DE}^2=20$

답 ③



> ➡ $\overline{MN}\,/\!/\,\overline{BC}$
> $\overline{MN}=\frac{1}{2}\overline{BC}$

12 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질에 의하여

$\overline{DE}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times8=4$

$\therefore \overline{AD}^2+\overline{BE}^2=\overline{DE}^2+\overline{AB}^2=4^2+8^2=80$

답 ③

13 $(2\sqrt{2})^2+(\sqrt{5})^2=2^2+\overline{BC}^2$이므로

$\overline{BC}^2=9$

$\triangle OBC$에서

$x=\sqrt{9-(\sqrt{3})^2}=\sqrt{6}$

답 ③

14 $\overline{AB}=\overline{CD}$이고 $\overline{AB}^2+\overline{CD}^2=\overline{AD}^2+\overline{BC}^2$이므로
$2\overline{AB}^2=(\sqrt{6})^2+4^2$, $\overline{AB}^2=11$
$\therefore \overline{AB}=\sqrt{11}$ ($\because \overline{AB}>0$) 답 ④

> 등변사다리꼴의 성질
> ① 평행하지 않은 한 쌍의 대변의 길이가 같다.
> ② 두 대각선의 길이가 같다.

15 $(3\sqrt{3})^2+x^2=(2\sqrt{5})^2+(x+1)^2$
$2x=6 \quad \therefore x=3$ 답 ②

16 $S_1+S_2=15\pi+10\pi=25\pi\,(\text{cm}^2)$
즉 $\overline{BC}$를 지름으로 하는 반원의 넓이가 $25\pi\,\text{cm}^2$이므로
$\frac{1}{2}\times\pi\times\left(\frac{\overline{BC}}{2}\right)^2=25\pi$, $\overline{BC}^2=200$
$\therefore \overline{BC}=10\sqrt{2}\,(\text{cm})$ ($\because \overline{BC}>0$) 답 ①

> 직각삼각형의 각 변을 지름으로 하는 반원을 각각 그리면 작은 두 반원의 넓이의 합은 가장 큰 반원의 넓이와 같다.

17 $\overline{AB}=k$, $\overline{CA}=\sqrt{3}k\,(k>0)$라 하면
$S_1=\frac{1}{2}\times\pi\times\left(\frac{k}{2}\right)^2=\frac{k^2}{8}\pi$
$S_3=\frac{1}{2}\times\pi\times\left(\frac{\sqrt{3}k}{2}\right)^2=\frac{3k^2}{8}\pi$
$S_2=S_1+S_3=\frac{k^2}{2}\pi$이므로
$S_1 : S_2 : S_3=\frac{k^2}{8}\pi : \frac{k^2}{2}\pi : \frac{3k^2}{8}\pi$
$=1 : 4 : 3$ 답 1 : 4 : 3

18 $\overline{BD}=x$라 하면 $(4\sqrt{6})^2=x(x+4)$
$x^2+4x-96=0$, $(x+12)(x-8)=0$
$\therefore x=8$ ($\because x>0$)
$\triangle ABC$에서 $\overline{AC}=\sqrt{12^2-(4\sqrt{6})^2}=4\sqrt{3}$
∴ (색칠한 부분의 넓이)
$=\triangle ABC$
$=\frac{1}{2}\times4\sqrt{6}\times4\sqrt{3}$
$=24\sqrt{2}$ 답 $24\sqrt{2}$

LECTURE 05 피타고라스 정리의 평면도형에서의 활용 (1)

개념 확인 문제
LECTURE BOOK 26쪽

1 답 (1) 10 (2) 13

2 답 (1) $9\sqrt{2}$ (2) 6

3 답 (1) 5 (2) $5\sqrt{3}$ (3) $25\sqrt{3}$

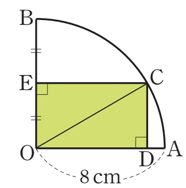
4 답 (1) 2 (2) $4\sqrt{2}$ (3) $8\sqrt{2}$

필수 유형 공략
LECTURE BOOK 27~29쪽

01 $\square BEFD=\overline{BD}^2=8^2+15^2=289\,(\text{cm}^2)$ 답 ④

02 직사각형의 세로의 길이를 x cm라 하면 가로의 길이는 $2x$ cm이므로
$x\times2x=32$, $x^2=16$
$\therefore x=4$ ($\because x>0$)
따라서 가로, 세로의 길이가 각각 8 cm, 4 cm이므로 대각선의 길이는
$\sqrt{8^2+4^2}=4\sqrt{5}\,(\text{cm})$ 답 ④

03 $\overline{OC}$를 그으면
$\overline{OC}=\overline{OA}=8\,\text{cm}$
$\overline{CD}=\overline{EO}=4\,\text{cm}$
이므로 $\triangle ODC$에서
$\overline{OD}=\sqrt{8^2-4^2}=4\sqrt{3}\,(\text{cm})$
$\therefore \square ODCE=4\sqrt{3}\times4$
$=16\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$



답 $16\sqrt{3}\,\text{cm}^2$

04 정사각형의 한 변의 길이를 x cm라 하면
$\sqrt{2}x=10 \quad \therefore x=5\sqrt{2}$
따라서 정사각형의 둘레의 길이는
$4\times5\sqrt{2}=20\sqrt{2}\,(\text{cm})$ 답 ②

> 한 변의 길이가 a인 정사각형의 대각선의 길이 ➡ $\sqrt{2}a$

05 원의 반지름의 길이를 r cm라 하면
$\pi r^2=16\pi$, $r^2=16$
$\therefore r=4$ ($\because r>0$) … 3점
정사각형의 대각선의 길이는 8 cm이므로 정사각형의 한 변의 길이를 x cm라 하면
$\sqrt{2}x=8 \quad \therefore x=4\sqrt{2}$ … 3점
답 $4\sqrt{2}$ cm

06 $\overline{AD}=\sqrt{8^2-6^2}=2\sqrt{7}\,(\text{cm})$
$\triangle ABD$에서 $6\times2\sqrt{7}=\overline{AH}\times8$
$\therefore \overline{AH}=\frac{3\sqrt{7}}{2}\,(\text{cm})$ 답 ③

> $\overline{AB}\times\overline{AD}=\overline{AH}\times\overline{BD}$

07 $\overline{BD}=\sqrt{3^2+4^2}=5\,(\text{cm})$이므로 $\triangle ABD$에서
$3^2=\overline{BE}\times5 \quad \therefore \overline{BE}=\frac{9}{5}\,(\text{cm})$
$\overline{DF}=\overline{BE}=\frac{9}{5}$ cm이므로
$\overline{EF}=5-2\times\frac{9}{5}=\frac{7}{5}\,(\text{cm})$ 답 ③

> $\overline{AB}^2=\overline{BE}\times\overline{BD}$
>
> $\triangle ABE\equiv\triangle CDF$ (RHA 합동)

08 정삼각형의 한 변의 길이를 a cm라 하면
$\frac{\sqrt{3}}{4}a^2=9\sqrt{3}$, $a^2=36 \quad \therefore a=6$ ($\because a>0$) 답 ⑤

> 한 변의 길이가 a인 정삼각형의 넓이 ➡ $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$

Q BOX

09 $\overline{AD}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times12=6\sqrt{3}$(cm)이므로

$\triangle ADE=\frac{\sqrt{3}}{4}\times(6\sqrt{3})^2=27\sqrt{3}$(cm^2)

답 $27\sqrt{3}$ cm^2

> 한 변의 길이가 a인 정삼각형의 높이
> ➡ $\frac{\sqrt{3}}{2}a$

10 $\overline{GD}=\frac{1}{3}\overline{AD}$이므로 $\overline{AD}=6$(cm)

정삼각형의 한 변의 길이를 a cm라 하면

$\frac{\sqrt{3}}{2}a=6$ $\quad\therefore a=4\sqrt{3}$

$\therefore \triangle ABC=\frac{\sqrt{3}}{4}\times(4\sqrt{3})^2=12\sqrt{3}$(cm^2)

답 ③

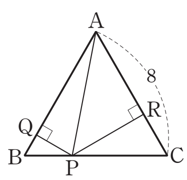
> 무게중심은 중선을 꼭짓점으로부터 2 : 1로 나누므로 $\overline{AG}:\overline{GD}=2:1$

11 $\overline{AP}$를 그으면

$\triangle ABC$

$=\triangle ABP+\triangle ACP$

이므로



$\frac{\sqrt{3}}{4}\times8^2$

$=\frac{1}{2}\times8\times\overline{PQ}+\frac{1}{2}\times8\times\overline{PR}$

$16\sqrt{3}=4(\overline{PQ}+\overline{PR})$

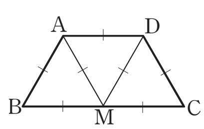
$\therefore \overline{PQ}+\overline{PR}=4\sqrt{3}$

답 $4\sqrt{3}$

12 $\overline{BC}$의 중점을 M이라 하면

$\square ABCD=3\triangle ABM$

$\overline{AB}=a$ cm라 하면



$75\sqrt{3}=3\times\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$, $a^2=100$

$\therefore a=10\ (\because a>0)$

따라서 $\square ABCD$의 둘레의 길이는

$5\times10=50$(cm)

답 50 cm

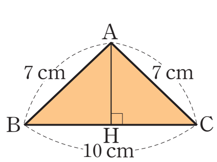
13 주어진 정육각형은 한 변의 길이가 6 cm인 6개의 정삼각형으로 이루어져 있으므로 구하는 넓이는

$6\times\left(\frac{\sqrt{3}}{4}\times6^2\right)=54\sqrt{3}$(cm^2)

답 ②

14 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\overline{BH}=\overline{CH}=5$(cm)



$\triangle ABH$에서

$\overline{AH}=\sqrt{7^2-5^2}=2\sqrt{6}$(cm)

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times10\times2\sqrt{6}$

$=10\sqrt{6}$(cm^2)

답 ②

> 세 내각의 크기가 45°, 45°, 90°인 삼각형의 세 변의 길이의 비
> ➡ $1:1:\sqrt{2}$
> 세 내각의 크기가 30°, 60°, 90°인 삼각형의 세 변의 길이의 비
> ➡ $1:\sqrt{3}:2$

15 $\overline{AD}$와 $\overline{BC}$가 만나는 점을 E라 하면

$\triangle BDC$에서 $\overline{DE}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times8=4\sqrt{3}$

$\therefore \overline{AE}=6\sqrt{3}-4\sqrt{3}=2\sqrt{3}$ … 4점

$\overline{BE}=\frac{1}{2}\overline{BC}=4$이므로 $\triangle ABE$에서

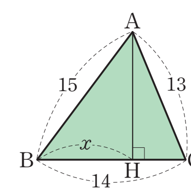
$\overline{AB}=\sqrt{4^2+(2\sqrt{3})^2}=2\sqrt{7}$ … 2점

답 $2\sqrt{7}$

16 답 (가) $8-x$ (나) $(8-x)^2$ (다) 2 (라) $3\sqrt{5}$

17 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하자.

> 삼각형의 높이 구하기
> ➡ 한 꼭짓점에서 대변에 수선을 그은 후 피타고라스 정리를 이용한다.



$\overline{BH}=x$라 하면

$\overline{CH}=14-x$이므로

$\overline{AH}^2=15^2-x^2$

$=13^2-(14-x)^2$

$28x=252$ $\quad\therefore x=9$

$\triangle ABH$에서 $\overline{AH}=\sqrt{15^2-9^2}=12$

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times14\times12=84$

답 84

18 $\overline{BH}=x$ cm라 하면 $\overline{CH}=(10-x)$cm이므로

$\overline{AH}^2=6^2-x^2=(4\sqrt{6})^2-(10-x)^2$

$20x=40$ $\quad\therefore x=2$

$\triangle ABH$에서 $\overline{AH}=\sqrt{6^2-2^2}=4\sqrt{2}$(cm)

$\overline{BM}=5$ cm이므로 $\overline{HM}=5-2=3$(cm)

$\triangle AHM$에서

$\overline{AM}=\sqrt{(4\sqrt{2})^2+3^2}=\sqrt{41}$(cm)

답 ④

LECTURE 06 피타고라스 정리의 평면도형에서의 활용 (2)

개념 확인 문제

LECTURE BOOK 30쪽

1 답 (1) $x=4$, $y=4\sqrt{2}$ (2) $x=3\sqrt{3}$, $y=6$
(3) $x=2$, $y=2\sqrt{3}$

2 답 (1) $2\sqrt{5}$ (2) 5

3 답 (1) $3\sqrt{5}$ (2) $5\sqrt{2}$ (3) $4\sqrt{2}$ (4) $2\sqrt{13}$

필수 유형 공략

LECTURE BOOK 31~33쪽

01 $\triangle ABC$에서

$4:\overline{BC}=1:\sqrt{3}$ $\quad\therefore \overline{BC}=4\sqrt{3}$(cm)

$\triangle DBC$에서

$\overline{DC}:4\sqrt{3}=1:\sqrt{2}$ $\quad\therefore \overline{DC}=2\sqrt{6}$(cm)

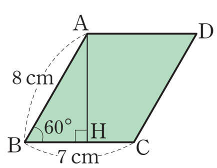
답 ④

02 △ABC에서 $16:x=2:\sqrt{3}$ $\quad\therefore x=8\sqrt{3}$
△ABD에서 $8\sqrt{3}:y=2:1$ $\quad\therefore y=4\sqrt{3}$
$\therefore x+y=12\sqrt{3}$
답 ④

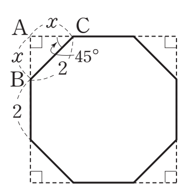
03 $\angle ACH=180^\circ-135^\circ=45^\circ$이므로 △ACH에서
$4\sqrt{2}:\overline{AH}=\sqrt{2}:1$
$\therefore \overline{AH}=4,\ \overline{CH}=\overline{AH}=4$ … 4점
$\overline{BH}=6+4=10$이므로 △ABH에서
$\overline{AB}=\sqrt{10^2+4^2}=2\sqrt{29}$ … 2점
답 $2\sqrt{29}$

$\overline{AH}:\overline{CH}=1:1$

04 $\overline{AC}=\overline{DC}=x$ cm라 하면 △ABC에서
$(2+x):x=\sqrt{3}:1$
$\sqrt{3}x=2+x,\ (\sqrt{3}-1)x=2$
$\therefore x=\dfrac{2}{\sqrt{3}-1}=\sqrt{3}+1$
답 ③

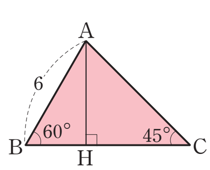
05 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 △ABH에서


$8:\overline{AH}=2:\sqrt{3}$
$\therefore \overline{AH}=4\sqrt{3}$ (cm)
$\therefore$ □ABCD$=7\times4\sqrt{3}=28\sqrt{3}$ (cm^2)
답 ④

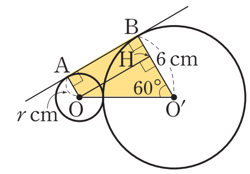
06 정팔각형의 한 내각의 크기는


$\dfrac{180^\circ\times(8-2)}{8}=135^\circ$
$\therefore \angle ACB=45^\circ$
이때 잘라 낸 직각이등변삼각형에서 빗변이 아닌 한 변의 길이를 x라 하면
$x:2=1:\sqrt{2}$ $\quad\therefore x=\sqrt{2}$
따라서 정사각형의 한 변의 길이는 $2+2\sqrt{2}$이다.
답 ④

정n각형의 한 내각의 크기
➡ $\dfrac{180^\circ\times(n-2)}{n}$

07 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면


△ABH에서
$6:\overline{AH}=2:\sqrt{3}$
$\therefore \overline{AH}=3\sqrt{3}$
$6:\overline{BH}=2:1$ $\quad\therefore \overline{BH}=3$
△AHC에서 $\overline{CH}=\overline{AH}=3\sqrt{3}$이므로
$\overline{BC}=3+3\sqrt{3}$
따라서 △ABC의 넓이는
$\dfrac{1}{2}\times(3+3\sqrt{3})\times3\sqrt{3}=\dfrac{9}{2}(3+\sqrt{3})$
답 $\dfrac{9}{2}(3+\sqrt{3})$

08 원의 중심 O에서 $\overline{O'B}$에 내린 수선의 발을 H, 원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면


$\overline{OO'}=(r+6)$cm,
$\overline{O'H}=(6-r)$cm
△OO′H에서 $(r+6):(6-r)=2:1$
$r+6=12-2r,\ 3r=6$
$\therefore r=2$
$\overline{O'H}=4$ cm이므로 $4:\overline{OH}=1:\sqrt{3}$
$\therefore \overline{OH}=4\sqrt{3}$ (cm)
따라서 구하는 넓이는
$\dfrac{1}{2}\times(2+6)\times4\sqrt{3}=16\sqrt{3}$ (cm^2)
답 $16\sqrt{3}$ cm^2

두 점 $(x_1,\ y_1),\ (x_2,\ y_2)$ 사이의 거리는
$\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

09 ① $\sqrt{\{-1-(-5)\}^2+(0-3)^2}=5$
② $\sqrt{\{1-(-3)\}^2+\{3-(-4)\}^2}=\sqrt{65}$
③ $\sqrt{2^2+7^2}=\sqrt{53}$
④ $\sqrt{(4-0)^2+(-1-3)^2}=4\sqrt{2}$
⑤ $\sqrt{(6-2)^2+(4-2)^2}=2\sqrt{5}$
답 ②

10 $\overline{PQ}=\sqrt{(5-1)^2+\{a-(-2)\}^2}=2\sqrt{13}$
양변을 제곱하여 정리하면
$a^2+4a-32=0,\ (a+8)(a-4)=0$
$\therefore a=4\ (\because a>0)$
답 ③

점 Q가 제1사분면 위의 점이므로 y좌표가 양수이다.

11 x축 위의 점의 좌표를 $(a,\ 0)$이라 하면
$\sqrt{(a-3)^2+\{0-(-2)\}^2}$
$=\sqrt{\{a-(-4)\}^2+(0-5)^2}$
$(a-3)^2+4=(a+4)^2+25$
$14a=-28$ $\quad\therefore a=-2$
따라서 구하는 점의 좌표는 $(-2,\ 0)$이다.
답 $(-2,\ 0)$

x축 위의 점은 y좌표가 0이다.

12 $y=2x+3$에 $x=2,\ y=a$를 대입하면
$a=2\times2+3=7$
따라서 $A(2,\ 7),\ B(-1,\ 1)$이므로
$\overline{AB}=\sqrt{(-1-2)^2+(1-7)^2}=3\sqrt{5}$
답 ③

13 $y=-3x^2+6x+4=-3(x-1)^2+7$
$y=\dfrac{1}{2}x^2+4x+3=\dfrac{1}{2}(x+4)^2-5$
두 함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표는
$(1,\ 7),\ (-4,\ -5)$ … 4점
따라서 두 꼭짓점 사이의 거리는
$\sqrt{(-4-1)^2+(-5-7)^2}=13$ … 2점
답 13

이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프의 꼭짓점의 좌표
➡ $(p,\ q)$

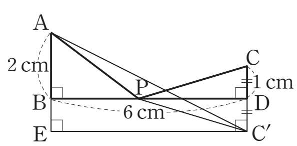
14 ① $\overline{AB}=\sqrt{(8-2)^2+(-2-2)^2}=2\sqrt{13}$
② $\overline{BC}=\sqrt{(6-8)^2+\{-4-(-2)\}^2}=2\sqrt{2}$
③ $\overline{AC}=\sqrt{(6-2)^2+(-4-2)^2}=2\sqrt{13}$
$\therefore \overline{AB}=\overline{AC}$
④ $\overline{AB}^2<\overline{BC}^2+\overline{CA}^2$이므로 $\angle C<90°$이다.
⑤ $\triangle ABC$는 예각삼각형이고, $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이다.

답 ⑤

15 $\overline{AB}=\sqrt{\{-3-(-2)\}^2+\{-2-(-5)\}^2}=\sqrt{10}$
$\overline{BC}=\sqrt{\{3-(-3)\}^2+\{0-(-2)\}^2}=2\sqrt{10}$
$\overline{CA}=\sqrt{(-2-3)^2+(-5-0)^2}=5\sqrt{2}$
$\overline{CA}^2=\overline{AB}^2+\overline{BC}^2$이므로 $\triangle ABC$는 $\angle B=90°$인 직각삼각형이다.
$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times 2\sqrt{10}\times\sqrt{10}=10$

답 ①

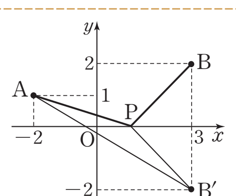
16



점 C와 $\overline{BD}$에 대하여 대칭인 점을 C′이라 하면
$\overline{AP}+\overline{PC}=\overline{AP}+\overline{PC'}$
$\geq\overline{AC'}$
$=\sqrt{(2+1)^2+6^2}=3\sqrt{5}\,(\text{cm})$
따라서 $\overline{AP}+\overline{PC}$의 최솟값은 $3\sqrt{5}$ cm이다.

답 $3\sqrt{5}$ cm

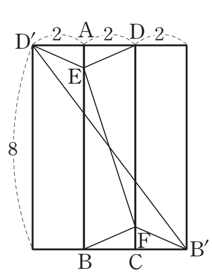
17 점 B와 x축에 대하여 대칭인 점을 B′이라 하면 $B'(3,\ -2)$



$\overline{AP}+\overline{BP}$
$=\overline{AP}+\overline{B'P}$
$\geq\overline{AB'}$
$=\sqrt{\{3-(-2)\}^2+(-2-1)^2}=\sqrt{34}$
따라서 $\overline{AP}+\overline{BP}$의 최솟값은 $\sqrt{34}$이다.

답 ⑤

18 점 D와 $\overline{AB}$에 대하여 대칭인 점을 D′, 점 B와 $\overline{DC}$에 대하여 대칭인 점을 B′이라 하면



$\overline{DE}+\overline{EF}+\overline{FB}$
$=\overline{D'E}+\overline{EF}+\overline{FB'}$
$\geq\overline{D'B'}$
$=\sqrt{(2+2+2)^2+8^2}=10$
따라서 $\overline{DE}+\overline{EF}+\overline{FB}$의 최솟값은 10이다.

답 10

한 모서리의 길이가 a인 정육면체의 대각선의 길이 ➡ $\sqrt{3}a$

점 A 또는 점 C와 $\overline{BD}$에 대하여 대칭인 점을 이용한다.

점 $(a,\ b)$와 x축에 대하여 대칭인 점의 좌표 ➡ $(a,\ -b)$

LECTURE **07** 피타고라스 정리의 입체도형에서의 활용 (1)

개념 확인 문제

LECTURE BOOK 34쪽

1 답 (1) 7 (2) $5\sqrt{2}$

2 답 (1) $5\sqrt{3}$ (2) 24

3 답 (1) $6\sqrt{6}$ (2) $4\sqrt{6}$ (3) $8\sqrt{3}$ (4) 576

필수 유형 공략

LECTURE BOOK 35~37쪽

01 $\sqrt{x^2+4^2+5^2}=3\sqrt{10}$
$x^2=49 \quad \therefore x=7\ (\because x>0)$

답 ④

02 밑면의 가로의 길이, 세로의 길이, 높이를 각각 k cm, $2k$ cm, $5k$ cm $(k>0)$라 하면
$\sqrt{k^2+(2k)^2+(5k)^2}=2\sqrt{30}$, $k\sqrt{30}=2\sqrt{30}$
$\therefore k=2$
따라서 밑면의 가로의 길이, 세로의 길이, 높이는 각각 2 cm, 4 cm, 10 cm이므로 직육면체의 부피는
$2\times4\times10=80\,(\text{cm}^3)$

답 80 cm^3

03 밑면의 한 변의 길이를 x cm라 하면
$\sqrt{x^2+x^2+90^2}=60\sqrt{3}$
$2x^2+8100=10800$, $x^2=1350$
$\therefore x=15\sqrt{6}\ (\because x>0)$
따라서 밑면의 한 변의 길이는 최소 $15\sqrt{6}$ cm이어야 한다.

답 $15\sqrt{6}$ cm

04 정육면체의 한 모서리의 길이를 a cm라 하면
$6a^2=150 \quad \therefore a=5\ (\because a>0)$
따라서 정육면체의 대각선의 길이는
$\sqrt{3}\times5=5\sqrt{3}\,(\text{cm})$

답 ②

05 정육면체의 한 모서리의 길이를 a라 하면
$\sqrt{3}a=2\sqrt{6} \quad \therefore a=2\sqrt{2}$ … 3점
따라서 $\overline{FH}=\sqrt{2}\times2\sqrt{2}=4$이므로
$\triangle BFH=\frac{1}{2}\times4\times2\sqrt{2}=4\sqrt{2}$ … 3점

답 $4\sqrt{2}$

06 $\overline{AM}=\overline{MG}=\overline{GN}=\overline{NA}=\sqrt{4^2+2^2}=2\sqrt{5}\,(\text{cm})$
이므로 □AMGN은 마름모이다.

$\overline{AG}=4\sqrt{3}\,\text{cm}$, $\overline{MN}=\overline{FH}=4\sqrt{2}\,\text{cm}$이므로

$\square AMGN=\frac{1}{2}\times4\sqrt{2}\times4\sqrt{3}=8\sqrt{6}\,(\text{cm}^2)$

답 ③

> 두 대각선의 길이가 a, b인 마름모의 넓이
> ➡ $\frac{1}{2}ab$

07 구의 반지름의 길이를 $r\,\text{cm}$라 하면

$4\pi r^2=108\pi$ $\quad\therefore r=3\sqrt{3}\,(\because r>0)$

정육면체의 대각선의 길이가 구의 지름의 길이인 $6\sqrt{3}\,\text{cm}$와 같으므로 정육면체의 한 모서리의 길이를 $a\,\text{cm}$라 하면

$\sqrt{3}a=6\sqrt{3}$ $\quad\therefore a=6$

답 ③

08 사면체 A-BFC의 부피는

$\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times6\times6\right)\times6=36\,(\text{cm}^3)$

한편 △AFC는 한 변의 길이가 $6\sqrt{2}\,\text{cm}$인 정삼각형이므로

$\triangle AFC=\frac{\sqrt{3}}{4}\times(6\sqrt{2})^2=18\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$

사면체 B-AFC의 부피는

$\frac{1}{3}\times18\sqrt{3}\times\overline{BP}=6\sqrt{3}\,\overline{BP}$

따라서 $6\sqrt{3}\,\overline{BP}=36$이므로

$\overline{BP}=2\sqrt{3}\,(\text{cm})$

답 $2\sqrt{3}\,\text{cm}$

09 $\overline{FH}=\sqrt{4^2+6^2}=2\sqrt{13}\,(\text{cm})$이므로

$\overline{PH}=\frac{1}{2}\overline{FH}=\sqrt{13}\,(\text{cm})$

△DPH에서 $\overline{DP}=\sqrt{6^2+(\sqrt{13})^2}=7\,(\text{cm})$

$7\times\overline{HI}=\sqrt{13}\times6$이므로 $\overline{HI}=\frac{6\sqrt{13}}{7}\,(\text{cm})$

> $\overline{DP}\times\overline{HI}=\overline{PH}\times\overline{DH}$

답 $\frac{6\sqrt{13}}{7}\,\text{cm}$

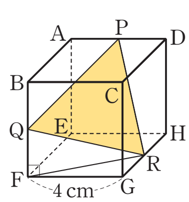
10 $\overline{FR}$를 그으면 △FGR에서

$\overline{FR}=\sqrt{4^2+2^2}=2\sqrt{5}\,(\text{cm})$

△QFR에서

$\overline{QR}=\sqrt{(2\sqrt{5})^2+2^2}$

$=2\sqrt{6}\,(\text{cm})$



같은 방법으로

$\overline{RP}=\overline{PQ}=2\sqrt{6}\,\text{cm}$

따라서 △PQR는 정삼각형이므로 구하는 넓이는

$\frac{\sqrt{3}}{4}\times(2\sqrt{6})^2=6\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$

답 ③

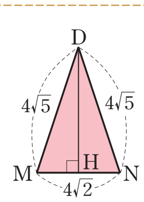
11 $\overline{DM}=\overline{DN}=\sqrt{4^2+8^2}=4\sqrt{5}$

$\overline{MN}=\sqrt{4^2+4^2}=4\sqrt{2}$

꼭짓점 D에서 $\overline{MN}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\overline{MH}=\frac{1}{2}\overline{MN}=2\sqrt{2}$

이므로



> △DMN은 이등변삼각형이므로 꼭짓점 D에서 $\overline{MN}$에 내린 수선의 발은 $\overline{MN}$을 이등분한다.

$\overline{DH}=\sqrt{(4\sqrt{5})^2-(2\sqrt{2})^2}=6\sqrt{2}$

$\therefore \triangle DMN=\frac{1}{2}\times4\sqrt{2}\times6\sqrt{2}=24$

답 ④

> 한 모서리의 길이가 a인 정사면체의
> (높이)$=\frac{\sqrt{6}}{3}a$
> (부피)$=\frac{\sqrt{2}}{12}a^3$

12 정사면체의 한 모서리의 길이를 $a\,\text{cm}$라 하면

$4\times\frac{\sqrt{3}}{4}a^2=12\sqrt{3}$

$a^2=12$ $\quad\therefore a=2\sqrt{3}\,(\because a>0)$

따라서 정사면체의 높이와 부피는

$x=\frac{\sqrt{6}}{3}\times2\sqrt{3}=2\sqrt{2}$

$y=\frac{\sqrt{2}}{12}\times(2\sqrt{3})^3=2\sqrt{6}$

$\therefore x^2+y^2=32$

답 32

13 (ㄱ) $\overline{DM}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times6=3\sqrt{3}\,(\text{cm})$

(ㄴ) $\overline{AH}=\frac{\sqrt{6}}{3}\times6=2\sqrt{6}\,(\text{cm})$

(ㄷ) 점 H는 △BCD의 무게중심이므로

$\overline{DH}:\overline{HM}=2:1$

(ㄹ) (부피)$=\frac{\sqrt{2}}{12}\times6^3=18\sqrt{2}\,(\text{cm}^3)$

이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄷ)이다.

답 ②

14 점 H는 △BCD의 무게중심이므로

$\overline{EH}=\frac{1}{3}\overline{DE}=\frac{1}{3}\times\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\times2\sqrt{6}\right)=\sqrt{2}\,(\text{cm})$ … 2점

$\overline{AH}=\frac{\sqrt{6}}{3}\times2\sqrt{6}=4\,(\text{cm})$ … 2점

$\therefore \triangle AEH=\frac{1}{2}\times\sqrt{2}\times4=2\sqrt{2}\,(\text{cm}^2)$ … 2점

답 $2\sqrt{2}\,\text{cm}^2$

15 점 H는 △BCD의 무게중심이므로

$\overline{DE}=\frac{3}{2}\overline{DH}=\frac{3}{2}\times4\sqrt{3}=6\sqrt{3}\,(\text{cm})$

> $\overline{DH}:\overline{EH}=2:1$이므로
> $\overline{DE}:\overline{DH}=3:2$

정사면체의 한 모서리의 길이를 $a\,\text{cm}$라 하면

$\frac{\sqrt{3}}{2}a=6\sqrt{3}$ $\quad\therefore a=12$

따라서 정사면체의 부피는

$\frac{\sqrt{2}}{12}\times12^3=144\sqrt{2}\,(\text{cm}^3)$

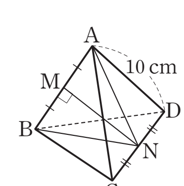
답 $144\sqrt{2}\,\text{cm}^3$

16 $\overline{BN}$을 그으면

$\overline{AN}=\overline{BN}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times10$

$=5\sqrt{3}\,(\text{cm})$

△NAB는 $\overline{AN}=\overline{BN}$인 이등변삼각형이고 $\overline{AM}=\overline{BM}$이므로 $\overline{AB}\perp\overline{MN}$



$\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=5(\text{cm})$이므로 $\triangle AMN$에서

$\overline{MN}=\sqrt{(5\sqrt{3})^2-5^2}=5\sqrt{2}(\text{cm})$

$\therefore \overline{AN}:\overline{MN}=5\sqrt{3}:5\sqrt{2}$

$=\sqrt{3}:\sqrt{2}$

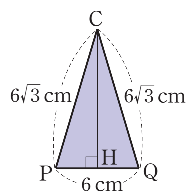
답 ②

17 $\overline{CP}=\overline{CQ}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times 12=6\sqrt{3}(\text{cm})$

$\triangle ABD$에서 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질에 의하여

$\overline{PQ}=\frac{1}{2}\overline{BD}=6(\text{cm})$

꼭짓점 C에서 $\overline{PQ}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{CH}=\sqrt{(6\sqrt{3})^2-3^2}$

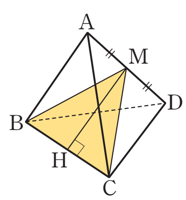
$=3\sqrt{11}(\text{cm})$

$\therefore \triangle CPQ=\frac{1}{2}\times 6\times 3\sqrt{11}$

$=9\sqrt{11}(\text{cm}^2)$

답 $9\sqrt{11}\,\text{cm}^2$

18 정사면체의 한 모서리의 길이를 $2a$ cm라 하면



$\overline{BM}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times 2a$

$=\sqrt{3}a(\text{cm})$

점 M에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\overline{BH}=\frac{1}{2}\overline{BC}=a(\text{cm})$

$\therefore \overline{MH}=\sqrt{(\sqrt{3}a)^2-a^2}=\sqrt{2}a(\text{cm})$

$\triangle MBC$의 넓이가 $4\sqrt{2}\,\text{cm}^2$이므로

$\frac{1}{2}\times 2a\times\sqrt{2}a=4\sqrt{2}$

$a^2=4 \qquad \therefore a=2\ (\because a>0)$

따라서 정사면체의 한 모서리의 길이는 4 cm이다.

답 ③

LECTURE 08

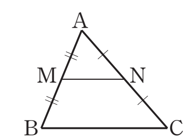
피타고라스 정리의 입체도형에서의 활용 (2)

개념 확인 문제

LECTURE BOOK 38쪽

1 답 (1) $6\sqrt{2}$ (2) $3\sqrt{2}$ (3) $3\sqrt{2}$ (4) $36\sqrt{2}$

2 답 (1) $6\sqrt{2}$ (2) $18\sqrt{2}\pi$

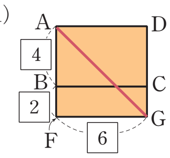


➡ $\overline{MN}\,/\!/\,\overline{BC}$

$\overline{MN}=\frac{1}{2}\overline{BC}$

정팔면체는 모든 모서리의 길이가 같은 정사각뿔 2개를 붙여 놓은 모양이다.

3 답 (1)

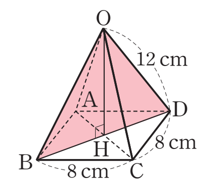


(2) $6\sqrt{2}$

필수 유형 공략

LECTURE BOOK 39~41쪽

01 꼭짓점 O에서 밑면에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{DH}=\frac{1}{2}\overline{BD}=\frac{1}{2}\times 8\sqrt{2}$

$=4\sqrt{2}(\text{cm})$

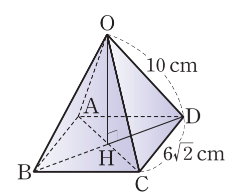
$\triangle OHD$에서

$\overline{OH}=\sqrt{12^2-(4\sqrt{2})^2}=4\sqrt{7}(\text{cm})$

$\therefore \triangle OBD=\frac{1}{2}\times 8\sqrt{2}\times 4\sqrt{7}=16\sqrt{14}(\text{cm}^2)$

답 ⑤

02 꼭짓점 O에서 밑면에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{DH}=\frac{1}{2}\overline{BD}=\frac{1}{2}\times 12$

$=6(\text{cm})$

$\triangle OHD$에서

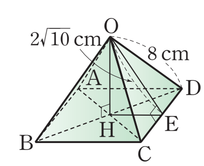
$\overline{OH}=\sqrt{10^2-6^2}=8(\text{cm})$ … 3점

따라서 사각뿔의 부피는

$\frac{1}{3}\times(6\sqrt{2})^2\times 8=192(\text{cm}^3)$ … 3점

답 높이 : 8 cm, 부피 : 192 cm^3

03 꼭짓점 O에서 밑면에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{HE}=\overline{ED}$

$=\sqrt{8^2-(2\sqrt{10})^2}$

$=2\sqrt{6}(\text{cm})$

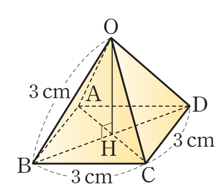
$\triangle OHE$에서 $\overline{OH}=\sqrt{(2\sqrt{10})^2-(2\sqrt{6})^2}=4(\text{cm})$

따라서 정사각뿔의 부피는

$\frac{1}{3}\times(4\sqrt{6})^2\times 4=128(\text{cm}^3)$

답 128 cm^3

04 꼭짓점 O에서 사각형 ABCD에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{BH}=\frac{1}{2}\overline{BD}=\frac{1}{2}\times 3\sqrt{2}$

$=\frac{3\sqrt{2}}{2}(\text{cm})$

$\triangle OBH$에서 $\overline{OH}=\sqrt{3^2-\left(\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)^2}=\frac{3\sqrt{2}}{2}(\text{cm})$

따라서 정팔면체의 부피는

$2\times\left(\frac{1}{3}\times3^2\times\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)=9\sqrt{2}\,(\text{cm}^3)$ 답 ①

05 입체도형은 원뿔이므로 원뿔의 높이는

$\overline{AC}=\sqrt{(4\sqrt{6})^2-6^2}=2\sqrt{15}\,(\text{cm})$

따라서 구하는 부피는

$\frac{1}{3}\times\pi\times6^2\times2\sqrt{15}=24\sqrt{15}\pi\,(\text{cm}^3)$

답 $24\sqrt{15}\pi\,\text{cm}^3$

06 원뿔의 부피가 $100\pi\,\text{cm}^3$이므로

$\frac{1}{3}\times\pi\times5^2\times\overline{AO}=100\pi$ $\quad\therefore \overline{AO}=12(\text{cm})$

△AOB에서

$\overline{AB}=\sqrt{5^2+12^2}=13(\text{cm})$

$\therefore \overline{AO}+\overline{AB}=12+13=25(\text{cm})$

답 25 cm

07 밑면인 원의 반지름의 길이를 r cm라 하면 모선의 길이는 $2r$ cm이므로 원뿔의 높이는

$\sqrt{(2r)^2-r^2}=\sqrt{3}r(\text{cm})$

원뿔의 부피가 $9\sqrt{3}\pi\,\text{cm}^3$이므로

$\frac{1}{3}\times\pi\times r^2\times\sqrt{3}r=9\sqrt{3}\pi$

$r^3=27$ $\quad\therefore r=3$

답 ③

08 밑면인 원의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$2\pi\times6\times\frac{120}{360}=2\pi r$ $\quad\therefore r=2$

원뿔의 전개도에서 옆면인 부채꼴의 호의 길이는 밑면인 원의 둘레의 길이와 같다.

따라서 원뿔의 높이는

$\sqrt{6^2-2^2}=4\sqrt{2}\,(\text{cm})$ 답 ④

09 $\sqrt{2}\,\overline{OA}=8\sqrt{2}$이므로 $\overline{OA}=8(\text{cm})$ … 1점

밑면인 원의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$2\pi\times8\times\frac{90}{360}=2\pi r$ $\quad\therefore r=2$ … 2점

따라서 원뿔의 높이는

$\sqrt{8^2-2^2}=2\sqrt{15}(\text{cm})$

이므로 원뿔의 부피는

$\frac{1}{3}\times\pi\times2^2\times2\sqrt{15}=\frac{8\sqrt{15}}{3}\pi(\text{cm}^3)$ … 3점

답 $\frac{8\sqrt{15}}{3}\pi\,\text{cm}^3$

10 △AOB에서 $\overline{AB}=\sqrt{(\sqrt{55})^2+3^2}=8(\text{cm})$

원뿔의 전개도에서 옆면인 부채꼴의 중심각의 크기를 $x°$라 하면

$2\pi\times8\times\frac{x}{360}=2\pi\times3$ $\quad\therefore x=135$

답 ③

11 (ㄱ) $\overline{OB}:4=1:2$ $\quad\therefore \overline{OB}=2(\text{cm})$

세 내각의 크기가 30°, 60°, 90°인 삼각형의 세 변의 길이의 비 ➡ $1:\sqrt{3}:2$

(ㄴ) $\overline{AO}:4=\sqrt{3}:2$ $\quad\therefore \overline{AO}=2\sqrt{3}(\text{cm})$

(ㄷ) 원뿔의 전개도에서 옆면인 부채꼴의 중심각의 크기를 $x°$라 하면

$2\pi\times4\times\frac{x}{360}=2\pi\times2$ $\quad\therefore x=180$

(ㄹ) (부피)$=\frac{1}{3}\times\pi\times2^2\times2\sqrt{3}=\frac{8\sqrt{3}}{3}\pi(\text{cm}^3)$

이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄹ)이다.

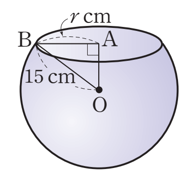
답 ②

12 △ABO에서 $\overline{AB}=\sqrt{9^2-6^2}=3\sqrt{5}\,(\text{cm})$

따라서 단면인 원의 넓이는

$\pi\times(3\sqrt{5})^2=45\pi(\text{cm}^2)$ 답 $45\pi\,\text{cm}^2$

13 단면인 원의 반지름의 길이를 r cm라 하면



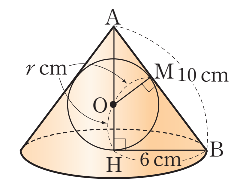
$2\pi r=24\pi$ $\quad\therefore r=12$

따라서 구하는 거리는

$\sqrt{15^2-12^2}=9(\text{cm})$

답 ③

14 오른쪽 그림에서



$\overline{AH}=\sqrt{10^2-6^2}$

$=8(\text{cm})$

구의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\overline{OA}=8-r(\text{cm})$

$\overline{OM}\perp\overline{AB}$이므로

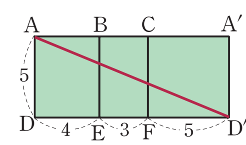
△AOM∽△ABH (AA 닮음)

$\overline{OA}:\overline{BA}=\overline{OM}:\overline{BH}$

$(8-r):10=r:6$, $10r=48-6r$

$\therefore r=3$ 답 3 cm

15 구하는 최단 거리는 오른쪽 전개도에서 $\overline{AD'}$의 길이와 같으므로

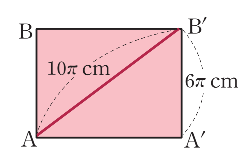


입체도형에서 최단 거리 ➡ 선이 지나는 면의 전개도를 그려 본다.

$\overline{AD'}=\sqrt{(4+3+5)^2+5^2}$

$=13$ 답 ②

16 오른쪽 전개도에서



$\overline{AB'}=10\pi$ cm이므로

$\overline{AA'}$

$=\sqrt{(10\pi)^2-(6\pi)^2}$

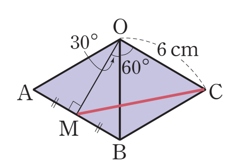
$=8\pi(\text{cm})$

밑면의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$2\pi r=8\pi$ $\quad\therefore r=4$ 답 4 cm

원기둥의 전개도에서 옆면인 직사각형의 가로의 길이는 밑면의 둘레의 길이와 같다.

17 오른쪽 전개도에서



$\overline{OM}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times6$

$=3\sqrt{3}\,(\text{cm})$

구하는 최단 거리는 $\overline{MC}$의 길이와 같고 $\angle MOC=90°$이므로

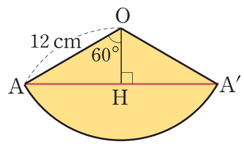
$\overline{MC}=\sqrt{(3\sqrt{3})^2+6^2}=3\sqrt{7}\,(\text{cm})$

답 ③

18 원뿔의 전개도에서 옆면인 부채꼴의 중심각의 크기를 $x°$라 하면

$2\pi\times12\times\dfrac{x}{360}=2\pi\times4$ $\quad\therefore x=120$

구하는 최단 거리는 오른쪽 전개도에서 $\overline{AA'}$의 길이와 같다.



꼭짓점 O에서 $\overline{AA'}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\triangle OAH$에서 $12:\overline{AH}=2:\sqrt{3}$

$\therefore \overline{AH}=6\sqrt{3}\,(cm)$

$\therefore \overline{AA'}=2\overline{AH}=12\sqrt{3}\,(cm)$

답 ④

> $\triangle OAA'$은 이등변삼각형이므로 $\overline{AH}=\overline{HA'}$

대단원별 기출문제 정복 LECTURE BOOK 42~45쪽

01 ②	**02** $16\sqrt{3}\,cm^2$	**03** 4 cm	**04** ⑤
05 ⑤	**06** ⑤	**07** $8\sqrt{3}\,cm^2$	**08** ③
09 96	**10** ③	**11** ④	**12** $3\sqrt{3}$
13 ⑤	**14** ②	**15** $\dfrac{8\sqrt{3}}{3}\,cm$	**16** $\dfrac{243\sqrt{2}}{4}\,cm^3$
17 ②	**18** ①	**19** (1) 8 (2) 3 (3) $3\sqrt{5}$	
20 $\dfrac{336}{25}\,cm^2$	**21** $4+4\sqrt{5}$	**22** ④	
23 $\dfrac{3\sqrt{6}}{2}\,cm$	**24** $10\sqrt{2}\,cm$		

01 $\triangle ADC$에서

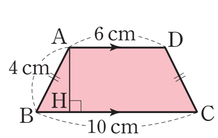
$\overline{AD}=\sqrt{10^2-6^2}=8\,(cm)$

$\triangle ABD$에서

$\overline{BD}=\sqrt{17^2-8^2}=15\,(cm)$

답 ②

02 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{BH}=\dfrac{1}{2}\times(10-6)$

$=2\,(cm)$

$\triangle ABH$에서

$\overline{AH}=\sqrt{4^2-2^2}=2\sqrt{3}\,(cm)$

$\therefore \square ABCD=\dfrac{1}{2}\times(6+10)\times2\sqrt{3}$

$=16\sqrt{3}\,(cm^2)$

답 $16\sqrt{3}\,cm^2$

03 $\square ACHI=40-24=16\,(cm^2)$

$\therefore \overline{AC}=4\,(cm)$

답 4 cm

04 $\overline{AD}=\sqrt{58}\,(cm)$이므로 $\triangle AED$에서

$\overline{AE}=\sqrt{(\sqrt{58})^2-3^2}=7\,(cm)$

$\therefore \overline{FE}=7-3=4\,(cm)$

$\square EFGH$는 정사각형이므로

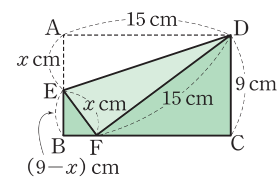
$\square EFGH=4^2=16\,(cm^2)$

답 ⑤

05 $\overline{DF}=\overline{DA}$

$=15\,cm$

이므로 $\triangle DFC$에서



$\overline{FC}=\sqrt{15^2-9^2}$

$=12\,(cm)$

$\therefore \overline{BF}=15-12=3\,(cm)$

$\overline{EF}=\overline{AE}=x\,cm$라 하면 $\overline{EB}=(9-x)\,cm$

따라서 $\triangle EBF$에서 $(9-x)^2+3^2=x^2$

$18x=90$ $\quad\therefore x=5$

답 ⑤

> 삼각형의 세 변의 길이가 a, b, c $(c\ge a,\ c\ge b)$일 때
> $c^2<a^2+b^2$
> ➡ 예각삼각형
> $c^2=a^2+b^2$
> ➡ 직각삼각형
> $c^2>a^2+b^2$
> ➡ 둔각삼각형

06 $\overline{CA}^2>\overline{AB}^2+\overline{BC}^2$이므로 삼각형 ABC는 $\angle B>90°$인 둔각삼각형이다.

답 ⑤

07 $\triangle ABD$에서

$\overline{AD}=\sqrt{(4\sqrt{3})^2-6^2}=2\sqrt{3}\,(cm)$

$\triangle ABC$에서 $(2\sqrt{3})^2=6\times\overline{CD}$이므로

> $\overline{AD}^2=\overline{BD}\times\overline{CD}$

$\overline{CD}=2\,(cm)$

$\therefore \triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times8\times2\sqrt{3}=8\sqrt{3}\,(cm^2)$

답 $8\sqrt{3}\,cm^2$

08 학교의 위치를 P라 하면

$\overline{AP}^2+\overline{CP}^2=\overline{BP}^2+\overline{DP}^2$이므로

$200+800=100+\overline{DP}^2$, $\overline{DP}^2=900$

$\therefore \overline{DP}=30\,(m)\ (\because \overline{DP}>0)$

> (시간)$=\dfrac{(거리)}{(속력)}$

시속 2 km로 걸으므로 걸리는 시간은

$\dfrac{30\times60\times60}{2000}=54$(초)

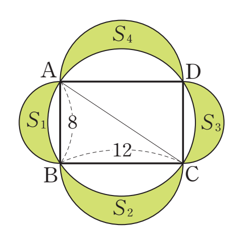
> 시속 2 km로 걷는다.
> ➡ 초속 $\dfrac{2000}{60\times60}$ m로 걷는다.

답 ③

09 $\overline{AC}$를 그으면

$S_1+S_2=\triangle ABC$

$S_3+S_4=\triangle ACD$



따라서 색칠한 부분의 넓이는

$\triangle ABC+\triangle ACD$

$=\square ABCD$

$=8\times12=96$

답 96

10 △ABC의 한 변의 길이를 a cm라 하면

$\frac{\sqrt{3}}{4}a^2=9\sqrt{3}$, $a^2=36$ $\quad\therefore a=6\ (\because a>0)$

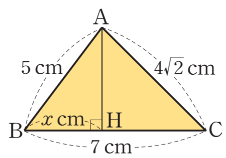
한 변의 길이가 a인 정삼각형의 넓이
➡ $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$

$\overline{AH}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times 6=3\sqrt{3}$ (cm)이므로

$\overline{AG}=\frac{2}{3}\overline{AH}=2\sqrt{3}$ (cm)

답 ③

11 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H, $\overline{BH}=x$ cm라 하면



삼각형의 한 꼭짓점에서 대변에 수선을 그은 후 피타고라스 정리를 이용한다.

$\overline{CH}=(7-x)$ cm

$\overline{AH}^2=5^2-x^2$

$=(4\sqrt{2})^2-(7-x)^2$

이므로 $14x=42$ $\quad\therefore x=3$

따라서 $\overline{AH}=\sqrt{5^2-3^2}=4$ (cm)이므로

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 7\times 4=14$ (cm²)

답 ④

12 △ABC에서

$3\sqrt{2}:\overline{BC}=\sqrt{2}:1$ $\quad\therefore \overline{BC}=3$ (cm)

△BCD에서

$x:3=2:\sqrt{3}$ $\quad\therefore x=2\sqrt{3}$

$y:3=1:\sqrt{3}$ $\quad\therefore y=\sqrt{3}$

$\therefore x+y=3\sqrt{3}$

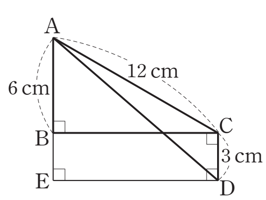
답 $3\sqrt{3}$

세 내각의 크기가 45°, 45°, 90°인 삼각형의 세 변의 길이의 비
➡ $1:1:\sqrt{2}$
세 내각의 크기가 30°, 60°, 90°인 삼각형의 세 변의 길이의 비
➡ $1:\sqrt{3}:2$

13 △ABC에서

$\overline{BC}=\sqrt{12^2-6^2}=6\sqrt{3}$ (cm)

점 D에서 $\overline{AB}$의 연장선에 내린 수선의 발을 E라 하면



$\overline{BE}=\overline{CD}=3$ cm

$\overline{ED}=\overline{BC}$

$=6\sqrt{3}$ cm

이므로 △AED에서

$\overline{AD}=\sqrt{9^2+(6\sqrt{3})^2}=3\sqrt{21}$ (cm)

답 ⑤

14 $\overline{AD}=x$ cm라 하면 $\overline{AB}=2x$ cm

$\overline{AC}=\overline{BC}=\sqrt{3^2+4^2+x^2}=\sqrt{x^2+25}$

△ACB에서 ∠ACB=90°이므로

$2(x^2+25)=(2x)^2$, $x^2=25$

$\therefore x=5\ (\because x>0)$

$\therefore \overline{AB}=10$ (cm)

답 ②

15 사면체 D-BGC의 부피는

$\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times 8\times 8\right)\times 8=\frac{256}{3}$ (cm³)

$\triangle BGD=\frac{\sqrt{3}}{4}\times(8\sqrt{2})^2=32\sqrt{3}$ (cm²)이므로

$\frac{1}{3}\times 32\sqrt{3}\times\overline{CI}=\frac{256}{3}$

$\therefore \overline{CI}=\frac{8\sqrt{3}}{3}$ (cm)

답 $\frac{8\sqrt{3}}{3}$ cm

16 정사면체의 한 모서리의 길이를 a cm라 하면

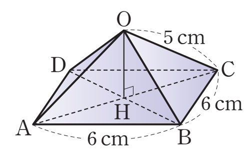
$\frac{\sqrt{6}}{3}a=3\sqrt{6}$이므로 $a=9$

따라서 정사면체의 부피는

$\frac{\sqrt{2}}{12}\times 9^3=\frac{243\sqrt{2}}{4}$ (cm³)

답 $\frac{243\sqrt{2}}{4}$ cm³

17 주어진 전개도로 만든 정사각뿔은 오른쪽 그림과 같다.



$\overline{HC}=\frac{1}{2}\overline{AC}$

$=\frac{1}{2}\times 6\sqrt{2}=3\sqrt{2}$ (cm)

△OHC에서 $\overline{OH}=\sqrt{5^2-(3\sqrt{2})^2}=\sqrt{7}$ (cm)

따라서 정사각뿔의 부피는

$\frac{1}{3}\times 6^2\times\sqrt{7}=12\sqrt{7}$ (cm³)

답 ②

18 △AHB에서

$\overline{AH}:3=\sqrt{3}:1$ $\quad\therefore \overline{AH}=3\sqrt{3}$ (cm)

따라서 원뿔의 부피는

$\frac{1}{3}\times\pi\times 3^2\times 3\sqrt{3}=9\sqrt{3}\pi$ (cm³)

답 ①

19 (1) △ABC에서 $\overline{BC}=\sqrt{10^2-6^2}=8$ ··· 2점

(2) $\overline{BD}:\overline{DC}=5:3$이므로

삼각형의 내각의 이등분선의 성질에 의하여
$\overline{BD}:\overline{DC}=\overline{AB}:\overline{AC}$
$=5:3$

$\overline{DC}=8\times\frac{3}{8}=3$ ··· 2점

(3) △ADC에서

$\overline{AD}=\sqrt{3^2+6^2}=3\sqrt{5}$ ··· 2점

답 (1) 8 (2) 3 (3) $3\sqrt{5}$

20 $\overline{BD}=\sqrt{6^2+8^2}=10$ (cm)

△ABD에서 $6^2=\overline{BP}\times 10$

$\overline{AB}^2=\overline{BP}\times\overline{BD}$

$\therefore \overline{BP}=\frac{18}{5}$ (cm) ··· 2점

같은 방법으로 $\overline{QD}=\frac{18}{5}$ cm이므로

$\overline{PQ}=10-\left(2\times\frac{18}{5}\right)=\frac{14}{5}$ (cm) ··· 2점

△ABD에서 $6\times 8=\overline{AP}\times 10$이므로

$\overline{AP}=\frac{24}{5}$ (cm) ··· 2점

$\therefore \square APCQ = 2\triangle APQ$

$= 2\times\left(\dfrac{1}{2}\times\dfrac{14}{5}\times\dfrac{24}{5}\right)$

$= \dfrac{336}{25}\ (\text{cm}^2)$ … 2점

답 $\dfrac{336}{25}\ \text{cm}^2$

21 $y=x^2-2x-3=(x-1)^2-4$이므로

$P(1,\ -4)$ … 2점

$x^2-2x-3=0$에서 $(x+1)(x-3)=0$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=3$

즉 $A(-1,\ 0)$, $B(3,\ 0)$이므로

$\overline{AB}=4$ … 2점

$\overline{AP}=\sqrt{\{1-(-1)\}^2+(-4-0)^2}=2\sqrt{5}$

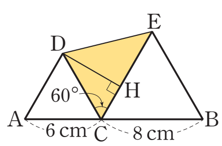
$\overline{BP}=\sqrt{(1-3)^2+(-4-0)^2}=2\sqrt{5}$ … 3점

따라서 $\triangle PAB$의 둘레의 길이는

$4+2\sqrt{5}+2\sqrt{5}=4+4\sqrt{5}$ … 1점

답 $4+4\sqrt{5}$

22 꼭짓점 D에서 $\overline{CE}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\angle DCH=60°$이므로 $\triangle DCH$에서



$6:\overline{DH}=2:\sqrt{3}$

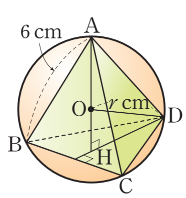
$\therefore \overline{DH}=3\sqrt{3}\,(\text{cm})$

$\therefore \triangle DCE=\dfrac{1}{2}\times 8\times 3\sqrt{3}=12\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$

답 ④

$\angle DCA=\angle ECB=60°$이므로
$\angle DCE=180°-60°-60°$
$=60°$

23 정사면체의 꼭짓점 A에서 밑면에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{AH}=\dfrac{\sqrt{6}}{3}\times 6=2\sqrt{6}\,(\text{cm})$

$\overline{DH}=\dfrac{2}{3}\times\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times 6\right)$

$=2\sqrt{3}\,(\text{cm})$

정사면체의 꼭짓점에서 밑면에 내린 수선의 발은 밑면의 무게중심이다.

구의 반지름의 길이를 r cm라 하면

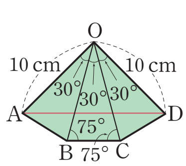
$\overline{OH}=(2\sqrt{6}-r)$ cm이므로 $\triangle OHD$에서

$r^2=(2\sqrt{6}-r)^2+(2\sqrt{3})^2$, $4\sqrt{6}r=36$

$\therefore r=\dfrac{3\sqrt{6}}{2}$

답 $\dfrac{3\sqrt{6}}{2}$ cm

24 오른쪽 전개도에서



$\angle AOD=3\times 30°=90°$

실의 최소 길이는 $\overline{AD}$의 길이와 같으므로

$\overline{AD}=\sqrt{10^2+10^2}$

$=10\sqrt{2}\,(\text{cm})$

답 $10\sqrt{2}$ cm

Ⅵ 삼각비

LECTURE 09 삼각비의 뜻

개념 확인 문제

LECTURE BOOK 46쪽

1 답 (1) $\dfrac{12}{13}$ (2) $\dfrac{5}{13}$ (3) $\dfrac{12}{5}$ (4) $\dfrac{5}{13}$ (5) $\dfrac{12}{13}$ (6) $\dfrac{5}{12}$

2 답 (1) 2 (2) $\sqrt{5}$ (3) $\dfrac{\sqrt{5}}{3}$ (4) $\dfrac{\sqrt{5}}{2}$

3 답 (1) $\sqrt{2}$ (2) 0 (3) $\dfrac{1}{4}$

4 답 (1) $x=4$, $y=4\sqrt{2}$ (2) $x=4$, $y=2\sqrt{3}$

필수 유형 공략

LECTURE BOOK 47~49쪽

01 $\overline{AC}=\sqrt{9^2-6^2}=3\sqrt{5}$

피타고라스 정리를 이용하여 $\overline{AC}$의 길이를 구한다.

① $\sin A=\dfrac{2}{3}$ ② $\cos A=\dfrac{\sqrt{5}}{3}$

④ $\sin B=\dfrac{\sqrt{5}}{3}$ ⑤ $\tan B=\dfrac{\sqrt{5}}{2}$ 답 ③

02 $\overline{AB}=\sqrt{3}k$, $\overline{AC}=k\,(k>0)$라 하면

$\overline{BC}=\sqrt{(\sqrt{3}k)^2+k^2}=2k$

이므로 $\cos B=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$, $\cos C=\dfrac{1}{2}$

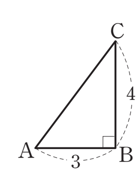
$\therefore \dfrac{\cos B}{\cos C}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times 2=\sqrt{3}$ 답 $\sqrt{3}$

03 $\sin A=\dfrac{2\sqrt{5}}{\overline{AC}}=\dfrac{2}{3}$에서 $\overline{AC}=3\sqrt{5}$이므로

$\overline{AB}=\sqrt{(3\sqrt{5})^2-(2\sqrt{5})^2}=5$

$\therefore \sin C\times\tan C=\dfrac{5}{3\sqrt{5}}\times\dfrac{5}{2\sqrt{5}}=\dfrac{5}{6}$ 답 ②

04 $\tan A=\dfrac{4}{3}$이므로 오른쪽 그림과 같은 $\triangle ABC$를 생각할 수 있다.



$\overline{AC}=\sqrt{3^2+4^2}=5$이므로

$\cos A+\sin A=\dfrac{3}{5}+\dfrac{4}{5}=\dfrac{7}{5}$

$\cos A-\sin A=\dfrac{3}{5}-\dfrac{4}{5}=-\dfrac{1}{5}$

$\therefore \dfrac{\cos A+\sin A}{\cos A-\sin A}=\dfrac{7}{5}\times(-5)=-7$

답 ①

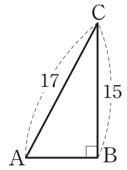
Q BOX

05 $17\sin A-15=0$에서 $\sin A=\frac{15}{17}$

따라서 오른쪽 그림과 같은 $\triangle ABC$를 생각할 수 있다.

$\overline{AB}=\sqrt{17^2-15^2}=8$이므로

$\tan A=\frac{15}{8}$



답 $\frac{15}{8}$

06 $\angle BCA=90^\circ-\angle B$

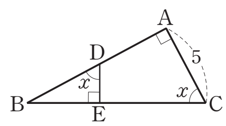
$=\angle BDE=x$

$\triangle ABC$에서

$\tan x=\frac{\overline{AB}}{5}=\frac{12}{5}$

$\therefore \overline{AB}=12$

$\therefore \overline{BC}=\sqrt{12^2+5^2}=13$



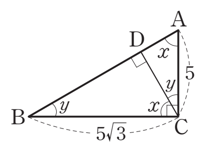
답 13

07 $\angle A=x$, $\angle B=y$이고

$\triangle ABC$에서

$\overline{AB}=\sqrt{5^2+(5\sqrt{3})^2}=10$

이므로



$\sin x=\frac{5\sqrt{3}}{10}=\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\sin y=\frac{5}{10}=\frac{1}{2}$

$\therefore \frac{\sin x}{\sin y}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times 2=\sqrt{3}$

답 ③

- $\triangle ABC$에서
  $\angle A+\angle B=90^\circ$
  $\triangle BCD$에서
  $\angle B+x=90^\circ$
  $\therefore \angle A=x$

08 $\triangle ABC \backsim \triangle AED$이므로

$\angle C=\angle ADE$ … 3점

$\triangle ADE$에서 $\overline{AE}=\sqrt{10^2-6^2}=8$이므로

$\sin C=\sin(\angle ADE)=\frac{\overline{AE}}{\overline{DE}}=\frac{4}{5}$

$\tan B=\tan(\angle AED)=\frac{\overline{AD}}{\overline{AE}}=\frac{3}{4}$ … 4점

$\therefore \sin C\times\tan B=\frac{4}{5}\times\frac{3}{4}=\frac{3}{5}$ … 1점

답 $\frac{3}{5}$

- $\angle ABC=\angle AED$,
  $\angle CAB=\angle DAE=90^\circ$
  이므로 $\triangle ABC \backsim \triangle AED$
  (AA 닮음)

09 $\overline{EG}=2\sqrt{2}$, $\overline{CE}=2\sqrt{3}$이므로 직각삼각형 CEG에서

$\cos x=\frac{\overline{EG}}{\overline{CE}}=\frac{2\sqrt{2}}{2\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{6}}{3}$

답 ④

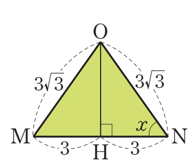
10 $\overline{OM}=\overline{ON}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times 6=3\sqrt{3}$

꼭짓점 O에서 $\overline{MN}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\overline{NH}=\frac{1}{2}\overline{MN}=3$

$\triangle OHN$에서

$\overline{OH}=\sqrt{(3\sqrt{3})^2-3^2}=3\sqrt{2}$



한 변의 길이가 a인 정삼각형의 높이 ➡ $\frac{\sqrt{3}}{2}a$

$\therefore \cos x\times\sin x=\frac{3}{3\sqrt{3}}\times\frac{3\sqrt{2}}{3\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{2}}{3}$

답 $\frac{\sqrt{2}}{3}$

$\sin 30^\circ=\frac{1}{2}$

$\cos 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\tan 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{3}$

11 $\sin 30^\circ+\cos 30^\circ=\frac{1+\sqrt{3}}{2}$,

$\sin 30^\circ+\tan 30^\circ=\frac{3+2\sqrt{3}}{6}$이므로

(주어진 식)$=\frac{2}{1+\sqrt{3}}+\frac{6}{3+2\sqrt{3}}$

$=\sqrt{3}-1+2(2\sqrt{3}-3)$

$=5\sqrt{3}-7$

답 $5\sqrt{3}-7$

12 $4x^2-4x+1=0$에서

$(2x-1)^2=0$ $\quad\therefore x=\frac{1}{2}$ (중근)

즉 $\sin a=\frac{1}{2}$이므로 $a=30^\circ$

답 ②

13 $\triangle ADC$에서 $\sin 60^\circ=\frac{\overline{AD}}{4}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore \overline{AD}=2\sqrt{3}$

$\triangle ABD$에서 $\sin 45^\circ=\frac{2\sqrt{3}}{\overline{AB}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\therefore \overline{AB}=2\sqrt{6}$

답 ③

14 $\triangle ABC$에서 $\cos 30^\circ=\frac{6}{\overline{AC}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore \overline{AC}=4\sqrt{3}$

$\triangle ACD$에서 $\cos 30^\circ=\frac{4\sqrt{3}}{\overline{AD}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore \overline{AD}=8$

답 ②

15 $\overline{OC}=\overline{OA}=8$이므로 $\triangle OBC$에서

$\cos 45^\circ=\frac{\overline{OB}}{8}=\frac{\sqrt{2}}{2}$ $\quad\therefore \overline{OB}=4\sqrt{2}$

$\overline{BC}=\overline{OB}=4\sqrt{2}$이므로 $\triangle ABC$에서

$\tan x=\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}=\frac{4\sqrt{2}}{8+4\sqrt{2}}=\sqrt{2}-1$

답 $\sqrt{2}-1$

16 $\triangle ABC$에서 $\tan 30^\circ=\frac{8}{\overline{BC}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$

$\therefore \overline{BC}=8\sqrt{3}$ (cm) … 2점

$\triangle DBC$에서 $\cos 45^\circ=\frac{\overline{BD}}{8\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\therefore \overline{BD}=4\sqrt{6}$ (cm) … 2점

$\overline{CD}=\overline{BD}=4\sqrt{6}$ cm이므로

$\triangle DBC=\frac{1}{2}\times 4\sqrt{6}\times 4\sqrt{6}=48(\text{cm}^2)$ … 2점

답 48 cm^2

기울기가 양수인 직선이 x축과 이루는 예각의 크기가 a일 때 직선의 기울기 ➡ $\tan a$

17 $5x-2y+10=0$에서 $y=\frac{5}{2}x+5$

$\therefore \tan a=\frac{5}{2}$

답 ⑤

18 직선의 기울기는 $\tan 60° = \sqrt{3}$
구하는 직선의 방정식을 $y=\sqrt{3}x+b$라 하면 x절편이 2이므로
$0=2\sqrt{3}+b$ $\quad\therefore b=-2\sqrt{3}$
따라서 구하는 직선의 방정식은
$y=\sqrt{3}x-2\sqrt{3}$, 즉 $\sqrt{3}x-y-2\sqrt{3}=0$

답 ①

LECTURE 10 삼각비의 값

개념 확인 문제 LECTURE BOOK 50쪽

1 답 (1) 0.6018 (2) 0.7986 (3) 0.7536

2 답 (1) 2 (2) $\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{2}$ (3) 0

3 답 (1) 0.9781 (2) 0.1736 (3) 8.1443

4 답 (1) 83° (2) 79° (3) 78°

필수 유형 공략 LECTURE BOOK 51~53쪽

01 △ACE에서
$\tan x=\dfrac{\overline{CE}}{\overline{AE}}=\dfrac{\overline{CE}}{1}=\overline{CE}$

답 ③

반지름의 길이가 1인 사분원을 이용하면 한 예각의 삼각비의 값을 선분의 길이로 나타낼 수 있다.

02 △ODC에서
$\tan x=\dfrac{\overline{CD}}{\overline{OD}}=\dfrac{\overline{CD}}{1}=\overline{CD}$
$\angle OAB=y$이므로 △OAB에서
$\sin y=\dfrac{\overline{OB}}{\overline{OA}}=\dfrac{\overline{OB}}{1}=\overline{OB}$

답 ④

03 △AOC에서 $\cos 50°=\dfrac{\overline{OC}}{1}=\overline{OC}$이므로
$\overline{BC}=\overline{OB}-\overline{OC}=1-\cos 50°$

답 ⑤

04 ④ $\cos 45°(\sin 90°-\sin 30°)$
$=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\times\left(1-\dfrac{1}{2}\right)=\dfrac{\sqrt{2}}{4}$

답 ④

05 $p=\cos 90°-2\cos 30°\times\tan 30°$
$=0-2\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times\dfrac{\sqrt{3}}{3}=-1$
$q=\cos 0°-2\cos 0°\times\tan 0°=1-0=1$
$\therefore p-q=-2$

답 ①

06 $x-y+\sqrt{3}=0$에서 $y=x+\sqrt{3}$이므로
$\tan a=1$ $\quad\therefore a=45°$ … 3점
따라서 주어진 식의 값은
$\cos 45°\times\sin 90°-\cos 90°\times\tan 45°$
$=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\times 1-0\times 1=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ … 3점

답 $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

07 $\sin 0°=0$, $\cos 60°=\dfrac{1}{2}$, $\tan 45°=1$,
$\sin 60°=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$이고 $\tan 70°>\tan 45°=1$
이상에서 크기가 작은 것부터 나열하면 ㄱ, ㄴ, ㄹ, ㄷ, ㅁ이다.

답 ㄱ, ㄴ, ㄹ, ㄷ, ㅁ

$0°\le x<90°$인 범위에서 x의 값이 증가하면 $\tan x$의 값은 증가한다.

08 ③ $\cos 30°=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$, $\sin 70°>\sin 60°=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$
$\therefore \cos 30°<\sin 70°$
④ $\sin 60°=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$, $\cos 50°<\cos 30°=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$
$\therefore \sin 60°>\cos 50°$
⑤ $\tan 45°=1$, $\cos 80°<1$
$\therefore \tan 45°>\cos 80°$

답 ③

$0°\le x\le 90°$인 범위에서 x의 값이 증가하면 $\sin x$의 값은 증가하고, $\cos x$의 값은 감소한다.

09 ① $0°\le A\le 45°$일 때, $\cos A\ge\sin A$
③ $0°\le A\le 60°$일 때, $\dfrac{1}{2}\le\cos A\le 1$
⑤ $45°\le A<90°$일 때, $\tan A>\sin A$

답 ②, ④

10 $0°<x<90°$일 때, $0<\sin x<1$이므로
$\sin x-1<0$
$\therefore$ (주어진 식)$=-(\sin x-1)+\sin x=1$

답 ②

$\sqrt{a^2}=|a|$
$=\begin{cases} a\,(a\ge 0)\\ -a\,(a<0)\end{cases}$

11 $45°<A<90°$일 때,
$0<\cos A<1$, $\tan A>1$이므로
$\cos A+1>0$, $1-\tan A<0$
$\therefore$ (주어진 식)
$=\cos A+1-\cos A-\{-(1-\tan A)\}$
$=2-\tan A$

답 $2-\tan A$

12 $0°<A<45°$일 때, $\sin A<\cos A<1$이므로
$\cos A-1<0$, $\cos A-\sin A>0$
따라서 주어진 식을 간단히 하면
$-(\cos A-1)+(\cos A-\sin A)=\dfrac{1}{2}$ … 3점
즉 $1-\sin A=\dfrac{1}{2}$이므로 $\sin A=\dfrac{1}{2}$ … 1점
이때 $0°<A<45°$이므로 $A=30°$ … 2점
$\therefore \cos A=\cos 30°=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ … 2점

답 $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

13 (주어진 식)$=2.4751+0.3420-0.9135$
$=1.9036$ 답 1.9036

14 $\sin 48°=0.7431$이므로 $x=48°$
$\tan 47°=1.0724$이므로 $y=47°$
$\therefore x+y=95°$ 답 ③

삼각비의 표에서 삼각비의 값을 찾아 왼쪽의 각의 크기를 읽는다.

15 $\cos 87°=0.0523$이므로 $x=87°$
$\sin 89°=0.9998$이므로 $y=89°$
$2x-y=85°$이므로
$\tan(2x-y)=\tan 85°=11.4301$
답 11.4301

16 $\cos 42°=\dfrac{x}{10}=0.7431$ $\therefore x=7.431$
$\sin 42°=\dfrac{y}{10}=0.6691$ $\therefore y=6.691$
$\therefore x-y=7.431-6.691=0.74$ 답 0.74

17 $\angle B=180°-(90°+67°)=23°$이므로
$\tan 23°=\dfrac{\overline{AC}}{20}=0.4245$
$\therefore \overline{AC}=8.49$ 답 ④

18 $\overline{AB}=\overline{BC}=1$이고 $\overline{AD}=0.6561$이므로 $\triangle ABD$에서
$\sin B=\overline{AD}=0.6561$ $\therefore \angle B=41°$
$\overline{BD}=\cos 41°=0.7547$이므로
$\overline{DC}=\overline{BC}-\overline{BD}=1-0.7547=0.2453$
답 0.2453

LECTURE 11 삼각형의 변의 길이

개념 확인 문제 LECTURE BOOK 54쪽

1 답 $x=5.7$, $y=8.2$

2 답 (1) 4 (2) 6 (3) $2\sqrt{13}$

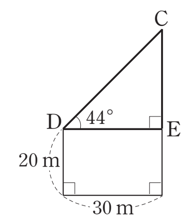
3 답 (1) $\sqrt{3}h$ (2) h (3) $7(\sqrt{3}-1)$

필수 유형 공략 LECTURE BOOK 55~57쪽

01 ⑤ $\sin 70°=\dfrac{\overline{BC}}{\overline{AC}}$이므로 $\overline{AC}=\dfrac{\overline{BC}}{\sin 70°}$
답 ⑤

02 $\triangle ABE$에서
$\overline{BE}=5\cos 37°=5\times0.8=4(\text{cm})$
$\overline{AE}=5\sin 37°=5\times0.6=3(\text{cm})$
따라서 나무토막의 부피는
$\dfrac{1}{2}\times4\times3\times6=36(\text{cm}^3)$ 답 $36\,\text{cm}^3$

03 오른쪽 그림에서
$\overline{CE}=30\tan 44°$
$=30\times0.97$
$=29.1(\text{m})$
따라서 B건물의 높이는
$20+29.1=49.1(\text{m})$



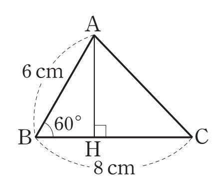
답 49.1 m

04 $\overline{AB}=2\times50=100(\text{m})$이므로
$\overline{AC}=100\sin 25°=100\times0.4=40(\text{m})$
답 40 m

(거리)=(시간)×(속력)

05 $\triangle ABQ$에서
$\overline{BQ}=\overline{AB}\tan 30°=1200\times\dfrac{\sqrt{3}}{3}=400\sqrt{3}(\text{m})$
따라서 $\triangle PBQ$에서
$\overline{PQ}=\overline{BQ}\tan 60°=400\sqrt{3}\times\sqrt{3}=1200(\text{m})$
답 ④

06 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

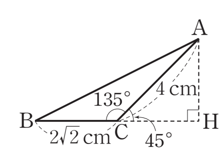


$\overline{AH}=6\sin 60°=6\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}$
$=3\sqrt{3}(\text{cm})$
$\overline{BH}=6\cos 60°=6\times\dfrac{1}{2}=3(\text{cm})$
$\overline{CH}=8-3=5(\text{cm})$이므로 $\triangle AHC$에서
$\overline{AC}=\sqrt{(3\sqrt{3})^2+5^2}=2\sqrt{13}(\text{cm})$ 답 ②

삼각형의 변의 길이를 구할 때는 특수한 각의 삼각비를 이용할 수 있도록 보조선을 그어 직각삼각형을 만든다.

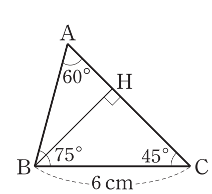
$\overline{AC}=\sqrt{\overline{AH}^2+\overline{CH}^2}$

07 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$의 연장선에 내린 수선의 발을 H라 하면
$\angle ACH=180°-135°$
$=45°$



$\overline{AH}=4\sin 45°=4\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=2\sqrt{2}(\text{cm})$
$\overline{CH}=4\cos 45°=4\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=2\sqrt{2}(\text{cm})$
$\overline{BH}=2\sqrt{2}+2\sqrt{2}=4\sqrt{2}(\text{cm})$이므로 $\triangle ABH$에서
$\overline{AB}=\sqrt{(4\sqrt{2})^2+(2\sqrt{2})^2}=2\sqrt{10}(\text{cm})$ 답 ④

08 꼭짓점 B에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면
$\overline{BH}=6\sin 45°=6\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}$
$=3\sqrt{2}(\text{cm})$



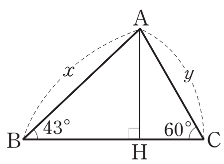
이므로 △ABH에서

$\overline{AB}=\dfrac{3\sqrt{2}}{\sin 60^\circ}=3\sqrt{2}\times\dfrac{2}{\sqrt{3}}=2\sqrt{6}\,(\text{cm})$

$\angle A=180^\circ-(75^\circ+45^\circ)=60^\circ$

답 ③

09 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 △AHC에서



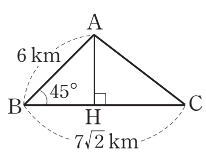
$\overline{AH}=y\sin 60^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{2}y$

△ABH에서 $\overline{AH}=x\sin 43^\circ=0.6x$

즉 $0.6x=\dfrac{\sqrt{3}}{2}y$ 이므로 $x=\dfrac{5\sqrt{3}}{6}y$

$\therefore k=\dfrac{5\sqrt{3}}{6}$ 답 $\dfrac{5\sqrt{3}}{6}$

10 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{AH}=6\sin 45^\circ$

$=6\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=3\sqrt{2}\,(\text{km})$

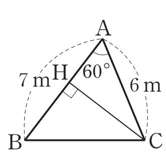
$\overline{BH}=6\cos 45^\circ=6\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=3\sqrt{2}\,(\text{km})$

$\overline{CH}=7\sqrt{2}-3\sqrt{2}=4\sqrt{2}\,(\text{km})$이므로 △AHC에서

$\overline{AC}=\sqrt{(3\sqrt{2})^2+(4\sqrt{2})^2}=5\sqrt{2}\,(\text{km})$

답 $5\sqrt{2}$ km

11 꼭짓점 C에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{CH}=6\sin 60^\circ=6\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$=3\sqrt{3}\,(\text{m})$ … 2점

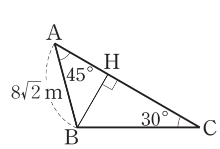
$\overline{AH}=6\cos 60^\circ=6\times\dfrac{1}{2}=3\,(\text{m})$ … 2점

$\overline{BH}=7-3=4\,(\text{m})$이므로 △BCH에서

$\overline{BC}=\sqrt{(3\sqrt{3})^2+4^2}=\sqrt{43}\,(\text{m})$ … 2점

답 $\sqrt{43}$ m

12 꼭짓점 B에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{AH}=8\sqrt{2}\cos 45^\circ$

$=8\sqrt{2}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=8\,(\text{m})$

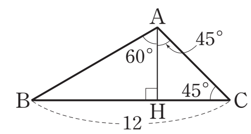
$\overline{BH}=8\sqrt{2}\sin 45^\circ=8\sqrt{2}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=8\,(\text{m})$

이므로 △BHC에서

$\overline{CH}=\dfrac{8}{\tan 30^\circ}=8\times\sqrt{3}=8\sqrt{3}\,(\text{m})$

$\therefore \overline{AC}=\overline{AH}+\overline{CH}=8(1+\sqrt{3})\,(\text{m})$ 답 ②

13 $\overline{AH}=h$라 하면



$\overline{BH}=h\tan 60^\circ=\sqrt{3}h$

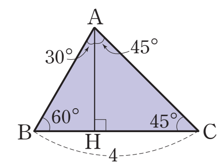
$\overline{CH}=h\tan 45^\circ=h$

$\sqrt{3}h+h=12$이므로

$\overline{BH}+\overline{CH}=12$

$h=\dfrac{12}{\sqrt{3}+1}=6(\sqrt{3}-1)$ 답 ④

14 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하고 $\overline{AH}=h$라 하면



$\overline{BH}=h\tan 30^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{3}h$

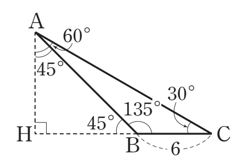
$\overline{CH}=h\tan 45^\circ=h$

$\dfrac{\sqrt{3}}{3}h+h=4$이므로 $h=4\times\dfrac{3}{3+\sqrt{3}}=2(3-\sqrt{3})$

$\therefore$ △ABC$=\dfrac{1}{2}\times4\times2(3-\sqrt{3})=4(3-\sqrt{3})$

답 $4(3-\sqrt{3})$

15 $\overline{AH}=h$라 하면



$\overline{BH}=h\tan 45^\circ=h$

$\overline{CH}=h\tan 60^\circ=\sqrt{3}h$

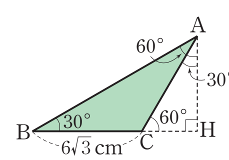
$\sqrt{3}h-h=6$이므로

$\overline{CH}-\overline{BH}=6$

$h=\dfrac{6}{\sqrt{3}-1}=3(\sqrt{3}+1)$

답 ④

16 $\overline{AH}=h$ cm라 하면



$\overline{BH}=h\tan 60^\circ$

$=\sqrt{3}h\,(\text{cm})$

$\overline{CH}=h\tan 30^\circ$

$=\dfrac{\sqrt{3}}{3}h\,(\text{cm})$ … 3점

$\sqrt{3}h-\dfrac{\sqrt{3}}{3}h=6\sqrt{3}$이므로

$\dfrac{2\sqrt{3}}{3}h=6\sqrt{3}$ $\therefore h=9$ … 2점

$\therefore$ △ABC$=\dfrac{1}{2}\times6\sqrt{3}\times9=27\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$ … 1점

답 $27\sqrt{3}$ cm²

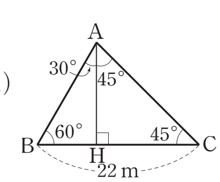
17 $\overline{AD}=\dfrac{h}{\tan 40^\circ}\,(\text{m})$, $\overline{BD}=\dfrac{h}{\tan 55^\circ}\,(\text{m})$이므로

산의 높이를 구하는 식은

$\dfrac{h}{\tan 40^\circ}-\dfrac{h}{\tan 55^\circ}=500$ 답 ⑤

$\overline{AD}-\overline{BD}=\overline{AB}$

18 $\overline{AH}=h$ m라 하면



$\overline{BH}=h\tan 30^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{3}h\,(\text{m})$

$\overline{CH}=h\tan 45^\circ=h\,(\text{m})$

$\dfrac{\sqrt{3}}{3}h+h=22$이므로

$h=22\times\dfrac{3}{3+\sqrt{3}}=11(3-\sqrt{3})$ 답 ①

LECTURE 12 삼각형의 넓이

개념 확인 문제

LECTURE BOOK 58쪽

1 답 (1) $10\sqrt{2}$ (2) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ (3) 15

2 답 (1) 60 (2) $\frac{15\sqrt{2}}{2}$

3 답 $12\sqrt{2}$

필수 유형 공략

LECTURE BOOK 59~61쪽

01 $\angle B=180°-2\times75°=30°$이므로

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times8\times8\times\sin30°=16(\text{cm}^2)$

답 ②

두 변의 길이가 a, c이고 그 끼인 각의 크기가 B인 삼각형의 넓이 ➡ $\frac{1}{2}ac\sin B$ (단, $0°<B\le90°$)

02 $\frac{1}{2}\times8\times12\times\sin A=24\sqrt{3}$이므로

$\sin A=\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\quad\therefore \angle A=60°$

답 $60°$

03 $\overline{AE}/\!/\overline{DC}$이므로 $\triangle AED=\triangle AEC$

$\therefore \square ABED=\triangle ABE+\triangle AED$

$=\triangle ABE+\triangle AEC$

$=\triangle ABC$

$=\frac{1}{2}\times6\times4\times\sin45°$

$=\frac{1}{2}\times6\times4\times\frac{\sqrt{2}}{2}=6\sqrt{2}(\text{cm}^2)$

답 ③

04 $\overline{BM}=\overline{CM}=3$, $\overline{CN}=4$, $\overline{DN}=2$이므로

$\triangle AMN=\square ABCD-\triangle ABM-\triangle NMC-\triangle AND$

$=36-9-6-6=15$

$\overline{AM}=\sqrt{3^2+6^2}=3\sqrt{5}$, $\overline{AN}=\sqrt{2^2+6^2}=2\sqrt{10}$ 이므로

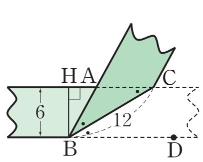
$\triangle ABM$, $\triangle AND$에서 각각 피타고라스 정리를 이용한다.

$\frac{1}{2}\times3\sqrt{5}\times2\sqrt{10}\times\sin x=15$

$\therefore \sin x=\frac{\sqrt{2}}{2}$

답 ④

05 점 B에서 $\overline{AC}$의 연장선에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\overline{BH}=6$



$\triangle BCH$에서

$\sin C=\frac{6}{12}=\frac{1}{2}$ $\quad\therefore \angle C=30°$

$\angle ABC=\angle CBD$ (접은 각)
$\angle CBD=\angle ACB$ (엇각)
$\therefore \angle ABC=\angle ACB$

$\angle ABC=\angle ACB$이므로 $\triangle ABC$는 이등변삼각형이다.

삼각형의 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같다.

$\angle BAH=60°$이므로 $\triangle AHB$에서

$\overline{AB}=\frac{6}{\sin60°}=4\sqrt{3}$

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times4\sqrt{3}\times12\times\sin30°$

$=\frac{1}{2}\times4\sqrt{3}\times12\times\frac{1}{2}$

$=12\sqrt{3}$

답 $12\sqrt{3}$

06 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times4\times2\sqrt{2}\times\sin(180°-135°)$

$=\frac{1}{2}\times4\times2\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=4(\text{cm}^2)$

답 ②

07 $\frac{1}{2}\times6\times8\times\sin(180°-B)=12\sqrt{3}$이므로

$\sin(180°-B)=\frac{\sqrt{3}}{2}$

$180°-\angle B=60°$ $\quad\therefore \angle B=120°$

답 $120°$

08 $\triangle ADE$에서 $\overline{AD}=4\,\text{cm}$이므로

$\overline{AE}=4\sin30°=4\times\frac{1}{2}=2(\text{cm})$ … 2점

$\angle EAD=60°$이므로

$\angle EAB=90°+60°=150°$ … 1점

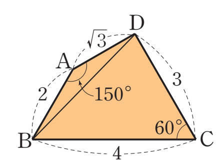
$\therefore \triangle ABE=\frac{1}{2}\times4\times2\times\sin(180°-150°)$

$=\frac{1}{2}\times4\times2\times\frac{1}{2}$

$=2(\text{cm}^2)$ … 3점

답 $2\,\text{cm}^2$

09 $\overline{BD}$를 그으면



$\square ABCD$

$=\triangle ABD+\triangle BCD$

$=\frac{1}{2}\times2\times\sqrt{3}\times\sin(180°-150°)+\frac{1}{2}\times4\times3\times\sin60°$

$=\frac{\sqrt{3}}{2}+3\sqrt{3}=\frac{7\sqrt{3}}{2}$

답 ③

10 $\triangle BCD$에서

$\overline{BC}=\frac{12}{\tan45°}=12$, $\overline{BD}=\frac{12}{\sin45°}=12\sqrt{2}$

$\therefore \square ABCD$

$=\triangle ABD+\triangle BCD$

$=\frac{1}{2}\times14\times12\sqrt{2}\times\sin30°+\frac{1}{2}\times12\times12$

$=42\sqrt{2}+72$

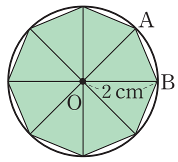
답 $42\sqrt{2}+72$

11 $\angle AOB=\dfrac{360^\circ}{8}=45^\circ$

이므로 정팔각형의 넓이는

$8\times\left(\dfrac{1}{2}\times2\times2\times\sin45^\circ\right)$

$=8\sqrt{2}\,(\text{cm}^2)$



답 ⑤

12 $\angle B=\angle D=45^\circ$이므로

$8\times\overline{BC}\times\sin45^\circ=24,\ 4\sqrt{2}\,\overline{BC}=24$

$\therefore \overline{BC}=3\sqrt{2}$ 답 ④

13 $\angle B=180^\circ-120^\circ=60^\circ$,

$\overline{AB}=\overline{BC}=\dfrac{1}{4}\times16=4(\text{cm})$이므로

$\square ABCD=4\times4\times\sin60^\circ=8\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$

답 ③

14 $\square ABCD=6\times10\times\sin60^\circ$

$=30\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$

$\therefore \triangle BCE=\dfrac{1}{2}\square ABCD$

$=\dfrac{1}{2}\times30\sqrt{3}=15\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$

답 ②

15 $\square ABCD=6\times8\times\sin60^\circ=24\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$

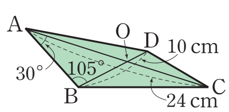
$\therefore \triangle BMD=\dfrac{1}{2}\triangle BCD$

$=\dfrac{1}{4}\square ABCD$

$=\dfrac{1}{4}\times24\sqrt{3}=6\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

답 $6\sqrt{3}\,\text{cm}^2$

16 $\overline{AC}$와 $\overline{BD}$의 교점을 O라 하면



$\angle AOB$

$=180^\circ-(105^\circ+30^\circ)=45^\circ$

$\therefore \square ABCD=\dfrac{1}{2}\times10\times24\times\sin45^\circ$

$=60\sqrt{2}\,(\text{cm}^2)$ 답 ⑤

17 $\dfrac{1}{2}\times8\times\overline{BD}\times\sin90^\circ=20$이므로

$\overline{BD}=5(\text{cm})$ 답 ⑤

18 $\dfrac{1}{2}\times7\times4\sqrt{3}\times\sin x=21$이므로

$\sin x=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\quad \therefore x=60^\circ$ … 4점

$\therefore \cos x=\cos60^\circ=\dfrac{1}{2}$ … 2점

답 $\dfrac{1}{2}$

Q BOX

정팔각형은 8개의 합동인 이등변삼각형으로 이루어져 있다.

평행사변형의 성질
➡ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.

$\triangle BCD=\dfrac{1}{2}\square ABCD$

$0^\circ\le x\le90^\circ$인 범위에서 x의 값이 증가하면
① $\sin x$의 값은 0에서 1까지 증가
② $\cos x$의 값은 1에서 0까지 감소
③ $\tan x$의 값은 0에서 무한히 증가
(단, $x\neq90^\circ$)

대단원별 기출문제 정복

LECTURE BOOK 62~65쪽

01 ②	**02** $\frac{4}{5}$	**03** ④	**04** $2+\sqrt{3}$	**05** ④
06 ⑤	**07** 0.201	**08** ②	**09** ②, ③	**10** ②
11 ①	**12** ③	**13** $\frac{\sqrt{11}}{6}$		
14 $15(3\sqrt{2}+\sqrt{6})$m	**15** ④	**16** ①	**17** ④	
18 ③	**19** $\frac{1}{3}$	**20** (1) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (2) $\frac{\sqrt{3}}{2}$		
21 $5\sqrt{3}\,\text{cm}^2$	**22** $4+2\sqrt{3}$	**23** ②		
24 $15\sqrt{3}\,\text{cm}^2$				

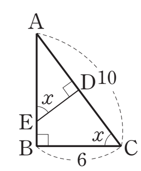
01 $\overline{AH}=x$라 하면

$\triangle ABH$에서 $\sin B=\dfrac{x}{5}$

$\triangle AHC$에서 $\sin C=\dfrac{x}{6}$

$\therefore \dfrac{\sin C}{\sin B}=\dfrac{x}{6}\times\dfrac{5}{x}=\dfrac{5}{6}$ 답 ②

02 $\triangle ABC$에서



$\overline{AB}=\sqrt{10^2-6^2}=8$

$\angle C=90^\circ-\angle A$

$=\angle AED=x$

이므로

$\sin x=\sin C=\dfrac{8}{10}=\dfrac{4}{5}$ 답 $\dfrac{4}{5}$

03 $\triangle ACD$에서

$\overline{AC}=\dfrac{2\sqrt{6}}{\cos45^\circ}=2\sqrt{6}\times\sqrt{2}=4\sqrt{3}$

이므로 $\triangle ABC$에서

$\overline{AB}=4\sqrt{3}\tan30^\circ=4\sqrt{3}\times\dfrac{1}{\sqrt{3}}=4$ 답 ④

04 $\triangle ABC$에서

$\overline{AB}=\tan60^\circ=\sqrt{3},\ \overline{AC}=\dfrac{1}{\cos60^\circ}=2$

이므로 $\overline{AD}=\overline{AC}=2$

$\triangle ACD$에서 $\angle ADC+\angle ACD=\angle CAB=30^\circ$

이므로 $\angle ADC=\angle ACD=15^\circ$

따라서 $\angle BCD=75^\circ$이므로 $\triangle DBC$에서

$\tan75^\circ=\dfrac{\overline{BD}}{\overline{BC}}=2+\sqrt{3}$ 답 $2+\sqrt{3}$

05 $\triangle OCD$에서 $\cos x=\dfrac{\overline{OC}}{\overline{OD}}=\dfrac{1}{\overline{OD}}$

$\therefore \overline{OD}=\dfrac{1}{\cos x}$ 답 ④

06 ⑤ $\tan A$의 최댓값은 정할 수 없다. 답 ⑤

07 (주어진 식)$=0.7771+0.6157-1.1918$

$=0.201$ 답 0.201

08 $\angle AOB=x$라 하면 $\triangle AOB$에서
$\cos x=\overline{OB}=0.6561 \qquad \therefore x=49^\circ$
$\overline{AB}=\sin x$, $\overline{CD}=\tan x$이므로
$\overline{AB}+\overline{CD}=\sin 49^\circ+\tan 49^\circ$
$=0.7547+1.1504=1.9051$ 답 ②

$\angle A=180^\circ-(50^\circ+90^\circ)$
$=40^\circ$

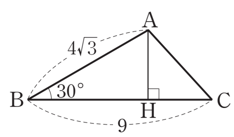
09 $\sin 50^\circ=\dfrac{\overline{AC}}{8}$이므로 $\overline{AC}=8\sin 50^\circ$

$\cos 40^\circ=\dfrac{\overline{AC}}{8}$이므로 $\overline{AC}=8\cos 40^\circ$

답 ②, ③

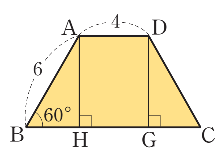
10 $\triangle BCH$에서 $\overline{BH}=2000\sin 60^\circ=1000\sqrt{3}\,(\mathrm{m})$
이므로 $\triangle ABH$에서
$\overline{AH}=1000\sqrt{3}\tan 30^\circ=1000\,(\mathrm{m})$ 답 ②

11 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{AH}=4\sqrt{3}\sin 30^\circ=2\sqrt{3}$
$\overline{BH}=4\sqrt{3}\cos 30^\circ=6$
$\overline{CH}=9-6=3$이므로 $\triangle AHC$에서
$\overline{AC}=\sqrt{(2\sqrt{3})^2+3^2}=\sqrt{21}$ 답 ①

12 꼭짓점 A, D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 각각 H, G라 하면

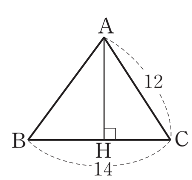


$\overline{AH}=6\sin 60^\circ=3\sqrt{3}$
$\triangle ABH\equiv\triangle DCG$이므로
$\overline{BH}=\overline{CG}=6\cos 60^\circ=3$
$\therefore \overline{BC}=3+4+3=10$
$\therefore \square ABCD=\dfrac{1}{2}\times(4+10)\times 3\sqrt{3}=21\sqrt{3}$

답 ③

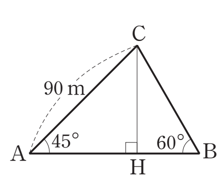
$\angle AHB=\angle DGC=90^\circ$,
$\overline{AB}=\overline{DC}$,
$\angle ABH=\angle DCG$
$\therefore \triangle ABH\equiv\triangle DCG$
(RHA 합동)

13 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



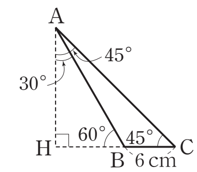
$\dfrac{1}{2}\times 14\times\overline{AH}=70$
$\therefore \overline{AH}=10$
$\triangle ACH$에서 $\overline{CH}=\sqrt{12^2-10^2}=2\sqrt{11}$
$\therefore \cos C=\dfrac{2\sqrt{11}}{12}=\dfrac{\sqrt{11}}{6}$ 답 $\dfrac{\sqrt{11}}{6}$

14 꼭짓점 C에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{AH}=90\cos 45^\circ$
$=45\sqrt{2}\,(\mathrm{m})$
$\overline{CH}=90\sin 45^\circ$
$=45\sqrt{2}\,(\mathrm{m})$
$\overline{BH}=\dfrac{45\sqrt{2}}{\tan 60^\circ}=45\sqrt{2}\times\dfrac{1}{\sqrt{3}}=15\sqrt{6}\,(\mathrm{m})$
$\therefore \overline{AB}=45\sqrt{2}+15\sqrt{6}=15(3\sqrt{2}+\sqrt{6})\,(\mathrm{m})$
답 $15(3\sqrt{2}+\sqrt{6})\,\mathrm{m}$

15 $\overline{AH}=h\,\mathrm{cm}$라 하면



$\overline{BH}=h\tan 30^\circ$
$=\dfrac{\sqrt{3}}{3}h\,(\mathrm{cm})$
$\overline{CH}=h\tan 45^\circ=h\,(\mathrm{cm})$
$h-\dfrac{\sqrt{3}}{3}h=6$이므로
$h=\dfrac{18}{3-\sqrt{3}}=3(3+\sqrt{3})$ 답 ④

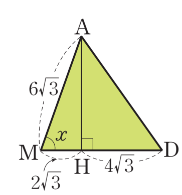
$\overline{CH}-\overline{BH}=6$

16 $\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{BC}\times\sin B$,
$\triangle DBE=\dfrac{1}{2}\times 1.3\overline{AB}\times 0.6\overline{BC}\times\sin B$
$=0.78\times\left(\dfrac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{BC}\times\sin B\right)$
$=0.78\triangle ABC$
따라서 $\triangle DBE$의 넓이는 $\triangle ABC$의 넓이보다 22 % 감소한다. 답 ①

17 $\triangle ABP=\dfrac{1}{4}\square ABCD$
$=\dfrac{1}{4}\times(8\times 12\times\sin 45^\circ)$
$=12\sqrt{2}\,(\mathrm{cm}^2)$ 답 ④

18 $\dfrac{1}{2}\times x\times(x+1)\times\sin 60^\circ=3\sqrt{3}$이므로
$x^2+x-12=0,\ (x+4)(x-3)=0$
$\therefore x=3\ (\because x>0)$
답 ③

19 $\overline{AM}=\overline{MD}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times 12=6\sqrt{3}$
… 2점



꼭짓점 A에서 $\overline{MD}$에 내린 수선의 발을 H라 하면
$\overline{MH}=\dfrac{1}{3}\overline{MD}$
$=\dfrac{1}{3}\times 6\sqrt{3}=2\sqrt{3}$ … 2점
$\therefore \cos x=\dfrac{\overline{MH}}{\overline{AM}}=\dfrac{2\sqrt{3}}{6\sqrt{3}}=\dfrac{1}{3}$ … 2점
답 $\dfrac{1}{3}$

20 (1) $\sqrt{3}x-3y+8=0$에서 $y=\dfrac{\sqrt{3}}{3}x+\dfrac{8}{3}$
$\therefore \tan a=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ … 3점
(2) (1)에 의하여 $a=30^\circ$이므로 … 1점
$\sin 3a\times\tan 2a-\cos a$
$=\sin 90^\circ\times\tan 60^\circ-\cos 30^\circ$
$=1\times\sqrt{3}-\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ … 2점
답 (1) $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ (2) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

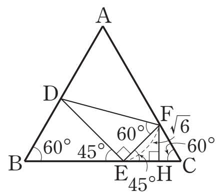
21 $\angle BIC=90^\circ+\frac{1}{2}\angle A=120^\circ$ ⋯ 3점

$\therefore \triangle IBC=\frac{1}{2}\times5\times4\times\sin(180^\circ-120^\circ)$

$=5\sqrt{3}(\text{cm}^2)$ ⋯ 3점

답 $5\sqrt{3}\,\text{cm}^2$

22 점 F에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\triangle FEH$에서

$\overline{EH}=\sqrt{6}\cos45^\circ=\sqrt{3}$

$\overline{FH}=\sqrt{6}\sin45^\circ=\sqrt{3}$

$\triangle CFH$에서

$\overline{CH}=\frac{\sqrt{3}}{\tan60^\circ}=1$ $\quad\therefore \overline{EC}=1+\sqrt{3}$

$\triangle DEF$에서 $\overline{DE}=\sqrt{6}\tan60^\circ=3\sqrt{2}$

$\triangle BED\backsim\triangle CEF$이므로

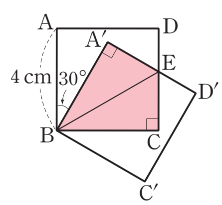
$\overline{BE}:(1+\sqrt{3})=3\sqrt{2}:\sqrt{6}$

$\therefore \overline{BE}=\frac{3\sqrt{2}+3\sqrt{6}}{\sqrt{6}}=3+\sqrt{3}$

$\therefore \overline{BC}=(3+\sqrt{3})+(1+\sqrt{3})=4+2\sqrt{3}$

답 $4+2\sqrt{3}$

23 $\overline{BE}$를 그으면



$\triangle BA'E\equiv\triangle BCE$

이므로

$\angle A'BE=\angle CBE$

$=\frac{1}{2}\angle A'BC$

$=30^\circ$

$\triangle EBC$에서

$\overline{EC}=4\tan30^\circ=\frac{4\sqrt{3}}{3}(\text{cm})$

$\therefore \square A'BCE=2\triangle EBC$

$=2\times\left(\frac{1}{2}\times4\times\frac{4\sqrt{3}}{3}\right)$

$=\frac{16\sqrt{3}}{3}(\text{cm}^2)$

답 ②

24 $\square ABCD=10\times8\times\sin60^\circ=40\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

$\triangle ABM=\frac{1}{2}\times5\times8\times\sin60^\circ=10\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

$\triangle AND=\frac{1}{2}\times10\times4\times\sin60^\circ=10\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

$\angle C=180^\circ-60^\circ=120^\circ$이므로

$\triangle MCN=\frac{1}{2}\times5\times4\times\sin(180^\circ-120^\circ)$

$=5\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

$\therefore \triangle AMN$

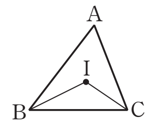
$=\square ABCD-\triangle ABM-\triangle AND-\triangle MCN$

$=40\sqrt{3}-10\sqrt{3}-10\sqrt{3}-5\sqrt{3}$

$=15\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

답 $15\sqrt{3}\,\text{cm}^2$

Q BOX



점 I가 $\triangle ABC$의 내심일 때,

$\angle BIC=90^\circ+\frac{1}{2}\angle A$

$\angle DBE=\angle FCE$

$\angle DEB=\angle FEC$

$\therefore \triangle BED\backsim\triangle CEF$

(AA 닮음)

원의 중심에서 현에 내린 수선은 그 현을 이등분한다.

$\angle BA'E=\angle BCE=90^\circ$

$\overline{BA'}=\overline{BC}$, $\overline{BE}$는 공통

$\therefore \triangle BA'E\equiv\triangle BCE$

(RHS 합동)

Ⅶ 원의 성질

LECTURE 13 현의 성질

개념 확인 문제

LECTURE BOOK 66쪽

1 답 (1) 8 (2) 8 (3) $8\sqrt{2}$

2 답 (1) 7 (2) 8 (3) 3

필수 유형 공략

LECTURE BOOK 67~69쪽

01 $\overline{BD}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times24=12(\text{cm})$

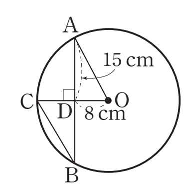
$\triangle OBD$에서 $\overline{OD}=\sqrt{13^2-12^2}=5(\text{cm})$

$\overline{OC}=\overline{OB}=13\,\text{cm}$이므로

$\overline{DC}=\overline{OC}-\overline{OD}=13-5=8(\text{cm})$

답 ④

02 $\overline{AO}$를 그으면 $\triangle OAD$에서



$\overline{AO}=\sqrt{15^2+8^2}=17(\text{cm})$

$\overline{CO}=\overline{AO}=17\,\text{cm}$이므로

$\overline{CD}=17-8=9(\text{cm})$

$\overline{AB}\perp\overline{CO}$이므로

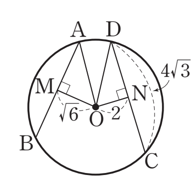
$\overline{DB}=\overline{AD}=15\,\text{cm}$

$\triangle DCB$에서

$\overline{CB}=\sqrt{15^2+9^2}=3\sqrt{34}(\text{cm})$

답 ⑤

03 $\overline{DN}=\frac{1}{2}\overline{CD}=2\sqrt{3}$이므로



$\overline{OD}$를 그으면 $\triangle DON$에서

$\overline{OD}=\sqrt{2^2+(2\sqrt{3})^2}=4$

$\overline{OA}$를 그으면 $\overline{OA}=\overline{OD}=4$

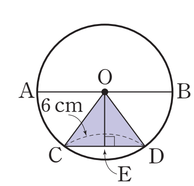
이므로 $\triangle AMO$에서

$\overline{AM}=\sqrt{4^2-(\sqrt{6})^2}=\sqrt{10}$

$\therefore \overline{AB}=2\overline{AM}=2\sqrt{10}$

답 ④

04 원의 중심 O에서 $\overline{CD}$에 내린 수선의 발을 E라 하면



$\triangle OCD=12\,\text{cm}^2$이므로

$\frac{1}{2}\times6\times\overline{OE}=12$

$\therefore \overline{OE}=4(\text{cm})$

$\overline{CE}=\frac{1}{2}\overline{CD}=3(cm)$이므로 $\triangle OCE$에서

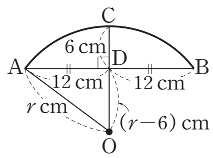
$\overline{OC}=\sqrt{3^2+4^2}=5(cm)$

따라서 원 O의 반지름의 길이가 5 cm이므로

$\overline{AB}=10\,cm$

답 10 cm

05 원의 중심을 O, 원의 반지름의 길이를 r cm라 하면



$\overline{OA}=r\,cm$,

$\overline{OD}=(r-6)\,cm$

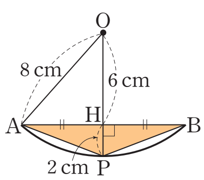
$\triangle AOD$에서 $r^2=(r-6)^2+12^2$

$12r=180\qquad \therefore r=15$

답 ③

현의 수직이등분선은 원의 중심을 지나므로 $\overline{CD}$의 연장선은 원의 중심을 지난다.

06 원의 중심을 O라 하면



$\triangle OAH$에서

$\overline{AH}=\sqrt{8^2-6^2}$

$=2\sqrt{7}(cm)$

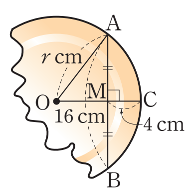
$\overline{AB}=2\overline{AH}=4\sqrt{7}(cm)$

이므로

$\triangle APB=\frac{1}{2}\times4\sqrt{7}\times2=4\sqrt{7}(cm^2)$

답 ④

07 원의 중심을 O, 원의 반지름의 길이를 r cm라 하면



$\overline{OA}=r\,cm$,

$\overline{OM}=(r-4)\,cm$,

$\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=8(cm)$ … 2점

$\triangle OMA$에서 $r^2=(r-4)^2+8^2$

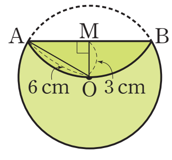
$8r=80\qquad \therefore r=10$ … 3점

따라서 원래 토기의 지름의 길이는

$10\times2=20(cm)$ … 1점

답 20 cm

08 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 M이라 하면



$\overline{OA}=6\,cm$

$\overline{OM}=\frac{1}{2}\overline{OA}=3(cm)$

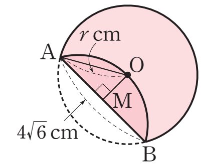
$\triangle OMA$에서

$\overline{AM}=\sqrt{6^2-3^2}=3\sqrt{3}(cm)$

$\therefore \overline{AB}=2\overline{AM}=6\sqrt{3}(cm)$

답 ④

09 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 M이라 하면



$\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=2\sqrt{6}(cm)$

$\overline{AO}=r\,cm$라 하면

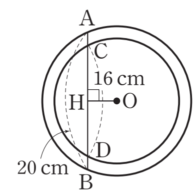
$\overline{OM}=\frac{r}{2}\,cm$

$\triangle OAM$에서 $r^2=(2\sqrt{6})^2+\left(\frac{r}{2}\right)^2$

$r^2=32\qquad \therefore r=4\sqrt{2}\,(\because r>0)$

답 ③

10 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{AH}=\frac{1}{2}\overline{AB}=10(cm)$

$\overline{CH}=\frac{1}{2}\overline{CD}=8(cm)$

$\therefore \overline{AC}=\overline{AH}-\overline{CH}$

$=10-8=2(cm)$

답 2 cm

$\overline{OH}\perp\overline{AB}$이므로 $\overline{AH}=\overline{BH}$

$\overline{OH}\perp\overline{CD}$이므로 $\overline{CH}=\overline{DH}$

11 $\angle OTA=90°$이므로

$\triangle OAT$에서

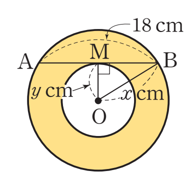
$\overline{AT}=\sqrt{7^2-3^2}=2\sqrt{10}(cm)$

$\therefore \overline{AB}=2\overline{AT}=4\sqrt{10}(cm)$

답 ③

원의 접선은 그 접점을 지나는 반지름과 수직이다.

12 현 AB와 작은 원의 접점을 M이라 하면



$\overline{BM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=9(cm)$

$\overline{OB}=x\,cm$, $\overline{OM}=y\,cm$

라 하면 $\triangle OBM$에서

$x^2-y^2=9^2$

따라서 색칠한 부분의 넓이는

$\pi\times x^2-\pi\times y^2=\pi(x^2-y^2)=81\pi(cm^2)$

답 $81\pi\ cm^2$

13 ① $\overline{AB}\perp\overline{OM}$이므로 $\overline{AM}=\overline{BM}$

$\overline{CD}\perp\overline{ON}$이므로 $\overline{CN}=\overline{DN}$

$\therefore \overline{AM}=\overline{CN}$

② $\overline{AM}=\overline{BM}=\overline{CN}=\overline{DN}$이므로 $\overline{AB}=\overline{CD}$

$\therefore \overline{OM}=\overline{ON}$

③, ⑤ $\overline{AB}=\overline{CD}$이므로 $\angle AOB=\angle COD$

$\therefore \overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{CD}$

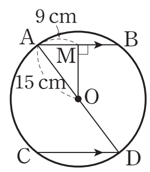
④ $\triangle OMA=\frac{1}{2}\times\overline{OM}\times\overline{AM}$

$=\frac{1}{2}\times\overline{ON}\times\overline{CN}=\triangle ONC$

답 ③

한 원에서 길이가 같은 두 현은 원의 중심으로부터 같은 거리에 있다.

14 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 M이라 하면



$\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=9(cm)$

$\overline{OA}=15\,cm$이므로 △OAM에서

$\overline{OM}=\sqrt{15^2-9^2}=12(cm)$

따라서 두 현 사이의 거리는

$2\times12=24(cm)$

답 ③

15 $\overline{ON}\perp\overline{CD}$이므로 $\overline{ND}=\frac{1}{2}\overline{CD}=4(cm)$ … 2점

△OND에서 $\overline{ON}=\sqrt{5^2-4^2}=3(cm)$ … 2점

$\overline{OM}=\overline{ON}=3\,cm$이므로 $\overline{AB}=\overline{CD}=8\,cm$

$\therefore$ △OAB$=\frac{1}{2}\times8\times3=12(cm^2)$ … 2점

답 $12\,cm^2$

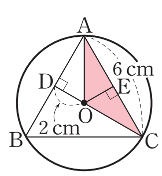
16 $\overline{OM}=\overline{ON}$이므로 $\overline{BA}=\overline{BC}$

즉 △ABC는 이등변삼각형이므로

$\angle C=\frac{1}{2}\times(180°-64°)=58°$

답 ③

17 원의 중심 O에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 E라 하면



$\overline{AB}=\overline{AC}$이므로

$\overline{OE}=\overline{OD}=2\,cm$

$\therefore$ △AOC$=\frac{1}{2}\times6\times2$

$=6(cm^2)$

답 $6\,cm^2$

18 $\overline{OM}=\overline{ON}$이므로 $\overline{AB}=\overline{AC}$

$\therefore \angle B=\angle C=\frac{1}{2}\times(180°-60°)=60°$

즉 △ABC는 정삼각형이다.

$\overline{AB}=2\overline{BM}=16(cm)$이므로 △ABC의 둘레의 길이는

$3\times16=48(cm)$

답 ①

LECTURE 14 원의 접선

개념 확인 문제

LECTURE BOOK 70쪽

1 답 (1) 140 (2) $3\sqrt{5}$

2 답 (1) 11 (2) 2

3 답 (1) 7 (2) 12

필수 유형 공략

LECTURE BOOK 71~73쪽

원의 접선은 그 접점을 지나는 반지름과 수직이다.

01 $\angle OTP=90°$이므로 △OPT에서

$\overline{TO}^2=(6\sqrt{3})^2-6^2=72$

따라서 원 O의 넓이는

$\pi\times\overline{TO}^2=72\pi(cm^2)$

답 $72\pi\ cm^2$

$\overline{AP}\times\overline{AO}=\overline{PO}\times\overline{AH}$

$\overline{OH}\perp\overline{AB}$이므로 $\overline{AH}=\overline{BH}$

02 $\angle PAO=90°$이므로 △APO에서

$\overline{PO}=\sqrt{6^2+3^2}=3\sqrt{5}(cm)$

또 $6\times3=3\sqrt{5}\times\overline{AH}$이므로

$\overline{AH}=\frac{6\sqrt{5}}{5}(cm)$

$\therefore \overline{AB}=2\overline{AH}=\frac{12\sqrt{5}}{5}(cm)$

답 ②

원 밖의 한 점에서 그 원에 그은 두 접선의 길이는 같다.

03 $\overline{AP}=\overline{BP}$이므로 $y=9$

△OBP에서

$x=\sqrt{9^2+(3\sqrt{3})^2}=6\sqrt{3}$

$\therefore xy=54\sqrt{3}$

답 $54\sqrt{3}$

04 $\angle CBP=90°$이므로 $\angle ABP=90°-22°=68°$

이때 $\overline{PA}=\overline{PB}$이므로 △ABP는 이등변삼각형이다.

$\therefore \angle P=180°-2\times68°=44°$

답 ③

05 $\overline{CF}=\overline{CE}$, $\overline{BD}=\overline{BE}$이므로

$\overline{AF}+\overline{AD}=\overline{AC}+\overline{CF}+\overline{AB}+\overline{BD}$

$=\overline{AC}+\overline{CE}+\overline{AB}+\overline{BE}$

$=\overline{AC}+\overline{CB}+\overline{BA}$

$=6+5+7=18(cm)$

이때 $\overline{AF}=\overline{AD}$이므로

$\overline{AF}=9(cm)$

답 ③

$\overline{CA}+\overline{AB}+\overline{BC}$
$=\overline{CA}+\overline{AR}+\overline{BR}+\overline{BC}$
$=\overline{CA}+\overline{AP}+\overline{BQ}+\overline{BC}$
$=\overline{CP}+\overline{CQ}$

06 $\angle OPC=90°$이므로 △CPO에서

$\overline{CP}=\sqrt{10^2-4^2}=2\sqrt{21}(cm)$ … 2점

따라서 △ABC의 둘레의 길이는

$\overline{CA}+\overline{AB}+\overline{BC}$

$=\overline{CP}+\overline{CQ}=2\overline{CP}$

$=2\times2\sqrt{21}=4\sqrt{21}(cm)$ … 4점

답 $4\sqrt{21}\,cm$

07 $\overline{CA}=\overline{CT}$, $\overline{DB}=\overline{DT}$이므로

$\overline{CA}+\overline{DB}=\overline{CT}+\overline{DT}=\overline{CD}=11(cm)$

따라서 □ABDC의 둘레의 길이는

$2\times5+11+11=32(cm)$

답 ③

08 $\overline{CT}=\overline{CB}=4$이므로

$\overline{AD}=\overline{DT}=6-4=2$

점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\overline{BH}=\overline{AD}=2$이므로

$\overline{CH}=4-2=2$

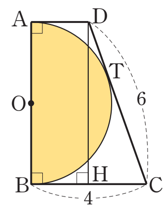
$\triangle$DHC에서 $\overline{DH}=\sqrt{6^2-2^2}=4\sqrt{2}$

반원 O의 반지름의 길이는

$\overline{AO}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\overline{DH}=2\sqrt{2}$

따라서 구하는 넓이는

$\frac{1}{2}\times\pi\times(2\sqrt{2})^2=4\pi$



답 4π

09 $\overline{BE}=\overline{BD}=4$ cm, $\overline{CE}=\overline{CF}=3$ cm

$\overline{AF}=\overline{AD}=x$ cm라 하면

$2(4+3+x)=24 \qquad \therefore x=5$

답 ④

10 $\overline{BD}=\overline{BE}=x$ cm라 하면

$\overline{AF}=\overline{AD}=(5-x)$cm, $\overline{CF}=\overline{CE}=(8-x)$cm

$(5-x)+(8-x)=9$이므로

$2x=4 \qquad \therefore x=2$

$\overline{AF}+\overline{CF}=\overline{AC}$

답 ②

11 $\overline{AB}=\sqrt{10^2-8^2}=6$(cm)

접점을 D, E, F라 하고 원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면

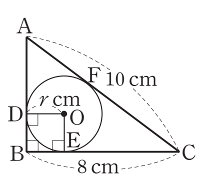
$\overline{BD}=\overline{BE}=r$ cm,

$\overline{AF}=\overline{AD}=(6-r)$cm,

$\overline{CF}=\overline{CE}=(8-r)$cm

$(6-r)+(8-r)=10$이므로

$2r=4 \qquad \therefore r=2$



□BEOD는 정사각형이므로 $\overline{BD}=\overline{BE}=\overline{OD}=r$ cm

답 ②

[다른 풀이]

$\overline{AB}=\sqrt{10^2-8^2}=6$(cm)

원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면 $\triangle$ABC에서

$\frac{1}{2}\times8\times6=\frac{1}{2}\times r(6+8+10)$

$24=12r \qquad \therefore r=2$

$\triangle ABC$
$=\triangle OAB+\triangle OBC$
$+\triangle OCA$

12 $\overline{AD}=\overline{AF}=6$ cm, $\overline{CE}=\overline{CF}=3$ cm

$\overline{BD}=\overline{BE}=x$ cm라 하면 $\triangle$ABC에서

$(x+6)^2=(x+3)^2+9^2$, $6x=54$

$\therefore x=9$

$\triangle OBD\equiv\triangle OBE$이므로 색칠한 부분의 넓이는

$2\triangle OBE=2\times\left(\frac{1}{2}\times9\times3\right)=27(\text{cm}^2)$

$\angle ODB=\angle OEB=90^\circ$,
$\overline{OD}=\overline{OE}$ (반지름의 길이),
$\overline{OB}$는 공통
이므로 $\triangle OBD\equiv\triangle OBE$
(RHS 합동)

답 27 cm²

13 $\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$이므로

$9+\overline{AP}+3+\overline{CR}=8+15$

$\therefore \overline{AP}+\overline{CR}=11$(cm)

답 ③

14 □ABCD의 둘레의 길이가 50이므로

$\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}=25$

$\therefore \overline{CD}=10,\ \overline{AD}=13$

$\therefore \overline{AD}\times\overline{CD}=130$

답 ①

15 $\overline{AB}=2\times4=8$(cm) … 2점

$\overline{AD}+\overline{BC}=\overline{AB}+\overline{CD}=8+11$

$=19$(cm) … 2점

$\therefore$ □ABCD$=\frac{1}{2}\times19\times8=76(\text{cm}^2)$ … 2점

답 76 cm²

16 $\triangle$CDE에서 $\overline{ED}=\sqrt{5^2-4^2}=3$(cm)

$\overline{AE}=x$ cm라 하면 $\overline{BC}=\overline{AD}=(x+3)$cm

□ABCE에서 $x+(x+3)=4+5$이므로

$2x=6 \qquad \therefore x=3$

답 ⑤

17 $\overline{DE}=x$ cm라 하면 □ABED에서

$6+x=7+\overline{BE} \qquad \therefore \overline{BE}=(x-1)$cm

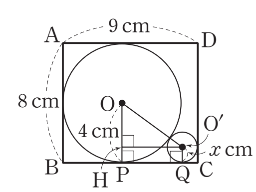
$\overline{EC}=7-(x-1)=8-x$(cm)이므로

$\triangle$DEC에서 $x^2=(8-x)^2+6^2$

$16x=100 \qquad \therefore x=\frac{25}{4}$

답 $\frac{25}{4}$ cm

18 원 O′의 반지름의 길이를 x cm라 하고 $\overline{BC}$와 원 O, O′의 접점을 각각 P, Q라 하면



$\overline{OP}=\frac{1}{2}\times8=4$(cm)이므로

$\overline{OO'}=(4+x)$cm

점 O′에서 $\overline{OP}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\overline{OH}=(4-x)$cm

$\overline{HO'}=9-(4+x)=5-x$(cm)이므로

$\triangle$OHO′에서 $(4+x)^2=(4-x)^2+(5-x)^2$

$x^2-26x+25=0,\ (x-1)(x-25)=0$

$\therefore x=1\left(\because 0<x<\frac{5}{3}\right)$

삼각형의 변의 길이 조건에 의하여
$4+x<(4-x)+(5-x)$
$\therefore x<\frac{5}{3}$

답 ④

Q BOX

LECTURE **15** 원주각의 성질

개념 확인 문제 LECTURE BOOK 74쪽

1 답 (1) $70°$ (2) $110°$

2 답 (1) $36°$ (2) $50°$

3 답 (1) 25 (2) 14

4 답 $42°$

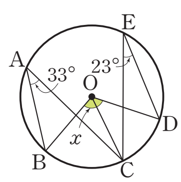
필수 유형 공략 LECTURE BOOK 75~77쪽

01 $\overline{OC}$를 그으면

$\angle BOC=2\angle BAC=66°$

$\angle COD=2\angle CED=46°$

$\therefore \angle x=66°+46°=112°$



답 ③

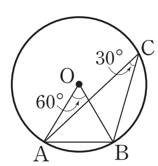
02 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$를 그으면

$\angle AOB=2\angle ACB=60°$

따라서 $\triangle OAB$가 정삼각형

이므로

$\overline{AB}=4\,\text{cm}$



답 ③

03 $\angle OAP=\angle OBP=90°$이므로 □AOBP에서

$\angle AOB=360°-(90°+90°+40°)$

$=140°$ ··· 2점

$\therefore \angle x=\frac{1}{2}\times 140°=70°$

$\angle y=\frac{1}{2}\times(360°-140°)=110°$ ··· 3점

$\therefore \angle y-\angle x=110°-70°=40°$ ··· 1점

답 $40°$

04 $\triangle ABP$에서

$\angle ABP=180°-(42°+46°)=92°$

$\therefore \angle x=\angle ABD=92°$

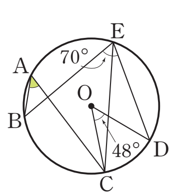
답 ③

05 $\overline{CE}$를 그으면

$\angle CED=\frac{1}{2}\angle COD=24°$

$\therefore \angle BAC=\angle BEC$

$=70°-24°=46°$



답 $46°$

$\overset{\frown}{AC}$에 대한 원주각

삼각형의 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같다.

반원에 대한 원주각의 크기는 $90°$이다.

(중심각의 크기) $=2\times$(원주각의 크기)

$\overset{\frown}{ACB}$에 대한 중심각

한 호에 대한 원주각의 크기는 모두 같다.

06 $\angle ABC=\angle ADC=\angle x$이므로 $\triangle BPC$에서

$\angle BCD=\angle x+30°$

$\triangle QCD$에서 $(\angle x+30°)+\angle x=100°$

$2\angle x=70°$ $\therefore \angle x=35°$

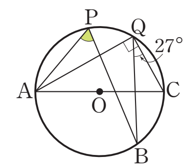
답 $35°$

07 $\overline{AQ}$를 그으면

$\angle AQC=90°$이므로

$\angle AQB=90°-27°=63°$

$\therefore \angle APB=\angle AQB=63°$



답 ②

08 $\angle BAD=90°$이므로

$\angle BAC=90°-25°=65°$

$\angle BDC=\angle BAC=65°$이므로 $\triangle PCD$에서

$\angle x=180°-(65°+40°)=75°$

답 ②

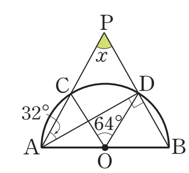
09 $\overline{AD}$를 그으면

$\angle CAD=\frac{1}{2}\angle COD=32°$

이때 $\angle ADB=90°$이므로

$\triangle ADP$에서

$\angle x=90°-32°=58°$



답 ③

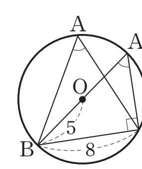
10 $\overline{BO}$의 연장선이 원 O와 만나는 점을 A'이라 하면

$\angle A'CB=90°$이므로 $\triangle A'BC$에서

$\overline{A'C}=\sqrt{10^2-8^2}=6$

$\angle A=\angle A'$이므로

$\tan A=\tan A'=\frac{\overline{BC}}{\overline{A'C}}=\frac{8}{6}=\frac{4}{3}$



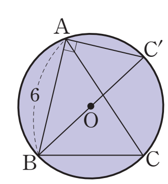
답 ④

11 $\overline{BO}$의 연장선이 원 O와 만나는 점을 C'이라 하면

$\angle BAC'=90°$이고

$\angle C=\angle C'$이므로

$\tan C=\tan C'=\frac{\overline{AB}}{\overline{AC'}}=\frac{3}{2}$



즉 $\frac{6}{\overline{AC'}}=\frac{3}{2}$이므로 $\overline{AC'}=4$ ··· 3점

$\triangle ABC'$에서 $\overline{BC'}=\sqrt{4^2+6^2}=2\sqrt{13}$ ··· 2점

따라서 원 O의 넓이는

$\pi\times(\sqrt{13})^2=13\pi$ ··· 1점

답 13π

12 $\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{BC}$이므로 $\angle ACB=\angle BDC=38°$

$\triangle BDC$에서

$\angle ACD=180°-(38°+38°+45°)=59°$

답 ③

Q BOX

13 $\angle ACB=90°$이므로
$\angle ABC=90°-48°=42°$
$\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{DC}$이므로
$\angle ABD=\angle DBC=\frac{1}{2}\times 42°=21°$
$\therefore \angle x=\angle ABD=21°$

답 ②

$\overset{\frown}{AD}$에 대한 원주각

14 $\triangle APD$에서 $\angle ADP=80°-55°=25°$
$\overset{\frown}{AB} : \overset{\frown}{CD}=\angle ADB : \angle DAC$이므로
$5 : \overset{\frown}{CD}=25° : 55°$
$\therefore \overset{\frown}{CD}=11(\text{cm})$

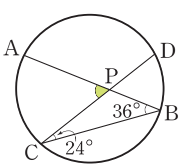
답 ③

호의 길이와 원주각의 크기는 정비례한다.

15 $\angle A : \angle B : \angle C=\overset{\frown}{BC} : \overset{\frown}{AC} : \overset{\frown}{AB}$
$=6 : 7 : 5$
$\therefore \angle C=180°\times\frac{5}{18}=50°$

답 $50°$

16 $\overline{BC}$를 그으면



$\angle ABC=180°\times\frac{1}{5}=36°$
$36° : \angle DCB$
$=\overset{\frown}{AC} : \overset{\frown}{BD}=3 : 2$
이므로 $\angle DCB=24°$
$\triangle PCB$에서
$\angle APC=36°+24°=60°$

답 ④

17 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있으려면
$\angle ABD=\angle ACD=68°$
$\triangle ABP$에서
$\angle A=93°-68°=25°$

답 $25°$

18 $\angle DAC=\angle DBC$이므로 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있다.
즉 $\angle CAB=\angle CDB=70°$이므로 $\triangle ABP$에서
$\angle APD=70°+45°=115°$

답 ③

LECTURE 16 원에 내접하는 사각형

개념 확인 문제

LECTURE BOOK 78쪽

1 답 (1) $80°$ (2) $85°$

2 답 (ㄱ), (ㄹ)

3 답 $56°$

필수 유형 공략

LECTURE BOOK 79~81쪽

01 $\triangle DFC$에서 $\angle CDF=102°-30°=72°$
$\square ABCD$가 원에 내접하므로
$\angle ABC=180°-72°=108°$

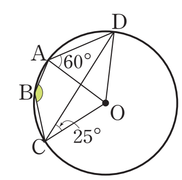
답 ②

원에 내접하는 사각형에서 한 쌍의 대각의 크기의 합은 $180°$이다.

02 $\angle BAC=90°$이므로
$\angle ABC=180°-(90°+35°)=55°$
$\square ABCD$가 원 O에 내접하므로
$\angle ADC=180°-55°=125°$

답 ④

03 $\overline{OD}$를 그으면 $\triangle OAD$와 $\triangle OCD$는 이등변삼각형이므로



$\angle ODA=\angle OAD=60°$
$\angle ODC=\angle OCD=25°$
$\therefore \angle ADC=60°-25°=35°$
$\square ABCD$가 원 O에 내접하므로
$\angle ABC=180°-35°=145°$

답 $145°$

04 $\square ABCD$가 원에 내접하므로
$\angle BAD=\angle DCE=110°$
$\therefore \angle x=110°-45°=65°$
$\angle DBC=\angle DAC=45°$이므로
$\angle y=180°-(45°+30°)=105°$
$\therefore \angle y-\angle x=40°$

답 ②

원에 내접하는 사각형의 한 외각의 크기는 그 내대각의 크기와 같다.

05 $\square ABCD$가 원 O에 내접하므로
$\angle ABC=\angle ADE=120°$
$\angle ACD=\angle ABD=120°-65°=55°$이고
$\angle BCD=90°$이므로
$\angle ACB=90°-55°=35°$

답 ①

06 $\square ABCD$가 원에 내접하므로
$\angle DAB=\angle DCP$
또 $\angle P$는 공통이므로
$\triangle PAB \backsim \triangle PCD$ (AA 닮음) … 4점
즉 $10 : 4=\overline{BP} : 6$이므로 $\overline{BP}=15(\text{cm})$ … 2점

답 15 cm

$\overline{AB} : \overline{CD}=\overline{BP} : \overline{DP}$

07 $\triangle APB$에서 $\angle PAB=105°-42°=63°$
$\square ABCD$가 원에 내접하므로
$\angle BCD=\angle PAB=63°$

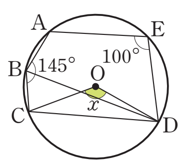
답 ③

LECTURE BOOK

08 □ABCD가 원에 내접하므로
$\angle QBC=\angle x$
△PCD에서 $\angle PCQ=26°+\angle x$
△BQC에서 $38°+(26°+\angle x)+\angle x=180°$
$2\angle x=116°$　　$\therefore \angle x=58°$　　답 58°

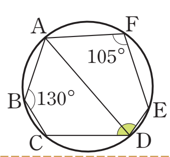
09 □ABCD가 원에 내접하므로
$\angle D=180°-110°=70°$
$\angle P=\angle x$라 하면 △PCD에서
$\angle BCQ=\angle x+70°$
△BQC에서 $21°+(\angle x+70°)=110°$
$\therefore \angle x=19°$　　답 ①

10 $\overline{BD}$를 그으면 □ABDE가 원 O에 내접하므로
$\angle ABD=180°-100°$
$=80°$
$\angle CBD=145°-80°=65°$
이므로 $\angle x=2\times65°=130°$　　답 ③

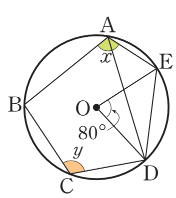


11 $\overline{AD}$를 그으면 □ABCD와 □ADEF가 원에 내접하므로
$\angle ADC=180°-130°=50°$
$\angle ADE=180°-105°=75°$
$\therefore \angle D=50°+75°=125°$
답 ③

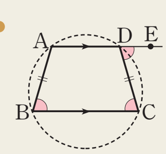
$\angle B+\angle ADC=180°$
$\angle F+\angle ADE=180°$



12 $\overline{AD}$를 그으면
$\angle DAE=\frac{1}{2}\angle DOE=40°$
□ABCD는 원 O에 내접하므로
$\angle BAD+\angle BCD=180°$
$\therefore \angle x+\angle y$
$=\angle DAE+\angle BAD+\angle BCD$
$=40°+180°=220°$　　답 220°



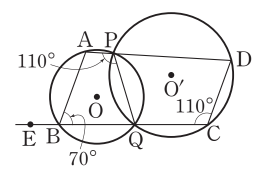
13 (ㄱ) 등변사다리꼴은 아랫변의 양 끝 각의 크기가 서로 같고 윗변과 아랫변이 서로 평행하므로 한 외각의 크기는 그 내대각의 크기와 같다.
(ㄷ) 직사각형은 네 내각의 크기가 모두 90°이므로 대각의 크기의 합이 180°이다.
이상에서 항상 원에 내접하는 사각형은 (ㄱ), (ㄷ)이다.
답 ②



14 ① $\angle BAD+\angle BCD=180°$
② $\angle BAD=180°-80°=100°$이므로
$\angle BAD\neq\angle DCE$
③ $\angle ABC+\angle ADC=120°\neq180°$
④ $\angle BAD=180°-95°=85°$이므로
$\angle BAD=\angle DCE$
⑤ $\angle BCD=180°-(50°+60°)=70°$이므로
$\angle BAD+\angle BCD=170°\neq180°$
이상에서 원에 내접하는 □ABCD는 ①, ④이다.
답 ①, ④

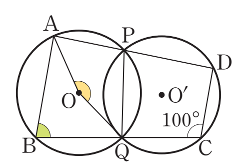
15 $\angle ADB=\angle ACB=65°$이므로 □ABCD는 원에 내접한다.
즉 $\angle ABC+\angle ADC=180°$이므로
$\angle ABC=180°-(65°+45°)=70°$　　답 70°

16 □PQCD가 원 O′에 내접하므로
$\angle APQ=\angle DCQ$
$=110°$
□ABQP가 원 O에 내접하므로
$\angle ABQ=180°-110°=70°$
$\angle ABE=\angle DCQ=110°$
즉 동위각의 크기가 같으므로
$\overline{AB}/\!/\overline{CD}$　　답 ①, ③

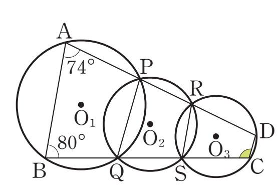


17 $\overline{PQ}$를 그으면
□PQCD가 원 O′에 내접하므로
$\angle APQ=\angle DCQ$
$=100°$
또 □ABQP가 원 O에 내접하므로
$\angle ABQ=180°-100°=80°$　　··· 3점
$\angle AOQ=2\angle ABQ=160°$이므로　　··· 2점
$\angle ABQ+\angle AOQ=240°$　　··· 1점
답 240°

$\angle ABQ+\angle APQ=180°$



18



$\overline{RS}$를 그으면 □RSCD가 원 O_3에 내접하므로
$\angle DCS=\angle PRS$
$\overline{PQ}$를 그으면 □PQSR가 원 O_2에 내접하므로
$\angle PRS=\angle PQB$
□ABQP가 원 O_1에 내접하므로
$\angle PQB=180°-74°=106°$
$\therefore \angle DCS=\angle PQB=106°$　　답 106°

LECTURE 17 접선과 현이 이루는 각

개념 확인 문제 LECTURE BOOK 82쪽

1 답 (1) $50°$ (2) $80°$ (3) $65°$

2 답 (1) $\angle x=60°$, $\angle y=75°$
(2) $\angle x=70°$, $\angle y=70°$

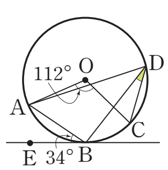
필수 유형 공략 LECTURE BOOK 83~85쪽

01 $\angle ACB : \angle CAB : \angle ABC=\overset{\frown}{AB} : \overset{\frown}{BC} : \overset{\frown}{CA}$
$=5:4:6$
이므로 $\angle CAB=180° \times \frac{4}{15}=48°$
$\therefore \angle CBT=\angle CAB=48°$
답 ②

> 원주각의 크기는 호의 길이에 정비례한다.

02 $\overline{AP}=\overline{AT}$이므로 $\angle ATP=\angle APT=28°$
$\angle ABT=\angle ATP=28°$이므로 $\triangle BPT$에서
$28°+28°+(28°+\angle x)=180°$
$\therefore \angle x=96°$
답 ①

03 $\overline{AD}$를 그으면
$\angle ADB=\angle ABE=34°$
$\angle ADC=\frac{1}{2}\angle AOC=56°$
$\therefore \angle BDC=56°-34°=22°$

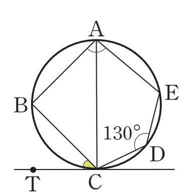


답 $22°$

04 □ABCD가 원에 내접하므로
$\angle BCD=180°-70°=110°$
$\triangle BCD$에서 $\angle BDC=180°-(20°+110°)=50°$
$\therefore \angle x=\angle BDC=50°$
답 ②

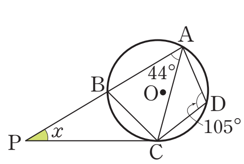
> 원에 내접하는 사각형의 대각의 크기의 합은 $180°$이다.

05 $\overline{AC}$를 그으면 □ACDE가 원에 내접하므로
$\angle EAC=180°-130°=50°$
$\angle BAC=95°-50°=45°$
$\therefore \angle BCT=\angle BAC=45°$



답 ③

06 $\overline{BC}$를 그으면
$\angle BCP=\angle BAC$
$=44°$
□ABCD가 원 O에 내접하므로
$\angle ABC=180°-105°=75°$

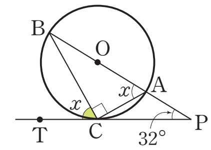


$\triangle BPC$에서 $\angle x=75°-44°=31°$
답 $31°$

07 $\angle ABT=\angle ATP=20°$, $\angle ATB=90°$이므로
$\angle BAT=180°-(20°+90°)=70°$
$\therefore \overset{\frown}{AT} : \overset{\frown}{BT}=\angle ABT : \angle BAT$
$=20° : 70°=2:7$
답 ④

> 반원에 대한 원주각의 크기는 $90°$이다.

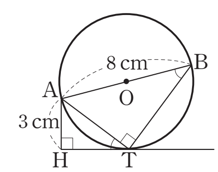
08 $\overline{AC}$를 긋고
$\angle BCT=\angle x$라 하면
$\angle BAC=\angle BCT=\angle x$
$\angle BCA=90°$이므로
$\angle ABC=90°-\angle x$
$\triangle BCP$에서 $(90°-\angle x)+32°=\angle x$
$2\angle x=122°$ $\therefore \angle x=61°$



답 ④

> 삼각형의 한 외각의 크기는 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같다.

09 $\overline{AT}$, $\overline{BT}$를 그으면
$\angle ATB=90°$
$\angle ATH=\angle ABT$
이므로
$\triangle AHT \backsim \triangle ATB$
(AA 닮음) … 3점
$3 : \overline{AT}=\overline{AT} : 8$, $\overline{AT}^2=24$
$\therefore \overline{AT}=2\sqrt{6}\,(cm)\,(\because \overline{AT}>0)$ … 3점
$\triangle AHT$에서
$\overline{HT}=\sqrt{(2\sqrt{6})^2-3^2}=\sqrt{15}\,(cm)$ … 2점



답 $\sqrt{15}\,cm$

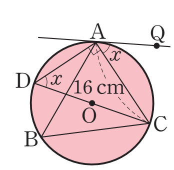
> $\overline{AH} : \overline{AT}=\overline{AT} : \overline{AB}$

10 $\angle BAC=\angle BCP=45°$이므로
$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 9 \times 12 \times \sin 45°=27\sqrt{2}\,(cm^2)$
답 $27\sqrt{2}\,cm^2$

> $\triangle ABC$
> $=\frac{1}{2}\times \overline{AB} \times \overline{AC}$
> $\times \sin A$
> (단, $0°<A\le 90°$)

11 $\angle BAT=\angle BTP=30°$, $\angle ATB=90°$
$\overline{AB}=12\,cm$이므로 $\triangle ATB$에서
$\overline{AT}=12\cos 30°=12\times\frac{\sqrt{3}}{2}=6\sqrt{3}\,(cm)$
$\overline{BT}=12\sin 30°=12\times\frac{1}{2}=6\,(cm)$
$\therefore \triangle ATB=\frac{1}{2}\times 6\sqrt{3}\times 6=18\sqrt{3}\,(cm^2)$
답 ⑤

12 지름 CD에 대하여
$\angle ADC=\angle CAQ$
$=\angle x$
$\tan x=\frac{4}{3}$이므로 $\triangle ADC$에서
$\overline{AD}=\frac{16}{\tan x}=16\times\frac{3}{4}=12\,(cm)$
$\overline{CD}=\sqrt{12^2+16^2}=20\,(cm)$



따라서 원 O의 반지름의 길이는 10 cm이므로 구하는 넓이는

$\pi\times10^2=100\pi\,(\text{cm}^2)$

답 $100\pi\,\text{cm}^2$

13 $\angle\text{AFD}=\angle\text{DEF}=70°$

이때 $\overline{\text{AD}}=\overline{\text{AF}}$이므로

원 밖의 한 점에서 그 원에 그은 두 접선의 길이는 같다.

$\angle\text{ADF}=\angle\text{AFD}=70°$

$\triangle\text{ADF}$에서

$\angle\text{A}=180°-2\times70°=40°$

답 ③

14 $\triangle\text{ADF}$에서 $\overline{\text{AD}}=\overline{\text{AF}}$이므로

$\angle\text{ADF}=\frac{1}{2}\times(180°-70°)=55°$

$\therefore\ \angle\text{DEF}=\angle\text{ADF}=55°$

$\triangle\text{DEF}$에서

$\angle\text{FDE}=180°-(60°+55°)=65°$

답 ②

15 $\triangle\text{PBA}$에서 $\overline{\text{PA}}=\overline{\text{PB}}$이므로

$\angle\text{ABP}=\frac{1}{2}\times(180°-50°)=65°$

$\therefore\ \angle\text{AQB}=\angle\text{ABP}=65°$ … 3점

$\angle x : \angle\text{BAQ}=\widehat{\text{AQ}} : \widehat{\text{QB}}=2:3$이므로

$\angle\text{BAQ}=\frac{3}{2}\angle x$ … 2점

$\triangle\text{ABQ}$에서 $\angle x+\frac{3}{2}\angle x+65°=180°$

$\frac{5}{2}\angle x=115°\qquad\therefore\ \angle x=46°$ … 3점

답 $46°$

16 $\angle\text{BAP}=\angle\text{BPT}'=\angle\text{DPT}=\angle\text{DCP}=82°$

이므로 $\triangle\text{ABP}$에서

$\angle\text{APB}=180°-(38°+82°)=60°$

답 ③

17 ① $\angle\text{ABP}=\angle\text{APE}=\angle\text{CPF}=\angle\text{CDP}$

엇각의 크기가 같으므로 $\overline{\text{AB}}\,/\!/\,\overline{\text{CD}}$

③ $\angle\text{BAP}=\angle\text{BPF}=\angle\text{DPE}=\angle\text{PCD}$

④ $\triangle\text{ABP}$와 $\triangle\text{CDP}$에서

$\angle\text{ABP}=\angle\text{CDP}$, $\angle\text{APB}=\angle\text{CPD}$(맞꼭지각)

이므로 $\triangle\text{ABP}\backsim\triangle\text{CDP}$(AA 닮음)

⑤ $\triangle\text{ABP}\backsim\triangle\text{CDP}$이므로

$\overline{\text{AP}} : \overline{\text{CP}}=\overline{\text{BP}} : \overline{\text{DP}}$

답 ②

18 $\angle\text{PBD}=\angle\text{CPT}'=\angle\text{PAC}=43°$이므로

$\triangle\text{BDP}$에서 $\angle x=105°-43°=62°$

답 $62°$

LECTURE 18

원과 비례

개념 확인 문제

LECTURE BOOK 86쪽

1 답 (1) 2 (2) 10 (3) 1 (4) 10

2 답 (1) 10 (2) 3

필수 유형 공략

LECTURE BOOK 87~89쪽

01 $\overline{\text{PA}}=\overline{\text{PB}}=x\,\text{cm}$라 하면

$\overline{\text{PA}}\times\overline{\text{PB}}=\overline{\text{PC}}\times\overline{\text{PD}}$

$x^2=5\times9=45\qquad\therefore\ x=3\sqrt{5}\ (\because x>0)$

$\therefore\ \overline{\text{AB}}=2\overline{\text{PA}}=2\times3\sqrt{5}=6\sqrt{5}\,(\text{cm})$

답 ③

02 $x\times(x+13)=3\times(3+7)$, $x^2+13x-30=0$

$(x+15)(x-2)=0\qquad\therefore\ x=2\ (\because x>0)$

답 2

03 $\overline{\text{PD}}=2x$, $\overline{\text{PC}}=5x$라 하면

$5x\times2x=4\times10$, $x^2=4\qquad\therefore\ x=2\ (\because x>0)$

$\therefore\ \overline{\text{PD}}=4$

답 ③

04 $\overline{\text{OP}}=x\,\text{cm}$라 하면

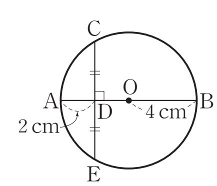
$\overline{\text{PA}}=(9+x)\text{cm}$, $\overline{\text{PB}}=(9-x)\text{cm}$

$(9+x)(9-x)=4\times8$이므로

$x^2=49\qquad\therefore\ x=7\ (\because x>0)$

답 ③

05 나머지 반원을 그리고 $\overline{\text{CD}}$의 연장선과 원 O가 만나는 점을 E라 하자.



$\overline{\text{DB}}=6\,\text{cm}$이므로

$\overline{\text{CD}}=\overline{\text{DE}}=x\,\text{cm}$라 하면

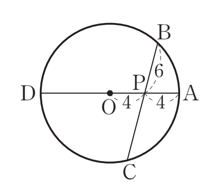
$\overline{\text{OD}}\perp\overline{\text{CE}}$이므로 $\overline{\text{CD}}=\overline{\text{DE}}$

$x^2=2\times6=12$

$\therefore\ x=2\sqrt{3}\ (\because x>0)$

답 ④

06 $\overline{\text{OA}}$의 연장선이 원 O와 만나는 점을 D라 하면



$\overline{\text{PD}}=8+4=12$

$4\times12=6\times\overline{\text{PC}}$이므로

$\overline{\text{PC}}=8$

답 8

07 $\overline{\text{PA}}=7-x$, $\overline{\text{PB}}=7+x$이므로

$(7-x)(7+x)=3\times8$

$x^2=25\qquad\therefore\ x=5\ (\because x>0)$

답 ③

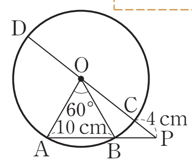
Q BOX

08 △OAB는 이등변삼각형이고

∠AOB=60°이므로 △OAB는 정삼각형이다.

$\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{AB}=10\,\text{cm}$

이므로 $\overline{CO}$의 연장선이 원 O와 만나는 점을 D라 하면



$\overline{CD}=2\overline{OA}=20(\text{cm})$

$\overline{PB}=x\,\text{cm}$라 하면

$x(x+10)=4\times(4+20)$이므로

$x^2+10x-96=0,\ (x+16)(x-6)=0$

$\therefore x=6\ (\because x>0)$

답 ③

> ∠OAB
> $=$∠OBA
> $=\frac{1}{2}\times(180°-60°)$
> $=60°$

09 원 O에서

$7\times(7+x)=9\times(9+5)\quad \therefore x=11$ ⋯ 2점

원 O′에서

$6\times(6+y)=9\times(9+5)\quad \therefore y=15$ ⋯ 2점

$\therefore x+y=26$ ⋯ 1점

답 26

10 $\overline{OC}=\overline{OO'}-\overline{CO'}=7-6=1$이므로 $\overline{PC}=x$라 하면

$\overline{PA}=\overline{AC}+\overline{PC}=5+x$

$\overline{PB}=\overline{OB}-(\overline{OC}+\overline{PC})=4-(1+x)=3-x$

$\overline{PD}=\overline{CD}-\overline{PC}=12-x$

원 O, O′에서

$\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PC}\times\overline{PD}$이므로

$(5+x)(3-x)=x(12-x)$

$14x=15\quad \therefore x=\frac{15}{14}$

답 ②

> 원 O에서
> $\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PE}\times\overline{PF}$
> 원 O′에서
> $\overline{PC}\times\overline{PD}=\overline{PE}\times\overline{PF}$

11 $3\times4=\overline{AD}\times6$이므로 $\overline{AD}=2(\text{cm})$

$\overline{PA}=x\,\text{cm}$라 하면

$(4\sqrt{3})^2=x(x+8)$이므로

$x^2+8x-48=0,\ (x+12)(x-4)=0$

$\therefore x=4\ (\because x>0)$

답 4 cm

> $\overline{PT}^2=\overline{PA}\times\overline{PB}$

12 ∠PTA=∠ABT=∠P이므로 △APT는 이등변삼각형이다.

$\therefore \overline{AP}=\overline{AT}=4\,\text{cm}$

$\overline{PT}^2=4\times(4+6)=40$이므로

$\overline{PT}=2\sqrt{10}(\text{cm})\ (\because \overline{PT}>0)$

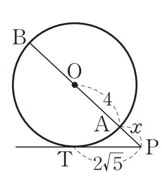
답 ③

13 $\overline{AB}=x\,\text{cm}$라 하면

$4^2=(8-x)\times8,\ 8x=48\quad \therefore x=6$

답 6 cm

14 $\overline{AO}$의 연장선이 원 O와 만나는 점을 B라 하면



$(2\sqrt{5})^2=x(x+8)$

$x^2+8x-20=0$

$(x+10)(x-2)=0$

$\therefore x=2\ (\because x>0)$

답 ④

15 $\overline{PA}=x$라 하면

$6^2=x(x+9),\ x^2+9x-36=0$

$(x+12)(x-3)=0\quad \therefore x=3\ (\because x>0)$

△PTA와 △PBT에서

∠P는 공통, ∠PTA=∠PBT

이므로 △PTA∽△PBT (AA 닮음)

$3:6=\overline{AT}:10\quad \therefore \overline{AT}=5$

답 ④

16 $\overline{PT}^2=2\times(2+6)=16$이므로

$\overline{PT}=4\ (\because \overline{PT}>0)$ ⋯ 2점

△PTA와 △PBT에서

∠P는 공통, ∠PAT=∠PTB

이므로 △PTA∽△PBT (AA 닮음) ⋯ 2점

$\overline{AT}:3=4:2\quad \therefore \overline{AT}=6$ ⋯ 2점

답 6

17 $\overline{PT}^2=\overline{PC}\times\overline{PD}=\overline{PA}\times\overline{PB}$

$=4\times(4+8)=48$

$\therefore \overline{PT}=4\sqrt{3}\ (\because \overline{PT}>0)$

답 ④

> 원 O에서
> $\overline{PT}^2=\overline{PA}\times\overline{PB}$
> 원 O′에서
> $\overline{PT'}^2=\overline{PA}\times\overline{PB}$

18 $\overline{PT}^2=\overline{PT'}^2=6\times(6+9)=90$이므로

$\overline{PT}=\overline{PT'}=3\sqrt{10}(\text{cm})\ (\because \overline{PT}>0,\ \overline{PT'}>0)$

$\therefore \overline{TT'}=6\sqrt{10}(\text{cm})$

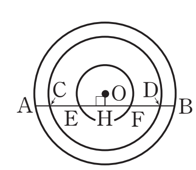
답 ⑤

대단원별 기출문제 정복

LECTURE BOOK 90~93쪽

01 ②	**02** ②	**03** ③	**04** $3\sqrt{7}$ cm	
05 ⑤	**06** ③	**07** ⑤	**08** ③	**09** ④
10 ④	**11** ①	**12** 360°	**13** ①	**14** ②
15 ③	**16** $\frac{27}{2}$ cm²		**17** ③	**18** ⑤
19 $2\sqrt{85}$ cm		**20** 50°	**21** $2\sqrt{21}$	
22 $36\sqrt{5}$ cm²		**23** 100°	**24** ②	

01 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{AH}=\frac{1}{2}\overline{AB}=10(\text{cm})$,

$\overline{CH}=\frac{1}{2}\overline{CD}=8(\text{cm})$,

$\overline{EH}=\frac{1}{2}\overline{EF}=4(\text{cm})$

$\therefore \overline{AC}=\overline{AH}-\overline{CH}=2(\text{cm})$

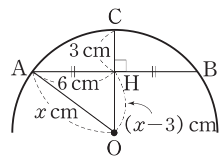
$\overline{FD}=\overline{CE}=\overline{CH}-\overline{EH}=4(\text{cm})$

답 ②

> 원의 중심에서 현에 내린 수선은 그 현을 이등분한다.

LECTURE BOOK

02 원의 중심을 O라 하고 반지름의 길이를 $x$cm 라 하면



$\overline{OA}=x$cm,
$\overline{OH}=(x-3)$cm
이므로 △OAH에서
$x^2=(x-3)^2+6^2$, $6x=45$
$\therefore x=\dfrac{15}{2}$

답 ②

03 $\overline{OL}=\overline{OM}$이므로 $\overline{AB}=\overline{BC}$
△ABC에서 ∠ABC$=180°-2\times55°=70°$
따라서 □LBMO에서
∠LOM$=360°-(90°+70°+90°)=110°$

답 ③

04 ∠OTP$=90°$이고 $\overline{OT}=\overline{OA}=9$cm이므로
△OTP에서 $\overline{PT}=\sqrt{12^2-9^2}=3\sqrt{7}$(cm)

답 $3\sqrt{7}$cm

[다른 풀이]
$\overline{AO}$의 연장선과 원 O의 교점을 B라 하면
$\overline{PT}^2=\overline{PA}\times\overline{PB}$이므로
$\overline{PT}^2=3\times(3+9+9)=63$
$\therefore \overline{PT}=3\sqrt{7}$(cm) ($\because \overline{PT}>0$)

05 ㈂ 점 A에서 원 O에 그은 두 접선의 길이는 같으므로 $\overline{AD}=\overline{AE}$
㈃ $\overline{BF}=\overline{BD}$, $\overline{CF}=\overline{CE}$이므로

$$\begin{aligned}\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}&=\overline{AB}+\overline{BF}+\overline{CF}+\overline{CA}\\&=\overline{AB}+\overline{BD}+\overline{CE}+\overline{CA}\\&=\overline{AD}+\overline{AE}\\&=2\overline{AD}\end{aligned}$$

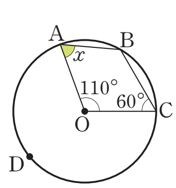
이상에서 옳은 것은 ㈂, ㈃이다.

답 ⑤

06 $\overline{BD}=\overline{BF}=x$cm라 하면
$\overline{AE}=\overline{AF}=(11-x)$cm,
$\overline{CE}=\overline{CD}=(8-x)$cm
$(11-x)+(8-x)=7$이므로
$2x=12$ $\quad\therefore x=6$

답 ③

07 $\overparen{ADC}$에 대한 중심각의 크기는



$360°-110°=250°$
$\therefore$ ∠B$=\dfrac{1}{2}\times250°=125°$
□AOCB에서
∠$x=360°-(110°+60°+125°)=65°$

답 ⑤

08 ∠DAC$=$∠DBC$=42°$, ∠ADC$=90°$이므로
△ADC에서 ∠$x=180°-(90°+42°)=48°$

답 ③

원의 중심에서 같은 거리에 있는 현의 길이는 같다.

원의 접선은 그 접점을 지나는 반지름과 수직이다.

원에 내접하는 사각형의 한 외각의 크기는 그 내대각의 크기와 같다.

원의 접선과 현이 이루는 각의 크기는 그 각의 내부에 있는 호에 대한 원주각의 크기와 같다.

09 ∠ADB : ∠$x$$=\overparen{AB}:\overparen{CD}=1:3$이므로
∠ADB$=\dfrac{1}{3}$∠x
△DPB에서
∠$x=\dfrac{1}{3}$∠$x+38°$ $\quad\therefore$ ∠$x=57°$

답 ④

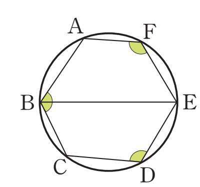
10 □ABCD가 원에 내접하므로
∠$y=180°-105°=75°$
∠AEC$=$∠$y=75°$이므로 △APE에서
∠$x=118°-75°=43°$
$\therefore$ ∠$y-$∠$x=75°-43°=32°$

답 ④

11 △ABP에서
∠A$=180°-(85°+22°)=73°$
□ABCD가 원에 내접하므로
∠DCP$=$∠A$=73°$

답 ①

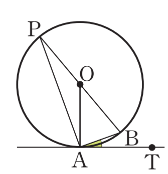
12 $\overline{BE}$를 그으면 □ABEF가 원에 내접하므로



∠ABE$+$∠F$=180°$
□BCDE가 원에 내접하므로
∠CBE$+$∠D$=180°$
$\therefore$ ∠B$+$∠D$+$∠F
$=$∠ABE$+$∠CBE$+$∠D$+$∠F
$=180°+180°=360°$

답 360°

13 ∠AOB$=\dfrac{1}{9}\times360°=40°$

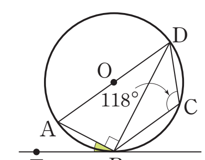


$\overparen{AB}$를 제외한 원 O 위의 한 점 P에 대하여
∠APB$=\dfrac{1}{2}$∠AOB$=20°$
$\therefore$ ∠BAT$=$∠APB$=20°$

답 ①

[다른 풀이]
∠AOB$=\dfrac{1}{9}\times360°=40°$이고 △OAB는 이등변 삼각형이므로
∠OAB$=\dfrac{1}{2}\times(180°-40°)=70°$
∠OAT$=90°$이므로
∠BAT$=$∠OAT$-$∠OAB$=20°$

14 □ABCD가 원 O에 내접하므로



∠A$=180°-118°=62°$
$\overline{BD}$를 그으면
∠ABD$=90°$이므로
∠ADB$=180°-(90°+62°)=28°$
$\therefore$ ∠ABT$=$∠ADB$=28°$

답 ②

15 $\overline{DP}=x\,\text{cm}$라 하면 $\overline{CP}=(14-x)\text{cm}$이므로
$8\times5=x\times(14-x)$, $x^2-14x+40=0$
$(x-4)(x-10)=0$
$\therefore x=4$ 또는 $x=10$
이때 $\overline{DP}>\overline{CP}$이므로 $\overline{DP}=10(\text{cm})$

답 ③

16 $6^2=4\times(4+\overline{AB})$ $\therefore \overline{AB}=5(\text{cm})$
$\therefore \triangle ATP=\frac{1}{2}\times6\times9\times\sin30^\circ$
$=\frac{1}{2}\times6\times9\times\frac{1}{2}=\frac{27}{2}(\text{cm}^2)$

답 $\frac{27}{2}\text{cm}^2$

> 두 변의 길이가 a, b이고 그 끼인 각의 크기가 x인 삼각형의 넓이
> ➡ $\frac{1}{2}ab\sin x$
> (단, $0^\circ<x\le90^\circ$)

[다른 풀이]
$\triangle ATP\backsim\triangle TBP$이고 닮음비가
$\overline{TP}:\overline{BP}=6:4=3:2$
이므로 넓이의 비는 $9:4$
$\triangle TBP=\frac{1}{2}\times6\times4\times\sin30^\circ=6(\text{cm}^2)$이므로
$\triangle ATP:6=9:4$ $\therefore \triangle ATP=\frac{27}{2}(\text{cm}^2)$

> $\angle TAP=\angle BTP$,
> $\angle P$는 공통이므로
> $\triangle ATP\backsim\triangle TBP$
> (AA 닮음)

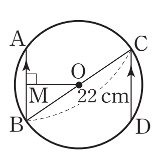
17 $\overline{OH}\perp\overline{AB}$이므로 $\triangle OHB$에서
$\overline{BH}=\sqrt{10^2-8^2}=6(\text{cm})$
$\overline{AB}=2\overline{BH}=12(\text{cm})$이므로
$\overline{PT}^2=4\times(4+12)=64$
$\therefore \overline{PT}=8(\text{cm})$ ($\because \overline{PT}>0$)

답 ③

18 원 O에서
$x^2=4\times(4+6)=40$
$\therefore x=2\sqrt{10}$ ($\because x>0$)
원 O′에서
$40=2\times(2+y)$ $\therefore y=18$
$\therefore xy=2\sqrt{10}\times18=36\sqrt{10}$

답 ⑤

19 원의 중심 O에서 현 AB에 내린 수선의 발을 M이라 하자.



$\overline{MB}=\frac{1}{2}\overline{AB}=6(\text{cm})$ … 1점
$\triangle MBO$에서
$\overline{OM}=\sqrt{11^2-6^2}=\sqrt{85}(\text{cm})$ … 2점
따라서 두 현 AB, CD 사이의 거리는 $2\sqrt{85}\,\text{cm}$이다. … 2점

답 $2\sqrt{85}\,\text{cm}$

> 이등변삼각형의 꼭짓점에서 밑변에 그은 수선은 밑변을 이등분한다.

> 길이가 같은 두 현은 원의 중심으로부터 같은 거리에 있다.

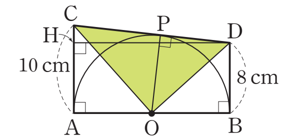
20 $\square ABCD$가 원에 내접하려면
$\angle DBC=\angle DAC=27^\circ$
$\angle BAC=\angle BDC=\angle x$ … 3점
$\triangle ABP$에서
$(\angle x+27^\circ)+(44^\circ+27^\circ)+32^\circ=180^\circ$
$\therefore \angle x=50^\circ$ … 3점

답 50°

21 $\overline{BP}=x$라 하면 $\overline{AP}=20-x$
$(20-x):x=7:3$이므로 $10x=60$
$\therefore x=6$ … 3점
$\overline{PC}^2=14\times6=84$이므로
$\overline{PC}=2\sqrt{21}$ ($\because \overline{PC}>0$) … 3점

답 $2\sqrt{21}$

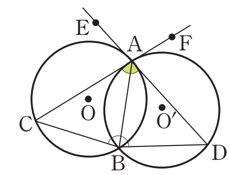
22 $\overline{PC}=\overline{AC}=10\,\text{cm}$, $\overline{PD}=\overline{BD}=8\,\text{cm}$이므로
$\overline{CD}=10+8=18(\text{cm})$
점 D에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{CH}=2\,\text{cm}$이므로
$\triangle CHD$에서
$\overline{DH}=\sqrt{18^2-2^2}=8\sqrt{5}(\text{cm})$
$\overline{OP}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\overline{DH}=4\sqrt{5}(\text{cm})$이므로
$\triangle COD=\frac{1}{2}\times18\times4\sqrt{5}=36\sqrt{5}(\text{cm}^2)$

답 $36\sqrt{5}\,\text{cm}^2$

23 $\overline{AB}$를 그으면 직선 DE가 원 O의 접선이므로

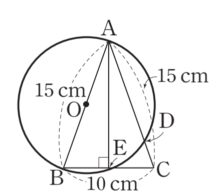


$\angle EAC=\angle ABC$
직선 CF가 원 O′의 접선이므로
$\angle FAD=\angle ABD$
$\therefore \angle EAC+\angle FAD$
$=\angle ABC+\angle ABD=160^\circ$
$\angle EAC+\angle FAD+2\angle DAC=360^\circ$이므로
$\angle DAC=100^\circ$

> $\angle DAC=\angle EAF$
> (맞꼭지각)

답 100°

24 $\overline{BC}$와 원 O의 교점을 E라 하고 $\overline{AE}$를 그으면



$\angle AEB=90^\circ$
$\therefore \overline{CE}=\frac{1}{2}\overline{BC}=5(\text{cm})$
$\overline{CD}\times15=5\times10$이므로
$\overline{CD}=\frac{10}{3}(\text{cm})$

답 ②

Ⅳ 통계

LECTURE 01 대푯값

기본 UP 계산 연습 WORK BOOK 2쪽

01 답 (1) 11 (2) 6 (3) 7

02 답 12회

03 답 (1) 10 (2) 6.5 (3) 45

04 답 (1) 11 (2) 8, 10 (3) 없다.

내신 UP 유형 연습 WORK BOOK 2~3쪽

05 $\frac{x+y+z+w}{4}=12$에서 $x+y+z+w=48$

이므로 구하는 평균은

$\frac{(3x-1)+(3y-1)+(3z-1)+(3w-1)}{4}$

$=\frac{3(x+y+z+w)-4}{4}=\frac{140}{4}=35$

답 35

06 (평균)$=\frac{3+2+4+x+3+5+1}{7}=3$

$18+x=21 \qquad \therefore x=3$

답 ③

07 51명의 몸무게의 총합은

$50\times51=2550(\text{kg})$

이므로 동아리를 탈퇴한 학생의 몸무게를 x kg이라 하면

$\frac{2550-x}{50}=49.8 \qquad \therefore x=60$

답 ④

08 x를 제외한 변량을 작은 값부터 순서대로 나열하면

14, 17, 21, 23, 26, 27, 30

중앙값이 24이므로 $23<x<26$

4번째와 5번째 변량의 평균이 중앙값이므로

$\frac{23+x}{2}=24 \qquad \therefore x=25$

답 ⑤

09 B모둠의 학생 수가 $5+0+6+4+3=18$이므로

$2+4+x+5+3=18 \qquad \therefore x=4$

A모둠에서 도수가 가장 큰 변량은 3회이므로

$a=3$

B모둠에서 도수가 가장 큰 변량은 2회이므로

$b=2$

$\therefore a+b=5$

답 5

10 최빈값이 89점이므로 $x=89$

따라서 4회까지의 점수의 평균은

$\frac{82+96+89+89}{4}=89$(점)

5회까지의 점수의 평균은 $89-2=87$(점)이므로

5회의 점수를 a점이라 하면

$\frac{82+96+89+89+a}{5}=87 \qquad \therefore a=79$

답 ③

11 $a=\frac{0\times2+1\times5+2\times7+3\times3+4\times10+5\times2}{29}$

$=\frac{78}{29}=2.\times\times\times$ … 2점

15번째 변량이 3회이므로 $b=3$

도수가 가장 큰 변량이 4회이므로 $c=4$ … 3점

$\therefore a<b<c$ … 1점

답 $a<b<c$

12 주연 : (평균)$=\frac{8+9+10+8+5}{5}=8$(점)

중앙값은 8점, 최빈값은 8점이다.

상범 : (평균)$=\frac{8+3+7+5+7}{5}=6$(점)

중앙값은 7점, 최빈값은 7점이다.

답 ②

13 ① 대푯값은 자료 전체의 특징을 나타내는 값이다.

② 평균은 극단적인 값에 영향을 받는다.

③ 최빈값에 대한 설명이다.

⑤ 평균에 대한 설명이다.

답 ④

Q BOX

{(계급값)×(도수)}의 총합 / (도수)의 총합

$x\le21$이면 중앙값은 $\frac{21+23}{2}=22$

$21<x\le23$이면 중앙값은 $22<\frac{x+23}{2}\le23$

$x\ge26$이면 중앙값은 $\frac{23+26}{2}=24.5$

$\therefore 23<x<26$

LECTURE 02 분산과 표준편차

기본 UP 계산 연습 WORK BOOK 4쪽

01 답 (1) 평균 : 10, 표준편차 : $\sqrt{10}$

(2) 평균 : 22, 표준편차 : $\sqrt{31.6}$

(3) 평균 : 80, 표준편차 : $\sqrt{27.2}$

(4) 평균 : 52, 표준편차 : $\frac{7\sqrt{6}}{3}$

02 답 (1) $A=3,\ B=11,\ C=33,\ D=4,\ E=16$

(2) 3만 원 (3) 2.4 (4) $\sqrt{2.4}$만 원

내신 UP 유형 연습 WORK BOOK 4~5쪽

03 ① $(-5)+2+1+x+0+(-3)=0$

$\therefore x=5$

② (편차)=(변량)−(평균)>0이므로 B학생의 점수는 평균보다 높다.

③ 주어진 자료로 알 수 없다.

④ A학생과 C학생의 점수의 차는 6점이다.

$1-(-5)=6$

답 ⑤

04 $(\text{평균})=\dfrac{(a-3)+(a+4)+a+(a-2)+(a+1)}{5}$

$=\dfrac{5a}{5}=a$

$\therefore (\text{분산})=\dfrac{(-3)^2+4^2+0^2+(-2)^2+1^2}{5}$

$=\dfrac{30}{5}=6$

답 6

$(\text{분산})=\dfrac{(\text{편차})^2\text{의 총합}}{(\text{변량})\text{의 개수}}$

05 $\dfrac{a+b+c}{3}=9$에서 $a+b+c=27$이므로

$(\text{평균})=\dfrac{(4a+3)+(4b+3)+(4c+3)}{3}$

$=\dfrac{4(a+b+c)+9}{3}=\dfrac{4\times27+9}{3}=39$

$\dfrac{(a-9)^2+(b-9)^2+(c-9)^2}{3}=5^2$이므로

$(\text{분산})=\dfrac{1}{3}\{(4a+3-39)^2+(4b+3-39)^2$

$+(4c+3-39)^2\}$

$=\dfrac{(4a-36)^2+(4b-36)^2+(4c-36)^2}{3}$

$=\dfrac{16\{(a-9)^2+(b-9)^2+(c-9)^2\}}{3}$

$=16\times5^2=400$

$\therefore (\text{표준편차})=\sqrt{400}=20$

따라서 구하는 값은 $39\times20=780$

답 ③

$4a+3$, $4b+3$, $4c+3$의 평균이 39이므로 각 변량에서 39를 뺀다.

06 $\dfrac{4(x+y+z)}{12}=6$에서 $x+y+z=18$ ⋯⋯ ㉠

$\dfrac{4(x-6)^2+4(y-6)^2+4(z-6)^2}{12}=4$에서

$x^2+y^2+z^2-12(x+y+z)+108=12$ ⋯⋯ ㉡

㉠을 ㉡에 대입하면

$x^2+y^2+z^2-12\times18+108=12$

$\therefore x^2+y^2+z^2=120$

답 120

07 $(\text{평균})=\dfrac{45\times6+55\times10+65\times4}{20}=54(\text{kg})$

$(\text{분산})=\dfrac{(-9)^2\times6+1^2\times10+11^2\times4}{20}=49$

$\therefore (\text{표준편차})=\sqrt{49}=7(\text{kg})$

답 7 kg

도수분포표에서의 분산

➡ $\dfrac{\{(\text{편차})^2\times(\text{도수})\}\text{의 총합}}{(\text{도수})\text{의 총합}}$

08 20분 이상 30분 미만인 계급의 도수는

$20-(6+3+2+1)=8$(명) ⋯ 1점

$(\text{평균})=\dfrac{15\times6+25\times8+35\times3+45\times2+55\times1}{20}$

$=\dfrac{540}{20}=27$(분) ⋯ 2점

$(\text{분산})=\dfrac{1}{20}\{(-12)^2\times6+(-2)^2\times8+8^2\times3$

$+18^2\times2+28^2\times1\}$

$=\dfrac{2520}{20}=126$

$\therefore (\text{표준편차})=\sqrt{126}=3\sqrt{14}$(분) ⋯ 3점

답 $3\sqrt{14}$분

09 5개의 변량의 평균과 나머지 3개의 변량의 평균이 같으므로 전체 8개의 변량의 분산은

$\dfrac{5\times5+3\times9}{8}=\dfrac{52}{8}=6.5$

답 6.5

10 (ㄱ) A반의 표준편차가 가장 크므로 A반 학생들의 제기차기 개수의 분포 상태가 B, C반보다 고르지 않다.

(ㄴ) 제기차기 개수가 가장 많은 학생이 속한 반은 알 수 없다.

(ㄷ) C반의 평균이 가장 높으므로 제기차기를 가장 잘하는 반은 C반이다.

이상에서 옳은 것은 (ㄷ)뿐이다.

답 ②

11 1반의 그래프가 2반의 그래프보다 오른쪽으로 치우쳐 있고 폭이 더 좁으므로 1반이 2반보다 점수가 더 높고, 점수의 분포 상태도 더 고르다.

답 ①

[다른 풀이]

1반의 평균과 분산은

$(\text{평균})=\dfrac{55\times1+65\times2+75\times8+85\times6+95\times3}{20}$

$=\dfrac{1580}{20}=79$(점)

$(\text{분산})=\dfrac{1}{20}\{(-24)^2\times1+(-14)^2\times2$

$+(-4)^2\times8+6^2\times6+16^2\times3\}$

$=\dfrac{2080}{20}=104$

2반의 평균과 분산은

$(\text{평균})=\dfrac{55\times3+65\times6+75\times4+85\times4+95\times3}{20}$

$=\dfrac{1480}{20}=74$(점)

$(\text{분산})=\dfrac{1}{20}\{(-19)^2\times3+(-9)^2\times6$

$+1^2\times4+11^2\times4+21^2\times3\}$

$=\dfrac{3380}{20}=169$

따라서 1반이 2반보다 점수가 더 높고, 점수의 분포 상태도 더 고르다.

WORK BOOK

V 피타고라스 정리

LECTURE 03 피타고라스 정리

기본 UP 계산 연습 WORK BOOK 6쪽

01 답 (1) $\sqrt{3}$ (2) $2\sqrt{2}$

02 답 (1) $x=6\sqrt{3}$, $y=3\sqrt{3}$ (2) $x=2\sqrt{17}$, $y=8$
(3) $x=3\sqrt{2}$, $y=3\sqrt{5}$ (4) $x=\sqrt{2}$, $y=1$

03 답 (1) 25 (2) 64

내신 UP 유형 연습 WORK BOOK 6~7쪽

04 $\triangle ABC$에서 $\overline{BC}=\sqrt{12^2-6^2}=6\sqrt{3}$
$\overline{CD}=\frac{1}{2}\times 6\sqrt{3}=3\sqrt{3}$이므로 $\triangle ADC$에서
$\overline{AD}=\sqrt{(3\sqrt{3})^2+6^2}=3\sqrt{7}$ 답 ⑤

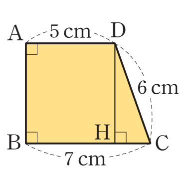
$\overline{AB}^2=\overline{BC}^2+\overline{AC}^2$이므로
$\overline{BC}=\sqrt{\overline{AB}^2-\overline{AC}^2}$

05 $\triangle ABC$에서 $\overline{AC}=\sqrt{1^2+(\sqrt{6})^2}=\sqrt{7}$
$\triangle ACD$에서 $\overline{AD}=\sqrt{(\sqrt{7})^2+(\sqrt{6})^2}=\sqrt{13}$
$\triangle ADE$에서 $\overline{AE}=\sqrt{(\sqrt{13})^2+(\sqrt{6})^2}=\sqrt{19}$
$\triangle AEF$에서 $\overline{AF}=\sqrt{(\sqrt{19})^2+(\sqrt{6})^2}=5$
$\therefore \triangle AFG=\frac{1}{2}\times 5\times\sqrt{6}=\frac{5\sqrt{6}}{2}$

답 $\frac{5\sqrt{6}}{2}$

06 $\overline{BC_1}=\overline{BD}=\sqrt{2^2+2^2}=2\sqrt{2}$
$\overline{BC_2}=\overline{BD_1}=\sqrt{(2\sqrt{2})^2+2^2}=2\sqrt{3}$
$\overline{BC_3}=\overline{BD_2}=\sqrt{(2\sqrt{3})^2+2^2}=4$
$\therefore \triangle BC_3D_3=\frac{1}{2}\times 2\times 4=4$ 답 ③

07 꼭짓점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면
$\overline{BH}=\overline{AD}=5\,\text{cm}$이므로
$\overline{CH}=7-5=2(\text{cm})$
$\triangle CDH$에서
$\overline{DH}=\sqrt{6^2-2^2}=4\sqrt{2}(\text{cm})$ … 4점
$\therefore \square ABCD=\frac{1}{2}\times(5+7)\times 4\sqrt{2}$
$=24\sqrt{2}(\text{cm}^2)$ … 2점
답 $24\sqrt{2}\,\text{cm}^2$



보조선을 그어 주어진 사다리꼴을 직사각형과 직각삼각형으로 나눈다.

08 $\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=\sqrt{5^2-3^2}=4(\text{cm})$
$\therefore \triangle BFM=\frac{1}{2}\square BFMN=\frac{1}{2}\square ADEB$
$=\frac{1}{2}\times 4^2=8(\text{cm}^2)$ 답 ③

$\triangle AEH\equiv\triangle BFE$
$\equiv\triangle CGF$
$\equiv\triangle DHG$
이므로 $\square EFGH$는 정사각형이다.

09 $\square EFGH$는 정사각형이므로
$\overline{EH}=\sqrt{13}(\text{cm})$
$\triangle AEH$에서 $\overline{AH}=\sqrt{(\sqrt{13})^2-2^2}=3(\text{cm})$
$\overline{AB}=5\,\text{cm}$이므로 $\square ABCD$의 넓이는
$5^2=25(\text{cm}^2)$

답 ②

$\triangle ABE\equiv\triangle BCF$
$\equiv\triangle CDG$
$\equiv\triangle DAH$
이므로 $\square ABCD$, $\square EFGH$는 정사각형이다.

10 $\square ABCD=169$이므로 $\overline{AB}=13$
$\square EFGH=169-4\times 30=49$이므로
$\overline{EF}=7$
$\overline{AE}=x$, $\overline{EB}=x+7$이므로 $\triangle ABE$에서
$x^2+(x+7)^2=13^2$, $x^2+7x-60=0$
$(x+12)(x-5)=0$ $\therefore x=5$ ($\because x>0$)

답 ③

11 $\triangle ABC\equiv\triangle CDE$이므로 $\overline{BC}=\overline{DE}=8\,\text{cm}$
$\triangle ABC$에서 $\overline{AC}=\sqrt{6^2+8^2}=10(\text{cm})$
이때 $\triangle ACE$는 $\overline{AC}=\overline{CE}=10\,\text{cm}$인 직각이등변 삼각형이므로
$\overline{AE}=\sqrt{10^2+10^2}=10\sqrt{2}(\text{cm})$

답 $10\sqrt{2}\,\text{cm}$

$\angle ACB+\angle DCE$
$=\angle ACB+\angle BAC$
$=90°$
이므로 $\angle ACE=90°$

12 $\overline{BG}=x\,\text{cm}$라 하면 $\overline{FG}=\overline{CG}=(9-x)\text{cm}$
$\overline{BF}=\overline{DC}=6\,\text{cm}$이므로 $\triangle BFG$에서
$x^2=6^2+(9-x)^2$, $18x=117$
$\therefore x=\frac{13}{2}$
$\therefore \triangle BEG=\frac{1}{2}\times 6\times\frac{13}{2}=\frac{39}{2}(\text{cm}^2)$

답 $\frac{39}{2}\,\text{cm}^2$

LECTURE 04 피타고라스 정리와 도형

기본 UP 계산 연습 WORK BOOK 8쪽

01 답 (ㄱ), (ㄴ), (ㅁ), (ㅂ)

02 답 4

03 답 (1) 직 (2) 예 (3) 예 (4) 둔

04 답 (1) $3\le x<\sqrt{13}$ (2) $\sqrt{39}<x<5\sqrt{3}$

05 답 (1) 89 (2) 261

06 답 65

07 답 $2\sqrt{7}$

08 답 (1) $\frac{25}{2}\pi\,\text{cm}^2$ (2) $27\,\text{cm}^2$

내신 Up 유형 연습 WORK BOOK 9~10쪽

09 (ㄱ) $2^2+4^2=(2\sqrt{5})^2$
(ㄷ) $3^2+3^2=(3\sqrt{2})^2$

답 ②

10 나머지 한 변의 길이를 x라 하면
(i) 가장 긴 변의 길이가 x일 때,
$x=\sqrt{4^2+8^2}=4\sqrt{5}$
(ii) 가장 긴 변의 길이가 8일 때,
$x=\sqrt{8^2-4^2}=4\sqrt{3}$

답 ①

11 삼각형의 변의 길이 조건에 의하여
$3<x<15$ …… ㉠ … 1점
$\triangle ABC$가 둔각삼각형이므로 $x^2>6^2+9^2$
$\therefore x>3\sqrt{13}$ ($\because x>0$) …… ㉡ … 2점
㉠, ㉡에 의하여 $3\sqrt{13}<x<15$ … 1점
따라서 이를 만족시키는 자연수 x는 11, 12, 13, 14이므로 구하는 값은
$11+12+13+14=50$ … 2점

답 50

삼각형의 한 변의 길이는 나머지 두 변의 길이의 차보다 크고 합보다 작다.

12 ① $a^2<b^2+c^2$이면 $\angle A<90°$이지만 $\triangle ABC$가 예각삼각형인지는 알 수 없다.
② $a^2<b^2+c^2$이면 $\angle A<90°$이지만 $\angle B<90°$인지는 알 수 없다.
④ $a^2>b^2+c^2$이면 $\triangle ABC$는 둔각삼각형이다.
⑤ $a^2>b^2+c^2$이면 $\angle A>90°$이므로 $\angle B<90°$이다.

답 ③

삼각형의 세 변의 길이가 a, b, c ($c\geq a$, $c\geq b$)일 때
① $c^2<a^2+b^2$
➡ 예각삼각형
② $c^2=a^2+b^2$
➡ 직각삼각형
③ $c^2>a^2+b^2$
➡ 둔각삼각형

13 $\triangle ABD$에서 $\overline{AD}=\sqrt{(6\sqrt{3})^2-9^2}=3\sqrt{3}$
$(3\sqrt{3})^2=9\times\overline{DC}$이므로 $\overline{DC}=3$
$\therefore \triangle ADC=\frac{1}{2}\times3\sqrt{3}\times3=\frac{9\sqrt{3}}{2}$

답 ②

14 $\overline{DC}=x$ cm라 하면 $5^2=x\left(x+\frac{15}{2}\right)$
$2x^2+15x-50=0$, $(x+10)(2x-5)=0$
$\therefore x=\frac{5}{2}$ ($\because x>0$)
$\triangle ADC$에서
$\overline{AD}=\sqrt{5^2-\left(\frac{5}{2}\right)^2}=\frac{5\sqrt{3}}{2}$ (cm)

답 $\frac{5\sqrt{3}}{2}$ cm

15 $\triangle ABC$에서 $\overline{BC}=\sqrt{12^2+9^2}=15$
$\therefore \overline{BE}^2+\overline{CD}^2=5^2+15^2=250$

답 ⑤

$\overline{BE}^2+\overline{CD}^2=\overline{DE}^2+\overline{BC}^2$

16 $3^2+(2\sqrt{15})^2=5^2+\overline{AD}^2$이므로 $\overline{AD}^2=44$
$\triangle AOD$에서 $\overline{AO}=\sqrt{44-6^2}=2\sqrt{2}$
$\therefore \triangle AOD=\frac{1}{2}\times6\times2\sqrt{2}=6\sqrt{2}$

답 $6\sqrt{2}$

$\overline{AP}^2+\overline{CP}^2=\overline{BP}^2+\overline{DP}^2$

17 학교의 위치를 P라 하면
$4^2+2^2=\overline{BP}^2+3^2$, $\overline{BP}^2=11$
$\therefore \overline{BP}=\sqrt{11}$ (km) ($\because \overline{BP}>0$)

답 ④

직각삼각형의 각 변을 지름으로 하는 세 반원을 그리면 작은 두 반원의 넓이의 합은 큰 반원의 넓이와 같다.

18 $S_3=\frac{1}{2}\times\pi\times8^2=32\pi$
$S_1+S_2=S_3$이므로
$S_1+S_2+S_3=2S_3=2\times32\pi=64\pi$

답 ④

19 $\overline{AB}$를 지름으로 하는 반원의 넓이는
$\frac{1}{2}\times\pi\times4^2=8\pi$ (cm^2) … 3점
따라서 $\overline{BC}$를 지름으로 하는 반원의 넓이는
$\frac{25}{2}\pi-8\pi=\frac{9}{2}\pi$ (cm^2) … 3점

답 $\frac{9}{2}\pi$ cm^2

20 $\overline{AB}=\overline{AC}=x$ cm라 하면
$\triangle ABC$에서 $x^2+x^2=10^2$
$x^2=50$ $\therefore x=5\sqrt{2}$ ($\because x>0$)
$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)
$=\triangle ABC$
$=\frac{1}{2}\times5\sqrt{2}\times5\sqrt{2}=25$ (cm^2)

답 ①

LECTURE 05 피타고라스 정리의 평면도형에서의 활용 (1)

기본 Up 계산 연습 WORK BOOK 11쪽

01 답 (1) $4\sqrt{5}$ (2) $3\sqrt{3}$ (3) $5\sqrt{2}$ (4) $2\sqrt{2}$

02 답 (1) $h=3\sqrt{3}$, $S=9\sqrt{3}$ (2) $h=6$, $S=12\sqrt{3}$

03 답 (1) $h=4$, $S=12$ (2) $h=2\sqrt{5}$, $S=8\sqrt{5}$

내신 Up 유형 연습 WORK BOOK 11~12쪽

04 $\sqrt{x^2+8^2}=\sqrt{5^2+7^2}$이므로
$x^2=10$ $\therefore x=\sqrt{10}$ ($\because x>0$)

답 $\sqrt{10}$

05 정사각형의 한 변의 길이를 x라 하면

$\overline{AB}=\sqrt{(3x)^2+x^2}=\sqrt{10}x$

$\sqrt{10}x=2\sqrt{30}$이므로 $\quad x=2\sqrt{3}$

$\therefore \overline{AC}=\sqrt{(4\sqrt{3})^2+(2\sqrt{3})^2}=2\sqrt{15}$ 답 ④

06 정사각형의 한 변의 길이를 a라 하면

$\sqrt{2}a=10\sqrt{2} \quad \therefore a=10$

따라서 원의 지름의 길이는 10이므로 원의 둘레의 길이는 10π이다. 답 10π

07 $\overline{AC}=\sqrt{8^2+15^2}=17$이므로 △ACD에서

$15^2=\overline{AH}\times 17 \quad \therefore \overline{AH}=\dfrac{225}{17}$

답 $\dfrac{225}{17}$

$\overline{AD}^2=\overline{AH}\times\overline{AC}$

08 정삼각형의 한 변의 길이를 a cm라 하면

$\dfrac{\sqrt{3}}{2}a=6\sqrt{2} \quad \therefore a=4\sqrt{6}$

따라서 정삼각형의 넓이는

$\dfrac{\sqrt{3}}{4}\times(4\sqrt{6})^2=24\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$ 답 ④

한 변의 길이가 a인 정삼각형에서

(높이)$=\dfrac{\sqrt{3}}{2}a$

(넓이)$=\dfrac{\sqrt{3}}{4}a^2$

09 $\overline{EC}=x$ cm라 하면

$\triangle GEC=\dfrac{\sqrt{3}}{4}x^2$

$\triangle ABC=\dfrac{\sqrt{3}}{4}\times(2x)^2=\sqrt{3}x^2$

이므로 색칠한 부분의 넓이는

$2\triangle ABC-\triangle GEC=2\sqrt{3}x^2-\dfrac{\sqrt{3}}{4}x^2$

$=\dfrac{7\sqrt{3}}{4}x^2$ … 4점

즉 $\dfrac{7\sqrt{3}}{4}x^2=7\sqrt{3}$이므로

$x^2=4 \quad \therefore x=2\ (\because x>0)$

따라서 정삼각형 ABC의 한 변의 길이는 4 cm이다. … 2점

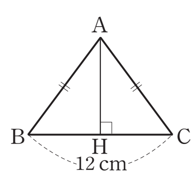
답 4 cm

10 정육각형은 합동인 6개의 정삼각형으로 이루어져 있으므로 원의 반지름의 길이는 정삼각형의 높이와 같다.

정육각형의 한 변의 길이를 x cm라 하면

$\dfrac{\sqrt{3}}{2}x=\dfrac{9}{2} \quad \therefore x=3\sqrt{3}$ 답 ⑤

11 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\dfrac{1}{2}\times 12\times\overline{AH}=48$이므로

$\overline{AH}=8\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{AB}=\sqrt{8^2+6^2}=10\,(\text{cm})$

따라서 △ABC의 둘레의 길이는

$10+10+12=32\,(\text{cm})$ 답 32 cm

△ABC가 이등변삼각형이므로
$\overline{BH}=\overline{CH}=6\,(\text{cm})$

12 $\overline{CH}=x$라 하면 $\overline{BH}=9-x$이므로

$\overline{AH}^2=6^2-(9-x)^2=(3\sqrt{7})^2-x^2$

$18x=108 \quad \therefore x=6$

△AHC에서 $\overline{AH}=\sqrt{(3\sqrt{7})^2-6^2}=3\sqrt{3}$이므로

$\triangle AHC=\dfrac{1}{2}\times 6\times 3\sqrt{3}=9\sqrt{3}$

답 ⑤

LECTURE 06 피타고라스 정리의 평면도형에서의 활용 (2)

기본 UP 계산 연습 WORK BOOK 13쪽

01 답 (1) $x=5,\ y=5$ (2) $x=\sqrt{2},\ y=2\sqrt{2}$

02 답 (1) $x=3,\ y=\sqrt{3}$ (2) $x=4\sqrt{3},\ y=4\sqrt{6}$

03 답 (1) $2\sqrt{5}$ (2) 10 (3) $\sqrt{34}$ (4) $3\sqrt{10}$

04 답 (1) $3\sqrt{2}$ (2) $6\sqrt{2}$ (3) 5 (4) $2\sqrt{34}$

좌표평면 위의 두 점 $(a,\ b)$, $(c,\ d)$ 사이의 거리
➡ $\sqrt{(c-a)^2+(d-b)^2}$

내신 UP 유형 연습 WORK BOOK 13~14쪽

05 △ABC에서

$4:\overline{AC}=2:\sqrt{3} \quad \therefore \overline{AC}=2\sqrt{3}$

△ACD에서

$2\sqrt{3}:\overline{CD}=\sqrt{2}:1 \quad \therefore \overline{CD}=\sqrt{6}$

△DCE에서

$\sqrt{6}:\overline{DE}=2:1 \quad \therefore \overline{DE}=\dfrac{\sqrt{6}}{2}$ 답 ⑤

세 내각의 크기가 30°, 60°, 90°인 직각삼각형의 세 변의 길이의 비
➡ $1:\sqrt{3}:2$

06 △ABD에서

$\overline{AB}:2=2:1 \quad \therefore \overline{AB}=4\,(\text{cm})$

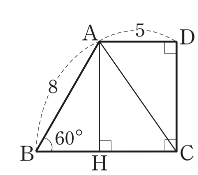
△ABC에서

$4:\overline{AC}=1:\sqrt{3} \quad \therefore \overline{AC}=4\sqrt{3}\,(\text{cm})$

$\therefore \triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times 4\times 4\sqrt{3}=8\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$

답 $8\sqrt{3}\,\text{cm}^2$

07 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



△ABH에서

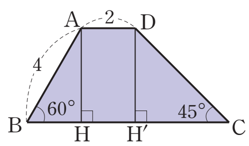
$8:\overline{AH}=2:\sqrt{3}$

$\therefore \overline{AH}=4\sqrt{3}$

$\overline{HC}=\overline{AD}=5$이므로 △AHC에서

$\overline{AC}=\sqrt{(4\sqrt{3})^2+5^2}=\sqrt{73}$ 답 ⑤

08 두 꼭짓점 A, D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 각각 H, H′이라 하자.



△ABH에서

$4:\overline{BH}=2:1 \quad \therefore \overline{BH}=2$

$4:\overline{AH}=2:\sqrt{3} \quad \therefore \overline{AH}=2\sqrt{3}$

△DH′C에서

$\overline{CH'}=\overline{DH'}=\overline{AH}=2\sqrt{3}$

따라서 $\overline{BC}=2+2+2\sqrt{3}=4+2\sqrt{3}$이므로

$\square ABCD=\frac{1}{2}\times(6+2\sqrt{3})\times 2\sqrt{3}$

$=6+6\sqrt{3}$

답 $6+6\sqrt{3}$

09 $\sqrt{a^2+4^2}=4\sqrt{5}$이므로

$a^2=64 \quad \therefore a=\pm 8$

답 ⑤

10 ① $\overline{AB}=\sqrt{(-5-3)^2+\{-2-(-2)\}^2}=8$

② $\overline{AC}=\sqrt{(1-3)^2+\{4-(-2)\}^2}=2\sqrt{10}$

③ $\overline{AD}=\sqrt{(-1-3)^2+\{3-(-2)\}^2}=\sqrt{41}$

④ $\overline{BC}=\sqrt{\{1-(-5)\}^2+\{4-(-2)\}^2}=6\sqrt{2}$

⑤ $\overline{BD}=\sqrt{\{-1-(-5)\}^2+\{3-(-2)\}^2}=\sqrt{41}$

답 ④

11 $y=-\frac{1}{2}x^2+2x+2=-\frac{1}{2}(x-2)^2+4$이므로

A(2, 4) … 2점

$x=0$일 때 $y=2$이므로 B(0, 2) … 1점

$\therefore \overline{AB}=\sqrt{(0-2)^2+(2-4)^2}=2\sqrt{2}$ … 3점

답 $2\sqrt{2}$

> 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프의 꼭짓점의 좌표 ➡ (p, q)

12 $\overline{AB}^2=(3-0)^2+(-1-1)^2=13$

$\overline{AC}^2=(a-0)^2+(2-1)^2=a^2+1$

$\overline{BC}^2=(a-3)^2+\{2-(-1)\}^2=a^2-6a+18$

$\angle B=90°$인 직각삼각형이면

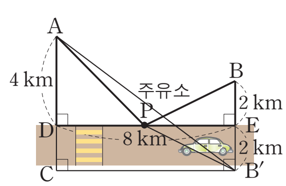
$\overline{AC}^2=\overline{AB}^2+\overline{BC}^2$이므로

$a^2+1=13+a^2-6a+18$

$6a=30 \quad \therefore a=5$

답 ④

13 점 B와 $\overline{DE}$에 대하여 대칭인 점을 B′이라 하면



$\overline{AP}+\overline{BP}$

$=\overline{AP}+\overline{B'P}$

$\geq \overline{AB'}$

$=\sqrt{(4+2)^2+8^2}=10(\text{km})$

따라서 구하는 최단 거리는 10 km이다.

답 ②

LECTURE 07 피타고라스 정리의 입체도형에서의 활용 (1)

기본 Up 계산 연습 WORK BOOK 15쪽

01 답 (1) $2\sqrt{17}$ (2) $2\sqrt{6}$

02 답 (1) 4 (2) $3\sqrt{3}$

03 답 (1) $h=2$, $V=\sqrt{3}$

(2) $h=\frac{4\sqrt{6}}{3}$, $V=\frac{16\sqrt{2}}{3}$

> 한 모서리의 길이가 a인 정사면체의
> (높이)$=\frac{\sqrt{6}}{3}a$
> (부피)$=\frac{\sqrt{2}}{12}a^3$

04 답 (1) $3\sqrt{6}$ (2) $3\sqrt{2}$

내신 Up 유형 연습 WORK BOOK 15~16쪽

05 $\sqrt{5^2+6^2+\overline{BF}^2}=5\sqrt{5}$이므로

$61+\overline{BF}^2=125$, $\overline{BF}^2=64$

$\therefore \overline{BF}=8(\text{cm})\ (\because \overline{BF}>0)$

따라서 직육면체의 부피는

$5\times6\times8=240(\text{cm}^3)$

답 240 cm^3

06 ① $\sqrt{2^2+4^2+6^2}=2\sqrt{14}$

② $\sqrt{3^2+3^2+6^2}=3\sqrt{6}$

③ $\sqrt{5^2+5^2+5^2}=5\sqrt{3}$

④ $\sqrt{1^2+5^2+6^2}=\sqrt{62}$

⑤ $\sqrt{3^2+4^2+5^2}=5\sqrt{2}$

답 ③

07 $\overline{MF}=\overline{FN}=\overline{ND}=\overline{DM}$이므로 □DMFN은 마름모이다.

정육면체의 한 모서리의 길이를 a cm라 하면

$\overline{DF}=\sqrt{3}a$ cm, $\overline{MN}=\overline{EG}=\sqrt{2}a$ cm

□DMFN$=18\sqrt{6}\text{ cm}^2$이므로

$\frac{1}{2}\times\sqrt{3}a\times\sqrt{2}a=18\sqrt{6}$, $a^2=36$

$\therefore a=6\ (\because a>0)$

따라서 정육면체의 부피는

$6\times6\times6=216(\text{cm}^3)$

답 216 cm^3

> 두 대각선의 길이가 a, b인 마름모의 넓이 ➡ $\frac{1}{2}ab$

08 $\overline{AG}=3\sqrt{3}\,cm$이므로
$\triangle AEG$에서 $3^2=\overline{AI}\times3\sqrt{3}$
$\therefore \overline{AI}=\sqrt{3}\,(cm)$

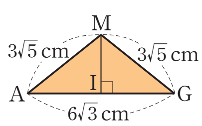
$\overline{AE}^2=\overline{AI}\times\overline{AG}$

답 ②

09 정육면체의 한 모서리의 길이를 $a\,cm$라 하면
$\overline{AF}=\overline{FH}=\overline{HA}=\sqrt{2}a\,cm$
따라서 $\triangle AFH$는 정삼각형이고 넓이가
$12\sqrt{3}\,cm^2$이므로
$\frac{\sqrt{3}}{4}\times(\sqrt{2}a)^2=12\sqrt{3},\ a^2=24$
$\therefore a=2\sqrt{6}\ (\because a>0)$

답 ③

10 $\overline{AG}=6\sqrt{3}\,cm$ … 2점
$\triangle AMD$에서
$\overline{AM}=\sqrt{6^2+3^2}=3\sqrt{5}\,(cm)$
$\triangle MCG$에서
$\overline{MG}=\sqrt{6^2+3^2}=3\sqrt{5}\,(cm)$ … 2점
$\triangle AGM$의 꼭짓점 M에서 $\overline{AG}$에 내린 수선의 발을 I라 하면



$\overline{AI}=\overline{GI}=3\sqrt{3}\,cm$
이므로 $\triangle MAI$에서

$\triangle MAG$는 $\overline{MA}=\overline{MG}$인 이등변삼각형이므로 $\overline{AI}=\overline{GI}$

$\overline{MI}=\sqrt{(3\sqrt{5})^2-(3\sqrt{3})^2}$
$=3\sqrt{2}\,(cm)$ … 2점
$\therefore \triangle AGM=\frac{1}{2}\times6\sqrt{3}\times3\sqrt{2}$
$=9\sqrt{6}\,(cm^2)$ … 2점

답 $9\sqrt{6}\,cm^2$

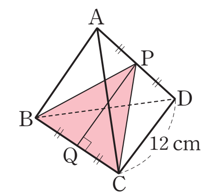
11 정사면체의 한 모서리의 길이를 $a\,cm$라 하면 높이가 $8\,cm$이므로
$\frac{\sqrt{6}}{3}a=8 \quad \therefore a=4\sqrt{6}$
따라서 정사면체의 부피는
$\frac{\sqrt{2}}{12}\times(4\sqrt{6})^3=64\sqrt{3}\,(cm^3)$

답 ⑤

12 정사면체의 한 모서리의 길이를 $a\,cm$라 하면 높이가 $4\sqrt{3}\,cm$이므로
$\frac{\sqrt{6}}{3}a=4\sqrt{3} \quad \therefore a=6\sqrt{2}$
$\triangle AHD$에서
$\overline{DH}=\sqrt{(6\sqrt{2})^2-(4\sqrt{3})^2}=2\sqrt{6}\,(cm)$
$\therefore \triangle AHD=\frac{1}{2}\times2\sqrt{6}\times4\sqrt{3}$
$=12\sqrt{2}\,(cm^2)$

답 ①

13 $\overline{PB}=\overline{PC}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times12$
$=6\sqrt{3}\,(cm)$
점 P에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 Q라 하면



$\overline{CQ}=\frac{1}{2}\overline{BC}=6\,(cm)$
$\triangle PQC$에서
$\overline{PQ}=\sqrt{(6\sqrt{3})^2-6^2}=6\sqrt{2}\,(cm)$
$\therefore \triangle PBC=\frac{1}{2}\times12\times6\sqrt{2}$
$=36\sqrt{2}\,(cm^2)$

답 $36\sqrt{2}\,cm^2$

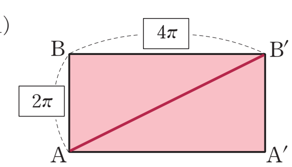
LECTURE 08 피타고라스 정리의 입체도형에서의 활용 (2)

기본 UP 계산 연습 WORK BOOK 17쪽

01 답 (1) $h=2\sqrt{7},\ V=\frac{32\sqrt{7}}{3}$
(2) $h=4,\ V=24$

02 답 (1) $h=8,\ V=96\pi$
(2) $h=2\sqrt{14},\ V=\frac{50\sqrt{14}}{3}\pi$

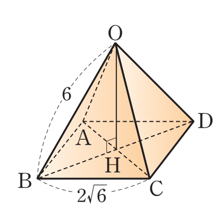
03 답 (1)



(2) $2\sqrt{5}\pi$

내신 UP 유형 연습 WORK BOOK 17~18쪽

04 주어진 전개도로 만들어지는 사각뿔은 오른쪽 그림과 같다.



$\overline{BD}=\sqrt{2}\times2\sqrt{6}=4\sqrt{3}$
이므로
$\overline{BH}=\frac{1}{2}\overline{BD}=2\sqrt{3}$

$\triangle$OBH에서

$\overline{\mathrm{OH}}=\sqrt{6^2-(2\sqrt{3})^2}=2\sqrt{6}$

따라서 사각뿔의 부피는

$\frac{1}{3}\times(2\sqrt{6})^2\times2\sqrt{6}=16\sqrt{6}$ 답 $16\sqrt{6}$

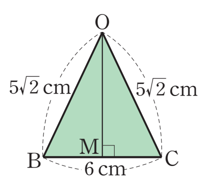
05 ① $\overline{\mathrm{AH}}=\frac{1}{2}\overline{\mathrm{AC}}=\frac{1}{2}\times6\sqrt{2}=3\sqrt{2}\,(\mathrm{cm})$

② $\overline{\mathrm{OH}}=\sqrt{(5\sqrt{2})^2-(3\sqrt{2})^2}=4\sqrt{2}\,(\mathrm{cm})$

③ $\triangle\mathrm{OBH}=\frac{1}{2}\times3\sqrt{2}\times4\sqrt{2}=12\,(\mathrm{cm}^2)$

④ (부피)$=\frac{1}{3}\times6^2\times4\sqrt{2}=48\sqrt{2}\,(\mathrm{cm}^3)$

⑤ $\triangle$OBC의 꼭짓점 O에서 $\overline{\mathrm{BC}}$에 내린 수선의 발을 M이라 하면



$\overline{\mathrm{BM}}=\frac{1}{2}\overline{\mathrm{BC}}=3(\mathrm{cm})$

$\triangle$OBM에서

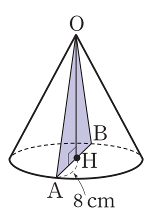
$\overline{\mathrm{OM}}=\sqrt{(5\sqrt{2})^2-3^2}=\sqrt{41}\,(\mathrm{cm})$

$\therefore$ (겉넓이)$=6^2+4\times\left(\frac{1}{2}\times6\times\sqrt{41}\right)$

$=12(3+\sqrt{41})\,(\mathrm{cm}^2)$

답 ②, ③

06 밑면인 원의 중심을 H라 하면 $\overline{\mathrm{OH}}$는 원뿔의 높이이므로



$\frac{1}{3}\times\pi\times8^2\times\overline{\mathrm{OH}}=320\pi$

$\therefore \overline{\mathrm{OH}}=15(\mathrm{cm})$ … 2점

$\overline{\mathrm{OA}}=\overline{\mathrm{OB}}=\sqrt{8^2+15^2}$

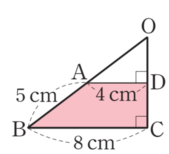
$=17(\mathrm{cm})$ … 2점

따라서 $\triangle$OAB의 둘레의 길이는

$17+17+16=50(\mathrm{cm})$ … 2점

답 50 cm

07 $\overline{\mathrm{BA}}$의 연장선과 $\overline{\mathrm{CD}}$의 연장선의 교점을 O라 하면



$\overline{\mathrm{OA}}:(\overline{\mathrm{OA}}+5)=4:8$

$4\overline{\mathrm{OA}}+20=8\overline{\mathrm{OA}}$

$\therefore \overline{\mathrm{OA}}=5(\mathrm{cm})$

$\triangle$OAD에서

$\overline{\mathrm{OD}}=\sqrt{5^2-4^2}=3(\mathrm{cm})$

$\triangle$OBC에서

$\overline{\mathrm{OC}}=\sqrt{10^2-8^2}=6(\mathrm{cm})$

따라서 구하는 부피는

$\frac{1}{3}\times\pi\times8^2\times6-\frac{1}{3}\times\pi\times4^2\times3=112\pi(\mathrm{cm}^3)$

답 $112\pi\ \mathrm{cm}^3$

08 ① (부채꼴의 호의 길이)

$=2\pi\times8\times\frac{135}{360}=6\pi(\mathrm{cm})$

(부채꼴의 넓이)
$=\frac{1}{2}\times$(반지름의 길이)
$\times$(호의 길이)

$\triangle\mathrm{OAD}\backsim\triangle\mathrm{OBC}$
(AA 닮음)

$\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{BC}}=\overline{\mathrm{CD}}=\overline{\mathrm{DA}}$이므로 □ABCD는 마름모이다.

한 변의 길이가 a인 정삼각형의 높이
➡ $\frac{\sqrt{3}}{2}a$

② 밑면의 둘레의 길이는 부채꼴의 호의 길이와 같으므로 밑면의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$2\pi r=6\pi \quad \therefore r=3$

③ (부채꼴의 넓이)$=\frac{1}{2}\times8\times6\pi=24\pi(\mathrm{cm}^2)$

④ (원뿔의 높이)$=\sqrt{8^2-3^2}=\sqrt{55}\,(\mathrm{cm})$

⑤ (원뿔의 부피)$=\frac{1}{3}\times\pi\times3^2\times\sqrt{55}$

$=3\sqrt{55}\pi\,(\mathrm{cm}^3)$

답 ③, ⑤

09 $\triangle$OAB에서

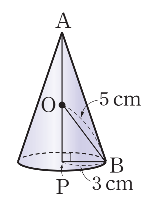
$\overline{\mathrm{AB}}=\sqrt{6^2-3^2}=3\sqrt{3}\,(\mathrm{cm})$

따라서 단면인 원의 둘레의 길이는

$2\pi\times3\sqrt{3}=6\sqrt{3}\pi(\mathrm{cm})$

답 ②

10 오른쪽 그림에서



$\overline{\mathrm{OP}}=\sqrt{5^2-3^2}=4(\mathrm{cm})$

$\overline{\mathrm{OA}}=\overline{\mathrm{OB}}=5$ cm이므로

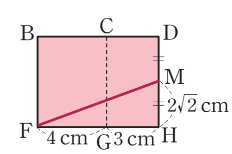
$\overline{\mathrm{AP}}=5+4=9(\mathrm{cm})$

따라서 원뿔의 부피는

$\frac{1}{3}\times\pi\times3^2\times9=27\pi(\mathrm{cm}^3)$

답 $27\pi\ \mathrm{cm}^3$

11 구하는 최단 거리는 오른쪽 전개도에서 $\overline{\mathrm{FM}}$의 길이와 같으므로

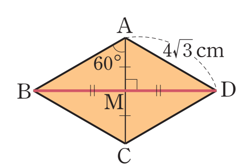


$\overline{\mathrm{FM}}=\sqrt{7^2+(2\sqrt{2})^2}$

$=\sqrt{57}\,(\mathrm{cm})$

답 $\sqrt{57}$ cm

12 구하는 최단 거리는 오른쪽 전개도에서 $\overline{\mathrm{BD}}$의 길이와 같다.



이때 □ABCD는 마름모이므로 $\overline{\mathrm{AC}}\perp\overline{\mathrm{BD}}$

$\overline{\mathrm{AC}}$와 $\overline{\mathrm{BD}}$의 교점을 M이라 하면 $\triangle$ABC는 정삼각형이므로

$\overline{\mathrm{BD}}=2\overline{\mathrm{BM}}=2\times\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\times4\sqrt{3}\right)=12(\mathrm{cm})$

답 ⑤

Ⅵ 삼각비

LECTURE 09 삼각비의 뜻

기본 UP 계산 연습 WORK BOOK 19쪽

01 답 (1) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ (2) $\frac{\sqrt{5}}{5}$ (3) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ (4) $\frac{1}{2}$

02 답 (1) $\frac{4}{5}$ (2) $\frac{3}{4}$ (3) $\frac{4}{3}$ (4) $\frac{3}{5}$

$\sin C=\frac{\overline{AB}}{15}=\frac{4}{5}$에서
$\overline{AB}=12$
$\therefore \overline{BC}=\sqrt{15^2-12^2}=9$

03 답 (1) $\overline{AC}$, $\overline{CD}$, $\overline{AC}$
(2) $\overline{BC}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$
(3) $\overline{AC}$, $\overline{CD}$, $\overline{AD}$

04 답 (가) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (나) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (다) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (라) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (마) $\sqrt{3}$

05 답 (1) $\frac{1}{2}$ (2) $\sqrt{3}$ (3) $\sqrt{3}$ (4) -2 (5) $-\frac{1}{4}$

06 답 (1) $x=2,\ y=1$ (2) $x=4\sqrt{2},\ y=4\sqrt{2}$
(3) $x=5,\ y=5\sqrt{3}$ (4) $x=6\sqrt{2},\ y=6$

내신 UP 유형 연습 WORK BOOK 20~21쪽

07 $\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=\sqrt{13^2-12^2}=5$
$\triangle ABD$에서 $\cos x=\frac{\overline{AB}}{\overline{AD}}=\frac{5}{7}$ 답 ④

직각삼각형에서 두 변의 길이를 알면 나머지 한 변의 길이를 구할 수 있다.

08 $\cos C=\frac{4}{\overline{BC}}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$에서 $\overline{BC}=2\sqrt{5}$이므로
$\overline{AB}=\sqrt{(2\sqrt{5})^2-4^2}=2$
$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times 2\times 4=4$ 답 ⑤

09 $\sin A=\frac{8}{\overline{AC}}=\frac{4}{5}$에서 $\overline{AC}=10$이므로
$\overline{AB}=\sqrt{10^2-8^2}=6$
④ $\cos A\times\tan A=\frac{3}{5}\times\frac{4}{3}=\frac{4}{5}$, $\sin C=\frac{3}{5}$
$\therefore \cos A\times\tan A\neq\sin C$
답 ④

10 $\angle ABC=90°-\angle BAD=\angle CAD=x$이므로
$\triangle ABC$에서
$\tan x=\frac{\overline{AC}}{10}=\sqrt{3}$ $\therefore \overline{AC}=10\sqrt{3}$
$\therefore \overline{BC}=\sqrt{10^2+(10\sqrt{3})^2}=20$
답 ⑤

11 $\overline{BD}=\sqrt{4^2+6^2}=2\sqrt{13}$
$\angle ABD=90°-\angle BAH=\angle DAH=x$이므로
$\triangle ABD$에서
$\sin x=\frac{\overline{AD}}{\overline{BD}}=\frac{6}{2\sqrt{13}}=\frac{3\sqrt{13}}{13}$
답 $\frac{3\sqrt{13}}{13}$

12 $\overline{EG}=\sqrt{3^2+4^2}=5$
$\overline{AG}=\sqrt{3^2+4^2+12^2}=13$
이므로 $\triangle AEG$에서
$\sin x-\cos x=\frac{12}{13}-\frac{5}{13}=\frac{7}{13}$
답 ③

13 (주어진 식)$=\frac{1}{2}\div\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}\right)-\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{3}$
$=\frac{1}{2}$
답 ④

14 $\sin 45°=\frac{\sqrt{2}}{2}$이므로
$x-15°=45°$ $\therefore x=60°$
따라서 구하는 값은
$\sin 60°+\cos 30°=\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$
답 $\sqrt{3}$

15 $\triangle BCD$에서
$\sin 45°=\frac{\overline{BC}}{12}=\frac{\sqrt{2}}{2}$ $\therefore \overline{BC}=6\sqrt{2}$ … 3점
$\triangle ABC$에서
$\tan 60°=\frac{6\sqrt{2}}{\overline{AB}}=\sqrt{3}$ $\therefore \overline{AB}=2\sqrt{6}$ … 3점
답 $2\sqrt{6}$

16 $\triangle ABD$에서 $\angle BAD=60°-30°=30°$이므로
$\overline{AD}=\overline{BD}=6\,\text{cm}$
$\triangle ADC$에서
$\cos 60°=\frac{\overline{DC}}{6}=\frac{1}{2}$ $\therefore \overline{DC}=3(\text{cm})$
$\sin 60°=\frac{\overline{AC}}{6}=\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\therefore \overline{AC}=3\sqrt{3}(\text{cm})$
$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times 9\times 3\sqrt{3}=\frac{27\sqrt{3}}{2}(\text{cm}^2)$
답 ③

삼각형에서 한 외각의 크기는 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같다.

17 $\triangle ABC$에서
$\sin 30°=\frac{3}{\overline{AB}}=\frac{1}{2}$ $\therefore \overline{AB}=6$
$\tan 30°=\frac{3}{\overline{BC}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$ $\therefore \overline{BC}=3\sqrt{3}$
$\angle BAD=30°-15°=15°$이므로
$\overline{DB}=\overline{AB}=6$

$\therefore \tan 15° = \frac{\overline{AC}}{\overline{DC}} = \frac{3}{6+3\sqrt{3}} = 2-\sqrt{3}$

답 $2-\sqrt{3}$

18 직선의 기울기는 $\tan 45° = 1$ $\quad \therefore a=1$
직선 $y=x+b$의 x절편이 -6이므로
$0=-6+b \quad \therefore b=6$
$\therefore a-b=-5$

답 ②

LECTURE 10 삼각비의 값

기본 UP 계산 연습 WORK BOOK 22쪽

01 답 (1) $<$ (2) $>$ (3) $<$ (4) $<$ (5) $>$ (6) $<$

02 답 (ㄴ), (ㅁ)

03 답 (1) 0.5736 (2) 0.7986 (3) 0.6494
(4) 34 (5) 35 (6) 36

내신 UP 유형 연습 WORK BOOK 22~23쪽

04 ⑤ $\cos z = \cos y = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \overline{BC}$

답 ⑤

05 ④ $\sin 36° = \frac{\overline{OB}}{\overline{OA}} = 0.59$

답 ④

06 (주어진 식)$=6\times\frac{1}{2}\times 1-\sqrt{3}\times\sqrt{3}\times 1=0$

답 0

07 ① $\cos 0°=1$ ② $0<\cos 10°<1$
③ $0<\sin 62°<1$ ④ $\tan 55°>\tan 45°=1$
⑤ $\sin 90°=1$
이상에서 가장 큰 것은 ④이다.

답 ④

08 $45°<A<90°$일 때, $\cos A<\sin A<1$이고
$\tan A>1$이므로
$\cos A<\sin A<\tan A$

답 ③

09 $45°<A<90°$일 때,
$0<\cos A<\sin A<1$이고 $\tan A>1$이므로
$\tan A-\cos A>0$, $\sin A+\cos A>0$,
$\sin A-\tan A<0$

Q BOX

$\sqrt{a^2}=|a|$
$=\begin{cases} a\,(a\geq 0) \\ -a\,(a<0)\end{cases}$

$0°\leq x\leq 90°$인 범위에서 x의 값이 증가하면
① $\sin x$의 값은 0에서 1까지 증가
② $\cos x$의 값은 1에서 0까지 감소
③ $\tan x$의 값은 0에서 무한히 증가 (단, $x\neq 90°$)

$\therefore$ (주어진 식)
$=(\tan A-\cos A)+(\sin A+\cos A)$
$\quad -\{-(\sin A-\tan A)\}$
$=2\sin A$

답 $2\sin A$

10 $\sin 15°=0.2588$이므로 $x=15°$
$\tan 17°=0.3057$이므로 $y=17°$
$\therefore x+y=32°$

답 ④

11 (1) $\sin 56°+\cos 54°=0.8290+0.5878$
$=1.4168$ ··· 3점
(2) $\tan 57°=1.5399$이므로 $x=57°$ ··· 2점
$\therefore \sin 57°=0.8387$ ··· 1점

답 (1) 1.4168 (2) 0.8387

12 $\angle COD=x$라 하면
$\tan x=\overline{CD}=0.4877$이므로 $x=26°$
$\triangle AOB$에서
$\overline{AB}=\sin 26°=0.4384$,
$\overline{OB}=\cos 26°=0.8988$
따라서 $\triangle AOB$의 둘레의 길이는
$1+0.4384+0.8988=2.3372$

답 2.3372

LECTURE 11 삼각형의 변의 길이

기본 UP 계산 연습 WORK BOOK 24쪽

01 답 (1) $x=4\sqrt{2}$, $y=4$ (2) $x=45.5$, $y=21$

02 답 (1) 6 (2) 45° (3) $6\sqrt{2}$

03 답 $2(\sqrt{3}+1)$

내신 UP 유형 연습 WORK BOOK 24~25쪽

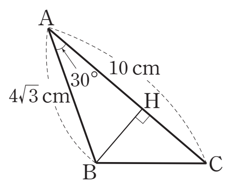
04 $\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=12\sin 30°=6$
$\angle BAC=60°$이므로 $\angle BAD=\frac{1}{2}\times 60°=30°$
따라서 $\triangle ABD$에서
$\overline{BD}=6\tan 30°=6\times\frac{\sqrt{3}}{3}=2\sqrt{3}$

답 ①

05 $\overline{AB}=\frac{6\sqrt{3}}{\cos 30°}=6\sqrt{3}\times\frac{2}{\sqrt{3}}=12\,(\mathrm{m})$ ··· 2점
$\overline{AC}=6\sqrt{3}\tan 30°=6\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{3}=6\,(\mathrm{m})$ ··· 2점
따라서 처음 이 나무의 높이는
$\overline{AB}+\overline{AC}=18\,(\mathrm{m})$ ··· 2점

답 18 m

06 꼭짓점 B에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{BH}=4\sqrt{3}\sin 30^\circ$
$=2\sqrt{3}(\text{cm})$

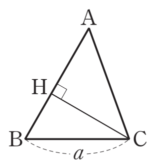
$\overline{AH}=4\sqrt{3}\cos 30^\circ$
$=6(\text{cm})$

$\overline{CH}=10-6=4(\text{cm})$이므로 $\triangle HBC$에서

$\overline{BC}=\sqrt{(2\sqrt{3})^2+4^2}=2\sqrt{7}(\text{cm})$ 답 ②

특수한 각의 삼각비를 이용할 수 있도록 2개의 직각삼각형으로 나눈다.

07 꼭짓점 C에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



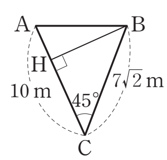
$\overline{CH}=a\sin B=\overline{AC}\sin A$

$\therefore \overline{AC}=\dfrac{a\sin B}{\sin A}$

답 ①

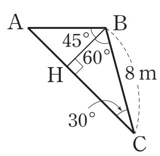
② $\dfrac{a\sin C}{\sin A}=\overline{AB}$
③~⑤는 한 변의 길이로 나타낼 수 없다.

08 꼭짓점 B에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{BH}=7\sqrt{2}\sin 45^\circ=7(\text{m})$
$\overline{CH}=7\sqrt{2}\cos 45^\circ=7(\text{m})$
$\overline{AH}=10-7=3(\text{m})$이므로
$\triangle AHB$에서
$\overline{AB}=\sqrt{7^2+3^2}=\sqrt{58}(\text{m})$ 답 $\sqrt{58}$ m

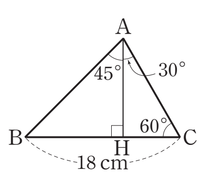
09 꼭짓점 B에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{BH}=8\sin 30^\circ=4(\text{m})$
이므로 $\triangle AHB$에서

$\overline{AB}=\dfrac{4}{\cos 45^\circ}=4\sqrt{2}(\text{m})$ 답 ③

10 $\overline{AH}=h$ cm라 하면



$\overline{BH}=h\tan 45^\circ=h(\text{cm})$
$\overline{CH}=h\tan 30^\circ$
$=\dfrac{\sqrt{3}}{3}h(\text{cm})$

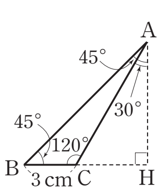
$h+\dfrac{\sqrt{3}}{3}h=18$이므로

$\overline{BH}+\overline{CH}=18$ cm

$h=18\times\dfrac{3}{3+\sqrt{3}}=9(3-\sqrt{3})$

답 $9(3-\sqrt{3})$cm

11 $\overline{AH}=h$ cm라 하면



$\overline{BH}=h\tan 45^\circ=h(\text{cm})$

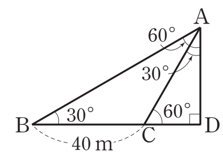
$\overline{CH}=h\tan 30^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{3}h(\text{cm})$

$h-\dfrac{\sqrt{3}}{3}h=3$이므로

$\overline{BH}-\overline{CH}=3$ cm

$h=3\times\dfrac{3}{3-\sqrt{3}}=\dfrac{3(3+\sqrt{3})}{2}$ 답 ②

12 $\overline{AD}=h$ m라 하면



$\overline{BD}=h\tan 60^\circ$
$=\sqrt{3}h(\text{m})$
$\overline{CD}=h\tan 30^\circ$
$=\dfrac{\sqrt{3}}{3}h(\text{m})$

$\sqrt{3}h-\dfrac{\sqrt{3}}{3}h=40$이므로

$\dfrac{2\sqrt{3}}{3}h=40 \qquad \therefore h=20\sqrt{3}$ 답 ⑤

LECTURE 12 삼각형의 넓이

기본 UP 계산 연습 WORK BOOK 26쪽

01 답 (1) $\dfrac{15}{4}$ (2) $54\sqrt{3}$ (3) $6\sqrt{3}$ (4) $40\sqrt{2}$

02 답 (1) $15\sqrt{2}$ (2) $48\sqrt{3}$

03 답 (1) $45\sqrt{3}$ (2) $20\sqrt{2}$

내신 UP 유형 연습 WORK BOOK 26~27쪽

04 $\dfrac{1}{2}\times 8\times\overline{AB}\times\sin 45^\circ=12$이므로

$2\sqrt{2}\,\overline{AB}=12 \qquad \therefore \overline{AB}=3\sqrt{2}(\text{cm})$

답 ②

05 $\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times 4\times 9\times\sin 45^\circ=9\sqrt{2}(\text{cm}^2)$이므로

$\triangle ABG=\dfrac{1}{3}\triangle ABC=3\sqrt{2}(\text{cm}^2)$

$\triangle ABG=\triangle BCG$
$=\triangle CAG$
$=\dfrac{1}{3}\triangle ABC$

답 ⑤

06 $\angle B=180^\circ-(\angle A+\angle C)=150^\circ$이므로

$\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times 12\times 9\times\sin(180^\circ-150^\circ)$
$=\dfrac{1}{2}\times 12\times 9\times\dfrac{1}{2}$
$=27(\text{cm}^2)$ 답 ②

07 $\triangle AOC$에서
$\angle AOC=180^\circ-2\times 22.5^\circ=135^\circ$
이므로 부채꼴 AOC의 넓이는
$\pi\times 4^2\times\dfrac{135}{360}=6\pi(\text{cm}^2)$ … 2점

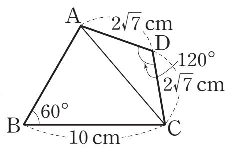
$\triangle AOC = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 \times \sin(180° - 135°)$

$= \frac{1}{2} \times 4 \times 4 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 4\sqrt{2}(cm^2)$ … 2점

따라서 색칠한 부분의 넓이는 $(6\pi - 4\sqrt{2})cm^2$ 이다. … 2점

답 $(6\pi - 4\sqrt{2})cm^2$

08 $\overline{AC}$를 그으면



$\triangle ABC$

$= \frac{1}{2} \times 10 \times \overline{AB} \times \sin 60°$

$= \frac{5\sqrt{3}}{2}\overline{AB}$

$\triangle ACD = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{7} \times 2\sqrt{7} \times \sin(180° - 120°)$

$= \frac{1}{2} \times 2\sqrt{7} \times 2\sqrt{7} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 7\sqrt{3}(cm^2)$

$\square ABCD = \triangle ABC + \triangle ACD$이므로

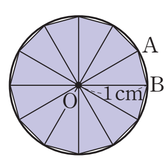
$\frac{5\sqrt{3}}{2}\overline{AB} + 7\sqrt{3} = 27\sqrt{3}$, $\frac{5\sqrt{3}}{2}\overline{AB} = 20\sqrt{3}$

$\therefore \overline{AB} = 8(cm)$

답 ②

정십이각형은 12개의 합동인 이등변삼각형으로 이루어져 있다.

09 오른쪽 그림에서



$\angle AOB = 360° \times \frac{1}{12} = 30°$

이므로 구하는 넓이는

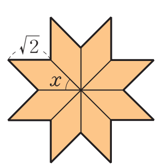
$12 \times \left(\frac{1}{2} \times 1 \times 1 \times \sin 30°\right)$

$= 12 \times \left(\frac{1}{2} \times 1 \times 1 \times \frac{1}{2}\right)$

$= 3(cm^2)$

답 ③

10 오른쪽 그림에서



$x = \frac{360°}{8} = 45°$

마름모 1개의 넓이는

$\sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \sin 45° = \sqrt{2}$

따라서 구하는 넓이는

$8 \times \sqrt{2} = 8\sqrt{2}$

답 ④

11 $\square ABCD = 8 \times 8\sqrt{3} \times \sin 60°$

$= 8 \times 8\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 96(cm^2)$

$\therefore \triangle ABM = \frac{1}{4}\square ABCD = 24(cm^2)$

$\triangle ABM = \frac{1}{2}\triangle ABC$

$= \frac{1}{4}\square ABCD$

답 ③

등변사다리꼴의 두 대각선의 길이는 서로 같다.

12 $\overline{AC} = \overline{BD} = 6$ cm이므로

$\square ABCD = \frac{1}{2} \times 6 \times 6 \times \sin 60°$

$= \frac{1}{2} \times 6 \times 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$

$= 9\sqrt{3}(cm^2)$

답 $9\sqrt{3}$ cm^2

Ⅶ 원의 성질

LECTURE 13 현의 성질

기본 Up 계산 연습 WORK BOOK 28쪽

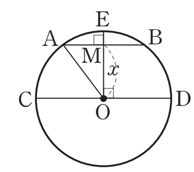
01 답 (1) 6 (2) $2\sqrt{5}$

02 답 (1) 24 (2) 5

내신 Up 유형 연습 WORK BOOK 28~29쪽

원의 중심에서 현에 내린 수선은 그 현을 이등분한다.

03 $\overline{AB}$와 $\overline{OE}$의 교점을 M이라 하면



$\overline{AM} = \frac{1}{2}\overline{AB} = 9$

$\overline{OA} = 15$이므로 $\triangle OAM$에서

$x = \sqrt{15^2 - 9^2} = 12$

답 ②

04 $\overline{OD} = \frac{1}{2}\overline{OA} = 4(cm)$

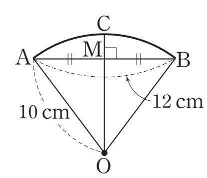
$\triangle ADO$에서 $\overline{AD} = \sqrt{8^2 - 4^2} = 4\sqrt{3}(cm)$

$\therefore \overline{AB} = 2\overline{AD} = 8\sqrt{3}(cm)$

답 ④

현의 수직이등분선은 원의 중심을 지난다.

05 $\overline{AM} = \frac{1}{2}\overline{AB} = 6(cm)$



원의 중심을 O라 하면

$\triangle AOM$에서

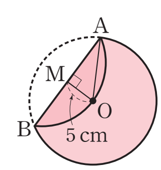
$\overline{MO} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8(cm)$

$\therefore \overline{CM} = 10 - 8 = 2(cm)$

답 ②

$\overline{OM} \perp \overline{AB}$이므로 $\overline{AM} = \overline{BM}$

06 $\overline{OA} = 2\overline{OM} = 10(cm)$



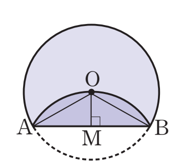
$\triangle OMA$에서

$\overline{AM} = \sqrt{10^2 - 5^2} = 5\sqrt{3}(cm)$

$\therefore \overline{AB} = 2\overline{AM} = 10\sqrt{3}(cm)$

답 ④

07 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 M이라 하고 반지름의 길이를 r라 하면



$\overline{OM} = \frac{r}{2}$

$\triangle OAM$에서

$\cos(\angle AOM) = \frac{\overline{OM}}{\overline{OA}} = \frac{1}{2}$

따라서 $\angle AOM = 60°$이므로

$\angle AOB = 2\angle AOM = 120°$

$\triangle OAM \equiv \triangle OBM$ (RHS 합동)이므로 $\angle AOM = \angle BOM$

답 120°

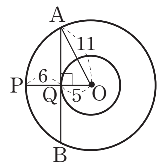
WORK BOOK

08 $\overline{AO}$를 그으면 $\overline{OA}=\overline{OP}=11$

$\triangle OAQ$에서

$\overline{AQ}=\sqrt{11^2-5^2}=4\sqrt{6}$

$\therefore \overline{AB}=2\overline{AQ}=8\sqrt{6}$



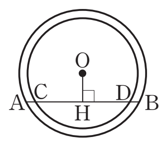
답 $8\sqrt{6}$

09 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\overline{AH}=\frac{1}{2}\overline{AB}=300(\text{m})$

$\overline{CH}=\frac{1}{2}\overline{CD}=250(\text{m})$

$\therefore \overline{AC}=\overline{AH}-\overline{CH}=300-250=50(\text{m})$



답 ②

10 $\overline{OM}=\overline{ON}$이므로

$\overline{AB}=\overline{CD}=4\sqrt{3}$ cm

$\overline{MB}=\frac{1}{2}\overline{AB}=2\sqrt{3}(\text{cm})$이므로

$\triangle OMB=\frac{1}{2}\times2\sqrt{3}\times4=4\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

답 ③

> 한 원의 중심으로부터 같은 거리에 있는 두 현의 길이는 같다.

11 □OMCN에서

$\angle C=360°-(90°+110°+90°)=70°$ ⋯ 2점

$\overline{OM}=\overline{ON}$이므로 $\overline{BC}=\overline{AC}$

즉 $\triangle ABC$가 이등변삼각형이므로 ⋯ 2점

$\angle B=\frac{1}{2}\times(180°-70°)=55°$ ⋯ 2점

답 $55°$

12 $\overline{OL}=\overline{OM}=\overline{ON}$이므로 $\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CA}$

즉 $\triangle ABC$는 정삼각형이므로

$\triangle ABC=\frac{\sqrt{3}}{4}\times(4\sqrt{3})^2=12\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

답 $12\sqrt{3}\text{cm}^2$

> 한 변의 길이가 a인 정삼각형의 넓이
> ➡ $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$

LECTURE 14 원의 접선

기본 UP 계산 연습　WORK BOOK 30쪽

01 답 (1) 50　(2) 55　(3) 13　(4) 15

02 답 (1) 6　(2) 5

03 답 (1) 2　(2) 7

내신 UP 유형 연습　WORK BOOK 30~31쪽

04 $\overline{OA}=\overline{OT}=r$라 하면

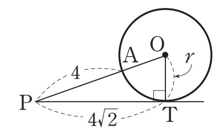
$\overline{OP}=4+r$

$\angle OTP=90°$이므로

$\triangle OPT$에서

$(4+r)^2=r^2+(4\sqrt{2})^2$

$8r=16$　　$\therefore r=2$



> 원의 접선은 그 접점을 지나는 반지름과 수직이다.

답 ③

05 $\triangle APO$에서

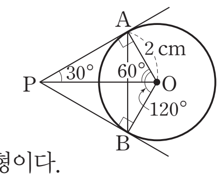
$\overline{PA}:2=\sqrt{3}:1$

$\therefore \overline{PA}=2\sqrt{3}(\text{cm})$

$\angle APB=60°$, $\overline{PA}=\overline{PB}$

이므로 $\triangle APB$는 정삼각형이다.

$\therefore \overline{AB}=\overline{PA}=2\sqrt{3}$cm



> 원 밖의 한 점에서 그 원에 그은 두 접선의 길이는 같다.

답 ③

06 $\overline{BD}=\overline{BE}$, $\overline{CD}=\overline{CF}$이므로 $\triangle ABC$의 둘레의 길이는

$\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}$

$=\overline{AB}+(\overline{BD}+\overline{CD})+\overline{CA}$

$=\overline{AB}+(\overline{BE}+\overline{CF})+\overline{CA}$

$=\overline{AE}+\overline{AF}=2\overline{AE}=24$

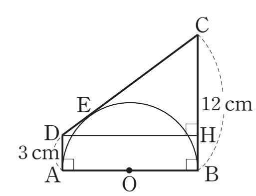
답 24

07 반원 O와 $\overline{CD}$의 접점을 E라 하면

$\overline{CD}=\overline{CE}+\overline{DE}$

$=\overline{CB}+\overline{DA}$

$=15(\text{cm})$



점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\overline{CH}=12-3=9(\text{cm})$

$\triangle DHC$에서 $\overline{DH}=\sqrt{15^2-9^2}=12(\text{cm})$

$\therefore \overline{AB}=\overline{DH}=12$cm

답 ③

08 $\overline{AD}+\overline{BE}+\overline{CF}=\frac{1}{2}(\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA})$

$=\frac{1}{2}\times(7+10+9)$

$=13(\text{cm})$

> $\overline{AD}=\overline{AF}$, $\overline{BE}=\overline{BD}$, $\overline{CF}=\overline{CE}$

답 ③

09 $\overline{BD}=\overline{BE}=3$cm, $\overline{CF}=\overline{CE}=10$cm이므로

$\overline{AD}=\overline{AF}=x$cm라 하면

$\overline{AB}=(x+3)$cm, $\overline{AC}=(x+10)$cm

$13^2=(x+3)^2+(x+10)^2$이므로 ⋯ 3점

$x^2+13x-30=0$, $(x+15)(x-2)=0$

$\therefore x=2$ ($\because x>0$) ⋯ 2점

따라서 $\triangle ABC$의 둘레의 길이는

$5+13+12=30(\text{cm})$ ⋯ 1점

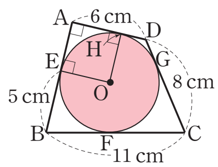
답 30 cm

Q BOX

10 $\overline{DG}=\overline{DH}=5\,cm$이므로 $\overline{DC}=13\,cm$
따라서 □ABCD의 둘레의 길이는
$\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CD}+\overline{DA}=2(\overline{AB}+\overline{DC})$
$=2\times(9+13)$
$=44(cm)$ 답 ①

> 원에 외접하는 사각형의 대변의 길이의 합은 서로 같다.

11 $\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$
이므로
$5+\overline{AE}+8=6+11$
$\therefore\ \overline{AE}=4(cm)$
$\angle OEA=\angle OHA=90^\circ$
이므로 □AEOH는 정사각형이다.
즉 $\overline{OH}=4\,cm$이므로 원 O의 넓이는
$\pi\times4^2=16\pi(cm^2)$



답 $16\pi\ cm^2$

> 이웃하는 두 변의 길이가 같은 직사각형은 정사각형이다.

12 $\overline{BE}=x\,cm$라 하면 □EBCD에서
$x+8=\overline{DE}+12\qquad\therefore\ \overline{DE}=x-4(cm)$
$\overline{AE}=12-(x-4)=16-x(cm)$이므로
△ABE에서 $8^2+(16-x)^2=x^2$
$32x=320\qquad\therefore\ x=10$
답 ③

LECTURE 15 원주각의 성질

기본 UP 계산 연습 WORK BOOK 32쪽

01 답 (1) 60° (2) 100°

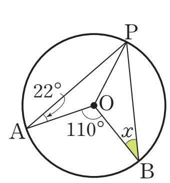
02 답 (1) 44° (2) 38°

03 답 (1) 4 (2) 75

04 답 (1) 28° (2) 28°

내신 UP 유형 연습 WORK BOOK 32~33쪽

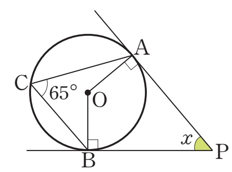
05 $\angle APB=\frac{1}{2}\angle AOB=55^\circ$
$\overline{OP}$를 그으면
$\angle OPA=\angle OAP=22^\circ$
이므로
$\angle OPB=55^\circ-22^\circ=33^\circ$
$\therefore\ \angle x=\angle OPB=33^\circ$



답 ①

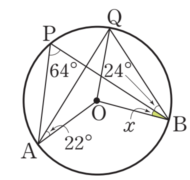
> 한 호에 대한 원주각의 크기는 그 호에 대한 중심각의 크기의 $\frac{1}{2}$배이다.

06 $\angle AOB=2\angle ACB$
$=130^\circ$
$\angle OAP=\angle OBP$
$=90^\circ$
이므로 □AOBP에서
$\angle x=360^\circ-(90^\circ+90^\circ+130^\circ)=50^\circ$



답 ③

07 $\angle AQB=\angle APB=64^\circ$ … 2점
$\overline{OQ}$를 그으면
$\angle OQA=\angle OAQ=22^\circ$
이므로
$\angle OQB=64^\circ-22^\circ=42^\circ$ … 2점
$\angle OBQ=\angle OQB=42^\circ$이므로
$\angle x=42^\circ-24^\circ=18^\circ$ … 2점



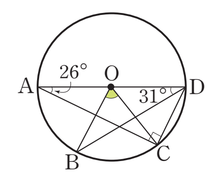
답 18°

> 한 호에 대한 원주각의 크기는 모두 같다.

08 $\angle BCD=\angle x$라 하면 $\angle BAD=\angle x$
△ADP에서 $\angle ADC=35^\circ+\angle x$
△QCD에서 $\angle x+(35^\circ+\angle x)=115^\circ$
$2\angle x=80^\circ\qquad\therefore\ \angle x=40^\circ$ 답 ①

> 삼각형의 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같다.

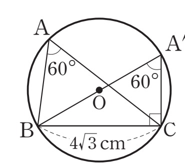
09 $\overline{CD}$를 그으면
$\angle ACD=90^\circ$이므로
$\angle ADC=90^\circ-26^\circ=64^\circ$
$\angle BDC=64^\circ-31^\circ=33^\circ$
이므로
$\angle BOC=2\angle BDC=66^\circ$



답 66°

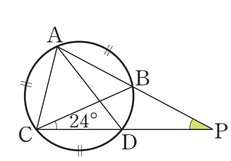
[다른 풀이]
$\angle AOB=2\angle ADB=62^\circ$
$\angle COD=2\angle CAD=52^\circ$
$\therefore\ \angle BOC=180^\circ-(62^\circ+52^\circ)=66^\circ$

10 지름 BA′에 대하여
$\angle BCA'=90^\circ$이고
$\angle A'=\angle A=60^\circ$이므로
△A′BC에서
$\overline{A'B}=\frac{4\sqrt{3}}{\sin 60^\circ}=4\sqrt{3}\times\frac{2}{\sqrt{3}}$
$=8(cm)$



따라서 원 O의 반지름의 길이는
$\overline{OB}=\frac{1}{2}\overline{A'B}=4(cm)$ 답 ②

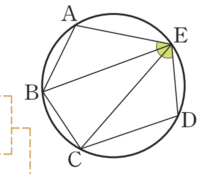
11 $\angle P=\angle x$라 하면
△BCP에서
$\angle ABC=\angle x+24^\circ$
$\overline{AB}=\overline{AC}=\overline{CD}$이므로



$\angle ACB=\angle ABC=\angle CAD=\angle x+24^\circ$
이때 $\overset{\frown}{DB}$에 대한 원주각의 크기는
$\angle DAB=\angle DCB=24^\circ$
△ABC에서 $24^\circ+3(\angle x+24^\circ)=180^\circ$
$\therefore\ \angle x=28^\circ$ 답 ③

WORK BOOK

12 $\overline{BE}$, $\overline{CE}$를 그으면



$\angle AEB=\angle BEC$

$=\frac{2}{12}\times 180^\circ=30^\circ$

$\angle CED=\frac{3}{12}\times 180^\circ=45^\circ$

$\therefore\ \angle AED=\angle AEB+\angle BEC+\angle CED$

$=30^\circ+30^\circ+45^\circ=105^\circ$

답 ③

Q BOX

$\angle AEB : \angle BEC : \angle CED : \angle DCE : \angle ABE$
$=\widehat{AB} : \widehat{BC} : \widehat{CD} : \widehat{DE} : \widehat{EA}$
$=2 : 2 : 3 : 2 : 3$

13 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있으므로

$\angle x=\angle CAD=22^\circ$

$\triangle DBP$에서 $\angle y=22^\circ+46^\circ=68^\circ$

$\therefore\ \angle x+\angle y=90^\circ$

답 90°

LECTURE 16 원에 내접하는 사각형

기본 UP 계산 연습 WORK BOOK 34쪽

01 답 (1) 120° (2) 75°

02 답 (1) ○ (2) ○ (3) × (4) ○

03 답 85°

내신 UP 유형 연습 WORK BOOK 34~35쪽

04 □ABCD가 원에 내접하므로

원에 내접하는 사각형의 한 쌍의 대각의 크기의 합은 180°이다.

$\angle BCD=180^\circ-104^\circ=76^\circ$

$\triangle DPC$에서

$\angle DPC=180^\circ-(22^\circ+76^\circ)=82^\circ$

답 ②

05 $\angle ABC=\frac{1}{2}\times(180^\circ-36^\circ)=72^\circ$

□ABCD가 원에 내접하므로

$\angle ADC=180^\circ-72^\circ=108^\circ$

답 ④

06 $\angle B+\angle D=180^\circ$이므로

$\frac{4}{3}\angle A+(2\angle A-70^\circ)=180^\circ$

$\frac{10}{3}\angle A=250^\circ$ $\quad\therefore\ \angle A=75^\circ$ ··· 4점

□ABCD가 원에 내접하므로

$\angle DCE=\angle A=75^\circ$ ··· 2점

원에 내접하는 사각형의 한 외각의 크기는 그 내대각의 크기와 같다.

답 75°

07 □ABCD가 원에 내접하므로

$\angle DAB=180^\circ-84^\circ=96^\circ$

$\triangle APB$에서 $\angle ABP=96^\circ-26^\circ=70^\circ$

답 70°

08 □ABCD가 원에 내접하므로

$\angle ADE=\angle ABC=50^\circ$

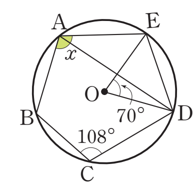
$\triangle ABF$에서 $\angle EAD=50^\circ+42^\circ=92^\circ$

$\triangle ADE$에서 $50^\circ+92^\circ+\angle x=180^\circ$

$\therefore\ \angle x=38^\circ$

답 ②

09 $\overline{AD}$를 그으면



$\angle EAD=\frac{1}{2}\angle EOD=35^\circ$

□ABCD가 원 O에 내접하므로

$\angle BAD=180^\circ-108^\circ=72^\circ$

$\therefore\ \angle x=35^\circ+72^\circ=107^\circ$

답 ④

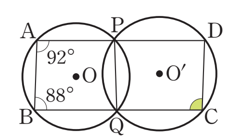
10 □ABCD가 원에 내접하려면

$\angle BAD=\angle DCP=75^\circ$

$\therefore\ \angle x=\angle DAC=75^\circ-42^\circ=33^\circ$

답 ②

11 $\overline{PQ}$를 그으면 □ABQP가 원 O에 내접하므로



$\angle QPD=\angle ABQ$

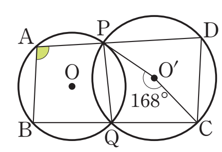
$=88^\circ$

□PQCD가 원 O′에 내접하므로

$\angle DCQ=180^\circ-88^\circ=92^\circ$

답 ①

12 $\angle PDC=\frac{1}{2}\angle PO'C$



$=84^\circ$

$\overline{PQ}$를 그으면 □PQCD가 원 O′에 내접하므로

$\angle PQB=\angle PDC=84^\circ$

□ABQP가 원 O에 내접하므로

$\angle PAB=180^\circ-84^\circ=96^\circ$

답 ③

LECTURE 17 접선과 현이 이루는 각

기본 UP 계산 연습 WORK BOOK 36쪽

01 답 (1) 70° (2) 50° (3) 55° (4) 50°

02 답 (1) $\angle x=85^\circ$, $\angle y=85^\circ$
(2) $\angle x=65^\circ$, $\angle y=62^\circ$
(3) $\angle x=34^\circ$, $\angle y=72^\circ$
(4) $\angle x=70^\circ$, $\angle y=82^\circ$

내신 Up 유형 연습 WORK BOOK 36~37쪽

03 $\angle CAB=\frac{1}{2}\angle COB=70^\circ$이므로
$\angle CBD=\angle CAB=70^\circ$

답 ④

원의 접선과 그 접점을 지나는 현이 이루는 각의 크기는 그 각의 내부에 있는 호에 대한 원주각의 크기와 같다.

04 직선 PT가 원의 접선이므로
$\angle ATP=\angle ABT$
$\angle CTA=\angle CTB$이므로
$\angle CTP=\angle CTA+\angle ATP$
$=\angle CTB+\angle ABT$
$=\angle TCA=65^\circ$

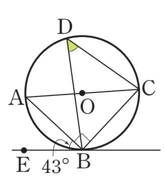
답 65°

05 □ABCD가 원에 내접하므로
$\angle DAB=180^\circ-96^\circ=84^\circ$
△ABD에서
$\angle ABD=180^\circ-(54^\circ+84^\circ)=42^\circ$
$\therefore \angle ADP=\angle ABD=42^\circ$

답 ①

원에 내접하는 사각형에서 대각의 크기의 합은 180°이다.

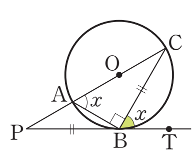
06 $\overline{BC}$를 그으면
$\angle ACB=\angle ABE=43^\circ$
$\angle ABC=90^\circ$이므로
$\angle CAB$
$=180^\circ-(90^\circ+43^\circ)=47^\circ$
$\therefore \angle CDB=\angle CAB=47^\circ$



답 47°

반원에 대한 원주각의 크기는 90°이다.

07 $\overline{AB}$를 그으면
$\angle CAB=\angle CBT=\angle x$
△CPB에서
$2\angle BCP=\angle x$이므로
$\angle BCP=\frac{1}{2}\angle x$
이때 $\angle ABC=90^\circ$이므로 △ABC에서
$\angle x+90^\circ+\frac{1}{2}\angle x=180^\circ$ $\therefore \angle x=60^\circ$



답 ④

08 $\angle ABP=90^\circ$, $\angle BAP=\angle BPT=60^\circ$이므로
△ABP에서
$\overline{AB}=\overline{AP}\cos 60^\circ=14\times\frac{1}{2}=7(\text{cm})$

답 ④

09 $\angle ACB=90^\circ$이므로
$\angle CAB=180^\circ-(90^\circ+60^\circ)=30^\circ$ … 1점
$\angle DCB=\angle CAB=30^\circ$이므로 △CBD에서
$\angle BDC=60^\circ-30^\circ=30^\circ$ … 2점
즉 △BDC가 이등변삼각형이므로
$\overline{BD}=\overline{BC}=\overline{AB}\cos 60^\circ$
$=10\times\frac{1}{2}=5(\text{cm})$ … 3점

답 5 cm

10 △ADF에서 $\overline{AD}=\overline{AF}$이므로
$\angle ADF=\frac{1}{2}\times(180^\circ-54^\circ)=63^\circ$
$\angle DEF=\angle ADF=63^\circ$이므로 △DEF에서
$\angle FDE=180^\circ-(40^\circ+63^\circ)=77^\circ$

답 ④

11 $\angle x=\angle DPT'=\angle TPC=\angle CBP=54^\circ$
$\angle APD=\angle CPB=70^\circ$이므로 △APD에서
$\angle y=180^\circ-(54^\circ+70^\circ)=56^\circ$

답 ②

LECTURE 18 원과 비례

기본 Up 계산 연습 WORK BOOK 38쪽

01 답 (1) 10 (2) 4 (3) 8 (4) 7

02 답 (1) 10 (2) 8

03 답 (1) 8 (2) 6

04 답 (1) 5 (2) 7

내신 Up 유형 연습 WORK BOOK 38~40쪽

05 $x\times4=3\times8$이므로 $x=6$
$12\times(12+8)=y\times(y+14)$이므로
$y^2+14y-240=0$, $(y+24)(y-10)=0$
$\therefore y=10$ ($\because y>0$)
$\therefore y-x=4$

$\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PC}\times\overline{PD}$

답 4

06 $x\times(x+x+8)=(x-1)\times(x-1+3x+1)$
이므로
$2x^2-12x=0$, $2x(x-6)=0$
$\therefore x=6$ ($\because x>1$)

답 ③

WORK BOOK

07 $\overline{OA}=\overline{OB}=3+3=6(\mathrm{cm})$이므로
$\overline{AP}=6+3=9(\mathrm{cm})$
$\overline{PC}=\overline{PD}=x\,\mathrm{cm}$라 하면
$x^2=9\times3=27$
$\therefore x=3\sqrt{3}\ (\because x>0)$
$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times12\times3\sqrt{3}=18\sqrt{3}(\mathrm{cm}^2)$

답 ②

[다른 풀이]
$\overline{AP}=9\,\mathrm{cm}$, $\angle ACB=90^\circ$이므로 $\triangle CAB$에서
$\overline{PC}^2=9\times3=27$
$\therefore \overline{PC}=3\sqrt{3}(\mathrm{cm})\ (\because \overline{PC}>0)$
$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times12\times3\sqrt{3}=18\sqrt{3}(\mathrm{cm}^2)$

08 원 O의 반지름의 길이를 $r\,\mathrm{cm}$라 하면
$\overline{PA}=\frac{r}{2}\,\mathrm{cm}$, $\overline{PB}=\frac{3}{2}r\,\mathrm{cm}$ … 2점
$\frac{1}{2}r\times\frac{3}{2}r=6\times15$이므로
$r^2=120$ $\quad\therefore r=2\sqrt{30}\ (\because r>0)$ … 3점
따라서 원 O의 둘레의 길이는
$2\pi\times2\sqrt{30}=4\sqrt{30}\pi(\mathrm{cm})$ … 1점

답 $4\sqrt{30}\pi\,\mathrm{cm}$

09 $\overline{PA}=x$라 하면 $\overline{PB}=x+12$
$x\times(x+12)=4\times(4+3)$이므로
$x^2+12x-28=0$, $(x+14)(x-2)=0$
$\therefore x=2\ (\because x>0)$

답 ③

10 원 O의 반지름의 길이를 $r\,\mathrm{cm}$라 하면
$\overline{DP}=(14-2r)\mathrm{cm}$
$7\times(7+3)=(14-2r)\times14$이므로
$28r=126$ $\quad\therefore r=\frac{9}{2}$
따라서 원 O의 둘레의 길이는
$2\pi\times\frac{9}{2}=9\pi(\mathrm{cm})$

답 ③

11 $\overline{PA}=x$라 하면
$x\times(x+5)=2\times(2+16)$이므로
$x^2+5x-36=0$, $(x+9)(x-4)=0$
$\therefore x=4\ (\because x>0)$

답 ③

$\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PE}\times\overline{PF}$
$=\overline{PC}\times\overline{PD}$

12 $\overline{PT}^2=3\times(3+9)=36$이므로
$\overline{PT}=6\ (\because \overline{PT}>0)$
$6^2=4\times(4+\overline{CD})$이므로 $\overline{CD}=5$
$\therefore \overline{CD}+\overline{PT}=11$

답 ①

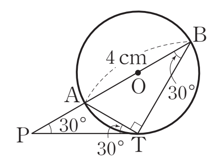
13 $\overline{PT}^2=5\times(5+7)=60$이므로
$\overline{PT}=2\sqrt{15}(\mathrm{cm})\ (\because \overline{PT}>0)$ … 3점
$\angle BTP=90^\circ$이므로 $\triangle BPT$에서
$\overline{BT}=\sqrt{12^2-(2\sqrt{15})^2}=2\sqrt{21}(\mathrm{cm})$ … 2점
$\therefore \triangle BPT=\frac{1}{2}\times2\sqrt{21}\times2\sqrt{15}$
$=6\sqrt{35}(\mathrm{cm}^2)$ … 1점

답 $6\sqrt{35}\,\mathrm{cm}^2$

14 원 O의 반지름의 길이를 $r\,\mathrm{cm}$라 하면
$\overline{PB}=(2r+3)\mathrm{cm}$
$(3\sqrt{3})^2=3\times(2r+3)$ $\quad\therefore r=3$
따라서 원 O의 둘레의 길이는
$2\pi\times3=6\pi(\mathrm{cm})$

답 ②

15 $\overline{AT}$를 그으면 $\triangle ATB$는
직각삼각형이므로
$\overline{AT}=4\sin30^\circ=2(\mathrm{cm})$
$\angle APT=30^\circ$이므로
$\overline{AP}=\overline{AT}=2\,\mathrm{cm}$
$\overline{PT}^2=2\times(2+4)=12$이므로
$\overline{PT}=2\sqrt{3}(\mathrm{cm})\ (\because \overline{PT}>0)$



답 ④

$\angle ATP=\angle B=30^\circ$이므로 $\triangle BPT$에서
$\angle APT$
$=180^\circ-(30^\circ+90^\circ+30^\circ)$
$=30^\circ$

16 $\overline{PT}^2=3\times(3+9)=36$이므로
$\overline{PT}=6(\mathrm{cm})\ (\because \overline{PT}>0)$
$\triangle PTA$와 $\triangle PBT$에서
$\angle PTA=\angle PBT$, $\angle P$는 공통
이므로 $\triangle PTA\backsim\triangle PBT$(AA 닮음)
즉 $6:12=6:\overline{BT}$이므로
$\overline{BT}=12(\mathrm{cm})$

답 12 cm

$\overline{PT}:\overline{PB}=\overline{AT}:\overline{BT}$

17 $\overline{PT}=\overline{PT'}=\frac{1}{2}\overline{TT'}=4$이므로
$4^2=x(x+6)$, $x^2+6x-16=0$
$(x+8)(x-2)=0$ $\quad\therefore x=2\ (\because x>0)$

답 ③

$\overline{PT}^2=\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PT'}^2$
$\therefore \overline{PT}=\overline{PT'}$

18 원 O의 반지름의 길이를 $r\,\mathrm{cm}$라 하면
$6\times(6+6)=4\times(4+2r)$, $8r=56$
$\therefore r=7$
따라서 원 O의 넓이는
$\pi\times7^2=49\pi(\mathrm{cm}^2)$

답 ④

$\overline{PC}\times\overline{PD}=\overline{PT}^2$
$=\overline{PA}\times\overline{PB}$