정답 및 풀이

빠 른 정 답 찾기

Ⅰ. 수와 식

1 유리수와 소수

본책 8~9쪽
01 ③ 02 ③ 03 7
04 ④ 05 ② 06 14 07 ⑤ 08 ④
09 1 10 $0.0\dot{3}$ 11 ② 12 $0.7\dot{4}$

본책 10~12쪽
01 119 02 ㈀, ㈂ 03 ④
04 255 05 42 06 ② 07 100 08 73
09 34 10 ② 11 11, 33, 99 12 $0.13\dot{2}$
13 $3.\dot{3}$ 14 ③ 15 $\frac{330}{493}$ 16 ② 17 $0.\dot{7}$
18 18

본책 13쪽
01 ⑤ 02 324 03 16
04 3 05 ㈂, ㈃ 06 (1) $0.2\dot{8}\dot{7}$ (2) 7 07 12

2 단항식의 계산

본책 14~16쪽
01 ④ 02 ④ 03 10
04 4 05 ① 06 ⑤ 07 ②
08 (1) $a=108$, $n=11$ (2) 14자리 09 19 10 ⑤
11 15 12 -5 13 ④ 14 1 15 $\frac{y^3}{3x^2}$
16 $16a^8b^6$ 17 ③ 18 $\frac{2}{3}a^2b^3$

본책 17~19쪽
01 ③ 02 1024 03 ④
04 12 05 ② 06 ④ 07 $\frac{ab}{15}$ 08 ④
09 ④ 10 5자리 11 0 12 $A<C<B$
13 ④ 14 $4y^4$ 15 $\frac{9}{4}xy^3$ 16 ① 17 ②
18 $\frac{1}{2}$ 19 $4xy^5$ 20 $\frac{2}{3}a^3b$ 21 $\frac{y}{6x}$

본책 20쪽
01 -7 02 ⑤ 03 ②
04 7 05 81 06 24 07 $\frac{9}{8}a$

3 다항식의 계산

본책 22~23쪽
01 $a=9$, $b=-9$ 02 1
03 ④ 04 4 05 $2x^2+x-3y$
06 $-\frac{6b}{a}-\frac{3}{b}+4a$ 07 $-6x+4y$
08 $4a+8b-8$ 09 ③ 10 3 11 ①
12 1

본책 24~25쪽
01 $-7x-6y+1$ 02 ③
03 $-2a^2-3a$ 04 $12\pi ab^3-12\pi a^2b^2$ 05 ⑤
06 $\left(2y+\frac{1}{2}\right)$배 07 40 08 $14x$ 09 ③
10 ③ 11 ② 12 0

본책 26쪽
01 ③ 02 6 03 ④
04 0 05 $\frac{44}{3}$ 06 ⑤

본책 28~31쪽
01 ③ 02 ① 03 ③, ④
04 ③ 05 ④ 06 ③ 07 ② 08 ③
09 ⑤ 10 ② 11 ⑤ 12 ⑤ 13 ④
14 ④ 15 108 16 18 17 28 18 8
19 26 20 (1) $4x-2y+\frac{1}{x}$ (2) 13

본책 32~35쪽
01 ② 02 ③ 03 ⑤
04 ④ 05 ③ 06 ④ 07 ③ 08 ④
09 ① 10 ⑤ 11 ④ 12 ④ 13 ②
14 ① 15 5 16 5 17 6 18 8
19 $24x^4y^2+7x^3y^2+7x^2y^2$ 20 1

본책 36~37쪽
유제 1 풀이 26쪽 유제 2 14
유제 3 (1) $\left(\frac{3}{4}\right)^5a$ (2) $\left(\frac{3}{4}\right)^{10}a$ (3) $\left(\frac{3}{4}\right)^5$배

Ⅱ. 부등식

1 일차부등식

본책 40~41쪽
01 ② 02 ①, ③ 03 1
04 ㈀, ㈂, ㈄ 05 ④ 06 풀이 27쪽
07 3 08 ④ 09 -5 10 ④ 11 -30

본책 42~43쪽
01 ② 02 ②
03 ㈀, ㈂, ㈄ 04 ⑤ 05 -1 06 ⑤
07 ③ 08 $x<-3$ 09 풀이 29쪽 10 -4
11 $a<-4$ 12 ⑤ 13 -1

본책 44쪽
01 8 02 $x<2$ 03 ③
04 ① 05 $25<k\le 31$ 06 $\frac{1}{10}$

2 일차부등식의 활용

본책 46~48쪽
01 5자루 02 ④ 03 87점
04 4 05 ② 06 37500원 07 ③ 08 180 m
09 ① 10 10 km 11 $\frac{25}{16}$ km 12 ④ 13 ④
14 ② 15 225 g 16 7개 17 6켤레 18 ③

본책 49~50쪽
01 3개 02 10개 03 48
04 ③ 05 6 cm 06 ① 07 $\frac{75}{4}$ km 08 ⑤
09 ② 10 ② 11 8명 12 ②

본책 51쪽
01 70.5점 02 35 %
03 분속 75 m 초과 분속 150 m 이하 04 ⑤ 05 3개

본책 52~55쪽
01 ⑤ 02 ④ 03 ④
04 ③ 05 ④ 06 ① 07 ③ 08 ②
09 ③ 10 ⑤ 11 ③ 12 ⑤ 13 ③
14 ④ 15 2 16 −3 17 −6 18 65분
19 5분 20 16곡

본책 56~59쪽
01 ①, ⑤ 02 ④ 03 ②
04 ③ 05 ① 06 ③ 07 ④ 08 ②
09 ③ 10 ③ 11 ③ 12 ⑤ 13 ②
14 ③ 15 $k \ge -5$ 16 $x < -\frac{2}{5}$ 17 16회 18 15 cm
19 2시간 20 38명

본책 60쪽
유제 1 고구마피자 또는 포테이토피자 유제 2 2334 MB

Ⅲ. 방정식

1 연립일차방정식의 풀이

본책 62~64쪽
01 ㄴ, ㄹ, ㅁ 02 ④
03 7 04 $\begin{cases} x+y=9 \\ 10y+x=10x+y+27 \end{cases}$ 05 (3, 4)
06 10 07 ⑤ 08 13 09 ② 10 ③, ⑤
11 17 12 −5 13 $x=1$, $y=3$
14 $x=2$, $y=5$ 15 5 16 $a=-2$, $b=-\frac{1}{3}$
17 ③ 18 ②

본책 65~68쪽
01 ② 02 2 03 ④
04 (1, 6), (3, 3) 05 ③ 06 ③ 07 8
08 4 09 $x=-7$, $y=2$ 10 ⑤
11 (1) 2 (2) $x=-\frac{21}{5}$, $y=-\frac{20}{7}$ 12 ③ 13 1
14 8 15 ① 16 ⑤ 17 ① 18 4 : 1
19 $x=12$, $y=8$ 20 1 21 −1 22 10
23 ③ 24 ③

본책 69쪽
01 ③ 02 (2, 1) 03 −8
04 ② 05 ⑤ 06 $x=5$, $y=1$

2 연립일차방정식의 활용

본책 70~71쪽
01 25 02 ⑤ 03 169 cm
04 676 05 40개 06 24일 07 12 km 08 800 m
09 ⑤ 10 ⑤ 11 ③ 12 3 %

본책 72~74쪽
01 452 02 아빠: 57살, 삼촌: 38살
03 58만 원 04 ④ 05 9
06 공책: 1300원, 지우개: 600원 07 ③ 08 4500원
09 ④ 10 12분 11 ⑤ 12 ⑤ 13 2시간
14 ③ 15 12 km 16 A: 150 g, B: 350 g 17 ①
18 ④

본책 75쪽
01 315 02 ②
03 A: 450, B: 400 04 80분 05 12 cm 06 ④

본책 76~79쪽
01 ①, ③ 02 ④ 03 ③
04 ① 05 ① 06 ② 07 ③ 08 ②
09 ④ 10 ②, ④ 11 ② 12 ④ 13 ③
14 ① 15 6 16 −3 17 $x=3$, $y=5$
18 3 19 13 20 A

본책 80~83쪽
01 ③ 02 ④ 03 ②, ⑤
04 ④ 05 ② 06 ② 07 ② 08 ①
09 ③ 10 ② 11 ④ 12 ③ 13 ④
14 ③ 15 7 16 44 17 $x=7$, $y=-5$
18 275 19 25 20 44000원, 51000원

본책 84~85쪽
유제 1 16개 유제 2 $\frac{3}{10}$ 유제 3 햄: 3, 오이: 5

IV. 함수

1 일차함수와 그래프

본책 88~92쪽

01 ② 02 ② 03 7
04 ① 05 9 06 $a=0$, $b\neq-1$ 07 4
08 13 09 6 10 2 11 9 12 3
13 ① 14 $\frac{7}{3}$ 15 ③ 16 제3사분면
17 ④ 18 3 19 12 20 ③ 21 -5
22 2 23 $\frac{5}{4}$ 24 $\frac{15}{4}$ 25 ② 26 ④
27 50 g 28 3초

본책 93~97쪽

01 ④ 02 -2 03 $\frac{23}{2}$
04 ② 05 ⑤ 06 ① 07 ② 08 -12
09 1 10 ② 11 10 12 12 13 -3
14 ① 15 ③ 16 제2사분면, 제3사분면, 제4사분면
17 제3사분면 18 ⑤ 19 ③ 20 -12
21 ④ 22 ⑤ 23 $-\frac{2}{3}$, $\frac{8}{3}$ 24 ①
25 $-\frac{3}{2}$ 26 $\frac{21}{5}$ 27 ② 28 48분
29 (1) $y=40000+1250x$ (2) 64 km 30 20 km

본책 98쪽

01 21 02 $\left(\frac{5}{8}, -\frac{5}{8}\right)$
03 ① 04 $y=-x-2$ 05 ⑤
06 (1) $y=\begin{cases} 10x-110 & (11<x\leq14) \\ 30 & (14<x\leq19) \\ 220-10x & (19<x<22) \end{cases}$ (2) 20 cm^2

2 일차함수와 일차방정식의 관계

본책 100~103쪽

01 (ㄱ), (ㄴ), (ㄹ) 02 20
03 -6 04 (1) $a\neq4$, $b=1$ (2) $a=4$, $b\neq1$ 05 $-\frac{1}{3}$
06 제1사분면, 제2사분면 07 ②
08 제4사분면 09 ③ 10 $\frac{3}{4}\leq a\leq4$
11 ① 12 $\frac{2}{5}\leq m\leq\frac{9}{2}$ 13 ④ 14 $y=-1$
15 (1) $x=3$, $y=1$ (2) $a=-1$, $b=4$ 16 -2 17 ①
18 -1 19 6 20 $a\neq-\frac{1}{3}$, $b=-6$
21 제3사분면 22 30 23 $\frac{49}{10}$ 24 $\frac{2}{3}$

본책 104~106쪽

01 3 02 ③ 03 0
04 ① 05 제1사분면, 제4사분면 06 ④
07 $m\leq-1$ 또는 $m\geq\frac{3}{2}$ 08 $-3<a<0$ 또는 $0<a<1$
09 4, (2, 5) 10 ① 11 ④ 12 $\frac{4}{7}$, $\frac{5}{7}$, 1
13 $-\frac{1}{6}$ 14 ④ 15 2 16 ① 17 $\frac{7}{6}$
18 $y=-12x+6$ 19 8

본책 107쪽

01 ② 02 $\frac{11}{6}$ 03 12
04 P(2, 0), Q(0, 3) 05 -7 06 $\frac{8}{9}$

본책 108~111쪽

01 ①, ⑤ 02 ③ 03 ③, ⑤
04 ③, ④ 05 ③ 06 ② 07 ④ 08 ④
09 ⑤ 10 ③ 11 ① 12 ③ 13 ⑤
14 ④ 15 -12 16 제4사분면 17 30분
18 $-\frac{4}{3}$ 19 1, -5 20 2

본책 112~115쪽

01 ④ 02 ② 03 ③
04 ① 05 ⑤ 06 ③ 07 ② 08 ④
09 ③ 10 ② 11 ④ 12 ③ 13 ③
14 ② 15 10 16 $y=\frac{5}{2}x-14$ 17 4
18 -6 19 -19 20 $y=\frac{4}{5}x+\frac{7}{5}$

본책 116~117쪽

유제 1 5 유제 2 $\frac{15}{2}$ 유제 3 7년

I 수와 식

1 유리수와 소수

개념 & 핵심 기출

본책 8~9쪽

01 ③ $3.030303\cdots=3.\dot{0}\dot{3}$ 답 ③

순환소수는 순환마디의 양 끝 숫자 위에 점을 찍어서 나타낸다.

02 각각의 분수를 소수로 나타내어 순환마디를 구하면 다음과 같다.

① $\frac{7}{9}=0.777\cdots \Rightarrow 7$ ② $\frac{16}{9}=1.777\cdots \Rightarrow 7$

③ $\frac{11}{15}=0.7333\cdots \Rightarrow 3$ ④ $\frac{5}{18}=0.2777\cdots \Rightarrow 7$

⑤ $\frac{8}{45}=0.1777\cdots \Rightarrow 7$

따라서 순환마디가 나머지 넷과 다른 하나는 ③이다.

답 ③

03 $\frac{2}{27}=0.\dot{0}7\dot{4}$이므로 순환마디를 이루는 숫자는 3개이다.

이때 $50=3\times16+2$이므로 소수점 아래 50번째 자리의 숫자는 7이다. 답 7

$a.\dot{b}\dot{c}=\frac{abc-a}{99}$

04 ① $\frac{9}{54}=\frac{1}{6}=\frac{1}{2\times3}$

② $\frac{3}{144}=\frac{1}{48}=\frac{1}{2^4\times3}$

③ $\frac{15}{220}=\frac{3}{44}=\frac{3}{2^2\times11}$

④ $\frac{18}{2^2\times3\times5^2}=\frac{3}{2\times5^2}$

⑤ $\frac{55}{2^3\times3\times5}=\frac{11}{2^3\times3}$ 답 ④

기약분수로 나타내었을 때 분모의 소인수가 2 또는 5뿐인 것을 찾는다.

$\frac{3}{2\times5^2}=\frac{3\times2}{2^2\times5^2}$
$=\frac{6}{100}=0.06$

05 (i) 분모의 소인수가 2뿐인 경우

$\frac{1}{2}, \frac{1}{2^2}, \frac{1}{2^3}, \frac{1}{2^4}, \frac{1}{2^5}$의 5개

(ii) 분모의 소인수가 5뿐인 경우

$\frac{1}{5}, \frac{1}{5^2}$의 2개

(iii) 분모의 소인수에 2와 5가 있는 경우

$\frac{1}{2\times5}, \frac{1}{2^2\times5}, \frac{1}{2^3\times5}, \frac{1}{2\times5^2}$의 4개

이상에서 유한소수로 나타낼 수 있는 것의 개수는

$5+2+4=11$ 답 ②

06 $\frac{14}{980}=\frac{1}{70}=\frac{1}{2\times5\times7}$이므로 $\frac{14}{980}\times a$가 유한소수로 나타내어지려면 a는 7의 배수이어야 한다.

따라서 a의 값이 될 수 있는 가장 작은 두 자리 자연수는 14이다. 답 14

07 ① $2.0\dot{3}=\frac{203-20}{90}$ ② $1.\dot{5}=\frac{15-1}{9}$

③ $3.\dot{2}\dot{8}=\frac{328-3}{99}$ ④ $0.\dot{1}8\dot{4}=\frac{184}{999}$

답 ⑤

만점 비법

순환소수를 분수로 나타내기

전체의 수 순환하지 않는 수

$a.b\dot{c}\dot{d}=\frac{abcd-ab}{990}$

순환마디 숫자 2개

소수점 아래 순환하지 않는 숫자 1개

08 ① 모든 순환소수는 유리수이다.

② 순환소수가 아닌 무한소수는 분수로 나타낼 수 없다.

③ 정수가 아닌 유리수는 유한소수 또는 순환소수로 나타낼 수 있다.

⑤ 무한소수는 순환소수이거나 순환소수가 아닌 무한소수이다. 답 ④

09 $4.\dot{1}\dot{6}-0.\dot{2}\dot{5}=\frac{416-4}{99}-\frac{25}{99}$

$=\frac{387}{99}=\frac{43}{11}$

따라서 $A=11$, $B=43$이므로

$4A-B=1$ 답 1

10 $0.3\dot{8}=\frac{38-3}{90}=\frac{35}{90}=\frac{7}{18}$이므로 $a=\frac{7}{18}$

$11.\dot{6}=\frac{116-11}{9}=\frac{105}{9}=\frac{35}{3}$이므로 $b=\frac{3}{35}$

$\frac{x}{y}$의 역수는 $\frac{y}{x}$이다.

$\therefore ab=\frac{7}{18}\times\frac{3}{35}=\frac{1}{30}$

$=0.0333\cdots=0.0\dot{3}$ 답 $0.0\dot{3}$

11 $3.\dot{1}\dot{2}=\frac{312-3}{99}=\frac{309}{99}$,

$34.\dot{3}=\frac{343-34}{9}=\frac{309}{9}$이므로

$\frac{309}{99}\times a=\frac{309}{9}$

$\therefore a=\frac{309}{9}\times\frac{99}{309}=11$ 답 ②

12 $0.1\dot{4}+x=1.5\dot{1}-\frac{28}{45}$에서

$\frac{14-1}{90}+x=\frac{151-15}{90}-\frac{28}{45}$

$\frac{13}{90}+x=\frac{136}{90}-\frac{56}{90}$

$\therefore x=\frac{80}{90}-\frac{13}{90}=\frac{67}{90}$

$=0.7444\cdots$

$=0.7\dot{4}$

답 $0.7\dot{4}$

만점 도전을 위한 고난도 문제

본책 10~12쪽

01 전략 주어진 분수를 순환소수로 나타낸 후 순환마디를 이루는 숫자의 개수를 이용한다.

풀이 $\frac{8}{37}=0.\dot{2}1\dot{6}$이므로 순환마디를 이루는 숫자는 3개이다. ··· ❶

이때 $40=3\times13+1$이므로 순환마디가 13번 반복되고 소수점 아래 40번째 자리의 숫자는 2이다. ··· ❷

따라서 구하는 합은

$(2+1+6)\times13+2=119$ ··· ❸

답 119

채점 기준	비율
❶ 순환마디를 이루는 숫자의 개수를 구할 수 있다.	20%
❷ 순환마디가 반복되는 횟수와 소수점 아래 40번째 자리의 숫자를 구할 수 있다.	40%
❸ 답을 구할 수 있다.	40%

02 전략 주어진 분수를 순환소수로 나타낸 후 $f(n)$을 구한다.

풀이 $\frac{2}{7}=0.\dot{2}8571\dot{4}$이므로 순환마디를 이루는 숫자는 6개이고

$f(1)=2,\ f(2)=8,\ f(3)=5,$

$f(4)=7,\ f(5)=1,\ f(6)=4$

(ㄱ) $50=6\times8+2$이므로

$f(50)=f(2)=8$

(ㄴ) 순환마디를 이루는 숫자가 6개이므로

$f(n)=f(n+6)$

(ㄷ) $f(5)=f(11)=f(17)=\cdots=f(95)=1$이므로 두 자리 자연수 n은 11, 17, 23, ⋯, 95의 15개이다.

이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄷ)이다.

답 (ㄱ), (ㄷ)

03 전략 $\frac{10}{63}$을 순환소수로 나타내어 x_n의 값을 구한다.

풀이 $\frac{10}{63}=0.\dot{1}5873\dot{0}$이므로 순환마디를 이루는 숫자는 6개이다.

x_n은 $\frac{10}{63}$을 소수로 나타내었을 때 소수점 아래 n번째 자리의 숫자이고, $30=6\times5$이므로 소수점 아래 30번째 자리까지 순환마디가 5번 반복된다.

$\therefore x_1+x_2+x_3+\cdots+x_{30}$

$=(1+5+8+7+3+0)\times5$

$=120$

답 ④

04 전략 기약분수의 분모의 소인수가 2 또는 5뿐이면 분모를 10의 거듭제곱의 꼴로 고쳐서 분수를 유한소수로 나타낼 수 있다.

풀이 $\frac{189}{750}=\frac{63}{250}=\frac{3^2\times7}{2\times5^3}$

$=\frac{3^2\times7\times2^2}{2\times5^3\times2^2}=\frac{252}{10^3}$

분모의 소인수 2와 5의 지수가 같아지도록 분모, 분자에 2 또는 5의 거듭제곱을 곱한다.

n의 값이 커지면 a의 값도 커지므로 $a+n$의 값은 $a=252,\ n=3$일 때 가장 작다.

따라서 구하는 가장 작은 수는

$252+3=255$

답 255

참고 $\frac{189}{750}$를 $\frac{a}{10^n}$ 꼴로 나타낼 수 있는 자연수 a, n은 무수히 많다. 예를 들어

$\frac{189}{750}=\frac{3^2\times7}{2\times5^3}=\frac{3^2\times7\times(2^3\times5)}{2\times5^3\times(2^3\times5)}=\frac{2520}{10^4}$

에서 $a=2520$, $n=4$이므로 $a+n=2524$이지만 2524는 $a+n$의 가장 작은 값이 아니다.

05 전략 A는 주어진 두 분수를 기약분수로 나타내었을 때, 분모의 소인수 중 2와 5를 제외한 소인수들의 곱의 공배수이다.

풀이 $\frac{17}{204}=\frac{1}{2^2\times3},\ \frac{3}{140}=\frac{3}{2^2\times5\times7}$

두 분수를 모두 유한소수로 나타낼 수 있으려면 A는 3과 7의 공배수, 즉 21의 배수이어야 한다.

따라서 두 번째로 작은 두 자리 자연수는 42이다.

답 42

06 전략 30등분 하는 29개의 점에 대응하는 유리수를 구한 후, 분자가 3의 배수인 것을 찾는다.

풀이 30등분 하는 29개의 점에 대응하는 유리수를 작은 것부터 차례대로 나열하면

$\frac{1}{30},\ \frac{2}{30},\ \frac{3}{30},\ \cdots,\ \frac{29}{30}$

30등분 하는 29개의 점에 $\frac{30}{30}=1$은 포함되지 않음에 주의한다.

이때 $30=2\times3\times5$이므로 유한소수로 나타내어지려면 분자가 3의 배수이어야 한다.

따라서 유한소수로 나타낼 수 있는 분수는

$\frac{3}{30},\ \frac{6}{30},\ \frac{9}{30},\ \frac{12}{30},\ \frac{15}{30},\ \frac{18}{30},\ \frac{21}{30},\ \frac{24}{30},\ \frac{27}{30}$

의 9개이다.

답 ②

07 전략 주어진 방정식의 해를 기약분수로 나타내었을 때 분모의 소인수가 2 또는 5뿐이어야 한다.

풀이 $264x-32=n$에서 $x=\frac{n+32}{264}$

이때 $264=2^3\times3\times11$이므로 x가 유한소수로 나타내어지려면 $n+32$는 3×11, 즉 33의 배수이어야 한다.

$33\times3=99$, $33\times4=132$, $33\times5=165$이므로 가장 작은 세 자리 자연수 n은

$n+32=132$ $\quad\therefore n=100$

답 100

08 전략 $x-y$의 값이 가장 클 때는 x의 값이 가장 크고 y의 값이 가장 작을 때임을 이용한다.

풀이 $\frac{94}{x}=\frac{2\times47}{x}$이 1보다 큰 유한소수로 나타내어지므로 x는 94보다 작고 소인수가 2 또는 5뿐인 자연수 또는 47의 약수이다.

47의 약수는 1, 47이다.

따라서 x의 값 중 가장 큰 수는 $2^4\times5=80$이다.

$\frac{y}{56}=\frac{y}{2^3\times7}$가 1보다 작은 유한소수로 나타내어지므로 y는 56보다 작은 7의 배수이어야 한다.

따라서 y의 값 중 가장 작은 수는 7이다.

즉 $x-y$의 값 중 가장 큰 수는

$80-7=73$

답 73

09 전략 주어진 분수를 유한소수로 나타낼 수 있게 하는 50 이하의 자연수 x의 개수를 구한다.

풀이 $\frac{7}{2^2\times5\times x}$을 유한소수로 나타낼 수 없으려면 기약분수의 분모에 2와 5 이외의 소인수가 있어야 한다. ❶

$\frac{7}{2^2\times5\times x}$은 유리수이므로 유한소수 또는 순환소수로 나타낼 수 있다.

$\frac{7}{2^2\times5\times x}$을 유한소수로 나타낼 수 있게 하는 50 이하의 자연수 x는 다음과 같다.

(i) 분모의 소인수가 2 또는 5뿐일 때,

$1, 2, 2^2, 5, 2^3, 2\times5, 2^4, 2^2\times5$
$5^2, 2^5, 2^3\times5, 2\times5^2$의 12개

(ii) 분모의 소인수에 7이 포함될 때,

$7, 2\times7, 2^2\times7, 5\times7$의 4개

(i), (ii)에서 주어진 분수를 유한소수로 나타낼 수 있게 하는 x의 개수는

$12+4=16$ ❷

따라서 구하는 x의 개수는

$50-16=34$ ❸

답 34

채점 기준	비율
❶ 주어진 분수를 유한소수로 나타낼 수 없게 하기 위한 조건을 알 수 있다.	20 %
❷ 주어진 분수를 유한소수로 나타낼 수 있게 하는 x의 개수를 구할 수 있다.	60 %
❸ 답을 구할 수 있다.	20 %

만점 비법

분수를 유한소수로 나타낼 수 있는지 판별할 때에는 반드시 주어진 분수를 기약분수로 나타낸 후에 분모에 2 또는 5 이외의 소인수가 있는지 살펴본다.

예를 들어 $\frac{7}{2^2\times5\times x}$에서 $x=7$일 때, 분모에 소인수 7이 있으므로 유한소수로 나타낼 수 없다고 생각하면 안 된다.

10 전략 10의 거듭제곱을 곱하여 소수점 아래의 부분이 같은 두 식을 만든다.

풀이 $x=23.\dot{4}\dot{1}=23.414141\cdots$이므로

$$
\begin{array}{rrl}
 & 100x= & 2341.414141\cdots \\
-) & x= & 23.414141\cdots \\
\hline
 & \boxed{100x-x}= & 2318 \\
 & 99x= & 2318
\end{array}
$$

$\therefore x=\frac{2318}{99}$

따라서 이용할 수 있는 가장 간단한 식은 ②이다.

답 ②

11 전략 주어진 조건을 모두 만족시키는 순환소수는 $0.\dot{b}\dot{c}$ 꼴이다.

풀이 조건 (가), (나)에 의하여 a는 $0.\dot{b}\dot{c}$ 꼴이므로 a를 기약분수로 나타낼 때 분모가 될 수 있는 수는 99의 약수이다. 즉

$3, 9, 11, 33, 99$

분모가 1이면 a는 정수이므로 주어진 조건을 만족시키지 않는다.

이때 분모가 3, 9인 기약분수는 순환마디를 이루는 숫자의 개수가 1이므로 조건 (나)를 만족시키지 않는다.

따라서 구하는 수는

$11, 33, 99$

답 11, 33, 99

12 전략 도진이는 분자를 제대로 보았고, 소연이는 분모를 제대로 보았다.

풀이 $1.\dot{2}\dot{0}=\frac{120-1}{99}=\frac{119}{99}$에서 도진이는 분자를 제대로 보았으므로 구하는 기약분수의 분자는 119이다. ❶

$1.91\dot{8}=\frac{1918-191}{900}=\frac{1727}{900}$에서 소연이는 분모를 제대로 보았으므로 구하는 기약분수의 분모는 900이다. ❷

따라서 처음 기약분수는 $\frac{119}{900}$이므로

$\frac{119}{900}=0.13222\cdots=0.13\dot{2}$ ❸

답 $0.13\dot{2}$

채점 기준	비율
❶ 처음 기약분수의 분자를 구할 수 있다.	40 %
❷ 처음 기약분수의 분모를 구할 수 있다.	40 %
❸ 처음 기약분수를 순환소수로 나타낼 수 있다.	20 %

13 전략 $a.\dot{b}=\dfrac{(10a+b)-a}{9}$임을 이용한다.

풀이 $9.\dot{9}-8.\dot{8}+7.\dot{7}-6.\dot{6}+5.\dot{5}-4.\dot{4}$

$=\dfrac{99-9}{9}-\dfrac{88-8}{9}+\dfrac{77-7}{9}-\dfrac{66-6}{9}$

$+\dfrac{55-5}{9}-\dfrac{44-4}{9}$

$=\dfrac{90-80+70-60+50-40}{9}$

$=\dfrac{30}{9}=\dfrac{10}{3}=3.333\cdots=3.\dot{3}$

답 $3.\dot{3}$

14 전략 주어진 조건에 따라 식을 세운 후 순환소수를 분수로 나타내어 계산한다.

풀이 $0.\dot{a}\dot{b}+0.\dot{b}\dot{a}=0.\dot{3}$에서

$\dfrac{10a+b}{99}+\dfrac{10b+a}{99}=\dfrac{3}{9}$

십의 자리의 숫자가 a, 일의 자리의 숫자가 b인 두 자리 자연수
→ $10\times a+b$
$=10a+b$

$11(a+b)=33\quad \therefore a+b=3$

이때 a, b는 한 자리 자연수이고 $a>b$이므로

$a=2,\ b=1$

$\therefore 0.\dot{a}\dot{b}-0.\dot{b}\dot{a}=0.\dot{2}\dot{1}-0.\dot{1}\dot{2}$

$=\dfrac{21}{99}-\dfrac{12}{99}=\dfrac{9}{99}=\dfrac{1}{11}$

$=0.090909\cdots=0.\dot{0}\dot{9}$

답 ③

15 전략 a, b를 소수로 나타낸 다음 분수로 바꾸어 계산한다.

풀이 $a=0.1404040\cdots=0.1\dot{4}\dot{0}=\dfrac{140-1}{990}=\dfrac{139}{990}$,

$b=1.353535\cdots=1.\dot{3}\dot{5}=\dfrac{135-1}{99}=\dfrac{134}{99}$ ⋯ ❶

이므로

$a+b=\dfrac{139}{990}+\dfrac{134}{99}=\dfrac{1479}{990}=\dfrac{493}{330}$ ⋯ ❷

$\therefore <a+b>=\dfrac{330}{493}$ ⋯ ❸

답 $\dfrac{330}{493}$

채점 기준	비율
❶ a, b를 분수로 나타낼 수 있다.	40 %
❷ $a+b$의 값을 구할 수 있다.	40 %
❸ $<a+b>$의 값을 구할 수 있다.	20 %

16 전략 주어진 조건에 따라 식을 세운 후 순환소수를 분수로 나타내어 계산한다.

풀이 $4.\dot{8}x-4.8x=0.\dot{8}$이므로

$\dfrac{44}{9}x-\dfrac{48}{10}x=\dfrac{8}{9}$, $\quad 440x-432x=80$

양변에 90을 곱한다.

$8x=80\quad \therefore x=10$

답 ②

17 전략 순환소수를 분수로 나타낸 후 방정식을 푼다.

풀이 $0.\dot{3}x-2.\dot{1}=1.\dot{5}-x$에서

$\dfrac{3}{9}x-\dfrac{19}{9}=\dfrac{14}{9}-x$

$3x-19=14-9x$

$12x=33\quad \therefore x=\dfrac{11}{4}$

$x=\dfrac{11}{4}$을 $0.\dot{8}x-1=0.\dot{2}\dot{4}x+k$에 대입하면

$\dfrac{8}{9}\times\dfrac{11}{4}-1=\dfrac{24}{99}\times\dfrac{11}{4}+k$

$\dfrac{13}{9}=\dfrac{2}{3}+k$

$\therefore k=\dfrac{7}{9}=0.777\cdots=0.\dot{7}$

답 $0.\dot{7}$

18 전략 순환소수를 분수로 나타낸 후 조건을 만족시키는 a, b의 값을 구한다.

풀이 $0.75<0.\dot{1}\times a<0.\dot{8}$에서

$\dfrac{3}{4}<\dfrac{1}{9}\times a<\dfrac{8}{9}$, $\quad \dfrac{27}{36}<\dfrac{4a}{36}<\dfrac{32}{36}$

$\therefore 27<4a<32$

이때 a는 자연수이므로 $\quad a=7$ ⋯ ❶

$0.\dot{1}<0.0\dot{1}\times b<0.1\dot{3}$에서

$\dfrac{1}{9}<\dfrac{1}{90}\times b<\dfrac{12}{90}$, $\quad \dfrac{10}{90}<\dfrac{b}{90}<\dfrac{12}{90}$

$\therefore 10<b<12$

이때 b는 자연수이므로 $\quad b=11$ ⋯ ❷

$\therefore a+b=18$ ⋯ ❸

답 18

채점 기준	비율
❶ a의 값을 구할 수 있다.	40 %
❷ b의 값을 구할 수 있다.	40 %
❸ $a+b$의 값을 구할 수 있다.	20 %

최상위로 가는 최고 수준 문제

본책 13쪽

01 전략 주어진 두 순환소수를 각각 풀어 쓴 후 규칙을 찾는다.

풀이 두 수 $0.\dot{2}71\dot{3}$, $0.2\dot{7}1\dot{3}$에서

$0.\dot{2}71\dot{3}=0.2713271327132713\cdots$

$0.2\dot{7}1\dot{3}=0.2713713713713713\cdots$

이므로 소수점 아래 첫째 자리의 숫자가 같고, 소수점 아래 둘째, 셋째, 넷째 자리와 열넷째, 열다섯째, 열여섯째 자리의 숫자가 각각 같다.

이때 $99=1+12\times8+2$이므로 $a_n=b_n$을 만족시키는 n의 개수는

$1+3\times8+2=27$ 답 ⑤

02 전략 조건 (나)에서 $\frac{A}{270}$는 기약분수로 나타내었을 때 분모의 소인수가 2 또는 5뿐이어야 한다.

풀이 $270=2\times3^3\times5$이므로 조건 (나)에서 $\frac{A}{270}$가 유한소수로 나타내어지려면 A는 3^3, 즉 27의 배수이어야 한다. 즉

$A=27a$ (a는 자연수)

라 하자.

이때 조건 (다)에서

$\frac{A}{270}\times30=\frac{27a}{270}\times30=3a$

이므로 $3a$가 어떤 자연수의 제곱이려면 a는 $3\times$(자연수)^{2}의 꼴이어야 한다.

$\therefore A=27a=81\times$(자연수)^2

따라서 조건 (가)에 의하여 A가 될 수 있는 4의 배수인 세 자리 자연수는

$A=81\times2^2=324$ 답 324

03 전략 기약분수를 소수로 나타내었을 때 유한소수가 되려면 분모의 소인수가 2 또는 5뿐이어야 한다.

풀이 $\frac{13}{a}$이 1보다 작으므로 $a>13$

$\frac{13}{a}$이 유한소수로 나타내어지는 13보다 큰 자연수 a를 구하면 다음과 같다.

(i) a의 소인수가 2 또는 5뿐일 때,

16, 20, 25, 32, 40, ⋯

이때 $\frac{13}{16}=0.8125$, $\frac{13}{20}=0.65$, $\frac{13}{25}=0.52$, ⋯이고, a의 값이 커질수록 $\frac{13}{a}$의 값은 작아진다.

(ii) a의 소인수에 13이 포함될 때,

26, 52, 65, 104, 130, ⋯

이때 $\frac{13}{26}=0.5$, $\frac{13}{52}=0.25$, $\frac{13}{65}=0.2$, ⋯이고, a의 값이 커질수록 $\frac{13}{a}$의 값은 작아진다.

(i), (ii)에서 $\frac{13}{a}$을 소수로 나타내었을 때, 소수점 아래 첫째 자리의 숫자가 8인 유한소수가 되는 a의 값은 16이다. 답 16

일품 BOX

열두 자리의 차이가 난다.

$$\frac{\frac{D}{C}}{\frac{B}{A}}=\frac{D}{C}\div\frac{B}{A}=\frac{D}{C}\times\frac{A}{B}=\frac{AD}{BC}$$
(단, $ABC\neq0$)

$81\times$(자연수)^{2}의 꼴이 세 자리 자연수가 되는 경우는 81×2^2, 81×3^2 이고, 이 중 4의 배수는 81×2^2

04 전략 $0.0\dot{8}\dot{1}$을 분수로 나타내어 x의 값을 구한다.

풀이 $0.0\dot{8}\dot{1}=\frac{81}{999}=\frac{3}{37}$이므로

$$\frac{3}{37}=1-\frac{34}{37}=1-\frac{1}{\frac{37}{34}}=1-\frac{1}{1+\frac{3}{34}}$$

즉 $\frac{1}{x}=\frac{3}{34}$이므로 $x=\frac{34}{3}$ ⋯ ❶

따라서 $x=11.333\cdots=11.\dot{3}$이므로

$a=3$ ⋯ ❷

답 3

채점 기준	비율
❶ x의 값을 구할 수 있다.	60%
❷ a의 값을 구할 수 있다.	40%

05 전략 먼저 순환소수를 분수로 나타낸다.

풀이 $0.2\dot{4}\dot{a}=\frac{(240+a)-2}{990}=\frac{238+a}{990}$이므로

$\frac{238+a}{990}=\frac{b}{330}$

즉 $238+a=3b$이므로

$b=\frac{238+a}{3}$

이때 b는 자연수이므로 $238+a$는 3의 배수이어야 하고, a는 한 자리 자연수이므로

$a=5$ 또는 $a=8$

(i) $a=5$일 때, $b=\frac{243}{3}=81$이므로

$b-a=76$

(ii) $a=8$일 때, $b=\frac{246}{3}=82$이므로

$b-a=74$

(i), (ii)에서 $b-a$의 값이 될 수 있는 것은 (ㄷ), (ㄹ)이다.

답 (ㄷ), (ㄹ)

06 전략 $a+b$의 값을 순환소수로 나타낸 다음 순환마디를 이루는 숫자의 개수를 이용한다.

풀이 (1) $0.1\dot{7}\dot{2}=17.1\times a$에서

$\frac{171}{990}=\frac{171}{10}\times a$

$\therefore a=\frac{171}{990}\times\frac{10}{171}=\frac{1}{99}$

$b=25\times0.0\dot{1}=25\times\frac{1}{90}=\frac{5}{18}$ ⋯ ❶

$\therefore a+b=\frac{1}{99}+\frac{5}{18}=\frac{57}{198}=\frac{19}{66}$

$=0.28787\cdots=0.2\dot{8}\dot{7}$ ⋯ ❷

(2) $a+b=0.2\dot{8}\dot{7}$이므로 순환마디를 이루는 숫자는 2개이다.
이때 $2019=1+2\times1009$이므로 소수점 아래 2019번째 자리의 숫자는 7이다. ···➌

답 (1) $0.2\dot{8}\dot{7}$ (2) 7

채점 기준	비율
❶ a, b의 값을 분수로 나타낼 수 있다.	30%
❷ $a+b$의 값을 순환소수로 나타낼 수 있다.	30%
❸ 소수점 아래 2019번째 자리의 숫자를 구할 수 있다.	40%

07 전략 $<x, y>$를 먼저 간단히 한다.

풀이 $<x, y>$

$$=2\left(\frac{x}{9}+\frac{y}{9}\right)+\frac{10x+y}{99}+\frac{10y+x}{99}$$
$$=\frac{2(x+y)}{9}+\frac{11x+11y}{99}$$
$$=\frac{2(x+y)}{9}+\frac{x+y}{9}=\frac{x+y}{3}$$ ···➊

즉 $<m, n>\le<1, 5>$에서

$\frac{m+n}{3}\le\frac{1+5}{3}$ $\quad\therefore m+n\le6$

이때 m, n이 서로 다른 자연수이므로

$m+n=3$ 또는 $m+n=4$ 또는 $m+n=5$ 또는 $m+n=6$ ···➋

m과 n이 서로 다른 자연수이므로 $m+n\ge3$

(i) $m+n=3$을 만족시키는 순서쌍 (m, n)은 $(1, 2)$, $(2, 1)$의 2개
(ii) $m+n=4$를 만족시키는 순서쌍 (m, n)은 $(1, 3)$, $(3, 1)$의 2개
(iii) $m+n=5$를 만족시키는 순서쌍 (m, n)은 $(1, 4)$, $(2, 3)$, $(3, 2)$, $(4, 1)$의 4개
(iv) $m+n=6$을 만족시키는 순서쌍 (m, n)은 $(1, 5)$, $(2, 4)$, $(4, 2)$, $(5, 1)$의 4개

이상에서 구하는 순서쌍 (m, n)의 개수는

$2+2+4+4=12$ ···➌

답 12

채점 기준	비율
❶ $<x, y>$를 간단히 할 수 있다.	30%
❷ $m+n$의 값이 될 수 있는 수를 구할 수 있다.	30%
❸ m, n의 순서쌍 (m, n)의 개수를 구할 수 있다.	40%

2 단항식의 계산

개념 & 핵심 기출

본책 14~16쪽

01 ① $x^2\times x^3=x^5$
② $(x^2y)^5=x^{10}y^5$
③ $(x^3)^4\div(x^4)^3=x^{12}\div x^{12}=1$
⑤ $x^8\div(x^3)^2\div x=x^8\div x^6\div x=x$

답 ④

02 ① $2^6\div2^3=2^3$
② $4^3\times4^2\div2^7=4^5\div2^7=(2^2)^5\div2^7=2^{10}\div2^7=2^3$
③ $2^9\div2^8\times2^2=2^3$
④ $(2^5)^2\div2^8\times4=2^{10}\div2^8\times2^2=2^4$
⑤ $(4^2)^3\div4^2\div2^5=4^6\div4^2\div2^5=4^4\div2^5=(2^2)^4\div2^5=2^8\div2^5=2^3$

답 ④

03 $(2^a)^3\div4^2=2^2$에서 $\quad 2^{3a}\div(2^2)^2=2^2$
즉 $2^{3a}\div2^4=2^2$이므로
$3a-4=2 \quad \therefore a=2$
$27\div3^b\times81=9$에서 $3^3\div3^b\times3^4=3^2$이므로
$3-b+4=2 \quad \therefore b=5$
$\therefore ab=10$

답 10

04 $4^x+4^x+4^x+4^x=4\times4^x=4^{x+1}=(2^2)^{x+1}=2^{2x+2}$
이므로 $\quad 2x+2=10 \quad \therefore x=4$

$2^{2x+2}=2^{10}$이므로 $2x+2=10$

답 4

05 $49^2\div49^6=\frac{1}{49^4}=\frac{1}{(7^2)^4}=\frac{1}{7^8}=\frac{1}{(7^4)^2}=\frac{1}{A^2}$

답 ①

06 $A=2^{x-1}=2^x\div2$이므로 $\quad 2^x=2A$
$\therefore 16^x=(2^4)^x=(2^x)^4=(2A)^4=16A^4$

답 ⑤

2와 5의 지수 중 작은 쪽의 지수에 맞춰서 2와 5의 지수가 같아지도록 변형한 후 몇 자리 자연수인지 구한다.

07 $4^4\times5^5=(2^2)^4\times5^5=2^8\times5^5=2^3\times2^5\times5^5=2^3\times(2\times5)^5=8\times10^5$
따라서 $4^4\times5^5$은 6자리 자연수이므로
$n=6$

답 ②

08 (1) $A=2^{13}\times3^3\times5^{11}=2^2\times2^{11}\times3^3\times5^{11}=2^2\times3^3\times(2\times5)^{11}=108\times10^{11}$
$\therefore a=108$, $n=11$
(2) A는 14자리 자연수이다.

답 (1) $a=108$, $n=11$ (2) 14자리

09 $\frac{8^4\times15^{10}}{45^5}=\frac{(2^3)^4\times(3\times5)^{10}}{(3^2\times5)^5}=\frac{2^{12}\times3^{10}\times5^{10}}{3^{10}\times5^5}$

$=2^{12}\times5^5=2^7\times2^5\times5^5$

$=2^7\times(2\times5)^5=128\times10^5$

따라서 $\frac{8^4\times15^{10}}{45^5}$은 8자리 자연수이므로

$n=8$

또 각 자리의 숫자의 합은 $1+2+8=11$이므로

$a=11$

$\therefore a+n=19$

답 19

10 $(2x^2y^4)^3\times\left(-\frac{x^3}{y}\right)^2\times\left(\frac{y}{x^2}\right)^3$

$=8x^6y^{12}\times\frac{x^6}{y^2}\times\frac{y^3}{x^6}$

$=8x^6y^{13}$

답 ⑤

일품 BOX

n이 자연수일 때
① $(ab)^n=a^nb^n$
② $\left(\frac{a}{b}\right)^n=\frac{a^n}{b^n}$ (단, $b\neq0$)

11 $\frac{4y^7}{x^5}\div(-6xy^2)^2\div\left(\frac{y}{x^3}\right)^4$

$=\frac{4y^7}{x^5}\times\frac{1}{36x^2y^4}\times\frac{x^{12}}{y^4}$

$=\frac{x^5}{9y}$

따라서 $a=5$, $b=9$, $c=1$이므로

$a+b+c=15$

답 15

12 $5x^2y\times(-2x^4y^A)^2=5x^2y\times4x^8y^{2A}=20x^{10}y^{1+2A}$

즉 $20x^{10}y^{1+2A}=20x^By^7$이므로

$1+2A=7$, $B=10$

$\therefore A=3$, $B=10$

$(-4x^Cy^2)^3\div8x^3y^7=-64x^{3C}y^6\times\frac{1}{8x^3y^7}$

$=\frac{-8x^{3C}}{x^3y}$

즉 $\frac{-8x^{3C}}{x^3y}=\frac{-8x^6}{y^D}$이므로

$3C-3=6$, $D=1$

$\therefore C=3$, $D=1$

$\therefore A-B+C-D=-5$

답 -5

13 ① $(-2x^2)^3\times x^4=-8x^6\times x^4=-8x^{10}$

② $16a^2b^3\div4ab^2=16a^2b^3\times\frac{1}{4ab^2}=4ab$

③ $(-x^2y^2)^2\div2xy^2\div\left(-\frac{y^2}{2}\right)^3$

$=x^4y^4\div2xy^2\div\left(-\frac{y^6}{8}\right)$

$=x^4y^4\times\frac{1}{2xy^2}\times\left(-\frac{8}{y^6}\right)=-\frac{4x^3}{y^4}$

④ $(3a^3b)^2\times a^2b\div3a^7=9a^6b^2\times a^2b\times\frac{1}{3a^7}=3ab^3$

⑤ $(-xy^2)^4\times\left(\frac{2y}{x^3}\right)^2\div\frac{4y^4}{x^3}=x^4y^8\times\frac{4y^2}{x^6}\times\frac{x^3}{4y^4}$

$=xy^6$

답 ④

14 $15x^3y^2\times(-2x^5y^4)\div5x^4y^3$

$=15x^3y^2\times(-2x^5y^4)\times\frac{1}{5x^4y^3}$

$=-6x^4y^3$

따라서 $A=-6$, $B=4$, $C=3$이므로

$A+B+C=1$

답 1

15 $x^2y^2\div(-3y)^2\times\frac{3y^3}{x^4}=x^2y^2\times\frac{1}{9y^2}\times\frac{3y^3}{x^4}$

$=\frac{y^3}{3x^2}$

답 $\frac{y^3}{3x^2}$

16 $(\text{부피})=\frac{1}{3}\times3ab^2\times(2a^2b)^2\times4a^3b^2$

$=\frac{1}{3}\times3ab^2\times4a^4b^2\times4a^3b^2$

$=16a^8b^6$

답 $16a^8b^6$

17 $(6ab)^2\times(\text{높이})=48a^3b^5$이므로

$(\text{높이})=48a^3b^5\times\frac{1}{36a^2b^2}$

$=\frac{4}{3}ab^3$

답 ③

18 $\frac{1}{2}\times4a^2b^4\times2a^3=6a^3b\times(\text{세로의 길이})$이므로

$(\text{세로의 길이})=\frac{1}{2}\times4a^2b^4\times2a^3\times\frac{1}{6a^3b}$

$=\frac{2}{3}a^2b^3$

답 $\frac{2}{3}a^2b^3$

만점 도전을 위한 고난도 문제

본책 17~19쪽

01 전략 지수법칙을 이용하여 좌변을 간단히 정리한다.

풀이 $(x^a)^2\times y^b\div(x^3)^2\div y=x^{2a}\times y^b\div x^6\div y$

$=\frac{x^{2a}y^b}{x^6y}$

즉 $\frac{x^{2a}y^b}{x^6y}=\frac{y^2}{x^2}$이므로

$6-2a=2$, $b-1=2$

따라서 $a=2$, $b=3$이므로

$a+b=5$

답 ③

02 전략 4, 6, 8, 9, 10을 각각 소인수분해한 후 지수법칙을 이용한다.

풀이 4, 6, 8, 9, 10을 각각 소인수분해하면

$4=2^2$, $6=2\times3$, $8=2^3$, $9=3^2$, $10=2\times5$ ⋯ ❶

이므로

$$\begin{aligned}&1\times2\times3\times4\times5\times6\times7\times8\times9\times10\\&=1\times2\times3\times2^2\times5\times(2\times3)\times7\times2^3\times3^2\times(2\times5)\\&=2^8\times3^4\times5^2\times7\end{aligned}$$

따라서 $a=8$, $b=4$, $c=2$, $d=1$이므로 ⋯ ❷

$$(ab)^{cd}=32^2=(2^5)^2$$
$$=2^{10}=1024$$ ⋯ ❸

답 1024

채점 기준	비율
❶ 4, 6, 8, 9, 10을 각각 소인수분해할 수 있다.	20%
❷ a, b, c, d의 값을 구할 수 있다.	50%
❸ $(ab)^{cd}$의 값을 구할 수 있다.	30%

03 전략 지수법칙을 이용하여 좌변을 간단히 정리한다.

풀이 (가) $(a^2)^4\times(a^3)^2\times(a^4)^4=a^8\times a^6\times a^{16}=a^{30}$이므로

$\square=30$

(나) $b^{11}\div b^5\div b^{\square}=b^{11-5-\square}=b^2$이므로

$6-\square=2 \qquad \therefore \square=4$

(다) $(2a^2)^2\times3a\div a^4=4a^4\times3a\div a^4=12a$이므로

$\square=12$

따라서 $\square$ 안에 알맞은 수들의 합은

$30+4+12=46$

답 ④

04 전략 8과 4를 2의 거듭제곱으로 나타낸다.

풀이 $$\left(\frac{8^6+4^6}{8^4+4^3}\right)^2=\left\{\frac{(2^3)^6+(2^2)^6}{(2^3)^4+(2^2)^3}\right\}^2=\left(\frac{2^{18}+2^{12}}{2^{12}+2^6}\right)^2$$
$$=\left\{\frac{2^{12}(2^6+1)}{2^6(2^6+1)}\right\}^2=(2^6)^2=2^{12}$$

$\therefore k=12$

답 12

05 전략 주어진 식의 좌변을 3^x을 사용하여 나타낸다.

풀이 $3^{x+2}+3^{x+1}+3^x=351$에서

$3^2\times3^x+3\times3^x+3^x=351$

$(3^2+3+1)\times3^x=351, \qquad 13\times3^x=351$

$3^x=27=3^3 \qquad \therefore x=3$

답 ②

06 전략 지수법칙을 이용하여 주어진 식을 간단히 한다.

풀이 $$\begin{aligned}2\times3^{51}+18\times3^{49}&=2\times3\times3^{50}+2\times3^2\times3^{49}\\&=2\times3\times3^{50}+2\times3\times3\times3^{49}\\&=6\times3^{50}+6\times3^{50}\\&=12\times3^{50}=12\times(3^{25})^2\\&=12A^2\end{aligned}$$

답 ④

07 전략 먼저 3^x, 5^x을 a, b를 사용하여 나타낸다.

풀이 $a=3^{x+1}=3\times3^x$이므로

$3^x=\dfrac{a}{3}$ ⋯ ❶

$b=5^{x+1}=5\times5^x$이므로

$5^x=\dfrac{b}{5}$ ⋯ ❷

$\therefore 15^x=(3\times5)^x=3^x\times5^x$

$=\dfrac{a}{3}\times\dfrac{b}{5}=\dfrac{ab}{15}$ ⋯ ❸

답 $\dfrac{ab}{15}$

채점 기준	비율
❶ 3^x을 a를 사용하여 나타낼 수 있다.	40%
❷ 5^x을 b를 사용하여 나타낼 수 있다.	40%
❸ 15^x을 a, b를 사용하여 나타낼 수 있다.	20%

08 전략 분모, 분자에 3^x을 곱한다.

풀이 $\dfrac{3^{5x}}{3^{3x}+3^x}$의 분모, 분자에 3^x을 곱하면

$$\begin{aligned}\frac{3^{5x}}{3^{3x}+3^x}&=\frac{3^{5x}\times3^x}{(3^{3x}+3^x)\times3^x}\\&=\frac{3^{6x}}{3^{4x}+3^{2x}}=\frac{(3^{2x})^3}{(3^{2x})^2+3^{2x}}\\&=\frac{a^3}{a^2+a}=\frac{a^2}{a+1}\end{aligned}$$

답 ④

다른풀이 $\dfrac{3^{5x}}{3^{3x}+3^x}$의 분모, 분자를 3^x으로 나누면

$$\begin{aligned}\frac{3^{5x}}{3^{3x}+3^x}&=\frac{3^{5x}\div3^x}{(3^{3x}+3^x)\div3^x}\\&=\frac{3^{4x}}{3^{2x}+1}=\frac{(3^{2x})^2}{3^{2x}+1}\\&=\frac{a^2}{a+1}\end{aligned}$$

만점 비법

분모, 분자에 같은 수를 곱하거나 분모, 분자를 같은 수로 나누어 3^{2x}의 거듭제곱의 꼴이 나타나도록 변형한다.

09 전략 주어진 수를 소인수분해한 후 $a\times10^n$ (a, n은 자연수) 꼴로 변형한다.

풀이 $8^x\times5^3\div2^{2x}=(2^3)^x\times5^3\div2^{2x}=2^{3x}\times5^3\div2^{2x}$

$=2^{3x-2x}\times5^3=2^x\times5^3$

$2^x\times5^3$을 $a\times10^n$ (a, n은 자연수) 꼴로 나타내면

$2^x\times5^3=2^{x-3}\times2^3\times5^3=2^{x-3}\times(2\times5)^3$

$=2^{x-3}\times10^3$

a가 l자리 자연수일 때, $a\times10^n$은 $(l+n)$자리 자연수이다.

이때 $2^{x-3}\times 10^3$이 1000보다 큰 네 자리 자연수이므로 2^{x-3}의 값은 2, 4, 8, 즉 2^1, 2^2, 2^3이다.
따라서 자연수 x의 값은 4, 5, 6이므로 x의 값 중 가장 큰 수는 6이다.

답 ④

10 전략 $\underbrace{x^a+x^a+\cdots+x^a}_{n개}=n\times x^a$임을 이용한다.

풀이 $A=(2^4+2^4+2^4+2^4+2^4)(5^3+5^3+5^3)$
$=(5\times 2^4)\times(3\times 5^3)$
$=3\times 2^4\times 5^4=3\times(2\times 5)^4=3\times 10^4$
따라서 A는 5자리 자연수이다.

답 5자리

11 전략 3의 거듭제곱의 일의 자리의 숫자의 규칙성을 찾는다.

풀이 $3^1=3$, $3^2=9$, $3^3=27$, $3^4=81$, $3^5=243$, $\cdots$이므로 3의 거듭제곱의 일의 자리의 숫자는 3, 9, 7, 1이 이 순서대로 반복된다.
이때 $10=4\times 2+2$이므로 3^{10}의 일의 자리의 숫자는 3^2의 일의 자리의 숫자와 같은 9이다.
또 $20=4\times 5$이므로 3^{20}의 일의 자리의 숫자는 3^4의 일의 자리의 숫자와 같은 1이다.
따라서 $\{3^{10}\}=9$, $\{3^{20}\}=1$이므로
$\{\{3^{10}\}+\{3^{20}\}\}=\{9+1\}=\{10\}=0$

답 0

만점 비법

거듭제곱의 일의 자리의 숫자 구하기
자연수 n에 대하여 2^n, 3^n, 4^n, $\cdots$의 일의 자리의 숫자는 규칙적으로 반복되므로 차례대로 구하여 규칙성을 찾는다.

12 전략 지수를 같게 하여 밑의 대소를 비교한다.

풀이 $A=2^{48}=(2^4)^{12}=16^{12}$
$B=3^{36}=(3^3)^{12}=27^{12}$
$C=5^{24}=(5^2)^{12}=25^{12}$
$16<25<27$이므로 $16^{12}<25^{12}<27^{12}$
$\therefore A<C<B$

답 $A<C<B$

만점 비법

자연수 a, b, m, n에 대하여
① $a<b$이면 $a^m<b^m$
→ 지수가 같을 때, 밑이 클수록 큰 수이다.
② $m<n$이면 $a^m<a^n$ (단, $a\neq 1$)
→ 밑이 같을 때, 지수가 클수록 큰 수이다.

13 전략 지수법칙을 이용하여 좌변을 간단히 정리한다.

풀이 $(-2x^2y)^B\times Ax^3y^5=(-2)^Bx^{2B}y^B\times Ax^3y^5$
$=A\times(-2)^Bx^{2B+3}y^{B+5}$

일품 BOX

$B+5=10$에서
$B=5$
$B=5$를 $2B+3=C$에 대입하면
$10+3=C$
$\therefore C=13$
$B=5$를 $A\times(-2)^B=-96$에 대입하면
$A\times(-2)^5=-96$
$A\times(-32)=-96$
$\therefore A=3$

$x=4$인 경우
$2^4\times 5^3=2\times 10^3$
$=2000$
$x=5$인 경우
$2^5\times 5^3=2^2\times 10^3$
$=4000$
$x=6$인 경우
$2^6\times 5^3=2^3\times 10^3$
$=8000$

$A\div B=C$에서
$A\times\frac{1}{B}=C$
$\therefore A=C\times B$

10의 일의 자리의 숫자는 0이다.

$A\div B=C$에서
$B=A\div C$
$=A\times\frac{1}{C}$

즉 $A\times(-2)^Bx^{2B+3}y^{B+5}=-96x^Cy^{10}$이므로
$A\times(-2)^B=-96$, $2B+3=C$, $B+5=10$
따라서 $A=3$, $B=5$, $C=13$이므로
$A+B+C=21$

답 ④

14 전략 어떤 식을 A로 놓고 식을 세운다.

풀이 어떤 식을 A라 하면 $A\div\frac{2y}{5x^2}=(5x^2y)^2$
$\therefore A=(5x^2y)^2\times\frac{2y}{5x^2}=25x^4y^2\times\frac{2y}{5x^2}$
$=10x^2y^3$ … ❶
따라서 바르게 계산한 식은
$10x^2y^3\times\frac{2y}{5x^2}=4y^4$ … ❷

답 $4y^4$

채점 기준	비율
❶ 어떤 식을 구할 수 있다.	50 %
❷ 바르게 계산한 식을 구할 수 있다.	50 %

15 전략 ○÷△=□이면 △=○×$\frac{1}{□}$임을 이용한다.

풀이 $4xy^3\times A=-12x^3y^5$에서
$A=-12x^3y^5\times\frac{1}{4xy^3}=-3x^2y^2$ … ❶
$28x^4y^2\div B=7xy$에서
$B=28x^4y^2\times\frac{1}{7xy}=4x^3y$ … ❷
$\therefore A^2\div B=(-3x^2y^2)^2\div 4x^3y$
$=9x^4y^4\div 4x^3y$
$=\frac{9}{4}xy^3$ … ❸

답 $\frac{9}{4}xy^3$

채점 기준	비율
❶ A를 구할 수 있다.	30 %
❷ B를 구할 수 있다.	30 %
❸ $A^2\div B$를 계산할 수 있다.	40 %

16 전략 먼저 A, C를 x와 B를 사용하여 나타낸다.

풀이 $A\div B=(2x^3)^5=32x^{15}$에서
$A=32x^{15}\times B$
$C\div B=(-x^2)^3=-x^6$에서
$C=-x^6\times B$
$\therefore A\div C=(32x^{15}\times B)\div(-x^6\times B)$
$=32x^{15}\times B\times\frac{1}{-x^6\times B}$
$=-32x^9$

답 ①

17 전략 지수법칙을 이용하여 좌변을 간단히 정리한다.

풀이 $\left(-\frac{x^3}{2y}\right)^4\times\left(\frac{y^4}{x^a}\right)^3\div\left(-\frac{x^2}{4y}\right)^2$

$=\frac{x^{12}}{16y^4}\times\frac{y^{12}}{x^{3a}}\div\frac{x^4}{16y^2}$

$=\frac{x^{12}}{16y^4}\times\frac{y^{12}}{x^{3a}}\times\frac{16y^2}{x^4}$

$=\frac{x^8y^{10}}{x^{3a}}$

즉 $\frac{x^8y^{10}}{x^{3a}}=\frac{y^{5b}}{x}$이므로

$3a-8=1,\ 5b=10$

따라서 $a=3,\ b=2$이므로

$a+b=5$

답 ②

18 전략 주어진 식을 간단히 한 후 x^4, y^2, z^3의 값을 각각 대입한다.

풀이 $\left(\frac{x^2y}{2z}\right)^3\times\frac{18z^2}{y}\div(-3x)^2\times\frac{4}{z^5}$

$=\frac{x^6y^3}{8z^3}\times\frac{18z^2}{y}\div9x^2\times\frac{4}{z^5}$

$=\frac{x^6y^3}{8z^3}\times\frac{18z^2}{y}\times\frac{1}{9x^2}\times\frac{4}{z^5}$

$=\frac{x^4y^2}{z^6}=\frac{8\times1}{4^2}=\frac{1}{2}$

$\frac{x^4y^2}{z^6}=\frac{x^4y^2}{(z^3)^2}=\frac{8\times1}{4^2}$

답 $\frac{1}{2}$

19 전략 (직육면체의 부피)
=(가로의 길이)×(세로의 길이)×(높이)

풀이 (가로의 길이)$\times3x^4\times5y^2=60x^5y^7$이므로

(가로의 길이)$=60x^5y^7\times\frac{1}{3x^4}\times\frac{1}{5y^2}$

$=4xy^5$

답 $4xy^5$

20 전략 원기둥, 원뿔의 부피를 구하는 공식을 이용한다.

풀이 원기둥의 부피는

$\pi\times(a^2b)^2\times2ab^3=\pi\times a^4b^2\times2ab^3$

$=2\pi a^5b^5$ ··· ❶

밑면의 반지름의 길이가 r, 높이가 h인 원뿔의 부피를 V라 하면

$V=\frac{1}{3}\pi r^2h$

원뿔의 부피는

$\frac{1}{3}\times\pi\times(3ab^2)^2\times$(높이)

$=\frac{1}{3}\times\pi\times9a^2b^4\times$(높이)

$=3\pi a^2b^4\times$(높이) ··· ❷

즉 $2\pi a^5b^5=3\pi a^2b^4\times$(높이)이므로

원기둥과 원뿔의 부피가 같다.

(높이)$=2\pi a^5b^5\times\frac{1}{3\pi a^2b^4}$

$=\frac{2}{3}a^3b$ ··· ❸

답 $\frac{2}{3}a^3b$

채점 기준	비율
❶ 원기둥의 부피를 구할 수 있다.	40%
❷ 원뿔의 부피를 구할 수 있다.	40%
❸ 원뿔의 높이를 구할 수 있다.	20%

21 전략 직각삼각형을 1회전 시킬 때 생기는 입체도형이 원뿔임을 이용한다.

풀이 직각삼각형을 직선 m을 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 입체도형은 밑면의 반지름의 길이가 $\frac{1}{2}y$, 높이가 $3x$인 원뿔이므로

$V_1=\frac{1}{3}\times\pi\times\left(\frac{1}{2}y\right)^2\times3x$

$=\frac{1}{4}\pi xy^2$ ··· ❶

직각삼각형을 직선 l을 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 입체도형은 밑면의 반지름의 길이가 $3x$, 높이가 $\frac{1}{2}y$인 원뿔이므로

$V_2=\frac{1}{3}\times\pi\times(3x)^2\times\frac{1}{2}y$

$=\frac{3}{2}\pi x^2y$ ··· ❷

$\therefore V_1\div V_2=\frac{1}{4}\pi xy^2\div\frac{3}{2}\pi x^2y$

$=\frac{1}{4}\pi xy^2\times\frac{2}{3\pi x^2y}$

$=\frac{y}{6x}$ ··· ❸

답 $\frac{y}{6x}$

채점 기준	비율
❶ V_1을 구할 수 있다.	40%
❷ V_2를 구할 수 있다.	40%
❸ $V_1\div V_2$를 구할 수 있다.	20%

최상위로 가는 최고 수준 문제

본책 20쪽

01 전략 지수법칙을 이용하여 주어진 식의 좌변을 정리한 후 밑이 같은 지수끼리 비교한다.

풀이 $(x^ay^bz^c)^d=x^{21}y^{35}z^{14}$에서

$x^{ad}y^{bd}z^{cd}=x^{21}y^{35}z^{14}$

$\therefore ad=21,\ bd=35,\ cd=14$

$a,\ b,\ c,\ d$가 모두 자연수이므로 가장 큰 자연수 d는 21, 35, 14의 최대공약수이다. ··· ❶

따라서 $d=7$이고 $a=3,\ b=5,\ c=2$이므로 ··· ❷

$a-b+c-d=-7$ ··· ❸

답 -7

채점 기준	비율
❶ 가장 큰 자연수 d가 21, 35, 14의 최대공약수임을 알 수 있다.	50%
❷ a, b, c, d의 값을 구할 수 있다.	40%
❸ $a-b+c-d$의 값을 구할 수 있다.	10%

참고 $(x^a y^b z^c)^d = x^{a^d} y^{b^d} z^{c^d}$으로 계산하지 않도록 주의한다.

02 전략 지수법칙을 이용하여 주어진 식을 2의 거듭제곱으로 나타낸다.

풀이 $5\left(\dfrac{2^{20}+2^{25}+2^{30}}{2^5+2^{10}+2^{15}}\right)^{20}=5\left\{\dfrac{2^{20}(1+2^5+2^{10})}{2^5(1+2^5+2^{10})}\right\}^{20}$

$=5(2^{15})^{20}=5\times2^{300}$

$=5\times2\times2^{299}$

$=2^{299}\times10$

또 $2^1=2$, $2^2=4$, $2^3=8$, $2^4=16$, $2^5=32$, $\cdots$이므로 2의 거듭제곱의 일의 자리의 숫자는 2, 4, 8, 6이 이 순서대로 반복된다.

이때 $299=4\times74+3$이므로 2^{299}의 일의 자리의 숫자는 8이다.

따라서 구하는 십의 자리의 숫자는 2^{299}의 일의 자리의 숫자와 같은 8이다. 답 ⑤

03 전략 지수법칙을 이용하여 주어진 식을 간단히 정리한다.

풀이 $4^{n+1}+2\times4^n=4\times4^n+2\times4^n=6\times4^n$

$\therefore 5^{n+1}(4^{n+1}+2\times4^n)=5^{n+1}\times(6\times4^n)$

$=5\times5^n\times6\times4^n$

$=30\times(2^n)^2\times5^n$

$=30a^2b$ 답 ②

04 전략 $\underbrace{x^a+x^a+\cdots+x^a}_{n\text{개}}=n\times x^a$임을 이용한다.

풀이 $(6^2+6^2+6^2+6^2)^2\times(25^2+25^2)^3\div(5^2+5^2+5^2)$

$=(4\times6^2)^2\times(2\times25^2)^3\div(3\times5^2)$

$=\{2^2\times(2\times3)^2\}^2\times\{2\times(5^2)^2\}^3\div(3\times5^2)$

$=2^8\times3^4\times2^3\times5^{12}\times\dfrac{1}{3\times5^2}$

$=2^{11}\times3^3\times5^{10}$

$=2\times3^3\times2^{10}\times5^{10}$

$=2\times3^3\times(2\times5)^{10}$

$=54\times10^{10}$

따라서 주어진 수는 12자리 자연수이고, 이 수의 최고 자리의 숫자는 5이므로

$m=12$, $n=5$

$\therefore m-n=7$ 답 7

일품 BOX

$\{2\times(5^2)^2\}^3$
$=(2\times5^4)^3$
$=2^3\times5^{12}$

$\{2^2\times(2\times3)^2\}^2$
$=(2^2\times2^2\times3^2)^2$
$=(2^4\times3^2)^2$
$=2^8\times3^4$

반지름의 길이가 r인 구의 부피를 V라 하면
$V=\dfrac{4}{3}\pi r^3$

05 전략 주어진 기호의 약속을 이용하여 x, y, z를 k의 식으로 나타낸다.

풀이 $x\diamond(3k^2)=3$에서 $\quad x=(3k^2)^3=27k^6$

$(3y)\diamond(6k)=2$에서 $\quad 3y=(6k)^2=36k^2$

$\therefore y=12k^2$

$\dfrac{z}{4}\diamond k=3$에서 $\quad \dfrac{z}{4}=k^3 \quad \therefore z=4k^3$

$\therefore \dfrac{xy}{z}=\dfrac{27k^6\times12k^2}{4k^3}$

$=81k^5$

$\therefore p=81$ 답 81

06 전략 $P\times\square\div Q=R$이면 $\square=R\times Q\div P$임을 이용한다.

풀이 $(-3a^2b)^2\div A\times(2ab^2)^3=-16a^5b^7$에서

$A=(-3a^2b)^2\times(2ab^2)^3\times\left(-\dfrac{1}{16a^5b^7}\right)$

$=9a^4b^2\times8a^3b^6\times\left(-\dfrac{1}{16a^5b^7}\right)$

$=-\dfrac{9}{2}a^2b$ ⋯ ❶

$\dfrac{6a^7}{b^5}\times B\div\left(-\dfrac{2a^3}{b^2}\right)^3=a^2b^4$에서

$B=a^2b^4\times\left(-\dfrac{2a^3}{b^2}\right)^3\div\dfrac{6a^7}{b^5}$

$=a^2b^4\times\left(-\dfrac{8a^9}{b^6}\right)\times\dfrac{b^5}{6a^7}$

$=-\dfrac{4}{3}a^4b^3$ ⋯ ❷

$\therefore AB=-\dfrac{9}{2}a^2b\times\left(-\dfrac{4}{3}a^4b^3\right)$

$=6a^6b^4=6(a^3b^2)^2$

$=6\times(-2)^2=24$ ⋯ ❸

답 24

채점 기준	비율
❶ A를 계산할 수 있다.	40%
❷ B를 계산할 수 있다.	40%
❸ AB의 값을 구할 수 있다.	20%

07 전략 구의 부피와 원기둥의 부피를 구하는 공식을 이용한다.

풀이 높아진 물의 높이를 h라 하면 쇠공의 부피는 높이가 h인 원기둥의 부피와 같으므로

$\pi\times(2a)^2\times h=\dfrac{4}{3}\pi\times\left(\dfrac{3}{2}a\right)^3$

$\pi\times4a^2\times h=\dfrac{4}{3}\pi\times\dfrac{27}{8}a^3$

$\therefore h=\dfrac{4}{3}\pi\times\dfrac{27}{8}a^3\times\dfrac{1}{4\pi a^2}=\dfrac{9}{8}a$

따라서 높아진 물의 높이는 $\dfrac{9}{8}a$이다. 답 $\dfrac{9}{8}a$

3 다항식의 계산

개념 & 핵심 기출

본책 22~23쪽

01 $2x-3y-\{-(7x-2y)+4y\}$
$=2x-3y-(-7x+2y+4y)$
$=2x-3y-(-7x+6y)$
$=2x-3y+7x-6y$
$=9x-9y$
$\therefore a=9,\ b=-9$ 답 $a=9,\ b=-9$

02 (주어진 식) $=4x^2+x-2-7x^2+5x-3$
$=-3x^2+6x-5$
따라서 일차항의 계수는 6, 상수항은 -5이므로 구하는 합은
$6+(-5)=1$ 답 1

03 어떤 식을 A라 하면
$A+(2x^2-4x+1)=5x^2+x-3$
$\therefore A=(5x^2+x-3)-(2x^2-4x+1)$
$=5x^2+x-3-2x^2+4x-1$
$=3x^2+5x-4$
따라서 바르게 계산한 식은
$3x^2+5x-4-(2x^2-4x+1)$
$=3x^2+5x-4-2x^2+4x-1$
$=x^2+9x-5$ 답 ④

04 (주어진 식)
$=-6x^2-12xy+5x^2+15xy$
$=-x^2+3xy$
따라서 $a=-1,\ b=3$이므로
$b-a=4$ 답 4

05 (주어진 식)
$=\dfrac{6x^2y-3xy}{3y}-\dfrac{12xy^2-8x^2y}{4xy}$
$=2x^2-x-(3y-2x)$
$=2x^2-x-3y+2x$
$=2x^2+x-3y$ 답 $2x^2+x-3y$

06 $\boxed{}=\left(4ab^3+2a^2b-\dfrac{8}{3}a^3b^2\right)\div\left(-\dfrac{2}{3}a^2b^2\right)$
$=\left(4ab^3+2a^2b-\dfrac{8}{3}a^3b^2\right)\times\left(-\dfrac{3}{2a^2b^2}\right)$
$=-\dfrac{6b}{a}-\dfrac{3}{b}+4a$
답 $-\dfrac{6b}{a}-\dfrac{3}{b}+4a$

07 (주어진 식) $=-6A-(-5A-2B+B)$
$=-6A-(-5A-B)$
$=-6A+5A+B=-A+B$
$=-(2x-y)+(-4x+3y)$
$=-2x+y-4x+3y$
$=-6x+4y$ 답 $-6x+4y$

08 (주어진 식)
$=3x-6y-6+x$
$=4x-6y-6$
$=4\left(\dfrac{4a+b-1}{2}\right)-6\left(\dfrac{2a-3b}{3}\right)-6$
$=8a+2b-2-4a+6b-6$
$=4a+8b-8$
답 $4a+8b-8$

09 $x-3y=4x-2y+7$에서
$x-4x-7=-2y+3y$
$\therefore y=-3x-7$
$y=-3x-7$을 $3x-2y-9$에 대입하면
$3x-2(-3x-7)-9$
$=3x+6x+14-9$
$=9x+5$
따라서 $A=9,\ B=5$이므로
$A-B=4$ 답 ③

10 $9x+2y-6=3(2x+y-2)$에서
$9x+2y-6=6x+3y-6$
$\therefore y=3x$
$\therefore \dfrac{y+2}{3x+2}-\dfrac{4x}{x-y}=\dfrac{3x+2}{3x+2}-\dfrac{4x}{x-3x}$
$=1-(-2)=3$ 답 3

11 $x:y=2:3$에서 $3x=2y$
$\therefore x=\dfrac{2}{3}y$
$\therefore \dfrac{x+2y}{x-y}=\dfrac{\frac{2}{3}y+2y}{\frac{2}{3}y-y}=\dfrac{\frac{8}{3}y}{-\frac{1}{3}y}$
$=\dfrac{8}{3}y\times\left(-\dfrac{3}{y}\right)$
$=-8$ 답 ①

일품 BOX

괄호를 풀 때, 괄호 앞에 음의 부호 $-$가 있으면 괄호 안의 각 항의 부호가 모두 바뀜에 주의한다.

다항식을 대입할 때에는 괄호로 묶는다.

$\dfrac{4x}{x-3x}=\dfrac{4x}{-2x}$
$=-2$

$a:b=c:d$
$\rightarrow ad=bc$

다른풀이 $x:y=2:3$에서 $3x=2y$

$\therefore y=\frac{3}{2}x$

$\therefore \frac{x+2y}{x-y}=\frac{x+3x}{x-\frac{3}{2}x}=\frac{4x}{-\frac{1}{2}x}$

$=4x\times\left(-\frac{2}{x}\right)=-8$

12 $a+b+c=0$에서

$b+c=-a,\ c+a=-b,\ a+b=-c$

이므로

$\frac{a}{b+c}-\frac{b}{c+a}-\frac{a+b}{c}$

$=\frac{a}{-a}-\frac{b}{-b}-\frac{-c}{c}$

$=-1-(-1)-(-1)$

$=1$ 답 1

만점 도전을 위한 고난도 문제

본책 24~25쪽

01 전략 주어진 문장을 식으로 나타낸 후 동류항끼리 계산한다.

풀이 $4(5x+2y-2)+2A=6x-4y-6$이므로

$20x+8y-8+2A=6x-4y-6$

$2A=(6x-4y-6)-(20x+8y-8)$

$=6x-4y-6-20x-8y+8$

$=-14x-12y+2$

$\therefore A=-7x-6y+1$ 답 $-7x-6y+1$

02 전략 다항식의 뺄셈은 빼는 식의 각 항의 부호를 모두 바꾸어 더한다.

풀이 $ax^2+4x-5-(3x^2+2x+2a)$

$=ax^2+4x-5-3x^2-2x-2a$

$=(a-3)x^2+2x-5-2a$

이므로

$p=a-3,\ q=2,\ r=-5-2a$

이때 $p-q-r=12$이므로

$(a-3)-2-(-5-2a)=12$

$a-5+5+2a=12$

$\therefore a=4$ 답 ③

03 전략 (소괄호) ◯ {중괄호} ◯ [대괄호]의 순서대로 괄호를 풀어서 계산한다.

풀이 주어진 식의 좌변을 정리하면

$4a^2-[3a-2a^2-\{a-(\boxed{}+a^2)\}]$

$=4a^2-\{3a-2a^2-(a-\boxed{}-a^2)\}$

$=4a^2-(3a-2a^2-a+\boxed{}+a^2)$

$=4a^2-(-a^2+2a+\boxed{})$

$=4a^2+a^2-2a-\boxed{}$

$=5a^2-2a-\boxed{}$ ··· ❶

$5a^2-2a-\boxed{}=7a^2+a$이므로

$\boxed{}=5a^2-2a-(7a^2+a)$

$=5a^2-2a-7a^2-a$

$=-2a^2-3a$ ··· ❷

답 $-2a^2-3a$

채점 기준	비율
❶ 주어진 식의 좌변을 계산할 수 있다.	50%
❷ □ 안에 알맞은 식을 구할 수 있다.	50%

일품 BOX

$B-A=C$
→ $A=B-C$

밑면의 반지름의 길이가 r, 높이가 h인 원기둥의 겉넓이를 S라 하면
$S=2\pi r^2+2\pi rh$

04 전략 원기둥의 겉넓이 구하는 공식을 이용한다.

풀이 원기둥의 밑넓이는

$\pi\times(2ab)^2=4\pi a^2b^2$ ··· ❶

옆넓이는

$2\pi\times2ab\times(3b^2-5ab)$

$=12\pi ab^3-20\pi a^2b^2$ ··· ❷

따라서 구하는 겉넓이는

$2\times4\pi a^2b^2+(12\pi ab^3-20\pi a^2b^2)$

$=8\pi a^2b^2+12\pi ab^3-20\pi a^2b^2$

$=12\pi ab^3-12\pi a^2b^2$ ··· ❸

답 $12\pi ab^3-12\pi a^2b^2$

채점 기준	비율
❶ 밑넓이를 구할 수 있다.	30%
❷ 옆넓이를 구할 수 있다.	30%
❸ 겉넓이를 구할 수 있다.	40%

05 전략 약속된 기호의 연산에 따라 식을 세운 후 분배법칙을 이용하여 전개한다.

풀이 (주어진 식)

$=(2x-1)\times5y+6y\times(x+3)+9xy\times(-1)$
$+(x-2)\times4y$

$=10xy-5y+6xy+18y-9xy+4xy-8y$

$=11xy+5y$ 답 ⑤

06 전략 사다리꼴의 넓이와 평행사변형의 넓이를 각각 구한다.

풀이 (사다리꼴의 넓이) $=\frac{1}{2}\times(x^2y+4x^2y^2)\times xy^2$

$=\frac{1}{2}(x^3y^3+4x^3y^4)$

(평행사변형의 넓이) $=2xy^2\times\frac{1}{2}x^2y=x^3y^3$

$\therefore$ (사다리꼴의 넓이) ÷ (평행사변형의 넓이)

$=\frac{1}{2}(x^3y^3+4x^3y^4)\div x^3y^3$

$=\frac{1}{2}(x^3y^3+4x^3y^4)\times\frac{1}{x^3y^3}$

$=\frac{1}{2}(1+4y)=2y+\frac{1}{2}$

따라서 사다리꼴의 넓이는 평행사변형의 넓이의

$\left(2y+\frac{1}{2}\right)$배이다. 답 $\left(2y+\frac{1}{2}\right)$배

07

전략 지수법칙을 이용하여 x, y에 대한 등식을 구한 다음 $x=$(y의 식)으로 변형한다.

풀이 $\frac{9^{2x}\times3^y}{3^x}=243$에서

$\frac{(3^2)^{2x}\times3^y}{3^x}=3^5$, $\frac{3^{4x+y}}{3^x}=3^5$

$4x+y-x=5$ $\therefore x=\frac{1}{3}(5-y)$ ⋯ ❶

$\therefore 2(x-y)-4(2x+y)=2x-2y-8x-4y$

$=-6x-6y$

$=-6\times\frac{1}{3}(5-y)-6y$

$=-10+2y-6y$

$=-4y-10$ ⋯ ❷

따라서 $A=-4$, $B=-10$이므로

$AB=40$ ⋯ ❸

답 40

채점 기준	비율
❶ 주어진 등식을 $x=$(y의 식)으로 변형할 수 있다.	40%
❷ 주어진 식을 y의 식으로 나타낼 수 있다.	40%
❸ AB의 값을 구할 수 있다.	20%

08

전략 먼저 주어진 등식을 $y=$(x의 식)으로 변형한다.

풀이 $\frac{4x+5y}{3x-5y}=-\frac{1}{3}$에서

$-3(4x+5y)=3x-5y$

$-12x-15y=3x-5y$, $-10y=15x$

$\therefore y=-\frac{3}{2}x$ ⋯ ❶

$\therefore 7x-\{x-(2x-6y)-2y\}$

$=7x-(x-2x+6y-2y)$

$=7x-(-x+4y)$

$=7x+x-4y$

$=8x-4y$

$=8x-4\times\left(-\frac{3}{2}x\right)$

$=8x+6x=14x$ ⋯ ❷

답 $14x$

채점 기준	비율
❶ 주어진 등식을 $y=$(x의 식)으로 변형할 수 있다.	40%
❷ 주어진 식을 x의 식으로 나타낼 수 있다.	60%

09

전략 A, B를 간단히 한 후 주어진 식에 대입한다.

풀이 $A=(8x^3y^4-16x^3y^5-4x^2y^5)\div4x^2y^4$

$=\frac{8x^3y^4-16x^3y^5-4x^2y^5}{4x^2y^4}$

$=2x-4xy-y$

$B=2x(1-2x+3y)=2x-4x^2+6xy$

$B-(A+C)=10xy+y-y^2$에서

$B-A-C=10xy+y-y^2$

$\therefore C=B-A-(10xy+y-y^2)$

$=2x-4x^2+6xy-(2x-4xy-y)$

$-10xy-y+y^2$

$=2x-4x^2+6xy-2x+4xy+y$

$-10xy-y+y^2$

$=-4x^2+y^2$

답 ③

10

전략 △AEF의 넓이

=(사각형 ABCD의 넓이)

−(△AEF를 제외한 나머지 세 개의 삼각형의 넓이)

풀이 $S=$(사각형 ABCD의 넓이)

$-(\triangle ABE+\triangle AFD+\triangle ECF)$

$=4a\times5b-\left\{\frac{1}{2}\times4a\times2b+\frac{1}{2}\times5b\times(4a-b)\right.$

$\left.+\frac{1}{2}\times3b\times b\right\}$

$=20ab-\left(4ab+10ab-\frac{5}{2}b^2+\frac{3}{2}b^2\right)$

$=20ab-(14ab-b^2)=20ab-14ab+b^2$

$=b^2+6ab$

이므로 $6ab=S-b^2$

$\therefore a=\frac{S-b^2}{6b}=\frac{S}{6b}-\frac{b}{6}$

답 ③

11

전략 주어진 등식을 변형하여 $b-a$를 구한다.

풀이 $\frac{1}{a}-\frac{1}{b}=5$에서 $\frac{b-a}{ab}=5$

$\therefore b-a=5ab$

$\therefore \frac{a+8ab-b}{a-3ab-b}=\frac{8ab-(b-a)}{-3ab-(b-a)}$

$=\frac{8ab-5ab}{-3ab-5ab}=\frac{3ab}{-8ab}$

$=-\frac{3}{8}$

답 ②

일품 BOX

(사다리꼴의 넓이)
$=\frac{1}{2}\times\{$(윗변의 길이)
+(아랫변의 길이)$\}$
×(높이)

(평행사변형의 넓이)
=(밑변의 길이)
×(높이)

$\overline{DF}=\overline{CD}-\overline{CF}$
$=\overline{AB}-\overline{CF}$
$=4a-b$

$\overline{EC}=\overline{BC}-\overline{BE}$
$=\overline{AD}-\overline{BE}$
$=5b-2b$
$=3b$

$\frac{b}{a}=\frac{d}{c}\rightarrow bc=ad$

다른풀이 $\frac{1}{a}-\frac{1}{b}=5$에서 $\frac{b-a}{ab}=5$

$\therefore ab=\frac{b-a}{5}$

$$\therefore \frac{a+8ab-b}{a-3ab-b}=\frac{a+\frac{8}{5}(b-a)-b}{a-\frac{3}{5}(b-a)-b}$$
$$=\frac{-\frac{3}{5}(a-b)}{\frac{8}{5}(a-b)}$$
$$=-\frac{3}{5}(a-b)\times\frac{5}{8(a-b)}$$
$$=-\frac{3}{8}$$

12 전략 x, y, z를 같은 문자의 식으로 정리한다.

풀이 $x:y:z=a:b:c$이므로

$x=ak$, $y=bk$, $z=ck$ $(k\neq0)$

라 하면

$$a(y-z)+b(z-x)+c(x-y)$$
$$=a(bk-ck)+b(ck-ak)+c(ak-bk)$$
$$=abk-ack+bck-abk+ack-bck$$
$$=0$$

답 0

최상위로 가는 최고 수준 문제

본책 26쪽

01 전략 자연수 n에 대하여 $2n-1$, $2n+1$은 홀수, $2n$은 짝수이다.

풀이 $(-1)^{2n-1}=-1$, $(-1)^{2n}=1$, $(-1)^{2n+1}=-1$

이므로

(주어진 식)

$$=-(3x-y)+(5x+2y)-(-1)(x-2y)$$
$$=-3x+y+5x+2y+x-2y$$
$$=3x+y$$

답 ③

만점 비법

$(-1)^n$ (n은 자연수)을 포함한 식의 계산

① $(-1)^{n-1}$, $(-1)^n$, $(-1)^{n+1}$이 주어진 경우

→ n이 짝수일 때와 홀수일 때로 나누어 계산한다.

② $(-1)^{2n-1}$, $(-1)^{2n}$, $(-1)^{2n+1}$이 주어진 경우

→ $2n$은 짝수, $2n-1$과 $2n+1$은 홀수임을 이용한다.

즉 $(-1)^{2n}=1$, $(-1)^{2n-1}=(-1)^{2n+1}=-1$이다.

02 전략 위에서부터 3번째 줄에 있는 수는 모두 3의 배수임을 이용하여 $[3, n]$이 나타내는 수를 n의 식으로 나타낸다.

풀이 $m=3$일 때, $[m, n]=[3, n]=3n$이므로

$[3, n]$은 위에서부터 3번째, 왼쪽에서부터 n번째 수이므로 $[3, n]=3\times n=3n$

$$[1, a+1]=[3, a+1]-2$$
$$=3(a+1)-2=3a+1$$
$$[2, b+2]=[3, b+2]-1$$
$$=3(b+2)-1=3b+5$$
$$[3, a+b]=3(a+b)=3a+3b$$
$$\therefore [1, a+1]+[2, b+2]-[3, a+b]$$
$$=3a+1+3b+5-(3a+3b)$$
$$=3a+3b+6-3a-3b$$
$$=6$$

답 6

다른풀이 $[1, a+1]=[3, a]+1=3a+1$

$$[2, b+2]=[3, b+1]+2$$
$$=3(b+1)+2=3b+5$$
$$[3, a+b]=3(a+b)=3a+3b$$
$$\therefore [1, a+1]+[2, b+2]-[3, a+b]=6$$

03 전략 주어진 조건에 맞는 식을 세운 후 동류항끼리 계산한다.

풀이 $\begin{vmatrix} 2y & -(x-3y) \\ 4x & 6x-y \end{vmatrix}$

$$=2y(6x-y)-\{-(x-3y)\times4x\}$$
$$=12xy-2y^2-(-4x^2+12xy)$$
$$=12xy-2y^2+4x^2-12xy$$
$$=4x^2-2y^2$$

답 ④

04 전략 (소괄호) ◯ {중괄호}의 순서대로 괄호를 풀어서 계산한다.

풀이 주어진 식의 좌변을 간단히 하면

$$A-\{2A-B-(-A+3B+2C)\}-C$$
$$=A-(2A-B+A-3B-2C)-C$$
$$=A-(3A-4B-2C)-C$$
$$=A-3A+4B+2C-C$$
$$=-2A+4B+C \quad \cdots ❶$$

$A=-2x^2+5x+3$, $B=\frac{1}{2}x^2+7$, $C=3x^2+x-4$를 $-2A+4B+C$에 대입하면

$$-2(-2x^2+5x+3)+4\left(\frac{1}{2}x^2+7\right)$$
$$+(3x^2+x-4)$$
$$=4x^2-10x-6+2x^2+28+3x^2+x-4$$
$$=9x^2-9x+18 \quad \cdots ❷$$

따라서 $a=9$, $b=-9$, $c=18$이므로

$$a-b-c=0 \quad \cdots ❸$$

답 0

채점 기준	비율
❶ 주어진 식의 좌변을 간단히 할 수 있다.	40 %
❷ A, B, C를 대입하여 계산할 수 있다.	40 %
❸ $a-b-c$의 값을 구할 수 있다.	20 %

05 전략 $a:b=c:d$이면 $ad=bc$임을 이용한다.

풀이 $x:y=3:1$에서 $x=3y$

$y:z=2:3$에서 $2z=3y$

$\therefore z=\frac{3}{2}y$ ··· ❶

$\therefore$ (주어진 식)

$=\left(\frac{8}{3}x^2yz-\frac{5}{3}xy^2z+\frac{2}{3}xyz^2\right)\times\frac{3}{xyz^2}$

$=\frac{8x}{z}-\frac{5y}{z}+2$ ··· ❷

$=\frac{8\times3y}{\frac{3}{2}y}-\frac{5y}{\frac{3}{2}y}+2$

$=24y\times\frac{2}{3y}-5y\times\frac{2}{3y}+2$

$=16-\frac{10}{3}+2=\frac{44}{3}$ ··· ❸

답 $\frac{44}{3}$

채점 기준	비율
❶ x, z를 y의 식으로 나타낼 수 있다.	30 %
❷ 주어진 식을 계산할 수 있다.	30 %
❸ 주어진 식의 값을 구할 수 있다.	40 %

06 전략 등식을 변형하여 주어진 식을 미지수가 두 개인 식으로 정리한다.

풀이 $xyz=1$에서 $z=\frac{1}{xy}$, $\frac{1}{z}=xy$이므로

(주어진 식)

$=\frac{2}{x+\frac{1}{y}+1}+\frac{2}{y+xy+1}+\frac{2}{\frac{1}{xy}+\frac{1}{x}+1}$

$=\frac{2y}{xy+1+y}+\frac{2}{y+xy+1}+\frac{2xy}{1+y+xy}$

$=\frac{2(xy+y+1)}{xy+y+1}$

$=2$

답 ⑤

분모, 분자에 각각 y를 곱한다.

분모, 분자에 각각 xy를 곱한다.

십의 자리의 숫자가 9, 일의 자리의 숫자가 x인 두 자리 자연수
→ $10\times9+x=90+x$

학교 시험 실전 TEST Level 1

본책 28~31쪽

01 전략 숫자의 배열이 되풀이되는 부분을 구한다.

풀이 ① 2 ② 04 ④ 23 ⑤ 87

답 ③

02 전략 분수를 기약분수로 나타내었을 때, 유한소수로 나타내어지려면 분모의 소인수가 2 또는 5뿐이어야 한다.

풀이 구하는 분수를 $\frac{a}{30}$ (a는 자연수)라 하면

$30=2\times3\times5$이므로 a는 3의 배수이어야 한다.

이때 $\frac{1}{6}=\frac{5}{30}$, $\frac{4}{5}=\frac{24}{30}$이고 5와 24 사이에 있는 3의 배수는

6, 9, 12, 15, 18, 21

의 6개이므로 구하는 분수는 $\frac{6}{30}$, $\frac{9}{30}$, $\frac{12}{30}$, $\frac{15}{30}$, $\frac{18}{30}$, $\frac{21}{30}$의 6개이다.

답 ①

03 전략 유한소수와 순환소수는 유리수임을 이해한다.

풀이 ③ 순환소수가 아닌 무한소수는 분수로 나타낼 수 없다.

④ $\frac{21}{30}=\frac{3\times7}{2\times3\times5}=\frac{7}{2\times5}$이므로 $\frac{21}{30}$은 분모가 2, 3, 5를 소인수로 갖지만 유한소수로 나타낼 수 있다.

답 ③, ④

04 전략 $0.a\dot{b}=\frac{(10a+b)-a}{90}$임을 이용한다.

풀이 $0.9\dot{x}=\frac{4x+2}{15}$에서

$\frac{(90+x)-9}{90}=\frac{4x+2}{15}$

$\frac{81+x}{90}=\frac{4x+2}{15}$, $81+x=6(4x+2)$

$-23x=-69$ $\therefore x=3$

답 ③

05 전략 지수법칙을 이용한다.

풀이 (ㄱ) $x^2\times x^4=x^{2+4}=x^6$

(ㄴ) $x^{12}\div x^2=x^{12-2}=x^{10}$

(ㄷ) $(x^2)^2\times x^2=x^{2\times2+2}=x^6$

(ㄹ) $a^3\times b^6=a^3\times(b^2)^3=(ab^2)^3$

(ㅁ) $(2x^2y)^3=2^3x^{2\times3}y^3=8x^6y^3$

(ㅂ) $-\left(\frac{3}{a}\right)^2=-\frac{9}{a^2}$

이상에서 옳은 것은 (ㄷ), (ㄹ), (ㅂ)이다.

답 ④

06 전략 120과 15를 소인수분해한 후 지수법칙을 이용한다.

풀이 $120^2\times15^3=(2^3\times3\times5)^2\times(3\times5)^3$

$=2^6\times3^2\times5^2\times3^3\times5^3$

$=2^6\times3^5\times5^5$

따라서 $x=6$, $y=5$, $z=5$이므로

$x+y-z=6$ 답 ③

07 전략 $\underbrace{x^a+x^a+x^a+\cdots+x^a}_{n개}=n\times x^a$임을 이용한다.

풀이 $\dfrac{9^2+9^2}{8^2+8^2+8^2+8^2}\times\dfrac{2^4+2^4}{3^4+3^4+3^4+3^4}$

$=\dfrac{2\times9^2}{4\times8^2}\times\dfrac{2\times2^4}{4\times3^4}$

$=\dfrac{2\times(3^2)^2}{2^2\times(2^3)^2}\times\dfrac{2^5}{2^2\times3^4}$

$=\dfrac{2\times3^4}{2^2\times2^6}\times\dfrac{2^5}{2^2\times3^4}$

$=\dfrac{1}{2^4}=\dfrac{1}{16}$ 답 ②

08 전략 주어진 식을 $a\times10^n$ (a, n은 자연수) 꼴로 변형한다.

풀이 $\dfrac{2^{2x+1}\times3^4\times5^{5x+1}}{5^{3x}}=2^{2x+1}\times3^4\times5^{2x+1}$

$=3^4\times(2\times5)^{2x+1}$

$=81\times10^{2x+1}$

이때 $81\times10^{2x+1}$이 27자리 자연수이므로

$2+(2x+1)=27$, $\quad 2x=24$

$\therefore x=12$ 답 ③

09 전략 주어진 식을 간단히 한 후 x, y의 값을 각각 대입한다.

풀이 $(-2x^3y)^2\div4x^9y^2\times2x^5y$

$=4x^6y^2\times\dfrac{1}{4x^9y^2}\times2x^5y$

$=2x^2y$

$=2\times(-3)^2\times5=90$ 답 ⑤

10 전략 지수법칙을 이용하여 괄호를 푼 후 나눗셈을 나누는 식의 역수의 곱셈으로 바꾸어 계산한다.

풀이 $6x^6y^5\div\left\{3x^Ay^2\div\dfrac{1}{(-2xy)^B}\right\}$

$=6x^6y^5\div\left\{3x^Ay^2\div\dfrac{1}{(-2)^Bx^By^B}\right\}$

$=6x^6y^5\div\{3x^Ay^2\times(-2)^Bx^By^B\}$

$=6x^6y^5\div\{3\times(-2)^Bx^{A+B}y^{2+B}\}$

$=6x^6y^5\times\dfrac{1}{3\times(-2)^Bx^{A+B}y^{2+B}}$

$=2\times\dfrac{1}{(-2)^B}\times\dfrac{x^6y^5}{x^{A+B}y^{2+B}}$

즉 $2\times\dfrac{1}{(-2)^B}\times\dfrac{x^6y^5}{x^{A+B}y^{2+B}}=Cxy^2$에서

$6-A-B=1$, $5-2-B=2$

$\therefore A=4$, $B=1$

또 $2\times\dfrac{1}{(-2)^B}=C$이므로

$C=2\times\dfrac{1}{-2}=-1$

$\therefore A+B+C=4$ 답 ②

11 전략 (사각뿔의 부피)$=\dfrac{1}{3}\times$(밑넓이)$\times$(높이)

풀이 $\dfrac{1}{3}\times4a^3\times7b^2\times$(높이)$=84(a^3b^4)^2$이므로

$\dfrac{28}{3}a^3b^2\times$(높이)$=84a^6b^8$

$\therefore$ (높이)$=84a^6b^8\div\dfrac{28}{3}a^3b^2$

$=84a^6b^8\times\dfrac{3}{28a^3b^2}=9a^3b^6$ 답 ⑤

12 전략 (소괄호) ➡ {중괄호} ➡ [대괄호]의 순서대로 괄호를 풀어서 계산한다.

풀이 $5x-[3x-y-\{ax+7y-(6x+by)\}]$

$=5x-\{3x-y-(ax+7y-6x-by)\}$

$=5x-\{3x-y-(a-6)x-(7-b)y\}$

$=5x-\{(9-a)x+(-8+b)y\}$

$=5x-(9-a)x-(-8+b)y$

$=(-4+a)x+(8-b)y$

따라서 $-4+a=-2$, $8-b=5$이므로

$a=2$, $b=3$

$\therefore ab=6$ 답 ⑤

13 전략 주어진 조건을 만족시키는 등식을 세운다.

풀이 $(-x^2+5)+A+(3x^2+4x-7)=4x^2-x+3$이므로

$A+2x^2+4x-2=4x^2-x+3$

$\therefore A=(4x^2-x+3)-(2x^2+4x-2)$

$=4x^2-x+3-2x^2-4x+2$

$=2x^2-5x+5$ 답 ④

14 전략 등식을 $x=$(y의 식)으로 변형한 후 주어진 식에 대입한다.

풀이 $2x-ay+3=0$에서

$2x=ay-3 \qquad \therefore x=\dfrac{ay-3}{2}$

$\therefore 3(2x+y)-4x+1=6x+3y-4x+1$

$=2x+3y+1$

$=2\left(\dfrac{ay-3}{2}\right)+3y+1$

$=ay-3+3y+1$

$=(a+3)y-2$

$x=\dfrac{ay-3}{2}$ 대신 $2x=ay-3$을 바로 대입해도 된다. 즉
$2x+3y+1$
$=(ay-3)+3y+1$

따라서 $a+3=5$이므로

$a=2$

답 ④

15 전략 $0.a\dot{b}=\frac{(10a+b)-a}{90}$임을 이용한다.

풀이 $0.9\dot{4}=\frac{94-9}{90}=\frac{85}{90}=\frac{17}{18}$ ··· ❶

이므로 $0.9\dot{4}\times a$가 자연수가 되려면 a는 18의 배수이어야 한다. ··· ❷

따라서 a의 값이 될 수 있는 가장 작은 세 자리 자연수는

$18\times 6=108$ ··· ❸

답 108

채점 기준	배점
❶ $0.9\dot{4}$를 기약분수로 나타낼 수 있다.	2점
❷ $0.9\dot{4}\times a$가 자연수가 되기 위한 a의 조건을 알 수 있다.	2점
❸ 가장 작은 세 자리 자연수 a를 구할 수 있다.	2점

16 전략 지수법칙을 이용하여 좌변을 간단히 정리한다.

풀이 $16^{x-1}\div(8^x\times 4^2)=2^{10}$에서

$(2^4)^{x-1}\div\{(2^3)^x\times(2^2)^2\}=2^{10}$

$2^{4x-4}\div 2^{3x+4}=2^{10}$, $\quad 2^{4x-4-(3x+4)}=2^{10}$

$\therefore 2^{x-8}=2^{10}$

따라서 $x-8=10$이므로

$x=18$

답 18

밑을 2로 같게 한 후 $2^m=2^n$이면 $m=n$임을 이용한다.

17 전략 지수법칙을 이용하여 각 등식의 좌변을 간단히 정리한다.

풀이 조건 (가)에서

$2^5+2^5+2^5+2^5=4\times 2^5=2^2\times 2^5$

$=2^7=2^x$

$\therefore x=7$ ··· ❶

조건 (나)에서

$5^3\times 5^3\times 5^3\times 5^3\times 5^3\times 5^3=(5^3)^6=5^{18}$

$=(5^2)^9=25^9=25^y$

$\therefore y=9$ ··· ❷

조건 (다)에서

$\{(13^2)^3\}^2=(13^6)^2=13^{12}=13^z$

$\therefore z=12$ ··· ❸

$\therefore x+y+z=28$ ··· ❹

답 28

채점 기준	배점
❶ x의 값을 구할 수 있다.	1점
❷ y의 값을 구할 수 있다.	1점
❸ z의 값을 구할 수 있다.	1점
❹ $x+y+z$의 값을 구할 수 있다.	2점

18 전략 지수법칙을 이용한다.

풀이 $3\times 8^5\times 25^7=3\times(2^3)^5\times(5^2)^7$

$=3\times 2^{15}\times 5^{14}$

$=3\times 2\times(2\times 5)^{14}$

$=6\times 10^{14}$

즉 6×10^{14}일 때, a의 값이 가장 작으므로

$a=6$, $n=14$

$\therefore n-a=8$

답 8

19 전략 (다항식)÷(단항식)은 분수의 꼴로 바꾼 후 분자의 각 항을 분모로 나누어 계산한다.

풀이 (주어진 식)$=3x(-4x+7)-\frac{-8x^4+6x^3}{2x^2}$

$=-12x^2+21x-(-4x^2+3x)$

$=-12x^2+21x+4x^2-3x$

$=-8x^2+18x$

따라서 $a=-8$, $b=18$이므로

$b-a=26$

답 26

20 전략 먼저 주어진 식을 간단히 한다.

풀이 (1) (주어진 식)$=\left(\frac{4}{3}x^2y-\frac{2}{3}xy^2+\frac{1}{3}y\right)\times\frac{3}{xy}$

$=4x-2y+\frac{1}{x}$ ··· ❶

(2) $4x-2y+\frac{1}{x}=4\times 1-2\times(-4)+\frac{1}{1}$

$=13$ ··· ❷

답 (1) $4x-2y+\frac{1}{x}$ (2) 13

채점 기준	배점
❶ 주어진 식을 간단히 할 수 있다.	3점
❷ 식의 값을 구할 수 있다.	3점

학교 시험 실전 TEST Level 2

본책 32~35쪽

01 전략 주어진 분수를 순환소수로 나타낸 후 규칙성을 찾는다.

풀이 $\frac{3}{14}=0.2\dot{1}4285\dot{7}$이고, $301=1+6\times 50$이므로

$\frac{a_1-a_2+a_3-a_4+\cdots+a_{299}-a_{300}+a_{301}}{3}$

$=\frac{2+(-1+4-2+8-5+7)\times 50}{3}$

$=\frac{2+11\times 50}{3}=\frac{552}{3}=184$

답 ②

02 전략 280을 소인수분해하여 각 조건에 맞는 a의 값을 찾는다.

풀이 $280=2^3\times5\times7$이므로 $\dfrac{a}{280}$가 유한소수로 나타내어지려면 a는 7의 배수이어야 하므로 280보다 작은 7의 배수 중 가장 큰 자연수가 x이다.

$\therefore x=7\times39=273$

또 $\dfrac{a}{280}$가 소수점 아래 첫째 자리부터 순환마디가 시작되는 순환소수가 되려면 a는 $2^3\times5$, 즉 40의 배수이어야 하므로 280보다 작은 40의 배수 중 가장 작은 자연수가 y이다.

$\therefore y=40$

$\therefore x+y=313$

답 ③

기약분수로 나타내었을 때, 분모의 소인수가 2 또는 5뿐이어야 한다.

기약분수의 분모의 소인수에 2와 5가 없어야 한다.

03 전략 x를 분수로 나타낸 다음 $1-x$를 계산한다.

풀이 $x=0.5\dot{8}\dot{3}=\dfrac{583-5}{990}$

$=\dfrac{578}{990}=\dfrac{289}{495}$

$1-x=1-\dfrac{289}{495}=\dfrac{206}{495}$

$=0.4161616\cdots=0.4\dot{1}\dot{6}$

이므로 순환마디를 이루는 숫자는 2개이다.

이때 $101=1+2\times50$이므로 소수점 아래 101번째 자리의 숫자는 6이다.

답 ⑤

04 전략 먼저 주어진 식을 소수로 나타낸다.

풀이 $1+\dfrac{1}{5}+\dfrac{1}{2\times5^2}+\dfrac{1}{2^2\times5^3}+\dfrac{1}{2^3\times5^4}+\cdots$

$=1+\dfrac{2}{2\times5}+\dfrac{2}{2^2\times5^2}+\dfrac{2}{2^3\times5^3}+\dfrac{2}{2^4\times5^4}+\cdots$

$=1+\dfrac{2}{10}+\dfrac{2}{10^2}+\dfrac{2}{10^3}+\dfrac{2}{10^4}+\cdots$

$=1+0.2+0.02+0.002+0.0002+\cdots$

$=1.\dot{2}$

$=\dfrac{11}{9}$

따라서 $a=9$, $b=11$이므로

$a+b=20$

답 ④

05 전략 밑이 같아지도록 식을 변형하여 간단히 정리한다.

풀이 $\dfrac{2^9\times12^3\times15^4}{6^6\times10^x}=\dfrac{2^9\times(2^2\times3)^3\times(3\times5)^4}{(2\times3)^6\times(2\times5)^x}$

$=\dfrac{2^9\times2^6\times3^3\times3^4\times5^4}{2^6\times3^6\times2^x\times5^x}$

$=\dfrac{2^{15}\times3^7\times5^4}{2^{6+x}\times3^6\times5^x}$

$=\dfrac{2^9\times3\times5^4}{2^x\times5^x}$

이 수는 $x=4$일 때 가장 작은 자연수가 되므로

$k=4$

$\therefore n=\dfrac{2^9\times3\times5^4}{2^4\times5^4}=2^5\times3=96$

$\therefore n-k=92$

답 ③

06 전략 자연수 A를 10으로 나누었을 때의 나머지는 A의 일의 자리의 숫자와 같음을 이용한다.

풀이 $(7^3)^{15}\times49^8\div7^{24}=(7^3)^{15}\times(7^2)^8\div7^{24}$

$=7^{45}\times7^{16}\div7^{24}$

$=7^{45+16-24}=7^{37}$

7^{37}을 10으로 나누었을 때의 나머지는 7^{37}의 일의 자리의 숫자와 같다.

그런데 7의 거듭제곱의 일의 자리의 숫자는 7, 9, 3, 1이 이 순서대로 반복된다.

이때 $37=4\times9+1$이므로 7^{37}의 일의 자리의 숫자는 7이다.

따라서 구하는 나머지는 7이다.

답 ④

07 전략 지수를 같게 하여 밑의 대소를 비교한다.

풀이 $A=2^{70}=(2^7)^{10}=128^{10}$

$B=5^{30}=(5^3)^{10}=125^{10}$

$C=13^{20}=(13^2)^{10}=169^{10}$

$125<128<169$이므로 $125^{10}<128^{10}<169^{10}$

$\therefore B<A<C$

답 ③

08 전략 지수법칙을 이용하여 좌변을 간단히 정리한다.

풀이 $\left(-\dfrac{x^2}{y}\right)^a\times\left(\dfrac{y^3}{3x^b}\right)^2\div\left(-\dfrac{x^2}{2y}\right)^4$

$=(-1)^a\times\dfrac{x^{2a}}{y^a}\times\dfrac{y^6}{9x^{2b}}\div\dfrac{x^8}{16y^4}$

$=(-1)^a\times\dfrac{x^{2a}}{y^a}\times\dfrac{y^6}{9x^{2b}}\times\dfrac{16y^4}{x^8}$

$=(-1)^a\times\dfrac{16x^{2a}y^{10}}{9x^{2b+8}y^a}$

$\therefore (-1)^a\times\dfrac{16x^{2a}y^{10}}{9x^{2b+8}y^a}=-\dfrac{16y^{c+2}}{9x^8}$ ...... ㉠

이때 $(-1)^a=-1$에서 a는 홀수이고 $3<a<7$이므로

$a=5$

$a=5$를 ㉠에 대입하면

$-\dfrac{16x^{10}y^5}{9x^{2b+8}}=-\dfrac{16y^{c+2}}{9x^8}$

따라서 $2b+8-10=8$, $c+2=5$이므로

$b=5$, $c=3$

$\therefore a+b+c=13$

답 ④

$(-1)^5\times\dfrac{16x^{10}y^{10}}{9x^{2b+8}y^5}$

$=-\dfrac{16x^{10}y^5}{9x^{2b+8}}$

일품 BOX

09 전략 약속에 따라 주어진 식을 계산한다.

풀이 $f(3x,\ A)=(3x)^2\times A=9x^2A$이므로

$9x^2A=18x^3y$

$\therefore A=\dfrac{18x^3y}{9x^2}=2xy$

$g(B,\ 5y)=B\times(5y)^2=25y^2B$이므로

$25y^2B=100x^2y^4$

$\therefore B=\dfrac{100x^2y^4}{25y^2}=4x^2y^2$

$\therefore B\div A^2=4x^2y^2\div(2xy)^2$

$=\dfrac{4x^2y^2}{4x^2y^2}=1$

답 ①

$(2xy)^2=4x^2y^2$

10 전략 $P\times\square\div Q=R$이면 $\square=R\times Q\div P$임을 이용한다.

풀이 주어진 식의 좌변을 정리하면

$\dfrac{8}{27}\times\square\div\left(-\dfrac{1}{27}x^3y^3\times4x^2y^4\right)$

$=\dfrac{8}{27}\times\square\div\left(-\dfrac{4}{27}x^5y^7\right)$

즉 $\dfrac{8}{27}\times\square\div\left(-\dfrac{4}{27}x^5y^7\right)=-\dfrac{6}{x^2y^3}$이므로

$\square=-\dfrac{6}{x^2y^3}\times\left(-\dfrac{4}{27}x^5y^7\right)\div\dfrac{8}{27}$

$=-\dfrac{6}{x^2y^3}\times\left(-\dfrac{4}{27}x^5y^7\right)\times\dfrac{27}{8}$

$=3x^3y^4$

답 ⑤

11 전략 $P+Q=R$이면 $P=R-Q$임을 이용한다.

풀이

(가)	a^2-4a	B
$-2a^2+5$	A	$2a^2-a+3$
$-a^2+3a+2$		

$(-2a^2+5)+A=2a^2-a+3$이므로

$A=(2a^2-a+3)-(-2a^2+5)$

$=2a^2-a+3+2a^2-5$

$=4a^2-a-2$

이때 $\boxed{(가)}-(-2a^2+5)=-a^2+3a+2$이므로

$\boxed{(가)}=(-a^2+3a+2)+(-2a^2+5)$

$=-a^2+3a+2-2a^2+5$

$=-3a^2+3a+7$

$\therefore B=(-3a^2+3a+7)+(a^2-4a)$

$=-3a^2+3a+7+a^2-4a$

$=-2a^2-a+7$

$\therefore A+B=(4a^2-a-2)+(-2a^2-a+7)$

$=4a^2-a-2-2a^2-a+7$

$=2a^2-2a+5$

답 ④

$999=3^3\times37$

12 전략 기호 ∘, ∗의 약속을 이용하여 주어진 식을 계산한다.

풀이 $(A\circ B)-(C*B)$

$=(16x^2y^4-8x^6y^2)\div(2xy)^2$

$-\left(5xy^2-\dfrac{x^3}{3y}\right)\times3\times2xy$

$=\dfrac{16x^2y^4-8x^6y^2}{4x^2y^2}-\left(5xy^2-\dfrac{x^3}{3y}\right)\times6xy$

$=4y^2-2x^4-(30x^2y^3-2x^4)$

$=4y^2-2x^4-30x^2y^3+2x^4$

$=4y^2-30x^2y^3$

답 ④

13 전략 (사각뿔대의 부피)

=(큰 사각뿔의 부피)−(작은 사각뿔의 부피)

풀이 (사각뿔대의 부피)

=(큰 사각뿔의 부피)−(작은 사각뿔의 부피)

$=\left\{\dfrac{1}{3}\times\left(\dfrac{1}{2}x+4y\right)\times6\times8y\right\}$

$-\left\{\dfrac{1}{3}\times(x-y)\times3\times x\right\}$

$=(8xy+64y^2)-(x^2-xy)$

$=8xy+64y^2-x^2+xy$

$=-x^2+9xy+64y^2$

답 ②

14 전략 밑면의 반지름의 길이가 같은 두 원기둥의 부피의 비는 높이의 비와 같다.

풀이 두 원기둥의 밑면의 반지름의 길이가 같고 부피의 비가 3 : 7이므로 높이의 비는 3 : 7이다.

즉 $a:b=3:7$이므로

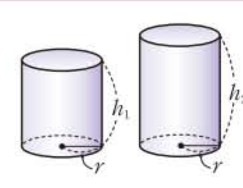
$7a=3b\qquad\therefore b=\dfrac{7}{3}a$

$\therefore\ \dfrac{-4a+3b}{\dfrac{2}{3}a+b}=\dfrac{-4a+3\times\dfrac{7}{3}a}{\dfrac{2}{3}a+\dfrac{7}{3}a}=\dfrac{3a}{3a}=1$

답 ①

만점 비법

오른쪽 그림과 같은 두 원기둥의 부피는 각각 πr^2h_1, πr^2h_2이다.
따라서 부피의 비는
$\pi r^2h_1:\pi r^2h_2$, 즉 $h_1:h_2$이므로 높이의 비와 같다.



15 전략 주어진 조건을 모두 만족시키는 순환소수는 $0.\dot{a}b\dot{c}$ 꼴이다.

풀이 조건 (가), (나)에 의하여 A는 $0.\dot{a}b\dot{c}$ 꼴이므로 A를 기약분수로 나타낼 때, 분모가 될 수 있는 수는 999의 약수이다. 즉

$3,\ 9,\ 27,\ 37,\ 111,\ 333,\ 999$

이때 분모가 3, 9인 기약분수는 순환마디를 이루는 숫자의 개수가 1이므로 조건 (나)를 만족시키지 않는다.

따라서 구하는 수는

$27,\ 37,\ 111,\ 333,\ 999$

의 5개이다. 답 5

일품 BOX

분모가 1이면 A는 정수이므로 주어진 조건을 만족시키지 않는다.

16

전략 기약분수를 소수로 나타내었을 때 유한소수가 되려면 분모의 소인수가 2 또는 5뿐이어야 한다.

풀이 $360=2^3\times3^2\times5$이므로 $\frac{a}{360}$가 유한소수로 나타내어지려면 a는 3^2, 즉 9의 배수이어야 한다. ··· ❶

$0.\dot{3}<\frac{a}{90}<0.\dot{8}$에서

$\frac{3}{9}<\frac{a}{90}<\frac{8}{9}$, $\frac{30}{90}<\frac{a}{90}<\frac{80}{90}$

$\therefore 30<a<80$ ··· ❷

따라서 a는 $30<a<80$인 9의 배수이므로 36, 45, 54, 63, 72의 5개이다. ··· ❸

답 5

채점 기준	배점
❶ $\frac{a}{360}$가 유한소수로 나타내어지기 위한 a의 조건을 알 수 있다.	2점
❷ a의 값의 범위를 구할 수 있다.	2점
❸ 자연수 a의 개수를 구할 수 있다.	1점

17

전략 지수법칙을 이용하여 좌변을 간단히 정리한다.

풀이 $121^{2x-7}\times33^{-4+x}\times6^5$

$=11^{4x-14}\times3^{-4+x}\times11^{-4+x}\times2^5\times3^5$

$=32\times3^{x+1}\times11^{5x-18}$

즉 $32\times3^{x+1}\times11^{5x-18}=32\times3^{x+1}\times11^{3x-6}$이므로

$5x-18=3x-6$

$2x=12 \qquad \therefore x=6$ 답 6

$121^{2x-7}=(11^2)^{2x-7}$
$=11^{4x-14}$
$33^{-4+x}=(3\times11)^{-4+x}$
$=3^{-4+x}\times11^{-4+x}$
$6^5=(2\times3)^5$
$=2^5\times3^5$

18

전략 25와 125를 각각 5의 거듭제곱으로 나타낸다.

풀이 $\frac{25^4+125^3}{25\times125+125^2}=\frac{(5^2)^4+(5^3)^3}{5^2\times5^3+(5^3)^2}$

$=\frac{5^8+5^9}{5^5+5^6}=\frac{5^8(1+5)}{5^5(1+5)}$

$=5^3$ ··· ❶

따라서 $a=5$, $b=3$이므로

$a+b=8$ ··· ❷

답 8

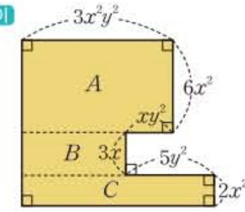
$\frac{5^8+5^9}{5^5+5^6}=\frac{5^3(5^5+5^6)}{5^5+5^6}$
$=5^3$
으로 풀 수도 있다.

채점 기준	배점
❶ 주어진 식의 좌변을 밑이 5인 거듭제곱의 꼴로 나타낼 수 있다.	3점
❷ $a+b$의 값을 구할 수 있다.	1점

19

전략 주어진 도면을 세 개의 직사각형으로 나누어 푼다.

풀이



위의 그림과 같이 주어진 도면을 세 부분으로 나누고 각각의 넓이를 A, B, C라 하면

$A=3x^2y^2\times6x^2=18x^4y^2$

$B=(3x^2y^2-xy^2)\times3x$

$=9x^3y^2-3x^2y^2$

$C=(3x^2y^2-xy^2+5y^2)\times2x^2$

$=6x^4y^2-2x^3y^2+10x^2y^2$ ··· ❶

따라서 거실의 넓이는

$A+B+C$

$=18x^4y^2+(9x^3y^2-3x^2y^2)$

$+(6x^4y^2-2x^3y^2+10x^2y^2)$

$=24x^4y^2+7x^3y^2+7x^2y^2$ ··· ❷

답 $24x^4y^2+7x^3y^2+7x^2y^2$

채점 기준	배점
❶ 주어진 도면을 세 부분으로 나누고, 각각의 넓이를 구할 수 있다.	4점
❷ 거실의 넓이를 구할 수 있다.	2점

20

전략 주어진 등식을 변형하여 식에 대입한다.

풀이 $\frac{y+1}{xy-x}=1$이므로

$y+1=xy-x$

$\therefore xy=x+y+1$

$\therefore \frac{2x+2y+1}{xy+x+y}=\frac{2x+2y+1}{(x+y+1)+x+y}$

$=\frac{2x+2y+1}{2x+2y+1}=1$ 답 1

다른풀이 $\frac{y+1}{xy-x}=1$에서 $y+1=xy-x$

$x(y-1)=y+1 \qquad \therefore x=\frac{y+1}{y-1}$

$x=\frac{y+1}{y-1}$을 $\frac{2x+2y+1}{xy+x+y}$에 대입하면

$\frac{2\times\frac{y+1}{y-1}+2y+1}{\frac{y+1}{y-1}\times y+\frac{y+1}{y-1}+y}$

분모, 분자에 각각 $y-1$을 곱하면

$\frac{2(y+1)+2y(y-1)+y-1}{y(y+1)+(y+1)+y(y-1)}$

$=\frac{2y^2+y+1}{2y^2+y+1}=1$

교과서 속 **창의유형** 본책 36~37쪽

유제 1 문제 해결 길잡이 ▶▶▶

❶ 주어진 악보의 음을 이용하여 두 수 a, b를 구한다.
❷ a, b를 각각 분수로 고친 후 $a+b$의 값을 구한다.
❸ $a+b$를 순환소수로 나타내어 악보의 음을 구한다.

풀이 ❶ a를 입력한 악보의 음이 '레라'이므로

$a=0.\dot{1}\dot{5}$

b를 입력한 악보의 음이 '미도파시'이므로

$b=0.\dot{2}73\dot{6}$

❷ $\therefore a+b=\frac{15}{99}+\frac{2736}{9999}$

$=\frac{4251}{9999}$

$\frac{15}{99}=\frac{15\times101}{99\times101}=\frac{1515}{9999}$

❸ 따라서 $\frac{4251}{9999}=0.\dot{4}25\dot{1}$이므로 구하는 악보는

답 풀이 참조

유제 2 문제 해결 길잡이 ▶▶▶

❶ 표에서 찾을 수 있는 모든 분수의 분모에 올 수 있는 수를 구한다.
❷ ❶의 수 중 2와 5 이외의 소인수를 갖는 수를 찾는다.
❸ ❷에서 찾은 수를 분모로 갖는 분수 중 유한소수로 나타낼 수 있는 수를 구한다.
❹ 유한소수로 나타낼 수 없는 분수의 개수를 구한다.

풀이 ❶ 주어진 표에서 분모에 올 수 있는 수는 두 번째 줄부터 마지막 줄까지의 수이다.

❷ 이 중에서 2와 5 이외의 소인수를 갖는 수는

35, 11, 9, 6, 12, 24, 28, 30, 15, 13,

33, 18, 17, 21, 3, 19, 36

의 17개이다.

❸ 그런데 $\frac{6}{30}=\frac{1}{5}$, $\frac{12}{15}=\frac{4}{5}$, $\frac{18}{36}=\frac{1}{2}$이므로 유한소수로 나타낼 수 있다.

기약분수로 나타내면 분모의 소인수가 2 또는 5뿐이므로 유한소수로 나타낼 수 있다.

❹ 따라서 유한소수로 나타낼 수 없는 분수의 개수는

$17-3=14$

답 14

유제 3 문제 해결 길잡이 ▶▶▶

❶ [1단계], [2단계], [3단계], …에서 남아 있는 정삼각형의 넓이의 합을 각각 구한 후 규칙을 찾는다.
❷ [5단계]에서 남아 있는 정삼각형의 넓이의 합을 구한다.
❸ [10단계]에서 남아 있는 정삼각형의 넓이의 합을 구한다.
❹ ❷, ❸에서 구한 값을 이용하여 [10단계]에서 남아 있는 정삼각형의 넓이의 합이 [5단계]에서 남아 있는 정삼각형의 넓이의 합의 몇 배인지 구한다.

풀이 ❶ 처음 정삼각형의 넓이가 a이므로 [1단계]에서 남아 있는 정삼각형의 넓이의 합은

$\frac{3}{4}\times a=\frac{3}{4}a$

[2단계]에서 남아 있는 정삼각형의 넓이의 합은

$\frac{3}{4}\times\frac{3}{4}a=\left(\frac{3}{4}\right)^2a$

[3단계]에서 남아 있는 정삼각형의 넓이의 합은

$\frac{3}{4}\times\left(\frac{3}{4}\right)^2a=\left(\frac{3}{4}\right)^3a$

⋮

따라서 한 단계가 증가할 때마다 남아 있는 정삼각형의 넓이의 합은 전 단계의 $\frac{3}{4}$배가 되므로 [n단계]에서 남아 있는 정삼각형의 넓이의 합은 $\left(\frac{3}{4}\right)^na$이다.

(1) ❷ [5단계]에서 남아 있는 정삼각형의 넓이의 합은

$\left(\frac{3}{4}\right)^5a$

(2) ❸ [10단계]에서 남아 있는 정삼각형의 넓이의 합은

$\left(\frac{3}{4}\right)^{10}a$

(3) ❹ [10단계]에서 남아 있는 정삼각형의 넓이의 합은 [5단계]에서 남아 있는 정삼각형의 넓이의 합의

$\left(\frac{3}{4}\right)^{10}a\div\left(\frac{3}{4}\right)^5a=\left(\frac{3}{4}\right)^5$(배)이다.

답 (1) $\left(\frac{3}{4}\right)^5a$ (2) $\left(\frac{3}{4}\right)^{10}a$ (3) $\left(\frac{3}{4}\right)^5$배

Ⅱ 부등식

1 일차부등식

개념 & 핵심 기출

본책 40~41쪽

01 (ㄱ) 다항식 (ㄴ) 방정식 (ㄹ) 등식
이상에서 부등식은 (ㄷ), (ㅁ)의 2개이다. 답 ②

02 ① $0.4\times(-2)+1.5<0$ (거짓)
② $\frac{1}{2}\times(-1)+10\geq7$ (참)
③ $-3-6\times0\geq0$ (거짓)
④ $-1+8<12$ (참)
⑤ $5\times2+9>2$ (참) 답 ①, ③

> 어떤 수를 부등식의 x에 대입하였을 때, 부등식이 성립하면 어떤 수는 그 부등식의 해이다.

03 $x=-1, 0, 1, 2, 3$을 주어진 부등식에 각각 대입하면
(i) $x=-1$일 때, $2\times(-1)+4>10-(-1)$ (거짓)
(ii) $x=0$일 때, $2\times0+4>10-0$ (거짓)
(iii) $x=1$일 때, $2\times1+4>10-1$ (거짓)
(iv) $x=2$일 때, $2\times2+4>10-2$ (거짓)
(v) $x=3$일 때, $2\times3+4>10-3$ (참)
이상에서 주어진 부등식의 해는 3의 1개이다. 답 1

04 (ㄴ) $a<b$에서 $\frac{a}{3}<\frac{b}{3}$
(ㄹ) $a<b$에서 $-\frac{a}{2}>-\frac{b}{2}$ $\therefore 5-\frac{a}{2}>5-\frac{b}{2}$
이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄷ), (ㅁ)이다. 답 (ㄱ), (ㄷ), (ㅁ)

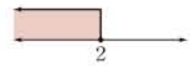
> 부등식의 양변에 같은 음수를 곱하거나 양변을 같은 음수로 나누는 경우에만 부등호의 방향이 바뀐다.

05 ① $a+\frac{2}{7}>b+\frac{2}{7}$에서 $a>b$
② $a<6$에서 $-\frac{a}{3}>6\times\left(-\frac{1}{3}\right)=-2$
③ $-\frac{a}{5}+2\leq-\frac{b}{5}+2$에서 $-\frac{a}{5}\leq-\frac{b}{5}$
$\therefore a\geq b$
⑤ $-2\leq x\leq3$에서 $-8\leq4x\leq12$
$\therefore -11\leq4x-3\leq9$ 답 ④

06 $0.5(x-3)\leq0.2x-0.9$에서
$5(x-3)\leq2x-9$, $3x\leq6$
$\therefore x\leq2$

> 양변에 10을 곱한다.

이를 수직선 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



답 풀이 참조

07 $\frac{x}{3}+\frac{2x-1}{4}<0.5x+1$에서
$\frac{x}{3}+\frac{2x-1}{4}<\frac{1}{2}x+1$
$4x+3(2x-1)<6x+12$
$4x<15$ $\therefore x<\frac{15}{4}=3.75$
따라서 주어진 부등식을 만족시키는 자연수 x는 1, 2, 3의 3개이다. 답 3

> 양변에 3, 4, 2의 최소공배수인 12를 곱한다.

08 $-4ax+7>-1$에서 $-4ax>-8$
$a>0$에서 $-4a<0$이므로
$x<\frac{-8}{-4a}$ $\therefore x<\frac{2}{a}$ 답 ④

> $ax>b$에서
> ① $a>0$이면 → $x>\frac{b}{a}$
> ② $a<0$이면 → $x<\frac{b}{a}$
> ③ $a=0$, $b\geq0$이면 → 해가 없다.
> ④ $a=0$, $b<0$이면 → 해가 무수히 많다.

09 $5x+7\leq2x+a$에서
$3x\leq a-7$ $\therefore x\leq\frac{a-7}{3}$
이 부등식의 해가 $x\leq-4$이므로
$\frac{a-7}{3}=-4$, $a-7=-12$
$\therefore a=-5$ 답 -5

10 $\frac{5}{6}x+a>0.8(x+1)$에서
$\frac{5}{6}x+a>\frac{4}{5}(x+1)$, $25x+30a>24(x+1)$
$\therefore x>24-30a$
이 부등식의 해가 $x>6$이므로
$24-30a=6$, $-30a=-18$
$\therefore a=\frac{3}{5}$ 답 ④

> 양변에 6과 5의 최소공배수인 30을 곱한다.

11 $3x+2\geq a-x$에서
$4x\geq a-2$ $\therefore x\geq\frac{a-2}{4}$
이때 $x\geq\frac{a-2}{4}$를 만족시키는 x의 값 중 가장 작은 수가 -8이므로
$\frac{a-2}{4}=-8$, $a-2=-32$
$\therefore a=-30$ 답 -30

만점 비법
부등식 $x\geq k$ (k는 상수)를 만족시키는 가장 작은 x의 값은 k이고, 부등식 $x>k$를 만족시키는 가장 작은 x의 값은 구할 수 없다.

만점 도전을 위한 고난도 문제

본책 42~43쪽

01 전략 절댓값이 2보다 크지 않은 정수 x의 값을 찾아 주어진 부등식에 각각 대입한다.

풀이 x의 절댓값이 2보다 크지 않은 정수이므로

$x=-2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2$

이를 주어진 부등식에 각각 대입하면

(i) $x=-2$일 때, $5(-2+2)>-3(-2-4)$ (거짓)

(ii) $x=-1$일 때, $5(-1+2)>-3(-1-4)$ (거짓)

(iii) $x=0$일 때, $5(0+2)>-3(0-4)$ (거짓)

(iv) $x=1$일 때, $5(1+2)>-3(1-4)$ (참)

(v) $x=2$일 때, $5(2+2)>-3(2-4)$ (참)

이상에서 주어진 부등식의 해는 1, 2의 2개이다.

답 ②

$|x|\le 2$이므로 $|x|=0,\ 1,\ 2$

만점 비법

① $a\ge b$ → a는 b보다 크거나 같다.
→ a는 b보다 작지 않다.
→ a는 b 이상이다.

② $a\le b$ → a는 b보다 작거나 같다.
→ a는 b보다 크지 않다.
→ a는 b 이하이다.

02 전략 부등식의 해 ○ 부등식이 참이 되게 하는 x의 값

풀이 $\frac{5}{4}x+3=8$에서 $5x+12=32$

양변에 4를 곱한다.

$5x=20 \quad \therefore x=4$

$x=4$를 각 부등식에 대입하면

① $-2\times4+6>7\times4-12$ (거짓)

② $4+9<6\times4-1$ (참)

③ $2\times4+4\le5\times4-10$ (거짓)

④ $3\times4+8<16-4$ (거짓)

⑤ $4\times4-1\ge8\times4+1$ (거짓)

답 ②

03 전략 부등식의 양변에 같은 음수를 곱하거나 양변을 같은 음수로 나누면 부등호의 방향이 바뀐다.

풀이 (ㄱ) $a<b$이므로 $2a<2b$

$\therefore 2a-c<2b-c$

(ㄴ) $a<b$이므로 $a+c<b+c$

$\therefore -(a+c)>-(b+c)$

(ㄷ) $a<b,\ c<0$이므로 $ac>bc$

$\therefore -2+ac>-2+bc$

(ㄹ) $a<b,\ c<0$이므로

$\frac{a}{c}>\frac{b}{c}, \quad -\frac{a}{c}<-\frac{b}{c}$

$\therefore -\frac{a}{c}-4<-\frac{b}{c}-4$

(ㅁ) $a<b$이므로 $-4a>-4b$

$a<b$일 때
① $c>0$이면 $ac<bc,\ \frac{a}{c}<\frac{b}{c}$
② $c<0$이면 $ac>bc,\ \frac{a}{c}>\frac{b}{c}$

$-4a+c>-4b+c$

$\therefore \frac{-4a+c}{3}>\frac{-4b+c}{3}$

이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄷ), (ㅁ)이다.

답 (ㄱ), (ㄷ), (ㅁ)

04 전략 (양수)×(양수) ○ (양수)
(양수)×(음수) 또는 (음수)×(양수) ○ (음수)

풀이 $ab<0$에서 $a>0,\ b<0$ 또는 $a<0,\ b>0$

a, b의 부호가 다르다.

이때 $a-b<0$에서 $a<b$이므로 $a<0,\ b>0$

또 $bc>0$이고 $b>0$이므로 $c>0$

b, c의 부호가 같다.

③ $a<0<c$이므로 $c-a>0$

④ $ac<0<b$이므로 $b-ac>0$

⑤ $a<b,\ c>0$이므로 $\frac{a}{c}<\frac{b}{c}, \quad -\frac{a}{c}>-\frac{b}{c}$

$\therefore 1-\frac{a}{c}>1-\frac{b}{c}$

답 ⑤

05 전략 부등식의 성질을 이용하여 먼저 x의 값의 범위를 구한다.

풀이 $-1\le3x-4<5$에서

$3\le3x<9 \quad \therefore 1\le x<3$

$1\le x<3$에서 $-12<-4x\le-4$

$-7<5-4x\le1 \quad \therefore -\frac{7}{6}<\frac{5-4x}{6}\le\frac{1}{6}$

$\therefore -\frac{7}{6}<A\le\frac{1}{6}$

따라서 $M=\frac{1}{6},\ m=-\frac{7}{6}$이므로

$M+m=-1$

답 -1

06 전략 양변에 적당한 수를 곱하여 계수를 모두 정수로 고쳐서 푼다.

풀이 $\frac{x-1}{7}\ge\frac{x-5}{3}$에서 $3(x-1)\ge7(x-5)$

$-4x\ge-32 \quad \therefore x\le8$

$0.6x+3\ge0.4(x-1)+7.8$에서

$6x+30\ge4(x-1)+78$

$2x\ge44 \quad \therefore x\ge22$

따라서 $A=8,\ B=22$이므로 $A+B=30$

답 ⑤

07 전략 주어진 부등식을 $ax>b$ 꼴로 나타낸 후 a의 부호에 따라 부등호의 방향을 결정한다.

풀이 $ax+2>bx+3$에서 $(a-b)x>1$

① $a>b$이면 $a-b>0$이므로 $x>\frac{1}{a-b}$

② $a<b$이면 $a-b<0$이므로 $x<\frac{1}{a-b}$

③ $a=b$이면 $0\times x>1$이므로 해가 없다.

④ $a>0,\ b=-a$이면 $2ax>1 \quad \therefore x>\frac{1}{2a}$

⑤ $a<0$, $b=-a$이면 $\quad 2ax>1 \quad \therefore x<\frac{1}{2a}$

답 ③

08 전략 x를 포함하는 항은 좌변으로, 상수항은 우변으로 이항한 후 $b=2a-1$을 대입한다.

풀이 $(a-b)x>-(x-a)+b-5$에서

$(a-b)x>-x+a+b-5$

$(a-b+1)x>a+b-5$ ···· ❶

위의 식에 $b=2a-1$을 대입하면

$\{a-(2a-1)+1\}x>a+(2a-1)-5$

일품 BOX
$a-(2a-1)+1$
$=a-2a+1+1$
$=-a+2$
$=-(a-2)$

$a+(2a-1)-5$
$=a+2a-1-5$
$=3a-6$
$=3(a-2)$

$-(a-2)x>3(a-2)$ ···· ❷

$a>2$에서 $a-2>0$이므로 $\quad -(a-2)<0$

$\therefore x<-3$ ···· ❸

답 $x<-3$

채점 기준	비율
❶ 주어진 부등식을 정리할 수 있다.	20 %
❷ 주어진 부등식을 a를 사용한 식으로 나타낼 수 있다.	40 %
❸ 부등식의 해를 구할 수 있다.	40 %

09 전략 주어진 부등식을 $ax>b$ 꼴로 나타낸 후 $a>0$, $a=0$, $a<0$인 경우로 나누어 생각한다.

풀이 $ax-b>b(x-2)+a$에서

$ax-b>bx-2b+a, \quad (a-b)x>a-b$

(i) $a>b$일 때,

$a-b>0$이므로 $\quad x>\frac{a-b}{a-b} \quad \therefore x>1$

(ii) $a=b$일 때,

$a-b=0$이므로 $\quad 0\times x>0 \quad \therefore$ 해가 없다.

(iii) $a<b$일 때,

$a-b<0$이므로 $\quad x<\frac{a-b}{a-b} \quad \therefore x<1$

답 풀이 참조

10 전략 주어진 수직선이 나타내는 해는 $x<-2$이다.

풀이 $6-(a+3)x<-x+2$에서

$-(a+2)x<-4$

이 부등식의 해가 $x<-2$이므로 $\quad -(a+2)>0$

$a+2<0 \quad \therefore a<-2$

따라서 $x<\frac{4}{a+2}$이므로 $\quad \frac{4}{a+2}=-2$

$a+2=-2 \quad \therefore a=-4$

답 -4

11 전략 부등식을 푼 다음 수직선을 이용하여 조건을 만족시키는 a의 값의 범위를 찾는다.

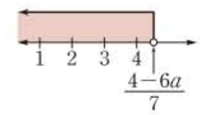
풀이 $\frac{2(x-1)}{3}+a<-\frac{x}{2}$에서

일품 BOX
양변에 2와 3의 최소공배수인 6을 곱한다.

$4(x-1)+6a<-3x, \quad 7x<4-6a$

$\therefore x<\frac{4-6a}{7}$ ···· ❶

이 부등식을 만족시키는 자연수 x가 4개 이상이려면 오른쪽 그림에서



$\frac{4-6a}{7}>4, \quad 4-6a>28$

$-6a>24 \quad \therefore a<-4$ ···· ❷

답 $a<-4$

채점 기준	비율
❶ 부등식의 해를 a를 사용한 식으로 나타낼 수 있다.	50 %
❷ a의 값의 범위를 구할 수 있다.	50 %

참고 부등식의 해가 $x<k$일 때, 부등식을 만족시키는 자연수 x가 4개 이상이려면 $k\geq 4$가 아니라 $k>4$이어야 함에 주의한다. $k=4$이면 $x<4$이므로 부등식을 만족시키는 자연수 x는 1, 2, 3의 3개이다.

12 전략 먼저 두 부등식의 해를 각각 구한다.

풀이 $x+1<\frac{3x-1}{4}$에서

$4x+4<3x-1 \quad \therefore x<-5$

$9x-7<4(x-k)$에서

$9x-7<4x-4k, \quad 5x<7-4k$

$\therefore x<\frac{7-4k}{5}$

이때 두 부등식의 해가 서로 같으므로

$-5=\frac{7-4k}{5}, \quad -25=7-4k$

$4k=32 \quad \therefore k=8$

답 ⑤

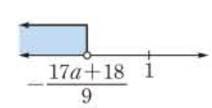
13 전략 부등식을 푼 다음 수직선을 이용하여 조건을 만족시키는 a의 값의 범위를 찾는다.

풀이 $1.7(2x-a)>4.3x+1.8$에서

$17(2x-a)>43x+18, \quad -9x>17a+18$

$\therefore x<-\frac{17a+18}{9}$ ···· ❶

이 부등식을 만족시키는 자연수 x가 존재하지 않으려면 오른쪽 그림에서



$-\frac{17a+18}{9}\leq 1$

$17a+18\geq -9, \quad 17a\geq -27$

$\therefore a\geq -\frac{27}{17}=-1.5\cdots$ ···· ❷

따라서 a의 값 중 가장 작은 정수는 -1이다. ···· ❸

답 -1

채점 기준	비율
❶ 부등식의 해를 a를 사용한 식으로 나타낼 수 있다.	40 %
❷ a의 값의 범위를 구할 수 있다.	40 %
❸ a의 값 중 가장 작은 정수를 구할 수 있다.	20 %

최상위로 가는 최고 수준 문제

본책 44쪽

01 전략 주어진 기호의 약속을 이용하여 $\left\langle \frac{x}{2}+2 \right\rangle$의 값이 될 수 있는 수를 구한다.

풀이 $\left\langle \frac{x}{2}+2 \right\rangle$는 자연수이므로 $4 \le \left\langle \frac{x}{2}+2 \right\rangle < 8$에서

$\left\langle \frac{x}{2}+2 \right\rangle = 4,\ 5,\ 6,\ 7$

즉 $3.5 \le \frac{x}{2}+2 < 7.5$이어야 하므로

$1.5 \le \frac{x}{2} < 5.5 \qquad \therefore 3 \le x < 11$

따라서 구하는 자연수 x는 3, 4, 5, ⋯, 10의 8개이다.

답 8

02 전략 먼저 a에 대한 부등식을 푼다.

풀이 $-\frac{1}{2}-\frac{a}{4} < \frac{1}{12}-\frac{a}{3}$에서

양변에 -12를 곱한다.

$6+3a > -1+4a, \qquad -a > -7$

$\therefore a < 7$ ⋯ ❶

$7(x-2) < ax-2a$에서 $\qquad (7-a)x < 2(7-a)$

이때 $a<7$에서 $7-a>0$이므로 $\qquad x<2$ ⋯ ❷

답 $x<2$

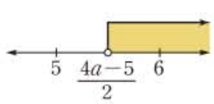
채점 기준	비율
❶ a의 값의 범위를 구할 수 있다.	40 %
❷ 부등식 $7(x-2)<ax-2a$의 해를 구할 수 있다.	60 %

03 전략 부등식 $x>k$를 만족시키는 x의 값 중에서 가장 작은 정수가 n이면 ◎ $n-1 \le k < n$

풀이 $\frac{2x-7}{4} > a-3$에서 $\qquad 2x-7 > 4a-12$

$2x > 4a-5 \qquad \therefore x > \frac{4a-5}{2}$

이 부등식을 만족시키는 x의 값 중 가장 작은 정수가 6이려면 오른쪽 그림에서



$5 \le \frac{4a-5}{2} < 6, \qquad 10 \le 4a-5 < 12$

$15 \le 4a < 17 \qquad \therefore \frac{15}{4} \le a < \frac{17}{4}$

답 ③

04 전략 부등식 $ax>b$의 해가 $x<k$이면 $a<0$, $\frac{b}{a}=k$임을 이용한다.

풀이 $ax-b>3x$에서 $\qquad (a-3)x>b$

이 부등식의 해가 $x<\frac{1}{2}$이므로 $\qquad a-3<0$

$\therefore a<3$

따라서 $x<\frac{b}{a-3}$이므로 $\qquad \frac{b}{a-3}=\frac{1}{2}$

$\frac{b}{a-3}=\frac{1}{2}$에서
$2b=a-3$
$\therefore a=2b+3$

$\therefore a=2b+3$

한편 $|b|=2$이므로 $\qquad b=-2$ 또는 $b=2$

$|-2|=2,\ |2|=2$

(ⅰ) $b=-2$일 때, $\qquad a=-4+3=-1$

이때 $a=-1$은 $a<3$을 만족시킨다.

(ⅱ) $b=2$일 때, $\qquad a=4+3=7$

그런데 $a=7$은 $a<3$을 만족시키지 않는다.

(ⅰ), (ⅱ)에서 $a=-1$, $b=-2$이므로

$a+b=-3$

답 ①

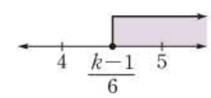
05 전략 기호 ◎의 약속을 이용하여 일차부등식을 세운다.

풀이 $(2x+1)◎(5x+2) \ge 3◎k$에서

$(2x+1)+2(5x+2)-1 \ge 3+2k-1$

$12x \ge 2k-2 \qquad \therefore x \ge \frac{k-1}{6}$

이 부등식을 만족시키는 x의 값 중 가장 작은 정수가 5이려면 오른쪽 그림에서



$4 < \frac{k-1}{6} \le 5, \qquad 24 < k-1 \le 30$

$\therefore 25 < k \le 31$

답 $25<k\le31$

06 전략 부등식 $ax<b$의 해가 $x>k$이면 $a<0$, $\frac{b}{a}=k$임을 이용한다.

풀이 $(a-b)x-4a+b<0$, 즉 $(a-b)x<4a-b$의 해가 $x>-\frac{1}{2}$이므로 $\qquad a-b<0 \quad$ ⋯⋯ ㉠ ⋯ ❶

즉 $x>\frac{4a-b}{a-b}$이므로

$\frac{4a-b}{a-b}=-\frac{1}{2}, \qquad -8a+2b=a-b$

$-9a=-3b \qquad \therefore b=3a$ ⋯ ❷

$b=3a$를 ㉠에 대입하면

$a-3a<0, \qquad -2a<0$

$\therefore a>0$ ⋯ ❸

또 $b=3a$를 $(7a+b)x-\frac{1}{6}(9a-b)\ge0$에 대입하면

$10ax-a\ge0, \qquad 10ax\ge a$

$\therefore x \ge \frac{1}{10}$

따라서 구하는 가장 작은 수는 $\frac{1}{10}$이다. ⋯ ❹

답 $\frac{1}{10}$

채점 기준	비율
❶ $a-b<0$임을 알 수 있다.	20 %
❷ a와 b 사이의 관계식을 구할 수 있다.	30 %
❸ a의 부호를 구할 수 있다.	20 %
❹ 부등식 $(7a+b)x-\frac{1}{6}(9a-b)\ge0$의 해 중 가장 작은 수를 구할 수 있다.	30 %

2 일차부등식의 활용

개념 & 핵심 기출
본책 46~48쪽

01 볼펜을 x자루 산다고 하면 연필은 $(15-x)$자루 살 수 있으므로

$900x+400(15-x)+1100\le 10000$

$500x+7100\le 10000$

$500x\le 2900 \qquad \therefore x\le 5.8$

따라서 볼펜을 최대 5자루까지 살 수 있다. 답 5자루

(총가격)
=(볼펜의 총가격)
+(연필의 총가격)
+(포장비)

02 x개월 후부터 동생의 통장 잔고가 형의 통장 잔고보다 많아진다고 하면

$23500+2000x<6000+4000x$

$-2000x<-17500$

$\therefore x>8.75$

따라서 9개월 후부터 동생의 통장 잔고가 형의 통장 잔고보다 많아진다. 답 ④

03 다섯 번째 수학 시험에서 x점을 받는다고 하면

$\frac{77+82+90+89+x}{5}\ge 85$

$338+x\ge 425 \qquad \therefore x\ge 87$

따라서 87점 이상을 받아야 한다. 답 87점

04 어떤 짝수를 x라 하면

$6x-10<4x-1, \qquad 2x<9$

$\therefore x<4.5$

따라서 이를 만족시키는 짝수 중 가장 큰 수는 4이다.

답 4

05 연속하는 세 홀수를 x, $x+2$, $x+4$라 하면

$x+(x+2)-(x+4)\ge 12$

$x-2\ge 12 \qquad \therefore x\ge 14$

따라서 가장 작은 세 홀수는 15, 17, 19이므로 세 홀수의 합은

$15+17+19=51$ 답 ②

참고 연속하는 세 홀수를 $x-2$, x, $x+2$로 놓고 풀어도 된다.

06 원가를 x원이라 하면

$x\times 1.2\times 0.9-x\ge 3000, \qquad 0.08x\ge 3000$

$\therefore x\ge 37500$

따라서 원가는 37500원 이상이다.

답 37500원

(이익)
=(판매 가격)−(원가)

일품 BOX

(사다리꼴의 넓이)
$=\frac{1}{2}\times${(윗변의 길이)
+(아랫변의 길이)}
×(높이)

07 윗변의 길이를 x cm라 하면

$\frac{1}{2}\times(x+10)\times 6\ge 45$

$3x+30\ge 45, \qquad 3x\ge 15$

$\therefore x\ge 5$

따라서 윗변의 길이는 5 cm 이상이어야 한다. 답 ③

(직사각형의 둘레의 길이)
=2×{(가로의 길이)
+(세로의 길이)}

08 세로의 길이를 x m라 하면 가로의 길이는 $(x-35)$ m이므로

$2\{x+(x-35)\}\ge 650, \qquad 4x-70\ge 650$

$4x\ge 720$

$\therefore x\ge 180$

따라서 세로의 길이는 180 m 이상이어야 한다.

답 180 m

09 가장 긴 변의 길이가 $x+8$이므로

$x+8<(x+1)+(x+4), \qquad x+8<2x+5$

$-x<-3 \qquad \therefore x>3$

따라서 x의 값이 될 수 없는 것은 ①이다. 답 ①

10 시속 5 km로 걸은 거리를 x km라 하면 시속 4 km로 걸은 거리는 $(20-x)$ km이므로

$\frac{20-x}{4}+\frac{x}{5}\le\frac{9}{2}$

$30(\text{분})=\frac{30}{60}(\text{시간})=\frac{1}{2}(\text{시간})$ 이므로
$4\text{시간 }30\text{분}=\frac{9}{2}\text{시간}$

$5(20-x)+4x\le 90, \qquad -x\le -10$

$\therefore x\ge 10$

따라서 시속 5 km로 걸은 거리는 10 km 이상이어야 한다. 답 10 km

만점 비법
주어진 속력이 시속이므로 부등식을 세울 때 시간의 단위를 시간으로 맞추어야 한다.

(시간)$=\frac{(\text{거리})}{(\text{속력})}$

11 공연장에서 x km 떨어진 꽃집을 이용한다고 하면 공연장에서 꽃집까지 가는 데 걸리는 시간은 $\frac{x}{2.5}$시간이므로

$\frac{x}{2.5}+\frac{25}{60}+\frac{x}{2.5}\le\frac{5}{3}$

$40(\text{분})=\frac{40}{60}(\text{시간})=\frac{2}{3}(\text{시간})$ 이므로
$1\text{시간 }40\text{분}=\frac{5}{3}\text{시간}$

$48x+25\le 100, \qquad 48x\le 75$

$\therefore x\le\frac{25}{16}$

따라서 공연장에서 $\frac{25}{16}$ km 이내에 있는 꽃집을 이용할 수 있다. 답 $\frac{25}{16}$ km

12 x km까지 올라간다고 하면

$\frac{x}{3}+\frac{x}{5}\le 3,\quad 8x\le 45$

$\therefore x\le\frac{45}{8}$

따라서 최대 $\frac{45}{8}$ km까지 올라갔다 올 수 있다. 답 ④

13 13 %의 소금물을 x g 섞는다고 하면

$40+\frac{13}{100}\times x\le\frac{15}{100}\times(200+x)$

$4000+13x\le 3000+15x,\quad -2x\le -1000$

$\therefore x\ge 500$

따라서 13 %의 소금물은 500 g 이상 섞어야 한다.

답 ④

물 160 g에 40 g의 소금을 넣은 소금물의 양은 160+40=200 (g)

만점 비법

a %의 소금물 x g과 b %의 소금물 y g을 섞은 소금물의 농도가 c % 이상이다.

→ (a %의 소금물 x g에 들어 있는 소금의 양) + (b %의 소금물 y g에 들어 있는 소금의 양) ≥ (c %의 소금물 $(x+y)$ g에 들어 있는 소금의 양)

→ $\frac{a}{100}\times x+\frac{b}{100}\times y\ge\frac{c}{100}\times(x+y)$

14 물을 x g 넣는다고 하면

$\frac{7}{100}\times 500\le\frac{4}{100}\times(500+x)$

$3500\le 2000+4x$

$-4x\le -1500\quad\therefore x\ge 375$

따라서 물을 최소 375 g 넣어야 한다. 답 ②

7 %의 설탕물 500 g에 들어 있는 설탕의 양

15 5 %의 소금물을 x g 섞는다고 하면 9 %의 소금물은 $(300-x)$ g 섞어야 하므로

$\frac{5}{100}\times x+\frac{9}{100}\times(300-x)\ge\frac{6}{100}\times 300$

$-4x+2700\ge 1800$

$-4x\ge -900$

$\therefore x\le 225$

따라서 5 %의 소금물은 최대 225 g까지 섞을 수 있다.

답 225 g

16 과자를 x개 산다고 하면

$1000x>700x+1800$

$300x>1800\quad\therefore x>6$

따라서 7개 이상 살 경우 대형마트에서 사는 것이 유리하다. 답 7개

대형마트에서 과자를 살 때 드는 총비용이 집 앞 슈퍼마켓에서 과자를 살 때 드는 비용보다 적어야 한다.

17 양말을 x켤레 산다고 하면

$800x+4000<1200x+2000$

$-400x<-2000\quad\therefore x>5$

따라서 양말을 6켤레 이상 살 경우 A 쇼핑몰을 이용하는 것이 유리하다. 답 6켤레

18 입장객을 x명이라 하면

$5000\times 0.7\times 20<5000x\quad\therefore x>14$

따라서 15명 이상부터 20명의 단체 입장권을 사는 것이 유리하다. 답 ③

만점 도전을 위한 고난도 문제

본책 49~50쪽

01 전략 A, B 두 호스로 한 시간 동안 채울 수 있는 물의 양을 먼저 구한다.

풀이 수조에 물을 가득 채웠을 때의 물의 양을 1로 놓으면 A, B 두 호스로 한 시간 동안 채울 수 있는 물의 양은 각각 $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{10}$이다.

B 호스 두 개로 물을 가득 채우는 데 5시간이 걸리므로 B 호스 한 개로는 10시간이 걸린다.

A 호스의 개수를 x라 하면 B 호스의 개수는 $8-x$이므로

$\frac{1}{6}x+\frac{1}{10}(8-x)\ge 1$

$5x+3(8-x)\ge 30,\quad 2x+24\ge 30$

$2x\ge 6\quad\therefore x\ge 3$

따라서 A 호스는 3개 이상 사용해야 한다. 답 3개

02 전략 A 쿠키를 x개 만든다고 하고 부등식을 세운다.

풀이 A 쿠키를 x개 만든다고 하면 B 쿠키는 $(30-x)$개 만들 수 있으므로

$72x+24(30-x)\le 1200$ ⋯ ❶

1.2 kg=1200 g

$48x+720\le 1200,\quad 48x\le 480$

$\therefore x\le 10$ ⋯ ❷

따라서 A 쿠키는 최대 10개까지 만들 수 있다. ⋯ ❸

답 10개

채점 기준	비율
❶ 부등식을 세울 수 있다.	40 %
❷ 부등식의 해를 구할 수 있다.	40 %
❸ A 쿠키는 최대 몇 개까지 만들 수 있는지 구할 수 있다.	20 %

03 전략 십의 자리의 숫자가 m, 일의 자리의 숫자가 n인 두 자리 자연수는 $10m+n$이다.

풀이 구하는 자연수의 십의 자리의 숫자를 a라 하면 조건 (가)에 의하여 일의 자리의 숫자는 $12-a$이므로 조건

(나)에서

$10(12-a)+a<2\{10a+(12-a)\}-11$

$-9a+120<18a+13$

$-27a<-107 \qquad \therefore a>\frac{107}{27}=3.9\cdots$

따라서 주어진 조건을 모두 만족시키는 두 자리 자연수 중 가장 작은 수는 48이다. 답 48

> 십의 자리의 숫자가 a, 일의 자리의 숫자가 $12-a$인 자연수의 십의 자리의 숫자와 일의 자리의 숫자를 바꾼 수 → $10(12-a)+a$

> 십의 자리의 숫자가 4이므로 일의 자리의 숫자는 $12-4=8$

04 전략 원가가 a원인 제품에 x %의 이익을 붙인 가격은 $a\left(1+\frac{x}{100}\right)$원임을 이용한다.

풀이 머그잔의 원가를 A원이라 하면 정가는

$A\left(1+\frac{25}{100}\right)=\frac{5}{4}A$ (원)

x % 할인하여 판매한다고 하면

$\frac{5}{4}A\left(1-\frac{x}{100}\right)\ge A, \qquad 1-\frac{x}{100}\ge\frac{4}{5}$

$-\frac{x}{100}\ge-\frac{1}{5} \qquad \therefore x\le 20$

따라서 최대 20 %까지 할인할 수 있다. 답 ③

> 정가가 c원인 제품을 d % 할인한 가격 → $c\left(1-\frac{d}{100}\right)$원

05 전략 $\overline{BF}=x$ cm라 하고 △AFE의 넓이를 x의 식으로 나타낸다.

풀이 $\overline{BF}=x$ cm라 하면 $\overline{CF}=(12-x)$ cm이므로

△AFE

$=12\times9-\left\{\frac{1}{2}\times x\times9+\frac{1}{2}\times(12-x)\times6+\frac{1}{2}\times12\times3\right\}$

$=108-\left(\frac{9}{2}x+36-3x+18\right)$

$=54-\frac{3}{2}x\ (\text{cm}^2)$ ··· ❶

즉 $54-\frac{3}{2}x\le45$이므로

$-\frac{3}{2}x\le-9 \qquad \therefore x\ge6$ ··· ❷

따라서 점 B에서 6 cm 이상 떨어진 곳에 점 F를 잡으면 된다. ··· ❸

답 6 cm

> $\overline{CE}=\frac{2}{2+1}\overline{CD}=\frac{2}{3}\times9=6\,(\text{cm})$

채점 기준	비율
❶ △AFE의 넓이를 x의 식으로 나타낼 수 있다.	40 %
❷ 부등식을 세우고 그 해를 구할 수 있다.	40 %
❸ 점 F를 점 B에서 몇 cm 이상 떨어진 곳에 잡아야 하는지 구할 수 있다.	20 %

06 전략 n각형의 내각의 크기의 합은 $180^\circ\times(n-2)$이다.

풀이 n각형의 내각의 크기의 합은 $180^\circ\times(n-2)$이므로

$180^\circ\times(n-2)>1000^\circ$

$180^\circ\times n-360^\circ>1000^\circ$

$180^\circ\times n>1360^\circ$

$\therefore n>\frac{68}{9}=7.5\cdots$

따라서 내각의 크기의 합이 1000°보다 큰 다각형이 아닌 것은 ①이다. 답 ①

07 전략 시속 15 km로 달린 거리를 x km라 하고 부등식을 세운다.

풀이 시속 15 km로 달린 거리를 x km라 하면 시속 45 km로 달린 거리는 $(30-x)$ km이므로

$\frac{30-x}{45}+\frac{x}{15}\le\frac{3}{2}$

$2(30-x)+6x\le135, \qquad 4x\le75$

$\therefore x\le\frac{75}{4}$

따라서 시속 15 km로 달린 거리는 $\frac{75}{4}$ km 이하이다.

답 $\frac{75}{4}$ km

> (시간)$=\frac{(\text{거리})}{(\text{속력})}$

> 오전 9시 반에 출발하여 오전 11시 이내에 도착하였으므로 1시간 30분 이내로 걸렸다.

08 전략 갈 때 걸린 시간, 중간에 소요된 시간, 올 때 걸린 시간의 총합이 3시간 이내이어야 한다.

풀이 현민이가 집에서 마트까지 갈 때 걸은 거리를 x km라 하면

$\frac{x}{5}+\frac{57}{60}+\frac{x+1}{4}\le3$

$12x+57+15(x+1)\le180$

$27x\le108$

$\therefore x\le4$

따라서 현민이가 집에서 마트까지 갈 때 걸은 거리는 최대 4 km이다. 답 ⑤

> 57분$=\frac{57}{60}$시간

09 전략 증발시킨 물의 양을 x g이라 하고, 소금의 양을 이용하여 부등식을 세운다.

풀이 증발시킨 물의 양을 x g이라 하면

$\frac{10}{100}\times400\ge\frac{12}{100}\times(400-x)$

$4000\ge4800-12x, \qquad 12x\ge800$

$\therefore x\ge\frac{200}{3}$

따라서 최소 $\frac{200}{3}$ g의 물을 증발시켜야 한다. 답 ②

> 물을 증발시켜도 소금의 양은 변하지 않는다.

10 전략 12 %의 소금물을 x초 동안 섞는다고 하고, 소금의 양을 이용하여 부등식을 세운다.

풀이 12 %의 소금물을 x초 동안 섞는다고 하면

$\frac{5}{100}\times200+\frac{12}{100}\times2\times x\ge\frac{8}{100}\times(200+2x)$

$1000+24x\ge1600+16x, \qquad 8x\ge600$

> x초 동안 넣은 12 %의 소금물 $2x$ g에 들어 있는 소금의 양

$\therefore x \geq 75$

따라서 75초 이상이 걸린다. 답 ②

11 전략 인터넷 쇼핑몰을 이용하는 경우와 동네 의류점을 이용하는 경우의 총금액을 비교한다.

풀이 동아리 회원을 x명이라 하면

$8000 \times 0.92 \times x + 4500 < 8000x$ ⋯ ❶

$7360x + 4500 < 8000x, \quad -640x < -4500$

$\therefore x > \frac{225}{32} = 7.0\cdots$ ⋯ ❷

따라서 동아리 회원이 8명 이상일 경우 인터넷 쇼핑몰을 이용하는 것이 유리하다. ⋯ ❸

답 8명

채점 기준	비율
❶ 부등식을 세울 수 있다.	40 %
❷ 부등식의 해를 구할 수 있다.	40 %
❸ 동아리 회원이 몇 명 이상일 경우 인터넷 쇼핑몰을 이용하는 것이 유리한지 구할 수 있다.	20 %

12 전략 어른을 x명이라 하면 학생은 $(15-x)$명임을 이용한다.

풀이 어른을 x명이라 하면 학생은 $(15-x)$명이므로

$24000 \times 0.8 \times 10 + 15000 \times 5$

$< 24000x + 15000 \times (15-x)$

$267000 < 9000x + 225000$

$-9000x < -42000 \quad \therefore x > \frac{14}{3} = 4.6\cdots$

따라서 어른이 5명 이상이면 어른 10명의 입장료를 내는 것이 유리하다. 답 ②

최상위로 가는 최고 수준 문제

본책 51쪽

01 전략 (총점)=(평균)×(학생 수)임을 이용한다.

풀이 첫 번째 시험 점수의 평균을 x점이라 하면 두 번째 시험 점수의 총점은

$50x + 15 \times 7 - 6 \times 5$

$= 50x + 75$(점)

이므로

$\frac{50x+75}{50} \geq 72$

$50x + 75 \geq 3600, \quad 50x \geq 3525$

$\therefore x \geq 70.5$

따라서 첫 번째 시험 점수의 평균은 최소 70.5점이어야 한다. 답 70.5점

일품 BOX

$a < x \leq b$일 때,
$p > 0$이면
$pa < px \leq pb$

02 전략 주인이 실제로 판매한 사과는 $120-24=96$(개)이다.

풀이 사과 한 개의 원가를 a원이라 하고 사과 한 개당 x %의 이익을 붙인다고 하면

$96 \times a\left(1+\frac{x}{100}\right) - 120a \geq 120a \times \frac{8}{100}$ ⋯ ❶

$9600a + 96ax - 12000a \geq 960a$

$96ax \geq 3360a$

$\therefore x \geq 35$ ⋯ ❷

따라서 사과 한 개당 35 % 이상의 이익을 붙여서 팔아야 한다. ⋯ ❸

답 35 %

채점 기준	비율
❶ 부등식을 세울 수 있다.	40 %
❷ 부등식의 해를 구할 수 있다.	40 %
❸ 사과 한 개당 몇 % 이상의 이익을 붙여서 팔아야 하는지 구할 수 있다.	20 %

03 전략 (시간)$=\frac{(\text{거리})}{(\text{속력})}$임을 이용한다.

풀이 지홍이가 A 지점을 출발하여 다시 A 지점으로 돌아올 때까지 걸리는 시간은

$\frac{4500}{75} = 60$(분) ⋯ ❶

60분 동안 혜진이와 지홍이가 2번 만나려면 혜진이는 호수 둘레를 한 바퀴 초과 두 바퀴 이하로 돌아야 하므로

$4500 \times 1 < 60x \leq 4500 \times 2$

$4500 < 60x \leq 9000$

$\therefore 75 < x \leq 150$ ⋯ ❷

따라서 혜진이의 속력은 분속 75 m 초과 분속 150 m 이하이다. ⋯ ❸

답 분속 75 m 초과 분속 150 m 이하

채점 기준	비율
❶ 지홍이가 호수 한 바퀴를 도는 데 걸리는 시간을 구할 수 있다.	30 %
❷ 부등식을 세우고 그 해를 구할 수 있다.	60 %
❸ 혜진이의 속력의 범위를 구할 수 있다.	10 %

참고 혜진이가 처음 한 바퀴를 도는 도중에 지홍이와 반드시 한 번 만나게 된다.

(i) 혜진이가 한 바퀴를 돌아서 지홍이와 A 지점에 동시에 도착하는 경우
지홍이가 A 지점을 출발하여 다시 A 지점으로 돌아올 때까지 혜진이를 2번 만나게 된다.
그러나 A 지점에서 만나는 경우는 만나는 횟수에 포함되지 않으므로 만나는 횟수는 1번이다.

(ii) 혜진이가 한 바퀴보다 조금 더 돌아서 지홍이가 A 지점에 도착하기 전에 만나는 경우
지홍이가 A 지점에 도착할 때까지 2번 만나게 된다.

(iii) 혜진이가 두 바퀴를 돌아서 지홍이와 A 지점에서 만나는 경우

(ⅰ)의 경우와 같은 방법으로 생각하면 만나는 횟수는 2번이다.

04 전략 3 %의 소금물의 양을 x g이라 하고 소금의 양을 이용하여 부등식을 세운다.

풀이 3 %의 소금물을 x g 섞는다고 하면 8 %의 소금물은 $(200-x)$ g 섞어야 한다. 또 3 %, 8 %, 7 %의 소금물을 섞어서 소금물 400 g을 만들려면 7 %의 소금물은 200 g을 섞어야 하므로

$$\frac{3}{100}\times x+\frac{8}{100}\times(200-x)+\frac{7}{100}\times 200 \geq \frac{6}{100}\times 400$$

$3x+8(200-x)+1400\geq 2400$

$-5x+3000\geq 2400,\quad -5x\geq -600$

$\therefore x\leq 120$

따라서 3 %의 소금물은 최대 120 g까지 섞을 수 있다.

답 ⑤

05 전략 1개의 발매 창구에서 1분 동안 발매하는 기차표의 수를 먼저 구한다.

풀이 1개의 발매 창구에서 1분 동안 발매하는 기차표를 x장이라 하면

$5\times 12x=420+12\times 10$

$60x=540 \quad \therefore x=9$

a개의 발매 창구에서 7분 이내에 줄을 서 있는 모든 사람들이 기차표를 구매하려면

$a\times 7\times 9\geq 420+7\times 10,\quad 9a\geq 70$

$\therefore a\geq \frac{70}{9}=7.7\cdots$

따라서 발매 창구가 적어도 8개 있어야 하므로 3개의 발매 창구가 더 있어야 한다. 답 3개

일품 BOX

크지 않다.
→ 작거나 같다.

부등식의 양변에 같은 음수를 곱하거나 양변을 같은 음수로 나누는 경우
→ 부등호의 방향이 바뀐다.

$\frac{1}{2}x-3a\leq\frac{3}{4}x-2$이므로 양변에 2와 4의 최소공배수인 4를 곱한다.

학교 시험 실전 TEST Level 1

본책 52~55쪽

01 전략 부등호를 결정하는 표현을 찾는다.

풀이 ⑤ $x+6\leq 5x$ 답 ⑤

02 전략 부등식의 성질을 이용한다.

풀이 ① $a<b$에서 $\quad -a \boxed{>} -b$

② $a<b$에서 $\quad -\frac{a}{11} \boxed{>} -\frac{b}{11}$

③ $a<b$에서 $\quad -5a>-5b$

$\therefore 9-5a \boxed{>} 9-5b$

④ $a<b$에서 $\quad 8a<8b$

$\therefore -10+8a \boxed{<} -10+8b$

⑤ $a<b$에서 $\quad a\div\left(-\frac{7}{4}\right) \boxed{>} b\div\left(-\frac{7}{4}\right)$

답 ④

03 전략 부등식의 우변에 있는 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리한다.

풀이 $\frac{3}{4}x+6\geq ax-4+\frac{1}{2}x$에서

$\left(\frac{3}{4}-a-\frac{1}{2}\right)x+6+4\geq 0$

$\therefore \left(\frac{1}{4}-a\right)x+10\geq 0$

이 부등식이 일차부등식이 되려면

$\frac{1}{4}-a\neq 0 \quad \therefore a\neq\frac{1}{4}$ 답 ④

04 전략 괄호가 있으면 분배법칙을 이용하여 괄호를 풀어 정리한다.

풀이 $7(x-2)+1<15+3x$에서

$7x-13<15+3x,\quad 4x<28$

$\therefore x<7$

따라서 주어진 부등식을 만족시키는 자연수 x는 1, 2, 3, 4, 5, 6의 6개이다. 답 ③

05 전략 주어진 수직선이 나타내는 해는 $x\geq -1$이다.

풀이 $0.5x-3a\leq 0.75x-2$에서

$2x-12a\leq 3x-8$

$-x\leq 12a-8$

$\therefore x\geq -12a+8$

이 부등식의 해가 $x\geq -1$이므로

$-12a+8=-1,\quad -12a=-9$

$\therefore a=\frac{3}{4}$

답 ④

06 전략 부등식 $ax<b$의 해가 모든 수이다. ◎ $a=0$, $b>0$

풀이 $2ax+5<-3x+12$에서

$(2a+3)x<7$

이 부등식의 해가 모든 수이므로

$2a+3=0 \qquad \therefore a=-\dfrac{3}{2}$ 답 ①

07 전략 주어진 부등식의 해를 먼저 구한다.

풀이 $\dfrac{2}{5}\left(3x-\dfrac{1}{2}\right)\le x-\dfrac{a}{2}$에서

$4\left(3x-\dfrac{1}{2}\right)\le 10x-5a$

$12x-2\le 10x-5a, \qquad 2x\le -5a+2$

$\therefore x\le \dfrac{-5a+2}{2}$

이 부등식의 해 중 가장 큰 수가 4이므로

$\dfrac{-5a+2}{2}=4, \qquad -5a+2=8$

$-5a=6$

$\therefore a=-\dfrac{6}{5}$ 답 ③

참고 주어진 조건을 만족시키는 a의 값을 구할 때,
$3<\dfrac{-5a+2}{2}$ 또는 $3<\dfrac{-5a+2}{2}\le 4$로 식을 세우지 않도록 주의한다.

08 전략 초콜릿을 x개 산다고 하고 부등식을 세운다.

풀이 초콜릿을 x개 산다고 하면 사탕은 $(20-x)$개 살 수 있으므로

$800x+500(20-x)\le 12700$

$300x+10000\le 12700$

$300x\le 2700$

$\therefore x\le 9$

따라서 초콜릿을 최대 9개까지 살 수 있다. 답 ②

09 전략 수현이와 정민이가 작년 12개월 동안 모은 금액을 먼저 구한다.

풀이 수현이와 정민이가 작년 12개월 동안 모은 금액은 각각

$500\times 12=6000$(원), $800\times 12=9600$(원)

x개월 후부터 수현이의 모금액이 정민이의 모금액보다 많아진다고 하면

$6000+1000x>9600+500x$

$500x>3600$

$\therefore x>7.2$

따라서 8개월 후부터 수현이의 모금액이 정민이의 모금액보다 많아진다. 답 ③

일품 BOX

x에 대한 부등식 $ax<b$에서
① $a=0$, $b\le 0$이면
→ 해가 없다.
② $a=0$, $b>0$이면
→ 해가 무수히 많다.

1인당 입장료가 1400원일 때, $(30+x)$명의 입장료

1개에 a원인 물건을 x개 구입했을 때, 총가격은 ax원이다.

10 전략 30명에서 추가로 x명이 박물관을 견학한다고 하고 부등식을 세운다.

풀이 30명에서 추가로 x명이 박물관을 견학한다고 하면

$50000+800x\le 1400(30+x)$

$50000+800x\le 42000+1400x$

$-600x\le -8000$

$\therefore x\ge \dfrac{40}{3}=13.3\cdots$

따라서 추가로 14명 이상이 박물관을 견학해야 하므로 총 $30+14=44$(명)이상 견학해야 한다. 답 ⑤

참고 30명이 50000원을 내고 견학했을 때, 1인당 입장료가 약 1670원 정도이므로 추가 인원이 있어야 1인당 입장료가 낮아지게 된다.

11 전략 (이익)=(판매 가격)−(원가)임을 이용한다.

풀이 원가를 x원이라 하면

$x\times 1.45\times 0.8-x\ge 4000$

$0.16x\ge 4000 \qquad \therefore x\ge 25000$

따라서 원가는 25000원 이상이다. 답 ③

12 전략 (원뿔의 부피)
$=\dfrac{1}{3}\times\pi\times$(밑면의 반지름의 길이)$^2\times$(높이)

풀이 원뿔의 높이를 x cm라 하면

$\dfrac{1}{3}\times\pi\times 6^2\times x\ge 120\pi \qquad \therefore x\ge 10$

따라서 원뿔의 높이는 10 cm 이상이다. 답 ⑤

13 전략 (시간)$=\dfrac{(\text{거리})}{(\text{속력})}$임을 이용한다.

풀이 지민이가 달린 거리를 x km라 하면 걸어간 거리는 $(8-x)$ km이므로

$\dfrac{x}{7}+\dfrac{8-x}{4}\le \dfrac{3}{2}, \qquad 4x+7(8-x)\le 42$

$-3x\le -14 \qquad \therefore x\ge \dfrac{14}{3}$

따라서 지민이가 달린 거리는 최소 $\dfrac{14}{3}$ km이다. 답 ③

14 전략 (설탕의 양)$=\dfrac{(\text{설탕물의 농도})}{100}\times$(설탕물의 양)

풀이 설탕을 x g 더 넣는다고 하면 전체 설탕의 양은 $(25+x)$ g, 설탕물의 양은 $(400+x)$ g이므로

$25+x\le \dfrac{15}{100}\times(400+x)$

$2500+100x\le 6000+15x, \qquad 85x\le 3500$

$\therefore x\le \dfrac{700}{17}$

따라서 설탕은 최대 $\dfrac{700}{17}$ g까지 넣을 수 있다. 답 ④

15 전략 주어진 부등식을 $ax<b$ 꼴로 나타낸 후 a의 부호를 이용한다.

풀이 $ax-a<3(x-1)$에서

$ax-a<3x-3,\quad (a-3)x<a-3$ ···➊

$a<3$에서 $a-3<0$이므로

$x>1$ ···➋

따라서 주어진 부등식을 만족시키는 가장 작은 정수 x의 값은 2이다. ···➌

답 2

채점 기준	배점
➊ 주어진 부등식을 $ax<b$ 꼴로 나타낼 수 있다.	2점
➋ 주어진 부등식의 해를 구할 수 있다.	2점
➌ 가장 작은 정수 x의 값을 구할 수 있다.	1점

16 전략 방정식의 해를 먼저 구한다.

풀이 $\frac{4-x}{5}=0.2x+0.6a$에서

양변에 5를 곱한다.

$4-x=x+3a,\quad -2x=3a-4$

$\therefore x=-\frac{3}{2}a+2$ ···➊

이 방정식의 해가 8보다 작으므로

$-\frac{3}{2}a+2<8,\quad -\frac{3}{2}a<6$

$\therefore a>-4$ ···➋

따라서 정수 a의 값 중 가장 작은 수는 -3이다. ···➌

답 -3

채점 기준	배점
➊ 방정식의 해를 구할 수 있다.	3점
➋ a의 값의 범위를 구할 수 있다.	2점
➌ 정수 a의 값 중 가장 작은 수를 구할 수 있다.	1점

17 전략 a를 포함하지 않은 부등식의 해를 먼저 구한다.

풀이 $0.4(2x+1)<6$에서 $\quad 2(2x+1)<30$

양변에 5를 곱한다.

$4x+2<30\quad \therefore x<7$

$3x<-6a-2\left(x+\frac{1}{2}\right)$에서

$3x<-6a-2x-1,\quad 5x<-6a-1$

$\therefore x<\frac{-6a-1}{5}$

따라서 $\frac{-6a-1}{5}=7$이므로 $\quad -6a-1=35$

$-6a=36\quad \therefore a=-6$

답 -6

18 전략 x분 동안 주차한다고 하면 추가되는 요금은 $200(x-30)$원이다.

풀이 x분 동안 주차한다고 하면

$4000+200(x-30)\le 11000$

$4000+200x-6000\le 11000,\quad 200x\le 13000$

$\therefore x\le 65$

따라서 최대 65분 동안 주차할 수 있다. 답 65분

19 전략 A 호스와 B 호스로 물을 채우는 시간을 각각 구한다.

풀이 A 호스로 x분 동안 물을 채운다고 하면 B 호스로 채워야 하는 물의 양은 $(150-6x)$L이다.

즉 B 호스로는 $\left\{\frac{1}{12}\times(150-6x)\right\}$분 동안 물을 채워야 하므로 ···➊

B 호스에서는 1분에 12 L씩 물이 나오므로 $(150-6x)$L의 물을 채우는 데 $\left\{\frac{1}{12}\times(150-6x)\right\}$분이 걸린다.

$x+\frac{1}{12}\times(150-6x)\le 15$ ···➋

$x+\frac{25}{2}-\frac{1}{2}x\le 15,\quad \frac{1}{2}x\le\frac{5}{2}$

$\therefore x\le 5$ ···➌

따라서 A 호스로 물을 최대 5분 동안 채울 수 있다. ···➍

답 5분

채점 기준	배점
➊ B 호스로 물을 채우는 시간을 x의 식으로 나타낼 수 있다.	2점
➋ 부등식을 세울 수 있다.	2점
➌ 부등식의 해를 구할 수 있다.	1점
➍ A 호스로 물을 최대 몇 분 동안 채울 수 있는지 구할 수 있다.	1점

다른풀이 A 호스로 x분 동안 물을 채운다고 하면 B 호스로는 최대 $(15-x)$분 동안 물을 채울 수 있으므로

$6x+12(15-x)\ge 150$

$6x+180-12x\ge 150,\quad -6x\ge -30$

$\therefore x\le 5$

20 전략 한 달에 음악을 x곡 내려받는다고 하고 부등식을 세운다.

풀이 한 달에 음악을 x곡 내려받는다고 하면

$400x>6000\quad \therefore x>15$

따라서 한 달에 음악을 16곡 이상 내려받을 경우 정액권을 이용하는 것이 유리하다. 답 16곡

학교 시험 실전 TEST Level 2

본책 56~59쪽

01 전략 부등식의 성질을 이용한다.

풀이 ② $b<0$이면 $a<b$에서 $\quad ab>b^2$

③ $c<0$이면 $ac<bc$에서 $\quad a>b$

④ $c<0$이면 $\frac{a}{c}<\frac{b}{c}$에서 $a>b$ 답 ①, ⑤

02 전략 주어진 등식을 x의 식으로 나타낸 후 부등식의 성질을 이용한다.

풀이 $2x+3y=9$에서 $3y=9-2x$

$\therefore y=3-\frac{2}{3}x$

$-3<x\leq 3$에서 $-2\leq -\frac{2}{3}x<2$

$\therefore 1\leq 3-\frac{2}{3}x<5$, 즉 $1\leq y<5$ 답 ④

03 전략 부등식의 우변에 있는 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리한다.

풀이 $5x^2-2ax>bx^2+4x-3$에서

$(5-b)x^2-(2a+4)x+3>0$

이 부등식이 일차부등식이 되려면

$5-b=0,\ 2a+4\neq 0$

$\therefore a\neq -2,\ b=5$ 답 ②

04 전략 양변에 분모의 최소공배수를 곱하여 모든 계수를 정수로 고쳐서 푼다.

풀이 $4+\frac{2}{3}x>x-\frac{11}{5}$에서

$60+10x>15x-33,\quad -5x>-93$

$\therefore x<\frac{93}{5}=18.6$

따라서 주어진 부등식을 만족시키는 x의 값 중 3의 배수는 3, 6, 9, 12, 15, 18의 6개이다. 답 ③

05 전략 $[A]$는 정수임을 이용한다.

풀이 $A=-3x+1$이라 하면 $[A]\geq 1$

$\therefore [A]=1, 2, 3, \cdots$

(i) $[A]=1$일 때, $1\leq A<2$

(ii) $[A]=2$일 때, $2\leq A<3$

(iii) $[A]=3$일 때, $3\leq A<4$

⋮

이상에서 $A\geq 1$이므로 $-3x+1\geq 1$

$-3x\geq 0\quad \therefore x\leq 0$ 답 ①

06 전략 주어진 부등식을 $ax>b$ 꼴로 나타낸 후 a의 부호를 이용한다.

풀이 $a<0,\ b<0,\ |a|<|b|$이므로

$b<a<0$

$ax+3>b(x+1)-2$에서

$(a-b)x>b-5$

일품 BOX

양변에 3과 5의 최소공배수인 15를 곱한다.

$[x]$가 x보다 크지 않은 최대의 정수이므로 $[x]=n$이면 $n\leq x<n+1$ (단, n은 자연수)

십의 자리의 숫자가 7이므로 일의 자리의 숫자는 $7-4=3$

이때 $b<a<0$에서 $a-b>0$이므로

$x>\frac{b-5}{a-b}$ 답 ③

07 전략 부등식 $ax\geq b$의 해가 $x\geq k$이면 $a>0$, $\frac{b}{a}=k$임을 이용한다.

풀이 $2ax+9\geq 5x+14$에서 $(2a-5)x\geq 5$

이 부등식의 해가 $x\geq 1$이므로 $2a-5>0$

따라서 $x\geq \frac{5}{2a-5}$이므로

$\frac{5}{2a-5}=1,\quad 2a-5=5$

$\therefore a=5$

부등식 $3x-10>2(5-x)$에서

$3x-10>10-2x,\quad 5x>20$

$\therefore x>4$ 답 ④

08 전략 대형 가구를 x대 싣는다고 하면 소형 가구는 $(10-x)$대 실을 수 있다.

풀이 대형 가구를 x대 싣는다고 하면 소형 가구는 $(10-x)$대 실을 수 있으므로

$40x+12(10-x)\leq 240$

$28x+120\leq 240,\quad 28x\leq 120$

$\therefore x\leq \frac{30}{7}=4.2\cdots$

따라서 대형 가구는 최대 4대까지 실을 수 있다.

답 ②

09 전략 십의 자리의 숫자를 x라 하면 일의 자리의 숫자는 $x-4$임을 이용한다.

풀이 구하는 자연수의 십의 자리의 숫자를 x라 하면 일의 자리의 숫자는 $x-4$이므로

$10x+(x-4)>2\{10(x-4)+x\}-2$

$11x-4>22x-82,\quad -11x>-78$

$\therefore x<\frac{78}{11}=7.0\cdots$

따라서 가장 큰 자연수는 73이다. 답 ③

10 전략 기금으로 사용되는 금액은 판매액의 40 %임을 이용한다.

풀이 하루 동안 판매하는 화분의 평균 개수를 x라 하면

$4000\times 0.4\times x\times 8\geq 400000$

$\therefore x\geq \frac{125}{4}=31.25$

따라서 하루 평균 32개 이상의 화분을 팔아야 한다.

답 ③

일품 BOX

11 전략 (원기둥의 겉넓이)$=2\times$(밑넓이)+(옆넓이)

풀이 처음 원기둥의 밑넓이는

$\pi\times8^2=64\pi\ (\text{cm}^2)$

옆넓이는 $\quad 2\pi\times8\times10=160\pi\ (\text{cm}^2)$

이므로 겉넓이는

$2\times64\pi+160\pi=288\pi\ (\text{cm}^2)$

원기둥 모양의 구멍을 x개 뚫는다고 하면 새로운 입체도형의 겉넓이는

$2\times(64\pi-\pi x)+(160\pi+20\pi x)$

$=288\pi+18\pi x\ (\text{cm}^2)$

작은 원기둥 x개의 옆넓이

작은 원기둥 x개의 밑넓이

즉 $(288+18x)\pi\geq2\times288\pi$이어야 하므로

$288+18x\geq576, \qquad 18x\geq288$

$\therefore x\geq16$

따라서 구멍을 16개 이상 뚫어야 한다. 답 ③

12 전략 전체 걸린 시간이 30분, 즉 $\frac{1}{2}$시간 이하임을 이용하여 부등식을 세운다.

풀이 시속 60 km로 달린 거리를 x km라 하면 시속 80 km로 달린 거리는 $(36-x)$ km이므로

$\frac{x}{60}+\frac{36-x}{80}\leq\frac{1}{2}, \qquad 4x+3(36-x)\leq120$

$x+108\leq120 \qquad \therefore x\leq12$

따라서 시속 60 km로 달린 거리는 최대 12 km이다.

답 ⑤

13 전략 (소금의 양)$=\frac{(\text{소금물의 농도})}{100}\times$(소금물의 양)

풀이 처음 소금물의 농도를 x %라 하면 처음 소금물에 들어 있는 소금의 양은

$\frac{x}{100}\times300=3x\ (\text{g})$

이므로

$\frac{3x+20}{240}\times100\geq2.5x, \qquad 30x+200\geq60x$

$-30x\geq-200 \qquad \therefore x\leq\frac{20}{3}$

소금물 300 g에서 물 80 g을 증발시키고 소금 20 g을 넣은 후의 소금물의 양은
$300-80+20$
$=240\ (\text{g})$

따라서 처음 소금물의 농도는 최대 $\frac{20}{3}$ %이다.

답 ②

14 전략 뷔페에 가는 사람 수를 x라 하고 부등식을 세운다.

풀이 뷔페에 x명이 간다고 하면

$15000\times0.8\times x$

$>15000\times0.5\times4+15000\times(x-4)$

양변을 15000으로 나눈다.

$0.8x>2+(x-4), \qquad 0.8x>x-2$

$-0.2x>-2 \qquad \therefore x<10$

따라서 생일 쿠폰으로 할인 받는 것이 유리한 것은 최대 9명까지이다. 답 ③

15 전략 주어진 등식을 x의 식으로 나타낸 후 부등식에 대입한다.

풀이 $x+4y=5$에서 $\qquad 4y=5-x$

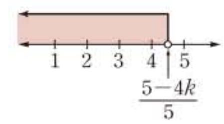
$\therefore y=\frac{5-x}{4}$

이것을 $y>x+k$에 대입하면 $\qquad \frac{5-x}{4}>x+k$

$5-x>4x+4k, \qquad -5x>4k-5$

$\therefore x<\frac{5-4k}{5}$

이 부등식을 만족시키는 자연수 x가 4개 이하이려면 오른쪽 그림에서



$\frac{5-4k}{5}\leq5$

$5-4k\leq25, \qquad -4k\leq20$

$\therefore k\geq-5$ 답 $k\geq-5$

16 전략 부등식 $ax<b$의 해가 $x>k$이면 $a<0$, $\frac{b}{a}=k$임을 이용한다.

풀이 $ax+b<0$에서 $\qquad ax<-b$

이 부등식의 해가 $x>\frac{2}{5}$이므로

$a<0$ ··· ❶

따라서 $x>-\frac{b}{a}$이므로 $\qquad -\frac{b}{a}=\frac{2}{5}$

$\therefore b=-\frac{2}{5}a$ ··· ❷

$b=-\frac{2}{5}a$를 $(2a-5b)x+2a+b>0$에 대입하면

$(2a+2a)x+2a-\frac{2}{5}a>0$

$4ax+\frac{8}{5}a>0 \qquad \therefore 4ax>-\frac{8}{5}a$

이때 $a<0$에서 $4a<0$이므로

$x<-\frac{2}{5}$ ··· ❸

답 $x<-\frac{2}{5}$

채점 기준	배점
❶ a의 부호를 구할 수 있다.	1점
❷ b를 a의 식으로 나타낼 수 있다.	2점
❸ 부등식의 해를 구할 수 있다.	2점

17 전략 민영이가 이긴 횟수를 x라 하고 민영이와 장석이가 얻은 점수를 각각 x의 식으로 나타내어 부등식을 세운다.

풀이 민영이가 x회 이겼다고 하면 4번 비겼으므로 장석이는 $(26-x)$회 이겼다. ··· ❶

즉 민영이가 얻은 점수는 $(3x+4)$점이고, 장석이가 얻은 점수는 $\{3(26-x)+4\}$점이므로

$(3x+4)-\{3(26-x)+4\}\geq 15$ ···➋

$3x+4+3x-82\geq 15,\quad 6x\geq 93$

$\therefore x\geq \dfrac{31}{2}=15.5$ ···➌

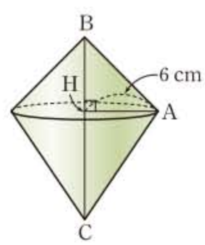
따라서 이 게임에서 민영이는 최소 16회 이겼다. ···➍

답 16회

채점 기준	배점
❶ 장석이가 이긴 횟수를 x의 식으로 나타낼 수 있다.	2점
❷ 부등식을 세울 수 있다.	2점
❸ 부등식의 해를 구할 수 있다.	1점
❹ 게임에서 민영이가 최소 몇 회 이겼는지 구할 수 있다.	1점

18 전략 $\overline{BH}=2x$ cm, $\overline{CH}=3x$ cm라 하고 회전체의 부피를 구해 본다.

풀이 회전체는 오른쪽 그림과 같으므로 $\overline{BH}=2x$ cm, $\overline{CH}=3x$ cm라 하면 회전체의 부피는



$\dfrac{1}{3}\times\pi\times 6^2\times 2x$

$+\dfrac{1}{3}\times\pi\times 6^2\times 3x$

$=24\pi x+36\pi x$

$=60\pi x\ (\text{cm}^3)$

즉 $60\pi x\geq 180\pi$에서 $\quad x\geq 3$

이때 $\overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}=2x+3x=5x\ (\text{cm})$이므로

$5x\geq 15$

따라서 $\overline{BC}$의 길이는 15 cm 이상이어야 한다.

답 15 cm

19 전략 서로 반대 방향으로 달리므로 A 자동차와 B 자동차 사이의 거리는 A 자동차가 달린 거리와 B 자동차가 달린 거리의 합이다.

풀이 B 자동차가 달린 시간을 x시간이라 하면 A 자동차가 달린 시간은 $\left(x+\dfrac{20}{60}\right)$시간이므로

A 자동차가 B 자동차보다 20분, 즉 $\dfrac{20}{60}$시간 더 달렸다.

$120\left(x+\dfrac{20}{60}\right)+140x\geq 560$

$120x+40+140x\geq 560$

$260x\geq 520 \qquad \therefore x\geq 2$

따라서 B 자동차가 출발한 지 2시간 후부터이다.

답 2시간

20 전략 단체의 인원수를 x라 하고 부등식을 세운다.

풀이 이 단체의 인원수를 x라 하면 25명 이상의 단체 입장권을 구매한 경우 총가격은

$2000\times 0.8\times x=1600x$(원)

40명의 단체 입장권을 구매한 경우 총가격은

$2000\times 0.75\times 40=60000$(원) ···➊

즉 $1600x>60000$에서

$x>\dfrac{75}{2}=37.5$ ···➋

따라서 38명 이상이면 40명의 단체 입장권을 구매하는 것이 유리하다. ···➌

답 38명

채점 기준	배점
❶ 25명 이상의 단체 입장권과 40명의 단체 입장권을 구매하는 경우의 총가격을 각각 구할 수 있다.	2점
❷ 부등식을 세우고 그 해를 구할 수 있다.	2점
❸ 몇 명 이상이면 40명의 단체 입장권을 구매하는 것이 유리한지 구할 수 있다.	1점

교과서 속 창의유형

본책 60쪽

유제 1 문제 해결 길잡이 ▶▶▶

❶ 주문해야 하는 피자 한 판의 가격을 x원으로 놓는다.
❷ x에 대한 부등식을 세운다.
❸ 부등식을 만족시키는 피자를 고른다.

풀이 ❶ 종민이가 주문해야 하는 피자 한 판의 가격을 x원이라 하자.

❷ $30000\leq 0.8\times 3x\leq 37000$

$30000\leq 2.4x\leq 37000$

$\therefore 12500\leq x\leq 15416.6\cdots$

❸ 따라서 종민이가 주문해야 하는 피자는 고구마피자 또는 포테이토피자이다.

답 고구마피자 또는 포테이토피자

유제 2 문제 해결 길잡이 ▶▶▶

❶ 한 달 동안의 데이터 사용량을 x MB로 놓는다.
❷ x에 대한 부등식을 세운다.
❸ B 요금제를 사용할 때, 유리한 사용량을 구한다.

풀이 ❶ 재희가 한 달 동안 사용한 데이터의 양을 x MB라 하자.

❷ A 요금제로 데이터를 1500 MB 이상 사용할 때의 요금은 $\{42000+12(x-1500)\}$원이므로

$42000+12(x-1500)>52000$

❸ $12x+24000>52000$

$12x>28000$

$\therefore x>\dfrac{7000}{3}=2333.3\cdots$

따라서 데이터 사용량이 2334 MB 이상일 때, B 요금제를 사용하는 것이 유리하다.

답 2334 MB

Ⅲ 방정식

1 연립일차방정식의 풀이

개념 & 핵심 기출

본책 62~64쪽

01 ㈀ 등식이 아니므로 방정식이 아니다.
㈃ xy항이 있으므로 일차방정식이 아니다.
㈅ $x-3y=3(x-y)$에서
$x-3y=3x-3y \quad \therefore -2x=0$
따라서 미지수가 1개인 일차방정식이다.
이상에서 미지수가 2개인 일차방정식인 것은 ㈁, ㈂, ㈄이다.
답 ㈁, ㈂, ㈄

02 ④ $3\times4-5\times\frac{16}{5}\neq4$
답 ④

03 $x=1$, $y=-4$를 $ax-y-7=0$에 대입하면
$a+4-7=0 \quad \therefore a=3$
$x=b$, $y=5$를 $3x-y-7=0$에 대입하면
$3b-5-7=0 \quad \therefore b=4$
$\therefore a+b=7$
답 7

04 십의 자리의 숫자가 x, 일의 자리의 숫자가 y인 두 자리 자연수는 $10x+y$이고, 십의 자리의 숫자가 y, 일의 자리의 숫자가 x인 두 자리 자연수는 $10y+x$이므로 구하는 연립방정식은
$$\begin{cases} x+y=9 \\ 10y+x=10x+y+27 \end{cases}$$
답 $\begin{cases} x+y=9 \\ 10y+x=10x+y+27 \end{cases}$

05 $x+2y=11$의 해는
$(1,\ 5),\ (3,\ 4),\ (5,\ 3),\ (7,\ 2),\ (9,\ 1)$
또 $3x+y=13$의 해는
$(1,\ 10),\ (2,\ 7),\ (3,\ 4),\ (4,\ 1)$
따라서 연립방정식의 해는 $(3,\ 4)$
답 $(3,\ 4)$

06 $x=-1$, $y=1$을 $ax-4y=-5$에 대입하면
$-a-4=-5 \quad \therefore a=1$
$x=-1$, $y=1$을 $3x+by=7$에 대입하면
$-3+b=7 \quad \therefore b=10$
$\therefore ab=10$
답 10

일품 BOX

x가 소거되려면 x의 계수가 0이어야 한다.

주어진 해를 일차방정식에 대입하여 a, b에 대한 연립방정식을 세운다.

$x=p$, $y=q$가 일차방정식 $ax+by+c=0$의 해이면 $ap+bq+c=0$이 성립한다.

$x=p$, $y=q$를 일차방정식 $ax+by+c=0$에 대입하였을 때 등식이 성립하면 $x=p$, $y=q$는 일차방정식 $ax+by+c=0$의 해이다.

두 일차방정식을 모두 만족시키는 x, y의 값은 연립방정식의 해이다.

07 ㉠×3을 하면 $\quad 15x-6y=24$
㉡×5를 하면 $\quad 5ax+35y=65$
㉠×3−㉡×5를 하면
$(15-5a)x-41y=-41$
이때 x가 소거되려면 $\quad 15-5a=0$
$\therefore a=3$
답 ⑤

08 $\begin{cases} -4x+7y=1 & \cdots\cdots ㉠ \\ 3x-4y=3 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$
㉠×3+㉡×4를 하면
$5y=15 \quad \therefore y=3$
$y=3$을 ㉡에 대입하면
$3x-12=3, \quad 3x=15$
$\therefore x=5$
$\therefore 2x+y=2\times5+3=13$
답 13

09 $x=1$, $y=3$을 $ax+by=2$에 대입하면
$a+3b=2 \quad \cdots\cdots ㉠$
$x=3$, $y=13$을 $ax+by=2$에 대입하면
$3a+13b=2 \quad \cdots\cdots ㉡$
㉠×3−㉡을 하면
$-4b=4 \quad \therefore b=-1$
$b=-1$을 ㉠에 대입하면
$a-3=2 \quad \therefore a=5$
$\therefore ab=-5$
답 ②

10 $y=2x+2$를 $5x-2y=-1$에 대입하면
$5x-2(2x+2)=-1, \quad x-4=-1$
$\therefore x=3$
$x=3$을 $y=2x+2$에 대입하면
$y=6+2=8$
따라서 주어진 연립방정식의 해는 $x=3$, $y=8$이다.
$x=3$, $y=8$을 각 일차방정식에 대입하면
① $-7\times3+2\times8=-5\neq5$
② $-5\times3-8=-23\neq-7$
③ $3-8=-5$
④ $3\times3-8=1\neq-1$
⑤ $7\times3-3\times8=-3$
답 ③, ⑤

11 $\begin{cases} y=3x+1 & \cdots\cdots ㉠ \\ y=-2x+6 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$
㉠을 ㉡에 대입하면
$3x+1=-2x+6, \quad 5x=5$
$\therefore x=1$
$x=1$을 ㉠에 대입하면

일품 BOX

$y=3+1=4$

$\therefore x^2+y^2=1^2+4^2=17$ 답 17

12 주어진 연립방정식의 해는 세 방정식을 모두 만족시키므로 연립방정식

$\begin{cases} 4x+5y=-1 & \cdots\cdots ㉠ \\ x=-3y+5 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

의 해와 같다.

㉡을 ㉠에 대입하면

$4(-3y+5)+5y=-1,\quad -7y=-21$

$\therefore y=3$

$y=3$을 ㉡에 대입하면

$x=-9+5=-4$

따라서 $x=-4,\ y=3$을 $2x+y=a$에 대입하면

$a=-8+3=-5$ 답 -5

13 $\begin{cases} 5x-2(x+y)=-3 \\ 3(x-y)-4x=-10 \end{cases}$에서

$\begin{cases} 3x-2y=-3 & \cdots\cdots ㉠ \\ -x-3y=-10 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠+㉡×3을 하면

$-11y=-33\quad \therefore y=3$

$y=3$을 ㉡에 대입하면

$-x-9=-10\quad \therefore x=1$ 답 $x=1,\ y=3$

14 $0.5x-0.4y=-1$의 양변에 10을 곱하면

$5x-4y=-10$ $\cdots\cdots$ ㉠

$(x-1):(y-2)=1:3$에서

$3(x-1)=y-2\quad \therefore 3x-y=1$ $\cdots\cdots$ ㉡

㉠−㉡×4를 하면

$-7x=-14\quad \therefore x=2$

$x=2$를 ㉡에 대입하면

$6-y=1\quad \therefore y=5$ 답 $x=2,\ y=5$

15 주어진 방정식에서

$\begin{cases} \dfrac{3y-4x+1}{2}=2x-y & \cdots\cdots ㉠ \\ \dfrac{3x-y}{3}=2x-y & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠×2를 하면 $3y-4x+1=4x-2y$

$\therefore 8x-5y=1$ $\cdots\cdots$ ㉢

㉡×3을 하면 $3x-y=6x-3y$

$\therefore 3x-2y=0$ $\cdots\cdots$ ㉣

㉢×2−㉣×5를 하면 $x=2$

$x=2$를 ㉣에 대입하면

$6-2y=0\quad \therefore y=3$

x항의 계수가 같아지도록 두 방정식을 변형한다.

x, y의 계수는 각각 같으나 상수항이 다르면 연립방정식의 해는 없다.

$a:b=c:d$이면 $ad=bc$

우변의 모든 항을 좌변으로 이항한다.

$A=B=C$ 꼴의 방정식에서는 $\begin{cases} A=B \\ A=C \end{cases}$, $\begin{cases} A=B \\ B=C \end{cases}$, $\begin{cases} A=C \\ B=C \end{cases}$ 중 가장 간단한 것을 선택하여 푼다.

따라서 $a=2,\ b=3$이므로 $a+b=5$ 답 5

16 $\begin{cases} 3x+ay=2 \\ -\dfrac{1}{2}x+\dfrac{1}{3}y=b \end{cases}$에서 $\begin{cases} 3x+ay=2 \\ 3x-2y=-6b \end{cases}$이므로

$a=-2,\ 2=-6b$

$\therefore a=-2,\ b=-\dfrac{1}{3}$ 답 $a=-2,\ b=-\dfrac{1}{3}$

17 $\begin{cases} (a-1)x+3y=1 \\ 2(x+3)-3(y+1)=b \end{cases}$에서

$\begin{cases} (1-a)x-3y=-1 \\ 2x-3y=b-3 \end{cases}$이므로

$1-a=2,\ -1\neq b-3$

$\therefore a=-1,\ b\neq 2$ 답 ③

18 (ㄱ) $2x-5y=-2$

(ㄴ) $5x-2y=5$

(ㄷ) 양변에 5를 곱하여 정리하면 $2x-5y=-5$

(ㄹ) 양변에 2를 곱하여 정리하면 $5x-2y=5$

따라서 (ㄱ)과 (ㄷ)의 두 일차방정식의 x, y의 계수는 각각 같고, 상수항은 다르므로 (ㄱ)과 (ㄷ)의 일차방정식을 한 쌍으로 하는 연립방정식은 해가 없다. 답 ②

참고 (ㄴ), (ㄹ)의 일차방정식을 한 쌍으로 하는 연립방정식은 해가 무수히 많다.

만점 도전을 위한 고난도 문제

본책 65~68쪽

01 전략 미지수가 2개인 일차방정식은 $ax+by+c=0$ (a, b, c는 상수, $a\neq0$, $b\neq0$) 꼴이다.

풀이 $3x^2-8x+y+1-ax^2-2x+by=0$에서

$(3-a)x^2-10x+(1+b)y+1=0$

$3-a=0,\ 1+b\neq0$이어야 하므로

$a=3,\ b\neq-1$ 답 ②

02 전략 x, y가 자연수일 때, 주어진 일차방정식의 해를 각각 구한다.

풀이 x, y가 자연수일 때, $2x+y=9$의 해는

$(1,\ 7),\ (2,\ 5),\ (3,\ 3),\ (4,\ 1)$

이므로 $m=4$ ··· ❶

$2x+3y=13$의 해는

$(2,\ 3),\ (5,\ 1)$

이므로 $n=2$ ··· ❷

$\therefore m-n=2$ ··· ❸

답 2

채점 기준	비율
❶ m의 값을 구할 수 있다.	40 %
❷ n의 값을 구할 수 있다.	40 %
❸ $m-n$의 값을 구할 수 있다.	20 %

03 전략 x, y에 대한 일차방정식을 세운 후 x, y가 자연수일 때의 해를 구한다.

풀이 $500x+700y=9200$이므로

$5x+7y=92$

이때 x, y는 자연수이므로 $5x+7y=92$의 해는

$(3,\ 11),\ (10,\ 6),\ (17,\ 1)$

따라서 요구르트와 우유를 합하여 최대 18개를 살 수 있다. 답 ④

04 전략 주어진 기호의 약속에 따라 먼저 일차방정식을 구한다.

풀이 $(3x+1)*(5-y)=6$에서

$3x+1-2(5-y)=6$

$\therefore\ 3x+2y=15$ ···❶

이때 x, y는 자연수이므로 $3x+2y=15$의 해는

$(1,\ 6),\ (3,\ 3)$ ···❷

답 $(1,\ 6),\ (3,\ 3)$

채점 기준	비율
❶ 일차방정식을 구할 수 있다.	40 %
❷ x, y의 순서쌍 $(x,\ y)$를 모두 구할 수 있다.	60 %

05 전략 $x=a+2$, $y=a-2$를 주어진 두 방정식에 대입한다.

풀이 $x=a+2$, $y=a-2$를 $2x+y=20$에 대입하면

$2(a+2)+a-2=20,\qquad 3a=18$

$\therefore\ a=6$

$x=8$, $y=4$를 $x+by=-16$에 대입하면

$8+4b=-16,\qquad 4b=-24$

$\therefore\ b=-6$

$\therefore\ a+b=0$ 답 ③

06 전략 x, y를 서로 바꾼 연립방정식의 해가 $x=b$, $y=0$임을 이용한다.

풀이 x, y를 서로 바꾼 연립방정식은 $\begin{cases}5y-2x=7\\3y+x=a\end{cases}$

이 연립방정식의 해가 $x=b$, $y=0$이므로 이를 $5y-2x=7$에 대입하면

$-2b=7\qquad \therefore\ b=-\frac{7}{2}$

$x=-\frac{7}{2}$, $y=0$을 $3y+x=a$에 대입하면

$a=-\frac{7}{2}$

$\therefore\ a+b=-7$ 답 ③

일품 BOX

10000원을 내고 800원을 거슬러 받으므로 총 가격은 9200원이다.

요구르트와 우유의 개수는 자연수이다.

$(3,\ 11)$에서 $3+11=14$
$(10,\ 6)$에서 $10+6=16$
$(17,\ 1)$에서 $17+1=18$

x, y의 순서쌍 $(m,\ n)$이 연립방정식의 해이면 $x=m$, $y=n$을 연립방정식을 이루는 두 일차방정식에 각각 대입하였을 때 참이 된다.

$a=6$이므로 $x=6+2=8$, $y=6-2=4$

$x=b$, $y=0$을 $3y+x=a$에 대입하여 풀 수도 있다. 즉 $a=b=-\frac{7}{2}$

07 전략 주어진 세 일차방정식 중에서 m을 포함하지 않은 두 일차방정식을 연립하여 푼다.

풀이 주어진 연립방정식의 해는 세 방정식을 모두 만족시키므로 연립방정식 $\begin{cases}x+4y=18\\3x+y=10\end{cases}$의 해와 같다.

x, y가 자연수일 때, $x+4y=18$의 해는

$(2,\ 4),\ (6,\ 3),\ (10,\ 2),\ (14,\ 1)$

$3x+y=10$의 해는

$(1,\ 7),\ (2,\ 4),\ (3,\ 1)$

따라서 연립방정식 $\begin{cases}x+4y=18\\3x+y=10\end{cases}$의 해는

$(2,\ 4)$ ···❶

이때 $(2,\ 4)$가 $-2x+3y=m$의 해이므로

$m=-4+12=8$ ···❷

답 8

채점 기준	비율
❶ m을 포함하지 않은 두 일차방정식을 연립하여 풀 수 있다.	60 %
❷ m의 값을 구할 수 있다.	40 %

08 전략 연립방정식의 해를 두 방정식에 각각 대입하면 등식이 성립함을 이용한다.

풀이 8과 18의 최대공약수는 2이므로 $x=2$

12와 15의 최대공약수는 3이므로 $y=3$

$x=2$, $y=3$을 $ax+2y=4$에 대입하면

$2a+6=4\qquad \therefore\ a=-1$

$x=2$, $y=3$을 $3x+by=-6$에 대입하면

$6+3b=-6\qquad \therefore\ b=-4$

$\therefore\ ab=4$ 답 4

09 전략 연립방정식 $\begin{cases}5x+8y=-23\\-4x+6y=6\end{cases}$의 해를 먼저 구한다.

풀이 $\begin{cases}5x+8y=-23 & \cdots\cdots ㉠\\-4x+6y=6 & \cdots\cdots ㉡\end{cases}$

㉠$\times4+$㉡$\times5$를 하면

$62y=-62\qquad \therefore\ y=-1$

$y=-1$을 ㉡에 대입하면

$-4x-6=6\qquad \therefore\ x=-3$

따라서 $a=-3$, $b=-1$이므로

$\begin{cases}-3x-y=19 & \cdots\cdots ㉢\\-x-3y=1 & \cdots\cdots ㉣\end{cases}$

㉢$-$㉣$\times3$을 하면 $8y=16\qquad \therefore\ y=2$

$y=2$를 ㉣에 대입하면

$-x-6=1\qquad \therefore\ x=-7$ 답 $x=-7$, $y=2$

10 전략 지수법칙을 이용하여 일차방정식을 세운다.

풀이 $3^x\times27^y=9^5$에서 $3^x\times(3^3)^y=(3^2)^5$

Ⅲ 방정식

$3^x \times 3^{3y} = 3^{10}$, $\quad 3^{x+3y}=3^{10}$

$\therefore x+3y=10$

따라서 주어진 연립방정식의 해는 세 방정식을 모두 만족시키므로 연립방정식

$$\begin{cases} 4x-3y=10 & \cdots\cdots ㉠ \\ x+3y=10 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$

의 해와 같다.

㉠+㉡을 하면 $\quad 5x=20 \quad \therefore x=4$

$x=4$를 ㉡에 대입하면

$4+3y=10 \quad \therefore y=2$

$x=4$, $y=2$를 $kx+y=-2$에 대입하면

$4k+2=-2 \quad \therefore k=-1$ 답 ⑤

만점 비법

지수법칙

$a\neq0$이고, m, n이 자연수일 때

① $a^m \times a^n = a^{m+n}$ ② $(a^m)^n = a^{mn}$

③ $a^m \div a^n = \begin{cases} a^{m-n} & (m>n) \\ 1 & (m=n) \\ \dfrac{1}{a^{n-m}} & (m<n) \end{cases}$

11 전략 상수 a, b를 바꾼 연립방정식에 주어진 해를 대입하여 새로운 연립방정식을 세워서 푼다.

풀이 (1) $x=3$, $y=4$를 연립방정식 $\begin{cases} bx+ay=1 \\ 2bx+3ay=-18 \end{cases}$

에 대입하면 $\begin{cases} 3b+4a=1 & \cdots\cdots ㉠ \\ 6b+12a=-18 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠×2−㉡을 하면 $\quad -4a=20 \quad \therefore a=-5$

$a=-5$를 ㉠에 대입하면

$3b-20=1$, $\quad 3b=21 \quad \therefore b=7$

$\therefore a+b=2$ ➊

(2) 처음 연립방정식은

$$\begin{cases} -5x+7y=1 & \cdots\cdots ㉠ \\ -10x+21y=-18 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$

$a=-5$, $b=7$을 $\begin{cases} ax+by=1 \\ 2ax+3by=-18 \end{cases}$에 대입하면 $\begin{cases} -5x+7y=1 \\ -10x+21y=-18 \end{cases}$

㉠×2−㉡을 하면

$-7y=20 \quad \therefore y=-\dfrac{20}{7}$

$y=-\dfrac{20}{7}$을 ㉠에 대입하면

$-5x-20=1$, $\quad -5x=21$

$\therefore x=-\dfrac{21}{5}$ ➋

답 (1) 2 (2) $x=-\dfrac{21}{5}$, $y=-\dfrac{20}{7}$

채점 기준	비율
➊ $a+b$의 값을 구할 수 있다.	50 %
➋ 처음 연립방정식의 해를 구할 수 있다.	50 %

일품 BOX

12 전략 세 일차방정식 중에서 a를 포함하지 않은 두 일차방정식을 연립하여 푼다.

풀이 $x=p$, $y=q$는 연립방정식

$$\begin{cases} x-y+2=-5y+10 \\ 4x-1=-3y-8 \end{cases},$$

즉 $\begin{cases} x+4y=8 & \cdots\cdots ㉠ \\ 4x+3y=-7 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

의 해와 같다.

㉠×4−㉡을 하면 $\quad 13y=39 \quad \therefore y=3$

$y=3$을 ㉠에 대입하면 $\quad x+12=8 \quad \therefore x=-4$

$\therefore p=-4$, $q=3$

$x=-4$, $y=3$을 $ax+5y=3$에 대입하면

$-4a+15=3 \quad \therefore a=3$

$\therefore a+pq=3+(-12)=-9$ 답 ③

13 전략 먼저 연립방정식 $\begin{cases} x+y=0 \\ y=-7x+6 \end{cases}$을 푼다.

풀이 $\begin{cases} y=-7x+6 & \cdots\cdots ㉠ \\ x+y=0 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

x의 값과 y의 값의 합이 0이므로 $x+y=0$

㉠을 ㉡에 대입하면

$x-7x+6=0$, $\quad -6x=-6 \quad \therefore x=1$

$x=1$을 ㉡에 대입하면

$1+y=0 \quad \therefore y=-1$

$x=1$, $y=-1$을 $2x+ay=1$에 대입하면

$2-a=1 \quad \therefore a=1$

답 1

14 전략 주어진 두 연립방정식의 공통인 해는 연립방정식 $\begin{cases} -4x+y=8 \\ x=-2y+7 \end{cases}$의 해와 같음을 이용한다.

풀이 주어진 두 연립방정식의 공통인 해는 연립방정식

$$\begin{cases} -4x+y=8 & \cdots\cdots ㉠ \\ x=-2y+7 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$

의 해와 같다.

㉡을 ㉠에 대입하면

$-4(-2y+7)+y=8$, $\quad 9y=36$

$\therefore y=4$

$y=4$를 ㉡에 대입하면

$x=-8+7=-1$ ➊

$x=-1$, $y=4$를 $ax-3y=-6$에 대입하면

$-a-12=-6 \quad \therefore a=-6$

$x=-1$, $y=4$를 $5x+by=3$에 대입하면

$-5+4b=3$, $\quad 4b=8$

$\therefore b=2$ ➋

$\therefore b-a=8$ ➌

답 8

채점 기준	비율
❶ 두 연립방정식의 공통인 해를 구할 수 있다.	40 %
❷ a, b의 값을 구할 수 있다.	40 %
❸ $b-a$의 값을 구할 수 있다.	20 %

15 전략 상수 a를 포함하지 않은 방정식을 이용하여 a를 잘못 보고 푼 연립방정식의 해를 먼저 구한다.

풀이 a를 A로 잘못 보았다고 하면

$y=-3x+A$ ...... ㉠

$y=-11$을 $9x+2y=-4$에 대입하면

$9x-22=-4$, $9x=18$

$\therefore x=2$

$x=2$, $y=-11$을 ㉠에 대입하면

$-11=-6+A$ $\therefore A=-5$

따라서 상수 a를 -5로 잘못 보았다. 답 ①

16 전략 $|y|=2|x|$에서 x의 값의 부호에 따라 나누어 생각한다.

풀이 $y>0$이고, $|y|=2|x|$이므로

$y=2x\ (x\geq0)$ 또는 $y=-2x\ (x<0)$

(i) $y=2x$를 $2x-3y=-8$에 대입하면

$2x-6x=-8$ $\therefore x=2$

$x=2$를 $y=2x$에 대입하면

$y=4$

$x=2$, $y=4$를 $ax-y=-6$에 대입하면

$2a-4=-6$ $\therefore a=-1$

(ii) $y=-2x$를 $2x-3y=-8$에 대입하면

$2x+6x=-8$ $\therefore x=-1$

$x=-1$을 $y=-2x$에 대입하면

$y=2$

$x=-1$, $y=2$를 $ax-y=-6$에 대입하면

$-a-2=-6$ $\therefore a=4$

(i), (ii)에서 모든 a의 값의 합은

$-1+4=3$ 답 ⑤

17 전략 괄호를 포함한 연립방정식은 분배법칙을 이용하여 괄호를 먼저 푼다.

풀이 $\begin{cases} 7-\{5x+3(-3y+1)-2\}=2y \\ 3(y-5)=4(3x-y) \end{cases}$에서

$\begin{cases} 5x-7y=6 & \cdots\cdots ㉠ \\ 12x-7y=-15 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$-$㉡을 하면 $-7x=21$ $\therefore x=-3$

$x=-3$을 ㉠에 대입하면 $-15-7y=6$

$\therefore y=-3$

$\therefore x+y=-6$ 답 ①

일품 BOX

$2.\dot{5}=\frac{25-2}{9}=\frac{23}{9}$

$|a|=\begin{cases} a\ (a\geq0) \\ -a\ (a<0) \end{cases}$

$x=2$는 $x\geq0$이므로 주어진 방정식의 해가 된다.

$x=-1$은 $x<0$이므로 주어진 방정식의 해가 된다.

18 전략 순환소수를 분수로 나타낸 후 계수를 모두 정수로 고쳐서 푼다.

풀이 $0.\dot{7}x-0.\dot{5}y=2.\dot{5}$에서 $\frac{7}{9}x-\frac{5}{9}y=\frac{23}{9}$이므로 주어진 연립방정식은

$\begin{cases} 0.4x-2.5y=-0.9 & \cdots\cdots ㉠ \\ \frac{7}{9}x-\frac{5}{9}y=\frac{23}{9} & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$\times10$을 하면 $4x-25y=-9$ ...... ㉢

㉡$\times9$를 하면 $7x-5y=23$ ...... ㉣

㉢$-$㉣$\times5$를 하면

$-31x=-124$ $\therefore x=4$

$x=4$를 ㉢에 대입하면

$16-25y=-9$, $-25y=-25$

$\therefore y=1$

$\therefore x:y=4:1$ 답 $4:1$

19 전략 계수가 분수인 연립방정식은 양변에 분모의 최소공배수를 곱하여 계수를 모두 정수로 고쳐서 푼다.

풀이 $\begin{cases} \frac{x+y}{5}=\frac{y}{2} & \cdots\cdots ㉠ \\ (3x-4):(2x-y)=2:1 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$\times10$을 하면

$2(x+y)=5y$ $\therefore 2x-3y=0$ ...... ㉢

㉡에서 $3x-4=2(2x-y)$

$\therefore x-2y=-4$ ...... ㉣

㉢$-$㉣$\times2$를 하면 $y=8$

$y=8$을 ㉣에 대입하면

$x-16=-4$ $\therefore x=12$ 답 $x=12$, $y=8$

20 전략 $A=B=C$ 꼴의 방정식에서 C가 상수이면 $\begin{cases} A=C \\ B=C \end{cases}$를 푼다.

풀이 주어진 방정식에서

$\begin{cases} \frac{ax+2y}{2}=k \\ \frac{x+y+3}{3}=k \end{cases}$,

즉 $\begin{cases} ax+2y=2k & \cdots\cdots ㉠ \\ x+y=3k-3 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$ ··· ❶

$x=-2$, $y=5$를 ㉡에 대입하면

$-2+5=3k-3$, $-3k=-6$

$\therefore k=2$

$x=-2$, $y=5$, $k=2$를 ㉠에 대입하면

$-2a+10=4$, $-2a=-6$

$\therefore a=3$ ··· ❷

$\therefore a-k=1$ ··· ❸

답 1

채점 기준	비율
❶ 주어진 방정식을 $\begin{cases} A=C \\ B=C \end{cases}$ 꼴로 나타낼 수 있다.	30%
❷ a, k의 값을 구할 수 있다.	50%
❸ $a-k$의 값을 구할 수 있다.	20%

21 전략 $\frac{1}{x}=X$, $\frac{1}{y}=Y$로 놓고 X, Y에 대한 연립방정식을 만들어 푼다.

풀이 $\frac{1}{x}=X$, $\frac{1}{y}=Y$로 놓으면

$$\begin{cases} 3X+4Y=1 & \cdots\cdots ㉠ \\ X-6Y=4 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠$-$㉡$\times 3$을 하면

$22Y=-11$ $\quad \therefore Y=-\frac{1}{2}$

$Y=-\frac{1}{2}$을 ㉡에 대입하면

$X+3=4$ $\quad \therefore X=1$

$X=1$에서 $\frac{1}{x}=1$이므로 $\quad x=1$

$Y=-\frac{1}{2}$에서 $\frac{1}{y}=-\frac{1}{2}$이므로 $\quad y=-2$

따라서 $a=1$, $b=-2$이므로

$a+b=-1$

답 -1

22 전략 연립방정식이 $x=0$, $y=0$ 이외의 해를 갖는다.
⊙ 해가 무수히 많다.

풀이 $\begin{cases} 2x+3y=0 \\ -6x+y=ay \end{cases}$에서

$\begin{cases} -6x-9y=0 \\ -6x+(1-a)y=0 \end{cases}$

이 연립방정식의 해가 $x=0$, $y=0$ 이외에도 존재하므로 해가 무수히 많다. ··· ❶

따라서 $1-a=-9$이므로 $\quad a=10$ ··· ❷

답 10

x의 계수와 상수항이 각각 같으므로 y의 계수가 같지 않으면 이 연립방정식의 해는 $x=0$, $y=0$ 뿐이다.

채점 기준	비율
❶ 주어진 연립방정식의 해가 무수히 많음을 알 수 있다.	60%
❷ a의 값을 구할 수 있다.	40%

23 전략 해가 없는 연립방정식은 x, y의 계수는 각각 같으나 상수항이 다르다.

풀이 $\begin{cases} 5x+(a+1)y=1 \\ 2x-ay=1 \end{cases}$에서 $\begin{cases} 10x+2(a+1)y=2 \\ 10x-5ay=5 \end{cases}$

이 연립방정식의 해가 없으므로

$2(a+1)=-5a$, $\quad 7a=-2$

$\therefore a=-\frac{2}{7}$

답 ③

24 전략 해가 무수히 많은 연립방정식은 x, y의 계수와 상수항이 각각 같다.

풀이 $\begin{cases} ax-by=a \\ bx-ay=-a \end{cases}$에서 $\begin{cases} ax-by=a \\ -bx+ay=a \end{cases}$

이 연립방정식의 해가 무수히 많으므로 $\quad a=-b$

$a=-b$를 $ax-by=a$에 대입하면

$-bx-by=-b$

이때 $ab\neq0$이므로 양변을 $-b$로 나누면

$ab\neq0$이므로 $a\neq0$, $b\neq0$이다.

$x+y=1$

답 ③

최상위로 가는 최고 수준 문제

본책 69쪽

01 전략 $x-2y=100$의 해 중 x, y가 서로소인 것을 찾아본다.

풀이 x, y가 자연수일 때, $x-2y=100$ $(y\geq25)$의 해는 다음과 같다.

$x=100+2y$

x	150	152	154	156	158	160	$\cdots$
y	25	26	27	28	29	30	$\cdots$

이때 $\frac{x}{y}$가 기약분수이므로 x, y는 서로소이다.

따라서 서로소인 해는

$(154, 27)$, $(158, 29)$, $\cdots$

이므로 $x+y$의 값 중 가장 작은 수는

y의 값이 커질수록 x의 값도 커지므로 $x+y$의 값은 y의 값이 가장 작을 때 가장 작다.

$154+27=181$

답 ③

02 전략 주어진 해를 일차방정식에 대입하여 a, b 사이의 관계를 식으로 나타낸다.

풀이 $x=-3$, $y=5$를 $(a-2b)x+(2a+3b)y=0$에 대입하면

$-3a+6b+10a+15b=0$, $\quad 7a=-21b$

$\therefore a=-3b$ ··· ❶

$a=-3b$를 $6bx+5a=3(ay+2b)$에 대입하면

$6bx-15b=3(-3by+2b)$

$6bx-15b=-9by+6b$

$\therefore 2bx+3by=7b$

이때 $ab\neq0$에서 $b\neq0$이므로 양변을 b로 나누면

$2x+3y=7$ ··· ❷

따라서 $2x+3y=7$을 만족시키는 자연수 x, y의 순서쌍 (x, y)는 $\quad (2, 1)$ ··· ❸

답 $(2, 1)$

채점 기준	비율
❶ a, b 사이의 관계를 식으로 나타낼 수 있다.	40%
❷ $6bx+5a=3(ay+2b)$를 간단히 할 수 있다.	30%
❸ 방정식을 만족시키는 자연수 x, y의 순서쌍 (x, y)를 구할 수 있다.	30%

03 전략 네 일차방정식 중에서 a, b를 포함하지 않은 두 일차방정식을 연립하여 푼다.

풀이 연립방정식 $\begin{cases} 8x-5y=19 \\ ax+3y=-1 \end{cases}$의 해를 $x=p$, $y=q$라

하면 $\begin{cases} 8p-5q=19 & \cdots\cdots ㉠ \\ ap+3q=-1 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

또 연립방정식 $\begin{cases} bx-5y=1 \\ 5x-3y=8 \end{cases}$의 해는 $x=p-2$, $y=q-2$

이므로

$\begin{cases} b(p-2)-5(q-2)=1 \\ 5(p-2)-3(q-2)=8 \end{cases}$,

즉 $\begin{cases} bp-5q=2b-9 & \cdots\cdots ㉢ \\ 5p-3q=12 & \cdots\cdots ㉣ \end{cases}$

㉠×3−㉣×5를 하면 $-p=-3$ $\quad \therefore p=3$

$p=3$을 ㉣에 대입하면

$15-3q=12$, $\quad -3q=-3$

$\therefore q=1$ ⋯ ❶

$p=3$, $q=1$을 ㉡에 대입하면

$3a+3=-1$, $\quad 3a=-4$

$\therefore a=-\dfrac{4}{3}$

$p=3$, $q=1$을 ㉢에 대입하면

$3b-5=2b-9$ $\quad \therefore b=-4$ ⋯ ❷

$\therefore 3a+b=3\times\left(-\dfrac{4}{3}\right)+(-4)=-8$ ⋯ ❸

답 -8

채점 기준	비율
❶ p, q의 값을 구할 수 있다.	40%
❷ a, b의 값을 구할 수 있다.	40%
❸ $3a+b$의 값을 구할 수 있다.	20%

04 전략 지수법칙을 이용하여 연립방정식을 간단히 정리한다.

풀이 $2^{2x+3y}=2^{3+x}\times 2^{4y}$에서 $\quad 2^{2x+3y}=2^{3+x+4y}$

즉 $2x+3y=3+x+4y$이므로

$x-y=3$ $\cdots\cdots ㉠$

$3^x\div 9^{y+1}=1$에서

$3^x\div(3^2)^{y+1}=1$, $\quad 3^x\div 3^{2y+2}=1$

즉 $x=2y+2$이므로 $\quad x-2y=2$ $\cdots\cdots ㉡$

㉠−㉡을 하면 $\quad y=1$

$y=1$을 ㉠에 대입하면 $\quad x-1=3$ $\quad \therefore x=4$

따라서 $a=4$, $b=1$이므로 $\quad a-2b=2$ 답 ②

05 전략 $A=B=C$ 꼴의 방정식은 $\begin{cases} A=B \\ A=C \end{cases}$, $\begin{cases} A=B \\ B=C \end{cases}$, $\begin{cases} A=C \\ B=C \end{cases}$ 중 어느 하나를 선택하여 푼다.

풀이 주어진 방정식에서

$\begin{cases} 2x+y=x+2y+2 \\ 2x+y=3x-2y+4 \end{cases}$,

즉 $\begin{cases} x-y=2 & \cdots\cdots ㉠ \\ x-3y=-4 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠−㉡을 하면 $\quad 2y=6$ $\quad \therefore y=3$

$y=3$을 ㉠에 대입하면 $\quad x-3=2$ $\quad \therefore x=5$

(ㄱ) $\dfrac{x}{y}=\dfrac{5}{3}$이므로 $\dfrac{x}{y}$는 유한소수로 나타낼 수 없다.

(ㄴ) $x+y=8$이므로 $x+y$의 값은 4의 배수이다.

(ㄷ) $0.2x-0.1y=0.7$의 양변에 10을 곱하면

$2x-y=7$

$x=y+2$를 $2x-y=7$에 대입하면

$2(y+2)-y=7$ $\quad \therefore y=3$

$y=3$을 $x=y+2$에 대입하면

$x=3+2=5$

이상에서 옳은 것은 (ㄴ), (ㄷ)이다. 답 ⑤

만점 비법

유한소수로 나타낼 수 있는 분수

분수를 기약분수로 나타내었을 때, 분모의 소인수가 2 또는 5뿐이면 유한소수로 나타낼 수 있다.

06 전략 ◎와 △의 약속을 이용하여 연립방정식을 세운다.

풀이 (i) $x>y$일 때, $x◎y=x$, $x\triangle y=y$이므로

$\begin{cases} x=x-2y+2 & \cdots\cdots ㉠ \\ y=2x-3y-6 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠에서 $\quad -2y+2=0$ $\quad \therefore y=1$

$y=1$을 ㉡에 대입하면

$1=2x-3-6$, $\quad 2x=10$

$\therefore x=5$

(ii) $x=y$일 때, $x◎y=x$, $x\triangle y=x$이므로

$\begin{cases} x=x-2y+2 & \cdots\cdots ㉢ \\ x=2x-3y-6 & \cdots\cdots ㉣ \end{cases}$

㉢에서 $\quad -2y+2=0$ $\quad \therefore y=1$

$y=1$을 ㉣에 대입하면

$x=2x-3-6$ $\quad \therefore x=9$

그런데 $x\neq y$이므로 조건을 만족시키지 않는다.

(iii) $x<y$일 때, $x◎y=y$, $x\triangle y=x$이므로

$\begin{cases} y=x-2y+2 \\ x=2x-3y-6 \end{cases}$, 즉 $\begin{cases} x-3y=-2 \\ x-3y=6 \end{cases}$

x, y의 계수는 각각 같고 상수항은 다르므로 연립방정식의 해가 없다.

이상에서 주어진 연립방정식의 해는

$x=5$, $y=1$ 답 $x=5$, $y=1$

일품 BOX

㉠에서

$x=y+2$ $\cdots$ ㉢

㉢을 ㉡에 대입하면

$y+2-3y=-4$

$-2y=-6$

$\therefore y=3$

으로 풀 수도 있다.

분모에 2와 5 이외의 소인수가 있다.

$x◎y=y$, $x\triangle y=y$로 생각해도 된다.

m, n이 자연수일 때, $a^m\times a^n=a^{m+n}$

$a\neq 0$이고 m, n이 자연수일 때, $m=n$이면 $a^m\div a^n=1$

Ⅲ 방정식

2 연립일차방정식의 활용

개념 & 핵심 기출

본책 70~71쪽

01 처음 자연수의 십의 자리의 숫자를 x, 일의 자리의 숫자를 y라 하면

$$\begin{cases} x+y=7 \\ 10y+x=10x+y+27 \end{cases}$$

즉 $\begin{cases} x+y=7 & \cdots\cdots ㉠ \\ x-y=-3 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠+㉡을 하면

$2x=4$ $\therefore x=2$

$x=2$를 ㉠에 대입하면

$2+y=7$ $\therefore y=5$

따라서 처음 자연수는 25이다. 답 25

02 지수의 나이를 x살, 동생의 나이를 y살이라 하면

$\begin{cases} x+y=21 & \cdots\cdots ㉠ \\ x=3y-3 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉡을 ㉠에 대입하면

$3y-3+y=21,$ $4y=24$

$\therefore y=6$

$y=6$을 ㉡에 대입하면 $x=18-3=15$

따라서 지수와 동생의 나이의 차는

$15-6=9$(살) 답 ⑤

03 지민이의 키를 x cm, 주빈이의 키를 y cm라 하면

$\begin{cases} \dfrac{x+172+y}{3}=168 \\ x=y+6 \end{cases}$, 즉 $\begin{cases} x+y=332 & \cdots ㉠ \\ x=y+6 & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉡을 ㉠에 대입하면

$y+6+y=332,$ $2y=326$

$\therefore y=163$

$y=163$을 ㉡에 대입하면 $x=163+6=169$

따라서 지민이의 키는 169 cm이다. 답 169 cm

04 작년의 남학생 수를 x, 여학생 수를 y라 하면

$$\begin{cases} x+y=1200 \\ \dfrac{4}{100}x-\dfrac{8}{100}y=-18 \end{cases}$$

즉 $\begin{cases} x+y=1200 & \cdots\cdots ㉠ \\ x-2y=-450 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠−㉡을 하면

$3y=1650$ $\therefore y=550$

$y=550$을 ㉠에 대입하면

$x+550=1200$ $\therefore x=650$

따라서 올해의 남학생 수는

$650+650\times\dfrac{4}{100}=676$ 답 676

05 상품 A를 x개, 상품 B를 y개 팔았다고 하면

$$\begin{cases} x+y=100 \\ \left(1500\times\dfrac{3}{100}\right)x+\left(2000\times\dfrac{5}{100}\right)y=6700 \end{cases}$$

즉 $\begin{cases} x+y=100 & \cdots\cdots ㉠ \\ 9x+20y=1340 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠×9−㉡을 하면

$-11y=-440$ $\therefore y=40$

$y=40$을 ㉠에 대입하면

$x+40=100$ $\therefore x=60$

따라서 상품 B는 40개를 팔았다. 답 40개

06 전체 일의 양을 1로 놓고, A, B가 하루에 할 수 있는 일의 양을 각각 x, y라 하면

$\begin{cases} 12x+10y=1 & \cdots\cdots ㉠ \\ 6x+15y=1 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠−㉡×2를 하면

$-20y=-1$ $\therefore y=\dfrac{1}{20}$

$y=\dfrac{1}{20}$을 ㉠에 대입하면

$12x+\dfrac{1}{2}=1,$ $12x=\dfrac{1}{2}$

$\therefore x=\dfrac{1}{24}$

따라서 이 일을 A가 혼자서 한다면 24일이 걸린다.

답 24일

07 올라간 거리를 x km, 내려온 거리를 y km라 하면

$\begin{cases} y=x+4 \\ \dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{6}=6 \end{cases}$, 즉 $\begin{cases} y=x+4 & \cdots\cdots ㉠ \\ 3x+y=36 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠을 ㉡에 대입하면

$3x+x+4=36,$ $4x=32$

$\therefore x=8$

$x=8$을 ㉠에 대입하면

$y=8+4=12$

따라서 내려온 거리는 12 km이다. 답 12 km

08 형이 걸어간 거리를 x m, 동생이 걸어간 거리를 y m라 하면

$\begin{cases} x+y=1300 \\ \dfrac{x}{80}=\dfrac{y}{50} \end{cases}$, 즉 $\begin{cases} x=1300-y & \cdots\cdots ㉠ \\ 5x=8y & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

일품 BOX

(정가)
=(원가)+(이익)

십의 자리의 숫자를 x, 일의 자리의 숫자를 y라 하면
① 처음 자연수
→ $10x+y$
② 십의 자리의 숫자와 일의 자리의 숫자를 바꾼 수
→ $10y+x$

올해의 여학생 수는
$550-550\times\dfrac{8}{100}$
$=506$

이 일을 B가 혼자서 한다면 20일이 걸린다.

(시간)$=\dfrac{(\text{거리})}{(\text{속력})}$

올라간 거리는 8 km이다.

형과 동생이 출발하여 만날 때까지 걸린 시간은 같다.

㉠을 ㉡에 대입하면

$5(1300-y)=8y,\quad -13y=-6500$

$\therefore y=500$

$y=500$을 ㉠에 대입하면

$x=1300-500=800$

따라서 형이 걸어간 거리는 800 m이다. 답 800 m

09 정지한 물에서의 배의 속력을 시속 x km, 강물의 속력을 시속 y km라 하면

$\begin{cases} 6(x-y)=36 \\ 3(x+y)=36 \end{cases}$, 즉 $\begin{cases} x-y=6 & \cdots\cdots ㉠ \\ x+y=12 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠+㉡을 하면

$2x=18\quad \therefore x=9$

$x=9$를 ㉡에 대입하면

$9+y=12\quad \therefore y=3$

따라서 정지한 물에서의 배의 속력은 시속 9 km이다.

답 ⑤

10 8 %의 소금물의 양을 x g, 13 %의 소금물의 양을 y g이라 하면

$\begin{cases} x+y=500 \\ \frac{8}{100}x+\frac{13}{100}y=\frac{11}{100}\times 500 \end{cases}$,

즉 $\begin{cases} x+y=500 & \cdots\cdots ㉠ \\ 8x+13y=5500 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠×8−㉡을 하면

$-5y=-1500\quad \therefore y=300$

$y=300$을 ㉠에 대입하면

$x+300=500\quad \therefore x=200$

따라서 13 %의 소금물은 300 g을 섞었다. 답 ⑤

11 섭취해야 하는 식품 A의 양을 x g, 식품 B의 양을 y g이라 하면

$\begin{cases} \frac{9}{100}x+\frac{8}{100}y=43 \\ \frac{30}{100}x+\frac{20}{100}y=130 \end{cases}$,

즉 $\begin{cases} 9x+8y=4300 & \cdots\cdots ㉠ \\ 3x+2y=1300 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠−㉡×3을 하면

$2y=400\quad \therefore y=200$

$y=200$을 ㉡에 대입하면

$3x+400=1300,\quad 3x=900$

$\therefore x=300$

따라서 섭취해야 하는 식품 A, B의 양의 합은

$300+200=500(\text{g})$ 답 ③

일품 BOX

$100+200=300(\text{g})$

동생이 걸어간 거리는 500 m이다.

$200+100=300(\text{g})$

(속력)×(시간)=(거리)

소금물 A의 농도는 9 %이다.

강물의 속력은 시속 3 km이다.

(소금의 양) $=\frac{(\text{소금물의 농도})}{100}\times(\text{소금물의 양})$

8 %의 소금물은 200 g을 섞었다.

12 소금물 A의 농도를 x %, 소금물 B의 농도를 y %라 하면

$\begin{cases} \frac{x}{100}\times 100+\frac{y}{100}\times 200=\frac{5}{100}\times 300 \\ \frac{x}{100}\times 200+\frac{y}{100}\times 100=\frac{7}{100}\times 300 \end{cases}$,

즉 $\begin{cases} x+2y=15 & \cdots\cdots ㉠ \\ 2x+y=21 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠×2−㉡을 하면 $3y=9\quad \therefore y=3$

$y=3$을 ㉠에 대입하면

$x+6=15\quad \therefore x=9$

따라서 소금물 B의 농도는 3 %이다. 답 3 %

만점 도전을 위한 고난도 문제

본책 72~74쪽

01 전략 백의 자리의 숫자가 a, 십의 자리의 숫자가 b, 일의 자리의 숫자가 c인 세 자리 자연수는 $100a+10b+c$임을 이용한다.

풀이 처음 수의 백의 자리의 숫자를 x, 일의 자리의 숫자를 y라 하면

$\begin{cases} x+5+y=11 \\ 100y+50+x=(100x+50+y)-198 \end{cases}$,

즉 $\begin{cases} x+y=6 & \cdots\cdots ㉠ \\ x-y=2 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠+㉡을 하면 $2x=8\quad \therefore x=4$

$x=4$를 ㉠에 대입하면 $4+y=6\quad \therefore y=2$

따라서 처음 수는 452이다. 답 452

02 전략 현재 삼촌과 아빠의 나이를 각각 x살, y살이라 하면 아빠가 삼촌의 나이였을 때는 현재로부터 $(y-x)$년 전이다.

풀이 현재 삼촌의 나이를 x살, 아빠의 나이를 y살이라 하면 아빠가 삼촌의 나이였을 때는 현재로부터 $(y-x)$년 전이므로

$\begin{cases} x+y=95 \\ x-(y-x)=\frac{1}{2}\{y-(y-x)\} \end{cases}$,

즉 $\begin{cases} x+y=95 & \cdots\cdots ㉠ \\ y=\frac{3}{2}x & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$ ⋯ ❶

㉡을 ㉠에 대입하면 $x+\frac{3}{2}x=95$

$\frac{5}{2}x=95\quad \therefore x=38$

$x=38$을 ㉡에 대입하면 $y=57$ ⋯ ❷

따라서 현재 아빠의 나이는 57살, 삼촌의 나이는 38살이다. ⋯ ❸

답 아빠: 57살, 삼촌: 38살

채점 기준	비율
❶ 연립방정식을 세울 수 있다.	40%
❷ 연립방정식의 해를 구할 수 있다.	40%
❸ 현재 아빠와 삼촌의 나이를 각각 구할 수 있다.	20%

03 전략 제품 X, Y의 개수를 각각 x, y라 하고 연립방정식을 세운다.

풀이 제품 X의 개수를 x, 제품 Y의 개수를 y라 하면

$$\begin{cases} 4x+5y=40 & \cdots\cdots ㉠ \\ 2x+3y=22 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠$-$㉡$\times 2$를 하면

$-y=-4$ $\quad \therefore y=4$

$y=4$를 ㉡에 대입하면

$2x+12=22$, $\quad 2x=10$

$\therefore x=5$

따라서 제품 X는 5개, 제품 Y는 4개를 만들므로 총이익은 $6\times5+7\times4=58$(만 원)

답 58만 원

04 전략 은정이와 혜진이가 이긴 횟수를 각각 x, y라 하면 진 횟수는 각각 y, x이다.

풀이 은정이가 이긴 횟수를 x, 혜진이가 이긴 횟수를 y라 하면

$$\begin{cases} 5x-3y=41 & \cdots\cdots ㉠ \\ 5y-3x=1 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠$\times 3+$㉡$\times 5$를 하면

$16y=128$ $\quad \therefore y=8$

$y=8$을 ㉠에 대입하면

$5x-24=41$, $\quad 5x=65$ $\quad \therefore x=13$

따라서 가위바위보를 한 총횟수는

$13+8=21$

답 ④

05 전략 지각비로 500원, 1000원을 낸 학생 수를 각각 x, y라 하고 연립방정식을 세운다.

풀이 지각비로 500원을 낸 학생 수를 x, 1000원을 낸 학생 수를 y라 하면

$$\begin{cases} 500x+1000y=10500 \\ 700(x+y)=10500 \end{cases},$$

즉 $$\begin{cases} x+2y=21 & \cdots\cdots ㉠ \\ x+y=15 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠$-$㉡을 하면 $\quad y=6$

$y=6$을 ㉡에 대입하면

$x+6=15$ $\quad \therefore x=9$

따라서 지각비로 500원을 낸 학생 수는 9이다.

답 9

06 전략 공책 한 권과 지우개 한 개의 가격을 각각 x원, y원이라 하고 연립방정식을 세운다.

일품 BOX

연립방정식 $\begin{cases} 2x+4y=5000 \\ x+6y=4900 \end{cases}$ 을 풀어도 된다.

풀이 공책 한 권의 가격을 x원, 지우개 한 개의 가격을 y원이라 하면

$$\begin{cases} 2x+4y=5000 & \cdots\cdots ㉠ \\ x=2y+100 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$

㉡을 ㉠에 대입하면

$2(2y+100)+4y=5000$, $\quad 8y=4800$

$\therefore y=600$

$y=600$을 ㉡에 대입하면 $\quad x=1200+100=1300$

따라서 공책 한 권의 가격은 1300원, 지우개 한 개의 가격은 600원이다.

답 공책: 1300원, 지우개: 600원

07 전략 x가 a % 증가(감소)하면 증가(감소)량은 $\dfrac{a}{100}\times x$이다.

풀이 작년 사과의 수확량을 x상자, 배의 수확량을 y상자라 하면

$$\begin{cases} x+y=500 \\ -\dfrac{14}{100}x+\dfrac{6}{100}y=-\dfrac{6}{100}\times500 \end{cases},$$

즉 $$\begin{cases} x+y=500 & \cdots\cdots ㉠ \\ -7x+3y=-1500 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠$\times 3-$㉡을 하면

$10x=3000$ $\quad \therefore x=300$

$x=300$을 ㉠에 대입하면

$300+y=500$ $\quad \therefore y=200$

올해 배의 수확량은 $200+200\times\dfrac{6}{100}=212$(상자)

따라서 올해 사과의 수확량은

$300-300\times\dfrac{14}{100}=258$(상자)

답 ③

08 전략 가격이 x원인 물건을 a % 할인한 가격은 $x\left(1-\dfrac{a}{100}\right)$원이다.

풀이 손수건 한 장의 정가를 x원, 양말 한 켤레의 정가를 y원이라 하면

$$\begin{cases} 3\left(1-\dfrac{30}{100}\right)x+2\left(1-\dfrac{50}{100}\right)y=36000 \\ 2\left(1-\dfrac{30}{100}\right)x+4\left(1-\dfrac{50}{100}\right)y=30000 \end{cases},$$

즉 $$\begin{cases} 21x+10y=360000 & \cdots\cdots ㉠ \\ 7x+10y=150000 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$ ···➊

㉠$-$㉡을 하면 $\quad 14x=210000$ $\quad \therefore x=15000$

$x=15000$을 ㉡에 대입하면

$105000+10y=150000$ $\quad \therefore y=4500$ ···➋

따라서 양말 한 켤레의 정가는 4500원이다. ···➌

답 4500원

채점 기준	비율
❶ 연립방정식을 세울 수 있다.	40%
❷ 연립방정식의 해를 구할 수 있다.	40%
❸ 양말 한 켤레의 정가를 구할 수 있다.	20%

09 전략 전체 일의 양을 1로 놓고, 혜지와 승재가 하루에 할 수 있는 일의 양을 각각 x, y라 한다.

풀이 전체 일의 양을 1로 놓고, 혜지와 승재가 하루에 할 수 있는 일의 양을 각각 x, y라 하면

$$\begin{cases} x+y=\frac{3}{20} \\ 3(x+y)+2x+5y=1 \end{cases},$$

$$\text{즉 } \begin{cases} x+y=\frac{3}{20} & \cdots\cdots ㉠ \\ 5x+8y=1 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠×5−㉡을 하면

$-3y=-\frac{1}{4}$ $\quad\therefore y=\frac{1}{12}$

$y=\frac{1}{12}$을 ㉠에 대입하면 $\quad x+\frac{1}{12}=\frac{3}{20}$

$\therefore x=\frac{1}{15}$

따라서 이 일을 혜지가 혼자서 한다면 15일이 걸린다.

답 ④

10 전략 물탱크를 가득 채웠을 때의 물의 양을 1로 놓고 연립방정식을 세운다.

풀이 물탱크를 가득 채웠을 때의 물의 양을 1로 놓고, A, B 호스로 1분 동안 넣을 수 있는 물의 양을 각각 x, y라 하면

$$\begin{cases} 6x+9y=1 & \cdots\cdots ㉠ \\ 4x+12y=1 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases} \quad \cdots ❶$$

㉠×2−㉡×3을 하면

$-18y=-1$ $\quad\therefore y=\frac{1}{18}$

B 호스만으로 이 물탱크를 가득 채우는 데는 18분이 걸린다.

$y=\frac{1}{18}$을 ㉠에 대입하면

$6x+\frac{1}{2}=1$, $\quad 6x=\frac{1}{2}$

$\therefore x=\frac{1}{12}$ $\quad\cdots ❷$

따라서 A 호스만으로 이 물탱크를 가득 채우는 데는 12분이 걸린다. $\cdots ❸$

답 12분

채점 기준	비율
❶ 연립방정식을 세울 수 있다.	40 %
❷ 연립방정식의 해를 구할 수 있다.	40 %
❸ A 호스만으로 물탱크를 가득 채우는 데 걸리는 시간을 구할 수 있다.	20 %

11 전략 시간의 단위를 통일하여 연립방정식을 세운다.

풀이 시속 6 km로 걸은 거리를 x km, 시속 4 km로 걸은 거리를 y km라 하면

$$\begin{cases} x+y=8 \\ \frac{x}{6}+\frac{10}{60}+\frac{y}{4}=2 \end{cases}, \text{ 즉 } \begin{cases} x+y=8 & \cdots\cdots ㉠ \\ 2x+3y=22 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$

10분$=\frac{10}{60}$시간

㉠×2−㉡을 하면 $\quad -y=-6 \quad \therefore y=6$

$y=6$을 ㉠에 대입하면

$x+6=8$ $\quad\therefore x=2$

따라서 시속 4 km로 걸은 거리는 6 km이다. 답 ⑤

12 전략 ① (윤석이가 걸은 거리)+(경석이가 달린 거리)
=(전체 거리)
② (윤석이가 걸은 시간)=(경석이가 달린 시간)

풀이 윤석이가 걸은 거리를 x km, 경석이가 달린 거리를 y km라 하면

$$\begin{cases} x+y=42 \\ \frac{x}{6}=\frac{y}{8} \end{cases}, \text{ 즉 } \begin{cases} x+y=42 & \cdots\cdots ㉠ \\ 4x-3y=0 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$

(시간)$=\frac{(거리)}{(속력)}$

㉠×3+㉡을 하면

$7x=126$ $\quad\therefore x=18$

$x=18$을 ㉠에 대입하면

$18+y=42$ $\quad\therefore y=24$

따라서 두 사람이 만날 때까지 걸린 시간은

$\frac{18}{6}=3$(시간) 답 ⑤

$\frac{24}{8}=3$(시간)으로 계산해도 된다.

13 전략 (시간)×(속력)=(거리)임을 이용한다.

풀이 형의 속력을 시속 x km, 동생의 속력을 시속 y km라 하면

$$\begin{cases} 3y-3x=6 \\ \frac{45}{60}(x+y)=6 \end{cases}, \text{ 즉 } \begin{cases} -x+y=2 & \cdots ㉠ \\ x+y=8 & \cdots ㉡ \end{cases} \quad \cdots ❶$$

㉠+㉡을 하면

$2y=10$ $\quad\therefore y=5$

$y=5$를 ㉡에 대입하면

$x+5=8$ $\quad\therefore x=3$ $\quad\cdots ❷$

따라서 형의 속력은 시속 3 km이므로 저수지를 한 바퀴 도는 데 걸리는 시간은 $\quad\frac{6}{3}=2$(시간) $\quad\cdots ❸$

답 2시간

채점 기준	비율
❶ 연립방정식을 세울 수 있다.	40 %
❷ 연립방정식의 해를 구할 수 있다.	40 %
❸ 형이 저수지를 한 바퀴 도는 데 걸리는 시간을 구할 수 있다.	20 %

만점 비법

두 사람이 저수지의 둘레의 같은 지점에서 동시에 출발하였을 때
① 반대 방향으로 돌다 처음으로 만나면
(두 사람이 이동한 거리의 합)
=(저수지의 둘레의 길이)
② 같은 방향으로 돌다 처음으로 만나면
(두 사람이 이동한 거리의 차)
=(저수지의 둘레의 길이)

14
전략 (기차가 다리를 완전히 통과하는 데 달린 거리)
=(기차의 길이)+(다리의 길이)

풀이 기차의 길이를 x m, 기차의 속력을 분속 y m라 하면

$$\begin{cases} x+1300=3y \\ x+425=\frac{5}{4}y \end{cases},$$

즉 $\begin{cases} x-3y=-1300 & \cdots\cdots ㉠ \\ 4x-5y=-1700 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠×4−㉡을 하면

$-7y=-3500 \qquad \therefore y=500$

$y=500$을 ㉠에 대입하면

$x-1500=-1300 \qquad \therefore x=200$

따라서 기차의 길이는 200 m이다. 답 ③

15
전략 먼저 강을 거슬러 올라갈 때와 내려올 때 걸린 시간을 각각 구한다.

풀이 강을 거슬러 올라가는 데 걸린 시간을 a시간, 내려오는 데 걸린 시간을 b시간이라 하면

$\begin{cases} a=2b & \cdots\cdots ㉠ \\ a+b=\frac{9}{4} & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠을 ㉡에 대입하면

$3b=\frac{9}{4} \qquad \therefore b=\frac{3}{4}$

$b=\frac{3}{4}$을 ㉠에 대입하면 $a=\frac{3}{2}$

즉 강을 거슬러 올라가는 데 걸린 시간은 $\frac{3}{2}$시간, 내려오는 데 걸린 시간은 $\frac{3}{4}$시간이므로 정지한 물에서의 유람선의 속력을 시속 x km, 강물의 속력을 시속 y km라 하면

$\begin{cases} \frac{3}{2}(x-y)=12 \\ \frac{3}{4}(x+y)=12 \end{cases}$, 즉 $\begin{cases} x-y=8 & \cdots\cdots ㉢ \\ x+y=16 & \cdots\cdots ㉣ \end{cases}$

㉢+㉣을 하면 $2x=24 \qquad \therefore x=12$

$x=12$를 ㉣에 대입하면 $12+y=16$

$\therefore y=4$

따라서 정지한 물에서의 유람선의 속력은 시속 12 km이다. 답 12 km

16
전략 필요한 합금 A의 양을 x g, 합금 B의 양을 y g이라 하고 연립방정식을 세운다.

풀이 필요한 합금 A의 양을 x g, 합금 B의 양을 y g이라 하면

$$\begin{cases} \left(\frac{2}{3}x+\frac{3}{7}y\right):\left(\frac{1}{3}x+\frac{4}{7}y\right)=1:1 \\ x+y=500 \end{cases},$$

즉 $\begin{cases} 7x-3y=0 & \cdots\cdots ㉠ \\ x+y=500 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$ ··· ❶

㉠+㉡×3을 하면

$10x=1500 \qquad \therefore x=150$

$x=150$을 ㉡에 대입하면

$150+y=500 \qquad \therefore y=350$ ··· ❷

따라서 필요한 합금 A의 양은 150 g, 합금 B의 양은 350 g이다. ··· ❸

답 A: 150 g, B: 350 g

채점 기준	비율
❶ 연립방정식을 세울 수 있다.	40 %
❷ 연립방정식의 해를 구할 수 있다.	40 %
❸ 필요한 합금 A, B의 양을 구할 수 있다.	20 %

17
전략 더 넣은 물의 양을 x g이라 하면 9 %의 설탕물의 양은 $2x$ g임을 이용하여 연립방정식을 세운다.

풀이 더 넣은 물의 양을 x g, 16 %의 설탕물의 양을 y g이라 하면 9 %의 설탕물의 양은 $2x$ g이므로

$$\begin{cases} 2x+y+x=600 \\ \frac{9}{100}\times 2x+\frac{16}{100}y=\frac{11}{100}\times 600 \end{cases},$$

즉 $\begin{cases} 3x+y=600 & \cdots\cdots ㉠ \\ 9x+8y=3300 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠×3−㉡을 하면

$-5y=-1500 \qquad \therefore y=300$

$y=300$을 ㉠에 대입하면

$3x+300=600 \qquad \therefore x=100$

따라서 더 넣은 물의 양은 100 g이다. 답 ①

18
전략 2 %의 소금물의 양과 더 넣은 소금의 양이 같음을 이용하여 연립방정식을 세운다.

풀이 2 %의 소금물의 양을 x g, 7 %의 소금물의 양을 y g이라 하면

$$\begin{cases} x+y+x=220 \\ \frac{2}{100}x+\frac{7}{100}y+x=\frac{11}{100}\times 220 \end{cases},$$

즉 $\begin{cases} 2x+y=220 & \cdots\cdots ㉠ \\ 102x+7y=2420 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠×7−㉡을 하면

$-88x=-880 \qquad \therefore x=10$

$x=10$을 ㉠에 대입하면

$20+y=220 \qquad \therefore y=200$

따라서 2 %의 소금물의 양과 7 %의 소금물의 양의 합은

$10+200=210$(g) 답 ④

만점 비법

소금을 더 넣은 경우 소금물에 대한 방정식과 소금에 대한 방정식에 모두 소금의 양을 더해 주어야 한다.

일품 BOX

길이가 a m인 기차가 길이가 b m인 다리를 완전히 통과하려면 $(a+b)$ m를 달려야 한다.

1.3 km=1300 m

1분 15초=$\frac{5}{4}$분

11 %의 설탕물 600 g에 들어 있는 설탕의 양

2시간 15분=$\frac{9}{4}$시간

11 %의 소금물 220 g에 들어 있는 소금의 양

$\frac{2}{3}x+\frac{3}{7}y=\frac{1}{3}x+\frac{4}{7}y$이므로

$\frac{1}{3}x-\frac{1}{7}y=0$

$\therefore 7x-3y=0$

최상위로 가는 최고 수준 문제

본책 75쪽

01 전략 바다를 선택한 남학생 수와 여학생 수를 먼저 구한다.

풀이 바다를 선택한 학생이 총 198명이므로 바다를 선택한 남학생 수와 여학생 수는 각각

$$198\times\frac{6}{11}=108,\ 198\times\frac{5}{11}=90$$

2학년 남학생 수와 여학생 수를 각각 $4x$, $3x$(x는 자연수), 산을 선택한 남학생 수와 여학생 수를 각각 $8y$, $5y$ (y는 자연수)라 하면

$$\begin{cases}4x=108+8y\\3x=90+5y\end{cases},\ 즉\ \begin{cases}x-2y=27 & \cdots\cdots ㉠\\3x-5y=90 & \cdots\cdots ㉡\end{cases}$$

㉠$\times3-$㉡을 하면 $\quad -y=-9 \quad \therefore y=9$

$y=9$를 ㉠에 대입하면 $\quad x-18=27 \quad \therefore x=45$

따라서 2학년 전체 학생 수는

$$7x=7\times45=315$$

$4x+3x=7x$

답 315

02 전략 1, 2, 3학년의 총점을 각각 x, y, z라 하고 연립방정식을 세운다.

풀이 1, 2, 3학년의 총점을 각각 x, y, z라 하면

$$\begin{cases}\frac{y}{15}=\frac{x}{10}+15\\\frac{z}{25}=\frac{y}{15}+25,\\\frac{z}{25}=\frac{x}{10}\times3\end{cases}\ 즉\ \begin{cases}2y=3x+450 & \cdots\cdots ㉠\\3z=5y+1875 & \cdots\cdots ㉡\\2z=15x & \cdots\cdots ㉢\end{cases}$$

㉠에서 $\quad y=\frac{3}{2}x+225 \quad \cdots\cdots ㉣$

㉢에서 $\quad z=\frac{15}{2}x \quad \cdots\cdots ㉤$

㉣, ㉤을 ㉡에 각각 대입하면

$$\frac{45}{2}x=\frac{15}{2}x+3000,\quad 15x=3000$$

$$\therefore x=200$$

$x=200$을 ㉣, ㉤에 각각 대입하면

$$y=300+225=525,\ z=1500$$

따라서 응시자 전체의 평균 점수는

$\frac{(응시자\ 전체의\ 총점)}{(응시자\ 전체의\ 수)}$

$$\frac{200+525+1500}{10+15+25}=44.5(점)$$

답 ②

03 전략 원가 x원에 a %의 이익을 붙이면 (이익)$=\left(x\times\frac{a}{100}\right)$원이다.

풀이 두 상품 A, B의 개수를 각각 x, y라 하면

$$\begin{cases}800\times\frac{2}{100}\times x=600\times\frac{3}{100}\times y\\800\times\frac{3}{100}\times x=2\left(600\times\frac{2}{100}\times y\right)+1200\end{cases},$$

B 상품 1개에 3 %의 이익을 붙여 팔았을 때의 이익

A 상품 1개에 2 %의 이익을 붙여 팔았을 때의 이익

$$즉\ \begin{cases}8x=9y & \cdots\cdots ㉠\\x=y+50 & \cdots\cdots ㉡\end{cases}$$

㉡을 ㉠에 대입하면

$$8(y+50)=9y \qquad \therefore y=400$$

$y=400$을 ㉡에 대입하면

$$x=400+50=450$$

따라서 상품 A의 개수는 450, 상품 B의 개수는 400이다.

답 A: 450, B: 400

04 전략 두 기계 A, B로 1분 동안 만들 수 있는 물건의 개수를 각각 x, y라 하고 연립방정식을 세운다.

풀이 A, B 두 기계로 1분 동안 만들 수 있는 물건의 개수를 각각 x, y라 하면

$$\begin{cases}40(x+y)+20y=480\\20(x+y)+45x=470\end{cases},$$

$$즉\ \begin{cases}2x+3y=24 & \cdots\cdots ㉠\\13x+4y=94 & \cdots\cdots ㉡\end{cases} \quad \cdots ❶$$

㉠$\times4-$㉡$\times3$을 하면

$$-31x=-186 \qquad \therefore x=6$$

$x=6$을 ㉠에 대입하면

$$12+3y=24,\qquad 3y=12$$

$$\therefore y=4 \quad \cdots ❷$$

따라서 A 기계만을 사용하여 480개의 물건을 만드는 데 걸리는 시간은

$$\frac{480}{6}=80(분) \quad \cdots ❸$$

답 80분

채점 기준	비율
❶ 연립방정식을 세울 수 있다.	40 %
❷ 연립방정식의 해를 구할 수 있다.	40 %
❸ A 기계만을 사용하여 480개의 물건을 만드는 데 걸리는 시간을 구할 수 있다.	20 %

05 전략 두 양초 A, B의 길이를 각각 x cm, y cm라 하면 양초 A, B가 타는 속력은 각각 분속 $\frac{x}{15}$ cm, $\frac{y}{18}$ cm임을 이용한다.

풀이 양초 A의 길이를 x cm, 양초 B의 길이를 y cm라 하면 두 양초 A, B가 타는 속력은 각각 분속 $\frac{x}{15}$ cm, 분속 $\frac{y}{18}$ cm이므로

양초 B의 길이가 양초 A의 길이보다 8 cm만큼 짧으므로 12분 후에 두 양초의 길이가 같아지려면 12분 동안 양초가 타서 없어진 길이도 8 cm만큼 짧다.

$$\begin{cases}y=x-8\\\frac{x}{15}\times12=\frac{y}{18}\times12+8\end{cases},$$

$$즉\ \begin{cases}y=x-8 & \cdots\cdots ㉠\\6x=5y+60 & \cdots\cdots ㉡\end{cases} \quad \cdots ❶$$

㉠을 ㉡에 대입하면

$$6x=5(x-8)+60,\qquad 6x=5x+20$$

$$\therefore x=20$$

$x=20$을 ㉠에 대입하면

$y=20-8=12$ ···· ❷

따라서 양초 B의 길이는 12 cm이다. ···· ❸

답 12 cm

채점 기준	비율
❶ 연립방정식을 세울 수 있다.	40 %
❷ 연립방정식의 해를 구할 수 있다.	40 %
❸ 양초 B의 길이를 구할 수 있다.	20 %

06 전략 탄환의 속력을 초속 x m, 소리의 속력을 초속 y m라 하고 연립방정식을 세운다.

풀이 탄환의 속력을 초속 x m, 소리의 속력을 초속 y m라 하면

$$\begin{cases} \dfrac{1700}{x}+\dfrac{1700}{y}=7 \\ \dfrac{1700}{x}+\dfrac{1200}{y}=\dfrac{520}{y}+4 \end{cases},$$

즉 $\begin{cases} \dfrac{1700}{x}+\dfrac{1700}{y}=7 \\ \dfrac{1700}{x}+\dfrac{680}{y}=4 \end{cases}$

이때 $\dfrac{1}{x}=X$, $\dfrac{1}{y}=Y$로 놓으면

$\begin{cases} 1700X+1700Y=7 & \cdots\cdots ㉠ \\ 1700X+680Y=4 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠−㉡을 하면

$1020Y=3 \quad \therefore Y=\dfrac{1}{340}$

$Y=\dfrac{1}{340}$을 ㉡에 대입하면

$1700X+2=4, \quad 1700X=2$

$\therefore X=\dfrac{1}{850}$

$X=\dfrac{1}{850}$에서 $\dfrac{1}{x}=\dfrac{1}{850}$이므로 $\quad x=850$

따라서 탄환의 속력은 초속 850 m이다.

답 ④

일품 BOX

(A가 쏜 탄환이 표적에 맞는 데 걸린 시간) +(탄환이 표적에 맞는 소리가 A에게 들리는 데 걸린 시간)

A의 총성이 B에게 들리는 데 걸린 시간

(A가 쏜 탄환이 표적에 맞는 데 걸린 시간) +(탄환이 표적에 맞는 소리가 B에게 들리는 데 걸린 시간)

$Y=\dfrac{1}{340}$에서 $\dfrac{1}{y}=\dfrac{1}{340}$이므로 $y=340$

x, y의 순서쌍 (p, q)가 일차방정식 $ax+by+c=0$의 해이면 $ap+bq+c=0$이 성립한다.

$a=5$이므로 $x=5+1=6$, $y=2\times5=10$

학교 시험 실전 TEST Level 1

본책 76~79쪽

01 전략 x, y에 대한 일차방정식은 $ax+by+c=0$ (a, b, c는 상수, $a\neq0$, $b\neq0$) 꼴이다.

풀이 $6x+(a-3)y+1=3(ax-y)+4y$에서

$6x+(a-3)y+1=3ax-3y+4y$

$\therefore (6-3a)x+(a-4)y+1=0$

$6-3a\neq0$, $a-4\neq0$이어야 하므로

$a\neq2$, $a\neq4$

답 ①, ③

02 전략 (수학 성적의 총점)=(학생 수)×(평균)임을 이용한다.

풀이 남학생의 수학 성적의 총점은 $14x$점이고, 여학생의 수학 성적의 총점은 $18y$점이므로 지우네 반 전체 학생의 수학 성적의 총점은

$14x+18y$(점)

이때 반 전체 학생의 수학 성적의 평균이 71점이므로

$\dfrac{14x+18y}{14+18}=71$

$\therefore \dfrac{7}{16}x+\dfrac{9}{16}y=71$

답 ④

03 전략 x, y에 대한 일차방정식을 세운 후 x, y가 자연수일 때의 해를 구한다.

풀이 $700x+300y=9000$이므로

$7x+3y=90$

이때 x, y는 자연수이므로 $7x+3y=90$의 해는

$(3, 23)$, $(6, 16)$, $(9, 9)$, $(12, 2)$

따라서 볼펜과 지우개를 합하여 최대 26개를 살 수 있다.

답 ③

04 전략 먼저 주어진 해를 일차방정식에 대입하여 a, b에 대한 일차방정식을 만든다.

풀이 $x=3$, $y=-1$을 $-ax+4by=-15$에 대입하면

$-3a-4b=-15$

$\therefore 3a+4b=15$

이때 a, b는 자연수이므로 $3a+4b=15$를 만족시키는 a, b의 순서쌍 (a, b)는 $\quad (1, 3)$

답 ①

05 전략 $x=a+1$, $y=2a$를 $4x-3y+6=0$에 대입하여 a의 값을 먼저 구한다.

풀이 $x=a+1$, $y=2a$를 $4x-3y+6=0$에 대입하면

$4(a+1)-6a+6=0$

$-2a=-10 \quad \therefore a=5$

따라서 $x=6$, $y=10$을 $2x-3y=k$에 대입하면

$k=12-30=-18$

답 ①

06 전략 주어진 해를 일차방정식에 대입하여 a, b에 대한 연립방정식을 세운다.

풀이 $x=-4$, $y=-9$를 $ax+by=-1$에 대입하면

$-4a-9b=-1$ …… ㉠

$x=5$, $y=12$를 $ax+by=-1$에 대입하면

$5a+12b=-1$ …… ㉡

㉠×5+㉡×4를 하면

$3b=-9$ $\quad\therefore b=-3$

$b=-3$을 ㉡에 대입하면

$5a-36=-1$ $\quad\therefore a=7$

$\therefore a+b=4$

답 ②

07 전략 주어진 비례식을 방정식으로 나타낸다.

풀이 $(x-2):(2y+7)=5:3$에서

$3x-6=10y+35$이므로 주어진 연립방정식은

$$\begin{cases} 3x-10y=41 & \cdots\cdots ㉠ \\ 5x-2y=-5 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠−㉡×5를 하면

$-22x=66$ $\quad\therefore \underline{x=-3}$

$x=-3$을 ㉡에 대입하면

$-15-2y=-5$, $\quad -2y=10$

$\therefore y=-5$

$\therefore 2x-y=-1$

답 ③

$a:b=c:d$이면
$ad=bc$

㉠×5−㉡×3을 하면
$-44y=220$
$\therefore y=-5$
$y=-5$를 ㉡에 대입하면
$5x+10=-5$
$5x=-15$
$\therefore x=-3$
으로 풀 수도 있다.

08 전략 $A=B=C$ 꼴의 방정식에서 C가 상수이면 $\begin{cases} A=C \\ B=C \end{cases}$를 푼다.

풀이 주어진 방정식에서

$$\begin{cases} 0.25x+0.5y=k \\ \dfrac{6x-ay}{5}=k \end{cases},\ \text{즉}\ \begin{cases} x+2y=4k & \cdots\cdots ㉠ \\ 6x-ay=5k & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$

$x=-8$, $y=-4$를 ㉠에 대입하면

$-8-8=4k$ $\quad\therefore k=-4$

$x=-8$, $y=-4$, $k=-4$를 ㉡에 대입하면

$-48+4a=-20$, $\quad 4a=28$

$\therefore a=7$

$\therefore ak=-28$

답 ②

09 전략 연립방정식의 해가 무수히 많은 경우와 해가 없는 경우의 a, b의 조건을 각각 구한다.

풀이 $$\begin{cases} (2-a)x-3y=7 \\ 4x+6y=b-9 \end{cases},\ \text{즉}\ \begin{cases} 2(a-2)x+6y=-14 \\ 4x+6y=b-9 \end{cases}$$

(i) 주어진 연립방정식의 해가 무수히 많은 경우

$2(a-2)=4$, $-14=b-9$

$\therefore a=4$, $b=-5$

(ii) 주어진 연립방정식의 해가 없는 경우

$2(a-2)=4$, $-14\neq b-9$

$\therefore a=4$, $b\neq -5$

(i), (ii) 이외의 경우에는 한 쌍의 해가 존재하므로 옳은 것은 ㈀, ㈁, ㈃이다.

답 ④

10 전략 전체 일의 양을 1로 놓고 연립방정식을 세운다.

풀이 전체 일의 양을 1로 놓으면 갑과 을이 함께 하루에 할 수 있는 일의 양은 $x+y$이고, 두 사람이 함께 일하면 10일이 걸리므로

$10(x+y)=1$, 즉 $10x+10y=1$

또 갑이 8일 동안 한 일의 양은 $8x$, 을이 15일 동안 한 일의 양은 $15y$이므로

$8x+15y=1$

따라서 필요한 식은 ②, ④이다.

답 ②, ④

11 전략 맞힌 점수와 틀린 점수의 차가 선우의 점수이다.

풀이 선우가 맞힌 문제의 개수를 x, 틀린 문제의 개수를 y라 하면

$$\begin{cases} x+y=25 & \cdots\cdots ㉠ \\ 5x-3y=69 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠×3+㉡을 하면

$8x=144$ $\quad\therefore x=18$

$x=18$을 ㉠에 대입하면

$18+y=25$ $\quad\therefore y=7$

따라서 선우가 맞힌 문제의 개수는 18이다.

답 ②

12 전략 원가 x원에 a %의 이익을 붙이면 (이익)$=\left(x\times\dfrac{a}{100}\right)$원이다.

풀이 원두 A를 x팩, 원두 B를 y팩 구입했다고 하면

$$\begin{cases} x+y=160 \\ 4000\times\dfrac{25}{100}\times x+2400\times\dfrac{35}{100}\times y=144000 \end{cases},$$

즉 $$\begin{cases} x+y=160 & \cdots\cdots ㉠ \\ 25x+21y=3600 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠×21−㉡을 하면

$-4x=-240$ $\quad\therefore x=60$

$x=60$을 ㉠에 대입하면

$60+y=160$ $\quad\therefore y=100$

따라서 구입한 원두 A는 60팩이다.

답 ④

13 전략 (기차가 터널을 완전히 통과하는 데 달린 거리)
$=$(기차의 길이)$+$(터널의 길이)

풀이 기차의 길이를 x m, 기차의 속력을 초속 y m라 하면

$$\begin{cases} x+200=12y & \cdots\cdots \text{㉠} \\ x+1100=42y & \cdots\cdots \text{㉡} \end{cases}$$

㉠－㉡을 하면

$-900=-30y \qquad \therefore y=30$

$y=30$을 ㉠에 대입하면

$x+200=360 \qquad \therefore x=160$

따라서 기차의 길이는 160 m이다. 답 ③

14 전략 두 소금물을 섞어도 소금의 양은 변하지 않음을 이용한다.

풀이 소금물 A의 농도를 x %, 소금물 B의 농도를 y %라 하면

$$\begin{cases} \dfrac{x}{100}\times100+\dfrac{y}{100}\times100=\dfrac{6}{100}\times200 \\ \dfrac{x}{100}\times500+\dfrac{y}{100}\times100=\dfrac{4}{100}\times600 \end{cases},$$

$100+100=200(\text{g})$

$500+100=600(\text{g})$

즉 $\begin{cases} x+y=12 & \cdots\cdots \text{㉠} \\ 5x+y=24 & \cdots\cdots \text{㉡} \end{cases}$

㉠－㉡을 하면

$-4x=-12 \qquad \therefore x=3$

$x=3$을 ㉠에 대입하면

$3+y=12 \qquad \therefore y=9$

따라서 소금물 A, B의 농도의 차는

$9-3=6\,(\%)$ 답 ①

15 전략 x, y의 순서쌍 $(m,\ n)$이 일차방정식의 해이다.

○ $x=m$, $y=n$을 방정식에 대입하였을 때 등식이 성립한다.

풀이 $x=3$, $y=a$를 $-5x+2y=3$에 대입하면

$-15+2a=3, \qquad 2a=18$

$\therefore a=9$

$x=b$, $y=2b$를 $-5x+2y=3$에 대입하면

$-5b+4b=3 \qquad \therefore b=-3$

$\therefore a+b=6$ 답 6

16 전략 연립방정식의 해를 먼저 구한다.

풀이 $\begin{cases} -x+2y=4 & \cdots\cdots \text{㉠} \\ 3x-2y=8 & \cdots\cdots \text{㉡} \end{cases}$

㉠＋㉡을 하면

$2x=12 \qquad \therefore x=6$

$x=6$을 ㉠에 대입하면

$-6+2y=4, \qquad 2y=10$

$\therefore y=5$ ··· ❶

$x=6$, $y=5$를 $(a+5)x+ay=-3$에 대입하면

$6(a+5)+5a=-3, \qquad 11a=-33$

$\therefore a=-3$ ··· ❷

답 -3

a, b를 포함하지 않은 두 일차방정식을 연립하여 해를 구한 후 이를 a, b를 포함한 두 일차방정식에 대입하여 a, b에 대한 연립방정식을 세운다.

채점 기준	배점
❶ 연립방정식의 해를 구할 수 있다.	3점
❷ a의 값을 구할 수 있다.	2점

17 전략 주현이는 b를 제대로 보고 풀었고, 유리는 a를 제대로 보고 풀었음을 이용한다.

풀이 $x=6$, $y=\dfrac{19}{2}$를 $3x-by=-1$에 대입하면

$18-\dfrac{19}{2}b=-1, \qquad -\dfrac{19}{2}b=-19$

$\therefore b=2$ ··· ❶

$x=-2$, $y=\dfrac{5}{2}$를 $ax+2y=7$에 대입하면

$-2a+5=7 \qquad \therefore a=-1$ ··· ❷

따라서 주어진 연립방정식은

$\begin{cases} -x+2y=7 & \cdots\cdots \text{㉠} \\ 3x-2y=-1 & \cdots\cdots \text{㉡} \end{cases}$

㉠＋㉡을 하면 $\quad 2x=6 \qquad \therefore x=3$

$x=3$을 ㉠에 대입하면

$-3+2y=7 \qquad \therefore y=5$ ··· ❸

답 $x=3$, $y=5$

채점 기준	배점
❶ b의 값을 구할 수 있다.	2점
❷ a의 값을 구할 수 있다.	2점
❸ 연립방정식의 해를 구할 수 있다.	2점

18 전략 a, b를 포함하지 않은 일차방정식으로 이루어진 연립방정식의 해를 먼저 구한다.

풀이 주어진 두 연립방정식의 해는 연립방정식

$\begin{cases} 5x+6y=8 & \cdots\cdots \text{㉠} \\ 7x+8y=12 & \cdots\cdots \text{㉡} \end{cases}$

의 해와 같다.

㉠×4－㉡×3을 하면

$-x=-4 \qquad \therefore x=4$

$x=4$를 ㉠에 대입하면

$20+6y=8, \qquad 6y=-12$

$\therefore y=-2$ ··· ❶

$x=4$, $y=-2$를 $\begin{cases} ax+by=-2 \\ bx-ay=14 \end{cases}$에 대입하면

$\begin{cases} 4a-2b=-2 & \cdots\cdots \text{㉢} \\ 4b+2a=14 & \cdots\cdots \text{㉣} \end{cases}$

㉢－㉣×2를 하면

$-10b=-30 \qquad \therefore b=3$

$b=3$을 ㉢에 대입하면 $\quad 4a-6=-2$

$4a=4 \qquad \therefore a=1$ ··· ❷

$\therefore ab=3$ ··· ❸

답 3

채점 기준	배점
❶ 연립방정식의 해를 구할 수 있다.	2점
❷ a, b의 값을 구할 수 있다.	2점
❸ ab의 값을 구할 수 있다.	1점

19 전략 한 변의 길이가 a인 정사각형의 둘레의 길이는 $4a$, 정삼각형의 둘레의 길이는 $3a$이다.

풀이 만든 정사각형의 개수를 x, 정삼각형의 개수를 y라 하면

$$\begin{cases} x=2y+1 \\ 4\times3\times x+3\times3\times y=210 \end{cases},$$

즉 $\begin{cases} x=2y+1 & \cdots\cdots ㉠ \\ 4x+3y=70 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠을 ㉡에 대입하면

$4(2y+1)+3y=70,\quad 11y=66$

$\therefore y=6$

정삼각형의 개수는 6이다.

$y=6$을 ㉠에 대입하면

$x=12+1=13$

따라서 정사각형의 개수는 13이다. 답 13

20 전략 단위를 통일하여 연립방정식을 세운다.

풀이 A 코스의 길이를 x km, B 코스의 길이를 y km라 하면

$$\begin{cases} \frac{x}{3}+\frac{40}{60}+\frac{y}{5}=4 \\ x+y=12 \end{cases},$$

즉 $\begin{cases} 5x+3y=50 & \cdots\cdots ㉠ \\ x+y=12 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$-$㉡$\times3$을 하면

$2x=14\quad \therefore x=7$

$x=7$을 ㉡에 대입하면

$7+y=12\quad \therefore y=5$

따라서 A 코스의 길이는 7 km, B 코스의 길이는 5 km이므로 A, B 중 더 긴 코스는 A이다. 답 A

학교 시험 실전 TEST Level 2

본책 80~83쪽

01 전략 x, y가 자연수일 때, 주어진 일차방정식의 해를 구한다.

풀이 x, y가 자연수이므로 $5x-2y=6$의 해는

$(2,\ 2),\ (4,\ 7),\ (6,\ 12),\ (8,\ 17),\ \cdots$

이 중에서 최소공배수가 28인 것은 $(4,\ 7)$이므로

$x=4,\ y=7$

$\therefore x+y=11$ 답 ③

02 전략 주어진 해를 일차방정식에 대입하여 k의 값을 먼저 구한다.

풀이 $x=2,\ y=2$를 $kx+4y=k+1$에 대입하면

$2k+8=k+1\quad \therefore k=-7$

$\therefore \begin{cases} x=-3y+11 & \cdots\cdots ㉠ \\ -7x+3y=-5 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠을 ㉡에 대입하면

$-7(-3y+11)+3y=-5,\quad 24y=72$

$\therefore y=3$

$y=3$을 ㉠에 대입하면

$x=-9+11=2$

따라서 $a=2,\ b=3$이므로

$a^2+b^2=2^2+3^2=13$ 답 ④

03 전략 $|x|=a$로 놓고 미지수 a, y에 대한 연립방정식을 푼다.

풀이 $|x|=a\,(a\geq0)$라 하면 주어진 연립방정식은

$\begin{cases} a+y=3 & \cdots\cdots ㉠ \\ 2a+3y=1 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$\times2-$㉡을 하면

$-y=5\quad \therefore y=-5$

$y=-5$를 ㉠에 대입하면

$a-5=3\quad \therefore a=8$

$|x|=a\,(a>0)$이면 $x=-a$ 또는 $x=a$

$a=8$에서 $|x|=8$이므로

$x=-8$ 또는 $x=8$

$\therefore p=-8,\ q=-5$ 또는 $p=8,\ q=-5$

따라서 $p+2q$의 값이 될 수 있는 것은 $-18,\ -2$이다.

$-8+2\times(-5)=-18$
$8+2\times(-5)=-2$

답 ②, ⑤

04 전략 순환소수를 분수로 고쳐서 계수가 분수인 연립방정식을 세운다.

① $0.\dot{a}=\frac{a}{9}$
② $0.\dot{a}\dot{b}=\frac{ab}{99}$

풀이 $\begin{cases} 0.\dot{3}x+0.\dot{5}y=1 \\ 0.\dot{1}\dot{2}x-0.\dot{4}\dot{7}y=2.\dot{3}\dot{9} \end{cases}$에서

$$\begin{cases} \frac{3}{9}x+\frac{5}{9}y=1 \\ \frac{12}{99}x-\frac{47}{99}y=\frac{237}{99} \end{cases},$$

$2.\dot{3}\dot{9}=\frac{239-2}{99}=\frac{237}{99}$

즉 $\begin{cases} 3x+5y=9 & \cdots\cdots ㉠ \\ 12x-47y=237 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$\times4-$㉡을 하면

$67y=-201\quad \therefore y=-3$

$y=-3$을 ㉠에 대입하면

$3x-15=9,\quad 3x=24$

$\therefore x=8$

따라서 $a=8,\ b=-3$이므로

$a+b=5$ 답 ④

05 전략 분모에 미지수가 들어 있는 식을 X, Y로 놓고 연립방정식을 푼다.

풀이 $\frac{3}{2x-1}=X$, $\frac{2}{y+1}=Y$로 놓으면 주어진 연립방정식은

$$\begin{cases} X+Y=2 & \cdots\cdots ㉠ \\ X-Y=1 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠+㉡을 하면

$2X=3 \quad \therefore X=\frac{3}{2}$

$X=\frac{3}{2}$을 ㉠에 대입하면

$\frac{3}{2}+Y=2 \quad \therefore Y=\frac{1}{2}$

$X=\frac{3}{2}$에서 $\frac{3}{2x-1}=\frac{3}{2}$이므로

$2x-1=2 \quad \therefore x=\frac{3}{2}$

$Y=\frac{1}{2}$에서 $\frac{2}{y+1}=\frac{1}{2}$이므로

$y+1=4 \quad \therefore y=3$

따라서 $a=\frac{3}{2}$, $b=3$이므로

$\frac{a}{b}=\frac{3}{2}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{2}$ 답 ②

$\frac{a}{b}=a\div b$
$=a\times\frac{1}{b}$

06 전략 연립방정식에서 x, y의 계수와 상수항이 각각 같으면 해가 무수히 많다.

풀이 $\begin{cases} 2x-7y=a \\ bx+14y=-2 \end{cases}$에서

$\begin{cases} -4x+14y=-2a \\ bx+14y=-2 \end{cases}$

이 연립방정식의 해가 무수히 많으려면

$-4=b$, $-2a=-2$

$\therefore a=1$, $b=-4$

즉 $p=1$, $q=-4$이므로 x, y가 자연수일 때, 일차방정식 $x+4y=9$의 해는 $(1, 2)$, $(5, 1)$의 2개이다.

답 ②

07 전략 연립방정식에서 x, y의 계수의 비는 각각 같고 상수항의 비가 다르면 해가 없다.

풀이 연립방정식 $\begin{cases} 4x+7y=3 \\ ax+by=9 \end{cases}$의 해가 없으려면 x, y의 계수의 비는 각각 같고 상수항의 비는 달라야 하므로

$a=4k$, $b=7k$, $3k\neq9$ (k는 자연수)

$a=4k$, $b=7k$에서 $a:b=4:7$이므로 이를 만족시키는 30 이하의 자연수 a, b의 순서쌍 (a, b)는

$(4, 7)$, $(8, 14)$, $(12, 21)$, $(16, 28)$

그런데 $3k\neq9$에서 $k\neq3$이므로 $(12, 21)$은 조건을 만족시키지 않는다.

(a, b)가 $(12, 21)$이면 주어진 연립방정식은 $\begin{cases} 4x+7y=3 \\ 12x+21y=9 \end{cases}$, 즉 $\begin{cases} 12x+21y=9 \\ 12x+21y=9 \end{cases}$가 되어 해가 무수히 많다.

따라서 구하는 순서쌍 (a, b)는

$(4, 7)$, $(8, 14)$, $(16, 28)$

의 3개이다. 답 ②

만점 비법

연립방정식 $\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$의 해가 존재하지 않는다.

→ $\frac{a}{a'}=\frac{b}{b'}\neq\frac{c}{c'}$

① 전체의 $\frac{a}{b}$
→ (전체) $\times\frac{a}{b}$
② 전체의 a %
→ (전체) $\times\frac{a}{100}$

08 전략 섭취해야 하는 두 식품 A, B의 양을 각각 x g, y g이라 하고 연립방정식을 세운다.

풀이 섭취해야 하는 식품 A의 양을 x g, 식품 B의 양을 y g이라 하면

A 식품 x g에 포함된
단백질의 양: $\frac{15}{100}x$ g
지방의 양: $\frac{8}{100}x$ g
B 식품 y g에 포함된
단백질의 양: $\frac{32}{100}y$ g
지방의 양: $\frac{24}{100}y$ g

$\begin{cases} \frac{15}{100}x+\frac{32}{100}y=84 \\ \frac{8}{100}x+\frac{24}{100}y=50 \end{cases}$,

즉 $\begin{cases} 15x+32y=8400 & \cdots\cdots ㉠ \\ 4x+12y=2500 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠×3−㉡×8을 하면

$13x=5200 \quad \therefore x=400$

$x=400$을 ㉡에 대입하면

$1600+12y=2500$, $\quad 12y=900$

$\therefore y=75$

따라서 식품 B는 75 g을 섭취해야 한다. 답 ①

09 전략 작은 직사각형의 가로와 세로의 길이를 각각 x, y라 하고 연립방정식을 세운다.

풀이 작은 직사각형의 가로와 세로의 길이를 각각 x, y라 하면

큰 직사각형의 가로의 길이
큰 직사각형의 세로의 길이

$\begin{cases} 3x=4y \\ 2\{3x+(x+y)\}=38 \end{cases}$,

즉 $\begin{cases} 3x=4y & \cdots\cdots ㉠ \\ y=-4x+19 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉡을 ㉠에 대입하면

$3x=4(-4x+19)$, $\quad 19x=76$

$\therefore x=4$

$x=4$를 ㉡에 대입하면 $\quad y=-16+19=3$

따라서 작은 직사각형 한 개의 둘레의 길이는

$2(4+3)=14$ 답 ③

10 전략 A, B가 자연수일 때, $A:B=a:b$이면 A, B를 각각 ak, bk (k는 자연수)라 하고 연립방정식을 세운다.

풀이 준서와 경아의 지난달 용돈을 각각 $5x$원, $4x$원(x는 자연수), 지출한 비용을 각각 $11y$원, $9y$원(y는 자연수)이라 하면

$$\begin{cases} 5x-11y=2000 & \cdots\cdots ㉠ \\ 4x-9y=1000 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠×4−㉡×5를 하면

$y=3000$

$y=3000$을 ㉡에 대입하면

$4x-27000=1000,\quad 4x=28000$

$\therefore x=7000$

따라서 경아의 지난달 용돈은 $4x=28000$(원), 지출한 비용은 $9y=27000$(원)이다. 답 ②

11 전략 x원에 a %의 이익을 붙인 후 b %만큼 할인한 가격은 $x\left(1+\frac{a}{100}\right)\left(1-\frac{b}{100}\right)$원이다.

풀이 A 제품의 원가를 x원, B 제품의 원가를 y원이라 하면 A 제품의 판매 가격은

$x\times\frac{130}{100}\times\frac{90}{100}=\frac{117}{100}x$(원)

B 제품의 판매 가격은

$y\times\frac{140}{100}\times\frac{90}{100}=\frac{126}{100}y$(원)

$$\therefore \begin{cases} x+y=12000 \\ \frac{117}{100}x+\frac{126}{100}y=12000+2400 \end{cases},$$

$$즉 \begin{cases} x+y=12000 & \cdots\cdots ㉠ \\ 13x+14y=160000 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠×13−㉡을 하면

$-y=-4000\quad \therefore y=4000$

$y=4000$을 ㉠에 대입하면

$x+4000=12000\quad \therefore x=8000$

따라서 A 제품의 원가는 8000원이다. 답 ④

12 전략 중간고사 영어 점수를 x점, 수학 점수를 y점이라 하고 연립방정식을 세운다.

풀이 중간고사 영어 점수를 x점, 수학 점수를 y점이라 하면

$$\begin{cases} \frac{x+y}{2}=77.5 \\ -\frac{10}{100}x+\frac{20}{100}y=7 \end{cases},$$

$$즉 \begin{cases} x+y=155 & \cdots\cdots ㉠ \\ -x+2y=70 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠+㉡을 하면

$3y=225\quad \therefore y=75$

$y=75$를 ㉠에 대입하면

$x+75=155\quad \therefore x=80$

따라서 기말고사 영어 점수는

$80-80\times\frac{10}{100}=72$(점)

수학 점수는

$75+75\times\frac{20}{100}=90$(점) 답 ③

13 전략 집에서 태권도장까지의 거리를 x m라 하고, 수업 시작 시간보다 y분 일찍 출발한다고 하고 연립방정식을 세운다.

풀이 집에서 태권도장까지의 거리를 x m라 하고, 집에서 수업 시작 시간보다 y분 일찍 출발한다고 하면

일품 BOX
$(시간)=\frac{(거리)}{(속력)}$

$$\begin{cases} \frac{x}{60}=y+5 \\ \frac{x}{80}=y-5 \end{cases},\ 즉 \begin{cases} x=60y+300 & \cdots\cdots ㉠ \\ x=80y-400 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠−㉡을 하면

$0=-20y+700\quad \therefore y=35$

$y=35$를 ㉠에 대입하면

$x=2100+300=2400$

따라서 유민이는 수업 시작 35분 전에 집에서 출발하므로 출발한 시간은 오후 2시 25분이다. 답 ④

14 전략 필요한 순도 55 %의 은의 양을 x kg, 순도 90 %의 은의 양을 y kg이라 하고 연립방정식을 세운다.

풀이 필요한 순도 55 %의 은의 양을 x kg, 순도 90 %의 은의 양을 y kg이라 하면

$$\begin{cases} x+y=5 \\ \frac{55}{100}x+\frac{90}{100}y=\frac{76}{100}\times5 \end{cases},$$

$$즉 \begin{cases} x=5-y & \cdots\cdots ㉠ \\ 11x+18y=76 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠을 ㉡에 대입하면

$11(5-y)+18y=76,\quad 7y=21$

$\therefore y=3$

$y=3$을 ㉠에 대입하면 $\quad x=5-3=2$

따라서 필요한 순도 55 %의 은의 양은 2 kg, 순도 90 %의 은의 양은 3 kg이다. 답 ③

15 전략 연립방정식의 해를 k의 식으로 나타낸다.

풀이
$$\begin{cases} y=3x-7k & \cdots\cdots ㉠ \\ 5x+4y=6k & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠을 ㉡에 대입하면

$5x+4(3x-7k)=6k,\quad 17x=34k$

$\therefore x=2k$

$x=2k$를 ㉠에 대입하면

$y=6k-7k=-k$

$x=2k$, $y=-k$를 $\frac{2x-3y}{x+y}$에 대입하면

$\frac{4k+3k}{2k-k}=\frac{7k}{k}=7$ 답 7

Ⅲ 방정식

일품 BOX

16 전략 x의 절댓값이 y의 절댓값의 3배이므로 $x=3y$ 또는 $x=-3y$임을 이용한다.

풀이 $\begin{cases} x+2y=10 & \cdots\cdots ㉠ \\ 2x+5y=k-6 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

(ⅰ) $x=3y$일 때,

$x=3y$를 ㉠에 대입하면

$3y+2y=10 \qquad \therefore y=2$

$y=2$를 $x=3y$에 대입하면 $\qquad x=6$

$x=6$, $y=2$를 ㉡에 대입하면

$12+10=k-6 \qquad \therefore k=28$ ···➊

(ⅱ) $x=-3y$일 때,

$x=-3y$를 ㉠에 대입하면

$-3y+2y=10 \qquad \therefore y=-10$

$y=-10$을 $x=-3y$에 대입하면 $\qquad x=30$

$x=30$, $y=-10$을 ㉡에 대입하면

$60-50=k-6 \qquad \therefore k=16$ ···➋

(ⅰ), (ⅱ)에서 모든 k의 값의 합은

$28+16=44$ ···➌

답 44

채점 기준	배점
➊ $x=3y$일 때, k의 값을 구할 수 있다.	2점
➋ $x=-3y$일 때, k의 값을 구할 수 있다.	2점
➌ k의 값의 합을 구할 수 있다.	2점

17 전략 $A=B=C$ 꼴의 방정식은 $\begin{cases} A=B \\ A=C \end{cases}$, $\begin{cases} A=B \\ B=C \end{cases}$, $\begin{cases} A=C \\ B=C \end{cases}$ 중 어느 하나를 선택하여 푼다.

풀이 주어진 방정식에서

$$\begin{cases} \dfrac{x+2y-1}{2}=\dfrac{2x+4y}{3} & \cdots\cdots ㉠ \\ \dfrac{x+2y-1}{2}=\dfrac{-3x+y+10}{8} & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠$\times 6$을 하면

2와 3의 최소공배수

$3x+6y-3=4x+8y$

$\therefore x+2y=-3$ ······ ㉢

㉡$\times 8$을 하면

2와 8의 최소공배수

$4x+8y-4=-3x+y+10$

$\therefore x+y=2$ ······ ㉣

㉢$-$㉣을 하면

$y=-5$

$y=-5$를 ㉢에 대입하면

$x-10=-3 \qquad \therefore x=7$ 답 $x=7$, $y=-5$

18 전략 백의 자리의 숫자가 a, 십의 자리의 숫자가 b, 일의 자리의 숫자가 c인 세 자리 자연수는 $100a+10b+c$임을 이용한다.

풀이 처음 자연수의 백의 자리의 숫자를 x, 일의 자리의 숫자를 y라 하면

$\begin{cases} x+7+y=14 \\ 100y+70+x=2(100x+70+y)+22 \end{cases}$,

즉 $\begin{cases} x+y=7 & \cdots\cdots ㉠ \\ 199x-98y=-92 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$ ···➊

㉠$\times 98+$㉡을 하면

$297x=594 \qquad \therefore x=2$

$x=2$를 ㉠에 대입하면

$2+y=7 \qquad \therefore y=5$ ···➋

따라서 처음 세 자리 자연수는 275이다. ···➌

답 275

채점 기준	배점
➊ 연립방정식을 세울 수 있다.	2점
➋ 연립방정식의 해를 구할 수 있다.	2점
➌ 처음 세 자리 자연수를 구할 수 있다.	1점

19 전략 어른 한 명의 몸무게를 x kg, 어린이 한 명의 몸무게를 y kg이라 하고 연립방정식을 세운다.

풀이 어른 한 명의 몸무게를 x kg, 어린이 한 명의 몸무게를 y kg이라 하면

$\begin{cases} 12x+10y=1300 & \cdots\cdots ㉠ \\ x=2y-5 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$ ···➊

㉡을 ㉠에 대입하면

$12(2y-5)+10y=1300, \qquad 34y=1360$

$\therefore y=40$

$y=40$을 ㉡에 대입하면 $\qquad x=80-5=75$ ···➋

$x=75$, $y=40$을 $4x+ay=1300$에 대입하면

$300+40a=1300, \qquad 40a=1000$

$\therefore a=25$ ···➌

답 25

채점 기준	배점
➊ 연립방정식을 세울 수 있다.	2점
➋ 연립방정식의 해를 구할 수 있다.	2점
➌ a의 값을 구할 수 있다.	1점

20 전략 1인 기준으로 작년의 교통비를 x원, 숙박비를 y원이라 하고 연립방정식을 세운다.

풀이 1인 기준으로 작년의 교통비를 x원, 숙박비를 y원이라 하면 작년의 휴가비는 $(x+y)$원이므로

$0.95(x+y)=95000$

$\therefore x+y=100000$ ······ ㉠

또 올해의 휴가비는 $(1.1x+0.85y)$원이므로

$1.1x+0.85y=95000$

$\therefore 22x+17y=1900000$ ······ ㉡

㉠$\times 17-$㉡을 하면

$-5x=-200000 \qquad \therefore x=40000$

$x=40000$을 ㉠에 대입하면

$40000+y=100000 \qquad \therefore y=60000$

따라서 올해의 교통비는

$40000\times1.1=44000$(원)

숙박비는

$60000\times0.85=51000$(원)

답 44000원, 51000원

교과서 속 창의유형 본책 84~85쪽

유제 1 문제 해결 길잡이 ▶▶▶

❶ 70분짜리 드라마를 방송할 때, 광고를 방송하는 시간을 구한다.

❷ 광고 시간이 15초인 상품의 광고의 개수를 x, 20초인 상품의 광고의 개수를 y라 하고, x, y에 대한 방정식을 세운다.

❸ x, y가 자연수일 때, ❷에서 세운 방정식의 해를 모두 구한다.

❹ 광고 시간이 15초인 상품은 최대 몇 개 광고할 수 있는지 구한다.

풀이 ❶ 70분짜리 드라마를 방송할 때, 광고를 방송하는 시간은

$70\times\frac{10}{100}=7$(분), 즉 420초

시간의 단위를 초로 통일한다.
1분=60초

❷ 광고 시간이 15초인 상품의 광고의 개수를 x, 20초인 상품의 광고의 개수를 y라 하면

$15x+20y+30\times4=420$

$\therefore 3x+4y=60$

❸ 이때 x, y는 자연수이므로 위의 방정식의 해는

$(4,\ 12),\ (8,\ 9),\ (12,\ 6),\ (16,\ 3)$

적어도 한 개씩 광고하므로 x, y는 자연수이다.

❹ 따라서 광고 시간이 15초인 상품은 최대 16개 광고할 수 있다.

답 16개

유제 2 문제 해결 길잡이 ▶▶▶

❶ 주어진 약속에 따라 $(x+1)\bigstar(2y-1)$, $\left(\frac{2}{3}y+\frac{1}{6}\right)\bigstar\frac{4}{5}x$, $0.7\bigstar0.2$를 각각 구한다.

❷ 주어진 방정식은 $A=B=C$ 꼴이므로 $\begin{cases}A=C\\B=C\end{cases}$ 꼴로 나타낸다.

❸ ❷에서 세운 연립방정식을 푼다.

❹ $x-y$의 값을 구한다.

풀이 ❶ $(x+1)\bigstar(2y-1)=3(x+1)-2(2y-1)$

$=3x-4y+5$

$\left(\frac{2}{3}y+\frac{1}{6}\right)\bigstar\frac{4}{5}x=3\left(\frac{2}{3}y+\frac{1}{6}\right)-2\times\frac{4}{5}x$

$=-\frac{8}{5}x+2y+\frac{1}{2}$

$0.7\bigstar0.2=3\times0.7-2\times0.2=1.7$

❷ 따라서 주어진 방정식은

$3x-4y+5=-\frac{8}{5}x+2y+\frac{1}{2}=1.7$

이므로

$\begin{cases}3x-4y+5=1.7\\-\frac{8}{5}x+2y+\frac{1}{2}=1.7\end{cases}$,

즉 $\begin{cases}30x-40y=-33 & \cdots\cdots ㉠\\-16x+20y=12 & \cdots\cdots ㉡\end{cases}$

❸ ㉠+㉡×2를 하면

$-2x=-9 \qquad \therefore x=\frac{9}{2}$

$x=\frac{9}{2}$를 ㉡에 대입하면

$-72+20y=12, \qquad 20y=84$

$\therefore y=\frac{21}{5}$

❹ $\therefore x-y=\frac{3}{10}$

$\frac{9}{2}-\frac{21}{5}$
$=\frac{45}{10}-\frac{42}{10}$
$=\frac{3}{10}$

답 $\frac{3}{10}$

유제 3 문제 해결 길잡이 ▶▶▶

❶ 햄의 개수를 x, 오이의 개수를 y라 한다.

❷ 햄과 오이의 개수의 합과 지난주와 이번 주의 구입 비용의 차를 이용하여 x, y에 대한 연립방정식을 세운다.

❸ ❷에서 세운 연립방정식을 푼다.

풀이 ❶ 진영이가 구입한 햄의 개수를 x, 오이의 개수를 y라 하면

❷ $\begin{cases}x+y=8\\-1800\times\frac{10}{100}x+1200\times\frac{20}{100}y=660\end{cases}$,

즉 $\begin{cases}y=8-x & \cdots\cdots ㉠\\-3x+4y=11 & \cdots\cdots ㉡\end{cases}$

❸ ㉠을 ㉡에 대입하면

$-3x+4(8-x)=11, \qquad -7x=-21$

$\therefore x=3$

$x=3$을 ㉠에 대입하면 $\qquad y=8-3=5$

따라서 진영이는 햄 3개, 오이 5개를 구입하였다.

답 햄: 3, 오이: 5

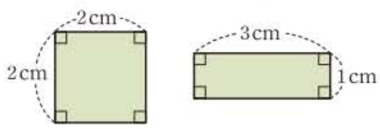
IV 함수

1 일차함수와 그래프

개념 & 핵심 기출

본책 88~92쪽

01 ② 다음 그림의 두 직사각형의 둘레의 길이는 모두 8 cm이지만 넓이는 각각 4 cm^2, 3 cm^2이다.



즉 x의 값이 8일 때, y의 값이 하나씩 정해지지 않으므로 y는 x에 대한 함수가 아니다. 답 ②

02 (ㄴ) $x=2$일 때, y는 2, 4, …로 하나로 정해지지 않으므로 y는 x에 대한 함수가 아니다.
(ㄹ) 키가 160 cm인 사람의 몸무게는 50 kg, 60 kg 등으로 여러 가지가 있을 수 있다.
즉 x의 값이 변함에 따라 y의 값이 하나씩 정해지지 않으므로 y는 x에 대한 함수가 아니다.
이상에서 함수인 것은 (ㄱ), (ㄷ)이다. 답 ②

03 $f(4)=\frac{1}{2}\times4+5=7$, $g(7)=\frac{7}{7}-1=0$이므로
$f(4)+g(7)=7$ 답 7

04 $f(2a)=-\frac{1}{2}\times2a+1=-a+1$이므로
$-a+1=\frac{1}{4}a$, $\quad \frac{5}{4}a=1$
$\therefore a=\frac{4}{5}$ 답 ①

05 5의 약수는 1, 5의 2개이므로 $\quad f(5)=2$
15의 약수는 1, 3, 5, 15의 4개이므로 $\quad f(15)=4$
25의 약수는 1, 5, 25의 3개이므로 $\quad f(25)=3$
$\therefore f(5)+f(15)+f(25)=2+4+3=9$ 답 9

15=3×5이므로 15의 약수의 개수는
$(1+1)\times(1+1)=4$

만점 비법
약수의 개수
자연수 N이 $N=a^m\times b^n$(a, b는 서로 다른 소수, m, n은 자연수)으로 소인수분해될 때, N의 약수의 개수는
$(m+1)\times(n+1)$

06 $y=x(ax+1)+bx+3=ax^2+x+bx+3$
$=ax^2+(b+1)x+3$
이므로 $\quad a=0,\ b+1\neq0$
$\therefore a=0,\ b\neq-1$ 답 $a=0,\ b\neq-1$

07 $f(1)=a+1=3$이므로 $\quad a=2$
따라서 $f(x)=2x+1$이므로
$f(-1)=2\times(-1)+1=-1$
$f(2)=2\times2+1=5$
$\therefore f(-1)+f(2)=4$ 답 4

08 일차함수 $y=ax-1$의 그래프를 y축의 방향으로 p만큼 평행이동한 그래프의 식은
$y=ax-1+p$
이 식이 $y=3x+1$과 일치하므로
$a=3,\ -1+p=1$
$\therefore a=3,\ p=2$
$\therefore a^2+p^2=3^2+2^2=13$ 답 13

일차함수 $y=ax+b$의 그래프를 y축의 방향으로 m만큼 평행이동한 그래프의 식
→ $y=ax+b+m$

09 $y=-4x+3(1-k)$의 그래프의 x절편이 $\frac{3}{2}$이므로
$0=-4\times\frac{3}{2}+3-3k$, $\quad 0=-3-3k$
$\therefore k=-1$
$k=-1$을 $y=-4x+3(1-k)$에 대입하면
$y=-4x+6$
따라서 $y=-4x+6$의 그래프의 y절편은 6이다. 답 6

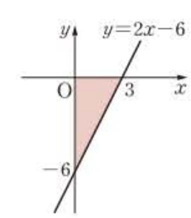
10 $y=\frac{1}{3}x-1$에서 $y=0$일 때,
$0=\frac{1}{3}x-1 \quad \therefore x=3$

$y=\frac{1}{3}x-1$의 그래프의 x절편은 3

$y=\frac{1}{2}x+2k-1$의 그래프의 y절편은 $2k-1$이므로
$3=2k-1 \quad \therefore k=2$ 답 2

11 $y=2x-6$의 그래프의 x절편은 3, y절편은 -6이므로 그 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

$y=0$일 때,
$0=2x-6$
$\therefore x=3$



따라서 구하는 넓이는
$\frac{1}{2}\times3\times6=9$ 답 9

12 $y=ax+4$의 그래프가 점 $(-3,\ 7)$을 지나므로
$7=-3a+4 \quad \therefore a=-1$
즉 기울기가 -1이므로
$\frac{k}{1-(-2)}=-1 \quad \therefore k=-3$
$\therefore ak=3$ 답 3

일품 BOX

13 $\dfrac{2k-5-(-1)}{-3-k}=-\dfrac{4}{3}$이므로

$\dfrac{2k-4}{-3-k}=-\dfrac{4}{3}$, $\quad 6k-12=12+4k$

$2k=24 \quad \therefore k=12$ 답 ①

> 두 점 $(a,\ b)$, $(c,\ d)$를 지나는 일차함수의 그래프의 기울기
> → $\dfrac{d-b}{c-a}$

14 그래프가 두 점 $(-9a,\ 0)$, $(0,\ 21a)$를 지나므로

$(\text{기울기})=\dfrac{21a-0}{0-(-9a)}=\dfrac{21a}{9a}=\dfrac{7}{3}$ 답 $\dfrac{7}{3}$

> (기울기)
> $=\dfrac{(y\text{의 값의 증가량})}{(x\text{의 값의 증가량})}$

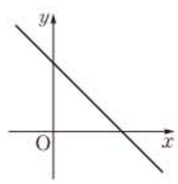
15 ③ $y=0$일 때, $\quad ax+b=0 \quad \therefore x=-\dfrac{b}{a}$

따라서 x절편은 $-\dfrac{b}{a}$이다. 답 ③

16 $a>0$, $b>0$이므로

$-b<0$, $ab>0$

따라서 $y=-bx+ab$의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 제3사분면을 지나지 않는다. 답 제3사분면



> 두 일차함수
> $y=ax+b$, $y=a'x+b'$의 그래프가 평행하다.
> → $a=a'$, $b\neq b'$

> 두 그래프가 x축에서 만난다.
> → 두 그래프의 x절편이 같다.

17 $a=\dfrac{5}{2}$이므로 $y=-2ax+3$에서

$y=-5x+3$

$y=0$일 때, $\quad 0=-5x+3 \quad \therefore x=\dfrac{3}{5}$

따라서 구하는 x절편은 $\dfrac{3}{5}$이다. 답 ④

18 그래프 l이 두 점 $(-2,\ 0)$, $(0,\ -4)$를 지나므로 그 기울기는

$\dfrac{-4-0}{0-(-2)}=-2$

따라서 두 점 $(0,\ 7)$, $(a,\ 1)$을 지나는 그래프 m의 기울기도 -2이므로

$\dfrac{1-7}{a-0}=-2$, $\quad \dfrac{-6}{a}=-2$

$\therefore a=3$ 답 3

19 $y=-5x+a-2$의 그래프가 점 $(-2,\ 4)$를 지나므로

$4=10+a-2 \quad \therefore a=-4$

따라서 $y=-5x-6$의 그래프를 y축의 방향으로 b만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=-5x-6+b$

이 그래프가 $y=cx+5$의 그래프와 일치하므로

$-5=c$, $-6+b=5 \quad \therefore b=11$, $c=-5$

$\therefore a+b-c=12$ 답 12

> 두 일차함수
> $y=ax+b$, $y=a'x+b'$의 그래프가 일치한다.
> → $a=a'$, $b=b'$

20 $(\text{기울기})=\dfrac{-1-(-6)}{3-(-7)}=\dfrac{1}{2}$, y절편이 -4이므로

$y=\dfrac{1}{2}x-4$

이 그래프가 점 $(2,\ k)$를 지나므로

$k=1-4=-3$ 답 ③

21 $(\text{기울기})=\dfrac{-4}{1-3}=2$

일차함수의 식을 $y=2x+b$라 하면 이 그래프가 점 $(2,\ -6)$을 지나므로

$-6=4+b \quad \therefore b=-10$

따라서 $y=2x-10$에서 $y=0$일 때,

$0=2x-10 \quad \therefore x=5$

$x=0$일 때, $\quad y=-10$

즉 $y=2x-10$의 그래프의 x절편은 5, y절편은 -10이므로 구하는 합은 $\quad 5+(-10)=-5$ 답 -5

22 $y=ax+b$의 그래프가 $y=-x+1$의 그래프와 평행하므로 $\quad a=-1$

이때 $y=-3x+9$의 그래프의 x절편이 3이므로

$y=-x+b$의 그래프의 x절편도 3이다.

즉 $0=-3+b$이므로 $\quad b=3$

$\therefore a+b=2$ 답 2

> $y=0$일 때,
> $0=-3x+9$
> $\therefore x=3$

23 $a=\dfrac{-3-11}{\frac{5}{2}-(-1)}=-4$

일차함수의 식을 $y=-4x+b$라 하면 이 그래프가 점 $(-1,\ 11)$을 지나므로

$11=4+b \quad \therefore b=7$

$y=-4x+7$의 그래프의 x절편은 $\dfrac{7}{4}$이므로

$c=\dfrac{7}{4}$

$\therefore a+b-c=\dfrac{5}{4}$ 답 $\dfrac{5}{4}$

> 공식을 이용하여 다음과 같이 구할 수도 있다.
> $y-11$
> $=\dfrac{-3-11}{\frac{5}{2}-(-1)}(x+1)$
> $y-11=-4(x+1)$
> $\therefore y=-4x+7$

> $y=0$일 때,
> $0=-4x+7$
> $\therefore x=\dfrac{7}{4}$

24 주어진 그래프가 두 점 $(-5,\ 12)$, $(10,\ -6)$을 지나므로

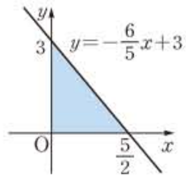
$(\text{기울기})=\dfrac{-6-12}{10-(-5)}=-\dfrac{6}{5}$

일차함수의 식을 $y=-\dfrac{6}{5}x+b$라 하면 이 그래프가 점 $(10,\ -6)$을 지나므로

$-6=-12+b \quad \therefore b=6$

즉 $y=-\dfrac{6}{5}x+6$의 그래프를 y축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 그래프의 식은 $\quad y=-\dfrac{6}{5}x+3$

이 그래프의 x절편은 $\frac{5}{2}$, y절편은 3이므로 오른쪽 그림에서 구하는 넓이는



$\frac{1}{2}\times\frac{5}{2}\times3=\frac{15}{4}$ 답 $\frac{15}{4}$

일품 BOX

일차함수 $y=ax+b$의 그래프와 x축 및 y축으로 둘러싸인 도형의 넓이
→ $\frac{1}{2}\times|x절편|\times|y절편|$
$=\frac{1}{2}\times\left|-\frac{b}{a}\right|\times|b|$

25 $y=-x+3$의 그래프의 y절편은 3이고, $y=\frac{2}{3}x-4$의 그래프의 x절편은 6이므로 일차함수의 그래프는 두 점 $(6,\ 0)$, $(0,\ 3)$을 지난다.

즉 (기울기)$=\frac{3-0}{0-6}=-\frac{1}{2}$이므로

$y=-\frac{1}{2}x+3$

따라서 $y=-\frac{1}{2}x+3$의 그래프 위의 점은 ②이다.

답 ②

$y=0$일 때,
$0=\frac{2}{3}x-4$
$\frac{2}{3}x=4$ $\therefore x=6$

② $4=1+3$

다른풀이 x절편이 6, y절편이 3인 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식은

$\frac{x}{6}+\frac{y}{3}=1$, $x+2y=6$

$\therefore y=-\frac{1}{2}x+3$

x절편이 m, y절편이 n인 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식
→ $\frac{x}{m}+\frac{y}{n}=1$
(단, $mn\neq0$)

26 출발한 지 x초 후의 창민이가 출발한 지점으로부터 창민이의 위치까지의 거리는 $5x$ m, 윤호의 위치까지의 거리는 $(30+4x)$m이므로 두 사람 사이의 거리를 y m라 하면

$y=(30+4x)-5x$ $\therefore y=30-x$

위의 식에 $y=0$을 대입하면

$0=30-x$ $\therefore x=30$

따라서 창민이가 윤호를 따라잡는 데 걸리는 시간은 30초이다. 답 ④

(거리)
$=$(속력)$\times$(시간)

창민이가 윤호를 따라잡는 것은 $y=0$일 때이다.

27 추의 무게가 10 g일 때 늘어난 용수철의 길이가 1 cm이므로, 1 g짜리 추를 달 때마다 용수철의 길이는 0.1 cm씩 늘어난다.

x g짜리 추를 달았을 때의 용수철의 길이를 y cm라 하면

$y=0.1x+10$

위의 식에 $y=15$를 대입하면

$15=0.1x+10$ $\therefore x=50$

따라서 용수철의 길이가 15 cm가 되게 하려면 50 g짜리 추를 달아야 한다. 답 50 g

$11-10=1$ (cm)

28 점 P가 점 B를 출발한 지 x초 후의 $\overline{BP}$의 길이가 $4x$ cm이므로 △ABP의 넓이를 $y\ \mathrm{cm}^2$라 하면

(삼각형의 넓이)
$=\frac{1}{2}\times$(밑변의 길이)
$\times$(높이)

$y=\frac{1}{2}\times4x\times32$ $\therefore y=64x$

위의 식에 $y=192$를 대입하면

$192=64x$ $\therefore x=3$

따라서 △ABP의 넓이가 $192\ \mathrm{cm}^2$가 되는 것은 3초 후이다. 답 3초

만점 도전을 위한 고난도 문제

본책 93~97쪽

01 전략 y가 x에 대한 함수 ◎ x의 값이 변함에 따라 y의 값이 하나씩 정해진다.

풀이 (ㄱ) x의 값이 1일 때, y의 값은 -1, 1로 하나씩 정해지지 않으므로 y는 x에 대한 함수가 아니다.

(ㄴ)

x	1	2	3	4	5	$\cdots$
y	1	2	3	4	0	$\cdots$

즉 x의 값이 변함에 따라 y의 값이 하나씩 정해지므로 y는 x에 대한 함수이다.

(ㄷ) x의 값이 3일 때, y의 값은 3, 2, 1, 0, $\cdots$으로 하나씩 정해지지 않으므로 y는 x에 대한 함수가 아니다.

(ㄹ) $y=5000-x$

(ㅁ) $\frac{1}{2}\times x\times y=10$이므로 $y=\frac{20}{x}$

이상에서 y가 x에 대한 함수인 것은 (ㄴ), (ㄹ), (ㅁ)이다.

답 ④

02 전략 $f(x)=\frac{18}{x}$에 x 대신 $\frac{1}{3}$, b를 각각 대입한다.

풀이 $f\left(\frac{1}{3}\right)=18\times3=54$이므로 $a=54$

$f(b)=\frac{18}{b}=-3$이므로 $b=-6$

$\therefore f\left(\frac{a}{b}\right)=f(-9)=\frac{18}{-9}=-2$ 답 -2

$x=\frac{1}{3}$이면 $\frac{1}{x}=3$이므로
$\frac{18}{x}=18\times\frac{1}{x}$
$=18\times3$

$\frac{a}{b}=\frac{54}{-6}=-9$

03 전략 $2x-1=2$, $2x-1=7$을 만족시키는 x의 값을 각각 구한다.

풀이 $2x-1=2$에서 $2x=3$ $\therefore x=\frac{3}{2}$

$f(2x-1)=x+3$의 양변에 x 대신 $\frac{3}{2}$을 대입하면

$f(2)=\frac{3}{2}+3=\frac{9}{2}$ ··· ❶

$2x-1=7$에서 $2x=8$ $\therefore x=4$

$f(2x-1)=x+3$의 양변에 x 대신 4를 대입하면

$f(7)=4+3=7$ ··· ❷

$\therefore f(2)+f(7)=\frac{23}{2}$ ··· ❸

답 $\frac{23}{2}$

채점 기준	비율
❶ $f(2)$의 값을 구할 수 있다.	40%
❷ $f(7)$의 값을 구할 수 있다.	40%
❸ $f(2)+f(7)$의 값을 구할 수 있다.	20%

04 전략 $f(x)$에 x 대신 $a-2$, $a+2$를 각각 대입하여 a에 대한 방정식을 세운다.

풀이 $f(a-2)+f(a+2)$

$=2(a-2)+5+2(a+2)+5$

$=4a+10$

따라서 $4a+10=-2$이므로 $4a=-12$

$\therefore a=-3$ 답 ②

05 전략 n이 자연수일 때, 3^n의 일의 자리의 숫자가 반복되는 규칙을 찾는다.

풀이 n이 자연수일 때, 3^n의 일의 자리의 숫자는 3, 9, 7, 1이 이 순서대로 반복되므로

$3^1=3$, $3^2=9$, $3^3=27$, $3^4=81$, $3^5=243$, $\cdots$

$f(1)=3$, $f(2)=9$, $f(3)=7$, $f(4)=1$,

$f(5)=3$, $f(6)=9$, $f(7)=7$, $f(8)=1$, $\cdots$

$\therefore f(1)+f(2)+f(3)+\cdots+f(29)+f(30)$

$=7\times(3+9+7+1)+3+9$

$=152$ 답 ⑤

$30=4\times7+2$이므로 구하는 함숫값의 합은 $3+9+7+1$의 7묶음과 3, 9를 더하여 구할 수 있다.

06 전략 $y=(x$의 일차식$)$으로 나타내어질 때, y는 x에 대한 일차함수이다.

풀이 ① $y=\dfrac{x(x-3)}{2}=\dfrac{1}{2}x^2-\dfrac{3}{2}x$이므로 y는 x에 대한 일차함수가 아니다.

n각형의 대각선의 개수 → $\dfrac{n(n-3)}{2}$

② $y=180\times(x-2)=180x-360$

n각형의 내각의 크기의 합 → $180°\times(n-2)$

③ $y=30x$

④ $y=2\pi x$

⑤ $x=\dfrac{y}{100}\times100$이므로 $y=x$ 답 ①

07 전략 $f(x)$에 x 대신 -3, -2, -1을 대입한다.

풀이 $f(-3)=-3a-1$, $f(-2)=-2a-1$, $f(-1)=-a-1$이므로

$f(-3)+f(-2)+f(-1)$

$=(-3a-1)+(-2a-1)+(-a-1)$

$=-6a-3$

따라서 $-6a-3=6$이므로 $-6a=9$

$\therefore a=-\dfrac{3}{2}$ 답 ②

08 전략 일차함수 $y=ax+b$의 그래프를 y축의 방향으로 m만큼 평행이동한 그래프의 식 ◎ $y=ax+b+m$

풀이 $y=-5x+7$의 그래프를 y축의 방향으로 b만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=-5x+7+b$

이 그래프가 점 $(3, -4)$를 지나므로

$-4=-15+7+b$ $\therefore b=4$ ⋯ ❶

따라서 $y=-5x+11$의 그래프가 점 $(-2a, 6a-1)$을 지나므로

$6a-1=10a+11$, $-4a=12$

$\therefore a=-3$ ⋯ ❷

$\therefore ab=-12$ ⋯ ❸

답 -12

채점 기준	비율
❶ b의 값을 구할 수 있다.	40%
❷ a의 값을 구할 수 있다.	40%
❸ ab의 값을 구할 수 있다.	20%

09 전략 x절편이 m, y절편이 n인 그래프는 두 점 $(m, 0)$, $(0, n)$을 지난다.

풀이 $y=-3x+k$의 그래프를 y축의 방향으로 -4만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=-3x+k-4$ ⋯ ❶

이 그래프의 x절편이 a이므로 $x=a$, $y=0$을 대입하면

$0=-3a+k-4$, 즉 $3a-k=-4$ ⋯ ㉠

y절편이 $a-2$이므로 $x=0$, $y=a-2$를 대입하면

$a-2=k-4$, 즉 $a-k=-2$ ⋯ ㉡ ⋯ ❷

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$a=-1$, $k=1$ ⋯ ❸

답 1

㉠−㉡을 하면
$2a=-2$
$\therefore a=-1$
$a=-1$을 ㉡에 대입하면
$-1-k=-2$
$\therefore k=1$

채점 기준	비율
❶ 평행이동한 그래프의 식을 구할 수 있다.	30%
❷ a, k 사이의 관계식을 구할 수 있다.	40%
❸ k의 값을 구할 수 있다.	30%

10 전략 두 그래프가 x축에서 만나면 두 그래프의 x절편이 같고, y축에서 만나면 두 그래프의 y절편이 같다.

일차함수 $y=ax+b$의 그래프의
① x절편: $-\dfrac{b}{a}$
② y절편: b

풀이 두 일차함수 $y=ax+b$, $y=-4x+2$의 그래프가 x축에서 만나므로 두 그래프의 x절편이 같다.

$y=-4x+2$의 그래프의 x절편은 $\dfrac{1}{2}$이므로 $x=\dfrac{1}{2}$, $y=0$을 $y=ax+b$에 대입하면

$0=\dfrac{1}{2}a+b$ $\therefore b=-\dfrac{1}{2}a$ ⋯⋯ ㉠

두 일차함수 $y=bx+a$, $y=5x-2$의 그래프가 y축에서 만나므로 두 그래프의 y절편이 같다.

$y=5x-2$의 그래프의 y절편은 -2이므로

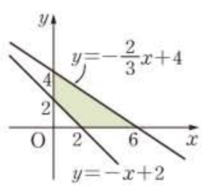
$a=-2$

$a=-2$를 ㉠에 대입하면 $b=1$

$\therefore a+b=-1$ 답 ②

11 전략 두 일차함수의 그래프의 x절편과 y절편을 이용하여 도형의 넓이를 구한다.

풀이 $y=-x+2$의 그래프의 x절편은 2, y절편은 2이고, $y=-\frac{2}{3}x+4$의 그래프의 x절편은 6, y절편은 4이다.



따라서 구하는 넓이는

$$\frac{1}{2}\times6\times4-\frac{1}{2}\times2\times2=10$$ 답 10

12 전략 $x_1\neq x_2$인 두 상수 x_1, x_2에 대하여 일차함수 $y=f(x)$의 그래프의 기울기는 $\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}$임을 이용한다.

풀이 일차함수 $y=f(x)$의 그래프의 기울기를 a라 하면 $x_1\neq x_2$인 두 상수 x_1, x_2에 대하여

$$\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}=a$$

이므로

$$\frac{f(102)-f(1)}{101}=\frac{f(100)-f(3)}{97}$$
$$=\frac{f(98)-f(5)}{93}$$
$$=\cdots=\frac{f(52)-f(51)}{1}=a$$

주어진 식에서 $26a=104$이므로 $a=4$

1, 3, 5, ⋯, 51에서
$1=2\times1-1$,
$3=2\times2-1$,
$5=2\times3-1$,
⋮
$51=2\times26-1$
이므로 주어진 식의 좌변은 a를 26개 더한 것이다.

따라서 $\frac{f(100)-f(97)}{100-97}=4$이므로

$f(100)-f(97)=12$ 답 12

13 전략 세 점 A, B, C가 한 직선 위에 있다.
○ (직선 AB의 기울기) = (직선 BC의 기울기)
= (직선 CA의 기울기)

두 점 $(x_1,\ y_1)$, $(x_2,\ y_2)\ (x_1\neq x_2)$를 지나는 직선의 기울기
→ $\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$

풀이 세 점 $(-3,\ 2a-4)$, $(1,\ -a+3)$, $(2,\ 10)$이 한 직선 위에 있으므로

$$\frac{10-(2a-4)}{2-(-3)}=\frac{10-(-a+3)}{2-1}$$

$$\frac{-2a+14}{5}=a+7,\qquad -2a+14=5a+35$$

$$-7a=21$$

$\therefore a=-3$ 답 -3

14 전략 $m\neq n$인 두 상수 m, n에 대하여 일차함수 $y=f(x)$의 그래프의 기울기는 $\frac{f(m)-f(n)}{m-n}$임을 이용한다.

풀이 $f(m)+4m=f(n)+4n$에서

$f(m)-f(n)=4n-4m$

$f(m)-f(n)=-4(m-n)$

$m\neq n$이므로 $m-n\neq0$

$$\therefore \frac{f(m)-f(n)}{m-n}=-4$$

따라서 일차함수 $y=f(x)$의 그래프의 기울기는 -4이고, x의 값이 2만큼 증가할 때 y의 값이 k만큼 증가하므로

(기울기) $=\frac{(y\text{의 값의 증가량})}{(x\text{의 값의 증가량})}$

$\frac{k}{2}=-4\qquad \therefore k=-8$ 답 ①

15 전략 주어진 그래프를 이용하여 a, b, c, d의 부호를 알아본다.

풀이 주어진 그래프에서

$a<0$, $b<0$, $c<0$, $d>0$

(ㄱ) $ac>0$

(ㄴ) $bd<0$

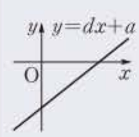
(ㄷ) $y=cx+d$의 그래프가 $y=ax+b$의 그래프보다 y축에 가까우므로 $|c|>|a|$

이때 $a<0$, $c<0$이므로 $a>c$이다.

양수끼리는 절댓값이 큰 수가 더 크고, 음수끼리는 절댓값이 큰 수가 더 작다.

(ㄹ) $b<d$

(ㅁ) $y=dx+a$의 그래프는 제2사분면을 지나지 않는다.



이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄷ), (ㄹ)이다. 답 ③

16 전략 $ab>0$이면 $a>0$, $b>0$ 또는 $a<0$, $b<0$이다.

풀이 (i) $b>0$이면

$ab>0$, $bc<0$에서 $a>0$, $c<0$

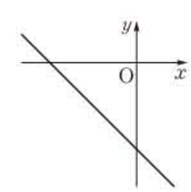
(ii) $b<0$이면

$ab>0$, $bc<0$에서 $a<0$, $c>0$

(i), (ii)에서 $ac<0$

즉 $-\frac{a}{b}<0$, $\frac{3c}{a}<0$이므로

$y=-\frac{a}{b}x+\frac{3c}{a}$의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



따라서 제2사분면, 제3사분면, 제4사분면을 지난다.

답 제2사분면, 제3사분면, 제4사분면

17 전략 기울기와 y절편의 부호를 이용하여 a, b, c, d의 부호를 먼저 알아본다.

좌표축은 어느 사분면에도 포함되지 않는다.

풀이 $y=(a-b)x+\frac{a}{b}$의 그래프가 제1사분면을 지나지 않으므로

$a-b<0$, $\frac{a}{b}\leq0\qquad \therefore a\leq0$, $b>0$

$a\leq0$, $b>0$ 또는 $a\geq0$, $b<0$

$y=acx+d$의 그래프가 제4사분면을 지나지 않으므로

$ac>0$, $d\geq0$

$ac>0$에서 $a<0$, $c<0$ 또는 $a>0$, $c>0$

이때 $a\leq0$이므로 $a<0$, $c<0$

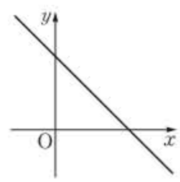
$\therefore a<0$, $b>0$, $c<0$, $d\geq0$ ⋯ ❶

즉 $bc<0$이고, $ab<0$, $d\ge0$이므로 $ab-d<0$

> 일품 BOX: $d\ge0$에서 $-d\le0$이므로 $ab-d<0$

$\therefore \dfrac{ab-d}{c}>0$ ⋯ ❷

따라서 $y=bcx+\dfrac{ab-d}{c}$의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 제3사분면을 지나지 않는다. ⋯ ❸



답 제3사분면

채점 기준	비율
❶ a, b, c, d의 부호를 알 수 있다.	40%
❷ $y=bcx+\dfrac{ab-d}{c}$의 그래프의 기울기와 y절편의 부호를 알 수 있다.	30%
❸ 그래프가 지나지 않는 사분면을 구할 수 있다.	30%

만점 비법

일차함수 $y=ax+b$의 그래프가
① 제1사분면을 지나지 않으면 → $a<0$, $b\le0$
② 제2사분면을 지나지 않으면 → $a>0$, $b\le0$
③ 제3사분면을 지나지 않으면 → $a<0$, $b\ge0$
④ 제4사분면을 지나지 않으면 → $a>0$, $b\ge0$

18

전략 $x=-1$, 1, 2일 때 y의 값의 부호를 이용한다.

풀이 ① $a>0$

> 그래프가 오른쪽 위로 향하므로 $a>0$

② y절편이 음수이므로
$b-1<0$ $\quad\therefore b<1$

③ $x=1$일 때 y의 값이 음수이므로
$a+b-1<0$ $\quad\therefore a+b<1$

④ $x=2$일 때 y의 값이 양수이므로
$2a+b-1>0$ $\quad\therefore 2a+b>1$

⑤ $x=-1$일 때 y의 값이 음수이므로
$-a+b-1<0$ $\quad\therefore a-b>-1$

답 ⑤

19

전략 두 일차함수 $y=ax+b$, $y=cx+d$의 그래프가 일치한다. ⭘ $a=c$, $b=d$

풀이 두 일차함수 $y=(a+3b+1)x+2b-1$, $y=(2b+2)x+a-2$의 그래프가 일치하므로

$a+3b+1=2b+2$, $2b-1=a-2$

$\therefore a+b=1$, $a-2b=1$

위의 두 식을 연립하여 풀면

> $\begin{cases} a+b=1 & \cdots ㉠ \\ a-2b=1 & \cdots ㉡ \end{cases}$
> ㉠−㉡을 하면
> $3b=0$ $\quad\therefore b=0$
> $b=0$을 ㉠에 대입하면
> $a=1$

$a=1$, $b=0$

따라서 $y=ax+4a+b$, 즉 $y=x+4$의 그래프의 x절편은 -4, y절편은 4이므로 구하는 합은

$-4+4=0$

답 ③

20

전략 두 일차함수의 그래프가 평행하면 기울기가 같음을 이용한다.

풀이 두 일차함수 $y=3x-9$, $y=ax+b$의 그래프가 평행하므로 $\quad a=3$ ⋯ ❶

$0=3x-9$에서 $\quad x=3$ $\quad\therefore \mathrm{A}(3,\ 0)$

이때 $\overline{\mathrm{AB}}=2$이고 점 B가 x축 위에 있으므로

$\mathrm{B}(1,\ 0)$ 또는 $\mathrm{B}(5,\ 0)$ ⋯ ❷

(i) $\mathrm{B}(1,\ 0)$일 때,
$y=3x+b$의 그래프가 점 $(1,\ 0)$을 지나므로
$0=3+b$ $\quad\therefore b=-3$

(ii) $\mathrm{B}(5,\ 0)$일 때,
$y=3x+b$의 그래프가 점 $(5,\ 0)$을 지나므로
$0=15+b$ $\quad\therefore b=-15$ ⋯ ❸

(i), (ii)에서 $\quad a+b=0$ 또는 $a+b=-12$

따라서 구하는 값은 -12이다. ⋯ ❹

답 -12

채점 기준	비율
❶ a의 값을 구할 수 있다.	20%
❷ 점 B의 좌표를 구할 수 있다.	20%
❸ b의 값을 구할 수 있다.	40%
❹ $a+b$의 값 중 가장 작은 것을 구할 수 있다.	20%

21

전략 $\dfrac{f(6b)-f(-a)}{6b-(-a)}$가 $y=f(x)$의 그래프의 기울기임을 이용한다.

풀이 $\dfrac{f(6b)-f(-a)}{a+6b}=-2$에서

$\dfrac{f(6b)-f(-a)}{6b-(-a)}=-2$

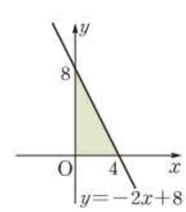
즉 $y=f(x)$의 그래프의 기울기는 -2이다.

또 $y=f(x)$의 그래프가 $y=\dfrac{1}{4}x+8$의 그래프와 y축에서 만나므로 두 그래프의 y절편이 같고, $y=\dfrac{1}{4}x+8$의 그래프의 y절편이 8이므로

$f(x)=-2x+8$

따라서 $y=-2x+8$의 그래프의 x절편은 4, y절편은 8이므로 오른쪽 그림에서 구하는 넓이는

$\dfrac{1}{2}\times4\times8=16$



답 ④

22

전략 가로의 길이와 세로의 길이의 비가 2 : 3이므로 가로, 세로의 길이를 각각 $2k$, $3k(k>0)$로 놓는다.

풀이 $y=ax+b$의 그래프가 두 점 A, C를 지나므로 x의 값이 $2k(k>0)$만큼 증가하면 y의 값은 $3k$만큼 감소한다.

$\therefore a=\dfrac{-3k}{2k}=-\dfrac{3}{2}$

$y=-\frac{3}{2}x+b$의 그래프가 점 A$(-2, 5)$를 지나므로

$5=3+b \qquad \therefore b=2$

$\therefore y=-\frac{3}{2}x+2$

따라서 $y=-\frac{3}{2}x+2$의 그래프 위의 점은 ⑤이다.

⑤ $-1=-3+2$

답 ⑤

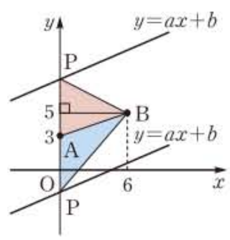
만점 비법

어떤 두 수의 비가 $m:n$(m, n은 자연수)으로 주어지면 두 수를 mk, nk($k>0$)로 놓을 수 있다.

23

전략 △ABP의 넓이가 항상 15이므로 $y=ax+b$의 그래프는 직선 AB와 평행해야 한다.

풀이 $y=ax+b$의 그래프가 직선 AB와 평행해야 하므로



$a=\frac{5-3}{6-0}=\frac{1}{3}$ ··· ❶

점 P가 y축 위에 있을 때,

△ABP

$=\frac{1}{2}\times\overline{AP}\times 6=15$

이므로 $\quad \overline{AP}=5$

$\therefore$ P$(0, -2)$ 또는 P$(0, 8)$ ··· ❷

P$(0, 3-5)$ 또는 P$(0, 3+5)$

따라서 $b=-2$ 또는 $b=8$이므로 ab의 값은 ··· ❸

점 P가 y축에 있을 때, 점 P의 y좌표는 $y=ax+b$의 그래프의 y절편과 같으므로 $b=-2$ 또는 $b=8$

$-\frac{2}{3}$ 또는 $\frac{8}{3}$ ··· ❹

답 $-\frac{2}{3}$, $\frac{8}{3}$

채점 기준	비율
❶ a의 값을 구할 수 있다.	20 %
❷ 점 P의 좌표를 구할 수 있다.	30 %
❸ b의 값을 구할 수 있다.	30 %
❹ ab의 값을 모두 구할 수 있다.	20 %

24

전략 주어진 그래프가 지나는 두 점을 이용하여 그래프의 식을 구한다.

풀이 주어진 그래프가 두 점 $(0, 2)$, $(3, 0)$을 지나므로

$(기울기)=\frac{0-2}{3-0}=-\frac{2}{3}$

즉 일차함수의 식은 $\quad y=-\frac{2}{3}x+2$

$y=(a-2)x+4$의 그래프를 y축의 방향으로 m만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=(a-2)x+4+m$

이 식이 $y=-\frac{2}{3}x+2$와 일치하므로

$a-2=-\frac{2}{3}$, $4+m=2$

$\therefore a=\frac{4}{3}$, $m=-2$

$\therefore a+m=-\frac{2}{3}$

답 ①

다른풀이 x절편이 3, y절편이 2인 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식은

$\frac{x}{3}+\frac{y}{2}=1, \qquad 2x+3y=6$

$\therefore y=-\frac{2}{3}x+2$

25

전략 세 점 중 어느 두 점을 지나는 직선의 기울기는 서로 같음을 이용한다.

풀이 $\frac{-2-(k-3)}{-4-1}=\frac{3k-1-(-2)}{16-(-4)}$이므로

$\frac{-k+1}{-5}=\frac{3k+1}{20}, \qquad -4(-k+1)=3k+1$

$\therefore k=5$ ··· ❶

즉 그래프의 기울기가 $\frac{4}{5}$이므로 일차함수의 식을

$k=5$를 $\frac{-k+1}{-5}$에 대입하면 $\frac{4}{5}$

$y=\frac{4}{5}x+b$라 하면 이 그래프가 점 $(-4, -2)$를 지나므로

$-2=-\frac{16}{5}+b \qquad \therefore b=\frac{6}{5}$

$\therefore y=\frac{4}{5}x+\frac{6}{5}$ ··· ❷

$0=\frac{4}{5}x+\frac{6}{5}$에서 $\qquad x=-\frac{3}{2}$

따라서 구하는 x절편은 $-\frac{3}{2}$이다. ··· ❸

답 $-\frac{3}{2}$

채점 기준	비율
❶ k의 값을 구할 수 있다.	40 %
❷ 일차함수의 식을 구할 수 있다.	40 %
❸ x절편을 구할 수 있다.	20 %

26

전략 x절편과 y절편의 비가 $5:1$이므로 x절편, y절편을 각각 $5k$, k($k\neq 0$)로 놓는다.

풀이 조건 (가)에서 $y=ax+b$의 그래프가 점 $(2, 4)$를 지나므로

$4=2a+b \qquad \therefore b=4-2a \quad \cdots\cdots$ ㉠ ··· ❶

조건 (나)에서 x절편과 y절편의 비가 $5:1$이므로 x절편을 $5k$, y절편을 k($k\neq 0$)라 하면 $y=ax+b$의 그래프가 두 점 $(5k, 0)$, $(0, k)$를 지나므로

$a=\frac{k-0}{0-5k}=-\frac{1}{5}$

$a=-\frac{1}{5}$을 ㉠에 대입하면 $\qquad b=4+\frac{2}{5}=\frac{22}{5}$ ··· ❷

$\therefore a+b=\frac{21}{5}$ ··· ❸

답 $\frac{21}{5}$

채점 기준	비율
❶ b를 a의 식으로 나타낼 수 있다.	30 %
❷ a, b의 값을 구할 수 있다.	50 %
❸ $a+b$의 값을 구할 수 있다.	20 %

27 전략 먼저 주어진 두 점을 지나는 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식을 구한다.

풀이 그래프가 두 점 (42, 64), (56, 48)을 지나므로

$(\text{기울기})=\frac{48-64}{56-42}=-\frac{8}{7}$

일차함수의 식을 $y=-\frac{8}{7}x+b$라 하면 이 그래프가 점 (42, 64)를 지나므로

$64=-48+b \quad \therefore b=112$

$y=-\frac{8}{7}x+112$의 그래프 위의 점 중에서 x좌표와 y좌표가 모두 자연수인 점의 x좌표는 7의 배수이다.

또 $y>0$이어야 하므로

$-\frac{8}{7}x+112>0, \quad -\frac{8}{7}x>-112$

$\therefore x<98$

따라서 $0<x<98$을 만족시키는 x의 값 중에서 7의 배수는 13개이므로 구하는 점의 개수는 13이다. 답 ②

7, 14, 21, ⋯, 91

28 전략 1분마다 온도가 a °C씩 올라간다.(내려간다).
○ x분마다 온도가 ax °C씩 올라간다.(내려간다).

풀이 (i) 2분마다 온도가 6 °C씩 올라가므로 1분마다 온도가 3 °C씩 올라간다.
24 °C의 물을 x분 동안 데웠을 때의 온도를 y °C라 하면
$y=24+3x$
위의 식에 $y=96$을 대입하면
$96=24+3x \quad \therefore x=24$

24 °C의 물을 96 °C까지 데우는 데 걸리는 시간

(ii) 1분마다 온도가 2 °C씩 내려가므로 96 °C의 물을 x분 동안 바닥에 내려놓았을 때의 온도를 y °C라 하면
$y=96-2x$
위의 식에 $y=48$을 대입하면
$48=96-2x \quad \therefore x=24$

96 °C의 물을 48 °C까지 식히는 데 걸리는 시간

(i), (ii)에서 구하는 시간은
$24+24=48$(분) 답 48분

29 전략 (운송 요금)=(기본요금)+(추가 요금)임을 이용한다.

풀이 (1) 4 km당 5000원의 운송 요금이 추가되므로
1 km당 $\frac{5000}{4}=1250$(원)의 운송 요금이 추가된다. ⋯ ❶

$\therefore y=40000+1250x$ ⋯ ❷

(2) (1)의 식에 $y=120000$을 대입하면
$120000=40000+1250x$
$-1250x=-80000 \quad \therefore x=64$
따라서 운송 거리는 64 km이다. ⋯ ❸

답 (1) $y=40000+1250x$ (2) 64 km

채점 기준	비율
❶ 1 km당 추가되는 운송 요금을 구할 수 있다.	30 %
❷ y를 x의 식으로 나타낼 수 있다.	20 %
❸ 운송 요금이 120000원일 때, 운송 거리를 구할 수 있다.	50 %

참고 a km당 b원의 운송 요금이 추가되는 것은 1 km당 $\frac{b}{a}$원의 운송 요금이 추가되는 것과 같다.

30 전략 $(\text{속력})=\frac{(\text{거리})}{(\text{시간})}$임을 이용하여 자동차의 속력을 구한다.

풀이 C 지점을 지난 지 10분 후에 A 지점으로부터 40 km 떨어진 지점에 있었고, 30분 후에 A 지점으로부터 80 km 떨어진 지점에 있었으므로 이 자동차는 20분, 즉 $\frac{1}{3}$시간 동안 40 km를 이동하였다.

20분 동안 40 km를 이동하였으므로 1분 동안 2 km를 이동하였다. 즉 속력이 분속 2 km임을 이용하여 구할 수도 있다.

즉 자동차의 속력은 $40\div\frac{1}{3}=120$ (km/h)

C 지점이 A 지점으로부터 a km 떨어져 있다고 하고 C 지점을 지난 지 x시간 후에 자동차가 A 지점으로부터 y km 떨어진 지점에 있다고 하면

$y=120x+a$

시속 120 km로 x시간 동안 달린 거리

10분, 즉 $\frac{1}{6}$시간 후에 A 지점으로부터 40 km 떨어진 지점에 있었으므로

$40=20+a \quad \therefore a=20$

따라서 C 지점은 A 지점으로부터 20 km 떨어져 있다.

답 20 km

최상위로 가는 최고 수준 문제

본책 98쪽

01 전략 $m(f(x), 3)=3$ ○ $f(x)\le 3$

풀이 $m(f(x), 3)=3$에서 $f(x)\le 3$

3이 $f(x)$보다 작지 않으므로 $f(x)\le 3$

(i) $f(x)=0$인 경우
x 이하의 소수가 0개이므로 자연수 x는 1

(ii) $f(x)=1$인 경우
x 이하의 소수가 1개이므로 자연수 x는 2

(iii) $f(x)=2$인 경우
x 이하의 소수가 2개이므로 자연수 x는 3, 4

일품 BOX

(iv) $f(x)=3$인 경우

x 이하의 소수가 3개이므로 자연수 x는 5, 6 이상에서 구하는 x의 값의 합은

$1+2+3+4+5+6=21$ 답 21

02 전략 점 (p, q)가 $y=ax+b$의 그래프 위의 점이다. ○ $q=ap+b$

풀이 점 $(2k, 2k-3)$은 $y=-3x+1$의 그래프 위의 점이므로

$2k-3=-6k+1, \quad 8k=4$

$\therefore k=\frac{1}{2}$ ···❶

$k^2=\frac{1}{4}$이므로 $y=-3x+1$의 그래프를 y축의 방향으로 $\frac{1}{4}$만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=-3x+1+\frac{1}{4}$, 즉 $y=-3x+\frac{5}{4}$ ···❷

구하는 점의 좌표를 $(a, -a)$라 하면 점 $(a, -a)$가 $y=-3x+\frac{5}{4}$의 그래프 위의 점이므로

x좌표와 y좌표의 합이 0이므로 x좌표를 a라 하면 y좌표는 $-a$이다.

$-a=-3a+\frac{5}{4}, \quad 2a=\frac{5}{4}$

$\therefore a=\frac{5}{8}$

따라서 구하는 점의 좌표는 $\left(\frac{5}{8}, -\frac{5}{8}\right)$ ···❸

답 $\left(\frac{5}{8}, -\frac{5}{8}\right)$

채점 기준	비율
❶ k의 값을 구할 수 있다.	30 %
❷ 평행이동한 그래프의 식을 구할 수 있다.	30 %
❸ 점의 좌표를 구할 수 있다.	40 %

03 전략 두 점 O, A를 이동시킨 점을 각각 구한 후 $a+1>5$인 경우와 $a+1\le5$인 경우로 나누어 생각한다.

풀이 세 점 O, A, B를 이동시킨 점을 각각 O′, A′, B′이라 하면

$O(0, 0) \to O'(0, 0)$

A (2, 1)에서 2>1이므로

$A(2, 1) \to A'(3, 1)$

$2+1=3, \ 2-1=1$

(i) $a+1>5$, 즉 $a>4$일 때,

$(a+1)+5=a+6$, $(a+1)-5=a-4$이므로

$B(a+1, 5) \to B'(a+6, a-4)$

세 점 O′, A′, B′이 한 직선 위에 있으므로

$\frac{1-0}{3-0}=\frac{a-4-0}{a+6-0}$

$\frac{1}{3}=\frac{a-4}{a+6}, \quad a+6=3a-12$

$\frac{A}{B}=\frac{C}{D}$에서 $AD=BC$

$\therefore a=9$

(ii) $a+1\le5$, 즉 $a\le4$일 때,

$(a+1)+2\times5=a+11$, $(a+1)-2\times5=a-9$이므로

$B(a+1, 5) \to B'(a+11, a-9)$

세 점 O′, A′, B′이 한 직선 위에 있으므로

$\frac{1-0}{3-0}=\frac{a-9-0}{a+11-0}$

$\frac{1}{3}=\frac{a-9}{a+11}, \quad a+11=3a-27$

$\therefore a=19$

그런데 $a\le4$이므로 a의 값은 19가 될 수 없다.

(i), (ii)에서 $a=9$ 답 ①

04 전략 점 A의 좌표를 먼저 구한다.

풀이 점 A의 y좌표가 6이므로 $y=6$을 $y=-\frac{1}{2}x+2$에 대입하면

$6=-\frac{1}{2}x+2 \quad \therefore x=-8$

$\therefore A(-8, 6)$

$y=0$일 때, $0=-\frac{1}{2}x+2 \quad \therefore x=4$

$\therefore D(4, 0)$

또 $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로 $\overline{CD}=\overline{AB}=6$

두 점 B, C를 지나는 그래프는 두 점 A, D를 지나는 그래프를 y축의 방향으로 -6만큼 평행이동한 것과 같다.

$\therefore C(4, -6)$

따라서 구하는 일차함수의 식을 $y=ax+b$라 하면

$a=\frac{-6-6}{4-(-8)}=-1$

$y=-x+b$의 그래프가 점 $A(-8, 6)$을 지나므로

$6=8+b \quad \therefore b=-2$

$\therefore y=-x-2$ 답 $y=-x-2$

05 전략 먼저 y절편이 -1이고 점 $(6, 5)$를 지나는 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식을 구한다.

풀이 y절편이 -1이고 점 $(6, 5)$를 지나는 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식을 $y=mx-1$이라 하면

$5=6m-1 \quad \therefore m=1$

$\therefore y=x-1$

점 $A(2a+1, b)$가 $y=x-1$의 그래프 위의 점이므로

$b=2a+1-1 \quad \therefore b=2a$ ······ ㉠

즉 두 점 $A(2a+1, 2a)$, $B(a-1, 4-2a)$를 지나는 직선의 기울기가 8이므로

$b=2a$이므로
$A(2a+1, b)$에서 $A(2a+1, 2a)$
$B(a-1, 4-b)$에서 $B(a-1, 4-2a)$

$\frac{(4-2a)-2a}{(a-1)-(2a+1)}=8, \quad \frac{4-4a}{-a-2}=8$

$4-4a=-8a-16$

$\therefore a=-5$

$a=-5$를 ㉠에 대입하면 $b=-10$

따라서 점 A$(-9,\ -10)$이 $y=8x+n$의 그래프 위의 점이므로

$-10=-72+n \qquad \therefore n=62$

$\therefore a+b+n=47$ 답 ⑤

06 전략 점 P가 위치하는 변을 기준으로 x의 값의 범위를 나누어 생각한다.

풀이 (1) 점 P가 매초 2 cm의 속력으로 x초 동안 움직인 거리는 $2x$ cm이다.

(ⅰ) $11<x\le14$일 때, 점 P가 $\overline{CD}$ 위에 있으므로

$\overline{PD}=2(x-11)$ cm

$\therefore y=\frac{1}{2}\times\{2(x-11)\}\times10$

$=10x-110$

(ⅱ) $14<x\le19$일 때, 점 P가 $\overline{BC}$ 위에 있으므로

$y=\frac{1}{2}\times10\times6=30$

(ⅲ) $19<x<22$일 때, 점 P가 $\overline{AB}$ 위에 있으므로

$\overline{PB}=2(x-19)$ cm

$\therefore \overline{AP}=6-2(x-19)=44-2x$ (cm)

$\therefore y=\frac{1}{2}\times(44-2x)\times10$

$=220-10x$

이상에서

$$y=\begin{cases}10x-110 & (11<x\le14)\\ 30 & (14<x\le19)\\ 220-10x & (19<x<22)\end{cases}$$ ··· ❶

(2) $x=20$을 $y=220-10x$에 대입하면

$y=220-200=20$

따라서 △APD의 넓이는 20 cm²이다. ··· ❷

답 풀이 참조

채점 기준	비율
❶ $11<x<22$일 때, y를 x의 식으로 나타낼 수 있다.	70%
❷ 20초 후의 △APD의 넓이를 구할 수 있다.	30%

2 일차함수와 일차방정식의 관계

개념 & 핵심 기출 본책 100~103쪽

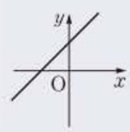
01 $3x-2y+1=0$에서 $\quad y=\frac{3}{2}x+\frac{1}{2}$

(ㄱ) $x=0$일 때, $\quad y=\frac{1}{2}$

따라서 y절편은 $\frac{1}{2}$이다.

(ㄴ) $y=\frac{3}{2}x+\frac{1}{2}$의 그래프와 기울기가 같으므로 평행하다.

(ㄷ) 기울기가 양수이고 y절편도 양수이므로 제4사분면을 지나지 않는다.



(ㄹ) $5=\frac{3}{2}\times3+\frac{1}{2}$

이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄴ), (ㄹ)이다. 답 (ㄱ), (ㄴ), (ㄹ)

02 $ax+by+5=0$에서 $\quad y=-\frac{a}{b}x-\frac{5}{b}$

이 그래프의 기울기가 $-\frac{1}{5}$, y절편이 $\frac{1}{2}$이므로

$-\frac{a}{b}=-\frac{1}{5},\ -\frac{5}{b}=\frac{1}{2}$

$\therefore a=-2,\ b=-10$

$b=-10$을 $-\frac{a}{b}=-\frac{1}{5}$에 대입하면 $\frac{a}{10}=-\frac{1}{5}$ $\quad\therefore a=-2$

$\therefore ab=20$ 답 20

03 $3x+ay-b=0$에서 $\quad y=-\frac{3}{a}x+\frac{b}{a}$

이 그래프를 y축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=-\frac{3}{a}x+\frac{b}{a}-1$

① 두 그래프가 평행하다.
→ 기울기는 같고, y절편은 다르다.
② 두 그래프가 y축에서 만난다.
→ y절편이 같다.

따라서 $-\frac{3}{a}=4,\ \frac{b}{a}-1=6$이므로

$a=-\frac{3}{4},\ b=-\frac{21}{4}$

$\frac{b}{a}-1=6$에서 $\frac{b}{a}=7$ $\quad\therefore b=7a$ $=7\times\left(-\frac{3}{4}\right)$ $=-\frac{21}{4}$

$\therefore a+b=-6$ 답 -6

04 (1) 두 점의 x좌표는 다르고 y좌표는 같아야 하므로

$3-2a\ne a-9,\ 7b=5b+2$

$-3a\ne-12,\ 2b=2$

$\therefore a\ne4,\ b=1$

x좌표도 같으면 두 점은 같은 점이 된다.

(2) 두 점의 x좌표는 같고 y좌표는 달라야 하므로

$3-2a=a-9,\ 7b\ne5b+2$

$\therefore a=4,\ b\ne1$

답 (1) $a\ne4,\ b=1$ (2) $a=4,\ b\ne1$

05 주어진 그래프는 점 $(-3,\ 0)$을 지나고 y축에 평행한 직선이므로 그 그래프의 식은 $\quad x=-3$

$\therefore -\frac{1}{3}x-1=0$

이 식이 $ax+by-1=0$과 일치해야 하므로

$a=-\frac{1}{3}$, $b=0$

$\therefore a-b=-\frac{1}{3}$ 답 $-\frac{1}{3}$

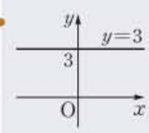
06 $5x+3=0$에서 $x=-\frac{3}{5}$

직선 $x=-\frac{3}{5}$에 수직이고 점 $(-7,\ 3)$을 지나는 직선의 방정식은 $y=3$

따라서 방정식 $y=3$의 그래프가 지나는 사분면은 제1사분면, 제2사분면이다.

답 제1사분면, 제2사분면

방정식 $y=k$의 그래프
① $k>0$이면
→ 제1사분면과 제2사분면을 지난다.
② $k<0$이면
→ 제3사분면과 제4사분면을 지난다.



07 $x+ay+b=0$에서 $y=-\frac{1}{a}x-\frac{b}{a}$

주어진 그래프에서 $-\frac{1}{a}<0$, $-\frac{b}{a}>0$이므로

$a>0$, $b<0$ 답 ②

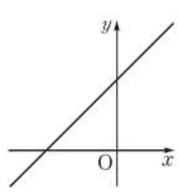
08 $ax-by-c=0$에서 $y=\frac{a}{b}x-\frac{c}{b}$

$a<0$, $b<0$, $c>0$이므로

$\frac{a}{b}>0$, $-\frac{c}{b}>0$

따라서 $ax-by-c=0$의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 제4사분면을 지나지 않는다.

답 제4사분면



09 $ax-by+4=0$의 그래프가 x축에 수직이므로

$b=0$ $\therefore x=-\frac{4}{a}$

이 방정식의 그래프가 제2사분면과 제3사분면을 지나려면

$-\frac{4}{a}<0$ $\therefore a>0$ 답 ③

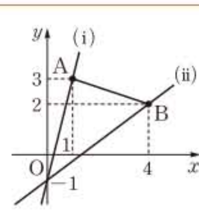
10 (i) 직선 $y=ax-1$이 점 A를 지날 때,

$3=a-1$ $\therefore a=4$

(ii) 직선 $y=ax-1$이 점 B를 지날 때,

$2=4a-1$ $\therefore a=\frac{3}{4}$

(i), (ii)에서 $\frac{3}{4}\le a\le 4$ 답 $\frac{3}{4}\le a\le 4$



직선 $y=ax-1$은 a의 값에 관계없이 항상 점 $(0,\ -1)$을 지난다.

11 (i) 직선 $y=-3x+k$가 점 A를 지날 때,

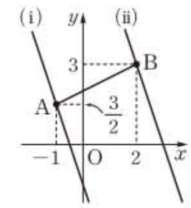
$\frac{3}{2}=3+k$ $\therefore k=-\frac{3}{2}$

(ii) 직선 $y=-3x+k$가 점 B를 지날 때,

$3=-6+k$ $\therefore k=9$

(i), (ii)에서 $-\frac{3}{2}\le k\le 9$

따라서 k의 값이 될 수 없는 것은 ①이다. 답 ①



12 (i) 직선 $y=mx$가 점 B를 지날 때,

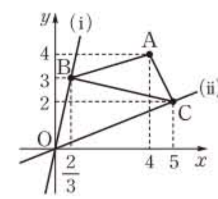
$3=\frac{2}{3}m$

$\therefore m=\frac{9}{2}$

(ii) 직선 $y=mx$가 점 C를 지날 때,

$2=5m$ $\therefore m=\frac{2}{5}$

(i), (ii)에서 $\frac{2}{5}\le m\le\frac{9}{2}$ 답 $\frac{2}{5}\le m\le\frac{9}{2}$



참고 직선 OA의 기울기는 직선 OB의 기울기보다 작고 직선 OC의 기울기보다 크므로 직선 $y=mx$가 점 A를 지나는 경우는 생각하지 않아도 된다.

연립일차방정식의 해
→ 두 일차방정식의 그래프의 교점의 좌표

$\begin{cases}x+2y+1=0 & \cdots ㉠\\4x-5y-9=0 & \cdots ㉡\end{cases}$

㉠×4−㉡을 하면

$13y+13=0$

$\therefore y=-1$

$y=-1$을 ㉠에 대입하면

$x-2+1=0$

$\therefore x=1$

13 연립방정식 $\begin{cases}x+2y+1=0\\4x-5y-9=0\end{cases}$의 해는

$x=1$, $y=-1$

따라서 두 그래프의 교점의 좌표는 $(1,\ -1)$이므로

$a=1$, $b=-1$

$\therefore a-b=2$ 답 ④

14 연립방정식 $\begin{cases}2x+6y-3=0\\2x+y-8=0\end{cases}$의 해는

$x=\frac{9}{2}$, $y=-1$

따라서 두 직선의 교점의 좌표는 $\left(\frac{9}{2},\ -1\right)$이므로

점 $\left(\frac{9}{2},\ -1\right)$을 지나고 x축에 평행한 직선의 방정식은

$y=-1$ 답 $y=-1$

15 (1) 두 직선의 교점의 좌표가 $(3,\ 1)$이므로 연립방정식의 해는

$x=3$, $y=1$

(2) $x=3$, $y=1$을 $ax+y=-2$에 대입하면

$3a+1=-2$ $\therefore a=-1$

$x=3$, $y=1$을 $by+x=7$에 대입하면

$b+3=7 \quad \therefore b=4$

답 (1) $x=3,\ y=1$ (2) $a=-1,\ b=4$

16 연립방정식 $\begin{cases} 5x-2y-7=0 \\ 2x+y-10=0 \end{cases}$ 의 해는

$x=3,\ y=4$

즉 두 직선 $5x-2y-7=0$, $2x+y-10=0$의 교점의 좌표는 $(3,\ 4)$

따라서 직선 $3x+ay-1=0$이 점 $(3,\ 4)$를 지나므로

$9+4a-1=0 \quad \therefore a=-2$

답 -2

17 연립방정식 $\begin{cases} x+6y=-1 \\ 3x+2y=5 \end{cases}$ 의 해는

$x=2,\ y=-\frac{1}{2}$

$\begin{cases} x+6y=-1 & \cdots ㉠ \\ 3x+2y=5 & \cdots ㉡ \end{cases}$
㉠$-$㉡$\times 3$을 하면
$-8x=-16$
$\therefore x=2$
$x=2$를 ㉠에 대입하면
$2+6y=-1$
$\therefore y=-\frac{1}{2}$

즉 두 직선 $x+6y=-1$, $3x+2y=5$의 교점의 좌표는

$\left(2,\ -\frac{1}{2}\right)$

따라서 직선 $ax-4y=3$이 점 $\left(2,\ -\frac{1}{2}\right)$을 지나므로

$2a+2=3 \quad \therefore a=\frac{1}{2}$

또 직선 $5x-by=7$이 점 $\left(2,\ -\frac{1}{2}\right)$을 지나므로

$10+\frac{1}{2}b=7 \quad \therefore b=-6$

$\therefore ab=-3$

답 ①

18 세 직선 중 어느 두 직선도 평행하지 않으므로 세 직선에 의하여 삼각형이 만들어지지 않는 경우는 세 직선이 한 점에서 만날 때이다.

연립방정식 $\begin{cases} 2x-4y+3=0 \\ x+5y-9=0 \end{cases}$ 의 해는

$x=\frac{3}{2},\ y=\frac{3}{2}$

즉 두 직선 $2x-4y+3=0$, $x+5y-9=0$의 교점의 좌표는 $\left(\frac{3}{2},\ \frac{3}{2}\right)$

따라서 직선 $3x-y+3a=0$이 점 $\left(\frac{3}{2},\ \frac{3}{2}\right)$을 지나므로

$\frac{9}{2}-\frac{3}{2}+3a=0, \quad 3a=-3$

$\therefore a=-1$

답 -1

연립일차방정식의 해가 무수히 많다.
→ 두 일차방정식의 그래프가 일치한다.
→ 두 일차방정식의 그래프의 기울기와 y절편이 각각 같다.

19 $ax+5y+3=0$에서 $\quad y=-\frac{a}{5}x-\frac{3}{5}$

$2x-y+b=0$에서 $\quad y=2x+b$

해가 무수히 많으려면 두 그래프가 일치해야 하므로

$-\frac{a}{5}=2,\ -\frac{3}{5}=b \quad \therefore a=-10,\ b=-\frac{3}{5}$

$\therefore ab=6$

답 6

다른풀이 $\begin{cases} ax+5y+3=0 \\ 2x-y+b=0 \end{cases}$, 즉 $\begin{cases} ax+5y+3=0 \\ -10x+5y-5b=0 \end{cases}$ 의 해가 무수히 많으려면

$a=-10,\ 3=-5b$

$\therefore a=-10,\ b=-\frac{3}{5}$

연립일차방정식의 해가 없다.
→ 두 일차방정식의 그래프가 평행하다.
→ 두 일차방정식의 그래프의 기울기가 같고, y절편은 다르다.

20 $3ax+2ay=1$에서 $\quad y=-\frac{3}{2}x+\frac{1}{2a}$

$bx-4y=6$에서 $\quad y=\frac{b}{4}x-\frac{3}{2}$

해가 존재하지 않으려면 두 그래프가 평행해야 하므로

$-\frac{3}{2}=\frac{b}{4},\ \frac{1}{2a}\neq-\frac{3}{2}$

$\therefore a\neq-\frac{1}{3},\ b=-6$

답 $a\neq-\frac{1}{3},\ b=-6$

21 $3x-4ay+a-3=0$에서 $\quad y=\frac{3}{4a}x+\frac{1}{4}-\frac{3}{4a}$

$bx+3y-3=0$에서 $\quad y=-\frac{b}{3}x+1$

두 그래프의 교점이 무수히 많으려면 두 그래프가 일치해야 하므로

$\frac{3}{4a}=-\frac{b}{3},\ \frac{1}{4}-\frac{3}{4a}=1$

$\frac{a-3}{4a}=1$에서
$a-3=4a$
$\therefore a=-1$
$\frac{3}{4a}=-\frac{b}{3}$에서
$\frac{3}{-4}=-\frac{b}{3}$
$\therefore b=\frac{9}{4}$

$\therefore a=-1,\ b=\frac{9}{4}$

따라서 직선 $y=-x+\frac{9}{4}$는 제3사분면을 지나지 않는다.

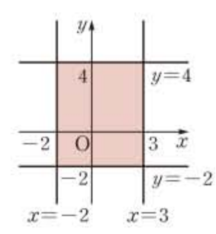
답 제3사분면

22 $2x+4=0$에서

$x=-2$

$3y-12=0$에서 $\quad y=4$

따라서 네 직선 $x=3$, $y=-2$, $x=-2$, $y=4$는 오른쪽 그림과 같으므로 구하는 넓이는



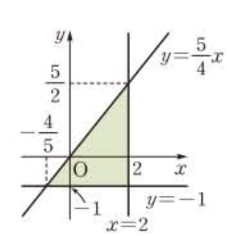
$(3+2)\times(4+2)=30$

답 30

23 두 직선 $y=\frac{5}{4}x$와 $x=2$의 교점의 좌표는

$\left(2,\ \frac{5}{2}\right)$

$x=2$를 $y=\frac{5}{4}x$에 대입하면 $\quad y=\frac{5}{2}$



두 직선 $y=\frac{5}{4}x$와 $y=-1$의 교점의 좌표는

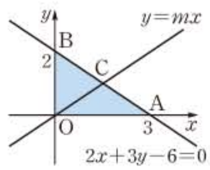
$\left(-\frac{4}{5}, -1\right)$

따라서 구하는 넓이는

$\frac{1}{2}\times\left(2+\frac{4}{5}\right)\times\left(\frac{5}{2}+1\right)=\frac{49}{10}$ 답 $\frac{49}{10}$

> $y=-1$을 $y=\frac{5}{4}x$에 대입하면 $x=-\frac{4}{5}$

24 직선 $2x+3y-6=0$이 x축, y축과 만나는 점을 각각 A, B라 하면 A(3, 0), B(0, 2)



$\therefore\ \triangle OAB=\frac{1}{2}\times3\times2=3$

> 직선 $2x+3y-6=0$의 x절편은 3, y절편은 2이다.

두 직선 $2x+3y-6=0$과 $y=mx$의 교점을 C라 하면

$\triangle OAC=\frac{1}{2}\triangle OAB$

즉 점 C의 y좌표를 a라 하면

$\frac{1}{2}\times3\times a=\frac{3}{2}$ $\therefore\ a=1$

$y=1$을 $2x+3y-6=0$에 대입하면

$2x+3-6=0$ $\therefore\ x=\frac{3}{2}$ $\therefore\ \mathrm{C}\left(\frac{3}{2}, 1\right)$

따라서 직선 $y=mx$가 점 $\left(\frac{3}{2}, 1\right)$을 지나므로

$1=\frac{3}{2}m$ $\therefore\ m=\frac{2}{3}$ 답 $\frac{2}{3}$

만점 도전을 위한 고난도 문제

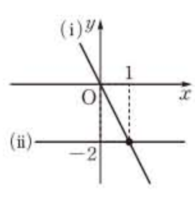
본책 104~106쪽

01 전략 $y=ax+b$의 그래프가 원점을 지날 때와 x축에 평행할 때의 기울기를 각각 구한다.

풀이 (i) $y=ax+b$의 그래프가 원점을 지날 때, $b=0$

따라서 직선 $y=ax$가 점 $(1, -2)$를 지나므로

$a=-2$



(ii) $y=ax+b$의 그래프가 x축에 평행할 때, $a=0$

(i), (ii)에서 $-2\le a\le0$이므로 정수 a는 -2, -1, 0의 3개이다. 답 3

02 전략 일차방정식 $x+ay+b=0$의 그래프는 직선 l과 기울기가 같고, 직선 m과 y절편이 같다.

> ① 두 직선이 평행하면 두 직선의 기울기는 같다.
> ② 두 직선이 y축에서 만나면 두 직선의 y절편은 같다.

풀이 직선 l은 두 점 $(0, 4)$, $(5, 0)$을 지나므로

$(\text{기울기})=\frac{0-4}{5-0}=-\frac{4}{5}$

직선 m의 y절편은 2

따라서 $x+ay+b=0$, 즉 $y=-\frac{1}{a}x-\frac{b}{a}$의 그래프의 기울기가 $-\frac{4}{5}$, y절편이 2이므로

$-\frac{1}{a}=-\frac{4}{5}$, $-\frac{b}{a}=2$

> $a=\frac{5}{4}$이므로 $-\frac{b}{a}=2$에서
> $b=-2a$
> $=-2\times\frac{5}{4}$
> $=-\frac{5}{2}$

$\therefore\ a=\frac{5}{4}$, $b=-\frac{5}{2}$

$\therefore\ a+b=-\frac{5}{4}$ 답 ③

03 전략 x축에 수직인 직선 위의 두 점의 x좌표는 같고, y축에 수직인 직선 위의 두 점의 y좌표는 같음을 이용한다.

풀이 두 점 $(3a-1, 3)$, $(2b+4, 7)$을 지나는 직선이 x축에 수직이므로

$3a-1=2b+4$ $\therefore\ 3a-2b=5$ ⋯ ㉠

두 점 $(-2, a-b)$, $(-3, 3-a)$를 지나는 직선이 y축에 수직이므로

$a-b=3-a$ $\therefore\ 2a-b=3$ ⋯ ㉡ ⋯ ❶

㉠$-$㉡$\times2$를 하면

$-a=-1$ $\therefore\ a=1$

$a=1$을 ㉡에 대입하면

$2-b=3$ $\therefore\ b=-1$ ⋯ ❷

$\therefore\ a+b=0$ ⋯ ❸

답 0

채점 기준	비율
❶ a, b에 대한 방정식을 세울 수 있다.	40 %
❷ a, b의 값을 구할 수 있다.	40 %
❸ $a+b$의 값을 구할 수 있다.	20 %

04 전략 주어진 그래프가 향하는 방향과 y축과 만나는 부호를 이용하여 기울기와 y절편의 부호를 알아본다.

풀이 $ax+by+c=0$에서 $y=-\frac{a}{b}x-\frac{c}{b}$이므로

$-\frac{a}{b}<0$, $-\frac{c}{b}<0$ $\therefore\ \frac{a}{b}>0$, $\frac{c}{b}>0$

따라서 $bx-cy+a=0$, 즉 $y=\frac{b}{c}x+\frac{a}{c}$에서

$\frac{b}{c}>0$, $\frac{a}{c}>0$

> $\frac{a}{b}>0$에서 a와 b의 부호가 같고, $\frac{c}{b}>0$에서 b와 c의 부호가 같으므로 a, b, c의 부호는 모두 같다.

이므로 $bx-cy+a=0$의 그래프로 알맞은 것은 ①이다.

답 ①

05 전략 주어진 그래프는 원점을 지나고 기울기가 음수인 직선이다.

풀이 $ax+2by-3c=0$에서 $y=-\frac{a}{2b}x+\frac{3c}{2b}$이므로

$-\frac{a}{2b}<0$, $\frac{3c}{2b}=0$ $\therefore\ \frac{a}{b}>0$, $c=0$

따라서 $bx-cy-2a=0$에서

$bx-2a=0$ $\therefore\ x=\frac{2a}{b}$

이때 $\frac{a}{b}>0$에서 $\frac{2a}{b}>0$이므로 $x=\frac{2a}{b}$의 그래프는 제 1 사분면과 제 4 사분면을 지난다.

답 제 1 사분면, 제 4 사분면

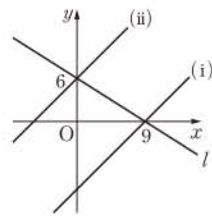
일품 BOX

06 전략 직선 $x-y-7a=0$이 직선 l과 x축, y축의 교점을 각각 지날 때를 생각해 본다.

풀이 (i) 직선 $x-y-7a=0$이 점 $(9,\ 0)$을 지날 때,

$9-7a=0$

$\therefore a=\frac{9}{7}$



(ii) 직선 $x-y-7a=0$이 점 $(0,\ 6)$을 지날 때,

$-6-7a=0 \qquad \therefore a=-\frac{6}{7}$

(i), (ii)에서 $\quad -\frac{6}{7}<a<\frac{9}{7}$ 답 ④

참고 $a=\frac{9}{7}$이면 x축에서 만나고, $a=-\frac{6}{7}$이면 y축에서 만난다.
따라서 제1사분면에서 만나지 않는다.

07 전략 주어진 직선이 m의 값에 관계없이 항상 지나는 점의 좌표를 먼저 구한다.

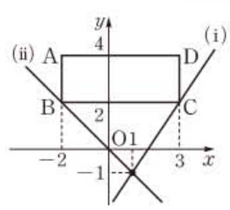
풀이 직선 $mx-y=m+1$은 m의 값에 관계없이 항상 점 $(1,\ -1)$을 지난다. ⋯ ❶

$mx-y=m+1$에서
$mx-m-y-1=0$
$m(x-1)-(y+1)=0$
이므로 m의 값에 관계없이 항상 점 $(1,\ -1)$을 지난다.

(i) 직선 $y=mx-m-1$이 점 C를 지날 때,

$2=3m-m-1$

$\therefore m=\frac{3}{2}$



(ii) 직선 $y=mx-m-1$이 점 B를 지날 때,

$2=-2m-m-1 \qquad \therefore m=-1$ ⋯ ❷

(i), (ii)에서 $\quad m\le-1$ 또는 $m\ge\frac{3}{2}$ ⋯ ❸

답 $m\le-1$ 또는 $m\ge\frac{3}{2}$

채점 기준	비율
❶ 주어진 직선이 m의 값에 관계없이 항상 지나는 점의 좌표를 구할 수 있다.	30%
❷ 직선이 점 B와 점 C를 지날 때의 m의 값을 각각 구할 수 있다.	50%
❸ m의 값의 범위를 구할 수 있다.	20%

만점 비법

직선 $y=mx-m-1$이 사각형 ABCD와 만나려면 직선 (i)의 기울기보다 크거나 같고, 직선 (ii)의 기울기보다 작거나 같아야 한다.
m의 값의 범위가 $-1\le m\le\frac{3}{2}$이 아님에 주의한다.

08 전략 두 직선 $x-2y+3=0$과 $y=1$, $x=3$과 $y=1$의 교점을 먼저 구한다.

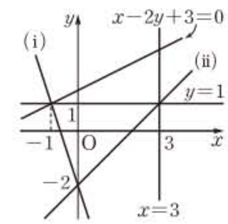
$y=ax-2$의 그래프는 a의 값에 관계 없이 항상 점 $(0,\ -2)$를 지난다.

풀이 두 직선 $x-2y+3=0$, $y=1$의 교점의 좌표는

$(-1,\ 1)$

두 직선 $x=3$, $y=1$의 교점의 좌표는

$(3,\ 1)$ ⋯ ❶



(i) $y=ax-2$의 그래프가 점 $(-1,\ 1)$을 지날 때,

$1=-a-2 \qquad \therefore a=-3$

(ii) $y=ax-2$의 그래프가 점 $(3,\ 1)$을 지날 때,

$1=3a-2 \qquad \therefore a=1$ ⋯ ❷

(i), (ii)에서

$-3<a<0$ 또는 $0<a<1$ ⋯ ❸

$y=ax-2$는 일차함수이므로 $a\neq0$

답 $-3<a<0$ 또는 $0<a<1$

채점 기준	비율
❶ 두 직선 $x-2y+3=0$과 $y=1$, $x=3$과 $y=1$의 교점의 좌표를 각각 구할 수 있다.	40%
❷ $y=ax-2$의 그래프가 점 $(-1,\ 1)$, $(3,\ 1)$을 지날 때의 a의 값을 각각 구할 수 있다.	40%
❸ a의 값의 범위를 구할 수 있다.	20%

09 전략 점 $(p,\ q)$가 직선 $y=ax+b$ 위에 있다.
➡ $q=ap+b$

풀이 두 직선 $3x-2y+a=0$, $4x-y-a+1=0$의 교점이 직선 $y=2x+1$ 위에 있으므로 교점의 좌표를 $(k,\ 2k+1)$이라 하면 ⋯ ❶

$$\begin{cases}3k-2(2k+1)+a=0\\4k-(2k+1)-a+1=0\end{cases},$$

즉 $\begin{cases}a-k=2\\-a+2k=0\end{cases}$

위의 연립방정식의 해는

$a=4,\ k=2$ ⋯ ❷

$\begin{cases}a-k=2 & \cdots ㉠\\-a+2k=0 & \cdots ㉡\end{cases}$
㉠+㉡을 하면
$k=2$
$k=2$를 ㉠에 대입하면
$a-2=2$
$\therefore a=4$

이므로 구하는 교점의 좌표는

$(2,\ 5)$ ⋯ ❸

답 4, $(2,\ 5)$

채점 기준	비율
❶ 교점의 좌표를 $(k,\ 2k+1)$이라 할 수 있다.	20%
❷ a, k의 값을 구할 수 있다.	50%
❸ 교점의 좌표를 구할 수 있다.	30%

다른풀이 연립방정식 $\begin{cases}3x-2y+a=0\\4x-y-a+1=0\end{cases}$의 해는

$x=\frac{3a-2}{5},\ y=\frac{7a-3}{5}$

즉 두 직선 $3x-2y+a=0$, $4x-y-a+1=0$의 교점의 좌표는

$\left(\frac{3a-2}{5},\ \frac{7a-3}{5}\right)$

Ⅳ 함수

이 점이 직선 $y=2x+1$ 위에 있으므로

$$\frac{7a-3}{5}=2\left(\frac{3a-2}{5}\right)+1$$

$7a-3=6a-4+5$

$\therefore a=4$

따라서 교점의 좌표는 $(2,\ 5)$

> 일품 BOX
>
> $\left(\frac{3\times4-2}{5},\ \frac{7\times4-3}{5}\right)$

10 전략 삼각형의 꼭짓점은 두 직선의 교점임을 이용한다.

풀이 점 $(0,\ -3)$은 직선 $bx-y+3=0$ 위의 점이 아니므로 점 $(0,\ -3)$은 두 직선 $x-2y+a=0$, $cx-dy-2=0$의 교점이다.

> $x=0,\ y=-3$을 $bx-y+3=0$에 대입하면
>
> $3+3\neq0$

$x=0,\ y=-3$을 $x-2y+a=0$, $cx-dy-2=0$에 각각 대입하면

$6+a=0,\ 3d-2=0$

$\therefore a=-6\ ,\ d=\frac{2}{3}$

또 점 $(-1,\ 4)$는 직선 $x-2y-6=0$ 위의 점이 아니므로 점 $(-1,\ 4)$는 두 직선 $bx-y+3=0$, $cx-\frac{2}{3}y-2=0$의 교점이다.

> $x=-1,\ y=4$를 $x-2y-6=0$에 대입하면
>
> $-1-8-6\neq0$

$x=-1,\ y=4$를 $bx-y+3=0$, $cx-\frac{2}{3}y-2=0$에 각각 대입하면

$-b-4+3=0,\ -c-\frac{8}{3}-2=0$

$\therefore b=-1,\ c=-\frac{14}{3}$

$\therefore abcd=-\frac{56}{3}$ 답 ①

11 전략 세 직선에 의하여 삼각형이 만들어지지 않으려면 적어도 두 직선이 평행하거나 세 직선이 한 점에서 만나야 한다.

풀이 연립방정식 $\begin{cases} y=x+1 \\ y=2x-1 \end{cases}$ 의 해는

$x=2,\ y=3$

> $\begin{cases} y=x+1 & \cdots ㉠ \\ y=2x-1 & \cdots ㉡ \end{cases}$
>
> ㉠을 ㉡에 대입하면
>
> $x+1=2x-1$
>
> $\therefore x=2$
>
> $x=2$를 ㉠에 대입하면
>
> $y=3$

이므로 두 직선 $y=x+1$, $y=2x-1$의 교점의 좌표는

$(2,\ 3)$

(i) 두 직선 $y=ax-2$, $y=x+1$이 평행할 때,

$a=1$

(ii) 두 직선 $y=ax-2$, $y=2x-1$이 평행할 때,

$a=2$

(iii) 직선 $y=ax-2$가 점 $(2,\ 3)$을 지날 때,

$3=2a-2 \qquad \therefore a=\frac{5}{2}$

이상에서 구하는 합은

$1+2+\frac{5}{2}=\frac{11}{2}$ 답 ④

12 전략 세 직선이 각각 서로 다른 두 점에서 만나려면 세 직선이 서로 평행하지 않고, 한 점에서 만나지 않아야 한다.

풀이 연립방정식 $\begin{cases} x+2y=-4 \\ 3x-y=2 \end{cases}$ 의 해는

$x=0,\ y=-2$

> $\begin{cases} x+2y=-4 & \cdots ㉠ \\ 3x-y=2 & \cdots ㉡ \end{cases}$
>
> ㉠+㉡×2를 하면
>
> $7x=0 \quad \therefore x=0$
>
> $x=0$을 ㉡에 대입하면
>
> $-y=2 \quad \therefore y=-2$

즉 두 직선 $x+2y=-4$, $3x-y=2$의 교점의 좌표는 $(0,\ -2)$이다.

$x+2y=-4$에서

$y=-\frac{1}{2}x-2 \qquad \cdots\cdots ㉠$

$3x-y=2$에서

$y=3x-2 \qquad \cdots\cdots ㉡$

$(2a-1)x-(3a-2)y=2$에서

$y=\frac{2a-1}{3a-2}x-\frac{2}{3a-2} \qquad \cdots\cdots ㉢$

(i) 두 직선 ㉠, ㉢이 평행하지 않아야 하므로

$\frac{2a-1}{3a-2}\neq-\frac{1}{2},\qquad -4a+2\neq3a-2$

$\therefore a\neq\frac{4}{7}$

(ii) 두 직선 ㉡, ㉢이 평행하지 않아야 하므로

$\frac{2a-1}{3a-2}\neq3,\qquad 2a-1\neq9a-6$

$\therefore a\neq\frac{5}{7}$

(iii) 세 직선이 한 점에서 만나지 않을 때,

직선 ㉢이 점 $(0,\ -2)$를 지나지 않아야 하므로

$-(3a-2)\times(-2)\neq2$

$6a-4\neq2 \qquad \therefore a\neq1$

이상에서 a의 값이 될 수 없는 수는 $\frac{4}{7},\ \frac{5}{7},\ 1$이다.

답 $\frac{4}{7},\ \frac{5}{7},\ 1$

13 전략 서로 다른 세 직선에 의하여 좌표평면이 네 부분으로 나뉘려면 세 직선이 모두 평행해야 한다.

풀이 $3ax-y+2=0$에서

$y=3ax+2$

$x+2by-3=0$에서

$y=-\frac{1}{2b}x+\frac{3}{2b}$

$2x-y+5=0$에서

$y=2x+5$

따라서 $3a=-\frac{1}{2b}=2$이므로

$a=\frac{2}{3},\ b=-\frac{1}{4}$

> $3a=2$에서 $a=\frac{2}{3}$
>
> $-\frac{1}{2b}=2$에서
>
> $b=-\frac{1}{4}$

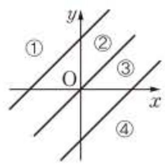
$\therefore ab=-\frac{1}{6}$ 답 $-\frac{1}{6}$

만점 비법

세 직선에 의하여 좌표평면이 나뉘는 경우

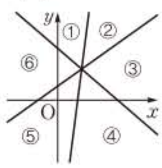
① 네 부분으로 나뉠 때

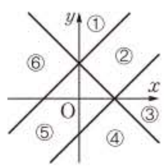
→ 세 직선이 모두 평행하다.



② 여섯 부분으로 나뉠 때

→ 세 직선이 한 점에서 만나거나 세 직선 중 두 직선만이 평행하다.





14 전략 주어진 그래프의 기울기와 y절편을 비교한다.

풀이 (ㄱ) $2ax-2y+2b=0$에서 $y=ax+b$이므로 $y=ax+b$와 $2ax-2y+2b=0$의 그래프는 일치한다.

(ㄴ) $abc\neq0$이므로 $ax+by+c=0$은 $x=k$ 꼴이 될 수 없다.

따라서 두 방정식 $x=p$, $ax+by+c=0$의 그래프는 항상 한 점에서 만나므로 주어진 연립방정식의 해는 항상 1개이다.

(ㄷ) 두 일차함수 $y=ax+b$, $y=-ax-b$의 그래프는 한 점에서 만난다.

0이 아닌 모든 상수 a에 대하여 $a\neq-a$

이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄴ)이다. 답 ④

참고 (ㄴ) $b=0$일 때, $ax+by+c=0$에서 $x=-\frac{c}{a}$이므로 주어진 연립방정식은 $\begin{cases} x=p \\ x=-\frac{c}{a} \end{cases}$

(i) $-\frac{c}{a}=p$일 때, 해가 무수히 많다.

(ii) $-\frac{c}{a}\neq p$일 때, 해가 없다.

15 전략 두 직선이 2개 이상의 점에서 만나면 두 직선은 일치한다.

풀이 두 직선 $ax+3y=2x$, $4x-y+3=ax+3$이 점 $(0, 0)$ 이외의 점에서도 만나므로 두 직선은 일치한다. ··· ❶

$ax+3y=2x$에서 $y=\frac{1}{3}(2-a)x$

$4x-y+3=ax+3$에서 $y=(4-a)x$

따라서 $\frac{1}{3}(2-a)=4-a$이므로

$2-a=12-3a$, $2a=10$

$\therefore a=5$ ··· ❷

따라서 연립방정식 $\begin{cases} x+2y+1=0 \\ kx+4y+3=0 \end{cases}$, 즉

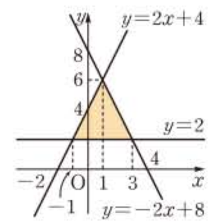
$\begin{cases} y=-\frac{1}{2}x-\frac{1}{2} \\ y=-\frac{k}{4}x-\frac{3}{4} \end{cases}$ 의 해가 존재하지 않아야 하므로

$-\frac{1}{2}=-\frac{k}{4}$ $\therefore k=2$ ··· ❸

답 2

채점 기준	비율
❶ 두 직선이 일치함을 알 수 있다.	20 %
❷ a의 값을 구할 수 있다.	40 %
❸ k의 값을 구할 수 있다.	40 %

16 전략 세 직선의 교점의 좌표를 구한다.



풀이 직선 $y=ax+8$이 점 $(4, 0)$을 지나므로

$0=4a+8$ $\therefore a=-2$

두 직선 $y=2x+4$, $y=2$의 교점의 좌표는

$(-1, 2)$

$y=2$를 $y=2x+4$에 대입하면

$2=2x+4$

$\therefore x=-1$

두 직선 $y=2$, $y=-2x+8$의 교점의 좌표는

$(3, 2)$

$y=2$를 $y=-2x+8$에 대입하면

$2=-2x+8$

$\therefore x=3$

연립방정식 $\begin{cases} y=2x+4 \\ y=-2x+8 \end{cases}$의 해는 $x=1$, $y=6$이므로

$\begin{cases} y=2x+4 & \cdots ㉠ \\ y=-2x+8 & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠+㉡을 하면

$2y=12$ $\therefore y=6$

$y=6$을 ㉠에 대입하면

$6=2x+4$

$\therefore x=1$

두 직선 $y=2x+4$, $y=-2x+8$의 교점의 좌표는

$(1, 6)$

따라서 구하는 넓이는

$\frac{1}{2}\times(3+1)\times(6-2)=8$ 답 ①

만점 비법

삼각형의 넓이를 구하려면 밑변의 길이와 높이를 알아야 하므로 삼각형의 세 꼭짓점의 좌표를 먼저 구해야 한다.

17 전략 주어진 네 직선으로 둘러싸인 도형은 직사각형임을 이용한다.

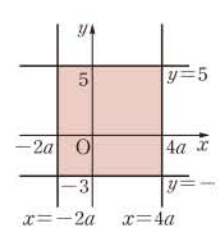
풀이 $2x+4a=0$에서 $x=-2a$

$3x-12a=0$에서 $x=4a$

$y+3=0$에서 $y=-3$

$4y-20=0$에서 $y=5$

이때 네 직선 $x=-2a$, $x=4a$, $y=-3$, $y=5$로 둘러싸인 도형의 넓이가 56이므로 오른쪽 그림에서

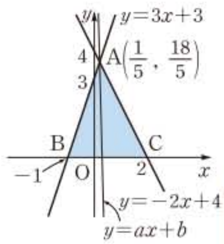


$\{4a-(-2a)\}\times\{5-(-3)\}=56$

$48a=56$ $\therefore a=\frac{7}{6}$ 답 $\frac{7}{6}$

18 전략 세 점 A, B, C의 좌표를 먼저 구한다.

풀이 연립방정식 $\begin{cases} y=3x+3 \\ y=-2x+4 \end{cases}$



의 해는 $x=\frac{1}{5}$, $y=\frac{18}{5}$이므로

$A\left(\frac{1}{5}, \frac{18}{5}\right)$

두 직선 $y=3x+3$,

$y=-2x+4$의 x절편은 각각 -1, 2이므로

$B(-1, 0)$, $C(2, 0)$

이때 점 A를 지나는 직선이 $\triangle ABC$의 넓이를 이등분하려면 선분 BC의 중점 $\left(\frac{1}{2}, 0\right)$을 지나야 하므로 두 점 $\left(\frac{1}{5}, \frac{18}{5}\right)$, $\left(\frac{1}{2}, 0\right)$을 지나는 직선의 기울기는

$$\frac{0-\frac{18}{5}}{\frac{1}{2}-\frac{1}{5}}=-12$$

구하는 직선의 방정식을 $y=-12x+b$라 하면 이 직선이 점 $\left(\frac{1}{2}, 0\right)$을 지나므로

$0=-6+b \quad \therefore b=6$

$\therefore y=-12x+6$ 답 $y=-12x+6$

다른풀이 $A\left(\frac{1}{5}, \frac{18}{5}\right)$이므로 $\triangle ABC$의 넓이는

$$\frac{1}{2}\times(2+1)\times\frac{18}{5}=\frac{27}{5}$$

구하는 직선의 방정식을 $y=ax+b$라 하면 이 직선이 점 $\left(\frac{1}{5}, \frac{18}{5}\right)$을 지나므로

$\frac{18}{5}=\frac{a}{5}+b \quad \therefore a+5b=18$ …… ㉠

이때 직선 $y=ax+b$의 x절편은 $-\frac{b}{a}$이고, 이 직선이 $\triangle ABC$의 넓이를 이등분하므로

$$\frac{1}{2}\times\left\{2-\left(-\frac{b}{a}\right)\right\}\times\frac{18}{5}=\frac{1}{2}\times\frac{27}{5}$$

$2+\frac{b}{a}=\frac{3}{2}$, $\quad \frac{b}{a}=-\frac{1}{2}$

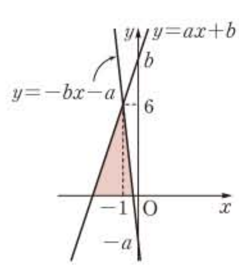
$\therefore a=-2b$ …… ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$a=-12$, $b=6$

19 전략 두 직선의 방정식에 $x=k$, $y=6$을 대입하여 k의 값을 먼저 구한다.

풀이 두 직선 $y=ax+b$, $y=-bx-a$의 교점의 좌표가 $(k, 6)$이므로



$6=ak+b$, $6=-bk-a$

위의 두 식을 변끼리 빼면

$0=(a+b)k+(a+b)$

일품 BOX

$\begin{cases} y=3x+3 & \cdots ㉠ \\ y=-2x+4 & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠−㉡을 하면

$0=5x-1$

$\therefore x=\frac{1}{5}$

$x=\frac{1}{5}$을 ㉠에 대입하면

$y=\frac{3}{5}+3=\frac{18}{5}$

$\overline{BC}=2-(-1)=3$이므로 $\overline{BC}$의 중점을 M이라 하면

$\overline{BM}=\overline{CM}=\frac{3}{2}$

즉 점 M의 x좌표는

$2-\frac{3}{2}=\frac{1}{2}$

이므로 $M\left(\frac{1}{2}, 0\right)$

$a<0$, $b>0$이므로

$b>a$, 즉 $b-a>0$

$\therefore \frac{b-a}{b}>0$

$b>0$이므로 부등식의 양변을 b로 나누어도 부등호의 방향은 바뀌지 않는다.

$\therefore k=-1$

이때 두 직선 $y=ax+b$, $y=-bx-a$의 y절편은 각각 b, $-a$이므로 앞의 그림에서

$\frac{1}{2}\times\{b-(-a)\}\times1=6$

$\therefore a+b=12$ …… ㉠

또 직선 $y=ax+b$가 점 $(-1, 6)$을 지나므로

$6=-a+b$ …… ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$a=3$, $b=9$

따라서 두 직선 $y=3x+9$, $y=-9x-3$의 x절편은 각각 -3, $-\frac{1}{3}$이므로 두 직선과 x축으로 둘러싸인 도형의 넓이는

$\frac{1}{2}\times\left\{-\frac{1}{3}-(-3)\right\}\times6=8$ 답 8

최상위로 가는 최고 수준 문제

본책 107쪽

01 전략 주어진 그림에서 두 개의 직선의 기울기는 음수이고 나머지 한 개의 직선의 기울기는 양수임을 이용한다.

풀이 $ax-y+b=0$에서 $\quad y=ax+b$

$-x+by-(b-a)=0$에서 $\quad y=\frac{1}{b}x+\frac{b-a}{b}$

$ax-by+3=0$에서 $\quad y=\frac{a}{b}x+\frac{3}{b}$

(i) $a<0$, $\frac{1}{b}<0$일 때,

$\frac{a}{b}>0$, $\frac{3}{b}<0$이므로 $y=\frac{a}{b}x+\frac{3}{b}$의 그래프는 직선 l이 아니다.

(ii) $\frac{1}{b}<0$, $\frac{a}{b}<0$일 때,

$a>0$, $b<0$이므로 $y=ax+b$의 그래프는 직선 l이 아니다.

(iii) $a<0$, $\frac{a}{b}<0$일 때,

$a<0$, $b>0$이므로 $\quad \frac{1}{b}>0$, $\frac{b-a}{b}>0$

즉 $y=\frac{1}{b}x+\frac{b-a}{b}$의 그래프는 직선 l이다.

이때 $\frac{3}{b}>0$이고, $b>3$에서 $1>\frac{3}{b}$이므로

$b>3>1>\frac{3}{b} \quad \therefore b>\frac{3}{b}$

따라서 $y=ax+b$의 그래프는 직선 m, $y=\frac{a}{b}x+\frac{3}{b}$의 그래프는 직선 n이다.

이상에서 ㉠−m, ㉡−l, ㉢−n이다. 답 ②

참고 주어진 그림에서
① 직선 l: (기울기)>0, (y절편)>0
② 직선 m, n: (기울기)<0, (y절편)>0
③ (직선 m의 y절편)$>$(직선 n의 y절편)

다른풀이 세 직선 l, m, n의 y절편은 모두 양수이므로

$$b>0,\ \frac{b-a}{b}>0,\ \frac{3}{b}>0$$

$$\therefore b>0,\ b>a$$

따라서 $y=\frac{1}{b}x+\frac{b-a}{b}$의 그래프는 직선 l이다.

한편 $b>3$이므로 $\quad \frac{3}{b}<1$

$$\therefore b>1>\frac{3}{b}$$

즉 $y=ax+b$의 그래프의 y절편이 $y=\frac{a}{b}x+\frac{3}{b}$의 그래프의 y절편보다 크므로 $y=ax+b$의 그래프는 직선 m, $y=\frac{a}{b}x+\frac{3}{b}$의 그래프는 직선 n이다.

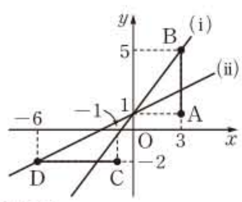
02

전략 직선 $y=ax+1$은 a의 값에 관계없이 항상 점 $(0, 1)$을 지난다.

풀이 (i) 직선 $y=ax+1$이 점 B를 지날 때,

$$5=3a+1$$

$$\therefore a=\frac{4}{3}$$



(ii) 직선 $y=ax+1$이 점 D를 지날 때,

$$-2=-6a+1 \qquad \therefore a=\frac{1}{2}$$

(i), (ii)에서 $\quad \frac{1}{2}\le a\le\frac{4}{3}$ ··· ❶

따라서 $M=\frac{4}{3}$, $m=\frac{1}{2}$이므로 $\quad M+m=\frac{11}{6}$ ··· ❷

답 $\frac{11}{6}$

채점 기준	비율
❶ a의 값의 범위를 구할 수 있다.	70 %
❷ $M+m$의 값을 구할 수 있다.	30 %

참고 $a>\frac{4}{3}$이면 직선 $y=ax+1$은 $\overline{AB}$와 만나지 않고, $a<\frac{1}{2}$이면 직선 $y=ax+1$은 $\overline{CD}$와 만나지 않는다.

03

전략 네 점 A, B, C, D의 좌표를 한 문자의 식으로 나타낸다.

풀이 두 점 $(0, 0)$, $(2, 6)$을 지나는 직선의 방정식은

$$y=3x$$

두 점 $(2, 6)$, $(6, 0)$을 지나는 직선의 방정식은

$$y=-\frac{3}{2}x+9$$

$y=\frac{0-6}{6-2}(x-6)$
$=-\frac{3}{2}(x-6)$
$=-\frac{3}{2}x+9$

점 A는 직선 $y=3x$ 위에 있으므로 $A(a,\ 3a)$라 하면 사각형 ABCD는 한 변의 길이가 $3a$인 정사각형이므로

$$B(a,\ 0),\ C(4a,\ 0),\ D(4a,\ 3a)$$

직선 $y=-\frac{3}{2}x+9$가 점 D를 지나므로

$$3a=-6a+9 \qquad \therefore a=1$$

따라서 정사각형 ABCD의 한 변의 길이는 $3a=3$이므로 구하는 둘레의 길이는

$$4\times 3=12$$

답 12

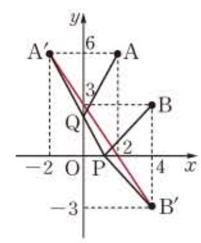
04

전략 점 A와 y축에 대하여 대칭인 점을 A′, 점 B와 x축에 대하여 대칭인 점을 B′이라 하면 $\overline{AQ}+\overline{QP}+\overline{PB}\ge\overline{A'B'}$임을 이용한다.

점 $(a,\ b)$와
① x축에 대하여 대칭인 점의 좌표 → $(a,\ -b)$
② y축에 대하여 대칭인 점의 좌표 → $(-a,\ b)$

풀이 점 $A(2,\ 6)$과 y축에 대하여 대칭인 점을 A′이라 하면 $A'(-2,\ 6)$이고, 점 $B(4,\ 3)$과 x축에 대하여 대칭인 점을 B′이라 하면 $B'(4,\ -3)$이다.

오른쪽 그림에서 $\overline{AQ}=\overline{A'Q}$, $\overline{PB}=\overline{PB'}$이므로 $\overline{AQ}+\overline{QP}+\overline{PB}$의 값 중 가장 작은 값은 $\overline{A'B'}$의 길이와 같다.



두 점 A′, B′을 지나는 직선의 방정식을 $y=ax+b$라 하면

$$a=\frac{-3-6}{4-(-2)}=-\frac{3}{2}$$

$y=-\frac{3}{2}x+b$가 점 $A'(-2,\ 6)$을 지나므로

$$6=3+b \qquad \therefore b=3$$

직선 $y=-\frac{3}{2}x+3$의 x절편은 2, y절편은 3이므로

$$P(2,\ 0),\ Q(0,\ 3)$$

답 $P(2,\ 0)$, $Q(0,\ 3)$

05

전략 x축에 수직인 직선 위의 점의 x좌표는 모두 같음을 이용한다.

풀이 점 B가 직선 $y=\frac{1}{2}x$ 위의 점이고 점 B의 y좌표가 b이므로 $\quad B(2b,\ b)$

$\overline{AB}=\frac{1}{4}\overline{AC}$, 즉 $\overline{AC}=4\overline{AB}$에서 점 C의 y좌표는 $4b$이므로

$$C(2b,\ 4b)$$

이때 점 $C(2b,\ 4b)$는 직선 $y=ax+b$ 위의 점이므로

$$4b=2ab+b,\quad 3b=2ab$$

$b\neq0$이므로 양변을 b로 나눈다.

$$3=2a \qquad \therefore a=\frac{3}{2}$$

따라서 직선 $y=\frac{3}{2}x+b$가 점 $(10,\ 5)$를 지나므로

$$5=15+b \qquad \therefore b=-10$$

$$\therefore 2a+b=-7$$

답 -7

06 전략 $\triangle OAC$와 $\triangle OBC$의 넓이의 비가 $1:2$이면 $\triangle OAC=\frac{1}{2}\triangle OBC$임을 이용한다.

풀이 $\triangle OAB=\frac{1}{2}\times5\times4=10$이므로

$$\triangle OBC=\frac{2}{3}\triangle OAB$$

$$=\frac{2}{3}\times10=\frac{20}{3}$$ ···❶

점 C의 y좌표를 k라 하면

$$\triangle OBC=\frac{1}{2}\times5\times k=\frac{20}{3}\qquad\therefore k=\frac{8}{3}$$ ···❷

직선 AB는 두 점 $(2,\ 4)$, $(5,\ 0)$을 지나므로

$$(\text{기울기})=\frac{0-4}{5-2}=-\frac{4}{3}$$

직선 AB의 방정식을 $y=-\frac{4}{3}x+b$라 하면 이 직선이 점 $(5,\ 0)$을 지나므로

$$0=-\frac{20}{3}+b\qquad\therefore b=\frac{20}{3}$$

$$\therefore y=-\frac{4}{3}x+\frac{20}{3}$$ ···❸

$y=\frac{8}{3}$을 $y=-\frac{4}{3}x+\frac{20}{3}$에 대입하면

$$\frac{8}{3}=-\frac{4}{3}x+\frac{20}{3},\qquad\frac{4}{3}x=4$$

$$\therefore x=3$$ ···❹

따라서 일차함수 $y=mx$의 그래프가 점 $\left(3,\ \frac{8}{3}\right)$을 지나므로

$$\frac{8}{3}=3m\qquad\therefore m=\frac{8}{9}$$ ···❺

답 $\frac{8}{9}$

채점 기준	비율
❶ $\triangle OBC$의 넓이를 구할 수 있다.	20%
❷ 점 C의 y좌표를 구할 수 있다.	20%
❸ 직선 AB의 방정식을 구할 수 있다.	20%
❹ 점 C의 x좌표를 구할 수 있다.	20%
❺ m의 값을 구할 수 있다.	20%

일품 BOX

$\triangle OAC:\triangle OBC=1:2$에서 $\triangle OAC=\frac{1}{2}\triangle OBC$이므로
$\triangle OAB=\triangle OAC+\triangle OBC=\frac{3}{2}\triangle OBC$
$\therefore \triangle OBC=\frac{2}{3}\triangle OAB$

한 변의 길이가 a cm인 정 n각형의 둘레의 길이 → an cm

학교 시험 실전 TEST Level 1

본책 108~111쪽

01 전략 y가 x에 대한 함수 ◎ x의 값이 변함에 따라 y의 값이 하나씩 정해진다.

풀이 ① $x=2$일 때, 2보다 큰 정수는 3, 4, 5, …로 y의 값이 하나씩 정해지지 않으므로 y는 x에 대한 함수가 아니다.

② $xy=25$이므로 $y=\frac{25}{x}$

③ $y=5x$

④ $y=300x$

⑤ $x=2$일 때, 2와 4의 공배수는 4, 8, 12, …로 y의 값이 하나씩 정해지지 않으므로 y는 x에 대한 함수가 아니다.

답 ①, ⑤

02 전략 주어진 함숫값을 이용하여 a의 값을 먼저 구한다.

풀이 $x=3$, $y=\frac{10}{3}$을 $y=x+2a$에 대입하면

$$\frac{10}{3}=3+2a,\qquad 2a=\frac{1}{3}\qquad\therefore a=\frac{1}{6}$$

따라서 $y=x+\frac{1}{3}$이므로 $x=-\frac{1}{6}$일 때

$$y=-\frac{1}{6}+\frac{1}{3}=\frac{1}{6}$$

답 ③

03 전략 자연수 k에 대하여 $k=4p+q$ 꼴로 나타낸 후, $f(k)$의 값을 구한다.

풀이 ① $4=4\times1$이므로 $f(4)=0$
$9=4\times2+1$이므로 $f(9)=1$
$\therefore f(4)\neq f(9)$

② $10=4\times2+2$이므로 $f(10)=2$
$7=4\times1+3$이므로 $f(7)=3$
$\therefore f(10)<f(7)$

③ $6=4\times1+2$이므로 $f(6)=2$
$8=4\times2$이므로 $f(8)=0$
$\therefore f(6)>f(8)$

④ $12=4\times3$이므로 $f(12)=0$
$f(9)=1$이므로 $f(12)<f(9)$

⑤ $3=4\times0+3$이므로 $f(3)=3$
$5=4\times1+1$이므로 $f(5)=1$
$\therefore f(3)+f(5)=4$
$f(8)=0$이므로 $f(3)+f(5)\neq f(8)$

답 ③, ⑤

04 전략 $y=(x$의 일차식$)$으로 나타내어질 때, y는 x에 대한 일차함수이다.

풀이 ① $x+y=24$이므로 $y=24-x$

② $y=2000-x$

③ $\frac{x}{100}\times y=30$이므로　$y=\frac{3000}{x}$

④ $y=360$

⑤ $2(x+y)=24$이므로　$y=12-x$　답 ③, ④

05 전략 $y=ax+b$의 그래프를 y축의 방향으로 m만큼 평행이동한 그래프의 식 ○ $y=ax+b+m$

풀이 $y=-\frac{3}{2}x+2$의 그래프를 y축의 방향으로 $-\frac{4}{3}$만큼 평행이동한 그래프의 식은

$$y=-\frac{3}{2}x+2-\frac{4}{3},\ 즉\ y=-\frac{3}{2}x+\frac{2}{3}$$

$y=0$일 때,　$0=-\frac{3}{2}x+\frac{2}{3}$　$\therefore x=\frac{4}{9}$

$\therefore a=\frac{4}{9}$

$x=0$일 때,　$y=\frac{2}{3}$　$\therefore b=\frac{2}{3}$

$\therefore a-b=-\frac{2}{9}$　답 ③

① x절편
→ $y=0$일 때의 x의 값
② y절편
→ $x=0$일 때의 y의 값

06 전략 $\triangle AOB=\frac{1}{2}\times\overline{OA}\times\overline{OB}$임을 이용한다.

풀이 $y=mx+3$의 그래프의 y절편은 3이므로

$\overline{OB}=3$

$$\triangle AOB=\frac{1}{2}\times\overline{OA}\times3=15$$

$\therefore \overline{OA}=10$

따라서 $A(-10, 0)$이므로 $x=-10$, $y=0$을 $y=mx+3$에 대입하면

$0=-10m+3$　$\therefore m=\frac{3}{10}$　답 ②

다른풀이 $y=mx+3$의 그래프의 x절편은 $-\frac{3}{m}$, y절편은 3이므로

$x=0$을 $y=mx+3$에 대입한다.

$y=0$을 $y=mx+3$에 대입한다.

$$\triangle AOB=\frac{1}{2}\times\left|-\frac{3}{m}\right|\times3=15$$

$\frac{9}{2m}=15$　$\therefore m=\frac{3}{10}$

$m>0$이므로 $\left|-\frac{3}{m}\right|=\frac{3}{m}$

만점 비법

밑변의 길이와 높이는 양수이므로

$$\triangle AOB=\frac{1}{2}\times\left(-\frac{3}{m}\right)\times3=15$$

로 계산하지 않도록 주의한다.

07 전략 두 일차함수의 그래프가 평행하면 기울기가 같음을 이용한다.

풀이 각 그래프의 기울기는 다음과 같다.

① $\frac{4}{5}$　② $\frac{4}{5}$　③ $\frac{4}{5}$

④ $\frac{10-(-6)}{4-(-1)}=\frac{16}{5}$

⑤ 두 점 $(-5, 0)$, $(0, 4)$를 지나므로

$$\frac{4-0}{0-(-5)}=\frac{4}{5}$$

따라서 그래프가 나머지 넷과 평행하지 않은 것은 ④이다.　답 ④

08 전략 세 점이 한 직선 위에 있다.
○ (직선 AB의 기울기)=(직선 BC의 기울기)
=(직선 CA의 기울기)

풀이 세 점 $A(0, 3)$, $B(-3, -a-2)$, $C(4, 2a+5)$가 한 직선 위에 있으므로

$$\frac{-a-2-3}{-3-0}=\frac{2a+5-3}{4-0}$$

$\frac{-a-5}{-3}=\frac{2a+2}{4}$,　$-4a-20=-6a-6$

$2a=14$　$\therefore a=7$

즉 직선 AB의 기울기는

$$\frac{-7-2-3}{-3-0}=4$$

일차함수의 식을 $y=4x+b$라 하면 이 그래프의 x절편이 $-\frac{3}{2}$이므로

$0=-6+b$　$\therefore b=6$

따라서 그래프의 y절편은 6이다.　답 ④

09 전략 성냥개비의 개수와 만들어지는 정오각형의 개수 사이의 관계를 식으로 나타낸다.

정오각형이 1개씩 늘어날 때마다 성냥개비는 4개가 더 필요하다.

풀이 만들어지는 정오각형의 개수에 따른 필요한 성냥개비의 개수는 다음 표와 같다.

정오각형의 개수	필요한 성냥개비의 개수
1	5
2	$5+4=9$
3	$5+4+4=13$
⋮	⋮
x	$5+4\times(x-1)=4x+1$

$\therefore y=4x+1$

(ㄱ) $x=8$이면　$y=32+1=33$

(ㄴ) $y=101$이면　$101=4x+1$　$\therefore x=25$

(ㄷ) $y=4x+1$에서　$4x-y+1=0$

이상에서 (ㄱ), (ㄴ), (ㄷ) 모두 옳다.　답 ⑤

10 전략 $y=ax+b$의 그래프를 y축의 방향으로 m만큼 평행이동한 그래프의 식 ○ $y=ax+b+m$

풀이 $x+3y-6=0$에서 $y=-\frac{1}{3}x+2$이므로 이 그래프를 y축의 방향으로 -4만큼 평행이동한 그래프의 식은

$$y=-\frac{1}{3}x-2$$

Ⅳ 함수

① $y=0$일 때, $\quad 0=-\frac{1}{3}x-2 \quad \therefore x=-6$

$x=0$일 때, $\quad y=-2$

즉 x절편은 -6, y절편은 -2이다.

② $-3x-9y+2=0$에서 $\quad y=-\frac{1}{3}x+\frac{2}{9}$

즉 $y=-\frac{1}{3}x-2$의 그래프와 기울기가 같고 y절편은 다르므로 평행하다.

③ 기울기가 $-\frac{1}{3}$이므로 x의 값의 증가량이 -6이면 y의 값의 증가량은 2이다.

$\frac{2}{-6}=-\frac{1}{3}$

④ x절편이 -6, y절편이 -2이므로 구하는 넓이는

$\frac{1}{2}\times 6\times 2=6$

⑤ $2x-8y+3=0$에서 $\quad y=\frac{1}{4}x+\frac{3}{8}$

즉 이 그래프의 기울기는 $\frac{1}{4}$이다.

이때 $\left|\frac{1}{4}\right|<\left|-\frac{1}{3}\right|$이므로 $y=-\frac{1}{3}x-2$의 그래프는 $2x-8y+3=0$의 그래프보다 y축에 더 가깝다.

일차함수 $y=ax+b$에서 $|a|$의 값이 클수록 그래프는 y축에 가깝다.

답 ③

11 전략 x축에 수직인 직선 위의 두 점의 x좌표는 같음을 이용한다.

풀이 두 점 $(a-2, 2a+3)$, $(4-3a, 4a-2)$를 지나는 직선이 x축에 수직이므로

$a-2=4-3a, \quad 4a=6 \quad \therefore a=\frac{3}{2}$

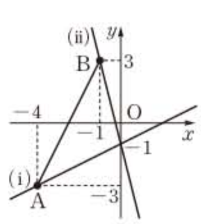
$a=\frac{3}{2}$을 $ax-2y=1-3a$에 대입하여 정리하면

$3x-4y=-7$

$y=0$일 때, $\quad 3x=-7 \quad \therefore x=-\frac{7}{3}$

따라서 그래프의 x절편은 $-\frac{7}{3}$이다. 답 ①

12 전략 직선 $y=ax-1$은 a의 값에 관계없이 항상 점 $(0, -1)$을 지난다.



풀이 (i) 직선 $y=ax-1$이 점 A를 지날 때,

$-3=-4a-1$

$\therefore a=\frac{1}{2}$

(ii) 직선 $y=ax-1$이 점 B를 지날 때,

$3=-a-1 \quad \therefore a=-4$

(i), (ii)에서 $\quad -4\le a\le\frac{1}{2}$

따라서 $M=\frac{1}{2}$, $m=-4$이므로 $\quad Mm=-2$ 답 ③

13 전략 연립방정식의 해가 무수히 많으면 두 일차방정식의 그래프는 일치함을 이용한다.

풀이 $ax+3y-2=0$에서 $\quad y=-\frac{a}{3}x+\frac{2}{3}$

$x-6y+b=0$에서 $\quad y=\frac{1}{6}x+\frac{b}{6}$

해가 무수히 많으려면 두 그래프가 일치해야 하므로

$-\frac{a}{3}=\frac{1}{6}$, $\frac{2}{3}=\frac{b}{6} \quad \therefore a=-\frac{1}{2}, b=4$

$\therefore y=-\frac{1}{2}x+4$

① $x=-2$, $y=5$를 $y=-\frac{1}{2}x+4$에 대입하면

$5=1+4$

② $y=0$일 때, $\quad 0=-\frac{1}{2}x+4 \quad \therefore x=8$

따라서 그래프의 x절편은 8이다.

③ 기울기가 음수이고 y절편이 양수이므로 제3사분면을 지나지 않는다.

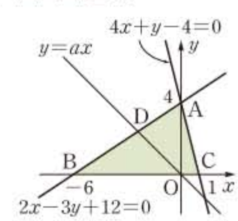
④ 기울기가 음수이므로 x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.

⑤ $x-2y+2=0$에서 $\quad y=\frac{1}{2}x+1$

즉 $y=-\frac{1}{2}x+4$의 그래프와 기울기가 다르므로 평행하지 않다.

답 ⑤

14 전략 세 직선을 좌표평면 위에 나타내어 본다.



풀이 직선 $2x-3y+12=0$과 y축, x축의 교점을 각각 A, B, 직선 $4x+y-4=0$과 x축의 교점을 C라 하면

A$(0, 4)$, B$(-6, 0)$, C$(1, 0)$

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times(6+1)\times 4=14$

$\triangle ABO$
$=\frac{1}{2}\times 6\times 4=12$
$\triangle AOC$
$=\frac{1}{2}\times 1\times 4=2$
즉 $\triangle ABO>\triangle AOC$이므로 직선 $y=ax$는 직선 $2x-3y+12=0$과 만난다.

두 직선 $y=ax$, $2x-3y+12=0$의 교점을 D라 하면

$\triangle DBO=\frac{1}{2}\triangle ABC=7$

즉 점 D의 y좌표를 k라 하면

$\frac{1}{2}\times 6\times k=7 \quad \therefore k=\frac{7}{3}$

$y=\frac{7}{3}$을 $2x-3y+12=0$에 대입하면

$2x-7+12=0 \quad \therefore x=-\frac{5}{2}$

따라서 직선 $y=ax$가 점 $\left(-\frac{5}{2}, \frac{7}{3}\right)$을 지나므로

$\frac{7}{3}=-\frac{5}{2}a \quad \therefore a=-\frac{14}{15}$ 답 ④

일품 BOX

15 전략 주어진 함숫값을 이용하여 m, n의 값을 먼저 구한다.

풀이 $f(1)=-2$이므로

$-2=m-3 \qquad \therefore m=1$

$g(3)=-2$이므로

$-2=\frac{2}{3}\times 3+n \qquad \therefore n=-4$ ⋯ ❶

따라서 $f(x)=x-3$, $g(x)=\frac{2}{3}x-4$이므로

$f(-3)=-3-3=-6$,

$g(-3)=\frac{2}{3}\times(-3)-4=-6$ ⋯ ❷

$\therefore f(-3)+g(-3)=-12$ ⋯ ❸

답 -12

채점 기준	배점
❶ m, n의 값을 구할 수 있다.	2점
❷ $f(-3)$, $g(-3)$의 값을 구할 수 있다.	2점
❸ $f(-3)+g(-3)$의 값을 구할 수 있다.	1점

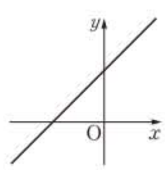
16 전략 주어진 그래프를 이용하여 a, b의 부호를 구한다.

풀이 주어진 그래프에서

$a<0, \ b<0$

즉 $\frac{a}{b}>0$이고, $-a>0$, $-b>0$에서 $\qquad -a-b>0$

따라서 $y=\frac{a}{b}x-a-b$의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 제4사분면을 지나지 않는다.



답 제4사분면

17 전략 물탱크 A, B에서 1분마다 채워지는 물의 양을 구한다.

풀이 x분 후의 두 물탱크 A, B에 들어 있는 물의 양을 각각 y_A L, y_B L라 하면

$y_A=30+1.5x, \ y_B=45+x$ ⋯ ❶

물의 양이 같아지려면 $y_A=y_B$이어야 하므로

$30+1.5x=45+x, \qquad 0.5x=15$

$\therefore x=30$

따라서 30분 후에 두 물탱크에 들어 있는 물의 양이 같아진다. ⋯ ❷

답 30분

채점 기준	배점
❶ x분 후의 두 물탱크 A, B에 들어 있는 물의 양을 각각 구할 수 있다.	3점
❷ 두 물탱크에 들어 있는 물의 양이 같아지는 데 걸리는 시간을 구할 수 있다.	3점

참고 물탱크 A에는 2분마다 6 L의 물이 채워지면서 3 L의 물이 흘러나오므로 2분마다 3 L, 즉 1분마다 1.5 L의 물이 채워지는 것과 같고, 물탱크 B에는 3분마다 4 L의 물이 채워지면서 1 L의 물이 흘러나오므로 3분마다 3 L, 즉 1분마다 1 L의 물이 채워지는 것과 같다.

18 전략 그래프가 지나는 점의 좌표를 이용하여 a의 값을 구한다.

풀이 $2ax-3y+2=0$의 그래프가 점 $(2, \ a)$를 지나므로

$4a-3a+2=0$

$\therefore a=-2$ ⋯ ❶

따라서 $-4x-3y+2=0$에서 $y=-\frac{4}{3}x+\frac{2}{3}$이므로 이 그래프의 기울기는 $-\frac{4}{3}$이다. ⋯ ❷

답 $-\frac{4}{3}$

일차방정식 $ax+by+c=0$ $(a\neq 0, \ b\neq 0)$의 그래프는 일차함수 $y=-\frac{a}{b}x-\frac{c}{b}$의 그래프와 같은 직선이다.

채점 기준	배점
❶ a의 값을 구할 수 있다.	2점
❷ 그래프의 기울기를 구할 수 있다.	2점

19 전략 연립방정식 $\begin{cases} y=ax+b \\ y=a'x+b' \end{cases}$의 해가 무수히 많다.

⇨ $a=a'$, $b=b'$

풀이 $ax+2y=5$에서 $\qquad y=-\frac{a}{2}x+\frac{5}{2}$

$4x+y=b$에서 $\qquad y=-4x+b$

해가 무수히 많으려면 두 그래프가 일치해야 하므로

$-\frac{a}{2}=-4, \ \frac{5}{2}=b \qquad \therefore a=8, \ b=\frac{5}{2}$

$a=8$, $b=\frac{5}{2}$를 $y=(a-3)x-2b$에 대입하면

$y=5x-5$

따라서 직선 $y=5x-5$의 x절편은 1, y절편은 -5이다.

답 1, -5

20 전략 두 직선을 좌표평면 위에 나타내어 본다.

풀이 연립방정식 $\begin{cases} ax-y+5=0 \\ 2ax+y+7=0 \end{cases}$의 해는

$x=-\frac{4}{a}, \ y=1$

$\begin{cases} ax-y+5=0 & \cdots ㉠ \\ 2ax+y+7=0 & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠×2−㉡을 하면

$-3y+3=0$

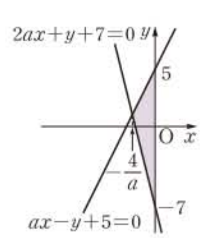
$\therefore y=1$

$y=1$을 ㉠에 대입하면

$ax-1+5=0$

$\therefore x=-\frac{4}{a}$

따라서 두 일차방정식의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



색칠한 도형의 넓이가 12이므로

$\frac{1}{2}\times\left|-\frac{4}{a}\right|\times(5+7)=12$

$\frac{1}{2}\times\frac{4}{a}\times 12=12$

$\therefore a=2$

a가 양수이므로 $\left|-\frac{4}{a}\right|=\frac{4}{a}$

답 2

Ⅳ 함수

만점 비법

한 점에서 만나는 두 직선과 y축으로 둘러싸인 도형의 넓이는

→ $\frac{1}{2}\times$ | 두 직선의 y절편의 차 |

$\times$ | 두 직선의 교점의 x좌표 |

학교 시험 실전 TEST Level 2

본책 112~115쪽

01 전략 $\frac{x}{2}=3$, $4-3x=1$을 만족시키는 x의 값을 각각 구하여 주어진 식에 대입한다.

풀이 $\frac{x}{2}=3$에서 $\quad x=6$

$f\left(\frac{x}{2}\right)=x+3$의 양변에 x 대신 6을 대입하면

$f(3)=6+3=9$

$4-3x=1$에서 $\quad -3x=-3 \quad \therefore x=1$

$g(4-3x)=\frac{1}{2}x-1$의 양변에 x 대신 1을 대입하면

$g(1)=\frac{1}{2}-1=-\frac{1}{2}$

$\therefore f(3)-g(1)=\frac{19}{2}$

답 ④

02 전략 $f(x+1)=a(x+1)+b$이고, $f(x-1)=a(x-1)+b$이다.

풀이 $f(-3)=-1$에서

$-3a+b=-1 \quad \cdots\cdots$ ㉠

$f(x+1)-f(x-1)$

$=a(x+1)+b-\{a(x-1)+b\}$

$=ax+a+b-(ax-a+b)$

$=2a$

즉 $2a=8$이므로 $\quad a=4$

$a=4$를 ㉠에 대입하면

$-12+b=-1 \quad \therefore b=11$

따라서 $f(x)=4x+11$이므로

$f(-4)=-16+11=-5$

답 ②

다른풀이 $f(x+1)-f(x-1)=8$에서

$\frac{f(x+1)-f(x-1)}{2}=4$

$\therefore \frac{f(x+1)-f(x-1)}{x+1-(x-1)}=4$

즉 $f(x)=ax+b$의 그래프의 기울기가 4이므로

$a=4$

$f(-3)=-1$에서

$-1=-12+b \quad \therefore b=11$

따라서 $f(x)=4x+11$이므로

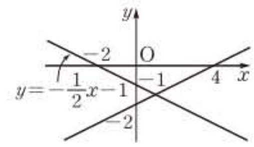
$f(-4)=-16+11=-5$

일품 BOX

$x=-\frac{12}{5}$, $y=0$을 대입한다.

03 전략 각 일차함수의 x절편과 y절편을 이용하여 그래프를 그려 본다.

풀이 ③ $y=-\frac{1}{2}x-1$의 그래프의 x절편이 -2, y절편이 -1이므로 그 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



따라서 그래프는 주어진 그래프와 제4사분면에서 만난다.

답 ③

참고 ①, ⑤ 제3사분면에서 만난다.

② y축에서 만난다.

④ x축에서 만난다.

04 전략 주어진 그림에서 한 직선의 기울기는 양수이고 다른 한 직선의 기울기는 음수임을 이용한다.

풀이 $m<m+2$이므로 $\quad m<0,\ m+2>0$

따라서 $y=(m+2)x-n+4$의 그래프의 y절편이 -1이므로

$-n+4=-1 \quad \therefore n=5$

$n=5$를 $y=mx+n-2$에 대입하면

$y=mx+3$

이때 $y=mx+3$의 그래프의 x절편이 5이므로

$0=5m+3 \quad \therefore m=-\frac{3}{5}$

$\therefore 2mn=-6$

답 ①

05 전략 평행한 두 그래프의 기울기는 같음을 이용한다.

풀이 주어진 그래프가 두 점 $(-3,\ 1)$, $(1,\ -4)$를 지나므로

$(\text{기울기})=\frac{-4-1}{1-(-3)}=-\frac{5}{4}$

따라서 $2a=-\frac{5}{4}$이므로 $\quad a=-\frac{5}{8}$

$a=-\frac{5}{8}$를 $y=2ax+4a-3$에 대입하면

$y=-\frac{5}{4}x-\frac{11}{2}$

이 그래프를 y축의 방향으로 b만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=-\frac{5}{4}x-\frac{11}{2}+b$

이 그래프의 x절편이 $-\frac{12}{5}$이므로

$0=3-\frac{11}{2}+b \quad \therefore b=\frac{5}{2}$

$\therefore a+b=\frac{15}{8}$

답 ⑤

06 전략 $p\neq q$인 두 상수 p, q에 대하여 일차함수 $y=f(x)$의 그래프의 기울기는 $\frac{f(p)-f(q)}{p-q}$임을 이용한다.

풀이 $\dfrac{f(p)-f(q)}{p-q}=-\dfrac{3}{2}$에서 일차함수 $y=f(x)$의 그래프의 기울기는 $-\dfrac{3}{2}$이다.

$f(x)=-\dfrac{3}{2}x+b$라 하면 $y=f(x)$의 그래프의 x절편이 4이므로

$0=-6+b \qquad \therefore b=6$

따라서 그래프의 y절편은 6이므로 구하는 도형의 넓이는

$\dfrac{1}{2}\times4\times6=12$ 답 ③

07 **전략** 일차함수 $y=ax+b$의 그래프를 y축의 방향으로 m만큼 평행이동한 그래프의 식 ◎ $y=ax+b+m$

풀이 $y=-4x+3$의 그래프를 y축의 방향으로 $-3+a$만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=-4x+3-3+a$, 즉 $y=-4x+a$

이 그래프가 점 $(3,\ -2)$를 지나므로

$-2=-12+a \qquad \therefore a=10$

즉 $y=-4x+10$의 그래프의 y절편은 10이므로 구하는 일차함수의 그래프의 y절편은 10이다.

또 x의 값의 증가량이 -2일 때 y의 값의 증가량이 5이므로 기울기는 $-\dfrac{5}{2}$이다.

따라서 구하는 일차함수의 식은

$y=-\dfrac{5}{2}x+10$ 답 ②

08 **전략** 시침은 1분에 0.5°씩 움직이고, 분침은 1분에 6°씩 움직인다.

풀이 시침은 1분에 0.5°씩 움직이고, 분침은 1분에 6°씩 움직이므로 오른쪽 그림과 같이 3시 30분을 가리키는 시계의 시침과 분침이 이루는 각의 크기는

$3\times30°-15°=75°$

또 1분마다 시침과 분침이 이루는 각의 크기는

$6°-0.5°=5.5°$씩 커지므로

$y=5.5x+75$

위의 식에 $y=180$을 대입하면

$180=5.5x+75 \qquad \therefore x=\dfrac{210}{11}$ 답 ④

① 1시간당 시침이 움직이는 각의 크기
→ $\dfrac{360°}{12}=30°$
1분당 시침이 움직이는 각의 크기
→ $\dfrac{30°}{60}=0.5°$
② 1시간당 분침이 움직이는 각의 크기
→ $360°$
1분당 분침이 움직이는 각의 크기
→ $\dfrac{360°}{60}=6°$

시침과 분침이 일직선을 이룰 때는 시침과 분침이 이루는 각의 크기가 180°이다.

09 **전략** 점 $(p,\ q)$가 제4사분면 위의 점이면 ◎ $p>0,\ q<0$

풀이 점 $(ab,\ -a-b)$가 제4사분면 위의 점이므로

$ab>0,\ -a-b<0 \qquad \therefore a>0,\ b>0$

$-a-b<0$이므로 $a+b>0$

따라서 $2ax-by+b^2=0$, 즉 $y=\dfrac{2a}{b}x+b$에서

$\dfrac{2a}{b}>0,\ b>0$

이므로 $2ax-by+b^2=0$의 그래프로 알맞은 것은 ③이다. 답 ③

10 **전략** 주어진 그래프가 지나는 사분면을 이용하여 기울기와 y절편의 부호를 알아본다.

풀이 $ax+by+c=0$에서 $\qquad y=-\dfrac{a}{b}x-\dfrac{c}{b}$

이 그래프가 제2사분면, 제3사분면, 제4사분면을 지나므로

$-\dfrac{a}{b}<0,\ -\dfrac{c}{b}<0 \qquad \therefore \dfrac{a}{b}>0,\ \dfrac{c}{b}>0$

$\dfrac{a}{b}>0$에서 a와 b의 부호가 같고, $\dfrac{c}{b}>0$에서 b와 c의 부호가 같으므로 $a,\ b,\ c$의 부호는 모두 같다.

따라서 $y=acx-\dfrac{b}{c}$에서 $ac>0,\ -\dfrac{b}{c}<0$이므로 그래프는 제2사분면을 지나지 않는다. 답 ②

11 **전략** 두 직선 $l,\ m$의 교점의 좌표를 먼저 구한다.

풀이 직선 l은 기울기가 1, y절편이 -5이므로 직선 l의 방정식은

$\dfrac{-5-0}{0-5}=1$

$y=x-5$

직선 m은 기울기가 $-\dfrac{1}{2}$, y절편이 -2이므로 직선 m의 방정식은

$\dfrac{-2-0}{0-(-4)}=-\dfrac{1}{2}$

$y=-\dfrac{1}{2}x-2$

연립방정식 $\begin{cases} y=x-5 \\ y=-\dfrac{1}{2}x-2 \end{cases}$의 해가 $x=2,\ y=-3$이므로 두 직선 $l,\ m$의 교점의 좌표는 $(2,\ -3)$이다.

$x-5=-\dfrac{1}{2}x-2$에서
$2x-10=-x-4$
$3x=6$
$\therefore x=2$
$x=2$를 $y=x-5$에 대입하면
$y=2-5=-3$

따라서 $y=ax-1$의 그래프가 점 $(2,\ -3)$을 지나므로

$-3=2a-1 \qquad \therefore a=-1$ 답 ④

12 **전략** 조건 (가)를 이용하여 $y=ax+b$의 그래프의 기울기를 구하고, 조건 (나)를 이용하여 $y=ax+b$의 그래프가 지나는 점을 구한다.

풀이 조건 (가)에서 두 점 $(-2,\ -7)$, $(1,\ 8)$을 지나는 직선의 기울기는

$\dfrac{8-(-7)}{1-(-2)}=5 \qquad \therefore a=5$

조건 (나)에서 연립방정식 $\begin{cases} 3x-y+1=0 \\ x-2y+7=0 \end{cases}$의 해가 $x=1$, $y=4$이므로 두 직선의 교점의 좌표는 $(1,\ 4)$이다.

즉 $y=5x+b$의 그래프가 점 $(1,\ 4)$를 지나므로

$4=5+b \qquad \therefore b=-1$

따라서 $y=5x-1$의 그래프의 x절편은 $\dfrac{1}{5}$이다.

답 ③

일품 BOX

13 전략 네 직선이 만나는 한 점은 두 직선 $x-y=4$, $x+3y=-8$의 교점이다.

풀이 연립방정식 $\begin{cases} x-y=4 \\ x+3y=-8 \end{cases}$의 해는

$x=1,\ y=-3$

즉 두 직선 $x-y=4$, $x+3y=-8$의 교점의 좌표는

$(1,\ -3)$

직선 $2x+ay=-1$이 점 $(1,\ -3)$을 지나므로

$2-3a=-1 \qquad \therefore\ a=1$

직선 $4x-2y=b$가 점 $(1,\ -3)$을 지나므로

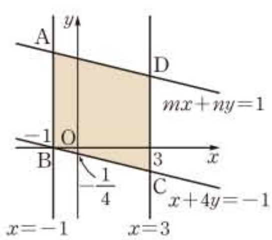
$4+6=b \qquad \therefore\ b=10$

$\therefore\ ab=10$

답 ③

14 전략 (평행사변형의 넓이)$=$(밑변의 길이)$\times$(높이)

풀이 네 직선 $x+4y=-1$, $mx+ny=1$, $x=-1$, $x=3$은 오른쪽 그림과 같으므로 평행사변형 ABCD에서



$\overline{AB}\times 4=16$

$\therefore\ \overline{AB}=4$

$n>0$이므로 조건을 만족시키는 직선 $mx+ny=1$은 그림과 같이 그려진다.

따라서 직선 $mx+ny=1$은 직선 $x+4y=-1$, 즉 $y=-\frac{1}{4}x-\frac{1}{4}$을 y축의 방향으로 4만큼 평행이동한 것과 같으므로

$y=-\frac{1}{4}x-\frac{1}{4}+4$, 즉 $y=-\frac{1}{4}x+\frac{15}{4}$

$\therefore\ \frac{1}{15}x+\frac{4}{15}y=1$

이 식이 $mx+ny=1$과 일치해야 하므로

$m=\frac{1}{15},\ n=\frac{4}{15}$

$\therefore\ m+n=\frac{1}{3}$

답 ②

15 전략 $f(1)$, $f(2)$, $f(3)$의 값을 이용하여 $f(5)$의 값을 구한다.

풀이 $f(1)=2$이므로 조건 (나)에 의하여

$f(2)=f(1+1)=f(1)+f(1)$

$=2+2=4$ ⋯ ❶

$f(3)=f(1+2)=f(1)+f(2)$

$=2+4=6$ ⋯ ❷

$\therefore\ f(5)=f(2+3)=f(2)+f(3)=10$ ⋯ ❸

답 10

채점 기준	배점
❶ $f(2)$의 값을 구할 수 있다.	2점
❷ $f(3)$의 값을 구할 수 있다.	2점
❸ $f(5)$의 값을 구할 수 있다.	1점

16 전략 사각형 OABC가 평행사변형이므로 $\overline{AB}/\!/\overline{OC}$임을 이용한다.

풀이 직선 AB와 직선 OC가 평행하고, 직선 OC의 기울기는 $\frac{5}{2}$이므로 직선 AB의 기울기는 $\frac{5}{2}$이다. ⋯ ❶

$\frac{5-0}{2-0}=\frac{5}{2}$

구하는 일차함수의 식을 $y=\frac{5}{2}x+b$라 하면 이 그래프가 점 A$(6,\ 1)$을 지나므로

$1=15+b \qquad \therefore\ b=-14$

따라서 구하는 일차함수의 식은

$y=\frac{5}{2}x-14$ ⋯ ❷

답 $y=\frac{5}{2}x-14$

채점 기준	배점
❶ 직선 AB의 기울기를 구할 수 있다.	2점
❷ 직선 AB를 그래프로 하는 일차함수의 식을 구할 수 있다.	3점

17 전략 세 직선에 의하여 좌표평면이 여섯 부분으로 나뉘려면 세 직선 중 두 직선이 평행하거나 세 직선이 한 점에서 만나야 한다.

풀이 $x-y+4=0$에서 $\qquad y=x+4$

$2x+y+2=0$에서 $\qquad y=-2x-2$

$ax+2y-5=0$에서 $\qquad y=-\frac{a}{2}x+\frac{5}{2}$

(i) 세 직선 중 두 직선이 평행한 경우

두 직선 $y=x+4$, $y=-\frac{a}{2}x+\frac{5}{2}$가 평행하거나 두 직선 $y=-2x-2$, $y=-\frac{a}{2}x+\frac{5}{2}$가 평행해야 하므로

$-\frac{a}{2}=1$ 또는 $-\frac{a}{2}=-2$

$\therefore\ a=-2$ 또는 $a=4$

(ii) 세 직선이 한 점에서 만나는 경우

연립방정식 $\begin{cases} y=x+4 \\ y=-2x-2 \end{cases}$의 해는 $x=-2,\ y=2$

$\begin{cases} y=x+4 & \cdots ㉠ \\ y=-2x-2 & \cdots ㉡ \end{cases}$
㉠$-$㉡을 하면
$0=3x+6$
$\therefore\ x=-2$
$x=-2$를 ㉠에 대입하면
$y=-2+4=2$

직선 $y=-\frac{a}{2}x+\frac{5}{2}$가 점 $(-2,\ 2)$를 지나야 하므로

$2=a+\frac{5}{2} \qquad \therefore\ a=-\frac{1}{2}$

(i), (ii)에서 $a=-2$ 또는 $a=4$ 또는 $a=-\frac{1}{2}$이므로

$-2\times 4\times\left(-\frac{1}{2}\right)=4$

답 4

일품 BOX

18 전략 연립방정식의 해가 존재하지 않으면 두 일차방정식의 그래프는 평행함을 이용한다.

풀이 $9x+ay+12=0$에서 $y=-\frac{9}{a}x-\frac{12}{a}$

$3x-2y-b=0$에서 $y=\frac{3}{2}x-\frac{b}{2}$

두 직선이 일치하므로

$-\frac{9}{a}=\frac{3}{2}$, $-\frac{12}{a}=-\frac{b}{2}$

$\therefore a=-6, b=-4$ ⋯ ❶

$2x+2y-5=0$에서 $y=-x+\frac{5}{2}$

$kx-6y+12=0$에서 $y=\frac{k}{6}x+2$

두 직선이 평행해야 하므로

$-1=\frac{k}{6}$ $\therefore k=-6$ ⋯ ❷

답 -6

채점 기준	배점
❶ a, b의 값을 구할 수 있다.	3점
❷ k의 값을 구할 수 있다.	2점

$-\frac{9}{a}=\frac{3}{2}$에서
$3a=-18$
$\therefore a=-6$
즉 $-\frac{12}{-6}=-\frac{b}{2}$에서
$b=-4$

19 전략 △ABC의 넓이를 이용하여 $\overline{AB}$의 길이를 먼저 구한다.

풀이 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times 3=12$이므로

$\overline{AB}=8$

$ax-3y-7=0$의 그래프가 점 $(-1, -3)$을 지나므로

$-a+9-7=0$ $\therefore a=2$

$y=0$을 $2x-3y-7=0$에 대입하면

$2x-7=0$ $\therefore x=\frac{7}{2}$

즉 점 B의 좌표가 $\left(\frac{7}{2}, 0\right)$이므로 점 A의 좌표는

$\left(-\frac{9}{2}, 0\right)$

$\overline{AB}$
$=$(점 B의 x좌표)
$-$(점 A의 x좌표)
이므로
(점 A의 x좌표)
$=$(점 B의 x좌표)
$-\overline{AB}$
$=\frac{7}{2}-8=-\frac{9}{2}$

따라서 $bx-y+c=0$의 그래프가 두 점 $\left(-\frac{9}{2}, 0\right)$, $(-1, -3)$을 지나므로

$-\frac{9}{2}b+c=0$, $-b+3+c=0$

위의 두 식을 연립하여 풀면

$b=-\frac{6}{7}$, $c=-\frac{27}{7}$

$\therefore 7(a+b+c)$

$=7\left\{2+\left(-\frac{6}{7}\right)+\left(-\frac{27}{7}\right)\right\}$

$=-19$

답 -19

20 전략 직선 l이 변 AB와 변 CD를 지날 때 생기는 사다리꼴의 넓이를 이용한다.

풀이 두 점 A, B를 지나는 직선의 방정식은

$x=-5$

두 점 C, D를 지나는 직선의 방정식은

$x=-1$

직선 l의 방정식을 $y=ax+b$라 하고, 직선 l이 두 변 AB, CD와 만나는 점을 각각 P, Q라 하면

$P(-5, -5a+b)$, $Q(-1, -a+b)$

이때 사각형 ABCD의 넓이가 $4\times6=24$이므로 사다리꼴 PBCQ의 넓이는

$\frac{1}{2}\times\{(-5a+b+4)+(-a+b+4)\}\times 4$

$=\frac{1}{2}\times 24$

$-6a+2b+8=6$

$\therefore 3a-b=1$ ⋯⋯ ㉠

직선 l이 점 $E(2, 3)$을 지나므로

$2a+b=3$ ⋯⋯ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=\frac{4}{5}$, $b=\frac{7}{5}$

㉠+㉡을 하면
$5a=4$ $\therefore a=\frac{4}{5}$
$a=\frac{4}{5}$를 ㉡에 대입하면
$\frac{8}{5}+b=3$
$\therefore b=\frac{7}{5}$

따라서 직선 l의 방정식은

$y=\frac{4}{5}x+\frac{7}{5}$

답 $y=\frac{4}{5}x+\frac{7}{5}$

다른풀이 두 점 A, C를 지나는 직선의 방정식은

$y=-\frac{3}{2}x-\frac{11}{2}$ ⋯⋯ ㉠

직선이 직사각형의 두 대각선의 교점을 지날 때, 넓이가 이등분됨을 이용한다.

두 점 B, D를 지나는 직선의 방정식은

$y=\frac{3}{2}x+\frac{7}{2}$ ⋯⋯ ㉡

두 직선 ㉠, ㉡의 교점의 좌표는 $(-3, -1)$

따라서 직선 l이 두 점 $(2, 3)$, $(-3, -1)$을 지나므로

$y=\frac{4}{5}x+\frac{7}{5}$

Ⅳ 함수

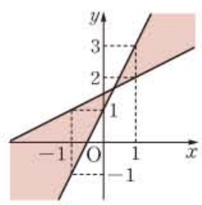
교과서 속 창의유형

본책 116~117쪽

유제 1 문제 해결 길잡이 ▶▶▶

❶ 주어진 함숫값의 범위를 이용하여 $y=f(x)$의 그래프의 기울기가 가장 클 때를 찾는다.
❷ $y=f(x)$의 그래프가 지나는 두 점을 이용하여 a, b의 값을 구한다.
❸ $2a+b$의 값을 구한다.

풀이 ❶ $y=f(x)$의 그래프는 오른쪽 그림의 색칠한 부분에 있으므로 기울기가 가장 클 때는 두 점 $(-1,\ -1)$, $(1,\ 3)$을 지날 때이다.



❷ $f(x)=ax+b$에서

$$a=\frac{3-(-1)}{1-(-1)}=2$$

$y=2x+b$의 그래프가 점 $(1,\ 3)$을 지나므로

$$3=2+b \qquad \therefore b=1$$

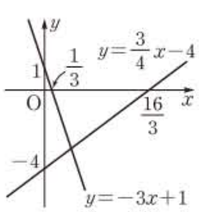
❸ $\therefore 2a+b=5$

답 5

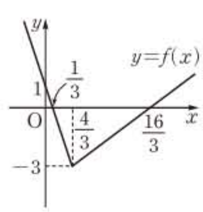
유제 2 문제 해결 길잡이 ▶▶▶

❶ 두 일차함수 $y=\frac{3}{4}x-4$, $y=-3x+1$의 그래프를 이용하여 함수 $y=f(x)$의 그래프를 그린다.
❷ 두 일차함수의 그래프의 교점의 좌표를 구한다.
❸ $y=f(x)$의 그래프와 x축으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구한다.

풀이 ❶ 두 일차함수 $y=\frac{3}{4}x-4$, $y=-3x+1$의 그래프는 [그림 1]과 같으므로 함수 $y=f(x)$의 그래프는 [그림 2]와 같다.



[그림 1]



[그림 2]

❷ 연립방정식 $\begin{cases} y=\frac{3}{4}x-4 \\ y=-3x+1 \end{cases}$ 의 해는

$$x=\frac{4}{3},\ y=-3$$

즉 두 일차함수 $y=\frac{3}{4}x-4$, $y=-3x+1$의 그래프의 교점의 좌표가 $\left(\frac{4}{3},\ -3\right)$이다.

❸ 따라서 $y=f(x)$의 그래프와 x축으로 둘러싸인 도형의 넓이는

일품 BOX

연립방정식 $\begin{cases} ax+by+c=0 \\ a'x+b'y+c'=0 \end{cases}$의 해는 두 일차방정식 $ax+by+c=0$, $a'x+b'y+c'=0$의 그래프의 교점의 좌표와 같다.

$\frac{3}{4}x-4=-3x+1$에서
$3x-16=-12x+4$
$15x=20$
$\therefore x=\frac{4}{3}$
$x=\frac{4}{3}$를 $y=-3x+1$에 대입하면
$y=-4+1=-3$

$$\frac{1}{2}\times\left(\frac{16}{3}-\frac{1}{3}\right)\times 3=\frac{15}{2}$$

답 $\frac{15}{2}$

유제 3 문제 해결 길잡이 ▶▶▶

❶ 제1차 산업과 제3차 산업 종사자 비율의 변화를 나타내는 그래프의 식을 각각 구한다.
❷ 두 그래프의 교점의 x좌표를 구한다.
❸ 제3차 산업 종사자가 제1차 산업 종사자보다 많아진 때를 구한다.

풀이 ❶ 두 점 $(0,\ 50.4)$, $(10,\ 34)$를 지나는 직선의 기울기는

$$\frac{34-50.4}{10-0}=-1.64$$

이고 y절편이 50.4이므로 직선의 방정식은

$$y=-1.64x+50.4 \qquad \cdots\cdots ㉠$$

또 두 점 $(0,\ 35.3)$, $(10,\ 43.5)$를 지나는 직선의 기울기는

$$\frac{43.5-35.3}{10-0}=0.82$$

이고 y절편이 35.3이므로 직선의 방정식은

$$y=0.82x+35.3 \qquad \cdots\cdots ㉡$$

❷ ㉠, ㉡에서

$$-1.64x+50.4=0.82x+35.3$$
$$-2.46x=-15.1 \qquad \therefore x=6.13\cdots$$

❸ 따라서 제3차 산업 종사자가 제1차 산업 종사자보다 많아진 것은 1970년으로부터 7년 후이다.

답 7년