짧지만 개념에 강한 **짤강 고등수학 (하)**

정답과 해설

01 집합

본문 | 008~013쪽

1-1 ㄱ

1-2 ㄱ. 작은 유리수의 모임은 그 대상을 분명히 정할 수 없으므로 집합이 아니다.
ㄴ. 10보다 큰 자연수의 모임은 11, 12, 13, …이므로 집합이다.
ㄷ. 아름다운 산의 모임은 그 대상을 분명히 정할 수 없으므로 집합이 아니다.
따라서 집합인 것은 ㄴ이다.

2-1 $\notin$, $\in$

2-2 30보다 작은 소수는 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29이므로
$2\boxed{\in}A$, $4\boxed{\notin}A$, $9\boxed{\notin}A$, $11\boxed{\in}A$

3-1 (1) **20** (2) **1**

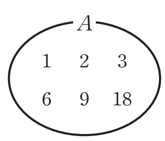
3-2 (1) $\{x\,|\,x$는 5 이하의 자연수$\}=\{\mathbf{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5}\}$
(2) $\{x\,|\,x$는 12의 양의 약수$\}=\{\mathbf{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 6,\ 12}\}$

4-1 (1) **8** (2) **3**

4-2 (1) $\{5, 10, 15, 20, \cdots\}=$ **$\{x\,|\,x$는 5의 배수$\}$**
(2) $\{2, 3, 5, 7\}=$ **$\{x\,|\,x$는 10보다 작은 소수$\}$**

5-1 **1, 16**

5-2 18의 양의 약수는 1, 2, 3, 6, 9, 18이므로 벤다이어그램으로 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



6-1 (1) **무한** (2) **유한**

6-2 (1) $\{1, 3, 5, \cdots, 99\}$는 원소가 50개인 **유한집합**이다.
(2) $\{x\,|\,x$는 20보다 큰 자연수$\}=\{21, 22, 23, \cdots\}$은 원소가 무수히 많은 **무한집합**이다.
(3) $\{x\,|\,x<1,\ x$는 자연수$\}=\varnothing$
공집합은 원소가 0개인 **유한집합**이다.

7-1 (1) **5** (2) **4, 4**

7-2 (1) $A=\{0, 2, 4, 6, 8, 10\}$이므로
$\boldsymbol{n(A)=6}$
(2) $B=\{x\,|\,x$는 30 이하의 4의 배수$\}$
$=\{4, 8, 12, 16, 20, 24, 28\}$
이므로 $\boldsymbol{n(B)=7}$
(3) $C=\{x\,|\,1<x<2,\ x$는 자연수$\}=\varnothing$이므로
$\boldsymbol{n(C)=0}$

8-1 (1) $\not\subset$, $\subset$ (2) **2**, $\subset$

8-2 (1) $1\notin B$이므로 $A\not\subset B$
$3\in A$, $5\in A$이므로 $B\subset A$
$\therefore \boldsymbol{B\subset A}$
(2) $A=\{1, 2, 3\}$, $B=\{1, 2, 3, 4\}$
$1\in B$, $2\in B$, $3\in B$이므로 $A\subset B$
$4\notin A$이므로 $B\not\subset A$
$\therefore \boldsymbol{A\subset B}$

9-1 $\varnothing$, **3, 2**

9-2 (1) 원소가 0개인 부분집합은 $\varnothing$
원소가 1개인 부분집합은 $\{1\}$, $\{2\}$
원소가 2개인 부분집합은 $\{1, 2\}$
따라서 구하는 부분집합은
$\varnothing$, $\{\mathbf{1}\}$, $\{\mathbf{2}\}$, $\{\mathbf{1,\ 2}\}$
(2) $B=\{1, 3, 9\}$이므로
원소가 0개인 부분집합은 $\varnothing$
원소가 1개인 부분집합은 $\{1\}$, $\{3\}$, $\{9\}$
원소가 2개인 부분집합은 $\{1, 3\}$, $\{1, 9\}$, $\{3, 9\}$
원소가 3개인 부분집합은 $\{1, 3, 9\}$
따라서 구하는 부분집합은
$\varnothing$, $\{\mathbf{1}\}$, $\{\mathbf{3}\}$, $\{\mathbf{9}\}$, $\{\mathbf{1,\ 3}\}$, $\{\mathbf{1,\ 9}\}$, $\{\mathbf{3,\ 9}\}$, $\{\mathbf{1,\ 3,\ 9}\}$

10-1 **1**, $\boldsymbol{A}$

10-2 $A=\{x\,|\,x^2=1\}=\{-1, 1\}$, $B=\{-1, 1\}$
$C=\{1\}$, $D=\{x\,|\,x\le 2,\ x$는 자연수$\}=\{1, 2\}$
따라서 서로 같은 집합은 $\boldsymbol{A}$**와** $\boldsymbol{B}$이다.

11-1 $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$

11-2 (1) 집합 $A=\{1, 2, 3\}$의 진부분집합은 $\{1, 2, 3\}$의 부분집합 중 자기 자신, 즉 $\{1, 2, 3\}$을 제외한 것이므로
$\varnothing$, $\{\mathbf{1}\}$, $\{\mathbf{2}\}$, $\{\mathbf{3}\}$, $\{\mathbf{1,\ 2}\}$, $\{\mathbf{1,\ 3}\}$, $\{\mathbf{2,\ 3}\}$
(2) 집합 $B=\{x\,|\,x$는 5 이하의 짝수$\}=\{2, 4\}$의 진부분집합은 $\{2, 4\}$의 부분집합 중 자기 자신, 즉 $\{2, 4\}$를 제외한 것이므로
$\varnothing$, $\{\mathbf{2}\}$, $\{\mathbf{4}\}$

12-1 **2, 4**

12-2 (1) $A=\{1, 3, 5, 7, 9\}$의 원소 1, 3, 5, 7, 9 각각에 대하여 부분집합에 속하는 경우와 속하지 않는 경우의 2가지 경우가 있으므로 부분집합의 개수는
$2\times2\times2\times2\times2=2^5=\mathbf{32}$
(2) $B=\{1, 2, 3, \cdots, 10\}$의 원소 1, 2, 3, …, 10 각각에 대하여 부분집합에 속하는 경우와 속하지 않는 경우의 2가지 경우가 있으므로 부분집합의 개수는
$2\times2\times2\times\cdots\times2=2^{10}=\mathbf{1024}$

(3) $C=\{x|x$는 12 이하의 소수$\}=\{2, 3, 5, 7, 11\}$의 원소 2, 3, 5, 7, 11 각각에 대하여 부분집합에 속하는 경우와 속하지 않는 경우의 2가지 경우가 있으므로 부분집합의 개수는

$2\times2\times2\times2\times2=2^5=\mathbf{32}$

13-1 **2, 1, 4**

13-2 (1) 원소 1, 2를 포함하는 부분집합은 원소 1, 2를 제외한 집합 $\{3, 4, 5\}$의 부분집합에 원소 1, 2를 포함시키면 되므로 구하는 부분집합의 개수는

$2^{5-2}=2^3=\mathbf{8}$

(2) 원소 1을 포함하지 않는 부분집합은 원소 1을 제외한 집합 $\{2, 3, 4, 5\}$의 부분집합과 같으므로 구하는 부분집합의 개수는

$2^{5-1}=2^4=\mathbf{16}$

(3) 짝수 2, 4를 포함하지 않는 부분집합은 원소 2, 4를 제외한 집합 $\{1, 3, 5\}$의 부분집합과 같으므로 구하는 부분집합의 개수는

$2^{5-2}=2^3=\mathbf{8}$

집중 연습

본문 | 014, 015쪽

1 (1) '재미있는'의 기준이 명확하지 않아 그 대상을 분명히 정할 수 없으므로 집합이 아니다. (×)

(2) '잘하는'의 기준이 명확하지 않아 그 대상을 분명히 정할 수 없으므로 집합이 아니다. (×)

(3) 우리나라 광역시의 모임은 {부산, 대구, 인천, 광주, 대전, 울산}이므로 집합이다. (○)

(4) 10보다 큰 10의 양의 약수의 모임은 $\varnothing$이므로 집합이다. (○)

(5) 2보다 큰 소수의 모임은 $\{3, 5, 7, 11, 13, \cdots\}$이므로 집합이다. (○)

2 (1) 자연수를 3으로 나눈 나머지는 0, 1, 2이므로

$\{\mathbf{0, 1, 2}\}$

(2) $x^2=4$에서 $x=-2$ 또는 $x=2$이므로 $\{\mathbf{-2, 2}\}$

(3) 10보다 작은 3의 배수는 3, 6, 9이므로 $\{\mathbf{3, 6, 9}\}$

(4) $-2\le x\le2$를 만족시키는 정수는 $-2, -1, 0, 1, 2$이므로

$\{\mathbf{-2, -1, 0, 1, 2}\}$

(5) $1\le x\le15$를 만족시키는 소수는 2, 3, 5, 7, 11, 13이므로

$\{\mathbf{2, 3, 5, 7, 11, 13}\}$

(6) 30의 양의 약수 중 짝수는 2, 6, 10, 30이므로

$\{\mathbf{2, 6, 10, 30}\}$

3 (1) $\{1, 2, 3, 4, \cdots, 50\}=$ **$\{x|x$는 50 이하의 자연수$\}$**

(2) $\{1, 4, 9, 16, 25\}=$ **$\{x^2|x$는 5 이하의 자연수$\}$**

(3) $\{2, 4, 8, 16\}=$ **$\{x|x=2^k, k=1, 2, 3, 4\}$**

(4) $\{4, 8, 12, 16, \cdots\}=$ **$\{x|x$는 4의 배수$\}$**

(5) $\{10, 20, 30, \cdots, 90\}=$ **$\{x|x$는 90 이하의 10의 배수$\}$**

(6) $\{1, 3, 9, 27\}=$ **$\{x|x$는 27의 양의 약수$\}$**

참고 (3) $\{2, 4, 8, 16\}=\{x|x=2^k, k=1, 2, 3, 4\}$

$=\{2^x|x$는 4 이하의 자연수$\}$

조건제시법으로 나타낼 수 있는 방법은 한 가지로 정해져 있는 것이 아니다.

4 (1) $\varnothing$

(2) $\{\mathbf{1}\}, \{\mathbf{5}\}$

(3) $\{\mathbf{1, 5}\}$

5 (1) $\varnothing$

(2) $\{a\}, \{b\}, \{c\}, \{d\}$

(3) $\{a, b\}, \{a, c\}, \{a, d\}, \{b, c\}, \{b, d\}, \{c, d\}$

(4) $\{a, b, c\}, \{a, b, d\}, \{a, c, d\}, \{b, c, d\}$

(5) $\{a, b, c, d\}$

6 (1) $A=\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$의 원소 각각에 대하여 부분집합에 속하는 경우와 속하지 않는 경우의 2가지 경우가 있으므로 부분집합의 개수는

$2\times2\times2\times2\times2\times2=2^6=\mathbf{64}$

(2) 집합 $A=\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$의 진부분집합은 부분집합 중 자기 자신, 즉 $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$을 제외한 것이므로 그 개수는

$2^6-1=\mathbf{63}$

(3) 원소 1, 2를 포함하는 부분집합은 원소 1, 2를 제외한 집합 $\{3, 4, 5, 6\}$의 부분집합에 원소 1, 2를 포함시키면 되므로 구하는 부분집합의 개수는

$2^{6-2}=2^4=\mathbf{16}$

(4) 원소 1, 2를 포함하지 않는 부분집합은 원소 1, 2를 제외한 집합 $\{3, 4, 5, 6\}$의 부분집합과 같으므로 그 개수는

$2^{6-2}=2^4=\mathbf{16}$

(5) 원소 1은 포함하고 원소 2는 포함하지 않는 부분집합은 원소 1, 2를 제외한 집합 $\{3, 4, 5, 6\}$의 부분집합에 원소 1을 포함시키면 되므로 구하는 부분집합의 개수는

$2^{6-1-1}=2^4=\mathbf{16}$

기초 개념 평가

본문 | 016, 017쪽

01 집합
02 $a\in A$
03 $a\notin A$
04 원소나열법
05 조건제시법
06 무한
07 유한
08 유한
09 원소
10 집합
11 $A=B$
12 $A\neq B$
13 $A\subset B$
14 2^n
15 2^n-1
16 2^{n-1}

기초 문제 평가

본문 | 018, 019쪽

1 ㄱ. '유명한'의 기준이 명확하지 않아 그 대상을 분명히 정할 수 없으므로 집합이 아니다.
ㄴ. '잘하는'의 기준이 명확하지 않아 그 대상을 분명히 정할 수 없으므로 집합이 아니다.
ㄷ. 0보다 큰 자연수의 모임은 $\{1, 2, 3, 4, 5, \cdots\}$이므로 집합이다.
ㄹ. '높은'의 기준이 명확하지 않아 그 대상을 분명히 정할 수 없으므로 집합이 아니다.
따라서 집합인 것은 ㄷ이다.

2 $A=\{x\mid 10\le x\le 30, x$는 소수$\}$
$=\{11, 13, 17, 19, 23, 29\}$
(1) $12 \boxed{\notin} A$ (2) $13 \boxed{\in} A$ (3) $24 \boxed{\notin} A$
(4) $27 \boxed{\notin} A$ (5) $29 \boxed{\in} A$ (6) $30 \boxed{\notin} A$

3 $a\in A$이므로 $a=1, 2, 3$
$b\in B$이므로 $b=4, 5$
$a+b$를 구하면 다음과 같다.

b \ a	1	2	3
4	5	6	7
5	6	7	8

$\therefore$ **$C=\{5, 6, 7, 8\}$**

4 ⑤ $A=\{x\mid x$는 2로 나눈 나머지가 1인 자연수$\}$
$=\{1, 3, 5, 7, 9, 11, \cdots\}$
따라서 나머지 넷과 다른 하나는 ⑤이다.

5 $A=\{x\mid x$는 10보다 작은 짝수$\}=\{2, 4, 6, 8\}$
$x\in A$에서 $x=2, 4, 6, 8$이므로
$y=12-x=4, 6, 8, 10$
$\therefore$ **$B=\{4, 6, 8, 10\}$**

6 ② $\{x\mid x$는 0과 2 사이의 소수$\}=\varnothing$
③ $\{x\mid x$는 12의 배수$\}=\{12, 24, 36, 48, \cdots\}$
④ $\{x\mid x$는 30보다 작은 짝수$\}=\{2, 4, 6, \cdots, 28\}$
⑤ $\{x\mid 1\le x\le 10, x$는 5의 배수$\}=\{5, 10\}$
따라서 무한집합인 것은 ③이다.

7 (1) $A=\{0, 1, \{2, 3\}\}$의 원소는 $0, 1, \{2, 3\}$이므로
$n(A)=3$
(2) $A=\{\varnothing, 1, 2, 3\}$의 원소는 $\varnothing, 1, 2, 3$이므로
$n(A)=4$
(3) 소수의 약수는 2개이므로 약수가 3개인 소수는 없다.
즉, $A=\{x\mid x$는 약수가 3개인 소수$\}=\varnothing$
$\therefore$ **$n(A)=0$**
(4) $A=\{x\mid x$는 0과 1 사이의 정수$\}=\varnothing$
$\therefore$ **$n(A)=0$**

8 (1) $\varnothing$은 원소가 없으므로 $n(\varnothing)=$**0**
(2) $\{\varnothing\}$의 원소는 $\varnothing$이므로 $n(\{\varnothing\})=$**1**
(3) $\{0, \varnothing\}$의 원소는 $0, \varnothing$이므로 $n(\{0, \varnothing\})=$**2**

9 $A=\{\varnothing, 1, \{1, 2\}, 3\}$의 원소는 $\varnothing, 1, \{1, 2\}, 3$이다.
ㄱ. $\varnothing\in A$ (참)
ㄴ. $\{1, 2\}\in A$ (참)
ㄷ. $\{1, 3\}\subset A$ (참)
ㄹ. $\{1, 2, 3\}\not\subset A$, $\{\{1, 2\}, 3\}\subset A$ (거짓)
따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ이다.

10 $A=\{x\mid x$는 8의 양의 약수$\}=\{1, 2, 4, 8\}$
⑤ $\{1, 4, 8\}\subset A$
따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

11 $A=\{2, 3, a\}$, $B=\{2, 4, b^2-1\}$에 대하여
$A=B$이면 $4\in B$에서 $4\in A$이므로 $a=4$
$3\in A$에서 $3\in B$이므로 $b^2-1=3$
$b^2=4$ $\quad\therefore b=2\ (\because b>0)$
$a=4$, $b=2$일 때, $A=\{2, 3, 4\}$, $B=\{2, 4, 3\}$이 되어 $A=B$가 성립한다.
$\therefore$ **$a=4, b=2$**

12 집합 A의 원소의 개수를 n이라 하면
집합 A의 진부분집합의 개수는 2^n-1이므로
$2^n-1=31$에서 $2^n=32=2^5$ $\quad\therefore n=5$
$\therefore$ **$n(A)=5$**

13 집합 $A=\{1, 3, 5, 15\}$의 부분집합의 개수는 $a=2^4=16$
3을 반드시 원소로 갖고 5를 원소로 갖지 않는 부분집합의 개수는 $b=2^{4-1-1}=2^2=4$
$\therefore$ **$a+b=20$**

02 집합의 연산

본문 | 020~025쪽

1-1 (1) **5** (2) **2**

1-2 $A=\{x\,|\,x$는 8의 양의 약수$\}=\{1, 2, 4, 8\}$
$B=\{x\,|\,x$는 6의 양의 약수$\}=\{1, 2, 3, 6\}$
(1) 집합 A에도 속하고 집합 B에도 속하는 원소는 1, 2이므로
$\boldsymbol{A\cap B=\{1,\ 2\}}$
(2) 집합 A에 속하거나 집합 B에 속하는 원소는 1, 2, 3, 4, 6, 8이므로
$\boldsymbol{A\cup B=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 6,\ 8\}}$

2-1 **2**, $\boldsymbol{B}$

2-2 $A=\{3, 5, 7\}$, $B=\{x\,|\,x$는 4의 양의 약수$\}=\{1, 2, 4\}$,
$C=\{x\,|\,x$는 소수$\}=\{2, 3, 5, 7, 11, \cdots\}$
에서 $A\cap B=\varnothing$, $A\cap C=\{3, 5, 7\}$, $B\cap C=\{2\}$이므로 서로소인 집합은 $\boldsymbol{A}$와 $\boldsymbol{B}$이다.

3-1 (1) **10** (2) **8**

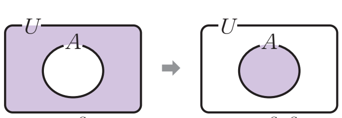
3-2 (1) 집합 U의 원소 중 집합 A에 속하지 않는 원소는 a, e이므로 $\boldsymbol{A^C=\{a,\ e\}}$
(2) 집합 U의 원소 중 집합 B에 속하지 않는 원소는 b이므로 $\boldsymbol{B^C=\{b\}}$

4-1 (1) **2** (2) **6, 6**

4-2 (1) 집합 A에는 속하지만 집합 B에는 속하지 않는 원소는 1, 9이므로 $\boldsymbol{A-B=\{1,\ 9\}}$
(2) 집합 B에는 속하지만 집합 A에는 속하지 않는 원소는 2이므로 $\boldsymbol{B-A=\{2\}}$

5-1 $\boldsymbol{U}$

5-2 $(A^C)^C$을 벤다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.

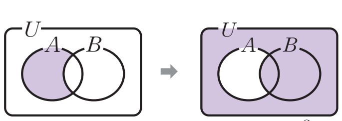


A^C $(A^C)^C$

따라서 $(A^C)^C=A$가 성립한다.

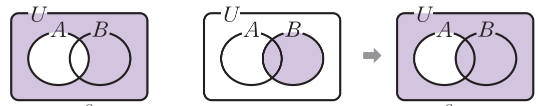
6-1 $\boldsymbol{B^C}$

6-2 $(A-B)^C$을 벤다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



$A-B$ $(A-B)^C$

또 $A^C\cup B$를 벤다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.

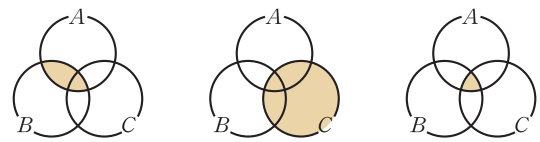


$A^C \quad \cup \quad B \quad = \quad A^C\cup B$

따라서 $(A-B)^C=A^C\cup B$가 성립한다.

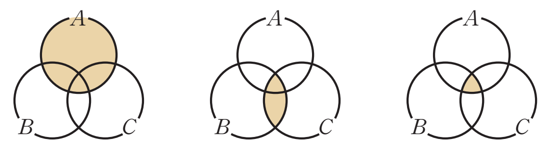
7-1 $\cup$

7-2 $(A\cap B)\cap C$를 벤다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



$(A\cap B) \quad \cap \quad C \quad = \quad (A\cap B)\cap C$

또 $A\cap(B\cap C)$를 벤다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.

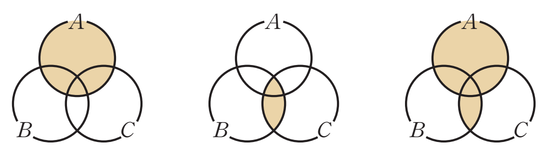


$A \quad \cap \quad (B\cap C) \quad = \quad A\cap(B\cap C)$

따라서 $(A\cap B)\cap C=A\cap(B\cap C)$가 성립한다.

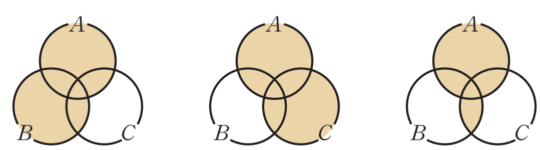
8-1 $\cup$, $\cap$

8-2 $A\cup(B\cap C)$를 벤다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



$A \quad \cup \quad (B\cap C) \quad = \quad A\cup(B\cap C)$

또 $(A\cup B)\cap(A\cup C)$를 벤다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.

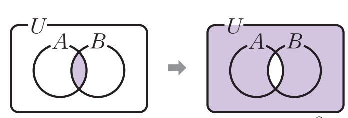


$(A\cup B) \quad \cap \quad (A\cup C) \quad = \quad (A\cup B)\cap(A\cup C)$

따라서 $A\cup(B\cap C)=(A\cup B)\cap(A\cup C)$가 성립한다.

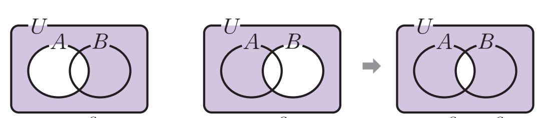
9-1 $\cap$

9-2 $(A\cap B)^C$을 벤다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



$A\cap B \quad (A\cap B)^C$

또 $A^C\cup B^C$을 벤다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.

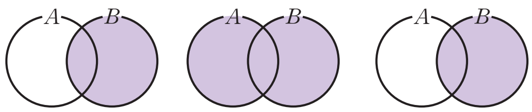


$A^C \quad \cup \quad B^C \quad = \quad A^C\cup B^C$

따라서 $(A\cap B)^C=A^C\cup B^C$이 성립한다.

10-1 $\boldsymbol{A}$

10-2 $B\cap(A\cup B)$를 벤다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



$B \qquad \cap \qquad (A\cup B) \qquad = \qquad B\cap(A\cup B)$

따라서 $B\cap(A\cup B)=B$가 성립한다.

11-1 (1) **2, 7** (2) **12, 7** (3) **5, 3**

11-2 (1) $n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$

$=12+16-9=\mathbf{19}$

(2) $n(B^C)=n(U)-n(B)$

$=25-16=\mathbf{9}$

(3) $n(A-B)=n(A)-n(A\cap B)$

$=12-9=\mathbf{3}$

12-1 $\boldsymbol{A\cap B}$, **2**

12-2 $n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$에서

$40=33+16-n(A\cap B)$

$\therefore n(A\cap B)=49-40=\mathbf{9}$

집중 연습

본문 | 026, 027쪽

1 (1) $A=\{x\,|\,x$는 8보다 작은 짝수$\}=\{2, 4, 6\}$

$B=\{x\,|\,x$는 8의 양의 약수$\}=\{1, 2, 4, 8\}$

① 집합 A에도 속하고 집합 B에도 속하는 원소는

2, 4이므로

$\boldsymbol{A\cap B=\{2,\ 4\}}$

② 집합 A에 속하거나 집합 B에 속하는 원소는

1, 2, 4, 6, 8이므로

$\boldsymbol{A\cup B=\{1,\ 2,\ 4,\ 6,\ 8\}}$

(2) $A=\{x\,|\,x$는 24의 양의 약수$\}=\{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$

$B=\{x\,|\,x$는 32의 양의 약수$\}=\{1, 2, 4, 8, 16, 32\}$

① 집합 A에도 속하고 집합 B에도 속하는 원소는

1, 2, 4, 8이므로

$\boldsymbol{A\cap B=\{1,\ 2,\ 4,\ 8\}}$

② 집합 A에 속하거나 집합 B에 속하는 원소는

1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 32이므로

$\boldsymbol{A\cup B=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 6,\ 8,\ 12,\ 16,\ 24,\ 32\}}$

(3) $A=\{x\,|\,x$는 6의 배수$\}=\{6, 12, 18, 24, 30, 36, \cdots\}$

$B=\{x\,|\,x$는 9의 배수$\}=\{9, 18, 27, 36, 45, 54, \cdots\}$

① 집합 A에도 속하고 집합 B에도 속하는 원소는

18, 36, 54, ⋯이므로

$\boldsymbol{A\cap B=\{18,\ 36,\ 54,\ \cdots\}}$

② 집합 A에 속하거나 집합 B에 속하는 원소는

6, 9, 12, 18, 24, 27, ⋯이므로

$\boldsymbol{A\cup B=\{6,\ 9,\ 12,\ 18,\ 24,\ 27,\ \cdots\}}$

2 (1) 전체집합 U의 원소 중 집합 A에 속하지 않는 원소는

4, 5, 6, 7이므로 $\boldsymbol{A^C=\{4,\ 5,\ 6,\ 7\}}$

(2) 전체집합 U의 원소 중 집합 B에 속하지 않는 원소는

1, 5, 7이므로 $\boldsymbol{B^C=\{1,\ 5,\ 7\}}$

(3) $A^C\cap B^C=\{4, 5, 6, 7\}\cap\{1, 5, 7\}=\boldsymbol{\{5,\ 7\}}$

(4) $A^C\cup B^C=\{4, 5, 6, 7\}\cup\{1, 5, 7\}=\boldsymbol{\{1,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7\}}$

다른 풀이 (3) $A^C\cap B^C=(A\cup B)^C$

이때 $A\cup B=\{1, 2, 3, 4, 6\}$이므로

$A^C\cap B^C=\{5, 7\}$

(4) $A^C\cup B^C=(A\cap B)^C$

이때 $A\cap B=\{2, 3\}$이므로

$A^C\cup B^C=\{1, 4, 5, 6, 7\}$

3 (1) 집합 A에는 속하지만 집합 B에는 속하지 않는

원소는 4, 6이므로 $\boldsymbol{A-B=\{4,\ 6\}}$

(2) 집합 B에는 속하지만 집합 A에는 속하지 않는

원소는 1, 7, 9이므로 $\boldsymbol{B-A=\{1,\ 7,\ 9\}}$

4 (1) $n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$

$=16+9-5=\mathbf{20}$

(2) $n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$에서

$20=12+16-n(A\cap B)$

$\therefore n(A\cap B)=28-20=\mathbf{8}$

(3) $n(A-B)=n(A)-n(A\cap B)$

$=15-8=\mathbf{7}$

(4) $n(A-B)=n(A\cup B)-n(B)$

$=12-5=\mathbf{7}$

(5) $n(A\cap B^C)=n(A-B)=n(A\cup B)-n(B)$

$=40-16=\mathbf{24}$

다른 풀이 (5) $n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$에서

$40=33+16-n(A\cap B)$

$\therefore n(A\cap B)=49-40=9$

$\therefore n(A\cap B^C)=n(A-B)=n(A)-n(A\cap B)$

$=33-9=24$

5 (1) $n(A\cap B)=n(A)+n(B)-n(A\cup B)$

$=16+19-28=\mathbf{7}$

(2) $n(A-B)=n(A)-n(A\cap B)$

$=16-7=\mathbf{9}$

(3) $n(B-A)=n(B)-n(A\cap B)$

$=19-7=\mathbf{12}$

(4) $n(A^C)=n(U)-n(A)$

$=30-16=\mathbf{14}$

(5) $n(B^C)=n(U)-n(B)$

$=30-19=\mathbf{11}$

(6) $n((A\cup B)^C)=n(U)-n(A\cup B)$

$=30-28=\mathbf{2}$

(7) $n((A\cap B)^C)=n(U)-n(A\cap B)$

$=30-7=\mathbf{23}$

다른 풀이 (2) $n(A-B)=n(A\cup B)-n(B)$

$=28-19=9$

(3) $n(B-A)=n(A\cup B)-n(A)$

$=28-16=12$

기초 개념 평가

본문 | 028, 029쪽

01 교집합	02 합집합
03 여집합	04 차집합
05 $\varnothing$	06 $\varnothing$, $\boldsymbol{A}$
07 $\boldsymbol{B\cap C}$	08 $\boldsymbol{A\cap C}$
09 $\boldsymbol{B^C}$	10 $\boldsymbol{A^C}$
11 $\varnothing$	12 $\boldsymbol{A\cap B}$

기초 문제 평가

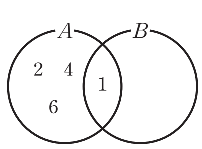
본문 | 030, 031쪽

1 $A=\{x|x$는 홀수$\}=\{1, 3, 5, 7, 9\}$

$B=\{x|x$는 3의 배수$\}=\{3, 6, 9\}$

$\therefore$ $\boldsymbol{A\cap B=\{3,\ 9\}}$

2 $A-B=\{2, 4, 6\}$, $A\cap B=\{1\}$을 벤다이어그램으로 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



$\therefore$ $\boldsymbol{A=\{1,\ 2,\ 4,\ 6\}}$

3 $A\cup B=\{1, 2, 3, k\}$이므로

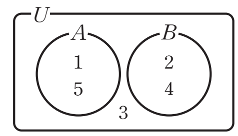
$1+2+3+k=10$ $\quad\therefore$ $\boldsymbol{k=4}$

4 두 집합 A와 B가 서로소이므로 $A\cap B=\varnothing$

$A-B=\{1, 5\}$

$A^C\cap B^C=(A\cup B)^C=\{3\}$

을 벤다이어그램으로 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



$\therefore$ $\boldsymbol{B=\{2,\ 4\}}$

5 $A\cap B=\{1, 3\}$이므로 $3\in A$

즉, $a^2+2=3$에서 $a^2=1$ $\quad\therefore$ $a=\pm1$

(i) $a=-1$일 때, $A=\{1, 2, 3\}$, $B=\{-1, 2, 3\}$

이때 $A\cap B=\{2, 3\}$이므로 조건을 만족시키지 않는다.

(ii) $a=1$일 때, $A=\{1, 2, 3\}$, $B=\{1, 3, 4\}$

이때 $A\cap B=\{1, 3\}$이므로 조건을 만족시킨다.

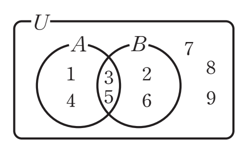
(i), (ii)에서 구하는 a의 값은 **1**이다.

6 $U=\{x|x$는 9 이하의 자연수$\}=\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

$A\cap B=\{3, 5\}$, $B-A=\{2, 6\}$,

$(A\cup B)^C=\{7, 8, 9\}$

를 벤다이어그램으로 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



$\therefore$ $\boldsymbol{A-B=\{1,\ 4\}}$

7 $U=\{x|x$는 6의 양의 약수$\}=\{1, 2, 3, 6\}$

① $A\cap\{2, 3\}=\{2, 3\}$

② $A\cap\{4, 6\}=\{6\}$

③ $A\cap\{1, 3, 5\}=\{1, 3\}$

④ $\{x|x$는 4의 배수$\}=\{4, 8, 12, 16, \cdots\}$이므로

$A\cap\{4, 8, 12, 16, \cdots\}=\varnothing$

⑤ $\{x|x$는 7보다 작은 소수$\}=\{2, 3, 5\}$이므로

$A\cap\{2, 3, 5\}=\{2, 3\}$

따라서 A와 서로소인 것은 ④ $\boldsymbol{\{x|x}$**는 4의 배수**$\boldsymbol{\}}$이다.

8 $A\cap B^C=\varnothing$이므로 $A-B=\varnothing$

① $A\subset B$ $\qquad$ ② $B\not\subset A^C$

③ $A\cap B=A$ $\qquad$ ④ $A\cup B=B$

⑤ $B-A\neq\varnothing$

따라서 항상 옳은 것은 ① $\boldsymbol{A\subset B}$이다.

참고 $A\subset B$이면

- $A\cup B=B$
- $A\cap B=A$
- $A-B=\varnothing$
- $A\cap B^C=\varnothing$
- $B^C\subset A^C$

9 $A\cap(A^C\cup B)=(A\cap A^C)\cup(A\cap B)$

$=\varnothing\cup(A\cap B)$

$=A\cap B$

$=\{1, 2, 3, 4\}\cap\{3, 4, 5\}$

$=\{3,\ 4\}$

따라서 구하는 모든 원소의 합은 $3+4=\mathbf{7}$이다.

10 $(A\cap B)\cup(A-B)=(A\cap B)\cup(A\cap\boxed{B^C})$

$=A\cap(B\cup\boxed{B^C})$

$=A\cap(\boxed{U})$

$=(\boxed{A})$

$\therefore$ (가) : $\boldsymbol{B^C}$ (나) : $\boldsymbol{U}$ (다) : $\boldsymbol{A}$

11 (1) $A\cap(B\cup A^C)=(A\cap B)\cup(A\cap A^C)$

$=(A\cap B)\cup\varnothing$

$=\boldsymbol{A\cap B}$

(2) $A\cup(B\cap A^C)=(A\cup B)\cap(A\cup A^C)$

$=(A\cup B)\cap U$

$=\boldsymbol{A\cup B}$

(3) $(A-B)^C-B=(A\cap B^C)^C\cap B^C$

$=(A^C\cup B)\cap B^C$

$=(A^C\cap B^C)\cup(B\cap B^C)$

$=(A^C\cap B^C)\cup\varnothing$

$=\boldsymbol{A^C\cap B^C}$

12 $U=\{x\,|\,x$는 10 이하의 자연수$\}$

$=\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

$A\cup B=\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}\cup\{1, 3, 5, 7, 9\}$

$=\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9\}$

이므로

$A^C\cap B^C=(A\cup B)^C=U-(A\cup B)=\{8, 10\}$

$\therefore \boldsymbol{n(A^C\cap B^C)=2}$

다른 풀이 $A\cap B=\{1, 3, 5, 7\}$이므로

$n(U)=10$, $n(A)=7$, $n(B)=5$, $n(A\cap B)=4$에서

$n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$

$=7+5-4=8$

$\therefore n(A^C\cap B^C)=n((A\cup B)^C)$

$=n(U)-n(A\cup B)$

$=10-8=2$

13 전체 학생의 집합을 U, 국내 체험활동에 참가한 학생의 집합을 A, 해외 체험활동에 참가한 학생의 집합을 B라 하면

$n(U)=n(A\cup B)=34$, $n(A)=31$, $n(B)=8$

이때 국내 체험활동과 해외 체험활동에 모두 참가한 학생의 집합은 $A\cap B$이므로

$n(A\cap B)=n(A)+n(B)-n(A\cup B)$

$=31+8-34$

$=\boldsymbol{5}$

14 회사의 전체 신입사원의 집합을 U, 소방안전 교육을 받은 사원의 집합을 A, 심폐소생술 교육을 받은 사원의 집합을 B라 하면

$n(U)=200$, $n(A)=120$, $n(B)=115$

이때 두 교육을 모두 받지 않은 사원의 집합은

$(A\cup B)^C$이므로 $n((A\cup B)^C)=17$

$n((A\cup B)^C)=n(U)-n(A\cup B)$

$=200-n(A\cup B)$

$=17$

$\therefore n(A\cup B)=183$

심폐소생술 교육만을 받은 사원의 집합은 $B-A$이므로

$n(B-A)=n(A\cup B)-n(A)$

$=183-120=\boldsymbol{63}$

03 명제

본문 | 032~037쪽

1-1 참, 거짓

1-2 ㄱ. 서울은 대한민국의 수도이므로 참인 명제이다.
ㄴ. 2는 소수이지만 홀수가 아니므로 거짓인 명제이다.
ㄷ. 12는 6의 배수이므로 참인 명제이다.
ㄹ. $\varnothing \subset \{3, 4\}$이므로 참인 명제이다.
ㅁ. x의 값에 따라 참일 수도 거짓일 수도 있으므로 명제가 아니다.
따라서 명제는 ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㄹ이다.

2-1 (1) **4** (2) $\mathbf{-1,\ 2}$

2-2 (1) $U=\{1, 3, 5, 7, 9\}$의 원소 중에서 소수인 것은 3, 5, 7이므로 진리집합은 $\mathbf{\{3,\ 5,\ 7\}}$이다.
(2) $x-2>6$에서 $x>8$
$U=\{1, 3, 5, 7, 9\}$의 원소 중에서 $x>8$을 만족시키는 x의 값은 9이므로 진리집합은 $\mathbf{\{9\}}$이다.

3-1 (1) **거짓** (2) $\le$

3-2 (1) 명제 '6은 2의 배수이다.'의 부정은 '6은 2의 배수가 아니다.'이므로 **거짓**이다.
(2) 명제 '$5\ge3$'의 부정은 '$5<3$'이므로 **거짓**이다.

4-1 (1) **4** (2) $\le$

4-2 (1) 주어진 조건의 부정은 '**x는 9의 양의 약수가 아니다.**'이고 그 진리집합은 $\mathbf{\{5,\ 7,\ 11\}}$이다.
(2) 주어진 조건의 부정은 '$\mathbf{3\le x<6}$'이고 그 진리집합은 $\mathbf{\{3,\ 5\}}$이다.

5-1 (1) **참** (2) **참**

5-2 (1) 1은 양수이지만 $|1|=1$이므로 주어진 명제는 **거짓**이다.
(2) $x=6$이면 x는 짝수이지만 3과 6의 공약수는 1, 3이므로 x는 3과 서로소가 아니다.
따라서 주어진 명제는 **거짓**이다.

6-1 (1) **참** (2) $>$

6-2 (1) 명제의 부정은 '**어떤 자연수 x에 대하여 $x^2\le1$이다.**'
$x=1$이면 $x^2\le1$을 만족시키므로 주어진 명제의 부정은 **참**이다.
(2) 명제의 부정은 '**모든 자연수 x에 대하여 $x^2>0$이다.**'
이므로 **참**이다.

7-1 **2, 참**

7-2 가정 : **정수 m, n에 대하여 $m+n$이 자연수이다.**
결론 : **m과 n은 모두 자연수이다.**
$m=0$, $n=1$이면 $m+n=1$은 자연수이지만 m은 자연수가 아니므로 주어진 명제는 **거짓**이다.

8-1 $\mathbf{-1}$, **참**

8-2 (1) 두 조건 'p : x는 3의 배수이다.', 'q : x는 9의 배수이다.'의 진리집합을 각각 P, Q라 하면
$P=\{3, 6, 9, \cdots\}$, $Q=\{9, 18, 27, \cdots\}$
이때 $P\not\subset Q$이므로 주어진 명제는 **거짓**이다.
(2) 두 조건 'p : $x>-1$', 'q : $x>1$'의 진리집합을 각각 P, Q라 하면
$P=\{x\,|\,x>-1\}$, $Q=\{x\,|\,x>1\}$
이때 $P\not\subset Q$이므로 주어진 명제는 **거짓**이다.

9-1 $\mathbf{x^2\le4}$, **참**

9-2 (1) **역: x가 6의 양의 약수이면 x는 12의 양의 약수이다. (참)**
두 조건 'p: x는 6의 양의 약수이다.',
'q: x는 12의 양의 약수이다.'의 진리집합을 각각 P, Q라 하면 $P=\{1, 2, 3, 6\}$, $Q=\{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$에서 $P\subset Q$이므로 주어진 명제의 역은 참이다.
대우: x가 6의 양의 약수가 아니면 x는 12의 양의 약수가 아니다. (거짓)
[반례] $x=4$이면 x는 6의 양의 약수는 아니지만 12의 양의 약수이다.
(2) **역: 자연수 n에 대하여 $n+1$이 홀수이면 n은 짝수이다. (참)**
$n+1=2k+1$ (k는 자연수)로 놓으면 $n=2k$
따라서 n은 짝수이므로 주어진 명제의 역은 참이다.
대우: 자연수 n에 대하여 $n+1$이 짝수이면 n은 홀수이다. (참)
$n+1=2k+2$ (k는 자연수)로 놓으면 $n=2k+1$
따라서 n은 홀수이므로 주어진 명제의 대우는 참이다.

10-1 $\mathbf{\sim r,\ q}$

10-2 명제 $\sim p \longrightarrow q$와 $p \longrightarrow \sim r$가 참이므로 각각의 대우 $\sim q \longrightarrow p$, $r \longrightarrow \sim p$가 참이다.
또 명제 $r \longrightarrow \sim p$와 $\sim p \longrightarrow q$가 참이므로 삼단논법에 의하여 $r \longrightarrow q$가 참이다.
따라서 참인 명제는 ㄱ, ㅂ이다.

11-1 **충분**

11-2 (1) 명제 $p \longrightarrow q$: '$a=b$이면 $ac=bc$이다.'는 참
명제 $q \longrightarrow p$: '$ac=bc$이면 $a=b$이다.'는 거짓
[반례] $a=1$, $b=2$, $c=0$이면 $ac=bc=0$이지만 $a\ne b$이다.
따라서 p는 q이기 위한 **충분조건**이다.

(2) 명제 $p \longrightarrow q$: 'ab는 정수이면 a와 b는 정수이다.'는 거짓

[반례] $a=2$, $b=\frac{1}{2}$이면 $ab=1$은 정수이지만 b는 정수가 아니다.

명제 $q \longrightarrow p$: 'a와 b가 정수이면 ab는 정수이다.'는 참

따라서 p는 q이기 위한 **필요조건**이다.

(3) 명제 $p \longrightarrow q$: '$2a-1=3$이면 $a=2$이다.'는 참

명제 $q \longrightarrow p$: '$a=2$이면 $2a-1=3$이다.'는 참

따라서 p는 q이기 위한 **필요충분조건**이다.

12-1 충분

12-2 (1) 조건 p, q의 진리집합을 각각 P, Q라 하면

$P=\{4, 8, 12, \cdots\}$, $Q=\{2, 4, 6, 8, \cdots\}$

$P \subset Q$이고 $Q \not\subset P$이므로 $p \Longrightarrow q$

따라서 p는 q이기 위한 **충분조건**이다.

(2) 조건 p, q의 진리집합을 각각 P, Q라 하면

$P=\{x|x>-1\}$, $Q=\{x|x>0\}$

$P \not\subset Q$이고 $Q \subset P$이므로 $q \Longrightarrow p$

따라서 p는 q이기 위한 **필요조건**이다.

(3) 조건 p, q의 진리집합을 각각 P, Q라 하면

$P=\{0, 1\}$, $Q=\{0, 1\}$

$P=Q$이므로 $P \Longleftrightarrow Q$

따라서 p는 q이기 위한 **필요충분조건**이다.

집중 연습

본문 | 038, 039쪽

1 $U=\{x|x$는 10 이하의 자연수$\}$

$=\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

(1) U의 원소 중에서 소수인 것은 2, 3, 5, 7이므로 진리집합은 $\{\mathbf{2, 3, 5, 7}\}$이다.

(2) $x^2-3x-4=0$, $(x+1)(x-4)=0$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=4$

그런데 $x=-1$은 전체집합의 원소가 아니므로 진리집합은 $\{\mathbf{4}\}$이다.

(3) U의 원소 중에서 $3<x<9$를 만족시키는 x의 값은 4, 5, 6, 7, 8이므로 진리집합은 $\{\mathbf{4, 5, 6, 7, 8}\}$이다.

(4) U의 원소 중에서 7 이하의 수는 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7이므로 진리집합은 $\{\mathbf{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7}\}$이다.

(5) U의 원소 중에서 18의 양의 약수는 1, 2, 3, 6, 9이므로 진리집합은 $\{\mathbf{1, 2, 3, 6, 9}\}$이다.

2 (1) 모든 실수 x에 대하여 $|x|\geq 0$이므로 주어진 명제는 **참**이다.

(2) 모든 자연수 x에 대하여 $|x|\geq 1$이므로 주어진 명제는 **참**이다.

(3) $x=0$이면 $x^2=0$이다.

따라서 $x^2\leq 0$이므로 주어진 명제는 **참**이다.

(4) 자연수 3의 제곱인 9는 홀수이므로 주어진 명제는 **참**이다.

(5) $x+1<0$, 즉 $x<-1$을 만족시키는 자연수 x는 존재하지 않으므로 주어진 명제는 **거짓**이다.

3 (1) 두 조건 'p : $|x|=2$', 'q : $x=2$'의 진리집합을 각각 P, Q라 하면 $P=\{-2, 2\}$, $Q=\{2\}$

이때 $P \not\subset Q$이므로 주어진 명제는 **거짓**이다.

(2) 두 조건 'p : $x+3>0$', 'q : $x+2>0$'의 진리집합을 각각 P, Q라 하면 $P=\{x|x>-3\}$, $Q=\{x|x>-2\}$

이때 $P \not\subset Q$이므로 주어진 명제는 **거짓**이다.

(3) 두 조건 'p : $-2\leq x\leq 2$', 'q : $x\leq 2$'의 진리집합을 각각 P, Q라 하면 $P=\{x|-2\leq x\leq 2\}$, $Q=\{x|x\leq 2\}$

이때 $P \subset Q$이므로 주어진 명제는 **참**이다.

(4) 두 조건 'p : x는 3의 배수이다.', 'q : x는 6의 배수이다.'의 진리집합을 각각 P, Q라 하면

$P=\{3, 6, 9, \cdots\}$, $Q=\{6, 12, 18, \cdots\}$

이때 $P \not\subset Q$이므로 주어진 명제는 **거짓**이다.

(5) 두 조건 'p : $x^2-5x+6=0$', 'q : $0<x<4$'의 진리집합을 각각 P, Q라 하면

$x^2-5x+6=0$에서 $(x-2)(x-3)=0$

$\therefore x=2$ 또는 $x=3$

$P=\{2, 3\}$, $Q=\{x|0<x<4\}$

이때 $P \subset Q$이므로 주어진 명제는 **참**이다.

4 (1) 두 조건 p, q의 진리집합을 각각 P, Q라 하면

$P=\{1, 3, 5, 7, \cdots\}$, $Q=\{3, 5, 7, 11, \cdots\}$

$P \not\subset Q$이고 $Q \subset P$이므로 $q \Longrightarrow p$

따라서 p는 q이기 위한 **필요조건**이다.

(2) 명제 $p \longrightarrow q$: '$a=2$, $b=3$이면 $ab=6$이다.'는 참

명제 $q \longrightarrow p$: '$ab=6$이면 $a=2$, $b=3$이다.'는 거짓

[반례] $a=1$, $b=6$이면 $ab=6$이지만 $a\neq 2$, $b\neq 3$이다.

따라서 p는 q이기 위한 **충분조건**이다.

(3) 명제 $p \longrightarrow q$: 'a는 홀수, b는 짝수이면 ab는 짝수이다.'는 참

명제 $q \longrightarrow p$: 'ab가 짝수이면 a는 홀수, b는 짝수이다.'는 거짓

[반례] $a=2$, $b=4$이면 $ab=8$이므로 짝수이지만 a는 홀수가 아니다.

따라서 p는 q이기 위한 **충분조건**이다.

(4) 모든 정사각형은 직사각형이므로

명제 $p \longrightarrow q$: '□ABCD가 정사각형이면 □ABCD는 직사각형이다.'는 참

명제 $q \longrightarrow p$: '□ABCD가 직사각형이면 □ABCD는 정사각형이다.'는 거짓

[반례] 가로와 세로의 길이가 다른 직사각형은 정사각형이 아니다.

따라서 p는 q이기 위한 **충분조건**이다.

(5) 정삼각형의 모든 내각의 크기는 같으므로

명제 $p \longrightarrow q$: ‘△ABC가 정삼각형이면 ∠A=∠B=∠C이다.’는 참

세 내각의 크기가 모두 같은 삼각형은 정삼각형이므로

명제 $q \longrightarrow p$: ‘∠A=∠B=∠C이면 △ABC는 정삼각형이다.’는 참

따라서 p는 q이기 위한 **필요충분조건**이다.

기초 개념 평가

본문 | 040, 041쪽

01 **명제**	02 **조건**
03 $\boldsymbol{P^C}$	04 $\boldsymbol{P\cup Q}$
05 $\boldsymbol{P\cap Q}$	06 **어떤,** $\boldsymbol{\sim p}$
07 **모든,** $\boldsymbol{\sim p}$	08 **가정, 결론**
09 **가정, 결론**	10 $\boldsymbol{\sim q \longrightarrow \sim p}$
11 $\boldsymbol{\sim q \longrightarrow p}$	12 **충분**
13 **필요**	14 **필요충분**

기초 문제 평가

본문 | 042, 043쪽

1 $U=\{1, 2, 3, 6\}$의 원소 중에서 조건 p를 만족시키는 x는

$x^2-3x+2=0$, $(x-1)(x-2)=0$

$\therefore x=1$ 또는 $x=2$

조건 p의 진리집합은 $\{1, 2\}$이므로 조건 $\sim p$의 진리집합은 $\boldsymbol{P^C=\{3,\ 6\}}$이다.

2 두 실수 a, b에 대하여 $|a|\geq 0$, $|b|\geq 0$이므로

$|a|+|b|=0$에서 $|a|=0$이고 $|b|=0$

$\therefore a=b=0$

따라서 조건 ‘$|a|+|b|=0$’은 ‘$a=0$이고 $b=0$’이므로

그 부정은 ② **‘$\boldsymbol{a\neq 0}$ 또는 $\boldsymbol{b\neq 0}$’**이다.

3 ㄱ. $x=5$이면 $x<5$를 만족시키지 않으므로 주어진 명제는 거짓이다.

ㄴ. $x=5$이면 $x-2=3$이므로 주어진 명제는 참이다.

ㄷ. $x=4$이면 $x^2=16$이므로 주어진 명제는 참이다.

ㄹ $x=1$이면 $x^2>3$을 만족시키지 않으므로 주어진 명제는 거짓이다.

따라서 참인 명제는 **ㄴ, ㄷ**이다.

4 ① $a^2>1$이면 $a>1$이다. (거짓)

[반례] $a=-2$이면 $a^2=4>1$이지만 $a<1$이다.

② $a^2=4$이면 $a=2$이다. (거짓)

[반례] $a=-2$이면 $a^2=4$이지만 $a\neq 2$이다.

③ a가 9의 배수일 때, $a=9k$ (k는 자연수)로 놓으면 $a=3(3k)$이고 $3k$는 자연수이므로 a는 3의 배수이다.

④ $a+b\leq 2$이면 $a\leq 1$이고 $b\leq 1$이다. (거짓)

[반례] $a=3$, $b=-1$이면 $a+b=2\leq 2$이지만 $a>1$이다.

⑤ $a+b$가 짝수이면 a, b는 모두 짝수이다. (거짓)

[반례] $a=3$, $b=1$이면 $a+b$는 짝수이지만 a, b는 모두 홀수이다.

따라서 참인 명제는 **③**이다.

5 명제 $p \longrightarrow q$가 참이면 $P\subset Q$이다.

① $P\cap Q=P$ ② $P\cap Q^C=P-Q=\varnothing$

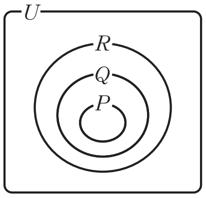
③ $P\cup Q=Q$ ④ $Q-P\neq U$

⑤ $P\cup Q^C\neq U$

항상 옳은 것은 ② $\boldsymbol{P\cap Q^C=\varnothing}$이다.

6 세 조건 p, q, r의 진리집합 P, Q, R에 대하여 두 명제 $p \longrightarrow q$, $q \longrightarrow r$가 참이므로 $P\subset Q$, $Q\subset R$

즉, $P\subset Q\subset R$를 벤다이어그램으로 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



ㄴ. $P\cup Q=Q$이고 $Q\subset R$이므로 $(P\cup Q)\not\subset R^C$

따라서 거짓이다.

ㄷ. $P^C\cap R^C=(P\cup R)^C=R^C$이고 $Q\subset R$이므로 $R^C\subset Q^C$

따라서 $(P^C\cap R^C)\subset Q^C$이므로 참이다.

따라서 옳은 것은 **ㄱ, ㄷ**이다.

7 명제 $p \longrightarrow \sim q$가 참이므로 그 대우인 $q \longrightarrow \sim p$도 참이다.

이때 명제 $r \longrightarrow q$가 참이므로 삼단논법에 의하여 참인 것은 ① $\boldsymbol{r \longrightarrow \sim p}$이다.

8 ㄱ. 역 : ‘자연수 n에 대하여 n^2이 홀수이면 n이 홀수이다.’의 대우는 ‘자연수 n에 대하여 n이 짝수이면 n^2은 짝수이다.’

$n=2k$ (k는 자연수)로 놓으면 $n^2=4k^2=2(2k^2)$이고 $2k^2$은 자연수이므로 n^2은 짝수이다.

대우가 참이므로 주어진 명제의 역은 참이다.

ㄴ. 역 : ‘자연수 n에 대하여 n이 4의 배수이면 n은 2의 배수이다.’

두 조건 ‘p : n이 4의 배수’, ‘q : n이 2의 배수’의 진리집합을 각각 P, Q라 하면 $P\subset Q$이므로 명제 $p \longrightarrow q$는 참이다.

ㄷ. 역 : ‘실수 x, y에 대하여 $x^2+y^2>0$이면 $xy<0$이다.’ (거짓)

[반례] $x=1$, $y=2$이면 $x^2+y^2=5>0$이지만 $xy=2>0$

따라서 역이 참인 것은 **ㄱ, ㄴ**이다.

9 $\overline{AB}=\overline{AC}$이면 삼각형 ABC는 이등변삼각형이므로 $\angle B=\angle C$이다.
명제 p가 참이므로 명제 p의 대우도 참이다.
역: '$\angle B=\angle C$이면 $\overline{AB}=\overline{AC}$이다.'는 참이므로 명제 p의 역도 참이다.
따라서 참인 명제는 ㄱ, ㄴ, ㄷ이다.

10 주어진 명제가 참이므로 명제의 대우 '$x^2+ax+b=0$이면 $x-2=0$이다.'도 참이다.
$x^2+ax+b=(x-2)^2=x^2-4x+4$
따라서 $a=-4$, $b=4$이므로 $\boldsymbol{a+b=0}$

11 (1) 두 조건 p, q의 진리집합을 각각 P, Q라 하면
$P=\{2, 3, 5, 7\}$, $Q=\{1, 2, 3, 5, 7\}$
이때, $P\subset Q$, $Q\not\subset P$이므로 $p \Longrightarrow q$
따라서 p는 q이기 위한 **충분조건**이다.
(2) $|x|\leq 1$에서 $-1\leq x\leq 1$이므로 $p \Longleftrightarrow q$
따라서 p는 q이기 위한 **필요충분조건**이다.
(3) 명제 $p \longrightarrow q$: '$xy=0$이면 $x^2+y^2=0$이다.'는 거짓
[반례] $x=1$, $y=0$이면 $xy=0$이지만 $x^2+y^2=1\neq 0$
$x^2+y^2=0$이면 $x^2\geq 0$, $y^2\geq 0$에서 $x^2=y^2=0$
$\therefore x=y=0$
명제 $q \longrightarrow p$: '$x^2+y^2=0$이면 $xy=0$이다.'는 참
따라서 $q \Longrightarrow p$이므로 p는 q이기 위한 **필요조건**이다.

12 ㄱ. 두 조건 p, q의 진리집합을 각각 P, Q라 하면
조건 p에서 $x+3=\pm 2$ $\quad\therefore x=-1$ 또는 $x=-5$
$P=\{-5, -1\}$, $Q=\{-1\}$이므로 $P\not\subset Q$, $Q\subset P$
즉, $q \Longrightarrow p$이므로 조건 p는 조건 q이기 위한 필요조건이다.
ㄴ. 두 조건 p, q의 진리집합을 각각 P, Q라 하면
$P=\{x\,|\,-1<x<1\}$, $Q=\{x\,|\,x<1\}$이므로
$P\subset Q$, $Q\not\subset P$
즉, $p \Longrightarrow q$이므로 조건 p는 조건 q이기 위한 충분조건이다.
ㄷ. 명제 $p \longrightarrow q$: '$x^2>y^2$이면 $x>y>0$이다.'는 거짓
[반례] $x=-2$, $y=-1$이면 $x^2>y^2$이지만 $x<y<0$이다.
명제 $q \longrightarrow p$: '$x>y>0$이면 $x^2>y^2$이다.'는 참
즉, $q \Longrightarrow p$이므로 조건 p는 조건 q이기 위한 필요조건이다.
따라서 조건 p가 조건 q이기 위한 필요조건인 것은 ㄱ, ㄷ이다.

04 명제의 증명

본문 | 044, 045쪽

1-1 **홀수, 1, 홀수**
1-2 **짝수, $(2b-1)^2$, 짝수**

2-1 $\boldsymbol{\left(a+\frac{b}{2}\right)^2}$, $\geq$
2-2 $a^2+2b^2-2ab=a^2-2ab+b^2+b^2$
$\qquad=(a-b)^2+b^2$
그런데 $(a-b)^2\geq 0$, $b^2\geq 0$
$\therefore a^2+2b^2-2ab\geq 0$
$\therefore a^2+2b^2\geq 2ab$ (단, 등호는 $a=b=0$일 때 성립)

3-1 $\boldsymbol{(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2}$, $\boldsymbol{b}$
3-2 $a>0$이므로
$$a+\frac{1}{a}-2=(\sqrt{a})^2+\frac{1}{(\sqrt{a})^2}-2\sqrt{a}\times\frac{1}{\sqrt{a}}$$
$$=\left(\sqrt{a}-\frac{1}{\sqrt{a}}\right)^2\geq 0$$
$\therefore a+\frac{1}{a}\geq 2$ $\left(\text{단, 등호는 } a=\frac{1}{a}\text{, 즉 } a=1\text{일 때 성립}\right)$

기초 개념 평가

본문 | 046, 047쪽

01 대우	02 결론
03 정의	04 증명
05 정리	06 $\boldsymbol{a=b=0}$
07 $\boldsymbol{a-b>0}$	08 $\boldsymbol{a^2\geq b^2}$
09 **1**	10 **1**
11 **2**	12 **4**

기초 문제 평가

본문 | 048, 049쪽

1 주어진 명제의 대우 '자연수 a에 대하여 a가 3의 배수가 아니면 a^2도 3의 배수가 아니다.'가 참임을 증명하면 된다.
a가 3의 배수가 아니므로 $a=3k+1$ 또는 $a=3k+2$ (k는 음이 아닌 정수)로 나타낼 수 있다.
(i) $a=3k+1$일 때
$a^2=(3k+1)^2=9k^2+6k+1=3(3k^2+2k)+1$
즉, a^2은 $\boxed{3}$의 배수가 아니다.

(ii) $a=3k+2$일 때

$a^2=(3k+2)^2=9k^2+12k+4=3(3k^2+4k+1)+\boxed{1}$

즉, a^2은 3의 배수가 아니다.

따라서 주어진 명제의 $\boxed{\text{대우}}$가 참이므로 명제 '자연수 a에 대하여 a^2이 3의 배수이면 a는 3의 배수이다.'도 참이다.

따라서 옳은 것은 ④ (가) **3**, (나) **1**, (다) **대우**이다.

2 $\sqrt{2}$가 $\boxed{\text{유리수}}$라 가정하면

$\sqrt{2}=\dfrac{q}{p}$ (단, p, q는 서로소인 자연수)

로 나타낼 수 있다. $\sqrt{2}=\dfrac{q}{p}$의 양변을 제곱하면

$2=\dfrac{q^2}{p^2}$이므로 $q^2=2p^2$ ……㉠

즉, q^2은 $\boxed{\text{짝수}}$이므로 q도 짝수이다.

$q=2k$ (k는 자연수)로 놓고 ㉠에 대입하면

$4k^2=2p^2$ $\quad\therefore p^2=2k^2$

즉, p^2은 짝수이므로 p도 짝수이다.

이것은 p, q가 $\boxed{\text{서로소}}$라는 사실에 모순이다.

따라서 $\sqrt{2}$는 무리수이다.

따라서 옳은 것은 ③ (가) **유리수**, (나) **짝수**, (다) **서로소**이다.

3 $x^2+y^2+z^2-xy-yz-zx$

$=\dfrac{1}{2}(2x^2+2y^2+2z^2-2xy-2yz-2zx)$

$=\dfrac{1}{2}\{(x-y)^2+\boxed{(y-z)^2}+(z-x)^2\}$

이때 x, y, z가 실수이므로

$(x-y)^2\ \boxed{\geq}\ 0$, $(y-z)^2\geq 0$, $(z-x)^2\geq 0$

$\therefore x^2+y^2+z^2-xy-yz-zx\geq 0$

(단, 등호는 $\boxed{x=y=z}$일 때 성립)

따라서 옳은 것은 ② (가) $\boldsymbol{(y-z)^2}$, (나) $\boldsymbol{\geq}$, (다) $\boldsymbol{x=y=z}$이다.

4 $(|a|+|b|)^2-|a+b|^2$

$=|a|^2+2|a||b|+|b|^2-(a+b)^2$

$=a^2+2|ab|+b^2-(a^2+2ab+b^2)$

$=2(|ab|-ab)$

그런데 $|ab|\geq ab$이므로 $2(|ab|-ab)\ \boxed{\geq}\ 0$

따라서 $(|a|+|b|)^2\geq|a+b|^2$

이때 $|a|+|b|\geq 0$, $|a+b|\geq 0$

$\therefore |a|+|b|\geq|a+b|$

(단, 등호는 $|ab|=ab$, 즉 $\boxed{ab\geq 0}$일 때 성립)

$\therefore$ (가) $\boldsymbol{\geq}$, (나) $\boldsymbol{ab\geq 0}$

5 산술평균과 기하평균의 관계에 의하여

$x+\dfrac{16}{x}\geq 2\sqrt{x\times\dfrac{16}{x}}=2\times 4=8$

$\left(\text{단, 등호는 } x=\dfrac{16}{x}\text{, 즉 } x=4\text{일 때 성립}\right)$

따라서 $x+\dfrac{16}{x}$의 최솟값은 8이다.

6 $a>0$, $b>0$에서 $2a>0$, $3b>0$이므로

산술평균과 기하평균의 관계에 의하여

$2a+3b\geq 2\sqrt{2a\times 3b}$, $12\geq 2\sqrt{6ab}$, $6\geq\sqrt{6ab}$

$36\geq 6ab$ $\quad\therefore ab\leq 6$ (단, 등호는 $2a=3b$일 때 성립)

따라서 구하는 ab의 최댓값은 **6**이다.

7 $\left(4x+\dfrac{1}{y}\right)\left(\dfrac{1}{x}+16y\right)=4+64xy+\dfrac{1}{xy}+16$

$=64xy+\dfrac{1}{xy}+20$

$x>0$, $y>0$에서 $64xy>0$, $\dfrac{1}{xy}>0$이므로

산술평균과 기하평균의 관계에 의하여

$64xy+\dfrac{1}{xy}\geq 2\sqrt{64xy\times\dfrac{1}{xy}}=2\times 8=16$

$\left(\text{단, 등호는 } 64xy=\dfrac{1}{xy}\text{, 즉 } xy=\dfrac{1}{8}\text{일 때 성립}\right)$

$\therefore \left(4x+\dfrac{1}{y}\right)\left(\dfrac{1}{x}+16y\right)=64xy+\dfrac{1}{xy}+20\geq 16+20=36$

따라서 구하는 최솟값은 **36**이다.

05 함수

기초 개념 피드백 & TEST

본문 | 053쪽

1-1 2, 함수, 48

1-2 ㄱ. 자연수 x를 2로 나눈 나머지는 0 또는 1 중의 어느 하나에 대응하므로 함수이다.

ㄴ. 예를 들어 자연수 2의 배수는 2, 4, 6, $\cdots$의 무수히 많은 수가 대응하므로 함수가 아니다.

ㄷ. $y=2\pi x$이므로 함수이다.

ㄹ. $y=\dfrac{500}{x}$이므로 함수이다.

따라서 y가 x의 함수인 것은 ㄱ, ㄷ, ㄹ이다.

2-1 $-5,\ 0,\ -1,\ -3$

2-2 $\mathrm{A}(2,\ 3),\ \mathrm{B}(3,\ 2),\ \mathrm{C}(-2,\ 3),$
$\mathrm{D}(2,\ -3),\ \mathrm{E}(-2,\ -3),\ \mathrm{F}(-3,\ 0)$

본문 | 054~059쪽

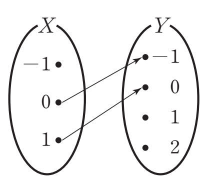
1-1 (1) **3** (2) **대응**

1-2 (1) X의 원소 2에 대응하는 Y의 원소가 b, c의 2개이므로 **함수가 아니다.**

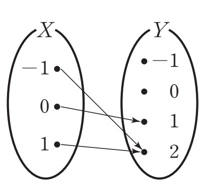
(2) X의 각 원소에 Y의 원소가 오직 하나씩 대응하므로 **함수이다.**

2-1 (1) $\boldsymbol{Y}$ (2) $\mathbf{-1}$

2-2 (1) 주어진 대응을 그림으로 나타내면 오른쪽과 같다.
이때 X의 원소 -1에 대응하는 Y의 원소가 없으므로 **함수가 아니다.**



(2) 주어진 대응을 그림으로 나타내면 오른쪽과 같다.
이때 X의 각 원소에 Y의 원소가 오직 하나씩 대응하므로 **함수이다.**



3-1 (1) $\boldsymbol{c}$ (2) $\mathbf{1},\ \boldsymbol{d}$

3-2 (1) 정의역 : $X=\{a,\ b,\ c,\ d\}$
공역 : $Y=\{1,\ 2,\ 3\}$
치역 : $\{1,\ 3\}$

(2) 정의역 : $X=\{a,\ b,\ c,\ d\}$
공역 : $Y=\{1,\ 2,\ 3\}$
치역 : $\{1,\ 2,\ 3\}$

4-1 1, 0, 0

4-2 $f(x)=(x$의 양의 약수의 개수$)$의 함숫값을 구하면
$f(1)=1,\ f(2)=2,\ f(3)=2,\ f(4)=3,\ f(5)=2$
따라서 함수 f의 치역은 $\{\mathbf{1},\ \mathbf{2},\ \mathbf{3}\}$

5-1 1, 1, $\boldsymbol{g}$

5-2 $f(-1)=-1,\ f(0)=0,\ f(1)=1$
$g(-1)=-1,\ g(0)=0,\ g(1)=1$
$h(-1)=1,\ h(0)=0,\ h(1)=-1$
따라서 서로 같은 함수는 $\boldsymbol{f}$와 $\boldsymbol{g}$이다.

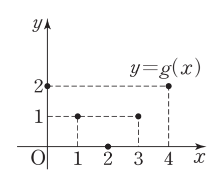
참고 세 함수 $f(x)$, $g(x)$, $h(x)$의 공역을 따로 언급하지 않았으므로 공역은 모두 실수 전체의 집합으로 생각한다.

6-1 1, 1, 3

6-2 $f(2)=2a+b,\ g(2)=2$
$f(4)=4a+b,\ g(4)=1$
이때 $f=g$이므로
$f(2)=g(2)$에서 $2a+b=2$ …… ㉠
$f(4)=g(4)$에서 $4a+b=1$ …… ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $\boldsymbol{a}=-\dfrac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}},\ \boldsymbol{b}=\mathbf{3}$

7-1 3, 2

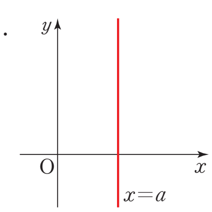
7-2 $g(0)=2,\ g(1)=1,\ g(2)=0,\ g(3)=1,\ g(4)=2$
함수의 그래프는
$\{(0,\ 2),\ (1,\ 1),\ (2,\ 0),\ (3,\ 1),\ (4,\ 2)\}$
이므로 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



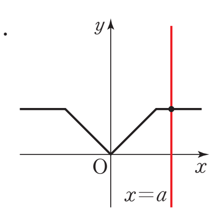
8-1 ㄱ

8-2 정의역의 임의의 원소 a에 대하여 y축에 평행한 직선 $x=a$를 주어진 그래프에 그어 교점이 1개인 것을 찾는다.

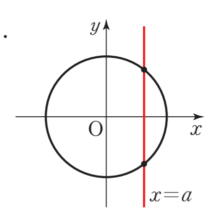
ㄱ.



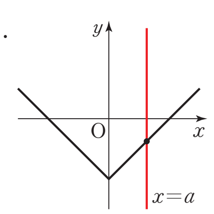
ㄴ.



ㄷ.



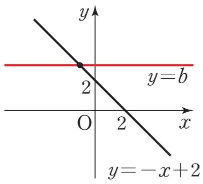
ㄹ.

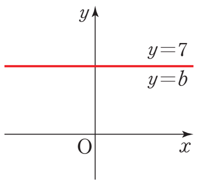


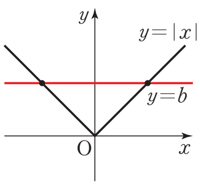
따라서 함수의 그래프는 ㄴ, ㄹ이다.

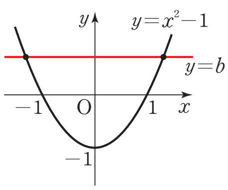
9-1 ㄱ

9-2 치역과 공역이 같고, 치역의 한 원소 b에 대하여 x축에 평행한 직선 $y=b$와 한 점에서만 만나는 함수의 그래프를 찾는다.

ㄱ.


ㄴ.


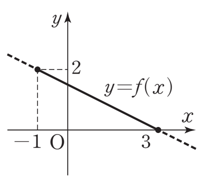
ㄷ.


ㄹ.


따라서 일대일대응인 것은 ㄱ이다.

10-1 $\mathbf{-1,\ 1,\ 0}$

10-2 $f(x)=ax+b$에서 $a<0$이므로 함수 f가 일대일대응이려면 $y=f(x)$의 그래프는 오른쪽 그림과 같아야 한다. 즉,



$f(-1)=2$에서

$-a+b=2$ …… ㉠

$f(3)=0$에서 $3a+b=0$ …… ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $\boldsymbol{a=-\frac{1}{2},\ b=\frac{3}{2}}$

11-1 (1) **치역** (2) **ㄱ** (3) **ㄹ**

11-2 (1) 일대일대응의 그래프는 ㄴ, ㄹ이다.

(2) 항등함수의 그래프는 ㄹ이다.

(3) 상수함수의 그래프는 ㄷ이다.

기초 개념 평가

본문 | 060, 061쪽

01 대응
02 함수
03 $\boldsymbol{f: X \longrightarrow Y}$
04 정의역, 공역
05 치역
06 정의역
07 $=$
08 그래프
09 한
10 일대일함수
11 일대일대응
12 항등
13 상수

기초 문제 평가

본문 | 062, 063쪽

1 ㄱ. X의 각 원소에 Y의 원소가 오직 하나씩 대응하므로 **함수이다.**

정의역 : $X=\{a, b, c\}$, 공역 : $Y=\{1, 2, 3\}$,

치역 : $\{1, 2\}$

ㄴ. X의 원소 3에 대응하는 Y의 원소가 c, d로 2개이므로 **함수가 아니다.**

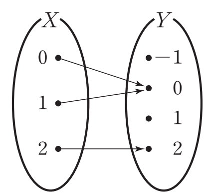
ㄷ. X의 원소 c에 대응하는 Y의 원소가 없으므로 **함수가 아니다.**

ㄹ. X의 각 원소에 Y의 원소가 오직 하나씩 대응하므로 **함수이다.**

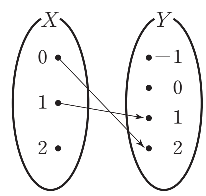
정의역 : $X=\{1, 2, 3, 4\}$, 공역 : $Y=\{a, b, c, d\}$

치역 : $\{b, c\}$

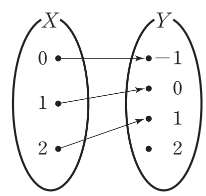
2 ㄱ. 주어진 대응을 그림으로 나타내면 오른쪽과 같다.
이때 X의 원소에 Y의 원소가 오직 하나씩 대응하므로 함수이다.



ㄴ. 주어진 대응을 그림으로 나타내면 오른쪽과 같다.
이때 X의 원소 2에 대응하는 Y의 원소가 없으므로 함수가 아니다.



ㄷ. 주어진 대응을 그림으로 나타내면 오른쪽과 같다.
이때 X의 원소에 Y의 원소가 오직 하나씩 대응하므로 함수이다.



따라서 함수인 것은 ㄱ, ㄷ이다.

3 $f(x)=\begin{cases} 1 & (x\ge 0) \\ x+1 & (x<0) \end{cases}$에 $x=-2,\ -1,\ 1,\ 2$를 대입하여 함숫값을 구하면 다음과 같다.

$f(-2)=-1,\ f(-1)=0,\ f(1)=1,\ f(2)=1$

따라서 함수 f의 치역은 $\mathbf{\{-1,\ 0,\ 1\}}$이다.

4 $x=-1,\ 1$을 $f(x),\ g(x),\ h(x)$에 각각 대입하면

$f(-1)=-2,\ f(1)=0$

$g(-1)=0,\ g(1)=0$

$h(-1)=0,\ h(1)=0$

즉, $g(-1)=h(-1),\ g(1)=h(1)$이므로 서로 같은 함수는 $\boldsymbol{g}$와 $\boldsymbol{h}$이다.

5 $f(1)=a+b,\ g(1)=1$

$f(2)=2a+b,\ g(2)=-2$

이때 $f=g$이므로

$f(1)=g(1)$에서 $a+b=1$ …… ㉠

$f(2)=g(2)$에서 $2a+b=-2$ …… ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $\boldsymbol{a=-3,\ b=4}$

6 정의역의 임의의 원소 a에 대하여 y축에 평행한 직선 $x=a$를 주어진 그래프에 그어 교점이 1개인 것을 찾는다.

ㄴ, ㄹ의 그래프는 직선 $x=a$와 두 점에서 만나는 경우가 있으므로 함수의 그래프가 아니다.

따라서 함수의 그래프인 것은 ㄱ, ㄷ, ㅁ, ㅂ이다.

7 (1) 일대일함수 : ㄱ, ㄴ, ㄷ

(2) 일대일대응 : ㄱ, ㄴ

(3) 항등함수 : ㄴ

(4) 상수함수 : ㄹ

8 치역과 공역이 같고, 치역의 한 원소 b에 대하여 x축에 평행한 직선 $y=b$와 한 점에서만 만나는 함수의 그래프를 찾는다.

따라서 일대일대응인 것은 ㄱ, ㄴ이다.

9 정의역 $X=\{-1, 0, 1\}$에서 함숫값은

$f(-1)=-1,\ f(0)=0,\ f(1)=1$

이므로 치역은 $\{-1, 0, 1\}$

이때 일대일대응은 치역과 공역이 같아야 하므로

$\{-1, 0, 1\}=\{-1, 0, a\}$

$\therefore \boldsymbol{a=1}$

10 함수 $f(x)=x^2$이 항등함수이어야 하므로

$f(x)=x$에서 $x^2=x,\ x(x-1)=0$

$\therefore x=0$ 또는 $x=1$

따라서 구하는 집합 X는 $\boldsymbol{\{0\},\ \{1\},\ \{0,\ 1\}}$이다.

11 함수 f는 상수함수이므로

$f(1)=f(2)=f(3)=\cdots=f(10)=2$

$\therefore f(1)+f(2)+f(3)+\cdots+f(10)=2\times 10=\boldsymbol{20}$

12 함수 f는 항등함수이므로 $f(1)=1,\ f(2)=2$

$\therefore f(1)=g(1)=1$

함수 g는 상수함수이므로 $g(2)=g(1)=1$

$\therefore f(2)+g(2)=2+1=\boldsymbol{3}$

06 합성함수와 역함수

본문 | 064~069쪽

1-1 (1) **2** (2) **3** (3) **2**

1-2 (1) $(g\circ f)(0)=g(f(0))=g(1)=\boldsymbol{0}$

(2) $(g\circ f)(1)=g(f(1))=g(2)=\boldsymbol{1}$

(3) $(g\circ f)(2)=g(f(2))=g(3)=\boldsymbol{4}$

2-1 (1) **0** (2) **0** (3) **1** (4) **3**

2-2 (1) $(g\circ f)(1)=g(f(1))=g(2)=\boldsymbol{3}$

(2) $(g\circ f)(2)=g(f(2))=g(-1)=\boldsymbol{-3}$

(3) $(f\circ g)(1)=f(g(1))=f(1)=\boldsymbol{2}$

(4) $(f\circ g)(2)=f(g(2))=f(3)=\boldsymbol{-6}$

3-1 (1) $\boldsymbol{2x-1}$ (2) **2**

3-2 (1) $(f\circ g)(x)=f(g(x))=f(x+2)$

$=\boldsymbol{-(x+2)^2}$

(2) $(g\circ f)(x)=g(f(x))=g(-x^2)$

$=\boldsymbol{-x^2+2}$

4-1 (1) $\boldsymbol{3x-1}$ (2) $\boldsymbol{-6}$

4-2 (1) $(f\circ g)(x)=f(g(x))=f(-x)=(-x)^2=x^2$

이므로

$((f\circ g)\circ h)(x)=(f\circ g)(h(x))=(f\circ g)(x+2)$

$=\boldsymbol{(x+2)^2}$

(2) $(g\circ h)(x)=g(h(x))=g(x+2)$

$=-(x+2)=-x-2$

이므로

$(f\circ(g\circ h))(x)=f((g\circ h)(x))=f(-x-2)$

$=(-x-2)^2=\boldsymbol{(x+2)^2}$

5-1 (1) **3** (2) **1** (3) **15**

5-2 함수 $f(x)$와 그 역함수 $f^{-1}(x)$에 대하여

$f(a)=b$이면 $f^{-1}(b)=a$이다.

(1) $f(3)=1$이므로 $\boldsymbol{f^{-1}(1)=3}$

(2) $f(2)=2$이므로 $\boldsymbol{f^{-1}(2)=2}$

(3) $f(4)=3$이므로 $\boldsymbol{f^{-1}(3)=4}$

(4) $f(1)=4$이므로 $\boldsymbol{f^{-1}(4)=1}$

6-1 (1) $\boldsymbol{a}$ (2) $\boldsymbol{-2}$

6-2 (1) $f^{-1}(a)=2$에서 $f(2)=a$이므로

$-6+5=a$ $\quad\therefore \boldsymbol{a=-1}$

(2) $f^{-1}(2)=a$에서 $f(a)=2$이므로

$-3a+5=2,\ -3a=-3$

$\therefore \boldsymbol{a=1}$

7-1 (1) $\mathbf{2}$ (2) $\mathbf{-3}$

7-2 (1) 함수 $y=-4x+3$은 일대일대응이므로 역함수가 존재한다.

$y=-4x+3$을 x에 대하여 풀면

$x=-\frac{1}{4}y+\frac{3}{4}$

x와 y를 서로 바꾸면 구하는 역함수는

$\boldsymbol{y=-\frac{1}{4}x+\frac{3}{4}}$

(2) 함수 $y=\frac{1}{2}x-5$는 일대일대응이므로 역함수가 존재한다.

$y=\frac{1}{2}x-5$를 x에 대하여 풀면

$x=2y+10$

x와 y를 서로 바꾸면 구하는 역함수는

$\boldsymbol{y=2x+10}$

8-1 $\boldsymbol{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}$

8-2 $f(x)=ax-3$에서 $y=ax-3$으로 놓고

x에 대하여 풀면 $x=\frac{1}{a}y+\frac{3}{a}$

x와 y를 서로 바꾸면 역함수는

$y=\frac{1}{a}x+\frac{3}{a}$

따라서 $\frac{1}{a}x+\frac{3}{a}=-2x+b$이므로

$\frac{1}{a}=-2, \frac{3}{a}=b$

$\therefore \boldsymbol{a=-\frac{1}{2}, b=-6}$

9-1 (1) $\mathbf{1}$ (2) $\mathbf{1}$ (3) $\mathbf{2}$ (4) $\mathbf{3}$

9-2 (1) $(f^{-1})^{-1}(1)=f(1)=\mathbf{4}$

(2) $(f\circ f^{-1})(1)=\mathbf{1}$

(3) $(g\circ f)^{-1}(2)=(f^{-1}\circ g^{-1})(2)$

$=f^{-1}(g^{-1}(2))$

$=f^{-1}(3)=\mathbf{4}$

(4) $(f\circ g)^{-1}(2)=(g^{-1}\circ f^{-1})(2)$

$=g^{-1}(f^{-1}(2))$

$=g^{-1}(2)=\mathbf{3}$

10-1 (1) $\mathbf{2}$ (2) $\mathbf{1}$ (3) $\mathbf{1}$

10-2 $f(3)=5, g(1)=3$에서 $f^{-1}(5)=3, g^{-1}(3)=1$

(1) $(g^{-1})^{-1}(1)=g(1)=\mathbf{3}$

(2) $(g\circ g^{-1})(3)=\mathbf{3}$

(3) $(f\circ g)^{-1}(5)=(g^{-1}\circ f^{-1})(5)$

$=g^{-1}(f^{-1}(5))$

$=g^{-1}(3)=\mathbf{1}$

11-1 (1) $\mathbf{2}$ (2) $\mathbf{-4}$

11-2 (1) 함수 $y=f(x)$의 그래프가 점 $(-6, 0)$을 지나므로

$f(-6)=0$, 즉 $f^{-1}(0)=-6$

따라서 $y=f^{-1}(x)$의 그래프는 점 $\mathbf{(0, -6)}$을 지난다.

(2) 함수 $y=f(x)$의 그래프가 점 $(2, -7)$을 지나므로

$f(2)=-7$, 즉 $f^{-1}(-7)=2$

따라서 $y=f^{-1}(x)$의 그래프는 점 $\mathbf{(-7, 2)}$를 지난다.

12-1 (1) $\boldsymbol{x}$ (2) $\mathbf{3}$

12-2 함수 $y=f(x)$의 그래프와 직선 $y=x$의 교점이 존재하면 그 교점은 함수 $y=f(x)$의 그래프와 그 역함수 $y=f^{-1}(x)$의 그래프의 교점이다.

(1) 교점의 x좌표는 $-3x+8=x$에서 $x=2$

따라서 구하는 교점의 좌표는 $\mathbf{(2, 2)}$이다.

(2) 교점의 x좌표는 $\frac{1}{2}x-3=x$에서 $x=-6$

따라서 구하는 교점의 좌표는 $\mathbf{(-6, -6)}$이다.

기초 개념 평가

본문 | 070, 071쪽

01 합성함수

02 정의역

03 $\neq$

04 $=$

05 역함수

06 일대일대응

07 일대일대응

08 치역, 정의역

09 $\boldsymbol{f}$

10 $\boldsymbol{x, y}$

11 $\boldsymbol{g^{-1}, f^{-1}}$

12 $\boldsymbol{f^{-1}\circ g^{-1}, g^{-1}\circ f^{-1}}$

13 $\boldsymbol{y=x}$

14 $\boldsymbol{y=x}$

기초 문제 평가

본문 | 072, 073쪽

1 (1) $(f\circ g)(1)=f(g(1))=f(0)=\mathbf{-2}$

(2) $(g\circ f)(1)=g(f(1))=g(-1)=\mathbf{0}$

(3) $(f\circ f)(2)=f(f(2))=f(0)=\mathbf{-2}$

(4) $(g\circ g)(2)=g(g(2))=g(-3)=\mathbf{-8}$

2 (1) $(f\circ g)(x)=f(g(x))=f(3x-1)$

$=-2(3x-1)+3=\boldsymbol{-6x+5}$

(2) $(g\circ f)(x)=g(f(x))=g(-2x+3)$

$=3(-2x+3)-1=\boldsymbol{-6x+8}$

(3) $(f\circ f)(x)=f(f(x))=f(-2x+3)$

$=-2(-2x+3)+3=\boldsymbol{4x-3}$

(4) $(g\circ g)(x)=g(g(x))=g(3x-1)$

$=3(3x-1)-1=\boldsymbol{9x-4}$

3 두 함수 $f(x)=ax+b$, $g(x)=x+2$에 대하여

$(g\circ f)(x)=g(f(x))=g(ax+b)=ax+b+2$

$(g\circ f)(x)=-2x+5$이므로

$ax+b+2=-2x+5$

$\therefore$ $\boldsymbol{a=-2,\ b=3}$

4 (1) $(g\circ h)(x)=g(h(x))=g(x^2+2)$

$=3(x^2+2)+1=3x^2+7$

이므로

$(f\circ(g\circ h))(1)=f((g\circ h)(1))$

$=f(10)=\mathbf{9}$

(2) $(f\circ g)(x)=f(g(x))=f(3x+1)=(3x+1)-1=3x$

이므로

$((f\circ g)\circ h)(1)=(f\circ g)(h(1))$

$=(f\circ g)(3)=\mathbf{9}$

다른 풀이 $f\circ(g\circ h)=(f\circ g)\circ h=f\circ g\circ h$이므로

$(f\circ(g\circ h))(1)=((f\circ g)\circ h)(1)=(f\circ g\circ h)(1)$

$=f(g(h(1)))=f(g(3))$

$=f(10)=9$

(3) $(f\circ(g\circ h))(2)=f((g\circ h)(2))=f(g(h(2)))$

$=f(g(6))=f(19)$

$=\mathbf{18}$

(4) $((f\circ g)\circ h)(2)=(f\circ g)(h(2))=(f\circ g)(6)$

$=f(g(6))=f(19)$

$=\mathbf{18}$

5 (1) $(f\circ g)(x)=f(g(x))=f(2x-3)$

$=a(2x-3)+1=2ax-3a+1$

$(g\circ f)(x)=g(f(x))=g(ax+1)$

$=2(ax+1)-3=2ax-1$

이때 $(f\circ g)(x)=(g\circ f)(x)$이므로

$2ax-3a+1=2ax-1$에서

$-3a+1=-1$ $\quad\therefore$ $\boldsymbol{a=\frac{2}{3}}$

(2) $(f\circ g)(x)=f(g(x))=f(-4x+a)$

$=2(-4x+a)-3=-8x+2a-3$

$(g\circ f)(x)=g(f(x))=g(2x-3)$

$=-4(2x-3)+a=-8x+a+12$

이때 $(f\circ g)(x)=(g\circ f)(x)$이므로

$-8x+2a-3=-8x+a+12$에서

$2a-3=a+12$ $\quad\therefore$ $\boldsymbol{a=15}$

6 $((f\circ g)\circ h)(x)=(f\circ(g\circ h))(x)=f((g\circ h)(x))$

$=f(-x+1)=(-x+1)^2-1$

$=\boldsymbol{x^2-2x}$

7 $f^{-1}(2)=a$라 하면 $f(a)=2$이므로

$3a+5=2$, $3a=-3$ $\quad\therefore$ $a=-1$

$g^{-1}(2)=b$라 하면 $g(b)=2$이므로

$-4b+10=2$, $-4b=-8$ $\quad\therefore$ $b=2$

$\therefore$ $f^{-1}(2)+g^{-1}(2)=-1+2=\mathbf{1}$

다른 풀이 $f(x)=3x+5$에서 $y=3x+5$로 놓고 x에 대하여

풀면 $x=\frac{1}{3}y-\frac{5}{3}$

x와 y를 서로 바꾸면 함수 $f(x)$의 역함수는

$y=\frac{1}{3}x-\frac{5}{3}$ $\quad\therefore$ $f^{-1}(x)=\frac{1}{3}x-\frac{5}{3}$

$g(x)=-4x+10$에서 $y=-4x+10$으로 놓고 x에 대하여

풀면 $x=-\frac{1}{4}y+\frac{5}{2}$

x와 y를 서로 바꾸면 함수 $g(x)$의 역함수는

$y=-\frac{1}{4}x+\frac{5}{2}$ $\quad\therefore$ $g^{-1}(x)=-\frac{1}{4}x+\frac{5}{2}$

$\therefore$ $f^{-1}(2)+g^{-1}(2)=\left(\frac{2}{3}-\frac{5}{3}\right)+\left(-\frac{1}{2}+\frac{5}{2}\right)$

$=-1+2=1$

8 $f^{-1}(3)=1$에서 $f(1)=3$이므로

$2+a=3$ $\quad\therefore$ $a=1$

$\therefore$ $f(x)=2x+1$

이때 $f^{-1}(-1)=k$라 하면 $f(k)=-1$이므로

$2k+1=-1$ $\quad\therefore$ $k=-1$

$\therefore$ $\boldsymbol{f^{-1}(-1)=-1}$

다른 풀이 $f(x)=2x+a$에서 $y=2x+a$로 놓고

x에 대하여 풀면 $x=\frac{1}{2}y-\frac{a}{2}$

x와 y를 서로 바꾸면 함수 $f(x)$의 역함수는

$y=\frac{1}{2}x-\frac{a}{2}$ $\quad\therefore$ $f^{-1}(x)=\frac{1}{2}x-\frac{a}{2}$

$f^{-1}(3)=1$이므로 $f^{-1}(3)=\frac{3}{2}-\frac{a}{2}=1$

$\frac{a}{2}=\frac{1}{2}$ $\quad\therefore$ $a=1$

따라서 $f^{-1}(x)=\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}$이므로

$f^{-1}(-1)=-\frac{1}{2}-\frac{1}{2}=-1$

9 (1) 함수 $y=3x-5$는 일대일대응이므로 역함수가 존재한다.

$y=3x-5$를 x에 대하여 풀면

$x=\frac{1}{3}y+\frac{5}{3}$

x와 y를 서로 바꾸면 구하는 역함수는

$\boldsymbol{y=\frac{1}{3}x+\frac{5}{3}}$

(2) 함수 $y=-\frac{1}{4}x+1$은 일대일대응이므로 역함수가 존재한다.

$y=-\frac{1}{4}x+1$을 x에 대하여 풀면

$x=-4y+4$

x와 y를 서로 바꾸면 구하는 역함수는

$\boldsymbol{y=-4x+4}$

10 $f(x)=ax+2$에서 $y=ax+2$로 놓고

x에 대하여 풀면 $x=\frac{1}{a}y-\frac{2}{a}$

x와 y를 서로 바꾸면 함수 $f(x)$의 역함수는

$y=\frac{1}{a}x-\frac{2}{a}$

따라서 $\frac{1}{a}x-\frac{2}{a}=-\frac{1}{4}x+b$이므로

$\frac{1}{a}=-\frac{1}{4}$, $-\frac{2}{a}=b$

$\therefore \boldsymbol{a=-4,\ b=\frac{1}{2}}$

11 (1) $(f^{-1}\circ g)^{-1}(-1)=(g^{-1}\circ f)(-1)$

$=g^{-1}(f(-1))$

$=g^{-1}(-5)$

이때 $g^{-1}(-5)=k$라 하면

$g(k)=-5$이므로

$-2k+1=-5,\ -2k=-6\qquad \therefore k=3$

$\therefore \boldsymbol{(f^{-1}\circ g)^{-1}(-1)=3}$

(2) $(g^{-1}\circ f)^{-1}(0)=(f^{-1}\circ g)(0)$

$=f^{-1}(g(0))$

$=f^{-1}(1)$

이때 $f^{-1}(1)=k$라 하면

$f(k)=1$이므로

$3k-2=1,\ 3k=3\qquad \therefore k=1$

$\therefore \boldsymbol{(g^{-1}\circ f)^{-1}(0)=1}$

(3) $(f\circ(g\circ f)^{-1})(1)=(f\circ f^{-1}\circ g^{-1})(1)$

$=(I\circ g^{-1})(1)$

$=g^{-1}(1)$

이때 $g^{-1}(1)=k$라 하면

$g(k)=1$이므로

$-2k+1=1,\ -2k=0\qquad \therefore k=0$

$\therefore \boldsymbol{(f\circ(g\circ f)^{-1})(1)=0}$

(4) $(f\circ(f\circ g)^{-1}\circ f)(1)=(f\circ g^{-1}\circ f^{-1}\circ f)(1)$

$=(f\circ g^{-1})(1)$

$=f(g^{-1}(1))$

이때 $g^{-1}(1)=k$라 하면

$g(k)=1$이므로

$-2k+1=1,\ -2k=0\qquad \therefore k=0$

$\therefore (f\circ(f\circ g)^{-1}\circ f)(1)=f(0)=\boldsymbol{-2}$

참고 역함수의 성질

❶ $f\circ f^{-1}=f^{-1}\circ f=I$(항등함수)

❷ $(f^{-1})^{-1}=f \Rightarrow f$의 역함수의 역함수는 f이다.

❸ $(f\circ g)^{-1}=g^{-1}\circ f^{-1}$, $(g\circ f)^{-1}=f^{-1}\circ g^{-1}$

❹ $f(x)=y$이면 $f^{-1}(y)=x$

12 함수 $y=f(x)$의 그래프와 직선 $y=x$의 교점이 존재하면 그 교점은 함수 $y=f(x)$의 그래프와 그 역함수 $y=f^{-1}(x)$의 그래프의 교점이므로

$\frac{1}{4}x-9=x$에서 $\frac{3}{4}x=-9\qquad \therefore x=-12$

따라서 구하는 교점의 좌표는 $\boldsymbol{(-12,\ -12)}$이다.

참고 함수 $y=f(x)$의 그래프와 그 역함수의 그래프에서 교점을 구할 때, 역함수를 직접 구해 교점을 구하는 대신 함수 $y=f(x)$의 그래프와 직선 $y=x$의 교점을 구하면 간편하다.

13 $y=f^{-1}(x)$의 그래프가 두 점 $(5,\ 2)$, $(9,\ 4)$를 지나므로

$f^{-1}(5)=2$, $f^{-1}(9)=4$, 즉 $f(2)=5$, $f(4)=9$

$f(2)=5$에서 $2a+b=5$ …… ㉠

$f(4)=9$에서 $4a+b=9$ …… ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$\boldsymbol{a=2,\ b=1}$

07 유리함수

본문 | 074~077쪽

1-1 (1) $\mathbf{2x}$ (2) $\boldsymbol{x^2}$ (3) **1** (4) **1**

1-2 (1) $\dfrac{1}{x+1}+2=\dfrac{1}{x+1}+\dfrac{2(x+1)}{x+1}$

$=\dfrac{1+2(x+1)}{x+1}=\boldsymbol{\dfrac{2x+3}{x+1}}$

(2) $\dfrac{1}{x-1}-\dfrac{1}{x^2-1}=\dfrac{1}{x-1}-\dfrac{1}{(x+1)(x-1)}$

$=\dfrac{(x+1)-1}{(x+1)(x-1)}$

$=\boldsymbol{\dfrac{x}{(x+1)(x-1)}}$

(3) $\dfrac{x^2-4}{x^2-3x}\times\dfrac{x-3}{x-2}=\dfrac{(x+2)(x-2)}{x(x-3)}\times\dfrac{x-3}{x-2}$

$=\boldsymbol{\dfrac{x+2}{x}}$

(4) $\dfrac{x+3}{x^2-2x}\div\dfrac{x^2-9}{x^2-5x+6}=\dfrac{x+3}{x^2-2x}\times\dfrac{x^2-5x+6}{x^2-9}$

$=\dfrac{x+3}{x(x-2)}\times\dfrac{(x-2)(x-3)}{(x+3)(x-3)}$

$=\boldsymbol{\dfrac{1}{x}}$

2-1 ㄴ

2-2 다항함수가 아닌 유리함수는 $y=f(x)$에서 $f(x)$가 x에 대한 다항식이 아닌 유리식이므로 ㄱ, ㄷ, ㄹ이다.

3-1 (2) **1** (3) $\mathbf{-2}$

3-2 (1) 정의역은 $\{x\,|\,x\neq0$인 실수$\}$

(2) $2x+3=0$에서 $x=-\dfrac{3}{2}$이므로

정의역은 $\left\{x\,\middle|\,x\neq-\dfrac{3}{2}\text{인 실수}\right\}$

(3) $-x+5=0$에서 $x=5$이므로

정의역은 $\{x\,|\,x\neq5$인 실수$\}$

(4) $2x^2+3\neq0$이므로

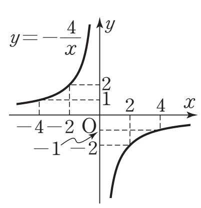
정의역은 $\{x\,|\,x$는 모든 실수$\}$

4-1 (1) **0** (2) **0**

4-2 (1) 정의역 : $\{x\,|\,x\neq0$인 실수$\}$

치역 : $\{y\,|\,y\neq0$인 실수$\}$

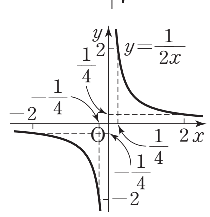
점근선의 방정식 : $x=0,\ y=0$



(2) 정의역 : $\{x\,|\,x\neq0$인 실수$\}$

치역 : $\{y\,|\,y\neq0$인 실수$\}$

점근선의 방정식 : $x=0,\ y=0$



5-1 3, ㄹ

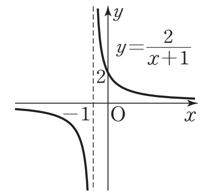
5-2 ㄱ. 정의역은 0을 제외한 실수 전체의 집합이다.

ㄷ. 그래프는 제2, 4사분면을 지난다.

따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄹ이다.

6-1 **1, 2, 2**

6-2 (1) 함수 $y=\dfrac{2}{x+1}$의 그래프는 함수 $y=\dfrac{2}{x}$의 그래프를 x축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 것이므로 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

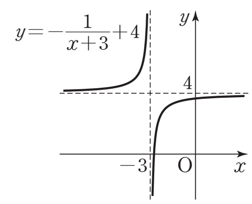


정의역 : $\{x\,|\,x\neq-1$인 실수$\}$

치역 : $\{y\,|\,y\neq0$인 실수$\}$

점근선의 방정식 : $x=-1,\ y=0$

(2) 함수 $y=-\dfrac{1}{x+3}+4$의 그래프는 함수 $y=-\dfrac{1}{x}$의 그래프를 x축의 방향으로 -3만큼, y축의 방향으로 4만큼 평행이동한 것이므로 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



정의역 : $\{x\,|\,x\neq-3$인 실수$\}$

치역 : $\{y\,|\,y\neq4$인 실수$\}$

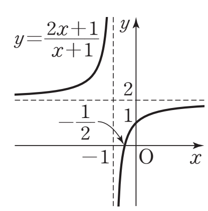
점근선의 방정식 : $x=-3,\ y=4$

7-1 **1, −1**

7-2 (1) $y=\dfrac{2x+1}{x+1}=\dfrac{2(x+1)-1}{x+1}$

$=-\dfrac{1}{x+1}+2$

이므로 함수 $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$의 그래프는 함수 $y=-\dfrac{1}{x}$의 그래프를 x축의 방향으로 -1만큼, y축의 방향으로 2만큼 평행이동한 것이므로 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



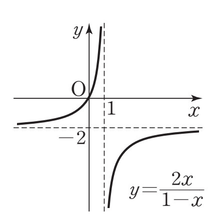
점근선의 방정식 :

$x=-1,\ y=2$

(2) $y=\dfrac{2x}{1-x}=\dfrac{-2(x-1)-2}{x-1}$

$=-\dfrac{2}{x-1}-2$

이므로 함수 $y=\dfrac{2x}{1-x}$의 그래프는 함수 $y=-\dfrac{2}{x}$의 그래프를 x축의 방향으로 1만큼, y축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 것이므로 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



점근선의 방정식 :

$x=1,\ y=-2$

집중 연습

본문 | 078, 079쪽

1 (1) $\frac{1}{x-1}+\frac{2}{x^2-1}$

$=\frac{1}{x-1}+\frac{2}{(x-1)(x+1)}$

$=\frac{x+1}{(x-1)(x+1)}+\frac{2}{(x-1)(x+1)}$

$=\boldsymbol{\frac{x+3}{(x-1)(x+1)}}$

(2) $\frac{x+2}{x-1}-\frac{x-1}{x+2}$

$=\frac{(x+2)^2-(x-1)^2}{(x-1)(x+2)}$

$=\frac{(x^2+4x+4)-(x^2-2x+1)}{(x-1)(x+2)}$

$=\boldsymbol{\frac{6x+3}{(x-1)(x+2)}}$

다른 풀이

$\frac{x+2}{x-1}=\frac{(x-1)+3}{x-1}=1+\frac{3}{x-1}$

$\frac{x-1}{x+2}=\frac{(x+2)-3}{x+2}=1-\frac{3}{x+2}$

$\therefore$ (준식)$=\left(1+\frac{3}{x-1}\right)-\left(1-\frac{3}{x+2}\right)$

$=\frac{3}{x-1}+\frac{3}{x+2}$

$=\frac{3(x+2)+3(x-1)}{(x-1)(x+2)}$

$=\frac{6x+3}{(x-1)(x+2)}$

(3) $\frac{x+1}{1-x}-\frac{x+2}{2-x}$

$=\frac{(x+1)(2-x)-(x+2)(1-x)}{(1-x)(2-x)}$

$=\frac{(-x^2+x+2)-(-x^2-x+2)}{(x-1)(x-2)}$

$=\boldsymbol{\frac{2x}{(x-1)(x-2)}}$

다른 풀이

$\frac{x+1}{1-x}=\frac{-(1-x)+2}{1-x}=-1+\frac{2}{1-x}$

$\frac{x+2}{2-x}=\frac{-(2-x)+4}{2-x}=-1+\frac{4}{2-x}$

$\therefore$ (준식)$=\left(-1+\frac{2}{1-x}\right)-\left(-1+\frac{4}{2-x}\right)$

$=\frac{2}{1-x}-\frac{4}{2-x}$

$=\frac{2(2-x)-4(1-x)}{(1-x)(2-x)}$

$=\frac{2x}{(x-1)(x-2)}$

(4) $\frac{x-3}{x^2-1}+\frac{2x+1}{x^2+x-2}$

$=\frac{x-3}{(x+1)(x-1)}+\frac{2x+1}{(x+2)(x-1)}$

$=\frac{(x-3)(x+2)+(2x+1)(x+1)}{(x-1)(x+1)(x+2)}$

$=\frac{3x^2+2x-5}{(x-1)(x+1)(x+2)}$

$=\frac{(x-1)(3x+5)}{(x-1)(x+1)(x+2)}$

$=\boldsymbol{\frac{3x+5}{(x+1)(x+2)}}$

(5) $\frac{1}{x+1}+\frac{1}{1-x+x^2}-\frac{1+x^2}{1+x^3}$

$=\frac{(1-x+x^2)+(x+1)-(1+x^2)}{1+x^3}$

$=\boldsymbol{\frac{1}{1+x^3}}$

2 (1) $\frac{x+2}{x^2+3x}\times\frac{x+3}{x}=\frac{x+2}{x(x+3)}\times\frac{x+3}{x}$

$=\boldsymbol{\frac{x+2}{x^2}}$

(2) $\frac{x+2}{x^2+3x}\div\frac{x+3}{x}=\frac{x+2}{x(x+3)}\times\frac{x}{x+3}$

$=\boldsymbol{\frac{x+2}{(x+3)^2}}$

(3) $\frac{x^2-3x+2}{x-3}\div\frac{x-1}{x-3}=\frac{(x-1)(x-2)}{x-3}\times\frac{x-3}{x-1}$

$=\boldsymbol{x-2}$

(4) $\frac{x-2}{x+4}\div\frac{x^2-5x+6}{x^2-16}=\frac{x-2}{x+4}\times\frac{x^2-16}{x^2-5x+6}$

$=\frac{x-2}{x+4}\times\frac{(x+4)(x-4)}{(x-2)(x-3)}$

$=\boldsymbol{\frac{x-4}{x-3}}$

(5) $\frac{x^3+x^2}{x^3-1}\div\frac{2x^2+x}{x^2-1}\times\frac{6x+3}{x^2+2x+1}$

$=\frac{x^2(x+1)}{(x-1)(x^2+x+1)}\times\frac{(x+1)(x-1)}{x(2x+1)}\times\frac{3(2x+1)}{(x+1)^2}$

$=\boldsymbol{\frac{3x}{x^2+x+1}}$

3 $y=\frac{2x}{-x+1}=\frac{-2(x-1)-2}{x-1}=-\frac{2}{x-1}-2$

(1) 정의역 : $\{x \mid x\neq1$인 실수$\}$

(2) 치역 : $\{y \mid y\neq-2$인 실수$\}$

(3) 점근선의 방정식 : $x=1,\ y=-2$

4 $y=\frac{-x+1}{x-4}=\frac{-(x-4)-3}{x-4}=-\frac{3}{x-4}-1$

(1) 정의역 : $\{x \mid x\neq4$인 실수$\}$

(2) 치역 : $\{y \mid y\neq-1$인 실수$\}$

(3) 점근선의 방정식 : $x=4,\ y=-1$

5 (1) 점근선의 방정식은 $x=-2$, $y=-1$이므로 점 $(-2,\ -1)$에 대하여 대칭이다.

$\therefore\ a=-2,\ b=-1$

(2) 점근선의 방정식은 $x=3$, $y=2$이므로 점 $(3,\ 2)$에 대하여 대칭이다.

$\therefore\ a=3,\ b=2$

(3) $y=\dfrac{x+3}{x+1}=\dfrac{(x+1)+2}{x+1}=\dfrac{2}{x+1}+1$

점근선의 방정식은 $x=-1$, $y=1$이므로 점 $(-1,\ 1)$에 대하여 대칭이다.

$\therefore\ a=-1,\ b=1$

(4) $y=\dfrac{4x-5}{x-2}=\dfrac{4(x-2)+3}{x-2}=\dfrac{3}{x-2}+4$

점근선의 방정식은 $x=2$, $y=4$이므로 점 $(2,\ 4)$에 대하여 대칭이다.

$\therefore\ a=2,\ b=4$

(5) $y=\dfrac{-3x+7}{x+1}=\dfrac{-3(x+1)+10}{x+1}=\dfrac{10}{x+1}-3$

점근선의 방정식은 $x=-1$, $y=-3$이므로 점 $(-1,\ -3)$에 대하여 대칭이다.

$\therefore\ a=-1,\ b=-3$

기초 개념 평가

본문 | 080, 081쪽

01 유리식	02 C, C
03 C, C	04 D, C
05 유리함수	06 다항함수
07 0	08 0
09 $k>0$, $k<0$	10 $x=0$, $y=0$
11 멀어진다	12 정의역, 치역
13 $x=p$, $y=q$	14 $y=\dfrac{k}{x-p}+q$

기초 문제 평가

본문 | 082, 083쪽

1 (1) $\dfrac{x}{x-3}+\dfrac{2}{x+3}=\dfrac{x(x+3)+2(x-3)}{(x-3)(x+3)}$

$=\dfrac{x^2+5x-6}{(x-3)(x+3)}$

$=\dfrac{(x-1)(x+6)}{(x-3)(x+3)}$

(2) $\dfrac{x+2}{x^2-1}-\dfrac{1}{x^2+x}=\dfrac{x+2}{(x+1)(x-1)}-\dfrac{1}{x(x+1)}$

$=\dfrac{x(x+2)-(x-1)}{x(x+1)(x-1)}$

$=\dfrac{x^2+x+1}{x(x+1)(x-1)}$

(3) $\dfrac{x^2+x-2}{x^2-2x-3}\times\dfrac{x-3}{x^2-1}$

$=\dfrac{(x+2)(x-1)}{(x+1)(x-3)}\times\dfrac{x-3}{(x+1)(x-1)}$

$=\dfrac{x+2}{(x+1)^2}$

(4) $\dfrac{x-6}{x^2+3x-4}\div\dfrac{x^2-5x-6}{x^2-16}$

$=\dfrac{x-6}{x^2+3x-4}\times\dfrac{x^2-16}{x^2-5x-6}$

$=\dfrac{x-6}{(x+4)(x-1)}\times\dfrac{(x+4)(x-4)}{(x+1)(x-6)}$

$=\dfrac{x-4}{(x-1)(x+1)}$

2 (1) $\dfrac{1}{x(x+1)}+\dfrac{1}{(x+1)(x+2)}$

$=\left(\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{x+1}\right)+\left(\dfrac{1}{x+1}-\dfrac{1}{x+2}\right)$

$=\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{x+2}=\dfrac{(x+2)-x}{x(x+2)}$

$=\dfrac{2}{x(x+2)}$

(2) $\dfrac{1}{(x+1)(x+3)}+\dfrac{1}{(x+3)(x+5)}$

$=\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{x+1}-\dfrac{1}{x+3}\right)+\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{x+3}-\dfrac{1}{x+5}\right)$

$=\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{x+1}-\dfrac{1}{x+5}\right)$

$=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{(x+5)-(x+1)}{(x+1)(x+5)}$

$=\dfrac{2}{(x+1)(x+5)}$

3 ㄱ. 함수 $y=-\dfrac{1}{x}$의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이다.

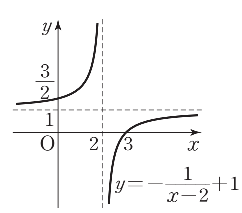
ㄴ. 정의역은 $\{x\,|\,x\neq2$인 실수$\}$이다.

ㄷ. 치역은 $\{y\,|\,y\neq1$인 실수$\}$이다.

ㄹ. 점 $(2,\ 1)$에 대하여 대칭이다.

ㅁ. 점근선은 직선 $x=2$, $y=1$이다.

ㅂ. 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 제1, 2, 4사분면을 지난다.



따라서 옳은 것은 ㄴ, ㅂ이다.

4 함수 $y=\frac{2}{x}$의 그래프를 x축의 방향으로 p만큼, y축의 방향으로 q만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=\frac{2}{x-p}+q$이다.

이 그래프의 점근선 중 하나가 $y=1$이므로 $q=1$

함수 $y=\frac{2}{x-p}+1$의 그래프가 점 $(-1, 2)$를 지나므로

$2=\frac{2}{-1-p}+1$, $\frac{2}{1+p}=-1$ $\quad\therefore p=-3$

$\therefore$ $\boldsymbol{p=-3,\ q=1}$

5 $y=\frac{2x-3}{x+1}=\frac{2(x+1)-5}{x+1}=-\frac{5}{x+1}+2$이므로

함수 $y=\frac{2x-3}{x+1}$의 그래프는 함수 $y=-\frac{5}{x}$의 그래프를 x축의 방향으로 -1만큼, y축의 방향으로 2만큼 평행이동한 것이다.

따라서 $k=-5$, $p=-1$, $q=2$이므로

$k+p+q=(-5)+(-1)+2=\boldsymbol{-4}$

6 $y=\frac{4x}{x-1}=\frac{4(x-1)+4}{x-1}=\frac{4}{x-1}+4$

ㄱ. 함수 $y=\frac{4}{x}$의 그래프를 x축의 방향으로 1만큼, y축의 방향으로 4만큼 평행이동하여 겹쳐질 수 있다.

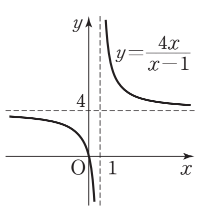
ㄴ. 정의역은 $\{x|x\neq1$인 실수$\}$이다.

ㄷ. 치역은 $\{y|y\neq4$인 실수$\}$이다.

ㄹ. 점 $(1, 4)$에 대하여 대칭이다.

ㅁ. 점근선은 직선 $x=1$, $y=4$이다.

ㅂ. 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 제1, 2, 4사분면을 지난다.



따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ이다.

7 $y=\frac{-x-2}{x+1}=\frac{-(x+1)-1}{x+1}=-\frac{1}{x+1}-1$

$y=\frac{-5x+4}{x-1}=\frac{-5(x-1)-1}{x-1}=-\frac{1}{x-1}-5$

$y=\frac{-x-2}{x+1}$의 그래프를 x축의 방향으로 p만큼, y축의 방향으로 q만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=-\frac{1}{x+1-p}-1+q$

이 그래프가 $y=-\frac{1}{x-1}-5$의 그래프와 일치해야 하므로

$1-p=-1$, $-1+q=-5$

$\therefore$ $\boldsymbol{p=2,\ q=-4}$

8 $f^{-1}(1)=k$라 하면 $f(k)=1$

$f(x)=\frac{5x-2}{x+2}$에서 $f(k)=\frac{5k-2}{k+2}$

$\frac{5k-2}{k+2}=1$이므로 $5k-2=k+2$, $4k=4$ $\quad\therefore k=1$

$\therefore$ $\boldsymbol{f^{-1}(1)=1}$

9 $y=\frac{-x+3}{x-1}$을 x에 대하여 정리하면

$xy-y=-x+3$, $(y+1)x=y+3$

$\therefore x=\frac{y+3}{y+1}$

x와 y를 서로 바꾸어 역함수를 구하면 $y=\frac{x+3}{x+1}$

$\therefore$ $\boldsymbol{a=3,\ b=1}$

10 (1) 함수 $y=\frac{2}{x-p}+q$의 그래프의 점근선의 방정식은 $x=p$, $y=q$이다.

주어진 그래프에서 점근선의 방정식이

$x=-1$, $y=3$이므로

$\boldsymbol{p=-1,\ q=3}$

(2) 함수 $y=\frac{2}{x+1}+3$의 그래프가 점 $(0, k)$를 지나므로

$k=\frac{2}{0+1}+3$ $\quad\therefore$ $\boldsymbol{k=5}$

11 주어진 그래프의 점근선의 방정식이 $x=2$, $y=3$이다.

$y=\frac{k}{x-2}+3$으로 놓으면 이 그래프가 점 $(3, 0)$을 지나므로

$0=\frac{k}{3-2}+3$ $\quad\therefore k=-3$

따라서 그래프의 식은 $y=\frac{-3}{x-2}+3=\frac{3x-9}{x-2}$

이 식이 $y=\frac{ax+b}{x+c}$와 일치해야 하므로

$\boldsymbol{a=3,\ b=-9,\ c=-2}$

08 무리함수

본문 | 084~087쪽

1-1 (1) $\mathbf{0}$　(2) $>$

1-2 (1) 근호 안의 식의 값이 0 이상이어야 하므로
$-2x+8\geq 0$에서 $\boldsymbol{x\leq 4}$

(2) 근호 안의 식의 값이 0 이상이고, (분모)$\neq 0$이어야 하므로
$-x+4\geq 0,\ x+2>0$　　$\therefore\ \boldsymbol{-2<x\leq 4}$

2-1 $\boldsymbol{\sqrt{x},\ x}$

2-2 (1) $\dfrac{2}{\sqrt{x+1}-\sqrt{x-1}}$

$=\dfrac{2(\sqrt{x+1}+\sqrt{x-1})}{(\sqrt{x+1}-\sqrt{x-1})(\sqrt{x+1}+\sqrt{x-1})}$

$=\dfrac{2(\sqrt{x+1}+\sqrt{x-1})}{(x+1)-(x-1)}$

$=\boldsymbol{\sqrt{x+1}+\sqrt{x-1}}$

(2) $\dfrac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2}+\dfrac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2}$

$=\dfrac{(\sqrt{x}+2)^2+(\sqrt{x}-2)^2}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$

$=\dfrac{x+4\sqrt{x}+4+x-4\sqrt{x}+4}{x-4}$

$=\boldsymbol{\dfrac{2x+8}{x-4}}$

3-1 ㄷ

3-2 무리함수는 $y=f(x)$에서 $f(x)$가 x에 대한 무리식이다.

ㄱ. $y=\dfrac{x}{\sqrt{3}}-5$는 근호 안에 문자가 없으므로 무리함수가 아니다.

ㄷ. $y=\sqrt{x^2}=|x|$에서 근호 안에 문자가 없으므로 무리함수가 아니다.

따라서 무리함수는 ㄴ, ㄹ이다.

4-1 (1) $\mathbf{2}$　(2) $\leq$　(3) $\mathbf{6,\ 6}$

4-2 (1) $2x+1\geq 0$에서 $x\geq -\dfrac{1}{2}$이므로
정의역은 $\left\{\boldsymbol{x}\,\middle|\,\boldsymbol{x\geq -\dfrac{1}{2}}\right\}$

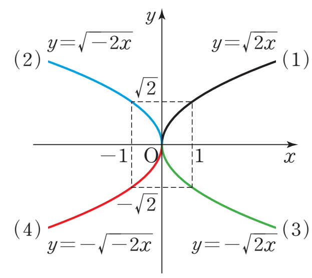
(2) $4-x\geq 0$에서 $x\leq 4$이므로
정의역은 $\{\boldsymbol{x}\,|\,\boldsymbol{x\leq 4}\}$

(3) $\dfrac{1}{3}x-2\geq 0$에서 $x\geq 6$이므로
정의역은 $\{\boldsymbol{x}\,|\,\boldsymbol{x\geq 6}\}$

(4) 모든 실수 x에 대하여 $x^2+1>0$이므로
정의역은 $\{\boldsymbol{x}\,|\,\boldsymbol{x}$는 모든 실수$\}$

5-1 (1) $\leq$　(2) $\leq$

5-2



(1) 정의역 : $\{\boldsymbol{x}\,|\,\boldsymbol{x\geq 0}\}$, 치역 : $\{\boldsymbol{y}\,|\,\boldsymbol{y\geq 0}\}$

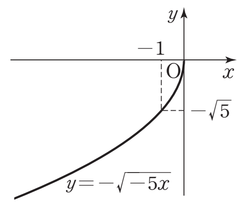
(2) 정의역 : $\{\boldsymbol{x}\,|\,\boldsymbol{x\leq 0}\}$, 치역 : $\{\boldsymbol{y}\,|\,\boldsymbol{y\geq 0}\}$

(3) 정의역 : $\{\boldsymbol{x}\,|\,\boldsymbol{x\geq 0}\}$, 치역 : $\{\boldsymbol{y}\,|\,\boldsymbol{y\leq 0}\}$

(4) 정의역 : $\{\boldsymbol{x}\,|\,\boldsymbol{x\leq 0}\}$, 치역 : $\{\boldsymbol{y}\,|\,\boldsymbol{y\leq 0}\}$

6-1 $\boldsymbol{y,\ \leq}$

6-2 함수 $y=-\sqrt{-5x}$의 그래프는 함수 $y=\sqrt{5x}$의 그래프와 원점에 대하여 대칭이므로 오른쪽 그림과 같다.

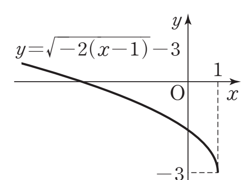


정의역 : $\{\boldsymbol{x}\,|\,\boldsymbol{x\leq 0}\}$

치역 : $\{\boldsymbol{y}\,|\,\boldsymbol{y\leq 0}\}$

7-1 $\boldsymbol{-3x,\ \geq}$, ㄷ

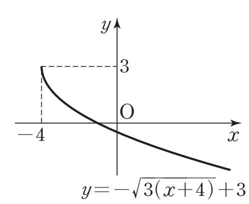
7-2 (1) 함수 $y=\sqrt{-2(x-1)}-3$의 그래프는 함수 $y=\sqrt{-2x}$의 그래프를 x축의 방향으로 1만큼, y축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 것이다.
따라서 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



정의역 : $\{\boldsymbol{x}\,|\,\boldsymbol{x\leq 1}\}$

치역 : $\{\boldsymbol{y}\,|\,\boldsymbol{y\geq -3}\}$

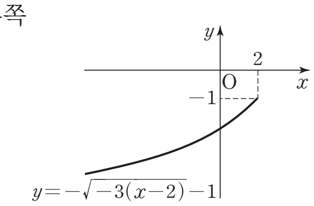
(2) 함수 $y=-\sqrt{3(x+4)}+3$의 그래프는 함수 $y=-\sqrt{3x}$의 그래프를 x축의 방향으로 -4만큼, y축의 방향으로 3만큼 평행이동한 것이다.
따라서 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



정의역 : $\{\boldsymbol{x}\,|\,\boldsymbol{x\geq -4}\}$

치역 : $\{\boldsymbol{y}\,|\,\boldsymbol{y\leq 3}\}$

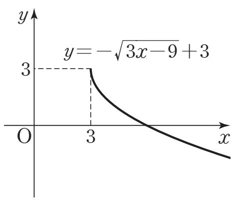
(3) 함수 $y=-\sqrt{-3(x-2)}-1$의 그래프는 함수 $y=-\sqrt{-3x}$의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 것이다.
따라서 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



정의역 : $\{\boldsymbol{x}\,|\,\boldsymbol{x\leq 2}\}$

치역 : $\{\boldsymbol{y}\,|\,\boldsymbol{y\leq -1}\}$

7-3 ㄱ. $y=-\sqrt{3x-9}+3=-\sqrt{3(x-3)}+3$이므로 함수 $y=-\sqrt{3x-9}+3$의 그래프는 함수 $y=-\sqrt{3x}$의 그래프를 x축의 방향으로 3만큼, y축의 방향으로 3만큼 평행이동한 것이므로 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



ㄴ. 정의역 : $\{x\,|\,x\geq 3\}$

ㄷ. 치역 : $\{y\,|\,y\leq 3\}$

ㄹ. 그래프는 제1, 4사분면을 지난다.

따라서 옳은 것은 ㄱ이다.

집중 연습

본문 | 088, 089쪽

1 (1) $\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}=\dfrac{\sqrt{3}\sqrt{5}}{\sqrt{5}\sqrt{5}}=\mathbf{\dfrac{\sqrt{15}}{5}}$

(2) $\dfrac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})}$
$=\dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{3-2}=\mathbf{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$

(3) $\dfrac{1}{3-2\sqrt{2}}=\dfrac{3+2\sqrt{2}}{(3-2\sqrt{2})(3+2\sqrt{2})}$
$=\dfrac{3+2\sqrt{2}}{3^2-(2\sqrt{2})^2}=\dfrac{3+2\sqrt{2}}{9-8}$
$=\mathbf{3+2\sqrt{2}}$

2 (1) $\dfrac{1}{\sqrt{x}+\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{x}-\sqrt{2}}{(\sqrt{x}+\sqrt{2})(\sqrt{x}-\sqrt{2})}$
$=\mathbf{\dfrac{\sqrt{x}-\sqrt{2}}{x-2}}$

(2) $\dfrac{4}{\sqrt{x+2}-\sqrt{x-2}}$
$=\dfrac{4(\sqrt{x+2}+\sqrt{x-2})}{(\sqrt{x+2}-\sqrt{x-2})(\sqrt{x+2}+\sqrt{x-2})}$
$=\dfrac{4(\sqrt{x+2}+\sqrt{x-2})}{(x+2)-(x-2)}=\dfrac{4(\sqrt{x+2}+\sqrt{x-2})}{4}$
$=\mathbf{\sqrt{x+2}+\sqrt{x-2}}$

3 (1) $\dfrac{2}{1+\sqrt{x}}+\dfrac{2}{1-\sqrt{x}}=\dfrac{2(1-\sqrt{x})+2(1+\sqrt{x})}{(1+\sqrt{x})(1-\sqrt{x})}=\mathbf{\dfrac{4}{1-x}}$

(2) $\dfrac{1}{\sqrt{x+2}+\sqrt{x}}+\dfrac{1}{\sqrt{x+2}-\sqrt{x}}$
$=\dfrac{(\sqrt{x+2}-\sqrt{x})+(\sqrt{x+2}+\sqrt{x})}{(\sqrt{x+2}+\sqrt{x})(\sqrt{x+2}-\sqrt{x})}$
$=\dfrac{2\sqrt{x+2}}{(x+2)-x}=\dfrac{2\sqrt{x+2}}{2}$
$=\mathbf{\sqrt{x+2}}$

(3) $\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}-\dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}$
$=\dfrac{(\sqrt{x}+1)^2-(\sqrt{x}-1)^2}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}$
$=\dfrac{(x+2\sqrt{x}+1)-(x-2\sqrt{x}+1)}{x-1}$
$=\mathbf{\dfrac{4\sqrt{x}}{x-1}}$

(4) $\dfrac{1}{\sqrt{x^2-1}+x}-\dfrac{1}{\sqrt{x^2-1}-x}$
$=\dfrac{(\sqrt{x^2-1}-x)-(\sqrt{x^2-1}+x)}{(\sqrt{x^2-1}+x)(\sqrt{x^2-1}-x)}$
$=\dfrac{-2x}{(x^2-1)-x^2}$
$=\mathbf{2x}$

4 (1) $y=\sqrt{2x+1}=\sqrt{2\left(x+\dfrac{1}{2}\right)}$의 그래프는 $y=\sqrt{2x}$의 그래프를 x축의 방향으로 $-\dfrac{1}{2}$만큼 평행이동한 것이다.

정의역 : $\left\{x\,\middle|\,x\geq-\dfrac{1}{2}\right\}$, 치역 : $\{y\,|\,y\geq 0\}$

(2) $y=-\sqrt{-2x+2}=-\sqrt{-2(x-1)}$의 그래프는 $y=-\sqrt{-2x}$의 그래프를 x축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이다.

정의역 : $\{x\,|\,x\leq 1\}$, 치역 : $\{y\,|\,y\leq 0\}$

(3) $y=\sqrt{6-x}=\sqrt{-(x-6)}$의 그래프는 $y=\sqrt{-x}$의 그래프를 x축의 방향으로 6만큼 평행이동한 것이다.

정의역 : $\{x\,|\,x\leq 6\}$, 치역 : $\{y\,|\,y\geq 0\}$

(4) $y=\sqrt{1-3x}=\sqrt{-3\left(x-\dfrac{1}{3}\right)}$의 그래프는 $y=\sqrt{-3x}$의 그래프를 x축의 방향으로 $\dfrac{1}{3}$만큼 평행이동한 것이다.

정의역 : $\left\{x\,\middle|\,x\leq\dfrac{1}{3}\right\}$, 치역 : $\{y\,|\,y\geq 0\}$

(5) $y=-\sqrt{3x+2}=-\sqrt{3\left(x+\dfrac{2}{3}\right)}$의 그래프는 $y=-\sqrt{3x}$의 그래프를 x축의 방향으로 $-\dfrac{2}{3}$만큼 평행이동한 것이다.

정의역 : $\left\{x\,\middle|\,x\geq-\dfrac{2}{3}\right\}$, 치역 : $\{y\,|\,y\leq 0\}$

(6) $y=-\sqrt{4-x}=-\sqrt{-(x-4)}$의 그래프는 $y=-\sqrt{-x}$의 그래프를 x축의 방향으로 4만큼 평행이동한 것이다.

정의역 : $\{x\,|\,x\leq 4\}$, 치역 : $\{y\,|\,y\leq 0\}$

참고 $y=\sqrt{x}$ ⇨ 정의역 : $\{x\,|\,x\geq 0\}$, 치역 : $\{y\,|\,y\geq 0\}$
$y=-\sqrt{x}$ ⇨ 정의역 : $\{x\,|\,x\geq 0\}$, 치역 : $\{y\,|\,y\leq 0\}$
$y=\sqrt{-x}$ ⇨ 정의역 : $\{x\,|\,x\leq 0\}$, 치역 : $\{y\,|\,y\geq 0\}$
$y=-\sqrt{-x}$ ⇨ 정의역 : $\{x\,|\,x\leq 0\}$, 치역 : $\{y\,|\,y\leq 0\}$

5 (1) $y=\sqrt{2x-3}-1=\sqrt{2\left(x-\frac{3}{2}\right)}-1$의 그래프는 $y=\sqrt{2x}$의 그래프를 x축의 방향으로 $\frac{3}{2}$만큼, y축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 것이다.

정의역 : $\left\{x \,\middle|\, x\geq\frac{3}{2}\right\}$, 치역 : $\{y|y\geq-1\}$

(2) $y=\sqrt{-x}+2$의 그래프는 $y=\sqrt{-x}$의 그래프를 y축의 방향으로 2만큼 평행이동한 것이다.

정의역 : $\{x|x\leq0\}$, 치역 : $\{y|y\geq2\}$

(3) $y=-\sqrt{3x-3}-2=-\sqrt{3(x-1)}-2$의 그래프는 $y=-\sqrt{3x}$의 그래프를 x축의 방향으로 1만큼, y축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 것이다.

정의역 : $\{x|x\geq1\}$, 치역 : $\{y|y\leq-2\}$

(4) $y=\sqrt{2-x}+2=\sqrt{-(x-2)}+2$의 그래프는 $y=\sqrt{-x}$의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 2만큼 평행이동한 것이다.

정의역 : $\{x|x\leq2\}$, 치역 : $\{y|y\geq2\}$

(5) $y=-\sqrt{1-2x}-3=-\sqrt{-2\left(x-\frac{1}{2}\right)}-3$의 그래프는 $y=-\sqrt{-2x}$의 그래프를 x축의 방향으로 $\frac{1}{2}$만큼, y축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 것이다.

정의역 : $\left\{x \,\middle|\, x\leq\frac{1}{2}\right\}$, 치역 : $\{y|y\leq-3\}$

(6) $y=1-\sqrt{2-x}=-\sqrt{-(x-2)}+1$의 그래프는 $y=-\sqrt{-x}$의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이다.

정의역 : $\{x|x\leq2\}$, 치역 : $\{y|y\leq1\}$

기초 개념 평가

본문 | 090, 091쪽

01 무리식
02 0
03 b
04 $a-b$
05 $a-b$
06 무리함수
07 0
08 $a>0$
09 $a<0$
10 멀어진다
11 $a>0$
12 $a<0$
13 $p,\ q$
14 $a>0$
15 $a<0$

기초 문제 평가

본문 | 092, 093쪽

1 (1) 근호 안의 식의 값이 0 이상이어야 하므로
$4-2x\geq0$에서 $\boldsymbol{x\leq2}$

(2) 근호 안의 식의 값이 0 이상이고, (분모)$\neq0$이어야 하므로
$2x+1\geq0,\ x\neq0$에서 $\boldsymbol{-\frac{1}{2}\leq x<0}$ **또는** $\boldsymbol{x>0}$

(3) 근호 안의 식의 값이 0 이상이고, (분모)$\neq0$이어야 하므로
$8-2x\geq0,\ x-1>0$에서 $\boldsymbol{1<x\leq4}$

(4) 근호 안의 식의 값이 0 이상이어야 하므로
$5-2x\geq0,\ 3x+3\geq0$에서 $\boldsymbol{-1\leq x\leq\frac{5}{2}}$

2 (1) $\dfrac{1}{\sqrt{x}+\sqrt{x-1}}+\dfrac{1}{\sqrt{x}-\sqrt{x-1}}$

$=\dfrac{(\sqrt{x}-\sqrt{x-1})+(\sqrt{x}+\sqrt{x-1})}{(\sqrt{x}+\sqrt{x-1})(\sqrt{x}-\sqrt{x-1})}$

$=\dfrac{2\sqrt{x}}{x-(x-1)}$

$=\boldsymbol{2\sqrt{x}}$

(2) $\dfrac{x}{\sqrt{x+1}+1}-\dfrac{x}{\sqrt{x+1}-1}$

$=\dfrac{x(\sqrt{x+1}-1)-x(\sqrt{x+1}+1)}{(\sqrt{x+1}+1)(\sqrt{x+1}-1)}$

$=\dfrac{-2x}{(x+1)-1}=\dfrac{-2x}{x}$

$=\boldsymbol{-2}$

(3) $\dfrac{1}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}+\dfrac{1}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}$

$=\dfrac{(\sqrt{x}-\sqrt{y})+(\sqrt{x}+\sqrt{y})}{(\sqrt{x}+\sqrt{y})(\sqrt{x}-\sqrt{y})}$

$=\boldsymbol{\dfrac{2\sqrt{x}}{x-y}}$

3 (1) $y=-\sqrt{2}x+\sqrt{3}$은 근호 안에 문자가 없으므로 **무리함수가 아니다.**

(2) $y=\sqrt{2-x}-3$에서 $\sqrt{2-x}-3$은 무리식이므로 **무리함수이다.**
(근호 안의 식의 값)≥0에서 $2-x\geq0$ $\quad\therefore x\leq2$
따라서 **정의역은 $\{x|x\leq2\}$**

(3) $y=\dfrac{1}{\sqrt{x^2+4x+4}}=\dfrac{1}{\sqrt{(x+2)^2}}=\dfrac{1}{|x+2|}$에서 근호 안에 문자가 없으므로 **무리함수가 아니다.**

(4) $y=-\sqrt{2x+4}+1$에서 $-\sqrt{2x+4}+1$은 무리식이므로 **무리함수이다.**
(근호 안의 식의 값)≥0에서 $2x+4\geq0$ $\quad\therefore x\geq-2$
따라서 **정의역은 $\{x|x\geq-2\}$**

4 (근호 안의 식의 값)≥ 0에서 $x+a\geq 0$ $\quad\therefore x\geq -a$

즉, 정의역은 $\{x|x\geq -a\}$이므로 $a=-3$

또한 $\sqrt{x+a}\geq 0$이므로 $\sqrt{x+a}+b\geq b$

즉, 치역은 $\{y|y\geq b\}$이므로 $b=-2$

$\therefore$ $\boldsymbol{a=-3, b=-2}$

5 함수 $y=\sqrt{x+1}-1$의 그래프를 x축의 방향으로 p만큼, y축의 방향으로 q만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=\sqrt{x-p+1}-1+q$

이 식이 $y=\sqrt{x-3}+2$와 일치해야 하므로

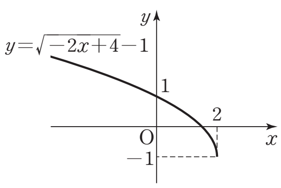
$-p+1=-3$, $-1+q=2$

$\therefore$ $\boldsymbol{p=4,\ q=3}$

6 ㄱ. $y=\sqrt{-2x+4}-1=\sqrt{-2(x-2)}-1$이므로

함수 $y=\sqrt{-2x}$의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 -1만큼 평행이동하면 겹쳐질 수 있다.

ㄴ. 그래프는 오른쪽과 같으므로 제1, 2, 4사분면을 지난다.



ㄷ. 정의역은 $\{x|x\leq 2\}$이다.

ㄹ. 치역은 $\{y|y\geq -1\}$이다.

따라서 옳은 것은 **ㄱ, ㄹ**이다.

7 $y=-\sqrt{3x+9}+1=-\sqrt{3(x+3)}+1$이므로

함수 $y=-\sqrt{3x}$의 그래프를 x축의 방향으로 -3만큼, y축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이다.

따라서 $a=3$, $b=-3$, $c=1$이므로 $\boldsymbol{a+b+c=1}$

8 (근호 안의 식의 값)≥ 0에서 $ax+4\geq 0$

$\therefore x\geq -\dfrac{4}{a}$

즉, 정의역은 $\left\{x \middle| x\geq -\dfrac{4}{a}\right\}$이므로

$-\dfrac{4}{a}=-1$ $\qquad\therefore a=4$

$\therefore y=\sqrt{4x+4}+b$

이 함수의 그래프가 점 $(3, 3)$을 지나므로

$3=\sqrt{12+4}+b$, $3=4+b$ $\qquad\therefore b=-1$

따라서 주어진 함수는 $y=\sqrt{4x+4}-1$이므로

구하는 치역은 $\boldsymbol{\{y|y\geq -1\}}$이다.

참고 $ax+4\geq 0$에서 $ax\geq -4$ $\quad\cdots\cdots$㉠

이때 정의역이 $\{x|x\geq -1\}$이므로 ㉠의 부등호의 방향이 바뀌지 않아야 한다.

따라서 $a>0$이므로 $x\geq -\dfrac{4}{a}$

9 함수 $y=\sqrt{x+2}+1$의 치역은 $\{y|y\geq 1\}$이므로

역함수의 정의역은 $\{x|x\geq 1\}$이다.

$y=\sqrt{x+2}+1$에서 $y-1=\sqrt{x+2}$

양변을 제곱하면 $y^2-2y+1=x+2$

x에 대하여 풀면 $x=y^2-2y-1$

x와 y를 서로 바꾸어 역함수를 구하면 $y=x^2-2x-1$

따라서 $a=1$, $b=-2$, $c=-1$, $d=1$이므로

$\boldsymbol{a+b+c+d=-1}$

10 주어진 함수의 그래프는 함수 $y=\sqrt{-2x}$의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 것이므로

$y=\sqrt{-2(x-2)}-1=\sqrt{-2x+4}-1$

이 식이 $y=\sqrt{-2x+a}+b$와 일치해야 하므로

$a=4$, $b=-1$

함수 $y=\sqrt{-2x+4}-1$의 그래프가 점 $(0, c)$를 지나므로

$c=\sqrt{4}-1=1$

$\therefore$ $\boldsymbol{a=4,\ b=-1,\ c=1}$

11 주어진 함수의 그래프는 함수 $y=\sqrt{ax}$의 그래프를 x축의 방향으로 -2만큼, y축의 방향으로 2만큼 평행이동한 것이므로

$y=\sqrt{a(x+2)}+2$

이 그래프가 점 $(0, 3)$을 지나므로

$3=\sqrt{2a}+2$에서 $\sqrt{2a}=1$, $2a=1$ $\qquad\therefore a=\dfrac{1}{2}$

$y=\sqrt{\dfrac{1}{2}(x+2)}+2$, 즉 $y=\sqrt{\dfrac{1}{2}x+1}+2$

이 식이 $y=\sqrt{ax+b}+c$와 일치해야 하므로 $b=1$, $c=2$

$\therefore$ $\boldsymbol{a=\dfrac{1}{2},\ b=1,\ c=2}$

09 경우의 수

기초 개념 피드백 & TEST

본문 | 097쪽

1-1 **18, 6**

1-2 12의 약수는 1, 2, 3, 4, 6, 12이므로 구하는 경우의 수는 **6**이다.

2-1 **3, 6, 7**

2-2 (i) 두 눈의 수의 차가 1인 경우는
(1, 2), (2, 3), (3, 4), (4, 5), (5, 6)
(6, 5), (5, 4), (4, 3), (3, 2), (2, 1)
⇨ 10가지
(ii) 두 눈의 수의 차가 2인 경우는
(1, 3), (2, 4), (3, 5) (4, 6),
(6, 4), (5, 3), (4, 2), (3, 1)
⇨ 8가지
(iii) 두 눈의 수의 차가 4인 경우는
(1, 5), (2, 6), (6, 2), (5, 1)
⇨ 4가지
(i), (ii), (iii)은 동시에 일어날 수 없으므로 구하는 경우의 수는 $10+8+4=\mathbf{22}$

3-1 **아몬드, 포도맛, 2, 6**

3-2 집에서 마트까지 가는 3가지의 길을 각각 A, B, C라 하고, 마트에서 서점까지 가는 4가지의 길을 각각 a, b, c, d라 하면 집에서 마트를 지나 서점까지 가는 경우는
(A, a), (A, b), (A, c), (A, d),
(B, a), (B, b), (B, c), (B, d),
(C, a), (C, b), (C, c), (C, d)
따라서 구하는 경우의 수는 $3\times4=\mathbf{12}$

본문 | 098, 099쪽

1-1 **4, 6**

1-2 (i) 6의 배수가 나오는 경우는 6, 12, 18의 3가지
(ii) 7의 배수가 나오는 경우는 7, 14의 2가지
(i), (ii)는 동시에 일어날 수 없으므로 구하는 경우의 수는
$3+2=\mathbf{5}$

2-1 **12, 3, 7**

2-2 소수의 눈이 나오는 경우는 2, 3, 5의 3가지
2의 배수의 눈이 나오는 경우는 2, 4, 6의 3가지
소수이면서 2의 배수의 눈이 나오는 경우는 2의 1가지
따라서 구하는 경우의 수는
$3+3-1=\mathbf{5}$

3-1 **홀수, 9**

3-2 (1) 소설책을 택하는 경우의 수는 3이고 각각의 경우에 대하여 시집을 택하는 경우의 수는 2이다.
따라서 구하는 경우의 수는
$3\times2=\mathbf{6}$
(2) 두 수의 곱이 홀수이려면 두 수 모두 홀수이어야 한다.
9 이하의 자연수 중에서 홀수는 1, 3, 5, 7, 9의 5개이므로 구하는 경우의 수는
$5\times5=\mathbf{25}$

4-1 **3, 4, 12**

4-2 (1) 36을 소인수분해하면 $2^2\times3^2$
2^2의 양의 약수는 1, 2, 2^2의 3가지
3^2의 양의 약수는 1, 3, 3^2의 3가지
따라서 곱의 법칙에 의하여 36의 양의 약수의 개수는
$3\times3=\mathbf{9}$
참고 자연수를 소인수분해하여
$a^m\times b^n\times c^l$ (a, b, c는 서로 다른 소수)
로 나타내었을 때, 양의 약수의 개수는
a^m의 양의 약수는 1, a, a^2, $\cdots$, a^m의 $m+1$(개)
b^n의 양의 약수는 1, b, b^2, $\cdots$, b^n의 $n+1$(개)
c^l의 양의 약수는 1, c, c^2, $\cdots$, c^l의 $l+1$(개)
즉, 구하는 양의 약수의 개수는
$(m+1)(n+1)(l+1)$
(2) 48을 소인수분해하면 $2^4\times3$이므로 양의 약수의 개수는
$(4+1)(1+1)=\mathbf{10}$

집중 연습

본문 | 100, 101쪽

1 (1) 4보다 작은 수는 1, 2, 3이므로 구하는 경우의 수는 **3**이다.
(2) 12보다 큰 수는 13, 14, 15이므로 구하는 경우의 수는 **3**이다.
(3) 4보다 작은 수가 적힌 공이 나오는 경우의 수는 3이고 12보다 큰 수가 적힌 공이 나오는 경우의 수는 3이다.
두 사건은 동시에 일어날 수 없으므로 구하는 경우의 수는
$3+3=\mathbf{6}$

2 (1) 소수는 2, 3, 5이므로 구하는 경우의 수는 **3**이다.
(2) 4의 배수는 4이므로 구하는 경우의 수는 **1**이다.
(3) 소수의 눈이 나오는 경우의 수는 3이고, 4의 배수의 눈이 나오는 경우의 수는 1이다.
두 사건은 동시에 일어날 수 없으므로 구하는 경우의 수는
$3+1=\mathbf{4}$

3 (1) 2의 배수가 적힌 공이 나오는 경우는
2, 4, 6, $\cdots$, 30의 15가지
5의 배수가 적힌 공이 나오는 경우는
5, 10, 15, $\cdots$, 30의 6가지
2의 배수이면서 5의 배수인 10의 배수가 적힌 공이 나오는 경우는 10, 20, 30의 3가지
따라서 구하는 경우의 수는
$15+6-3=\mathbf{18}$

(2) 3의 배수가 적힌 공이 나오는 경우는
3, 6, 9, $\cdots$, 30의 10가지
5의 배수가 적힌 공이 나오는 경우는
5, 10, 15, $\cdots$, 30의 6가지
3의 배수이면서 5의 배수인 15의 배수가 적힌 공이 나오는 경우는 15, 30의 2가지
따라서 구하는 경우의 수는
$10+6-2=\mathbf{14}$

4 (1) 눈의 수의 합이 5가 되는 경우의 수는
$(1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1) \Rightarrow \mathbf{4}$

(2) 눈의 수의 곱이 4가 되는 경우의 수는
$(1, 4), (2, 2), (4, 1) \Rightarrow \mathbf{3}$

(3) 눈의 수의 합이 5이면서 동시에 눈의 수의 곱이 4인 경우는 $(1, 4), (4, 1)$의 2가지이므로 구하는 경우의 수는
$4+3-2=\mathbf{5}$

5 (1) 일의 자리에 올 수 있는 수는 2, 4의 2가지
십의 자리에 올 수 있는 수는 1, 2, 3, 4의 4가지
따라서 구하는 짝수의 개수는 $2\times4=\mathbf{8}$

(2) 일의 자리에 올 수 있는 수는 1, 3의 2가지
십의 자리에 올 수 있는 수는 1, 2, 3, 4의 4가지
따라서 구하는 홀수의 개수는 $2\times4=\mathbf{8}$

(3) 두 수의 합이 짝수가 되려면
(짝수)+(짝수) 또는 (홀수)+(홀수)가 되어야 한다.
(i) (짝수)+(짝수)인 경우의 수는
$(2, 2), (2, 4), (4, 2), (4, 4) \Rightarrow 4$
(ii) (홀수)+(홀수)인 경우의 수는
$(1, 1), (1, 3), (3, 1), (3, 3) \Rightarrow 4$
(i), (ii)에서 구하는 자연수의 개수는 $4+4=\mathbf{8}$

(4) 십의 자리에 올 수 있는 수는 2, 4의 2가지
일의 자리에 올 수 있는 수는 1, 3의 2가지
따라서 구하는 자연수의 개수는 $2\times2=\mathbf{4}$

6 (1) $108=2^2\times3^3$이므로 양의 약수의 개수는
$(2+1)(3+1)=\mathbf{12}$

참고 108의 양의 약수는 다음과 같다.

$\times$	1	2^1	2^2
1	1	2	4
3^1	3	6	12
3^2	9	18	36
3^3	27	54	108

(2) $180=2^2\times3^2\times5$이므로 양의 약수의 개수는
$(2+1)(2+1)(1+1)=\mathbf{18}$

(3) $210=2\times3\times5\times7$이므로 양의 약수의 개수는
$(1+1)(1+1)(1+1)(1+1)=\mathbf{16}$

7 (1) $2\times3=\mathbf{6}$
(2) $3\times3=\mathbf{9}$
(3) $2\times3\times2=\mathbf{12}$

기초 개념 평가

본문 | 102, 103쪽

01 $\boldsymbol{m+n}$
02 $\boldsymbol{m+n-l}$
03 **3**
04 **2**
05 **4**
06 $\boldsymbol{m\times n}$
07 **곱의 법칙**
08 **2**
09 **3**
10 **6**

기초 문제 평가

본문 | 104, 105쪽

1 ① 3보다 큰 수의 눈이 나오는 경우는 4, 5, 6의 3가지
② (앞, 앞, 뒤), (앞, 뒤, 앞), (뒤, 앞, 앞)의 3가지
③ 소희가 은지를 이기는 경우를 순서쌍으로 나타내면
(가위, 보), (바위, 가위), (보, 바위)의 3가지
④ 두 눈의 수의 합이 5인 경우는
(1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1)의 4가지
⑤ 민규와 진서가 서로 비기는 경우를 순서쌍으로 나타내면
(가위, 가위), (바위, 바위), (보, 보)의 3가지
따라서 경우의 수가 다른 하나는 ④이다.

참고 A, B 두 사람이 가위, 바위, 보를 할 때, 나올 수 있는 모든 경우를 수형도로 나타내면 다음과 같다.

A	B	A	B	A	B
	가위		가위		가위
가위	바위	바위	바위	보	바위
	보		보		보

2 합의 법칙에 의하여 구하는 경우의 수는
$5+3=\mathbf{8}$

3 (1) (i) 두 눈의 수의 차가 3인 경우는
$(1, 4), (2, 5), (3, 6), (6, 3), (5, 2), (4, 1)$ ⇨ 6가지
(ii) 두 눈의 수의 차가 5인 경우는
$(1, 6), (6, 1)$ ⇨ 2가지
(i), (ii)는 동시에 일어날 수 없으므로 구하는 경우의 수는
$6+2=\mathbf{8}$
(2) (i) 두 눈의 수의 곱이 4 이하인 경우는
$(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4),$
$(2, 1), (2, 2), (3, 1), (4, 1)$
⇨ 8가지
(ii) 두 눈의 수의 곱이 25 이상인 경우는
$(5, 5), (5, 6), (6, 5), (6, 6)$ ⇨ 4가지
(i), (ii)는 동시에 일어날 수 없으므로 구하는 경우의 수는
$8+4=\mathbf{12}$

4 6의 배수가 나오는 경우는 6, 12, 18의 3가지
소수가 나오는 경우는 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19의 8가지
두 사건은 동시에 일어날 수 없으므로 구하는 경우의 수는
$3+8=\mathbf{11}$

5 민수가 들어갈 때 사용할 수 있는 문은 a, b, c, d의 4가지이고, 그 각각에 대하여 나올 때 사용할 수 있는 문은 들어갈 때 사용한 문을 제외한 3가지이므로 구하는 경우의 수는
$4\times3=\mathbf{12}$

6 2의 배수가 나오는 경우는 2, 4, 6, 8, 10, 12의 6가지
5의 배수가 나오는 경우는 5, 10의 2가지
따라서 구하는 경우의 수는 $6\times2=\mathbf{12}$

7 빵 또는 과자 중 한 가지를 택하는 경우의 수는
$a=4+4=8$
빵과 과자를 각각 한 가지씩 택하는 경우의 수는
$b=4\times4=16$
$\therefore a+b=8+16=\mathbf{24}$

8 (1) 일의 자리에 올 수 있는 수는 3, 6, 9의 3가지
십의 자리와 백의 자리에 올 수 있는 수는 각각
1, 3, 5, 7, 9의 5가지
따라서 구하는 자연수의 개수는
$3\times5\times5=\mathbf{75}$
(2) 일의 자리에 올 수 있는 수는 1, 2, 4의 3가지
십의 자리에 올 수 있는 수는 2, 3, 5, 7의 4가지
백의 자리에 올 수 있는 수는 4, 8의 2가지
따라서 구하는 자연수의 개수는
$3\times4\times2=\mathbf{24}$

9 $2^3\times3^2\times5^x$의 양의 약수의 개수는
$(3+1)(2+1)(x+1)=12(x+1)$
$12(x+1)=36$에서 $x+1=3$ $\quad\therefore \boldsymbol{x=2}$

10 집 $\xrightarrow[\text{2가지}]{}$ 공원 $\xrightarrow[\text{4가지}]{}$ 학교
따라서 구하는 경우의 수는 $2\times4=\mathbf{8}$

11 $(a+b+c)(x+y)^2=(a+b+c)(x^2+2xy+y^2)$
이므로 서로 다른 항의 개수는 $3\times3=\mathbf{9}$

12 A에 칠할 수 있는 색은 5가지,
B는 A와 다른 색을 칠해야 하므로 4가지,
C는 A와 B에 칠한 색을 제외한 3가지,
D는 A와 C에 칠한 색을 제외한 3가지,
E는 A와 D에 칠한 색을 제외한 3가지
따라서 구하는 방법의 수는
$5\times4\times3\times3\times3=\mathbf{540}$
참고 인접한 부분이 가장 많은 A에 칠할 수 있는 경우의 수를 먼저 구한 다음 B, C, D, E에 칠할 수 있는 색의 가짓수를 구한다.

10 순열

본문 | 106~109쪽

1-1 (1) **4, 4** (2) **5, 5** (3) **3, 3** (4) **4, 4**

1-2 (1) $\boldsymbol{{}_9P_3}$ (2) $\boldsymbol{{}_7P_4}$ (3) $\boldsymbol{{}_5P_5}$ (4) $\boldsymbol{{}_3P_3}$

2-1 (1) **120** (2) **1, 720**

2-2 (1) ${}_{11}P_3=11\times10\times9=\mathbf{990}$

(2) ${}_8P_4=8\times7\times6\times5=\mathbf{1680}$

(3) ${}_4P_4=4\times3\times2\times1=\mathbf{24}$

(4) ${}_4P_0=\mathbf{1}$

3-1 (1) **3, 5** (2) **2**

3-2 (1) $n(n-1)=90$

이때 $90=10\times9$이므로 $\boldsymbol{n=10}$

(2) $n(n-1)(n-2)=720$

이때 $720=10\times9\times8$이므로 $\boldsymbol{n=10}$

(3) $840=7\times6\times5\times4$이므로 $\boldsymbol{r=4}$

(4) $1320=12\times11\times10$이므로 $\boldsymbol{r=3}$

4-1 **24, 48**

4-2 여학생 3명을 한 묶음으로 생각하여 3명의 학생이 일렬로 서는 경우의 수는

$3!=3\times2\times1=6$

여학생 3명이 자리를 바꾸는 경우의 수는

$3!=3\times2\times1=6$

따라서 구하는 경우의 수는 $6\times6=\mathbf{36}$

5-1 **4, 12, 72**

5-2 자녀를 제외한 2명의 부모가 한 줄로 서는 경우의 수는

$2!=2\times1=2$

양 끝과 부모 사이에 자녀 3명이 서는 경우의 수는

${}_3P_3=3\times2\times1=6$

따라서 구하는 경우의 수는 $2\times6=\mathbf{12}$

6-1 (1) **3** (2) **5, 5, 4**

6-2 (1) 서로 다른 6개의 숫자에서 4개를 택하여 일렬로 나열하는 경우의 수와 같으므로

${}_6P_4=6\times5\times4\times3=\mathbf{360}$

(2) 짝수는 일의 자리의 숫자가 2, 4, 6 중 하나이어야 한다.

$$\underbrace{\square\square\square}_{{}_5P_3}\ \underset{3}{\overset{\square}{\downarrow}}$$

일의 자리에 들어갈 짝수를 정하고 나머지 5개의 숫자에서 천의 자리, 백의 자리, 십의 자리에 들어갈 3개를 택하여 일렬로 나열하는 경우의 수와 같으므로

$3\times{}_5P_3=3\times5\times4\times3=\mathbf{180}$

7-1 **31254, 31254**

7-2 5$\square\square\square\square$ 꼴인 자연수의 개수는 $4!=24$

4$\square\square\square\square$ 꼴인 자연수의 개수는 $4!=24$

35$\square\square\square$ 꼴인 자연수의 개수는 $3!=6$ 58

345$\square\square$ 꼴인 자연수의 개수는 $2!=2$

342$\square\square$ 꼴인 자연수의 개수는 $2!=2$

341$\square\square$ 꼴인 자연수는 34152, 34125이므로

60번째로 큰 수는 **34125**

집중 연습

본문 | 110, 111쪽

1 (1) ${}_2P_0=\mathbf{1}$

(2) ${}_6P_1=\mathbf{6}$

(3) ${}_3P_2=3\times2=\mathbf{6}$

(4) ${}_7P_3=7\times6\times5=\mathbf{210}$

(5) ${}_5P_5=5\times4\times3\times2\times1=\mathbf{120}$

(6) ${}_5P_4=5\times4\times3\times2=\mathbf{120}$

2 (1) ${}_nP_n=n!$

이때 $24=4!$이므로 $\boldsymbol{n=4}$

(2) $210=7\times6\times5$이므로 $\boldsymbol{r=3}$

(3) ${}_nP_3=n(n-1)(n-2)$

이때 $120=6\times5\times4$이므로 $\boldsymbol{n=6}$

(4) $336=8\times7\times6$이므로 $\boldsymbol{r=3}$

(5) ${}_nP_3+{}_{n-1}P_2=n(n-1)(n-2)+(n-1)(n-2)$

$=(n-1)(n-2)(n+1)$

$=(n+1)(n-1)(n-2)$

이때 $140=7\times5\times4$이므로 $\boldsymbol{n=6}$

다른 풀이 $(n+1)(n-1)(n-2)=n^3-2n^2-n+2=140$

에서 $n^3-2n^2-n-138=0$

$(n-6)(n^2+4n+23)=0$

n은 자연수이므로 $n=6$

(6) ${}_{n+1}P_3+2{}_nP_2=(n+1)n(n-1)+2n(n-1)$

$=n(n-1)(n+1+2)$

$=(n+3)n(n-1)$

이때 $84=7\times4\times3$이므로 $\boldsymbol{n=4}$

3 (1) 서로 다른 5개의 숫자에서 4개를 택하여 일렬로 나열하는 경우의 수와 같으므로

${}_5P_4=5\times4\times3\times2=\mathbf{120}$

(2) 짝수는 일의 자리의 숫자가 2 또는 4이어야 한다.

$$\underbrace{\square\square\square}_{{}_4\mathrm{P}_3}\underset{\underset{2}{\downarrow}}{\square}$$

일의 자리에 들어갈 짝수를 정하고 나머지 4개의 숫자에서 천의 자리, 백의 자리, 십의 자리에 들어갈 3개를 택하여 일렬로 나열하는 경우의 수와 같으므로

$2\times{}_4\mathrm{P}_3=2\times4\times3\times2=\mathbf{48}$

(3) 5의 배수는 일의 자리의 숫자가 5이어야 한다.

$$\underbrace{\square\square\square}_{{}_4\mathrm{P}_3}\boxed{5}$$

5를 제외한 나머지 4개의 숫자에서 천의 자리, 백의 자리, 십의 자리에 들어갈 3개를 택하여 일렬로 나열하는 경우의 수와 같으므로

${}_4\mathrm{P}_3=4\times3\times2=\mathbf{24}$

4 (1) 천의 자리의 숫자는 0이 될 수 없으므로 0을 제외한 4개의 숫자에서 1개를 정하고 나머지 4개의 숫자에서 3개를 택하여 일렬로 나열하는 경우의 수와 같으므로

$$\underset{\underset{4}{\downarrow}}{\square}\underbrace{\square\square\square}_{{}_4\mathrm{P}_3}$$

$4\times{}_4\mathrm{P}_3=4\times4\times3\times2=\mathbf{96}$

(2) 천의 자리의 숫자는 0이 될 수 없고 홀수는 일의 자리의 숫자가 1 또는 3이어야 한다.

(i) 일의 자리의 숫자가 1인 경우

천의 자리에는 0, 1을 제외한 3개의 숫자에서 1개를 정하고 나머지 3개의 숫자에서 백의 자리, 십의 자리에 들어갈 2개를 택하여 일렬로 나열하는 경우의 수와 같으므로

$$\underset{\underset{3}{\downarrow}}{\square}\underbrace{\square\square}_{{}_3\mathrm{P}_2}\boxed{1}$$

$3\times{}_3\mathrm{P}_2=3\times3\times2=18$

(ii) 일의 자리의 숫자가 3인 경우

천의 자리에는 0, 3을 제외한 3개의 숫자에서 1개를 정하고 나머지 3개의 숫자에서 백의 자리, 십의 자리에 들어갈 2개를 택하여 일렬로 나열하는 경우의 수와 같으므로

$$\underset{\underset{3}{\downarrow}}{\square}\underbrace{\square\square}_{{}_3\mathrm{P}_2}\boxed{3}$$

$3\times{}_3\mathrm{P}_2=3\times3\times2=18$

(i), (ii)에서 홀수의 개수는 $18+18=\mathbf{36}$

(3) 5의 배수는 일의 자리의 숫자가 0이어야 한다.

$$\underbrace{\square\square\square}_{{}_4\mathrm{P}_3}\boxed{0}$$

0을 제외한 나머지 4개의 숫자에서 3개를 택하여 일렬로 나열하는 경우의 수와 같으므로

${}_4\mathrm{P}_3=4\times3\times2=\mathbf{24}$

5 (1)

$$\left.\begin{array}{l}1\square\square\square\square\ \text{꼴인 자연수의 개수는 } 4!=24\\ 21\square\square\square\ \text{꼴인 자연수의 개수는 } 3!=6\\ 23\square\square\square\ \text{꼴인 자연수의 개수는 } 3!=6\\ 241\square\square\ \text{꼴인 자연수의 개수는 } 2!=2\end{array}\right\}38$$

243□□ 꼴인 자연수는 24315, 24351이므로 40번째로 작은 수는 **24351**이다.

(2)

$$\left.\begin{array}{l}5\square\square\square\square\ \text{꼴인 자연수의 개수는 } 4!=24\\ 4\square\square\square\square\ \text{꼴인 자연수의 개수는 } 4!=24\\ 3\square\square\square\square\ \text{꼴인 자연수의 개수는 } 4!=24\\ 25\square\square\square\ \text{꼴인 자연수의 개수는 } 3!=6\end{array}\right\}78$$

245□□ 꼴인 자연수는 24531, 24513이므로 80번째로 큰 수는 **24513**이다.

(3) 1□□□□ 꼴인 자연수의 개수는 $4!=24$

21□□□ 꼴인 자연수의 개수는 $3!=6$

23□□□ 꼴인 자연수의 개수는 $3!=6$

24□□□ 꼴인 자연수의 개수는 $3!=6$

따라서 25000보다 작은 수의 개수는

$24+6+6+6=\mathbf{42}$

참고 순열을 이용한 자연수의 개수

0, 1, 2, ⋯, $n\,(n\le9)$의 $(n+1)$개의 숫자를 한 번씩 사용하여 자연수를 만들 때

❶ 두 자리 자연수의 개수는 $n\times{}_n\mathrm{P}_1$

❷ 세 자리 자연수의 개수는 $n\times{}_n\mathrm{P}_2$

❸ 네 자리 자연수의 개수는 $n\times{}_n\mathrm{P}_3$

6 (1)

$$\left.\begin{array}{l}1\square\square\square\square\ \text{꼴인 자연수의 개수는 } 4!=24\\ 20\square\square\square\ \text{꼴인 자연수의 개수는 } 3!=6\\ 21\square\square\square\ \text{꼴인 자연수의 개수는 } 3!=6\\ 230\square\square\ \text{꼴인 자연수의 개수는 } 2!=2\end{array}\right\}38$$

231□□ 꼴인 자연수는 23104, 23140이므로 40번째로 작은 수는 **23140**이다.

(2)

$$\left.\begin{array}{l}4\square\square\square\square\ \text{꼴인 자연수의 개수는 } 4!=24\\ 3\square\square\square\square\ \text{꼴인 자연수의 개수는 } 4!=24\\ 2\square\square\square\square\ \text{꼴인 자연수의 개수는 } 4!=24\\ 14\square\square\square\ \text{꼴인 자연수의 개수는 } 3!=6\end{array}\right\}78$$

134□□ 꼴인 자연수는 13420, 13402이므로 80번째로 큰 수는 **13402**이다.

(3) 1□□□□ 꼴인 자연수의 개수는 $4!=24$

2□□□□ 꼴인 자연수의 개수는 $4!=24$

따라서 25000보다 작은 수의 개수는

$24+24=\mathbf{48}$

기초 개념 평가

본문 | 112, 113쪽

01 **곱의 법칙**	02 **순열**
03 $\mathbf{n!}$	04 $\mathbf{(n-r)!}$
05 **1**	06 $\mathbf{n!}$, **1**
07 **이웃하는**	08 **이웃하지 않는**
09 **3**	10 **5**
11 **4**	12 **2**

기초 문제 평가

본문 | 114, 115쪽

1 (1) ${}_nP_3=2{}_nP_2$에서

$n(n-1)(n-2)=2n(n-1)$

$n\geq3$이므로 양변을 $n(n-1)$로 나누면

$n-2=2$ $\quad\therefore$ $\boldsymbol{n=4}$

(2) ${}_nP_2+{}_{n+1}P_2=18$에서

$n(n-1)+(n+1)n=18$, $2n^2=18$, $n^2=9$

$\therefore$ $n=-3$ 또는 $n=3$

이때 $n\geq2$이므로 $\boldsymbol{n=3}$

2 8명의 학생 중에서 3명을 뽑아 일렬로 세우는 경우의 수와 같으므로

${}_8P_3=8\times7\times6=\mathbf{336}$

3 ㄱ. $(\text{좌변})=3!\times2!=3\times2\times1\times2\times1=12$

$(\text{우변})=6!=6\times5\times4\times3\times2\times1=720$

$\therefore$ $3!\times2!\neq6!$

ㄴ. $(\text{좌변})=9\times8!=9\times8\times7\times\cdots\times1$

$(\text{우변})=9!=9\times8\times7\times\cdots\times1$

$\therefore$ $9\times8!=9!$

ㄷ. $(\text{좌변})=2!+3!=2\times1+3\times2\times1=2+6=8$

$(\text{우변})=5!=5\times4\times3\times2\times1=120$

$\therefore$ $2!+3!\neq5!$

ㄹ. $(\text{좌변})=\dfrac{5!}{0!}=\dfrac{5!}{1}=5!$, $(\text{우변})=5!$

$\therefore$ $\dfrac{5!}{0!}=5!$

따라서 옳지 않은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

4 (1) 시집 2권을 한 묶음으로 생각하여 5권의 책을 일렬로 꽂는 경우의 수는

$5!=5\times4\times3\times2\times1=120$

시집 2권이 자리를 바꾸는 경우의 수는

$2!=2\times1=2$

따라서 구하는 경우의 수는

$120\times2=\mathbf{240}$

(2) 시집을 제외한 4권의 소설책을 일렬로 꽂는 경우의 수는

$4!=4\times3\times2\times1=24$

양 끝과 소설책 사이사이에 시집 2권을 꽂는 경우의 수는

${}_5P_2=5\times4=20$

따라서 구하는 경우의 수는

$24\times20=\mathbf{480}$

5 (1) 남학생 3명을 한 묶음, 여학생 3명을 한 묶음으로 생각하여 2명을 일렬로 세우는 경우의 수는

$2!=2\times1=2$

남학생 3명이 자리를 바꾸는 경우의 수는

$3!=3\times2\times1=6$

여학생 3명이 자리를 바꾸는 경우의 수는

$3!=3\times2\times1=6$

따라서 구하는 경우의 수는

$2\times6\times6=\mathbf{72}$

(2) 남학생과 여학생이 번갈아 서는 경우는 '남여남여남여', '여남여남여남'의 2가지이다.

남학생 3명이 자리를 바꾸는 경우의 수는

$3!=3\times2\times1=6$

여학생 3명이 자리를 바꾸는 경우의 수는

$3!=3\times2\times1=6$

따라서 구하는 경우의 수는

$2\times6\times6=\mathbf{72}$

6 (i) 여자 2명이 이웃하게 서는 경우

여자 2명을 한 묶음으로 생각하여 4명을 일렬로 세우는 경우의 수는

$4!=4\times3\times2\times1=24$

여자 2명이 자리를 바꾸는 경우의 수는

$2!=2\times1=2$

$\therefore$ $a=24\times2=48$

(ii) 여자 2명이 이웃하지 않게 서는 경우

여자 2명을 제외한 3명의 남자를 일렬로 세우는 경우의 수는

$3!=3\times2\times1=6$

양 끝과 남자 사이사이에 여자 2명을 세우는 경우의 수는

${}_4P_2=4\times3=12$

$\therefore$ $b=6\times12=72$

(i), (ii)에서 $\boldsymbol{b-a=24}$

7 여학생 2명을 일렬로 세우는 경우의 수는 $2!=2$

남학생 3명을 일렬로 세우는 경우의 수는 $3!=6$

따라서 놀이공원에 입장하는 경우의 수는

$2\times6=\mathbf{12}$

8 2개의 문자 a, b를 양 끝에 정하고 나머지 3개의 문자 c, d, e를 일렬로 나열하는 경우의 수와 같다.

이때 양 끝에 a, b가 오는 경우는 a○○○b, b○○○a의 2가지가 있으므로 구하는 경우의 수는

$2\times3!=2\times3\times2\times1=\mathbf{12}$

9 A와 B 사이에 C, D, E를 세우는 경우의 수와 같으므로

$3!=3\times2\times1=\mathbf{6}$

10 5의 배수는 일의 자리의 숫자가 5이어야 한다.

$\underbrace{\square\square\square}_{{}_5P_3}\boxed{5}$

5를 제외한 나머지 5개의 숫자에서 3개를 택하여 일렬로 나열하는 경우의 수와 같으므로

${}_5P_3=5\times4\times3=\mathbf{60}$

11 (1) 1□□ 꼴인 자연수의 개수는 ${}_5P_2=5\times4=20$

2□□ 꼴인 자연수의 개수는 ${}_5P_2=5\times4=20$

따라서 300보다 작은 수의 개수는 $20+20=$**40**

(2) 1□□ 꼴인 자연수의 개수는 ${}_5P_2=5\times4=20$

20□ 꼴인 자연수의 개수는 4

21□ 꼴인 자연수의 개수는 4 32

23□ 꼴인 자연수의 개수는 4

24□ 꼴인 자연수는 240, 241, 243, 245이므로

241은 작은 순서대로 **34번째**에 오는 수이다.

12 e□□□□ 꼴인 단어의 개수는 $4!=24$

i□□□□ 꼴인 단어의 개수는 $4!=24$

l□□□□ 꼴인 단어의 개수는 $4!=24$

m□□□□ 꼴인 단어의 개수는 $4!=24$

se□□□ 꼴인 단어의 개수는 $3!=6$ 116

si□□□ 꼴인 단어의 개수는 $3!=6$

sl□□□ 꼴인 단어의 개수는 $3!=6$

sme□□ 꼴인 단어의 개수는 $2!=2$

smi□□ 꼴인 단어는 smiel, smile이므로

smile은 **118번째** 단어이다.

11 조합

본문 | 116~119쪽

1-1 (1) **3, 3** (2) **7, 7** (3) **3, 3** (4) **3, 3**

1-2 (1) $n=10$, $r=4$이므로 $\mathbf{{}_{10}C_4}$

(2) $n=8$, $r=3$이므로 $\mathbf{{}_8C_3}$

(3) 6종류의 과일 중에서 2종류를 고르는 방법의 수는 ${}_6C_2$

5종류의 과자 중에서 3종류를 고르는 방법의 수는 ${}_5C_3$

따라서 구하는 방법의 수는 $\mathbf{{}_6C_2\times{}_5C_3}$

(4) 어른 10명 중에서 4명을 뽑는 방법의 수는 ${}_{10}C_4$

아이 5명 중에서 2명을 뽑는 방법의 수는 ${}_5C_2$

따라서 구하는 방법의 수는 $\mathbf{{}_{10}C_4\times{}_5C_2}$

2-1 (1) **5!** (2) **10!, 45**

2-2 (1) ${}_9C_4=\dfrac{9!}{4!\times5!}=\dfrac{9\times8\times7\times6}{4\times3\times2\times1}=\mathbf{126}$

(2) ${}_8C_2=\dfrac{8!}{2!\times6!}=\dfrac{8\times7}{2\times1}=\mathbf{28}$

(3) ${}_5C_5=\dfrac{5!}{5!\times0!}=\mathbf{1}$

(4) ${}_4C_0=\dfrac{4!}{0!\times4!}=\mathbf{1}$

3-1 (1) **30, 6** (2) **7, 6**

3-2 (1) ${}_nC_3=\dfrac{n(n-1)(n-2)}{3!}=20$에서

$n(n-1)(n-2)=120$

이때 $120=6\times5\times4$이므로 $\boldsymbol{n=6}$

(2) ${}_nC_4=\dfrac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{4!}=35$에서

$n(n-1)(n-2)(n-3)=840$

이때 $840=7\times6\times5\times4$이므로 $\boldsymbol{n=7}$

(3) ${}_nC_3={}_nC_{n-3}$이므로 ${}_nC_{n-3}={}_nC_6$

$n-3=6$ $\therefore$ $\boldsymbol{n=9}$

(4) $r\neq r-2$이므로

${}_8C_r={}_8C_{8-r}$에서 ${}_8C_{8-r}={}_8C_{r-2}$

$8-r=r-2$ $\therefore$ $\boldsymbol{r=5}$

4-1 (1) **2, 2, 10** (2) **3, 10**

4-2 (1) A, B를 먼저 뽑고 남은 6명의 학생 중에서 2명을 뽑는 경우의 수는

${}_6C_2=\dfrac{6\times5}{2\times1}=\mathbf{15}$

(2) A를 먼저 뽑고 남은 7명의 학생 중 B를 제외한 6명의 학생 중에서 3명을 뽑는 경우의 수는

${}_6C_3=\dfrac{6\times5\times4}{3\times2\times1}=\mathbf{20}$

5-1 **10, 6, 1440**

5-2 (1) 5개의 홀수 1, 3, 5, 7, 9 중에서 세 개의 수를 뽑는 경우의 수는

$_5C_3={}_5C_2=\dfrac{5\times4}{2\times1}=10$

뽑은 세 개의 수를 일렬로 나열하는 경우의 수는

$3!=6$

따라서 구하는 경우의 수는 $10\times6=\mathbf{60}$

(2) 5개의 홀수 1, 3, 5, 7, 9 중에서 두 개의 수를 뽑는 경우의 수는

$_5C_2=\dfrac{5\times4}{2\times1}=10$

4개의 짝수 2, 4, 6, 8 중에서 한 개의 수를 뽑는 경우의 수는 $_4C_1=4$

뽑은 세 개의 수를 일렬로 나열하는 경우의 수는

$3!=6$

따라서 구하는 경우의 수는 $10\times4\times6=\mathbf{240}$

6-1 (1) **2, 2, 10** (2) **3, 3, 10**

6-2 (1) 서로 다른 8개의 점에서 2개를 택하는 방법의 수는

$_8C_2=\dfrac{8\times7}{2\times1}=\mathbf{28}$

(2) 서로 다른 8개의 점에서 3개를 택하는 방법의 수는

$_8C_3=\dfrac{8\times7\times6}{3\times2\times1}=\mathbf{56}$

7-1 **3, 3, 30**

7-2 가로로 그어진 3개의 평행선에서 2개를 택하는 방법의 수는

$_3C_2={}_3C_1=3$

세로로 그어진 4개의 평행선에서 2개를 택하는 방법의 수는

$_4C_2=\dfrac{4\times3}{2\times1}=6$

따라서 구하는 평행사변형의 개수는

$3\times6=\mathbf{18}$

집중 연습

본문 | 120, 121쪽

1 (1) $_nC_2={}_nC_5$에서

$_nC_2={}_nC_{n-2}$이므로 $_nC_{n-2}={}_nC_5$

$n-2=5$ $\quad\therefore \boldsymbol{n=7}$

다른 풀이 $\dfrac{n(n-1)}{2}=\dfrac{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)}{120}$

$60=(n-2)(n-3)(n-4)$

이때 $60=5\times4\times3$이므로 $n-2=5$ $\quad\therefore n=7$

(2) $_nC_3-{}_nC_2=4(n-1)$에서

$\dfrac{n(n-1)(n-2)}{6}-\dfrac{n(n-1)}{2}=4(n-1)$

$n(n-2)-3n=24,\ n^2-5n-24=0,$

$(n+3)(n-8)=0$ $\quad\therefore n=-3$ 또는 $n=8$

이때 $n\geq3$이므로 $\boldsymbol{n=8}$

(3) $8\cdot{}_nC_1={}_nP_2-36$에서

$8n=n(n-1)-36,\ n^2-9n-36=0$

$(n+3)(n-12)=0$ $\quad\therefore n=-3$ 또는 $n=12$

이때 $n\geq2$이므로 $\boldsymbol{n=12}$

(4) $_nC_3+{}_nC_4={}_{n+1}C_2$에서

$\dfrac{n(n-1)(n-2)}{6}+\dfrac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{24}$

$=\dfrac{(n+1)n}{2}$

$4(n-1)(n-2)+(n-1)(n-2)(n-3)=12(n+1)$

$(n-1)(n-2)(n+1)=12(n+1)$

$(n-1)(n-2)=12$

이때 $12=4\times3$이므로 $n-1=4$ $\quad\therefore \boldsymbol{n=5}$

다른 풀이 $(n-1)(n-2)=12$에서 $n^2-3n-10=0$

$(n-5)(n+2)=0$

$\therefore n=5\ (\because n\geq4)$

(5) $6\cdot{}_nC_2=5\cdot{}_{n+1}C_2$에서

$6\times\dfrac{n(n-1)}{2}=5\times\dfrac{(n+1)n}{2}$

$6(n-1)=5(n+1),\ 6n-6=5n+5$

$\therefore \boldsymbol{n=11}$

2 (1) 전체 선수 15명 중에서 4명의 선수를 뽑는 경우의 수는

$_{15}C_4=\dfrac{15\times14\times13\times12}{4\times3\times2\times1}=\mathbf{1365}$

(2) 3학년 6명 중에서 4명을 뽑는 경우의 수는

$_6C_4={}_6C_2=\dfrac{6\times5}{2\times1}=\mathbf{15}$

(3) 2학년과 3학년 총 11명 중에서 4명을 뽑는 경우의 수는

$_{11}C_4=\dfrac{11\times10\times9\times8}{4\times3\times2\times1}=\mathbf{330}$

(4) 1학년 4명 중에서 1명을 뽑는 경우의 수는

$_4C_1=4$

2학년 5명 중에서 2명을 뽑는 경우의 수는

$_5C_2=\dfrac{5\times4}{2\times1}=10$

3학년 6명 중에서 3명을 뽑는 경우의 수는

$_6C_3=\dfrac{6\times5\times4}{3\times2\times1}=20$

따라서 구하는 경우의 수는

$4\times10\times20=\mathbf{800}$

(5) 3학년 6명 중에서 2명을 뽑는 경우의 수는

$${}_6C_2=\frac{6\times5}{2\times1}=15$$

1학년과 2학년 총 9명 중에서 3명을 뽑는 경우의 수는

$${}_9C_3=\frac{9\times8\times7}{3\times2\times1}=84$$

따라서 구하는 경우의 수는 $15\times84=\mathbf{1260}$

3 (1) 남학생 5명 중에서 2명을 뽑는 경우의 수는

$${}_5C_2=\frac{5\times4}{2\times1}=10$$

여학생 5명 중에서 2명을 뽑는 경우의 수는

$${}_5C_2=\frac{5\times4}{2\times1}=10$$

따라서 구하는 경우의 수는 $10\times10=\mathbf{100}$

(2) 먼저 준서와 희진이를 뽑고 나머지 8명 중에서 2명을 뽑는 경우의 수는

$${}_8C_2=\frac{8\times7}{2\times1}=\mathbf{28}$$

(3) 준서를 먼저 뽑고 나머지 남학생 4명 중에서 1명을 뽑는 경우의 수는

${}_4C_1=4$

희진이를 먼저 뽑고 나머지 여학생 4명 중에서 1명을 뽑는 경우의 수는

${}_4C_1=4$

따라서 구하는 경우의 수는 $4\times4=\mathbf{16}$

(4) 준서를 먼저 뽑고 희진이를 제외한 8명 중에서 3명을 뽑는 경우의 수는

$${}_8C_3=\frac{8\times7\times6}{3\times2\times1}=\mathbf{56}$$

(5) 준서와 희진이를 제외한 8명 중에서 4명을 뽑는 경우의 수는

$${}_8C_4=\frac{8\times7\times6\times5}{4\times3\times2\times1}=\mathbf{70}$$

4 (1) 짝수 4개 중에서 4개를 뽑아 일렬로 나열하는 방법의 수와 같으므로

${}_4C_4\times4!=1\times4!=1\times4\times3\times2\times1=\mathbf{24}$

(2) 짝수 4개 중에서 2개를 뽑는 경우의 수는

$${}_4C_2=\frac{4\times3}{2\times1}=6$$

홀수 5개 중에서 2개를 뽑는 경우의 수는

$${}_5C_2=\frac{5\times4}{2\times1}=10$$

뽑힌 4개의 수를 일렬로 나열하는 방법의 수는

$4!=4\times3\times2\times1=24$

따라서 구하는 경우의 수는

$6\times10\times24=\mathbf{1440}$

(3) 짝수 4개 중에서 3개를 뽑는 경우의 수는

${}_4C_3={}_4C_1=4$

홀수 5개 중에서 1개를 뽑는 경우의 수는

${}_5C_1=5$

뽑힌 4개의 수를 일렬로 나열하는 방법의 수는

$4!=4\times3\times2\times1=24$

따라서 구하는 경우의 수는

$4\times5\times24=\mathbf{480}$

(4) 짝수 4개 중에서 2개를 뽑는 경우의 수는

$${}_4C_2=\frac{4\times3}{2\times1}=6$$

홀수 5개 중에서 2개를 뽑는 경우의 수는

$${}_5C_2=\frac{5\times4}{2\times1}=10$$

뽑힌 홀수 2개를 나열하는 경우의 수는

$2!=2\times1=2$

양 끝과 홀수 사이에 짝수 2개를 나열하는 경우의 수는

${}_3P_2=3\times2=6$

따라서 구하는 경우의 수는

$6\times10\times2\times6=\mathbf{720}$

(5) 짝수 4개 중에서 1개를 뽑는 경우의 수는

${}_4C_1=4$

홀수 5개 중에서 3개를 뽑는 경우의 수는

$${}_5C_3={}_5C_2=\frac{5\times4}{2\times1}=10$$

홀수 3개를 한 묶음으로 생각하여 2개의 숫자를 일렬로 나열하는 경우의 수는

$2!=2\times1=2$

홀수 3개를 일렬로 나열하는 경우의 수는

$3!=3\times2\times1=6$

따라서 구하는 경우의 수는

$4\times10\times2\times6=\mathbf{480}$

기초 개념 평가

본문 | 122, 123쪽

01 순열, 조합	02 ${}_nC_r$
03 $(n-r)!$	04 **1**
05 r	06 ${}_{n-x}C_{r-x}$
07 ${}_{n-x}C_r$	08 $r!$
09 ${}_nC_2$	10 **1**
11 ${}_nC_3$	12 ${}_mC_2\times{}_nC_2$

기초 문제 평가

본문 | 124, 125쪽

1 (1) $2\times{}_{n}C_3=3\times{}_{n}P_2$에서

$2\times\frac{n(n-1)(n-2)}{6}=3n(n-1)$

$n\geq3$이므로 양변을 $n(n-1)$로 나누면

$\frac{n-2}{3}=3,\ n-2=9$

$\therefore$ $\boldsymbol{n=11}$

(2) ${}_{n}P_2-{}_{7}C_2=21$에서

$n(n-1)-\frac{7\times6}{2\times1}=21,\ n(n-1)=42$

이때 $42=7\times6$이므로 $\boldsymbol{n=7}$

참고 $n(n-1)=42$에서 $n^2-n-42=0$

$(n-7)(n+6)=0 \qquad \therefore n=7\ (\because n\geq2)$

2 마라톤 동호회의 회원 수를 n이라 하면

대표 3명을 뽑는 경우의 수는

${}_{n}C_3=\frac{n(n-1)(n-2)}{6}=220$

$n(n-1)(n-2)=1320$

이때 $1320=12\times11\times10$이므로 $\boldsymbol{n=12}$

3 대표 20명 중에서 악수를 하는 2명을 뽑는 것이므로

${}_{20}C_2=\frac{20\times19}{2\times1}=$ **190(번)**

4 대표 3명 중에서 남학생과 여학생이 각각 한 명 이상 포함되어야 하므로 남학생 2명, 여학생 1명 또는 남학생 1명, 여학생 2명을 뽑아야 한다.

(i) 남학생 2명, 여학생 1명을 뽑는 경우

4명의 남학생 중에서 2명을 뽑는 경우의 수는

${}_{4}C_2=\frac{4\times3}{2\times1}=6$

5명의 여학생 중에서 1명을 뽑는 경우의 수는

${}_{5}C_1=5$

이므로 구하는 경우의 수는 $6\times5=30$

(ii) 남학생 1명, 여학생 2명을 뽑는 경우

4명의 남학생 중에서 1명을 뽑는 경우의 수는

${}_{4}C_1=4$

5명의 여학생 중에서 2명을 뽑는 경우의 수는

${}_{5}C_2=\frac{5\times4}{2\times1}=10$

이므로 구하는 경우의 수는 $4\times10=40$

(i), (ii)에서 구하는 경우의 수는

$30+40=$ **70**

다른 풀이 전체 경우의 수에서 대표 3명이 모두 남학생인 경우 또는 모두 여학생인 경우의 수를 뺀다.

${}_{9}C_3-({}_{4}C_3+{}_{5}C_3)=\frac{9\times8\times7}{3\times2\times1}-(4+10)=84-14=70$

5 선택한 세 관광지가 모두 같은 지역이 되려면 한 지역에서 세 관광지를 모두 골라야 한다.

A 지역에서 세 관광지를 모두 고르는 경우의 수는

${}_{3}C_3={}_{3}C_0=1$

B 지역에서 세 관광지를 모두 고르는 경우의 수는

${}_{4}C_3={}_{4}C_1=4$

C 지역에서 세 관광지를 모두 고르는 경우의 수는

${}_{5}C_3={}_{5}C_2=\frac{5\times4}{2\times1}=10$

D 지역에서 세 관광지를 모두 고르는 경우의 수는

${}_{6}C_3=\frac{6\times5\times4}{3\times2\times1}=20$

따라서 구하는 경우의 수는 $1+4+10+20=$ **35**

6 5권의 교과서 중에서 3권을 뽑는 경우의 수는

${}_{5}C_3={}_{5}C_2=\frac{5\times4}{2\times1}=10$

3권의 시집 중에서 1권을 뽑는 경우의 수는

${}_{3}C_1=3$

뽑힌 4권의 책을 책꽂이에 일렬로 꽂는 경우의 수는 $4!=24$

따라서 구하는 방법의 수는

$10\times3\times24=$ **720**

7 남녀 혼성으로 입학 사정관을 선정하므로 남자와 여자를 각각 한 명 이상 뽑아야 한다.

(i) 남자 3명, 여자 1명을 뽑는 경우

5명의 남자 중에서 3명을 뽑는 경우의 수는

${}_{5}C_3={}_{5}C_2=\frac{5\times4}{2\times1}=10$

3명의 여자 중에서 1명을 뽑는 경우의 수는

${}_{3}C_1=3$

이므로 구하는 경우의 수는 $10\times3=30$

(ii) 남자 2명, 여자 2명을 뽑는 경우

5명의 남자 중에서 2명을 뽑는 경우의 수는

${}_{5}C_2=\frac{5\times4}{2\times1}=10$

3명의 여자 중에서 2명을 뽑는 경우의 수는

${}_{3}C_2={}_{3}C_1=3$

이므로 구하는 경우의 수는 $10\times3=30$

(iii) 남자 1명, 여자 3명을 뽑는 경우의 수는

5명의 남자 중에서 1명을 뽑는 경우의 수는

${}_{5}C_1=5$

3명의 여자 중에서 3명을 뽑는 경우의 수는

${}_{3}C_3=1$

이므로 구하는 경우의 수는 $5\times1=5$

(i), (ii), (iii)에서 입학 사정관을 선정하는 경우의 수는

$30+30+5=65$

이때 선정된 입학 사정관 4명에게 4가지 업무를 한 가지씩 배정하는 경우의 수는

$4!=4\times3\times2\times1=24$

따라서 구하는 경우의 수는 $65\times24=\mathbf{1560}$

다른 풀이 전체 경우의 수에서 남자만 4명을 뽑는 경우의 수를 뺀다.

${}_8C_4-{}_5C_4=70-5=65$

따라서 구하는 경우의 수는

$65\times4!=65\times24=1560$

8 할아버지 댁을 방문한 다음 할아버지 댁을 방문하는 경우는 없으므로 할아버지 댁을 제외한 네 곳을 방문하는 경우의 수는

$4!=4\times3\times2\times1=24$

할아버지 댁에 맨 처음으로 방문하는 것과 마지막에 방문하는 것을 포함하여 다른 곳을 방문하는 것 사이사이에 할아버지 댁에 방문하는 경우의 수는

${}_5C_2=\dfrac{5\times4}{2\times1}=10$

따라서 구하는 경우의 수는 $24\times10=\mathbf{240}$

9 10개의 점 중에서 두 점을 택하여 만들 수 있는 직선의 개수는

${}_{10}C_2=\dfrac{10\times9}{2\times1}=45$

일직선 위에 있는 5개의 점 중에서 두 점을 택하는 방법의 수는

${}_5C_2=\dfrac{5\times4}{2\times1}=10$

이때 일직선 위의 5개의 점으로 만들 수 있는 직선은 1개뿐이다.

따라서 두 점을 이어 만들 수 있는 직선의 개수는

$45-10+1=\mathbf{36}$

10 어느 세 점도 일직선 위에 있지 않으므로 8개의 점 중에서 3개의 점을 택하는 경우의 수는

${}_8C_3=\dfrac{8\times7\times6}{3\times2\times1}=\mathbf{56}$

11 10개의 점 중에서 일직선 위에 있지 않은 점 3개를 택하여 연결하면 삼각형이 된다.

10개의 점 중에서 3개의 점을 택하는 경우의 수는

${}_{10}C_3=\dfrac{10\times9\times8}{3\times2\times1}=120$

일직선 위에서 3개의 점을 택하는 경우의 수는

$3\times{}_4C_3+3\times{}_3C_3=3\times4+3\times1=15$

따라서 구하는 경우의 수는

$120-15=\mathbf{105}$

12 가로로 그어진 4개의 평행선에서 2개를 택하는 경우의 수는

${}_4C_2=\dfrac{4\times3}{2\times1}=6$

세로로 그어진 5개의 평행선에서 2개를 택하는 경우의 수는

${}_5C_2=\dfrac{5\times4}{2\times1}=10$

이므로 이 도형의 선들로 이루어진 직사각형의 개수는

$6\times10=60$

이때 넓이가 1인 정사각형의 개수는 12

넓이가 4인 정사각형의 개수는 6

넓이가 9인 정사각형의 개수는 2

따라서 정사각형이 아닌 직사각형의 개수는

$60-(12+6+2)=\mathbf{40}$

memo

memo